

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ



А. А. Абдықадыров, С. Марксұлы,
Г. С. Джобалаева

ТҰРАҚТЫ ТОК ЭЛЕКТР ТІЗБЕГІН ЕСЕПТЕУ

(Жаттығулар мен есептер жинағы)

Университеттің Оқу-әдістемелік кеңесі
оқу құралы ретінде ұсынған

Алматы 2021

ӘОЖ 621.3.01(075.8)

ББК 31.21 я73

А 14

Пікір жазғандар:

Шыныбай Ж.С., ӘМЖӘЖ кафедрасының меңгерушісі, PhD докторы, Ғ. Дәукеев атындағы АЭЖБУ;

Сарсенбаев Е. А., PhD докторы, Энергетика кафедрасының меңгерушісі, Қ. И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТУ

Сәтбаев университеті Оқу-әдістемелік кеңесінің 2022 ж. басылым жоспары бойынша басылды.

А 14 Абдықадыров А. А.

Тұрақты ток электр тізбегін есептеу. (Жаттығулар мен есептер жинағы): Оқу құралы / А. А. Абдықадыров, С. Марксұлы, Г. С. Джобалаева. – Алматы: Қ. И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТУ, 2021. – 145 б. Сурет 112. Кесте 4. Библиогр. – 12 атау.

ISBN 978-601-323-290-4

Оқу құралы студенттерді тұрақты токтың электр тізбегін есептеу, электр тізбектерінің заңдылықтары, және теориялық негіздерімен таныстырады. Оқу құралында тұрақты токтар және кернеулер берілген кезде қалыптасқан режимде шоғырланған параметрлі сызықты электр тізбектерінің қасиеттері және оларға талдау жасау тәсілдері баяндалған.

ӘОЖ 621.3.01(075.8)

ББК 31.21 я73

ISBN 978-601-323-290-4

© Абдықадыров А. А., Марксұлы С.,
Джобалаева Г. С., 2021

© ҚазҰТУ, 2021

АЛҒЫ СӨЗ

Бұл оқу құралы жоғары оқу орындарының студенттеріне арналған. Оқу құралында «Электротехника» пәні бойынша тұрақты ток электр тізбегін дұрыс есептеу тәсілдері мен жолдары қарастырылған. Оқу құралындағы барлық материалдар типтік бағдарламаға лайықты силлабус пен оқу-әдістемелік кешені бойынша жазылған.

Электротехника курсы жалпы электрлік дайындық үшін студенттерге қызмет атқарады және ондағы арнайы мамандықтар үшін теориялық білімін ұлғайтып, технологиялық үдерістерді автоматтандыру, электрмен жабдықтау және тиісті салаларды электр жабдықтарымен байланыстырады.

Оқу құралында тәжірибелік қосымшалармен тығыз байланысты мемлекеттік стандарттар талабына сай электротехникалық құрылғыларындағы және электр тізбектеріндегі үдерістерге математикалық түсініктеме беру әдістері де қарастырылған.

Оқылатын тақырып бойынша теорияны меңгергеннен кейін осы тақырыпқа қатысты есептердің шешімін анықтау жолы көрсетілген.

Тұрақты ток электр тізбектерінің теориясын оқыған кезде және есептерді шығарғанда тізбектерде және құрылғыларда жүретін құбылыстарға талдау жасау жағдайлары қамтылған.

Электротехника пәні техника саласындағы инженер мамандарын соның ішінде радиотехника, электрэнергетика, автоматика және аспап жасау бағытындағы студенттерді дайындау үшін базалық курс болып саналады.

Авторлардың негізгі көңіл аударғаны студенттер – тұрақты ток электр тізбектерін сауатты зерделей білуі.

КІРІСПЕ

Қазіргі уақытта электр энергиясы барлық өнеркәсіп салаларында, көлікте, ауыл шаруашылығында, үй тұрмысында, т.б. халықтың тұрмыс қажетіне кеңінен пайдаланылады.

Бұл оқу құралының негізгі мақсаты студенттерге өзіндік жұмыстарды орындауда көмек беру болып табылады. Сондықтан барлық есептер толық шығарылу жолымен, әдістемелік нұсқауларымен, түсініктемесімен берілген.

Оқу құралында тұрақты тоқтағы электр тізбектеріне қолданылатын есептеудің негізгі әдістері қаралған.

Электротехника деп – электрлік және магниттік құбылыстардың іс жүзінде кең салаларда қолданылуын айтамыз. Электротехника электроэнергетикамен тығыз байланысты. Электр энергиясы басқа энергиялар түрлерімен салыстырғанда, әмбебап энергия болып саналады. Себебі, электр энергиясын басқа энергияларға түрлендіру арқылы оңай алуға, аса көп шығынсыз қашықтыққа тасымалдап және тұтынушылар арасында оңай таратуға болады. Электр қондырғыларды басқарудың қарапайымдылығы және электротехникалық құрылғылардың пайдалы әсер коэффициенттерінің (ПӘК) өте жоғары болуы осы заманда электроэнергетиканың маңызы зор екенін көрсетеді.

Электротехника пәнін оқып үйрену үшін студенттер келесідей талаптар мен мақсаттарды игеру қажет:

- кең тараған электротехникалық құрылғылар мен қондырғылардың құрылысын, әрекеттік парқын және негізгі қасиеттерін білу;

- электротехникалық құрылғылар мен қондырғыларды қандай технологиялық үдерістерде қолдануға болатындығын, олардың техникалық мүмкіндіктерін және экономикалық тиімді жұмыс режимдерін білу;

- тізбек элементтерінің шартты белгілерін біліп, электрлік сұлбаларды оқи алу;

- зерттеу, жобалау жұмыстарында, қондырғыларды пайдалану кезінде әртүрлі есептерді шешу үшін құрылғыларды және аспаптарды таңдап алу;

– электротехникалық қондырғыларды экономикалық тиімді пайдаланып және олармен қауіпсіз жұмыс істеу тәртібін қамтамасыз ете алуды үйрену.

Мұндай білім деңгейіне дәрістік, тәжірибелік және зертханалық жұмыстарында берілетін мағлұматтарды толық игергенде және әдебиеттерді оқып үйрену нәтижесінде ғана жетуге болады.

1. ТҰРАҚТЫ ТОК ЭЛЕКТР ТІЗБЕКТЕРІНДЕГІ НЕГІЗГІ ЗАНДЫЛЫҚТАР МЕН ЕСЕПТЕУ ӘДІСТЕРІ

1.1. Электр сұлбалары, электр тізбектеріндегі элементтер және анықтамалар

Шоғырланған параметрлі электр тізбегі дегеніміз – ол электр тізбегіндегі электр кедергісі, индуктивтігі және электр сыйымдылығы осы тізбектің жеке бөліктерінде шоғырланған деп есептелетін тізбек. Мысалы, электр кедергісі резистор, индуктивтілік (катушка), конденсатор түрінде тізбектің әр жеке бөліктерінде шоғырланған деп білеміз.

Электр тізбегі электр тогы өтетін жолы үшін жасалған құрылғылар мен нысандар жиынтығы, ондағы электромагниттік үдерістер электр қозғаушы күші (ЭҚК), тогы, кернеуі жайындағы ұғым көмегі арқылы сипатталуы мүмкін.

Электр тізбегіндегі элементтер – белгілі функциялар атқаратын, электр тізбегі құрамына кіретін жеке-жеке құрылғылар. Негізгі электр элементтеріне жататындар – бір-бірімен сым өткізгіштер арқылы жалғанған энергия көздері мен электр энергиясының (ақпараттарын) қабылдағыштар (тұтынушылар) жатады.

Электр энергиясы көздерінде (гальвани элементтерінде, аккумуляторларда, электр машиналық генераторларда, т.б.) химиялық, механикалық, жылулық энергиялары немесе басқа да энергия түрлері электр энергиясына түрленеді, ал электр энергиясы қабылдағыштарында (электротермия құрылғысында, электр шамдарында, резисторларда, электр қозғалтқыштарында, т.б.), керісінше, электр энергиясы жылулық, жарықтық (сәулелік), механикалық, т.б. энергияларына түрленеді.

Электр тізбегіндегі қоректендіргіш көзінен алынған электр энергиясы жеткізу кезіндегі және қабылдағыштардағы өзгерістері ток пен кернеу шамаларының уақытқа байланысты өзгермейтін тізбектерде жүретін болса, тұрақты ток тізбектері деп атайды. Тұрақты токтар мен кернеулер, қондырғылардағы магнит және электр өрістері уақытқа байланысты өзгермейді.

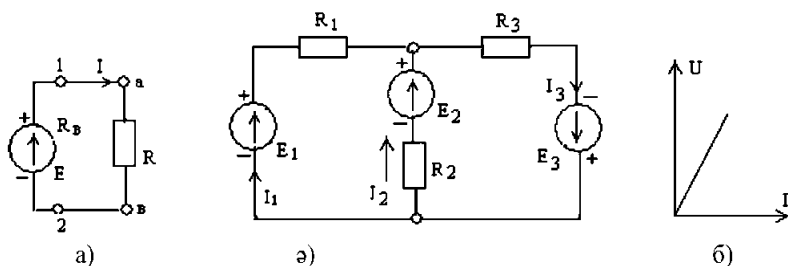
Сондықтан тұрақты ток тізбектерінде ЭҚК-нің өзіндік индукциясы пайда болмайды және өткізгіштер айналасындағы диэлектриктерінде ток ығысуы болмайды.

Электр тізбектерін өздерінің түрлі қасиеттеріне қарай бірнеше топқа бөлуге болады. Олар: а) токтың түріне қарай: айнымалы ток, тұрақты ток, бір фазалы, үш фазалы және көп фазалы ток тізбектері; ә) элементтерді қосу әдістері бойынша тармақталған және тармақталмаған тізбектер; б) электр энергия көздерінің санына қарай: бір және бірнеше энергия көздері бар тізбектер; в) элементтердің вольтамперлік сипаттамаларына байланысты сызықты және сызықты емес тізбектер, т.б.

Осы тарауда тұрақты токтың электр тізбектерін қарастырамыз.

Сұлбаларда тұрақты токты I әрпімен, энергия көздерінің ЭҚК-ін E әрпімен, кернеу U , кедергілерді R әрпімен, индуктивтікті L , өзара индуктивтікті M , сыйымдылықты C әріптерімен белгілейміз.

Электр тізбегінің сұлбасы дегеніміз – ол электр тізбегіндегі элементтерді шарт бойынша белгілеп, графикалық түрде бейнелеу және осы элементтердің бір-бірімен жалғануын көрсету. 1.1, а-суретте қарапайым электр тізбегі бейнеленген



1.1-сурет. Электр тізбектерінің вольт-амперлік сипаттамасы (BAC):

- а) тармақталмаған электр тізбегі; ә) тармақталған электр тізбегі;
б) қабылдағыштың вольтамперлік сипаттамасы

Мұндағы ЭҚК көзі E және қабылдағыш R қысқыштары сымдармен жалғанып, тұйық өткізгіш контурын құрайды. Бұл

контурда энергия көзі ЭҚК-нің әсер етуімен үздіксіз бірбеткей ретті бағытпен электр зарядтарының қозғалысы, яғни ток пайда болады.

Халықаралық өлшем бірлігі (СИ) жүйесінде ток күші ампермен (А), кедергісі оммен (Ом), электр қозғаушы күші және кернеу вольтпен (В) өлшенеді (вольт Италия физигі (1745–1827) атымен қойылған).

Электр тізбегінің алмастыру сұлбасы дегеніміз – ол белгілі шарт бойынша тізбек қасиеттерін бейнелеуші, электр тізбегі сұлбасы. Осы жағдайда сұлбаның негізгі екі элементін пайдаланады: ішкі кедергісі $R_{\text{ишк}}$ тең, энергия көзінің E және қабылдағыштың, сымдардың кедергілері R (1.1, а-сурет).

Тізбектердегі энергия қабылдағыштарын (кедергілерін) сыртқы тізбек деп атайды. Ток энергия көзі ішінде теріс полюстен оң полюске қарай, ал сыртқы тізбекте оң полюстен теріс полюске қарай ағады немесе энергия көзі ішінде ток кіші потенциалды нүктеден үлкен потенцаилды нүктеге қарай ақса, қабылдағыштарда керісінше, жоғары көтеріңкі потенциалды нүктеден кіші азырақ потенциалды нүктеге қарай ағады.

Іс жүзінде қабылдағыш кедергісінің токқа $R(I)$ тәуелділігіне қарағанда, кедергідегі кернеудің токқа тәуелділігі $U_{\text{ав}}(I)=U(I)$ немесе кері тәуелділік, яғни токтың кернеуге $I(U)$ тәуелділігі жиі кездеседі (1.1, б-сурет).

Вольтамперлік сипаттамасы деп – электр тізбегіндегі элементтердің қысқаштарындағы кернеудің сондағы өтетін токқа тәуелділігін айтамыз. 1.3, б-суретте металл қылды шам үшін $U_1(I)$ және көмір қылды шам үшін $U_2(I)$ вольтамперлік сипаттамалары келтірілген.

Электр тізбегінің сызықты емес сипаттамасы бар элемент сызықты емес элемент деп, басқаша айтқанда, сызықты емес электр тізбегі деп аталады, яғни электр тізбегіндегі электр кедергісі индуктивтігінің немесе сыйымдылығының ең болмаса бір ғана бөлігіндегі токтар мен кернеулердің мәндеріне немесе бағыттарына тәуелділігін айтамыз.

Сызықты электр тізбегі деп – электр тізбегі бөлігіндегі электр кедергісінің, индуктивтігінің және электр сыйымдылығының осы бөліктің токтары мен кернеулері мәндеріне, бағыттарына тәуелсіз екендігін айтамыз.

Электр тогы. Өткізгіштік электр тогы дегеніміз – ол заттардағы немесе вакуумдағы бірбеткей қозғалыстағы еркін тасушы электр зарядының құбылысы. Өткізгіштік тогы – скалярлық шама, ол уақыт бойынша электр зарядынан алынған туынды, қарастырылып отырған бет арқылы өтетін, тасымалдап апаратын зарядқа тең. Бұдан былай қысқаша электр тогы немесе ток деген терминді пайдаланамыз.

Амперметр – электр тогының күшін өлшеуге арналған құрал және ол ток тізбегінде басқа элементтермен тізбектеп қосылады. Осы тізбектегі барлық ток амперметр арқылы өтетіндіктен оның кедергісі өте төмен болуы тиіс.

Металдағы зарядты тасушы – біз білетін теріс зарядталған бөлшек электронда, сұйықтардағы және газдардағы заряд тасушысы оң да, теріс те зарядталған иондар.

Электр тізбегін есептеу кезінде токтың оң бағыты шарт бойынша еркін қабылданып алынуы мүмкін. Егер есептеу нәтижесінде токтың қабылдап алынған бағытымен санай отырып анықталған ток оң таңбалы болса, онда оң зарядтардың қозғалыс бағыты қабылдап алынған ток бағытымен бағыттас болғаны. Ал егер анықталған ток теріс таңбалы болса, онда оның (оң зарядтың) бағыты шарт бойынша қабылдап алынған токқа карама-қарсы болғаны.

Ток мөлшері бірлік уақыт ішінде өткізгіштің көлденең қимасы арқылы өтетін заряд бойынша бағаланады.

$$i(t) = dq/dt. \quad (1.1)$$

Ток мөлшері уақыт бойынша электр зарядының өзгеріс жылдамдығына тең. Жалпы айтқанда, еркін t уақыт мерзіміндегі ток мәні i (лездік ток мәнінің) уақыттық функциясы болып саналады: $i=i(t)$.

Дербес жағдайда, егер заряд q сызықты функция болса, онда уақыт бойынша зарядтың өзгеріс жылдамдығы – тұрақты шама. Ол уақыт аралығында өткен зарядтың $q(t)$ осы ұзақтық аралығының қатынасына тең:

$$i(t) = q/t, I = \text{const.} \quad (1.2)$$

Сөйтіп, ток тұрақты (уақытқа байланысты өзгермейтін) немесе айнымалы болуы мүмкін. Халықаралық бірліктердің (СИ) жүйесінде заряд кулонмен (Кл), уақыт секундпен (С) өлшенеді. Тұрақты ток 1 А болғанда, 1 с уақыт аралығында өткізгіштің көлденең қимасы арқылы 1 Кл заряд тасымалданады (Н. М. Ампер (1775–1836) – француз ғалымы, 1830 ж. Петербург Ғылым академиясының мүшесі).

Келесі жаттығуларды орындаңыздар.

1-есеп. Егер 2 мин ішінде өтетін ток 5 А болса, онда өтетін заряд мөлшері қандай? Кулонмен алынған заряд мөлшері Q , мұндағы, $I = 5 \text{ А}$, $t = 2 \times 60 = 120$, Олай болса, $Q = 5 \times 120 = 600 \text{ Кл}$.

2-есеп. 0.24 Кл зарядты 15 мс ішінде тасымалдау үшін қандай ток қажет? Заряд мөлшері $Q = I \times t$ болғандықтан:

$$I = Q/t = 0.24 / 15 \times 10^{-3} = 0.24 \times 10^3 / 15 = 240/15 = 16 \text{ А}$$

3-есеп. Егер өткізгіштен 4 минут ішінде 10 А ток өтсе, онда заряд мөлшері қандай? Заряд мөлшері: $Q = I \times t$ кулон. $I = 10 \text{ А}$, $t = 4 \times 60 = 240 \text{ с}$. Олай болса, $Q = 10 \times 240 = 2400 \text{ Кл}$.

Зарядтың шамасын анықтау үшін қосымша есептер.

1. 10 А ток 50 Кл зарядты қанша уақытта тасымалдай алады?

[Жауабы, 5с].

2. 10 минут ішінде 6 А ампер ток қандай зарядты тасымалдайды?

[Жауабы, 3600 Кл].

3. 100 мА ток 80 кулон зарядты қандай уақытта тасымалдай алады?

[Жауабы 13 мин 20 сек].

Кернеу – скалярлық шама, электр өрісі кернеулігінің сызықты интегралына тең. Электр өрісі кеңістігінде орналасқан әртүрлі зарядқа күш әсер ететінін білеміз. Оның мәні және бағыты электр өрісі кернеулігі арқылы анықталады, сонымен қатар заряд пен оның таңбасына да байланысты:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \, d\vec{l}, \quad (1.3)$$

мұндағы – $\vec{E}$ электр өрісінің кернеулігі.

Электр өрісіндегі екі кез келген A және B нүктелерінің арасында электр өрісі күші мен бірлік оң зарядының орнын ауыстырса, онда сол екі нүкте арасындағы әлеуеттер (потенциалдар) айырымына тең жұмыс істеледі. A және B нүктелеріндегі потенциалдар айырымы осы екі нүкте арасындағы кернеу деп аталады:

$$u = \varphi_A - \varphi_B. \quad (1.4)$$

Электр тізбегінің A және B нүктелерінің арасындағы кернеу оң зарядты A нүктесінен B нүктесіне жеткізуге шыққан электр өрісінің энергия шығынының осы зарядқа шектік қатынасы арқылы анықталуы мүмкін заряд нөлге ұмтылса:

$$U = dW / dq. \quad (1.5)$$

Халықаралық бірліктің СИ жүйесінде кернеу вольтпен (В), жұмыс Джоульмен (Дж) өлшенеді. Электр тізбегінде екі нүкте арасында заряд 1 Кл тең болса және онда оны жылжытатын болса, сонда потенциалдар айырымы 1 В тең кернеу, 1Дж тең жұмыс істейді.

Вольтметр потенциалдар айырымын өлшейтін құрал. Ол тізбектегі жүктемеге немесе электр энергия көзіне параллель қосылады. Ток тізбегіндегі вольтметр арқылы өтетін токтың шамасын жоғалтпас үшін оның кедергісі өте жоғары болғаны жөн.

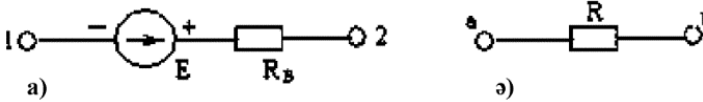
Әдетте, кернеудің бағыты тізбектің үлкен потенциалды нүктесінен кіші потенциалды нүктесіне қарай бағытталады. Сірә, энергия көзі жоқ тізбек бөлігінде электр өрісінің энергиясы әсерінен заряд тасымалдаушысының қозғалысы іске асады. Кернеу мен ток бағыты бірдей. Энергия көзі ішінде электр зарядының тасымалдаушы қозғалысы (орнын ауыстыруы) бөгде күш энергиясы арқылы іске асады. Энергия көзі арқылы қозғалатын заряд тасымалдаушы бағыты электр өрісінің әсер күшіне қарама-қарсы. Жеке жағдайда оң зарядтың тасымалдаушысы энергия көзінің төмен потенциалды қысқышынан жоғарғы потенциалды қысқышына бағытталған. Сондықтан энергия көзіндегі ток бағыты кернеу бағытына қарама-қарсы. Электр тізбегін есептеу кезінде кернеу бағыты шартты түрде қабылданып алынған кернеу бағытымен салыстырылады. Егер есептеу нәтижесінде қарастырылып отырған тізбек бөлігінде кернеу оң таңбалы болса, онда қабылданып алынған кернеудің оң бағытымен бірдей болғаны. Егер кернеу теріс болса, онда қабылдап алған бағытқа қарама-қарсы болғаны.

Электр қозғаушы күші E – скалярлық шама, бөгде өрістің және индукцияланған электр өрісінің электр тогын қоздыру қабілетін сипаттайды. Бөгде өріс деп бөгде күш өрісінің кернеулігі зарядталған бөлшекке әсер етуші бөгде күштің осы бөлшек зарядына қатынасына $E = F/q$ тең шаманы айтады. Бөгде күш – ол үдерістерді макроскопиялық тұрғыдан қарағанда, электромагниттік зарядталған бөлшекке әсер етуші күш.

ЕСКЕРТУ: осындай үдерістерге жататындар, мысалы: жылулық үдерістер, химиялық реакциялар, механикалық күштердің әсерлері, түйіспелік құбылыстар, т.б.

ЭҚК E сан жағынан 1.2, а-суреттегі потенциалдар айырымына тең немесе энергия көзі 1 және 2 қысқыштарының арасындағы кернеуге тең, әрине, ондағы ток $I=0$ нөлге тең болғанда:

$$E = \varphi_1 - \varphi_2 = U_{12}, \quad (1.6)$$



1.2-сурет.

а) ЭҚК бар тармақ; б) қабылдағыш тармағы

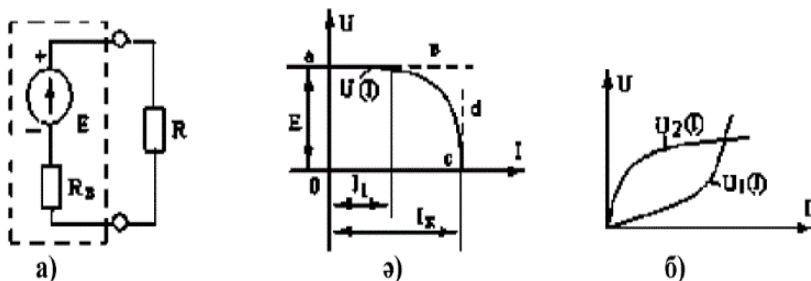
ЭҚК бағыты сұлбада меңзермен (стрелкамен) көрсетіледі (теріс қысқышынан оң қысқышына). Егер энергия көзі қысқышына қабылдағышты жалғасак (1.3, а-сурет), тұйық контур пайда болады, сонымен қатар контурда ток ағады. Бұл жағдайда 1 және 2 қысқыш арасындағы кернеу немесе потенциалдар айырымы ЭҚК-ке тең болмайды. Себебі, энергия көзі ішкі кедергідегі кернеудің төмендеуі $U_{iшк}$ салдарынан, яғни ішкі кедергідегі кернеу шамасына төмендейді.

$$U_{iшк} = IR_{iшк}, U_{12} = E - U_{iшк} = E - IR_{iшк}, E = IR_{iшк} + IR, \quad (1.7)$$

$$I = \frac{E}{R_{iшк} + R}, \quad (1.8)$$

1.3, б-суретте ең көп кездесетін тізбектің сыртқы сипаттамасы деп аталатын типті тәуелділіктің біреуі келтірілген. $U_{12}(I) = U(I)$, яғни энергия көзі қысқыштарындағы жүктемедегі кернеудің токқа тәуелділігі 1.3, б-суретте көрсетілгендей, токтың нөлден $I = I_1$ дейін ұлғайғанда, энергия көзі қысқышындағы кернеу іс жүзінде кездесетін түзу сызықты дерлік заңдылықпен төмендейді.

Басқаша айтқанда, $E = \text{const}$ ЭҚК-і өзгермесе, энергия көзі ішіндегі кернеудің төмендеуімен $U_{iшк}$ көрсетілген аралықта ток пропорционалды түрде өседі. Одан ары қарай токтың өсуіне байланысты екеуінің арасындағы пропорционалдық сақталмайды, әсіресе оның мәні мен энергия көзі ішіндегі кернеу төмендеуінің сыртқы сипаттамасы түзу сызықты болып қалмайды. Осындай кернеудің азаюы бір энергия көзінде ЭҚК-нің азаюына, ал басқа біреуінде ішкі кедергінің ұлғаюына, тағы үшінші біреуінде бір мезгілде ЭҚК-нің азаюына және ішкі кедергінің ұлғаюына байланысты.



1.3-сурет. а) тармақталмаған тізбек, ә) тізбектің сыртқы сипаттамасы, б) элементтердің вольтамперлік сипаттамалары

Энергия көзі беретін қуат келесі теңдік арқылы анықталады:

$$P_{\text{э}} = EI. \quad (1.9)$$

Қуат энергетикалық үдерістердің қарқындылығын (интенсивтілігін) сипаттайды және бірлік уақыт ішінде генерацияланған, берілген, жеткізілген және т.б. энергия түрлерін сандық арқылы өлшейді.

$P = A/t = UI = I^2 R = U^2 g$ – бір бірлік уақыты ішіндегі жасалған жұмысты қуат дейміз.

4-есеп. 5 кОм кедергі арқылы 4 мА ток өткендегі тұтынылатын қуатты есептеңіз.

Қуаттың теңдеуі:

$$P = I^2 R = (4 \times 10^{-3})^2 (5 \times 10^3) = 16 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^3 = 80 \times 10^{-3} = 0,08 \text{ Вт}$$

немесе 80 мВт .

Сонымен қатар $I = 4 \times 10^{-3}$ мен $R = 5 \times 10^3$ осы мәндерінен бастап, Ом заңына сүйене отырып, кернеу өрнектеледі:

$$U = IR = 4 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^3 = 20 \text{ В}.$$

Олай болса, қуат $P = UI = 20 \times 4 \times 10^{-3} = 80 \text{ мВт}$.

5-есеп. Электр шайнегінің кедергісі 30 Ом, осы шайнекті кернеуі 240 В ток көзіне жалғаған, сондағы ток пен шайнектің номиналды қуаты қандай?

Ток күшінің теңдеуі: $I = U/R = 240 / 30 = 8A$.

Шайнектің номиналды қуаты:

$$P = UI = 240 \times 8 = 1920 \text{ Вт} = 1,92 \text{ кВт}.$$

6-есеп. Электрқозғалтқыш орамның ток күші 5 А, кедергісі 100 Ом: (а) орамның потенциал айырымын; (б) орамның тұтынатын қуатын есептеңіздер.

(а) Орамадағы потенциал айырымы: $U = IR = 5 \times 100 = 500 \text{ В}$.

(б) Орамның тұтыну қуаты: $P = I^2 R = 5^2 \times 100 = 2500 \text{ Вт} = 2,5 \text{ кВт}$.

Басқа жолы: $P = U \times I = 500 \times 5 = 2500 \text{ Вт}$ немесе 2,5 кВт.

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Қуат және энергияға арналған қосымша есептер.

1. Кернеуі 250 В ыстық қыздыру шамының кедергісі 625 Ом. Шамның тұтынатын қуаты мен ток күшін есептеңіздер.

[Жауабы: ток күші 0,4 А және қуаты 100 Вт].

2. Орама 150 В кернеу көзіне қосылған, кедергісін есептеңіз, егер оның бойынан келесі шамадағы токтар өтсе: (а) 75 мА; (б) 300 мкА.

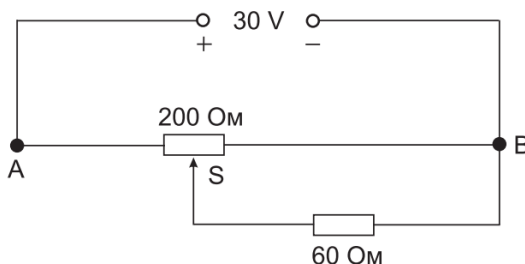
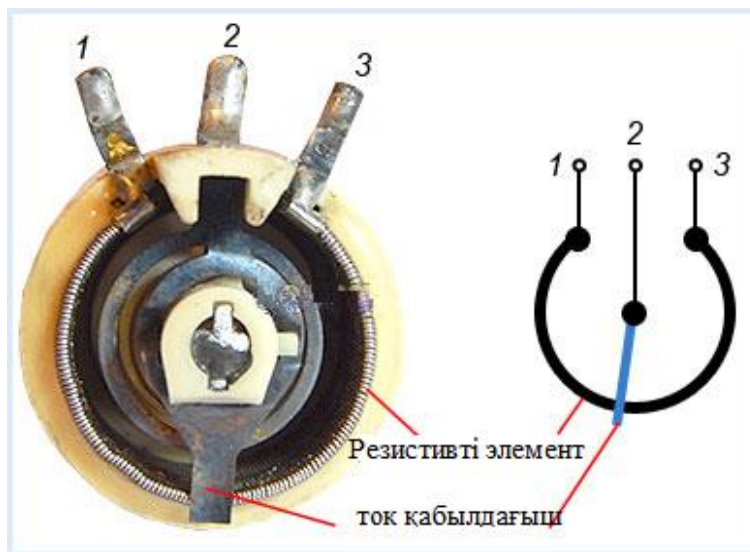
[Жауабы: (а) 2 кОм, (б) 0,5 МОм].

3. 8 кОм кедергісі бар аспаптан 10 мА ток өтеді, сондағы тұтынатын қуатты анықтаңыз.

[Жауабы: 0,8 Вт].

Қабылдағыш кедергісі R-сұлба элементі ретінде немесе мүлтіксіз тізбек ретінде электр энергиясын тұтынуды сипаттайды, яғни электр энергиясының басқа энергия түріне өзгеруін (түрленуін) сипаттайды, қуаты әр уақытта теріс бола алмайды.

$$P = I^2 R. \quad (1.10)$$



1.3, в-сурет. Резистивті элемент (потенциометр)

Тізбекте резистордың шамасын өзгерту қажеттілігі жиі кездеседі. Оған мысал ретінде радиоқабылдағыш пен телевизор даусының қаттылығын реттеу жатады. Электр тізбектерінде кернеу мен тоқты потенциометр мен реостаттар арқылы өзгертуге болады (1.3, в-сурет).

Потенциометр – айнымалы резистордың үш клеммасы пайдаланылса, онда ол потенциометр деген атпен белгілі. Потенциометр электрлік кернеуді реттеуші және кернеумен функционалды байланысқан шамаларды өлшеуге арналған салыстыру аспабы.

Жалпы жағдайда қабылдағыш кедергісі сол қабылдағыштағы токқа тәуелді $R(I)$. Кедергідегі кернеу Ом заңы арқылы анықталады:

$$U=IR \text{ немесе } I=U/R=gU. \quad (1.11)$$

Электр тогын өткізетін меншікті кедергісі төмен заттарды өткізгіш деп атайды. Барлық металдар өткізгіштерге жатады, мысалы, мыс, алюминий, күміс, алтын, платина және т.б. Ал изолятор немесе диэлектрик – меншікті кедергісі өте жоғары электр тогын мүлдем өткізбейтін зат. Оған пластмасса, резеңке, фарфор, слюда, керамика, шыны, ауа, тығын, қағаз және мұнай өнімдері жатады.

Тізбектерді есептеу үшін кедергімен қатар, өткізгіштік ұғымы енгізіледі:

$$G= 1/R. \quad (1.12)$$

Яғни ол – кедергіге кері шама, өлшемі – Сименс.

7-есеп. Кедергілері (а) 10 Ом, (б) 5 кОм, (с) 100 мОм өткізгіштердің сәйкес өткізгіштігін табыңыз?

(а) *Өткізгіштік $G=1/R = 1/10 = 0,1$ См (Сименс);*

(б) *Өткізгіштік $G=1/R = 1/5\,000 = 0,2 \times 10^{-3}$ См (Сименс);*

(с) *Өткізгіштік $G=1/R = 1/100 \times 10^{-3} = 10^3/100 = 10$ См (Сименс).*

Электр тогының ең негізгі үш қасиеттері: а) магниттік қасиеті; ә) химиялық қасиеті; б) жылу қасиеті.

Магниттік әсерлері: қоңырау, реле, қозғалтқыштар, генераторлар, трансформаторлар, телефон, автокөліктердің оталдыруы мен жүк көтеру магниттері.

Химиялық әсерлер: бастапқы және қайталама элементтер (аккумулятор батареялары, аккумулятор), гальваникалық қаптау.

Жылу әсерлері: плиткалар, су қыздырғыштар, электр пештер, үтіктер, шәйнектер, дәнекерлегіштер.

Реостат – тек екі қысқышты пайдалана алатын біреуі айнымалы, екіншісі тұрақты жылжымалы резистор реостат.

8-есеп. Ұзындығы 5 м сымның кедергісі 600 Ом. Осы сымның (а) 8 м ұзындығы үшін кедергісін есептеңіз, (б) кедергісі 420 Ом болғандағы осы сымның ұзындығын табыңыз.

(а) R кедергі l – сымның ұзындығына тура пропорционал, яғни $R \propto l$. Олай болса $600 \text{ Ом} \propto 5$ немесе $600 \text{ Ом} = (k)(5)$, мұндағы, k пропорционалдық коэффициент.

Олай болса, $k = 600/5 = 120$.

Сымның ұзындығы 8 м болғанда оның кедергісі $R = k \times l = 120 \times 8 = 960 \text{ Ом}$.

(б) Кедергі 420 Ом болғанда $420 = kl$

осыдан $l = 420/k = 420/120 = 3,5 \text{ м}$.

9-есеп. Сымның ұзындығы 8 м, көлденең қимасының ауданы 3 мм, кедергісі 0,16 Ом. Егер осы сымның көлденең қимасын 1 мм дейін созса, сымның жаңа кедергісі қандай болғаны?

R кедергісі l ұзындыққа $R \propto l$ тура пропорционал, ал өткізгіштің α көлденең қимасына кері пропорционал, олай болса $R \propto l/\alpha$ немесе $R = k (l/\alpha)$ болғаны. Мұндағы, k – пропорционалдық коэффициент.

$R = 0,16$, $l = 8$, $\alpha = 3$ сонда $0,16 = (k)(8/3)$ осыдан $k = 0,16 \times 3/8 = 0,06$.

Егер өткізгіштің көлденең қимасының ауданы алғашқы ауданымен салыстырғанда $1/3$ есе азайса, онда оның ұзындығы да 3 есе ұлғаяуы керек, яғни $3 \times 8 = 24 \text{ м}$. Соған сәйкес өткізгіштің ұзындығы: 24 м.

Жаңа кедергі: $R = k (l/\alpha) = 0,06 (24/1) = 1,44 \text{ Ом}$.

10-есеп. Ұзындығы 2 км алюминий кабелінің көлденең қимасының ауданы 100 мм^2 . Кедергіні есептеңіз, егер алюминийдің меншікті кедергісі $0,03 \times 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ болса.

Ұзындық $l = 2 \text{ км} = 2000 \text{ м}$; Көлденең қимасының ауданы $\alpha = 100 \text{ мм}^2 = 100 \times 10^{-6} \text{ м}^2$, меншікті кедергісі $\rho = 0,03 \times 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Кедергі

$$R = \frac{\rho l}{\alpha} = \frac{(0,03 \times 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м})(2000 \text{ м})}{(100 \times 10^{-6} \text{ м}^2)} = \frac{0,03 \times 2000}{100} \text{ Ом} = 0,6 \text{ Ом}.$$

Кедергі мен меншікті кедергіге арналған қосымша есептер.

1. Кабельдің ұзындығы 2 м, кедергісі 2,5 Ом. Анықтаңыз: (а) осы кабельдің ұзындығы 7 м болса, кедергісі қандай? (б) осы сымның кедергісі 6,25 Ом болса, ұзындығы қандай?

[Жауабы: (а) 8,75 Ом, (б) 5 м].

2. Сымның ұзындығы 5 м, көлденең қимасының ауданы 2 мм², егер осы сымды көлденең қимасының ауданы 1 мм² жеткенше созғанда, сымның кедергісі қалай өзгереді?

[Жауабы: 0,32 Ом].

3. Мыс кабельдің ұзындығы 800 м, көлденең қимасының ауданы 20 мм². Мыстың меншікті кедергісін 0,02 мкОм·м деп алыңыз. Сымның кедергісін табыңыз.

[Жауабы: 0,8 Ом].

Индуктивтік – кернеу u мен элементке қосылған i токтың оң бағыттары үйлесімді етіп қабылданса, онда екеуінің арасында түзу сызықты байланыс орнатылады:

$$u = u_L = L \, di/dt. \quad (1.13)$$

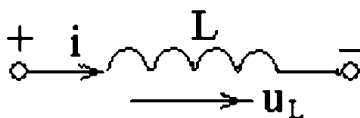
Бұл әділеттілік шартты түрде айнымалы уақыт бойынша функцияның туындысына ие болады. Бұдан басқа, шамамен пропорционал коэффициент мәні L элементтің сандық сипаттамасы оң да, уақыт бойынша өзгермейді және элементтен өтетін ток мәніне және оның өзгеріс заңдылығына тәуелді емес.

Индуктивтік дегеніміз – ол электр тізбегінің идеалды элементі, онда магнит өрісінің энергиясы жинақталады. Индуктивтікте электр өрісінің энергиясы жинақталмайды немесе электр энергиясы басқа энергия түріне түрленбейді.

L параметрі элемент ретінде индуктивтік деп аталады. Индуктивтік элементтің шартты графикалық бейнесі келесі суретте келтірілген.

Элементтегі электр тербелісінің лездік қуаты:

$$P = u_L i = L \, i \, di/dt. \quad (1.14)$$



1.4-сурет. Индуктивтік элемент

Қуат мәні оң да, теріс те болуы мүмкін. Бірінші жағдайда $P > 0$ индуктивтікте магнит өрісі энергиясы жинақталады, ал екінші жағдайда $P < 0$ элементтегі жиналған магнит өрісі энергиясы сыртқы тізбекке қайтып беріледі. Индуктивтікте t мезгілінде жиналған энергия мынаған тең:

$$W_L = \int_{t_0}^t P_L dt = \int_{t_0}^t Li \frac{di}{dt} dt = \frac{Li^2}{2}. \quad (1.15)$$

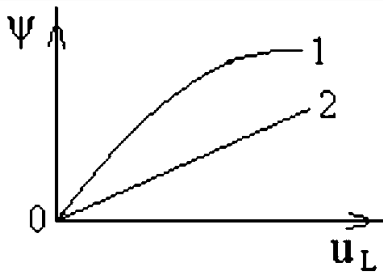
Индуктивтік орауыштағы ток пен кернеу арасындағы байланыс электромагниттік индукция заңы арқылы анықталады. Индуктивтік орауышты қиып өтетін өзгермелі магнит ағыны ондағы $e(t)$ ЭҚК-ін қоздырушы құбылысын электромагниттік индукциясы дейміз. Орауыштағы ЭҚК өзгермелі ағын ілінісуі жылдамдығына пропорционалды және оның бағыты одан пайда болған ток тек магнит ағынының өзгеруіне бөгет жасауға ұмтылатын етіп алынған.

$$e = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (1.16)$$

Орауыштың ағын іліністігі оның жеке орамдарын қиып өтетін магнит ағындарының алгебралық қосындысына тең:

$$\psi = \sum_{i=1}^m \Phi_i. \quad (1.17)$$

Егер магнит ағыны барлық орамаларын бірдей қиып өтсе, $\psi = N\Phi$, мұндағы N орауыштың орам сандары.



1.5-сурет. Индуктивтік орауыштың вольтамперлік сипаттамасы
1 – сызықты емес сипаттама; 2 – сызықты сипаттама

СИ өлшем жүйесі бойынша магнит ағыны және ағын ілінісі Вебермен (Вб), индуктивтік Генримен (Гн) өлшенеді. Ағын іліністігінің өздік индукциясының токқа тәуелділігі $L_{ст}$ статикалық және динамикалық индуктивтіктер $L_{дин}$ арқылы анықталады.

$$L_{ст} = \frac{\psi_{ст}}{i_L}; \quad L_{дин} = \frac{d\psi_{ст}}{di_L}, \quad \psi_{ст} - \text{ағын іліністігінің өздік}$$

индукциясы.

Тізбекке талдау жасағанда, әдетте, қарастыратынымыз орауыштағы әсер арқылы пайда болған ЭҚК мәні емес, ол – u_L қысқыштарындағы кернеу, оның оң бағытын токтың оң бағытымен үйлесімді етіп қабылдап аламыз.

$$u_L = -e = L \frac{di}{dt}. \quad (1.18)$$

11-есеп. Орам бойымен 50 мА ток өтеді және оған 12 В кернеу беріледі, сондағы орамның кедергісін табыңыз.

$$R = U/I = 12/50 \times 10^{-3} = 12 \times 10^3/50 = 12000/50 = 240 \text{ Ом}.$$

12-есеп. Кернеуі 120 В қоректендіру көзінен орамның бойымен (а) 50 мА және (б) 200 мкА ток өтеді. Соған сәйкес орамның (катушканың) кедергісін табыңыз:

(а) кедергі: $R = U/I = 120 / 50 \times 10^{-3} = 120/0,05 = 12000/5 = 2400 \text{ Ом}$ немесе 2,4 кОм.

(б) кедергі: $R = U/I = 120 / 200 \times 10^{-6} = 120/0,0002 = 1200000/2 = 600000 \text{ Ом}$ немесе 600 кОм немесе 0,6 МОм.

13-есеп. Тығыздығы 400 мкВб ағын 40 мс ішінде 150 орамды индуктивті элемент арқылы өтеді. Орташа индукцияланған Э.Қ.К. мәнін табыңыз:

Ағын қайтадан қалпына келе алатындықтан ол + 400 мкВб-ден 400 мкВб-ге дейін өзгере алады, жалпы алғанда өзгерісі 800 мкВб-ге тең. Индукцияланған Э.Қ.К. мәні:

$$E = -N \frac{d\Phi}{dt} = -(150) \frac{800 \times 10^6}{40 \times 10^6} = - \frac{150 \times 800 \times 10^3}{40 \times 10^6} = -3 \text{ В}$$

Олай болса индукцияланған Э.Қ.К. орташа мәні $E = -3 \text{ В}$.

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Индуктивтілікке арналған қосымша есептер.

1. Орамның 200 орамасы бар, магнит ағыны 30 мВб 40 мс өзгереді, сондағы орам тудыратын Э.Қ.К. табыңыз.

[Жауабы: 150 В].

2. Егер орамдағы орам саны 300, магнит ағыны 12 мВб болса, кернеуі 25 В орам қанша Э.Қ.К. өндіреді? Ағынның өзгеріске ұшырау уақытын мс-пен есептеңіз.

[Жауабы: 144 мс].

3. 25 с ішінде 125 орамы бар орамнан 0,35 мВб магнит ағыны өтеді. Индукцияланған Э.Қ.К.-нің орташа мәнін анықтаңыз.

[Жауабы: – 3,5 В].

Сыйымдылық – элемент қысқышындағы кернеу мен сол элемент арқылы өтетін токтың оң бағытын үйлесімді етіп қабылдап алса, онда олардың арасында түзулік байланыстығы бар екенін көреміз.

$$i = C \frac{du_C}{dt}. \quad (1.19)$$

Конденсатор сыйымдылығы – ол конденсатордың электродтары арасындағы электр сыйымдылығы.

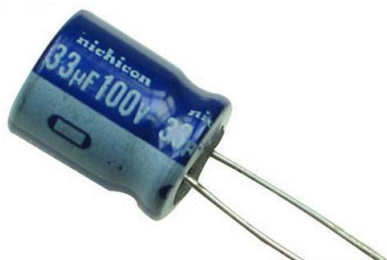
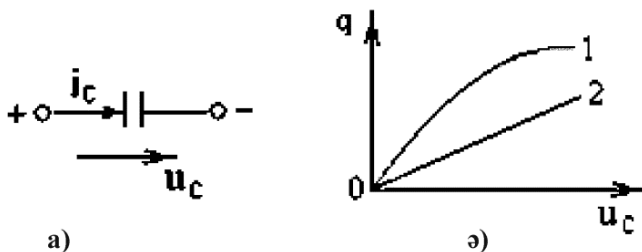
Сыйымдылық дегеніміз – электр тізбегінің идеалды элементі, онда электр өрісінің энергиясы жинақталып сақталатын қасиеті бар, сонымен бірге онда жинақталған электр энергиясы басқа энергия түріне өзгермейді, яғни элементтегі сыйымдылық уақыт бойынша өзгермейді және оған қосқан кернеудің мәніне, не болмаса оның кернеу таңбасының өзгеруіне тәуелді емес.

Сыйымдылықтың шартты графикалық бейнесі төмендегі суретте келтірілген.

Сыйымдылықтағы жинақталған зарядтың кернеуге тәуелділігі кулон-вольтты сипаттама деп аталады. Сыйымдылықтағы жинақталған заряд санының кернеуге тәуелділігі статикалық және динамикалық сыйымдылық мәндері арқылы бағаланады.

$$C_{ст} = q/u \text{ және } C_{дин} = dq/du. \quad (1.20)$$

Жалпы айтқанда, динамикалық сыйымдылық статикалық сыйымдылыққа тең болмайды және екі шама да сипаттаманың жұмыс нүктесіне тәуелді. Егер сыйымдылық мәні кернеуге тәуелді болмаса, онда оны сызықтылық сыйымдылығы дейміз (1.6, ә, 2-сурет). Сыйымдылық мәні кернеуге тәуелді болса, оны сызықты емес (1.6, ә, 1-сурет) деп атаймыз.



1.6-сурет. а) сыйымдылық элементі
 б) сыйымдылықтың вольт-амперлік сипаттамасы
 1 – Сызықты емес сипаттама; 2 – Сызықты сипаттама

Сыйымдылықтағы лездік қуат:

$$p_C = u_C i = u_C C du_C / dt. \quad (1.21)$$

Сыйымдылықта жиналған электр өрісінің энергиясы кез келген уақыт мезгілінде:

$$W_C = \int_{t_0}^t u_C i dt = \int_{t_0}^t u_C C \frac{du_C}{dt} dt = \frac{C u_C^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (1.22)$$

14-есеп. Сыйымдылығы 5 мкФ конденсатор пластиналары арасындағы потенциалдар айырымы 800 В-ке дейін зарядталған. Қанша уақытта конденсатор зарядсыздандудың орташа шамасын 2 мА дейін қамтамасыз ете алады?

$$C = 5 \text{ мкФ} = 5 \times 10^{-6} \text{ Ф}, U = 800 \text{ В және } I = 2 \text{ мА} = 2 \times 10^{-3} \text{ А}.$$

Ендеше $Q = CU = 5 \times 10^{-6} \times 800 = 4 \times 10^{-3} \text{ Кл}$.

Сонымен $Q = It$, Олай болса, $t = Q/I = 4 \times 10^{-3} / 2 \times 10^{-3} = 2 \text{ сек}$.

Сонымен конденсатор орташа алғанда 2 мА тоқты зарядсыздау үшін 2 сек уақыт жұмсайды.

15-есеп. (а) параллель, (б) тізбектей қосылған сыйымдылықтары 6 мкФ және 4 мкФ екі конденсаторлардың эквивалентті сыйымдылықтарын есептеңіздер.

(а) Параллель қосылған екі конденсатордың эквивалентті сыйымдылығы:

$$C = C_1 + C_2 = 6 \text{ мкФ} + 4 \text{ мкФ} = 10 \text{ мкФ}.$$

(б) Тізбектей қосылған екі конденсатордың сыйымдылығы:

$$C = C_1 \times C_2 / C_1 + C_2 = 6 \times 4 / 6 + 4 = 24 / 10 = 2.4 \text{ мкФ}.$$

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Конденсатор мен сыйымдылыққа арналған қосымша есептер.

1. Конденсаторға 250 В кернеу берілген, сонда 10 мкФ сыйымдылықтың зарядын табыңыз.

[Жауабы: 2,5 мКл].

2. Сыйымдылығы 1000 пФ конденсаторды 2 мксек ішінде зарядтау үшін қанша кернеу қажет, егер $I = 1 \text{ А}$ болса?

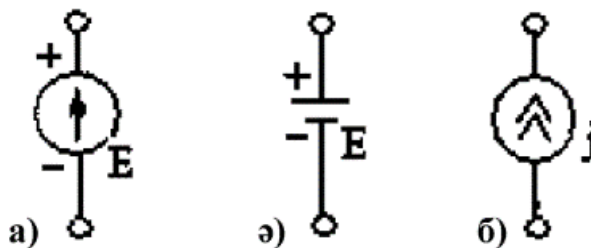
[Жауабы: 2 кВ].

3. Конденсатор пластиналарының заряды 6 мКл, егер олардың арасындағы потенциалдар айырымы 2,4 кВ болса, конденсатордың сыйымдылығы қандай?

[Жауабы: 2,5 нФ].

Энергия көздері үшін баламалы (эквивалентті) сұлбалар. Тәуелсіз энергия көзін нақты генераторлардың қасиеттерін дәріптеушілік тұрғыда қарасак, онда ол электр тізбегінің екі әртүрлі активті элементіне: кернеу көзіне және ток көзіне келтіріледі.

Электр энергиясы көзі бар электр тізбегін активті тізбек дейміз. Электр энергиясы көзі электр тізбегінде болмаса, онда оны пассивті тізбек деп атаймыз.



1.7-сурет. Идеалды кернеу, ток көздері

Кернеу көзіне жататын энергия көзі шығу қысқышындағы кернеудің сыртқы тізбек қасиеттеріне тәуелді болмайды. Сыртқы қысқыштарындағы кернеу энергия көзінен берілген кернеуі немесе оның жай кернеуі деп аталады. Кернеу көзі шарт бойынша график түрінде 1.7-суреттегі сияқты белгіленеді. Берілген кернеудің оң бағыты энергия көзінің оң таңбасы (+) бойынша анықталады.

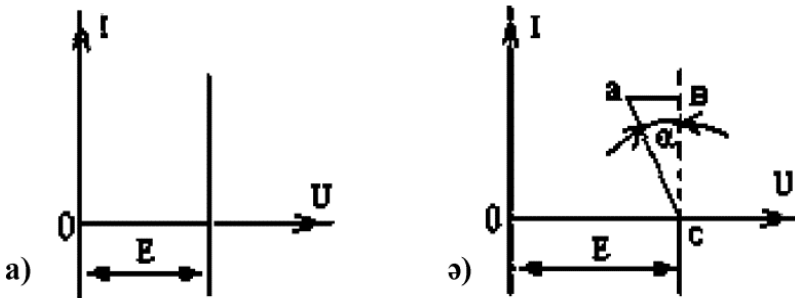
1.7, ә-суретте тұрақты кернеу көзі бейнеленген, онда $U=E=\text{const}$. Мысалы, аккумулятор қысқыштарының арасындағы кернеу кез келген жұмыс режимінде іс жүзінде өзгермейді. Кернеу көзі – ол ЭҚК-ін сипаттайтын электромагниттік энергия көзі және оның ішкі кедергісі $R_{\text{ішк}}$ тең (1.2, а-сурет).

Егер ЭҚК әсерімен тізбекте ток ағатын және оның ұлғаюына қарай қысқыштар арасындағы кернеу $U=E-IR_{iшк}$ болса, ЭҚК-нің $IR_{iшк}$ шамасына кемиді. Қысқыштардағы кернеудің идеалды және реалды энергия көздерінің токқа тәуелділігі 1.8 а, б-суреттерде келтірілген.

m_U – кернеу масштабы U өсі бойында, m_I – ток масштабы I өсі бойында алынған кез келген нүкте үшін (1.8, ә-сурет).

Сондықтан $tg\alpha$ ішкі кедергіге $R_{iшк}$ пропорционал болып келеді.

Егер кейбір энергия көздерінің ішкі кедергісі $R_{iшк} = 0$ болса, онда оның вольт-амперлік сипаттамасы 1.8, а-суреттегі түзу түрінде келтіріледі.



1.8-сурет. ЭҚК-нің вольтамперлік сипаттамасы
 $a.b.m_U = IR_{iшк}$, $b.c.m_I = I$, $tg\alpha = ab/bc = R_{iшк} m_I / m_U$

Егер энергия көзінің ЭҚК-ін және оның ішкі кедергісін шексіздікке дейін ұлғайтса, онда «С» нүктесі 1.8, ә-суреттегі абсцисса өсі бойымен шексіздікке ығысады, α бұрышы 90° -қа ұмтылады. Осындай энергия көзі ток көзі деп саналады (1.7, б-сурет). Электромагнитті энергия көзі деп ондағы ток пен ішкі өткізгіштік сипаттамасын айтамыз.

Идеалды ток көзі тогы жалғанған жүктеме кедергісіне тәуелді емес, ал оның ЭҚК E_{um} және ішкі кедергісі R_{um} шексіздікке тең. Екі шексіз үлкен шаманың қатынасы E_{um}/R_{um} шекті шамаға тең. Энергия көзі 1.9, а, ә-суреттердегі екі балама сұлба түрінің біреуі ретінде берілуі мүмкін. Осы мүмкіншілікті (ток көзі сұлбасы және вольт-амперлік сипаттамасы) дәлелдеу

үшін немесе 1.3, а-суреттен 1.9, а, ә-суретке ауысу үшін (1.2), теңдіктің оң және сол жағын R кедергіге бөлсек, онда

$$E / R_{iшк} = I + U / R_{iшк} = I + g_{iшк} U, \quad (1.23)$$

немесе

$$J = I_r = I + I_{iшк}. \quad (1.24)$$

Мұндағы $g_{iшк} = 1/R_{iшк}$ энергия көзінің ішкі өткізгіштігі, $J = E/R_{iшк}$ ток көзі (энергия көзінің қысқа тұйық режиміндегі ток) тогы.

$I_{iшк} = U / R_{iшк}$ кейбір ток энергия қысқышындағы кернеудің оның ішкі кедергісінің қатынасына тең.

$I = U/R = gU$ қабылдағыштағы ток – $g = 1/R$ қабылдағыш өткізгіштігі.

Энергия көзінің бір түрінен басқа түріне ауысуына (1.23, 1.24) теңдіктері пайдаланылады.

Электр тізбектерінің кейбір бөліктерінің кернеуі деп сол бөліктің екі шеткі нүктелеріндегі потенциалдар айырымын айтамыз. 1.9, ә-суреттегі «ав» бөлігіндегі ток «а» нүктесінен «в» нүктесіне бағытталған.

Тізбектің ЭҚК жоқ бөлігіндегі ток потенциалы неғұрлым жоғары нүктеден солғұрлым төмен потенциалды нүктеге қарай ағады. Яғни «а» нүктесіндегі потенциал «в» нүктесіндегі потенциалға қарағанда, ток пен кедергі көбейтіндісінің шамасынан жоғары.

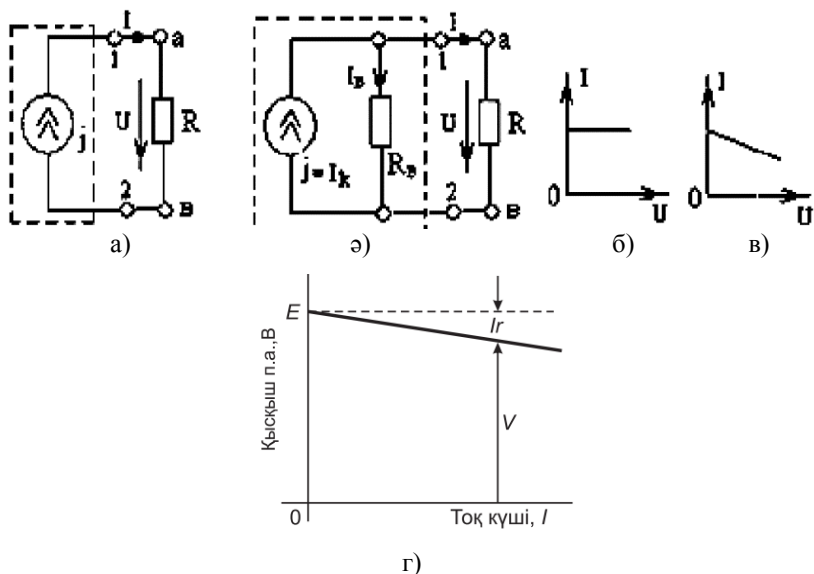
$$u_a = u_b + IR. \quad (1.25)$$

Анықтама бойынша екі нүкте арасындағы кернеу

$$U_{ав} = \varphi_a - \varphi_b = IR. \quad (1.26)$$

Кедергі қысқыштарының арасындағы потенциалдар айырымын кернеудің түсуі дейміз. Кернеудің түсуінің оң бағыты осы кедергі арқылы өтетін токтың оң бағытымен бірдей болады.

1.9, б, в-суретте идеалды және реалды ток көздерінің вольтамперлік сипаттамалары келтірілген.



1.9-сурет. Идеалды және реалды ток көзі бар сұлбалар және олардың вольтамперлік сипаттамалары

Элементтің немесе ток көзінің Э.Қ.К. E -ге тең болса, жүктелмеген кездегі қысымштардың арасындағы потенциалдар айырымы болғандықтан, 1.9, г-суретте көрсеткендей үзілме сызықпен беріледі.

Батарея дегеніміз – бір элементтен артық комбинациялар. Батареяда элементтер тізбектей де қатарласа да қосыла алады. Тізбектеп қосылған элементтер үшін: Батарея элементтерінің жалпы Э.Қ.К-і барлық элементтер Э.Қ.К.-нің қосындысына тең болады; Жалпы ішкі кедергі r барлық элементтің ішкі кедергілерінің қосындысынан тұрады.

Параллель қосылған элементтер үшін олардың ішкі кедергілері бірдей болса, онда әрбір элементтің Э.Қ.К. бірдей, сондықтан жалпы э.қ.к. бір Э.Қ.К-пен сипатталады.

16-есеп. Егер әрбір элементтің ішкі кедергісі $0,2 \text{ Ом}$, ал э.қ.к $2,2 \text{ В}$ болса, онда сегіз элементтен құралған батарея үшін (а) тізбектеп қосқанда, (б) параллель қосқанда жалпы э.қ.к. мен

жалпы ішкі кедергісін есептеңіздер: (а) Элементтер тізбектеп қосылғанда жалпы э.қ.к. 8 элементтің э.қ.к.-нің қосындысына = $2,2 \times 8 = 17,6 \text{ В}$.

Жалпы ішкі кедергі 8 элементтің ішкі кедергілерінің қосындысы: $0,2 \times 8 = 1,6 \text{ Ом}$.

(b) Барлық сегіз элементтер параллель қосылғанда: Жалпы э.қ.к. тең бір элементтің электр қозғаушы күшіне $2,2 \text{ В}$. 8 элементтің жалпы ішкі кедергісі тең $1/8$ бір элементтің ішкі кедергісіне көбейткенге $1/8 \times 0,2 = 0,025 \text{ Ом}$.

17-есеп. Элементтің ішкі кедергісі $0,02 \text{ Ом}$, э.қ.к. $2,0 \text{ В}$. Клемма арасындағы потенциал айырымын есептеңіз, егер оған (а) 5 А , (b) 50 А ток берілсе.

(а) Потенциалдар айырымы $U = E - Ir$, мұндағы, элементтің қысқыштар арасындағы E – э.қ.к., I – ток күші берілген, r – элементтің ішкі кедергісі. $E = 2,0 \text{ В}$, $I = 5 \text{ А}$ және $r = 0,02 \text{ Ом}$. Олай болса, қысқыштардың арасындағы потенциалдар айырымы $U = E - Ir = 2,0 - 5 \times (0,02) = 1,9 \text{ В}$.

(b) Егер 50 А болса, қысқыштардағы потенциалдар айырымы: $U = 2,0 - 1,0 = 1,0 \text{ В}$ Сонымен қысқыштардағы потенциалдар айырымы азаяды, ал ток ұлғаяды.

18-есеп. Жүктелмеген жағдайда батареяның қысқыштарының потенциалдар айырымы 25 В , егер 10 А жүктеме қосса батареяның ішкі кедергісі қандай? Жүктелмеген батарея үшін оның э.қ.к. – E , қысқыштарының потенциалдар айырымына эквивалентті, олай болса $E = 25 \text{ В}$.

$I = 10 \text{ А}$ болғанда қысқыштардағы потенциалдар айырымы $U = 24 \text{ В}$,

сонда: $U = E - Ir$ яғни $24 = 25 - (10) r$.

Осы өрнектен ішкі кедергіні табу үшін оны түрлендіреміз: $10 r = 25 - 24 = 1$, сонда ішкі кедергі: $r = 1/10 = 0,1 \text{ Ом}$.

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Элементтің э.қ.к. мен ішкі кедергілеріне қосымша есептер.

1. Он екі элемент, әрқайсысының ішкі кедергісі $0,24 \text{ Ом}$ және э.қ.к. $1,5 \text{ В}$ (а) тізбектеп қосылған (b) параллель қосылған

осы батареяның жалпы э.қ.к. мен жалпы ішкі кедергісін табыңыз.

[Жауабы: (a) 18В, 2,88Ом, (b) 1,5В, 0,02Ом]

2. Элементтің ішкі кедергісі 0,03 Ом, э.қ.к 2,2 В. Қысқыштардағы потенциалдар айырымын есептеңіз, егер тізбекке келесі ток күштері берілсе: (a) 1 А; (b) 20 А; (c) 50 А.

[Жауабы: (a) 2,17В, (b) 1,6В, (c) 0,7В]

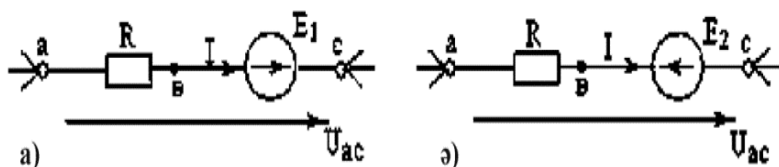
3. Жүктелмеген батареяның қысқыштарындағы потенциалдар айырымы 16 В және 8 А, жүктеме батареяға тіркелсе оның ішкі кедергісі қандай болады?

[Жауабы: 0,25 Ом]

1.2. Ом заңы

ЭҚК және кедергіден тұратын тұрақты тізбек бөлігін қарастырайық: 1.10, а,-сурет.

ә-суретінде осындай тізбек бөліктері және олар арқылы ағатын ток бағыттары көрсетілген.



1.10-сурет. Тізбектегі тармақ бөліктері

«a» мен «с» нүктелері арасындағы потенциалдар айырымын табайық.

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c.$$

«a» нүктесінің потенциалын «с» арқылы белгілейік. 1.10, а-суретте «с» нүктесінен «в» нүктесіне жылжығанда, біз ЭҚК-нің бағытына қарсы жүреміз, сондықтан «в» нүктесіндегі потенциал «с» нүктесіне қарағанда, ЭҚК-нің E шамасына кем немесе

$$\varphi_{\varepsilon} = \varphi_c - E_1.$$

1.10, ә-суретте «с» нүктесінен «в» нүктесіне жылжығанда, біз ЭҚК-нің бағытымен жүреміз, сондықтан «в» нүктесінде потенциал «с» нүктесіне қарағанда, ЭҚК-нің E шамасына көп немесе

$$\varphi_{\varepsilon} = \varphi_c + E_2.$$

1.10, а ә-суреттерде тізбектің ЭҚК-і жоқ бөлігінде «а» нүктесінің потенциалы «в» нүктесінің потенциалына қарағанда, R кедергідегі кернеудің төмендеу шамасына артық

$$\varphi_a = \varphi_{\varepsilon} + IR.$$

1.10, а-сурет үшін $\varphi_a = \varphi_c - E_1 + IR$, немесе

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = IR - E_1 \quad (1.27)$$

1.10, ә-сурет үшін $\varphi_a = \varphi_c + E_2 + IR$, немесе

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = IR + E_2. \quad (1.28)$$

Кернеудің оң бағыты сұлбаларда меңзер арқылы көрсетіледі. Оның бағыты кернеу индексінің бірінші әрпінен екінші әрпіне қарай бағытталған. Біздің мысалда кернеудің оң бағытын U_{ac} меңзер арқылы көрсетсек, «а» дан «с»-ға қарай бағытталады.

1.9, ә-суреттегі «ав» тізбек бөлігін пайдалана отырып, келесі формулалардың түрленуін жазуға болады.

$$U_{av} = IR; \quad I = \frac{U_{av}}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_{\varepsilon}}{R}. \quad (1.29)$$

1.10-сурет бойынша (1.29) теңдіктен ЭҚК-і бар тізбектер бөлігіне арналған Ом заңын былай жазамыз:

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_c + E_1}{R} = \frac{U_{ac} + E_1}{R}, \quad (1.30)$$

$$(1.29) \text{ теңдіктен } I = \frac{\varphi_a - \varphi_c - E_2}{R} = \frac{U_{ac} - E_2}{R}.$$

Жалпы жағдайда

$$I = \frac{U_{ac} \pm E}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_c \pm E}{R}. \quad (1.31)$$

ЭҚК-і бағыты оң токпен бағыттас болса (1.31), формулаға ол оң таңбамен жазылады, ал ЭҚК-і бағыты оң ток бағытымен қарама-қарсы келсе, онда формулаға ЭҚК-і минус (теріс) таңбамен жазылады. Кейбір жеке жағдайларда $E=0$ болғанда, (1.30) теңдік (1.31) теңдікке өзгереді.

19-есеп. Резистор арқылы өтетін ток 0,8 А, потенциалдар айырымы 200 В болғандағы кедергінің мәнін табыңыз.

Кедергі Ом заңы бойынша: $R = U/I = 200/0,8 = 250 \text{ Ом}$.

20-есеп. Кедергісі 2 кОм резистордан 10 мА тұрақты ток ағу үшін қандай потенциалдар айырымы қажет?

Кедергі: $R = 2 \text{ кОм} = 2 \times 10^3 = 2000 \text{ Ом}$.

Ток күші: $I = 10 \text{ мА} = 10 \times 10^{-3} = 0,01 \text{ А}$. Ом заңына сай потенциалдар айырымы мынаған тең:

$$U = IR = 0,01 \times 2000 = 20 \text{ В}.$$

21-есеп. Орам бойымен 50 мА ток өтеді және оған 12 В кернеу беріледі, сондағы орамның кедергісін табыңыз.

Кедергі мынаған тең:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{12}{50 \times 10^{-3}} = \frac{12 \times 10^3}{50} = \frac{12000}{50} = 240 \text{ Ом}.$$

Ом заңына қосымша есептер.

1. Жылытқыш элементтен өтетін ток күші 5 А, потенциалдар айырымы 35 В-қа жеткен кезде оның кедергісі қандай болады?

[Жауабы: 7 Ом]

2. 600 Вт электр шамы 240 А ток көзіне жалғасқан (а) шамның ток күшін және (б) шамның кедергісін есептеңіздер.

[Жауабы: (а) 0,25 А, (б) 960 Ом]

3. Егер резистордың кедергісі 5 кОм, ал ток күші 6 мА болса, онда оның потенциалдар айырымы қандай болғаны?

[Жауабы: 30 В]

Баламалы кедергілер

Кедергілердің бірізді жалғануы. Бірнеше кедергі бірізді жалғанған кезде олар арқылы бір ғана ток өтеді, сондықтан бір ғана тармақ пайда болады және оны кедергілердің бірізді (тізбекті) жалғануы деп атайды.

Ом заңы бойынша кедергілердегі кернеулер немесе кернеу түсулері келесі өрнек бойынша анықталады:

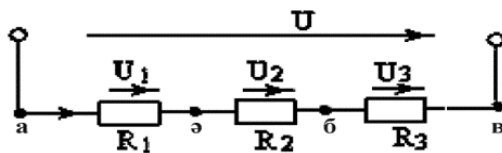
$$U_1=R_1I, U_2=R_2I, U_3=R_3I. \quad (1.32)$$

Осыдан $U_1: U_2: U_3=R_1: R_2: R_3$.

Демек, бірізді жалғанған кедергілердегі кернеулердің түсуі кедергілердің шамасына пропорционал.

Кедергілердегі кернеулерді олардың қысқыштарындағы потенциалдар айырымы арқылы көрсетуге болады, яғни

$$U_1 = \varphi_a - \varphi_а; U_2 = \varphi_а - \varphi_б; U_3 = \varphi_б - \varphi_в.$$



1.11-сурет. Кедергілердің бірізді жалғануы

Бірізді жалғанған кедергілердегі кернеу түсулерінің қосындысы тізбек қысқыштарындағы кернеуге тең:

$$U_1 + U_2 + U_3 = U. \quad (1.33)$$

Бірізді жалғанған кедергілерді бір эквивалентті (жалпы) кедергімен ауыстырады. Оның шамасы тізбек қысқыштарындағы кернеу өзгеріссіз болған кезде тізбектегі тоқты өзгертпейтіндей болуға тиіс. Өткен формуланың екі жағын да токқа бөлсек, алатынымыз:

$$(U_1 + U_2 + U_3) / I = U / I = R_1 + R_2 + R_3 = R_{\Sigma}. \quad (1.34)$$

Бірізді жалғанған кедергілердің баламалы кедергісі сол кедергілердің қосындысына тең: $R_{\Sigma} = \sum_{k=1}^n R_k$.

Кедергілерді I^2 -қа көбейтетін болсақ $R_1 I^2 + R_2 I^2 + R_3 I^2 = R_{\Sigma} I^2$, яғни жалпы кедергідегі пайдаланылған қуат бірізді жалғанған барлық кедергілердегі пайдаланылған қуаттардың қосындысына тең. Барлық кедергілер арқылы бір ғана ток өтетін болғандықтан, жеке телімдегі қуат олардың кедергілеріне пропорционал:

$$P_1 : P_2 : P_3 = R_1 : R_2 : R_3. \quad (1.35)$$

22-есеп. Кедергілердің тізбектей жалғануы тізбектің кедергілері $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, ал жалпы кернеуі $U = 20 \text{ В}$. Жалпы тізбек бойындағы тоқты (I) және кедергілерге түсетін кернеуді (U_1 және U_2) табыңыз.

Есептің шешуі:

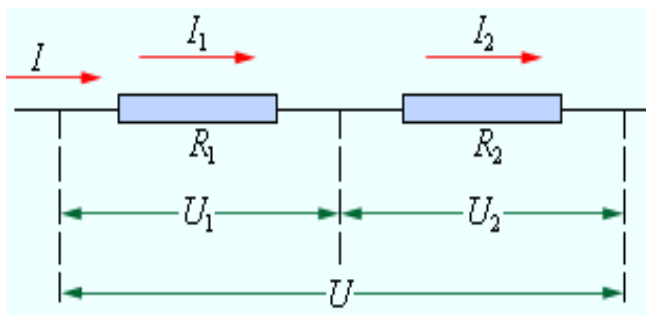
Тізбектің жалпы кедергісі

$$R_{\Sigma} = R_1 + R_2 = 2 + 3 = 5 \text{ Ом}$$

Тізбек бойынан өтетін ток

$$I = \frac{U}{R_{\Sigma}} = \frac{20}{5} = 4 \text{ А.}$$

Қабылдағыштар тізбектей жалғанған жағдайда олардың бойынан өтетін ток күші өзара тең болады.



1.12-сурет. Екі кедергінің бірізді жалғануы

$$I = I_1 = I_2 = 4 \text{ A}$$

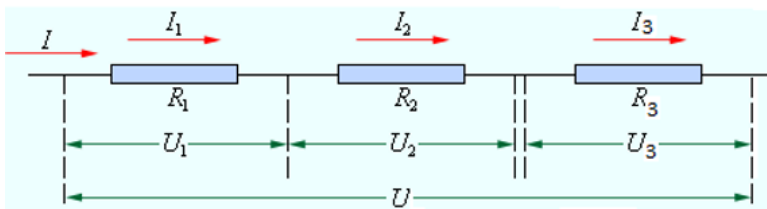
Ал сәйкесінше ток күші қабылдағыштардан өткен жағдайда тізбек бойында кернеудің түсуі пайда болады

$$U_1 = I \cdot R_1 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ B};$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ B};$$

$$U = I \cdot (R_1 + R_2) = I \cdot R_{\text{ж}} = U_1 + U_2 = 8 + 12 = 20 \text{ B}.$$

23-есеп. Кедергілердің тізбектей жалғануы тізбектің кедергілері $R_1=2 \text{ Ом}$, $R_2=2 \text{ Ом}$, $R_3=4 \text{ Ом}$, ал жалпы кернеуі $U=40 \text{ В}$. Анықтау керек: Тізбек бойынан өтетін жалпы тоқты (I), Активті қуаттарды (P_1 , P_2 , P_3). Қуаттар тепе-теңдігін (балансын) құру керек.



1.13-сурет. Үш кедергінің бірізді жалғануы

Есептің шешуі:

1. Тізбектің жалпы кедергісі

$$R_{\text{ж}} = R_1 + R_2 + R_3 = 2 + 2 + 4 = 8 \text{ Ом}$$

$$I = \frac{U}{R_{\text{ж}}} = \frac{40}{8} = 5 \text{ А}$$

Қорек көзінен (генератордан) берілетін қуат

$$P_{\text{Г}} = U \cdot I = 40 \cdot 5 = 200 \text{ Вт}$$

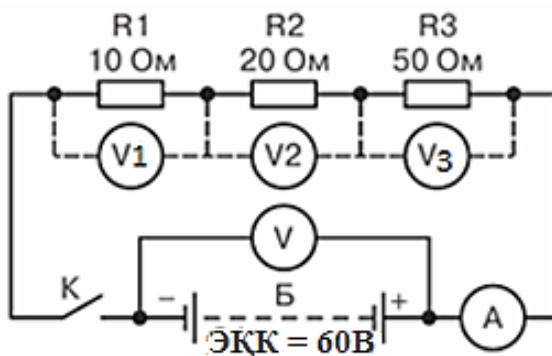
Қабылдағыштарға жұмсалған активті қуаттар

$$P_{\text{к1}} = I^2 \cdot R_1 = 5^2 \cdot 2 = 50 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{к2}} = I^2 \cdot R_2 = 5^2 \cdot 2 = 50 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{к3}} = I^2 \cdot R_3 = 5^2 \cdot 4 = 100 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{қж}} = \frac{U^2}{R_{\text{ж}}} = P_{\text{к1}} + P_{\text{к2}} + P_{\text{к3}} = 50 + 50 + 100 = 200 \text{ Вт}.$$



1.14-сурет. Тізбектей жалғанған қарапайым электр тізбегі

Қуаттар тепе-теңдігі

$$P_r = P_k = 200 \text{ Вт.}$$

24-есеп. Кедергілердің тізбектей жалғануы тізбектің кедергілері $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 50 \text{ Ом}$, ал ЭҚК-нің кернеуі $E = 60 \text{ В}$. Анықтау керек: аспаптардың (амперметр мен вольтметр) көрсеткішін.

Есептің шешуі:

Тізбектің жалпы кедергісі

$$R_{\text{ж}} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 50 = 80 \text{ Ом.}$$

Тізбек бойында жүріп жатқан ток күші (амперметрдің көрсеткіші)

$$I = \frac{E}{R_{\text{ж}}} = \frac{60}{80} = 0,75 \text{ А.}$$

Қабылдағыштарға түсетін кернеулер (вольтметрдің көрсеткіштері)

$$U_1 = I \cdot R_1 = 0,75 \cdot 10 = 7,5 \text{ В;}$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 0,75 \cdot 20 = 15 \text{ В;}$$

$$U_3 = I \cdot R_3 = 0,75 \cdot 50 = 37,5 \text{ В;}$$

Қорек көзінің кернеуі

$$\begin{aligned} U &= I \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = I \cdot R_{\text{ж}} = U_1 + U_2 + U_3 \\ &= 7,5 + 15 + 37,5 = 60 \text{ В} \end{aligned}$$

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Тізбектей жалғауға қосымша есептер:

1. 5 В, 7 В және 10 В тізбектей қосылған үш резисторлардың потенциал айырымдары өлшенді. Олар 2 А ток көзіне жалғанған. Анықтаңыз: (а) қоректендіру көзінің кернеуін, (б) тізбектің жалпы кедергісін, (с) үш резистордың кедергілерін.

[Жауабы: а) 22 В, б) 11 Ом, с) 2,5 Ом, 3,5 Ом, 5 Ом]

2. Екі резистор тізбектей қосылған, қорек көзінің кернеуі 18 В, тізбектен 5 А ток өтеді. Егер бір резистордың кедергісі 2,4 Ом болса, анықтау керек: (а) екінші резистордың кедергісін, (б) кедергісі 2,4 Ом резистордың потенциалдар айырымын.

[Жауабы: а) 12В, б)1,2 Ом]

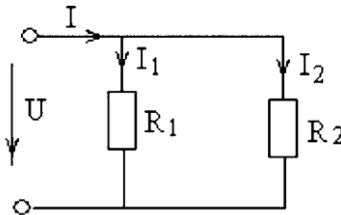
3. Доғалық шамның кернеуі 55 В, ток күші 9,6 А. Қорек көзінің кернеуі 120 В. Тізбектеп қосылған тұрақтандырушы резистордың кедергісінің мағынасын есептеңіз.

[Жауабы: 6,77 Ом]

Кедергілердің параллель жалғануы. Егер тізбектің екі түйін арасында бірнеше кедергі параллель жалғанған болса, олардың әрқайсысына бірдей кернеу беріледі, сонда Ом заңы бойынша әр кедергідегі (тармақтағы) ток:

$I_1 = U / R_1 = U g_1$; $I_2 = U / R_2 = U g_2$ болады, осыдан

$I_1 : I_2 = g_1 : g_2 = 1 / R_1 : 1 / R_2$ келіп шығады.



1.15-сурет. Екі кедергінің параллель жалғануы

Яғни тармақтардағы токтардың таралуы тармақтардың өткізгіштіктеріне тура пропорционал немесе олардың кедергілеріне кері пропорционал. n параллель жалғанған кедергілерден тұратын тізбектің балама кедергісі келесі формуламен анықталады:

$$\frac{1}{R_{\Sigma}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad \text{немесе} \quad g_{\Sigma} = \sum_{k=1}^n g_k; \quad R_{\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Екі параллель жалғанған кедергінің әрқайсысындағы ток тізбектің тармақталмаған бөлігіндегі ток арқылы да есептеледі:

$$I = \frac{U}{R_3}; \quad I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ немесе}$$

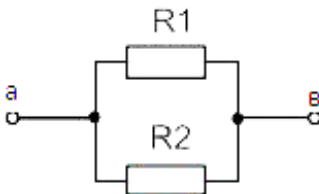
$$I_1 = I \frac{g_1}{g_1 + g_2}; \quad I_2 = I \frac{g_2}{g_1 + g_2}.$$

Тармақталған тізбектерінің қуаттары:

$$U^2 g_1 + U^2 g_2 + \dots = U^2 g_3 \text{ немесе } P_1 + P_2 + P_3 + \dots = P.$$

Сонымен тармақталған тізбектің қуаты барлық тармақтардағы қуаттардың қосындысына тең.

25-есеп. Кедергілердің параллель жалғануы. Қабылдағыштың кедергілері $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, тізбекке беріліп тұрған кернеу $U_{ав} = 20 \text{ В}$. Анықтау керек: 1) қабылдағыштардан өтетін токтарды (I_1 және I_2); 2) қабылдағыштарға жұмсалған активті қуаттарды ($P_{к1}$ және $P_{к2}$).



1.16-сурет. Параллель жалғанған электр тізбегі

Есептің шешуі:

Бірінші қабылдағыштан өтетін ток күші (I_1)

$$I_1 = \frac{U_{ав}}{R_1} = \frac{20}{8} = 2,5 \text{ А.}$$

Екінші қабылдағыштан өтетін ток күші (I_2)

$$I_2 = \frac{U_{ав}}{R_2} = \frac{20}{4} = 5 \text{ А.}$$

Тізбектің жалпы кедергісі

$$R_{\text{ж}} = R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8 \cdot 4}{8 + 4} = \frac{32}{12} = 2,666 \text{ Ом.}$$

Тізбектің жалпы тогы

$$I = \frac{U_{\text{ав}}}{R_{\text{ж}}} = \frac{20}{2,666} = 7,5 \text{ А.}$$

Қабылдағыштарға жұмсалған активті қуаттар

$$P_{\text{к1}} = I_1^2 \cdot R_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{20^2}{8} = 50 \text{ Вт.}$$

$$P_{\text{к2}} = I_2^2 \cdot R_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{20^2}{4} = 100 \text{ Вт.}$$

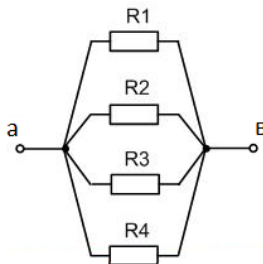
$$P_{\text{қж}} = \frac{U^2}{R_{\text{ж}}} = P_{\text{к1}} + P_{\text{к2}} = 50 + 100 = 150 \text{ Вт.}$$

26-есеп. Тізбектегі қабылдағыштың кедергілері $R_1 = 200 \text{ Ом}$, $R_2 = 100 \text{ Ом}$, $R_3 = 51 \text{ Ом}$, $R_4 = 39 \text{ Ом}$, ал тізбекке беріліп отырылған жалпы кернеу $U_{\text{ав}} = 100 \text{ В}$. Анықтау керек :

- 1) қабылдағыштардан өтетін токтарды (I_1 және I_2);
- 2) қабылдағыштарға жұмсалған активті қуаттарды ($P_{\text{к1}}$, $P_{\text{к2}}$, $P_{\text{к3}}$ және $P_{\text{к4}}$).

Есептің шешуі: Алдымен тізбектің өткізгіштігін анықтап алайық.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = 0,005 + 0,01 + 0,0196 + 0,0256 \\ &= 0,06024 \frac{1}{\text{Ом}}. \end{aligned}$$



1.17-сурет. Параллель жалғанған электр тізбегі

Кедергі өткізгіштікке кері шама болғандықтан оны былай анықтаймыз.

$$R_{\text{ж}} = \frac{1}{0,06024} = 16,6 \text{ Ом.}$$

Тізбектің жалпы тогын Ом заңы бойынша былай анықтауға болады.

$$I = \frac{U_{\text{аб}}}{R_{\text{ж}}} = \frac{100}{16,6} = 6,024 \text{ А.}$$

Ал тармақтардағы әр қабылдағышқа түсетін токтарды жеке-жеке былай анықтаймыз.

Бірінші қабылдағыштан өтетін ток күші (I_1)

$$I_1 = \frac{U_{\text{аб}}}{R_1} = \frac{100}{200} = 0,5 \text{ А.}$$

Екінші қабылдағыштан өтетін ток күші (I_2)

$$I_2 = \frac{U_{\text{аб}}}{R_2} = \frac{100}{100} = 1 \text{ А.}$$

Үшінші қабылдағыштан өтетін ток күші (I_3)

$$I_3 = \frac{U_{\text{аб}}}{R_3} = \frac{100}{51} = 1,96 \text{ А.}$$

Төртінші қабылдағыштан өтетін ток күші (I_4)

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_4} = \frac{100}{39} = 2,56A.$$

Қабылдағыштарға жұмсалған активті қуаттар

$$P_{\kappa 1} = I_1^2 \cdot R_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{100^2}{200} = 50Bт;$$

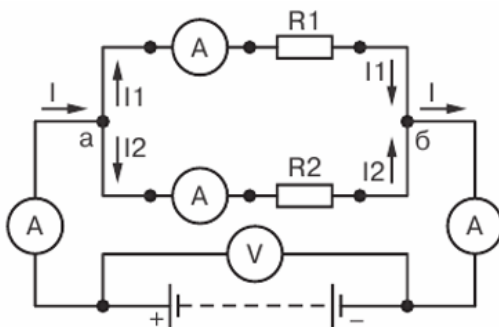
$$P_{\kappa 2} = I_2^2 \cdot R_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{100^2}{100} = 100Bт;$$

$$P_{\kappa 3} = I_3^2 \cdot R_3 = \frac{U^2}{R_3} = \frac{100^2}{51} = 195,9Bт;$$

$$P_{\kappa 4} = I_4^2 \cdot R_4 = \frac{U^2}{R_4} = \frac{100^2}{39} = 256,4Bт;$$

$$P_{\kappa ж} = \frac{U^2}{R_{\kappa ж}} = P_{\kappa 1} + P_{\kappa 2} + P_{\kappa 3} + P_{\kappa 4} = 50 + 100 + 195,9 + 256,4 = 602,3Bт.$$

27-есеп. Тізбектегі қабылдағыштың кедергілері $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, ал кернеу $U_{ab} = 100B$. Анықтау керек:
1) амперметрлердің көрсеткіштерін (I_1 және I_2);
2) қабылдағыштарға жұмсалған активті қуаттарды ($P_{\kappa 1}$ және $P_{\kappa 2}$).



1.18-сурет. Параллель жалғанған электр тізбегі

Есептің шешуі:

Бірінші қабылдағыштан өтетін ток күші (I_1)

$$I_1 = \frac{U_{аб}}{R_1} = \frac{100}{20} = 5A.$$

Екінші қабылдағыштан өтетін ток күші (I_2)

$$I_2 = \frac{U_{аб}}{R_2} = \frac{100}{10} = 10A.$$

Тізбектің жалпы кедергісі

$$R_{ж} = R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = \frac{200}{30} = 6,666 \text{ Ом}.$$

Тізбектің жалпы тогы

$$I = \frac{U_{аб}}{R_{ж}} = \frac{100}{6,666} = 15A.$$

Қабылдағыштарға жұмсалған активті қуаттар

$$P_{к1} = I_1^2 \cdot R_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{100^2}{20} = 500 \text{ Вт}.$$

$$P_{к2} = I_2^2 \cdot R_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{100^2}{10} = 1000 \text{ Вт}.$$

$$P_{қж} = \frac{U^2}{R_{ж}} = P_{к1} + P_{к2} = 500 + 1000 = 1500 \text{ Вт}.$$

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Параллель жалғанған электр тізбегіне арналған қосымша есептер.

1. Кернеуі 9 В батареяға 4 Ом және 12 Ом кедергілері параллель қосылған. Анықтау керек: (а) тізбектің эквивалентті кедергісін, (б) ток көзінің күшін, (с) әрбір резистордан өтетін ток күшін.

[Жауабы: а) 3Ом, б)3А, с)2,25А, 0,75А]

2. 20 Ом және 30 Ом резисторлар параллель жалғанған. Жалпы кедергі 10 Ом болу үшін тізбектей жалғау үшін қанша кедергі қосымша жалғану керек? Егер толық сызбаның жұмсайтын қуаты 0,36 кВт болса, осы тізбек арқылы өтетін жалпы ток қандай?

[Жауабы: 2,5 Ом, 6 А]

3. 2,4 Ом резистор 3,2 Ом резистормен тізбектей қосылған. 2,4 Ом резисторға қандай қосымша кедергі қосылуы тиіс, егер тізбектің жалпы кедергісі 5 Ом болса.

[Жауабы: 7,2 Ом]

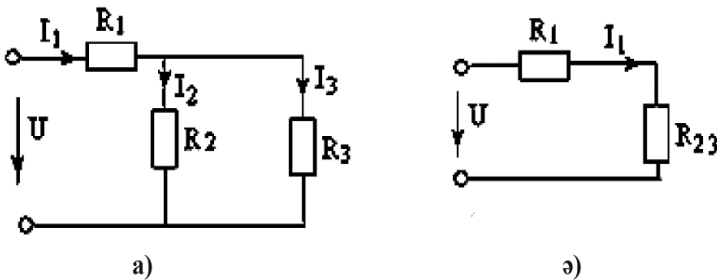
3. Кедергілердің аралас жалғануы. Аралас жалғану – ол бірізді және параллель жалғанған кедергілердің тіркестері.

Тізбектерді есептеу кезінде аралас жалғанған кедергілерді біртіндеп қарапайым сұлбаға келтіру әдістері пайдаланылады. Тізбектің тармақталған бөлігіндегі өткізгіштер (1.19, ә-сурет):

$$g_{23} = g_2 + g_3 = 1/R_2 + 1/R_3 = (R_2 + R_3)/R_2 R_3.$$

Бұл телімдегі балама кедергі:

$$R_{23} = 1/g_{23} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3).$$



1.19-сурет. а) кедергілердің аралас жалғануы
ә) қарапайым сұлбаға келтірілуі

Тізбектегі балама кедергі:

$$R_{\delta K} = R_1 + R_{23} = R_1 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3).$$

Тармақталмаған бөлігіндегі ток:

$$I_1 = U / R_{\text{бк}} = U [R_1 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3)].$$

Басқа параллель жалғанған кедергілердегі токтарды табу үшін, сол кедергілер қысқыштарындағы кернеуді табу керек:

$$U_{23} = I_1 R_{23} = I_1 R_2 R_3 / (R_2 + R_3) \text{ немесе } U_{23} = U - I_1 R_1.$$

Параллель тармақтардағы токтар:

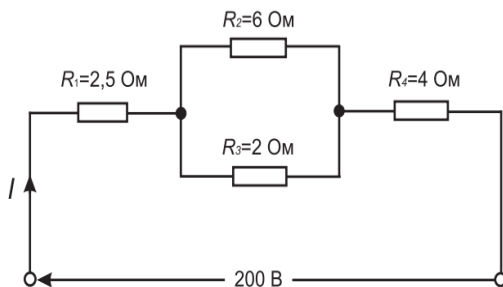
$$I_2 = U_{23} / R_2, \quad I_3 = U_{23} / R_3.$$

28-есеп. Төмендегі суретте аралас тізбек, яғни параллель және тізбектей қосылған сызба келтірілген. Табу керек: (а) қоректендіру көзінің ток күшін, (б) әрбір резистордан өтетін токтарды, (с) әрбір резистордың ұштарындағы потенциалдар айырымын. (а) Эквивалентті R_x кедергісі R_1 мен R_2 кедергілерімен параллель қосылғанда мынаған тең:

$$R_x = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3} = 6 \times 2 / 6 + 2 = 1,5 \text{ Ом}.$$

Эквивалентті R_T кедергісі R_1 , R_x және R_4 кедергілерімен тізбекті жалғанғанда:

$$R_T = R_1 + R_x + R_4 = 2,5 + 1,5 + 4 = 8 \text{ Ом}.$$



1.20-сурет. Аралас жалғанған электр тізбегі

Қоректендіру көзінің ток күші:

$$I = U/R_T = 200/8 = 25 \text{ A.}$$

(b) R_1 мен R_4 арқылы өтетін ток күші 25 А. R_2 арқылы өтетін ток:

$$I_2 = (R_3/(R_2+R_3)) \times I = (2/(6+2)) \times 25 = 6,25 \text{ A}$$

Сөйтіп, R_2 арқылы өтетін ток күші 6,25 А

R_3 арқылы өтетін ток күші:

$$I_3 = (R_2/(R_2+R_3)) \times I = (6/(6+2)) \times 25 = 18,75 \text{ A.}$$

Сөйтіп, R_3 арқылы өтетін ток күші 18,75 А.

(Айта кету керек R_2 мен R_3 арқылы өтетін 18,75 А тоқты параллель жалғанғанда өтетін 25 А толық токқа дейін жеткенше 6,25 А тоқты қосу қажет).

(с) төменде эквивалентті тізбек келтірілген R_1 резисторының ұшындағы потенциалдар айырымы, яғни

$$U_1 = IR_1 = 25 \times 2,5 = 62,5 \text{ В.}$$

R_x резисторының ұшындағы потенциалдар айырымы, яғни

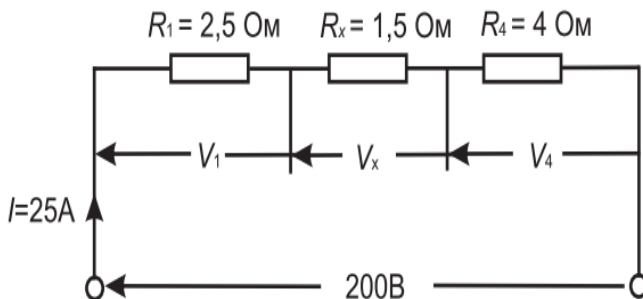
$$U_x = IR_x = 25 \times 1,5 = 37,5 \text{ В.}$$

R_4 резисторының ұшындағы потенциалдар айырымы, яғни

$$U_4 = IR_4 = 25 \times 4 = 100 \text{ В.}$$

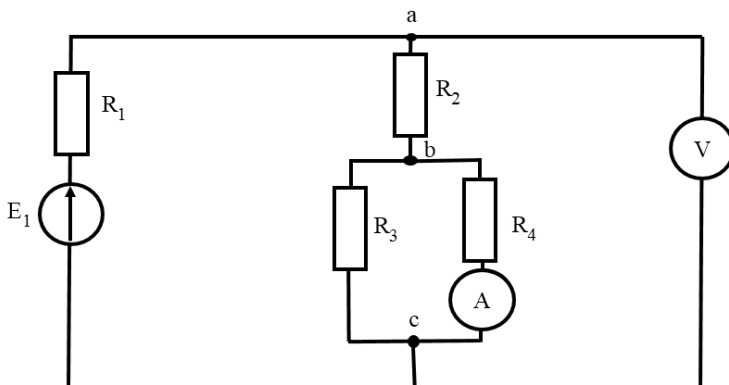
Олай болса R_2 және R_3 резисторының ұшындағы потенциалдар айырымы

$$U = 37,5 \text{ В.}$$



1.21-сурет. Тізбектей жалғанған электр тізбегі

29-есеп. Есептің берілгені: $E_1 = 50 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_4 = 5 \text{ Ом}$. Анықтау керек: Аспаптардың көрсеткіштерін.



1.22-сурет. Аралас жалғанған электр тізбегі

Шешуі:

$$R_{\text{ж}} = R_1 + R_{\text{ac}} = 2 + 6,5 = 8,5 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{ac}} = R_2 + \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4} = 6,5 \text{ Ом};$$

$$I = \frac{E_1}{R_{\text{ж}}} = \frac{50}{8,5} = 5,88 \text{ A};$$

$$U_{bc} = I * R_{34} = 14,7 \text{ B};$$

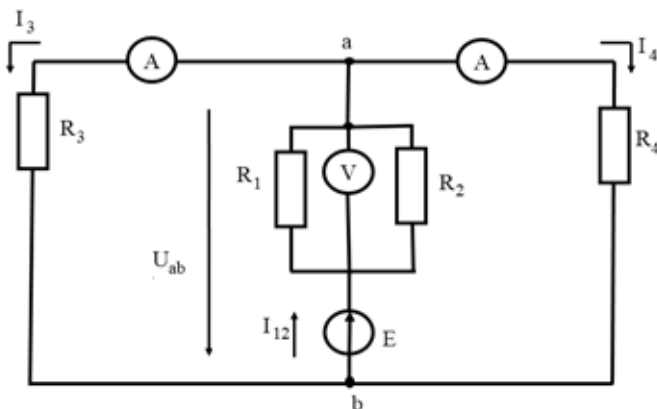
$$R_{34} = \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4} = 2,5 \text{ Ом};$$

$$I_4 = \frac{U_{bc}}{R_4} = 2,94 \text{ A};$$

$$U_{ac} = I * R_{ac} = 38,22 \text{ B}.$$

Жауабы: $I_4 = 2,94 \text{ A}$, $U_{ac} = 38,22 \text{ B}$.

30-есеп. Есептің берілгені: $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_4 = 5 \text{ Ом}$, $E = 100 \text{ В}$. Анықтау керек: Аспаптардың көрсеткіштерін.



1.23-сурет. Аралас жалғанған электр тізбегі

Шешуі:

$$g_{12} = \frac{1}{R_{12}} = 0,5 \text{ Cu}, \quad g_3 = \frac{1}{R_3} = 0,2 \text{ Cu}, \quad g_4 = \frac{1}{R_4} = 0,2 \text{ Cu}.$$

$$R_{12} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 2 \text{ Ом};$$

$$U_{ab} = \frac{E * g_{12}}{g_{12} + g_3 + g_4} = 55,555 \text{ В};$$

$$I_{12} = \frac{E - U_{ab}}{R_{12}} = 22,222 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = 11,1111 \text{ А};$$

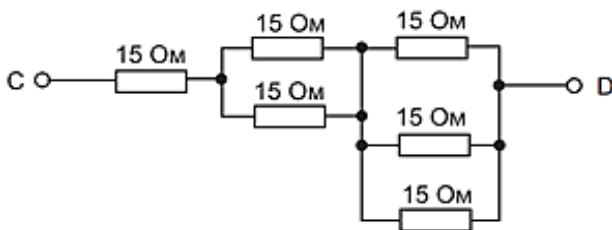
$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4} = 11,111 \text{ А};$$

$$U_{12} = I_{12} * R_{12} = 44,444 \text{ В}.$$

Жауабы: $I_3 = 11,1111 \text{ А}; I_4 = 11,111 \text{ А}; U_{12} = 44,444 \text{ В}.$

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Аралас желіге арналған қосымша есептер.

1. *С және D клеммалар арасындағы эквивалентті кедергіні анықтаңыз.*

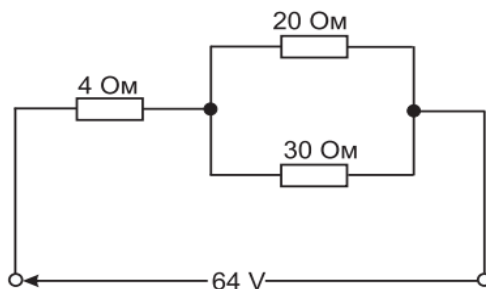


1.24-сурет. Аралас жалғанған электр тізбегі

[Жауабы 27,5 Ом]

2. (а) суретте көрсетілген тізбек бойынша резистордың кедергісі 30 Ом-нан өтетін ток күшін есептеңіз. (б) Егер ток көзінің күшін 8 А өзгертсе, ал оның кернеуі тұрақты болып

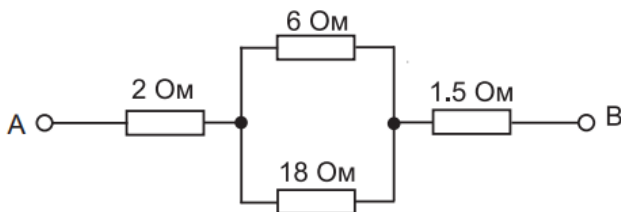
қалса, 20 Ом және 30 Ом параллель қосылған резисторларға кедергінің қандай мәнін қосу керек?



1.25-сурет. Аралас жалғанған электр тізбегі

[Жауабы (a) 6,4 A, (b) 12 B]

3. Төмендегі сурет бойынша A және B клеммаларының арасындағы жалпы кедергіні сызба бойынша табыңыз.



1.26-сурет. Аралас жалғанған электр тізбегі

[Жауабы 8 Ом]

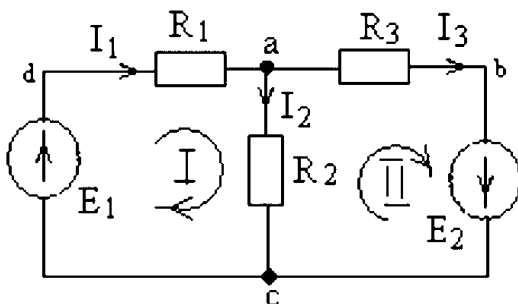
1.3. Кирхгоф заңдары

Электр тізбектерін есептеу үшін, Ом заңдарымен қатар Кирхгофтың екі заңы қолданылады. Олар энергияның сақталу заңына бағынады. Кирхгоф заңдарын пайдалана отырып, есептеу әдістері арқылы электр тізбектерінің кез келген түрлерін есептеп шығаруға болады.

Кез келген бір күрделі электр тізбегін есептеу үшін, түйіндер мен тармақтар және контурлар санын білу керек.

Тізбектің түйіні деп үш немесе одан да көп тармақтың түйісетін нүктесін айтады, мысалы, 1.27-суретте тек қана «а» нүктесі мен «с» нүктесі түйіндерін, ал сұлбада түйінді «майлы» нүктемен белгілейді. Тармақ дегеніміз – екі түйінді қосатын электр тізбегінің бөлігі. Екі түйін арасында бірнеше тармақ бөлігі болуы мүмкін. Осы бөлік тек бірізді қосылған ЭҚК-нен және кедергілерден тұрады және осы бір тармақ бөлігімен бір ғана ток жүреді.

Контур дегеніміз – сұлбаның тұйықталған бөлігі, оған бірізді жалғасқан бірнеше тармақтар кіруі мүмкін. Егер контурды өзіне кірмейтін тармақтардан бөліп қарайтын болсақ, онда ол тармақсыз тізбек деп аталады. 1.27-суреттегі тізбекте асда, асба тәуелсіз контурлары бар, көбінесе есептеуге жеңіл болуы үшін, осындай қарапайым контурларды таңдап алады.



1.27-сурет. Тәуелсіз екі контурлы электр тізбегі

Сонымен, Кирхгофтың бірінші заңы тізбектердің түйіндеріне қолданылады және осы түйіндердегі токтың тепе-теңдігін (балансын) анықтайды. Яғни электр тізбегінің түйіндерінде токтардың алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum I = 0. \quad (1.36)$$

Кирхгофтың бірінші заңының басқаша анықтамасы мынадай: электр тізбегінің түйініне бағытталған токтардың

қосындысы осы түйіннен ағып шығатын токтардың қосындысына тең. Мысалы, 1.27-сурет үшін:

$$I_1 = I_2 + I_3 .$$

Бұл қосындыда токтар өзінің түйінге қатысты бағытына қарай әртүрлі таңбамен алынады. Бұл заң токтың үздіксіздік принципіне негізделген. Егер қарастырылып отырған тізбектерге ток көзі жалғанса, онда осы ток көзінің тогы да есептелуі тиіс. Тармақтардағы токтардың алгебралық қосындысы (теңдіктің бір жағындағы) ток көзі тогының алгебралық қосындысына тең (теңдіктің басқа бөлігіндегі):

$$\sum I = \sum I_k . \quad (1.37)$$

мұндағы I – қарастырылып отырған түйінге жалғанған тармақтардағы токтар.

$\sum I_1$ – қарастырылып отырған түйінге жалғанған ток көзі тогы. Келісім бойынша қарастырылып отырған түйінге қарай бағытталған токты оң таңбамен, ал кері бағыттағы түйіннен шыққан ток бағытын теріс таңбамен алады. Бұл арада керісінше де болуы мүмкін, одан есептеу әдісі өзгермейді. I_k ток көзі тогы қарастырылып отырған түйінге қарай бағытталса, теріс таңбамен жазылады.

Кирхгофтың екінші заңы электр тізбегінің контурына қолданылады және осы контурдағы кернеудің тепе-теңдігін білдіреді.

Электр тізбегінің контурындағы ЭҚК-нің алгебралық қосындысы осы контурдағы кедергілердегі кернеулердің түсулерінің алгебралық қосындысына тең:

$$\sum E = \sum IR . \quad (1.38)$$

Егер осы қосындылардағы қосылғыш токтар және ЭҚК-нің бағыттары контурдың айналу бағытымен сәйкес келсе, онда оң таңбамен, ал бағытымен сәйкес келмесе, теріс таңбамен алынады.

Кирхгофтың екінші заңының басқаша анықтамасы: тұйық контур бойындағы тармақ қысқыштарының кернеулерінің алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum U = 0. \quad (1.39)$$

Кирхгофтың заңдары электр сұлбаларындағы тармақтардағы токтарды табуға пайдаланылады.

Әр тармақтың өз тогы болғандықтан, белгісіз токтың саны сұлбаның тармақ санына тең. Теңдеулерді құрар алдында:

а) тармақтардағы токтың оң бағытын қалауымызша таңдап алып, оны сұлбада белгілеу қажет.

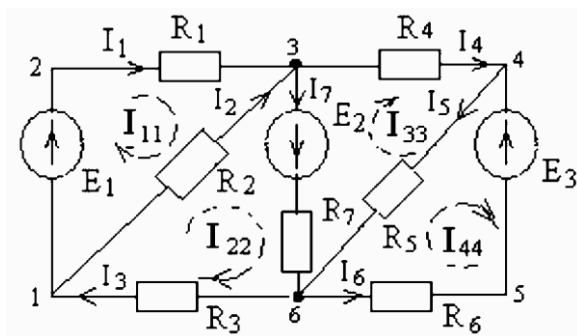
б) Кирхгофтың екінші заңына теңдеулер құру үшін, контурдың айналу бағытын (оң) қалауымызша таңдап алуымыз керек.

Есептеу қарапайым болуы үшін, контурдың айналу оң бағытын барлық контурға сағат тілінің айналу бағытымен бірдей етіп алған дұрыс.

Сұлбадағы тармақтар санын $n_{\text{тар}}$, түйіндер санын $n_{\text{түй}}$ әрпімен белгілесек, онда Кирхгофтың бірінші заңы бойынша $n_{\text{түй}} - 1$ немесе сұлбадағы түйіндер санынан біреуі кем теңдеулер құрылады, ал Кирхгофтың екінші заңына $k = n_{\text{тар}} - (n_{\text{түй}} - 1)$ немесе тармақтар санынан Кирхгофтың бірінші заңына құрылған теңдеулер санын алып тастағанға тең теңдеу құрамыз. Кирхгофтың екінші заңына теңдеулер құрған кезде, сұлбаның барлық тармақтары қамтылғанын қадағалаған жөн. Тәуелсіз контурлар құрғанда, ток көзі жоқ контурларды қабылдап алған дұрыс.

Көпшілік жағдайда, Кирхгофтың екінші заңына сызықты тәуелсіз теңдеулер құру үшін, әр контурға жаңадан бір тармақ қосылып отыруы тиіс. Ол тармақ басқа контурларға кірмеуі керек.

Күрделі сұлбаларда бұл шартты қанағаттандыра алмайтын жағдайлар да кездесуі мүмкін. Сондықтан, бұл шарт жеткілікті болғанмен, өте қажетті деп қарауға болмайды. Мысал үшін, 1.28-суреттегі сұлбаға теңдеу құрайық. Бұл сұлбада 7 тармақ, яғни 7 белгісіз ток бар. Сұлбада 4 түйін болғандықтан (1, 3, 4, 6).



1.28-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Кирхгофтың бірінші заңы бойынша үш теңдеу құрамыз:
 $n_{\text{түй}} - 1 = 4 - 1 = 3$. Түйінге бағытталған токты келісім бойынша өңдеп, керісінше бағытталған токты теріс деп аламыз.

1-түйін үшін $I_3 - I_2 - I_1 = 0$,

3-түйін үшін $I_1 + I_2 - I_4 - I_7 = 0$,

4-түйін үшін $I_4 - I_5 + I_6 = 0$.

Кирхгофтың екінші заңы бойынша төрт теңдеу 1.28-суретте берілген. Тармақталған электр тізбегін құрамыз:

$$K = n_{\text{тар}} - (n_{\text{түй}} - 1) = 7 - (4 - 1) = 4.$$

Контур айналымының бағытын сағат тілінің бағытымен бағыттас етіп алсақ,

Контур 1-2-3-1 $I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1$;

Контур 1-6-3-1 $I_2 R_2 + I_7 R_7 + I_3 R_3 = E_2$;

Контур 3-4-6-3 $I_4 R_4 + I_5 R_5 - I_7 R_7 = -E_2$;

Контур 4-5-6-4 $-I_5 R_5 - I_6 R_6 = -E_3$.

Кирхгофтың бірінші және екінші заңдарына байланысты құрылған теңдеулерді біріктіріп есептеп, бізге керекті электр тізбегінің барлық тармақтарындағы токтардың мәндерін табамыз.

Токтың оң бағытын қалауымызша алғандықтан, есептеу нәтижесінде токтың мәнінің біреуі немесе бірнешеуі теріс таңбалы болып шығуы мүмкін.

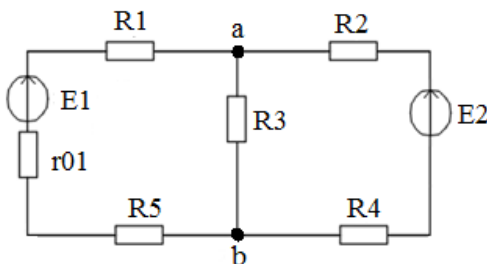
Токтың теріс таңбалы болуын былай түсіндіруге болады: бұл токтардың шын бағыты 1.29-суреттегі оң бағыт деп алынған бағытпен сәйкес келмеген, яғни бұл токтар кері бағытта алынуы тиіс.

31-есеп. Есептің берілгені: $E_1=10\text{ В}$, $E_2=5\text{ В}$, $R_1=6\text{ Ом}$, $R_2=5\text{ Ом}$, $R_3=2\text{ Ом}$, $R_4=1\text{ Ом}$, $R_5=3\text{ Ом}$, $r_{01}=0$. Анықтау керек Кирхгоф заңдарын қолданып тармақтардағы токтарды.

Шешуі: Кирхгоф заңдары бойынша белгісіз тармақтардағы токтарды анықтау үшін әуелі екі заңы бойынша жеке-жеке теңдеулер құрып алу қажет.

1. Кирхгофтың бірінші заңы – кез келген электр тізбек бойындағы түйінге келіп, кеткен токтардың алгебралық қосындысы 0-тең.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (1.40)$$

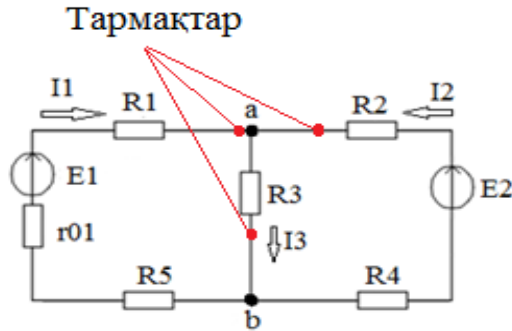


1.29-сурет. Тармақталған электр тізбегі

(1.40) өрнекке сүйеніп, 1.29-сурет бойынша теңдеу құрайық. Ол үшін теңдеулер санын анықтап алу керек.

$$K_1 = n - 1 = 2 - 1 = 1. \quad (1.41)$$

Мұндағы K_1 – Кирхгофтың бірінші заңы бойынша құрылатын теңдеудің саны, ал n – түйін саны (түйін саны 2-ге тең). 1.29-суретте **a** және **b** екі түйін бар. Егер токтың бағытын шартты түрде былай беретін болсақ (1.30-сурет).



1.30-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Онда түйінге келген тоқты оң (+) таңбамен, ал түйіннен кеткен тоқты теріс (-) таңбамен шартты түрде қабылдаймыз. Олай болса 1 және 2 өрнектерге сүйеніп, былай теңдеу құруға болады.

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (1.42)$$

Түйін дегеніміз – кем дегенде үш тармақтың түйіскен жері.

Тармақ дегеніміз – екі түйін арасындағы тізбектің бөлігі немесе бойынан бір ғана электр тогы жүретін тізбектің бөлігін айтуға болады.

2. Кирхгофтың екінші заңы – кез келген электр тізбек бойындағы электр қозғаушы күштерінің (ЭҚК) алгебралық қосындысы, сол тізбек бойындағы кернеулердің түсуінің алгебралық қосындысына тең.

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m U_k. \quad (1.43)$$

(1.43) өрнекке сүйеніп, 1.31-сурет бойынша теңдеу құрайық. Ол үшін теңдеулер санын анықтап алу керек.

$$K_2 = m - (n - 1) = 3 - (2 - 1) = 2,$$

мұндағы K_2 – Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрылатын теңдеудің саны; m – тармақ саны; ал n – түйін саны (тармақ саны 3-ке, түйін саны 2-ге тең). 1.30-суретте **a** және **b** екі түйін арасында үш тармақ бар. Егер контурдың айналу бағытын былай беретін болсақ онда (1.43) өрнекке сүйеніп келесі теңдеуді құруға болады.

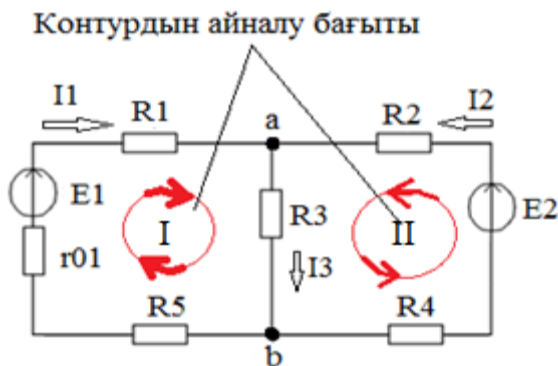
Бірінші контур үшін:

$$E_1 = I_1(R_1 + r_{01} + R_5) + I_3 R_3 \quad (1.44)$$

Екінші контур үшін:

$$E_2 = I_2(R_2 + R_4) + I_3 R_3. \quad (1.45)$$

Контур дегеніміз – тұйықталған электр тізбегі. Қарастырылып отырылған 1.31-суретте екі контур бар екенін байқауға болады.



1.31 сурет. Тармақталған электр тізбегі

(1.42), (1.45), (1.46) өрнектерді ықшамдай отырып, суреттегі тармақтардағы тоқтарды Ом және Кирхгоф заңдары бойынша былай шешуге болады.

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \text{ бұл жерден } I_3 = I_1 + I_2;$$

$$E_1 = I_1(R_1 + r_{01} + R_5) + I_3 R_3 \quad . \quad (1.46)$$

$$E_2 = I_2(R_2 + R_4) + I_3 R_3. \quad (1.47)$$

(1.46) өрнектен I_1, I_2 токтарды анықтап алайық. Ол үшін ЭҚК мен кедергілердің мәнін берейік.

$$10 = I_1(6 + 0 + 3) + I_3 2;$$

$$5 = I_2(5 + 1) + I_3 2 \quad .$$

(1.47) өрнектен I_3 тоқты I_1, I_2 токтармен алмастырамыз, онда өрнекті былай жазуға болады

$$10 = I_1(6 + 0 + 3) + 2(I_1 + I_2);$$

$$5 = 6I_2 + 2(I_1 + I_2);$$

$$10 = 11I_1 + 2I_2;$$

$$5 = 2I_1 + 8I_2.$$

(11) өрнекті Крамер әдісі бойынша есептеу арқылы I_1 және I_2 токтарды шығарып алуға болады.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 84;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & 2 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} = 70;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 11 & 10 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 35;$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{70}{84} = 0,83 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{35}{84} = 0,416 \text{ A}.$$

(7) өрнектен $I_3 = I_1 + I_2 = 0,83 + 0,416 = 1,246 \text{ A}$.

Жауабы: $I_1 = 0,83 \text{ A}$, $I_2 = 0,416 \text{ A}$, $I_3 = 1,246 \text{ A}$.

Тексеру:

1. Кирхгофтың бірінші заңы бойынша

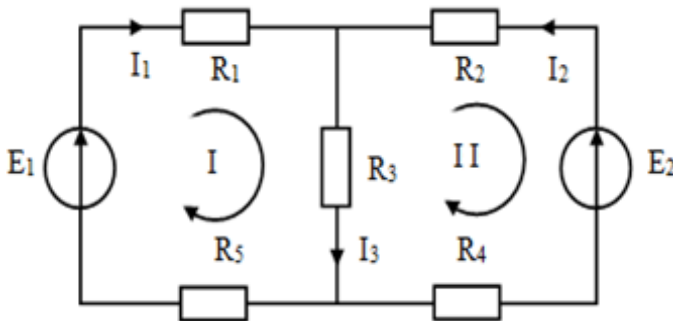
$$I_1 + I_2 - I_3 = 0,83 + 0,416 - 1,246 = 0.$$

2. Кирхгофтың екінші заңы бойынша

$$10 = 11 * 0,83 + 2 * 0,416;$$

$$5 = 2 * 0,83 + 8 * 0,416.$$

32-есеп. Есептің берілгені: $E_1=15 \text{ В}$, $E_2=10 \text{ В}$, $R_1= 47 \text{ Ом}$, $R_2= 100 \text{ Ом}$, $R_3= 330 \text{ Ом}$, $R_4= 150 \text{ Ом}$, $R_5= 220 \text{ Ом}$. Анықтау керек: Кирхгоф заңдарын қолданып тармақтардағы токтарды.



1.32-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Есептің шешуі:

$K_1 = n - 1 = 2 - 1 = 1$ — теңдеу саны (Кирхгофтың бірінші заңы бойынша құрылған)

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \text{ немесе } I_3 = I_1 + I_2. \quad (1.48)$$

$K_2 = m - (n - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$ – теңдеу саны
(Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрылған)

$$I_1(R_1 + R_5) + I_3R_3 = E_1;$$

$$-I_2(R_2 + R_4) - I_3R_3 = -E_2;$$

$$267 I_1 + 330 I_3 = 15;$$

$$267 I_1 + 330(I_1 + I_2) = 15;$$

$$267 I_1 + 330 I_1 + 330 I_2 = 15;$$

$$597 I_1 + 330 I_2 = 15;$$

$$I_1 = \frac{15 - 330 I_2}{597};$$

$$-250 I_2 - 330 I_3 = -10;$$

$$-250 I_2 - 330 I_1 - 330 I_2 = -10;$$

$$-580 I_2 - 330 I_1 = -10;$$

$$-580 I_2 - 330 \cdot \frac{15 - 330 I_2}{597} = -10;$$

$$-397,6 I_2 - 8,91 = -10;$$

$$I_2 = \frac{-1,09}{397,6} = -0,00274 \text{ A};$$

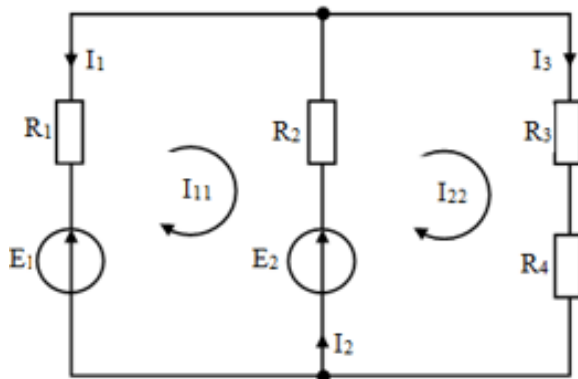
$$I_1 = 0,0266 \text{ A};$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0,02386 \text{ A};$$

$$P_E = E_1 I_1 + (-E_2 I_2) = 0,37 \text{ Вт};$$

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 0,37 \text{ Вт}.$$

33-есеп. Есептің берілгені $E_1=5$ В, $E_2=8$ В, $R_1= 5$ Ом, $R_2= 2$ Ом, $R_3= 3$ Ом, $R_4= 3$ Ом. Анықтау керек: Кирхгоф заңдарын қолданып тармақтардағы токтарды.



1.33-сурет. Тармақталған электр тізбегі

$K_1 = n - 1 = 2 - 1 = 1$ – теңдеу саны (Кирхгофтың бірінші заңы бойынша құрылған)

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0 \text{ немесе } I_2 = I_1 + I_3. \quad (1.49)$$

$K_2 = m - (n - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$ – теңдеу саны (Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрылған)

$$-I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2;$$

$$I_2 R_2 + I_3 (R_3 + R_4) = E_2;$$

$$-5 I_1 - 2 I_2 = -3;$$

$$-5 I_1 - 2 I_1 - 2 I_3 = -3;$$

$$-7 I_1 - 2 I_3 = -3;$$

$$I_1 = \frac{-3 + 2 I_3}{-7};$$

$$2 I_2 + 6 I_3 = 8;$$

$$2 I_1 + 2 I_3 + 6 I_3 = 8;$$

$$2 I_1 + 8 I_3 = 8;$$

$$2(0,4286 - 0,2857 I_3) + 8 I_3 = 8;$$

$$0,8572 - 0,5714 I_3 + 8 I_3 = 8;$$

$$0,8572 + 7,4286 I_3 = 8;$$

$$I_3 = 0.9615 \text{ A};$$

$$I_1 = 0.1539 \text{ A};$$

$$I_2 = I_1 + I_3 = 1,1154 \text{ A};$$

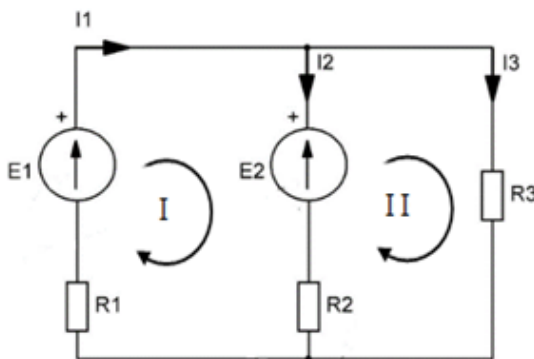
$$P_E = (-E_1 I_1) + E_2 I_2 = 8,15 \text{ Вт};$$

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 (R_3 + R_4) = 8,15 \text{ Вт};$$

34 -есеп. Есептің берілгені $E_1=246 \text{ В}$, $E_2=230 \text{ В}$, $R_1= 0,3 \text{ Ом}$, $R_2= 1 \text{ Ом}$, $R_3= 24 \text{ Ом}$. Анықтау керек: Кирхгоф заңдарын қолданып тармақтардағы токтарды.

$K_1 = n - 1 = 2 - 1 = 1$ – теңдеу саны (Кирхгофтың бірінші заңы бойынша құрылған)

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \rightarrow I_1 = I_2 + I_3.$$



1.34-сурет. Тармақталған электр тізбегі

$K_2 = m - (n - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$ – теңдеу саны
(Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрылған)

$$E_1 - E_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2;$$

$$E_2 = -I_2 R_2 + I_3 R_3;$$

$$16 = 0,3 I_1 + I_2$$

$$230 = -I_2 + 24 I_3$$

$$16 = 1,3 I_2 + 0,3 I_3$$

$$230 = -I_2 + 24 I_3$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1,3 & 0,3 \\ -1 & 24 \end{vmatrix} = 31,5;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 16 & 0,3 \\ 230 & 24 \end{vmatrix} = 315;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1,3 & 16 \\ -1 & 230 \end{vmatrix} = 315;$$

$$I_2 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{315}{31,5} = 10 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{315}{31,5} = 10 \text{ A};$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 20 \text{ A};$$

$$P_E = E_1 I_1 - E_2 I_2 = 2620 \text{ Вт};$$

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 2620 \text{ Вт};$$

2. ТАРМАҚТАЛҒАН КҮРДЕЛІ ЭЛЕКТР ТІЗБЕГІН ЕСЕПТЕУ ӘДІСТЕРІ

2.1. Контурлық токтар әдісі

Күрделі электр тізбегінің режимін есептеу үшін, контурлық токтар әдісін пайдаланып, Кирхгофтың екінші заңына құрылған $n_{тар} - (n_{үй} - 1) - N_T$ тәуелсіз теңдеулерді бірлестіріп шешумен ғана шектелуге болады, мұндай жағдайда Кирхгофтың бірінші заңы әр уақытта орындалады. Сұлбада ток көздері кездескен жағдайларда тәуелсіз контурлық токтарды бір ғана ток көзі арқылы бағыттау ұсынылады. Әдетте, ток көзі белгілі деп саналады. Қалған K контурлық токтарын ток көзі жоқ тармақтар арқылы қабылдау керек.

Тізбекті бұл әдіспен есептеу үшін контурлық ток пайдаланылады.

Контурлық ток – алынған контурдың әр бөлігі үшін бірдей болатын есептеу шамасы. Есептеуді мына ретпен жүргізеді:

а) тізбектің барлық тәуелсіз контурындағы контурлық токтардың бағытын бірдей етіп алады (сағат тілі бойынша немесе керісінше);

б) контурдың айналу бағытын да сондай бағытпен белгілейді.

Кирхгофтың екінші заңы бойынша, контурдың әрқайсысына тәуелсіз теңдеулер құрылады. Бұл үшін әрбір контурда кездесетін бөліктердегі ЭҚК-імен контурлық токтардың теңдеу құрылып жатқан контурға қатыстығын қарастырады.

в) алынған теңдеулер жүйесін шешіп, контурлық токтарды табады, ол арқылы тармақтардағы негізгі токтарды есептейді.

1.28-суреттегі электр тізбектерін есептеу үшін, контурлық токтар әдісін пайдаланайық. Контурлық токтар және олардың айналым бағыттары сағат тілінің бағытымен алынған.

$$1-2-3-1\text{-контур үшін } I_{11}(R_1 + R_2) - I_{22}R_2 = E_1;$$

$$1-3-6-1\text{-контур үшін } -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_3 + R_7) - I_{33}R_7 = E_2;$$

$$3-4-6-3\text{-контур үшін } -I_{22}R_7 + I_{33}(R_4 + R_5 + R_7) - I_{44}R_5 = -E_2; \quad (2.1)$$

$$4-5-6-4\text{-контур үшін } -I_{33}R_5 + I_{44}(R_5 + R_6) = -E_3.$$

Берілген теңдеулер жүйесінен анықтағыштар Крамер әдісі арқылы немесе орын алмастыру тәсілімен (способ подстановки) контурлық токтарды табамыз.

Тармақтардағы негізгі токтарды табу үшін мынаны ескеру керек, егер кез келген тармақтан тек бір ғана контурлық ток өтсе, негізгі ток контурлық токтың өзіне тең, ал тармақтан бірнеше контурлық ток өтсе, онда негізгі ток осы контурлық токтардың алгебралық қосындысына тең. Сонымен, 1.28-сурет бойынша негізгі токтар мынаған тең:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11}, & I_2 &= I_{22} - I_{11}, & I_3 &= I_{22}, & I_4 &= I_{33}, \\ I_5 &= I_{33} - I_{44}, & I_6 &= -I_{44}, & I_7 &= I_{22} - I_{33}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Берілген сұлбаны есептеу үшін, Кирхгоф заңдарымен жеті теңдеу (үшеуі І заң бойынша, ал төртеуі ІІ заң бойынша) жүйесін шешу қажет болар еді, ал контурлық токтар әдісі теңдеулер санын төртке дейін азайтуға мүмкіндік береді. Сондықтан теңдеулер Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрылатын болғандықтан, бұл әдіс тізбекті есептеу және талдау үшін өте пайдалы (көбінесе тізбекте түйіндер саны тәуелсіз контурлар санынан көп болған уақытта).

Контурлық токтар әдісінің кемшілігі есептеу дәлдігінің жеткіліксіздігінде, әсіресе негізгі токтарды бір-бірімен шамалас екі контурлық ток айырмасымен тапқанда.

Контурлық токтардың матрица түрінде құрылған теңдеулері

Контурлық токтардың теңдеулерін матрица түрінде жазуға болады:

$$R^{(K)} I^{(K)} = E_c^{(K)}. \quad (2.3)$$

Мұндағы $R^{(K)}$ – контурлық кедергілерінің квадрат матрицасы; $I^{(K)}$ – контурлық токтардың тік жол матрицасы; $E_c^{(K)}$ – контурдағы ЭҚК-терінің тік жол матрицасы. Есепке алынатын

(1.34) теңдеудегі ЭҚК көздерін және ток көздерін $\|R^{(k)}\|^{-1}$ көбейтсек,

$$I^{(k)} = \|R^{(k)}\|^{-1} E_C^{(k)} \text{ шығады.} \quad (2.4)$$

$R^{(k)}$ – контурлық кедергілердің матрицасын тікелей сұлбадан контурлық кедергілердің біріктіруші матрицасының B көмегімен алуға болатындығын көрсетейік:

$$R^{(k)} = B \cdot R_d B^T, \quad (2.5)$$

B – контурлық кедергілерінің біріктіруші матрицасы;

R_d – тармақтардағы кедергілердің диагональ матрицасы;

B^T – контурлық кедергілерінің транспонирленген біріктіруші матрицасы.

Контурлық кедергілердің біріктіруші матрицасын B құрғанда, оның жазық жолы (строка) тәуелсіз контур сандарына сайма-сай, ал тік жолдары тармақтар санына сай келеді. Матрицаның жазық және тік жолдарының қиылысында ± 1 немесе 0 жазылады. Оның себебі берілген тармақтың тиісті контурға кіруіне немесе кірмеуіне байланысты. Егер контурдың айналу бағыты тармақтағы токтың бағытымен бағыттас болса, $+1$ оң таңбамен алынады, ал бағыттас болмаса, -1 теріс таңбамен алынады. Егер мұндағы тармақ тиісті контурға кірмесе, онда нөл жазылады, тармақ бағыты сол тармақтағы ток бағытымен бірдей деп алынса, контурлық ток бағыты контурдың айналу бағытымен бірдей деп алынады. Тәуелсіз контур құру үшін сұлбаның граф бағанасын (дерево графа) қабылдап алу керек, сонымен қатар байланыс тармағын анықтау қажет, демек контурлық токтар анықталады.

Тізбек графы деп тармақтарда орналасқан элементтерді көрсетпей-ақ, барлық түйіндері мен барлық тармақтары келтірілетін сызбаны айтамыз. Граф бағанасы деп құрамында барлық түйіндері бар, бірақ ешқандай да тұйық контур жасамайтын графты айтады.

Идеалды ЭҚК көзі, яғни кедергісі жоқ тармақ сұлба бағанасы құрамына кіреді, ал тармақтағы идеалды ток көзі тогы байланыс тармағы құрамына кіреді.

Осы айтқандарды 2.1-суреттегі сұлба бойынша қарастыратын болсақ, контурлық токтары I_{11} , I_{22} , I_{33} , және I_{44} байланыс тармақтарындағы токтарға I_1 , I_3 , I_4 және I_6 сайма-сай келеді.

Граф бағанасы дегеніміз – сұлбадағы барлық түйіндерді жалғастыратын, бірақ бірде-бір тұйық контур құрмайтын тармақтар жиынтығы. Байланыстырушы тармақ дегеніміз – сұлба бағанасы құрамына кірмейтін кез келген тармақ. Ол тиісті бағаналарды толық сұлбаға дейін толықтырады. Бұдан былай «байланыс тармағы» терминін пайдаланамыз. Кез келген екі бағана түйіндерінің арасында бір ғана граф жолы кездеседі, ол – берілген екі түйін арасындағы үздіксіз тармақтар реттілігі, шарт бойынша әрбір түйін бір реттен артық кездеспеуі тиіс. Егер сұлба графы Y болса, онда бағана тармақтарының саны $Y-1$ -ге тең болады, себебі Y тармақтардан әр уақытта контур құруға болады.

Контурлық кедергілердің біріктіруші матрицасы 7 тік жолдан және 4 жазық жолдан тұрады, яғни жазық жол тәуелсіз контурлар санына, ал тік жол тармақтар санына теңеседі:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$R_d = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_7 \end{bmatrix}; B^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$R^{(K)} = \begin{vmatrix} (R_1 + R_2) & -R_2 & 0 & 0 \\ -R_2 & (R_2 + R_3 + R_7) & -R_7 & 0 \\ 0 & R_7 & (R_4 + R_5 + R_7) & -R_5 \\ 0 & 0 & -R_5 & (R_5 + R_6) \end{vmatrix};$$

$$E_C^{(K)} = \begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \\ -E_2 \\ -E_3 \end{vmatrix}; I^{(K)} = \begin{vmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \\ I_{44} \end{vmatrix}.$$

Тармақтардағы ток I_B матрицасын контурлық ток матрицасы $I^{(K)}$ арқылы жеңіл табуға болады.

$I_T = B^T I^{(K)}$ – осы теңдеуден тармақтардағы токтарды тура табамыз.

$$I_1 = I_{11}^{(K)}; I_2 = -I_{11}^{(K)} + I_{22}^{(K)}; I_3 = I_{22}^{(K)}; I_4 = I_{33}^{(K)};$$

$$I_5 = I_{33}^{(K)} - I_{44}^{(K)}; I_6 = -I_{44}^{(K)}; I_7 = I_{22}^{(K)} - I_{33}^{(K)}.$$

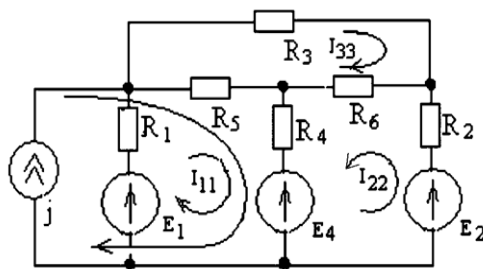
Егер сұлбада ЭҚК көзінен басқа ток көзі де кездесетін болса, онда әрбір ток көзі тогы кез келген бағана тармағы бойынша тұйықталады деп қабылдауға болады және байланыс тармағы ток көзі тармағымен тұйық контур құрайды. Осы контурдағы әрбір кедергідегі ток көзі тогы әсерінен пайда болған кернеулердің түсуі Кирхгофтың екінші заңына құрылған теңдеудің сол жағына жазылады. Дегенмен осы кернеулерді кері таңбамен теңдеудің оң жағына шығаруға болатындығымен санасу керек. Теңдеуді 2.1-суреттегі сұлбаға құруға болады:

$$I_{44} = J;$$

$$(R_1 + R_5 + R_4)I_{11} + R_4 I_{22} - R_5 I_{33} + (R_5 + R_4)J = E_1 - E_4;$$

$$R_4 I_{11} + (R_2 + R_4 + R_6)I_{22} + R_6 I_{33} + R_4 J = E_2 - E_4;$$

$$-R_5 I_{11} + R_6 I_{22} + (R_6 + R_5 + R_3)I_{33} - R_5 J = 0.$$



2.1-сурет. Күрделі тармақталған сұлба

Осы құрылған теңдеулер қарастырылып отырған жағдайда ток J , R_4 және R_5 кедергілері бар тармақтар арқылы ток көзі мен тұйық контур құрады. $R_4 J$ және $R_5 J$ құрастырушы кернеулерін E_{T4} және E_{T5} арқылы белгілеп, теңдеудің оң жағына шығарып жазады. Теңдеу жүйесін шешіп, контурлық токтарды табамыз, содан кейін тармақтардағы токтарды анықтаймыз.

35-есеп. Есептің берілгені: $E_1=20\text{ В}$, $E_2=5\text{ В}$, $E_3=10\text{ В}$, $R_1=10\text{ Ом}$, $R_2=5\text{ Ом}$, $R_3=4\text{ Ом}$. Анықтау керек: Тармақтардағы токтарды Контурлық токтар тәсілі бойынша.

1. Берілгені:

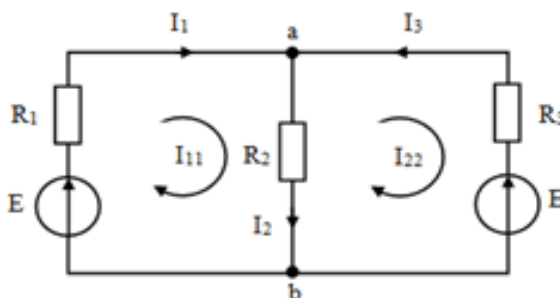
$$E_1 = 20\text{ В};$$

$$E_2 = 5\text{ В};$$

$$R_1 = 10\text{ Ом};$$

$$R_2 = 5\text{ Ом};$$

$$R_3 = 4\text{ Ом};$$



2.2-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Есептің шешімі:

$K_T = m - (n - 1) = 6 - (2 - 1) = 2$ – теңдеу саны
(Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрылған).

$$I_{11} \cdot (R_1 + R_2) - I_{22}R_2 = E_1;$$

$$-I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_3) = -E_3;$$

$$15I_{11} - 5I_{22} = 20;$$

$$-5I_{11} + 9I_{22} = -10;$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 9 \end{vmatrix} = 110;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -5 \\ -10 & 9 \end{vmatrix} = 130;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 15 & 20 \\ -5 & -10 \end{vmatrix} = -50;$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 1,182 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -0,455 \text{ A};$$

$$I_1 = I_{11} = 1,182 \text{ A};$$

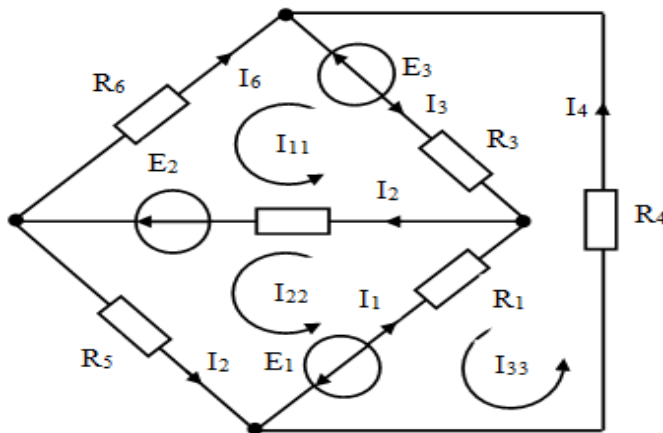
$$I_2 = I_{11} - I_{22} = 1,636 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_{22} = 0,455 \text{ A};$$

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 28,182 \text{ Вт};$$

$$P_E = E_1 I_1 + E_3 I_3 = 28,182 \text{ Вт}.$$

36-есеп. Есептің берілгені: $E_1=10$ В, $E_2=20$ В, $E_3=5$ В, $R_1=R_2=5$ Ом, $R_3=R_4=3$ Ом, $R_5=R_6=2$ Ом. Анықтау керек: тармақтардағы токтарды Контурлық токтар тәсілі бойынша.



2.3-сурет. Тармақталған күрделі электр тізбегі

$K_T = m - (n - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$ - теңдеу саны
(Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрылған).

$$I_{11} \cdot (R_2 + R_3 + R_6) - I_{22}R_2 - I_{33}R_3 = E_3 - E_2;$$

$$-I_{11}R_2 + I_{22}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{33}R_1 = E_2 - E_1;$$

$$-I_{11}R_3 - I_{22}R_1 + I_{33}(R_1 + R_3 + R_4) = E_1 - E_3;$$

$$10I_{11} - 5I_{22} - 3I_{33} = -15;$$

$$-5I_{11} + 12I_{22} - 5I_{33} = 10;$$

$$-3I_{11} - 5I_{22} + 11I_{33} = 5;$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -3 \\ -5 & 12 & -5 \\ -3 & -5 & 11 \end{vmatrix} = 537;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -15 & -5 & -3 \\ 10 & 12 & -5 \\ 5 & -5 & 11 \end{vmatrix} = -600;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10 & -15 & -3 \\ -5 & 10 & -5 \\ -3 & 5 & 11 \end{vmatrix} = 285;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -15 \\ -5 & 12 & 10 \\ -3 & -5 & 5 \end{vmatrix} = 210;$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -1,117 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 0,531 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0,391 \text{ A};$$

$$I_1 = I_{22} - I_{33} = 0,14 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{22} - I_{11} = 1,648 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{33} - I_{11} = 1,508 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{33} = 0,391 \text{ A};$$

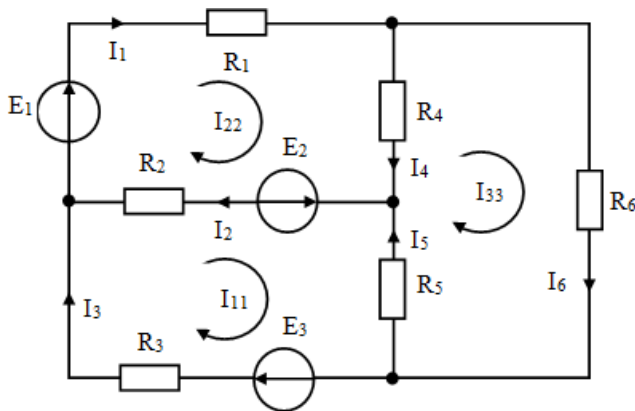
$$I_5 = I_{22} = 0,531 \text{ A};$$

$$I_6 = -I_{11} = 1,117 \text{ A};$$

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = 24,022 \text{ Вт};$$

$$P_E = -E_1 I_1 + E_2 I_2 + (-E_3 I_3) = 24,022 \text{ Вт}.$$

37-есеп. Есептің берілгені: $E_1=72\text{ В}$, $E_2=12\text{ В}$, $E_3=4\text{ В}$, $R_1= 6,7\text{ Ом}$, $R_2= 2,5\text{ Ом}$, $R_3= 10\text{ Ом}$, $R_4= 4\text{ Ом}$, $R_5= 12\text{ Ом}$, $R_6= 4\text{ Ом}$. Анықтау керек: тармақтардағы токтарды Контурлық токтар тәсілі бойынша.



2.4-сурет. Тармақталған күрделі электр тізбегі

Есептің шешімі:

$K_T = m - (n - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$ — теңдеу саны
(Кирхгофтың екінші заңы бойынша құрылған).

$$I_{11} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) - I_{22}R_2 - I_{33}R_5 = E_3 + E_2;$$

$$-I_{11}R_2 + I_{22}(R_1 + R_2 + R_4) - I_{33}R_4 = E_1 - E_2;$$

$$-I_{11}R_5 - I_{22}R_4 + I_{33}(R_4 + R_5 + R_6) = 0;$$

$$24.5I_{11} - 2.5I_{22} - 12I_{33} = 16;$$

$$-2.5I_{11} + 13.2I_{22} - 4I_{33} = 60;$$

$$-12I_{11} - 4I_{22} + 20I_{33} = 0;$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 24.5 & -2.5 & -12 \\ -2.5 & 13.2 & -4 \\ -12 & -4 & 20 \end{vmatrix} = 3810,2;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 16 & -2.5 & -12 \\ 60 & 13.2 & -4 \\ 0 & -4 & 20 \end{vmatrix} = 9848;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 24.5 & 16 & -12 \\ -2.5 & 60 & -4 \\ -12 & 0 & 20 \end{vmatrix} = 22328;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 24.5 & -2.5 & 16 \\ -2.5 & 13.2 & 60 \\ -12 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 10374.4;$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 2,5846 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 5,8601 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 2,7228 \text{ A};$$

$$I_1 = I_{22} = 5,86 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{22} - I_{11} = 3,2755 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{11} = 2,5846 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{22} - I_{33} = 3,1373 \text{ A};$$

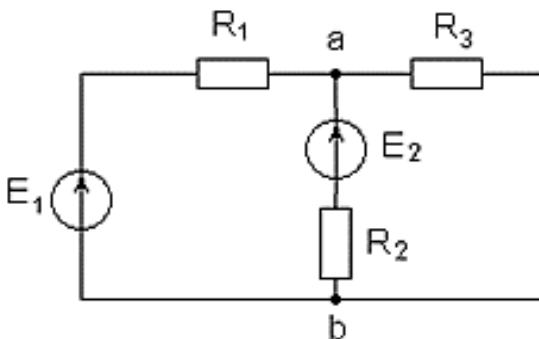
$$I_5 = I_{33} - I_{11} = 0,1382 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{33} = 2,7228 \text{ A};$$

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = 392,958 \text{ Вт};$$

$$P_E = E_1 I_1 + (-E_2 I_2) + E_3 I_3 = 392,958 \text{ Вт}.$$

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Кирхгоф заңдары мен Контурлық токтар әдісі арқылы есептеуге арналған қосымша есептер. Электр тізбегі бойынша келтірілген төмендегі 2.1-кестедегі 1–15-ші нұсқаларды орындаңыздар.



2.5-сурет. Тармақталған электр тізбегі

2.1-кесте

Жаттығуларды орындауға арналған нұсқалар

№ (Нұсқа)	$E_1, В$	$E_2, В$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$
1	10	2	10	3	2
2	12	4	11	4	2
3	14	6	12	5	2
4	16	8	13	6	2
5	18	10	14	7	2
6	20	12	15	8	2
7	22	14	16	9	2
8	24	16	17	10	2
9	26	18	18	11	2
10	28	20	19	12	2
11	30	22	20	13	2
12	32	24	21	14	2
13	34	26	22	15	2
14	36	28	23	16	2
15	38	30	24	17	2

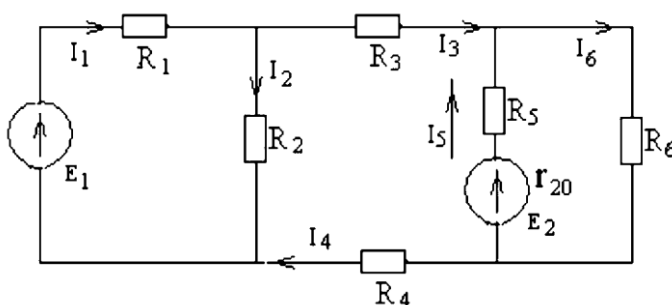
2.2. Беттестіру принципі

Электр тізбектерін беттестіру принципіне сүйене отырып есептеуге болады. Бұл әдісті былай түсіндіреміз. Егер сызықты электр тізбектерінде бірнеше электр энергиясы көздерінің ЭҚК-тері берілген болса, онда тармақтағы ток әрбір ЭҚК-нің осы тізбекте әсер еткендегі пайда болған токтардың алгебралық қосындысына тең болады.

Есептеуді мына ретпен жүргіземіз:

а) кезекпе-кезек тізбек ішінде тек бір-бірден ғана энергия көзін қалдырып, ал басқа электр көздерін тізбектен алып тастап, олардың тек ішкі кедергілерін ғана r_{10} , r_{20} қалдырады. Сөйтіп, 2.6-суреттегідей әр энергия көзіне арналған есептеу сұлбасын алады.

б) біртіндеп түрлендіре отырып, есептеу сұлбасындағы тізбектің толық кедергісін табамыз және Ом заңын пайдаланып, әр тармақтағы токтарды есептейміз немесе белгілі әдістердің біреуін пайдаланамыз.

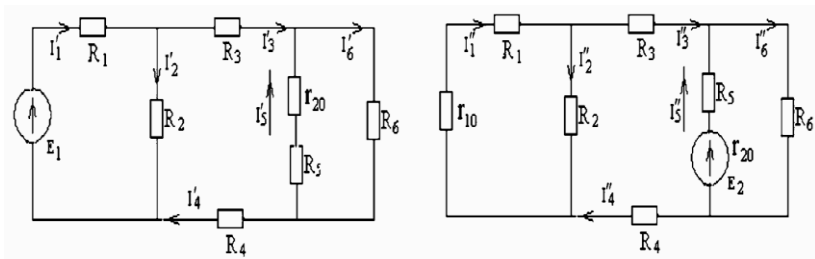


2.6-сурет. Тармақталған электр тізбегі

в) тармақтағы токты табу үшін, беттестіру әдісі арқылы есептеу сұлбасындағы токтардың бағытын еске ала отырып, олардың алгебралық қосындысын табамыз. Ал бұл токтың бағытын ЭҚК-інің бағыты арқылы оңай табуға болады.

2.6-суреттен мынаны жазуға болады:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_1^1 - I_1^{11}; & I_2 &= I_2^1 + I_2^{11}; & I_3 &= I_3^1 - I_3^{11}; \\ I_4 &= I_4^1 - I_4^{11}; & I_5 &= I_5^1 - I_5^{11}; & I_6 &= I_6^1 + I_6^{11}. \end{aligned}$$



2.7-сурет. Тармақталған электр сұлбалары

Беттестіру әдісімен есептеу кезінде кедергіде бөлініп шығатын қуатты құраушы токтардың қуаттарының қосындысымен есептеуге болмайды. Себебі, қуат дегеніміз – токтың екінші дәрежелі функциясы, яғни $P = I^2 R$. Мұны түсіндіру үшін бір мысал қарастырайық. Қандай да бір кедергіден бір бағытта екі құраушы ток I^1 және I^{11} өтетін болса, онда осы кедергіде бөлініп шығатын қуат мынаған тең болар еді:

$$P = R(I^1 + I^{11})^2. \quad (2.6)$$

Ал бұл қуат құраушы токтар арқылы бөлініп шыққан қуаттардың қосындысына тең емес:

$$P \neq R(I^1)^2 + R(I^{11})^2.$$

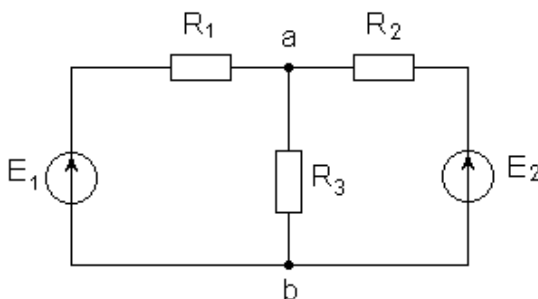
Беттестіру принциптері сызықты тендеулердің жалпы қасиеттері салдарынан шығады, сондықтан бір-бірімен сызықты тәуелділікте болатын кез келген физикалық шамаларға пайдалануға болады.

Электр тізбектерінде берілген ЭҚК-і және кедергі арқылы тек токты ғана тауып қоймай, берілген кедергімен табылған ток арқылы кернеуді табуға болады.

Беттестіру әдісінің құндылығы – ол теңдеулер жүйесін шешуді қажет етпейді, ал оның кемшілігі есептеу дәлдігінің жеткіліксіздігінде, әсіресе тармақтағы тоқты шамалас келген құраушы токтардың айырмасымен тапқанда.

Көбінесе бұл әдіс тізбектегі энергия көздері санаулы ғана болған кезде тиімді. Кей кезде тізбектегі ЭҚК-і өзгеріп, бірнеше мәнге ие болғанда, мұндай тізбектің жұмысына талдау жасағанда есептеу нәтижелілігі ұлғаяды.

38-есеп. Берілгені: $E_1=10$ В, $E_2=5$ В, $R_1=6$ Ом, $R_2=5$ Ом, $R_3=2$ Ом.

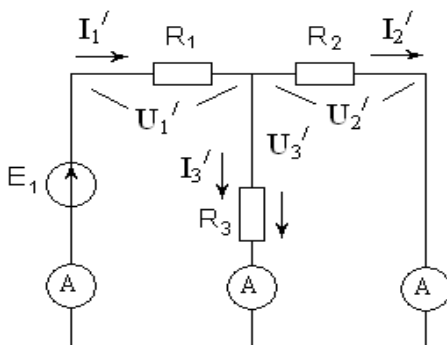


2.8-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Есептеу керек: Беттестіру әдісі бойынша тармақтардағы токтарды анықтау керек (2.8-сурет).

Есептің шешуі: Беттестіру әдісінің методикасы алдымен электр тізбегінен бір электр қозғаушы күшін ажыратып тастап, тармақтардағы бір ЭҚК әсерінен туатын жартылай токтарды есептеу керек (2.8-сурет). Егер $E_2=0$ тең болса, E_1 – ЭҚК әсерінен пайда болатын тармақтардағы жартылай токтарды былай есептеуге болады.

$$R_{\text{ж}} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 7.428 \text{ Ом};$$



2.9-сурет. Тармақталған қарапайым электр тізбегі

$$I_1' = \frac{E_1}{R_{\text{ж}}} = 1,346 \text{ A};$$

$$U_{23}' = I_1' \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 1,922 \text{ B};$$

$$U_1' = I_1' \cdot R_1 = 8,076 \text{ B};$$

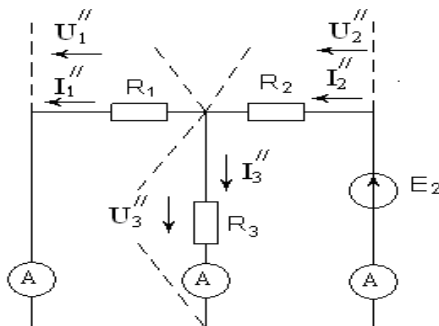
$$I_2' = \frac{U_{23}'}{R_2} = 0,3844 \text{ A};$$

$$I_3' = \frac{U_{23}'}{R_3} = 0,961 \text{ A}.$$

Ал керісінше тізбектен $E_1=0$ ($\mathcal{E}\mathcal{K}\mathcal{K} = 0$ тең) алсақ, онда E_2 – әсерінен пайда болатын тармақтардағы жартылай токтарды былай есептеуге болады (2.10-сурет).

$$R_{\text{ж}} = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 6,5 \text{ Ом};$$

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_{\text{ж}}} = 0,769 \text{ A}.$$



2.10-сурет. Тармақталған қарапайым электр тізбегі

$$U_{13}'' = I_2'' \cdot \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 1,153B, \quad U_2'' = I_2'' \cdot R_2 = 3,845 B;$$

$$I_1'' = \frac{U_{13}}{R_1} = 0,192A;$$

$$I_3'' = \frac{U_{13}}{R_3} = 0,5765A.$$

Екі ЭҚК әсерінен пайда болатын жартылай токтар белгілі болатын болса, онда оларды бір-бірімен беттестіріу арқылы күрделі екі ЭҚК әсерінен пайда болатын токтарды былай есептейміз.

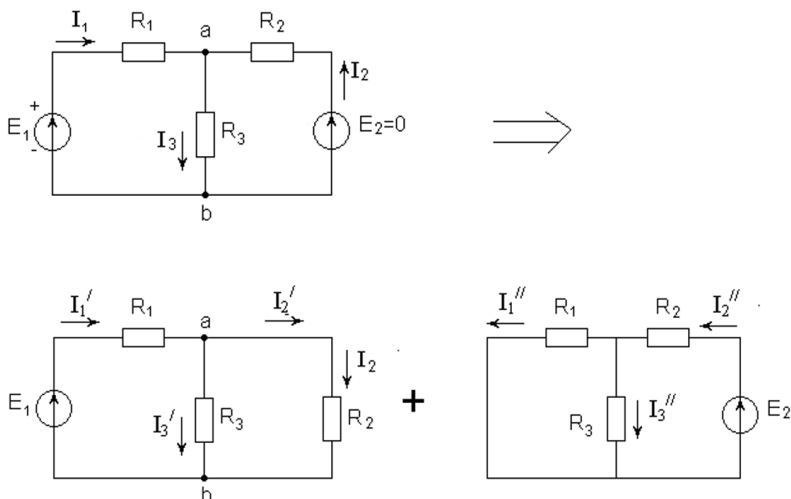
$$I_1 = I_1' - I_1'' = 1,154 A;$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' = 0,3846 A;$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 1,5375 A.$$

Мұнда $I_1', I_1'', I_2', I_2'', I_3', I_3''$ – жекеше токтар.

Тексеру керек: Беттестіру әдісі бойынша анықталған токтарды қуаттар балансы арқылы тексеруге болады.



2.11-сурет. а) 2 ЭҚК-і бар күрделі электр тізбегі;
 ә), б) ЭҚК-і бар тармақталған электр тізбегі

Қуаттар балансы. Тізбектегі қорек көзіннің қуаты деп басқа түрлі энергияның электр энергиясына түрлендіру жылдамдылығын айтамыз:

$$P_{k.k} = \frac{A_E}{t} = \frac{EIt}{t} = EI. \quad (2.6)$$

Қабылдағыштардың қуаты – электр энергиясын басқа түрлі энергияға түрлендіру жылдамдылығы деп есептеуге келеді:

$$P_k = \frac{A_K}{t} = \frac{UIt}{t} = UI = I^2 R. \quad (2.7)$$

Кез келген электр тізбекте энергиялардың балансы – қуаттар балансы арқылы зерттеледі.

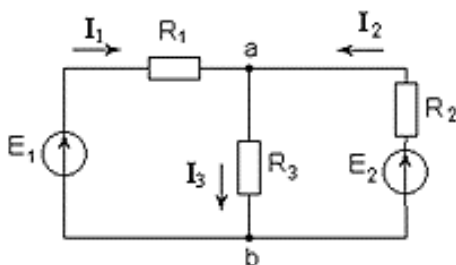
Қуаттар балансы дегеніміз – ЭҚК-нің қуаттарының алгебралық қосындысы қабылдағыштардағы қуаттардың алгебралық қосындысына теңдігі:

$$\sum_k E_k I_k = \sum_n I_n^2 R_n . \quad (2.8)$$

Егер тармақтағы токпен ЭҚК-тің бағыттары бағыттас болса, ЭҚК-ті генератор режимінде істейді деп есептейміз, ал қарама-қарсы болса ЭҚК қабылдағыш ретінде энергияны қабылдайды деп оның таңбасын (-) аламыз.

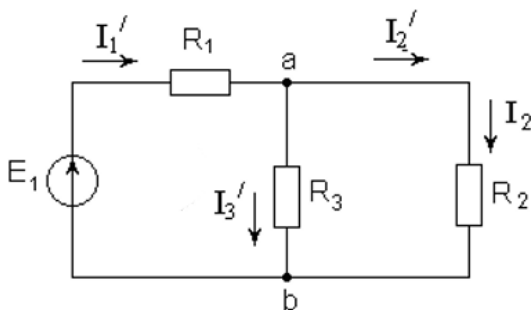
$$\begin{aligned} P_{\kappa.\kappa.} &= E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 = 10 \cdot 1,154 + 5 \cdot 0,3846 = 13,463 \text{ Вт}; \\ P_{\kappa.} &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 \\ &= 1,154^2 \cdot 6 + 0,3846^2 \cdot 5 + 1,5375^2 \cdot 2 \\ &= 7,99 + 0,7395 + 4,7278 = 13,457 \text{ Вт}; \\ P_{\kappa.\kappa.} &= P_{\kappa.} \end{aligned} \quad (2.9)$$

39-есеп. Есептің берілгені: $E_1=15 \text{ В}$, $E_2=10 \text{ В}$, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$. Анықтау керек: тармақтардағы токтарды Беттестіру әдісі бойынша.



2.12-сурет. 2 ЭҚК-і бар күрделі электр тізбегі

Есептің шешімі: 1) Әуелі бірінші (E_1) ЭҚК-нің әсерінен туатын жарты токтарды анықтау керек. Ол үшін тізбектен E_2 ажыратып тастаймыз.



2.13-сурет. Тармақталған электр тізбегі

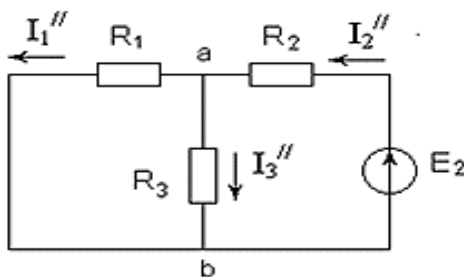
$$I_1' = \frac{E_1}{R_{\text{ж}}} = 2,419 \text{ A};$$

$$R_{\text{ж}}' = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 6,2 \text{ Ом};$$

$$I_2' = I_1' \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 1,451 \text{ A};$$

$$I_3' = I_1' \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 0,968 \text{ A}.$$

2) Енді керісінше E_1 -ші ЭҚК ажыратып тастап E_2 – әсерінен туатын жарты токтарды анықтау керек.



2.14-сурет. Тармақталған электр тізбегі

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_{ж}''} = 2,581 \text{ A};$$

$$R_{ж}'' = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 3,875 \text{ Ом};$$

$$I_1'' = I_2'' \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 0,968 \text{ A};$$

$$I_3'' = I_2'' \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 1,613 \text{ A}.$$

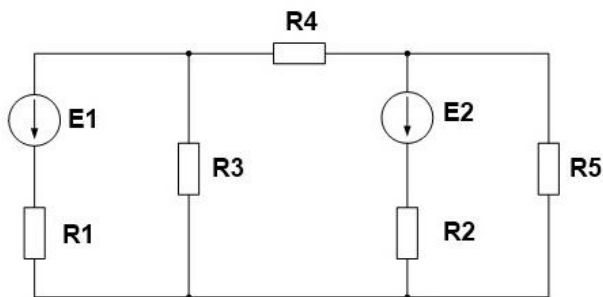
2.13) және 2.14) тізбек бойынша анықталған жарты токтарды бір-бірімен беттестіріп, 2.12) тізбектегі екі ЭҚК әсерінен туатын толық токтарды былай анықтауға болады.

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 1,451 \text{ A}$$

$$I_2 = I_2'' - I_2' = 1,13 \text{ A}$$

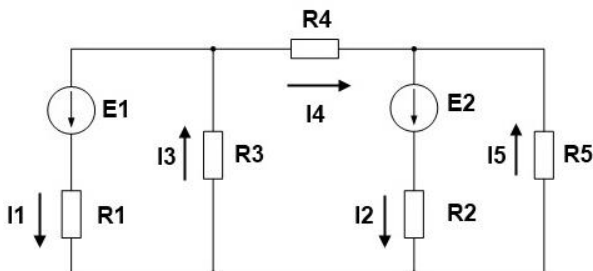
$$I_3 = I_3' + I_3'' = 2,581 \text{ A}$$

40-есеп. Есептің берілгені: $E_1=100 \text{ В}$, $E_2=120 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 25 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$, $R_5=20 \text{ Ом}$, Анықтау керек: тармақтардағы токтарды Беттестіру әдісі бойынша.



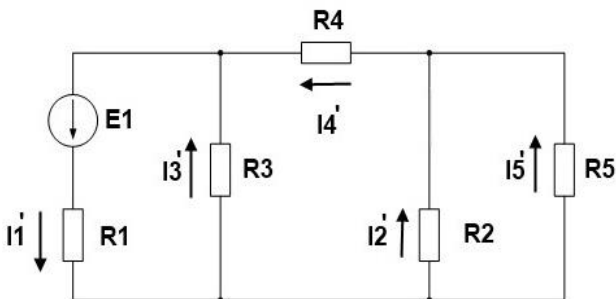
2.15-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Есептің шешімі: 1) Әуелі электр тізбектегі токтың бағытын шартты түрде белгілеп алайық. Егер есептеген кезде токтың бағыты теріс мәнде шықса онда бағытын қарама-қарсы бағытқа өзгертеміз.



2.16-сурет. Тармақталған күрделі электр тізбегі

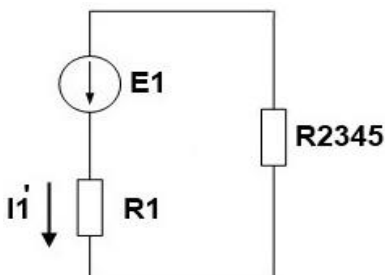
2) Әуелі бірінші (E_1) ЭҚК-ның әсерінен туатын жарты токтарды анықтау керек. Ол үшін тізбектен E_2 ажыратып тастаймыз.



2.17 сурет. Тармақталған электр тізбегі

Электр тізбегіндегі I_1' – токты анықтау үшін тізбекті ықшамдап, жалты кедергіні анықтау керек.

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_3(\frac{R_2 R_5}{R_2 + R_5} + R_4)}{R_3 + \frac{R_2 R_5}{R_2 + R_5} + R_4}} = \frac{100}{2 + 15,756} = 5,632 \text{ A.}$$



2.18-сурет. Қарапайым электр тізбегі

R_{2345} кедергіге түсетін кернеуді анықтау керек

$$U_{2345} = I_1' R_{2345} = 5,632 * 15,756 = 88,738 \text{ В.}$$

Егер кернеу белгілі болса I_3' тоқты келесідей анықтауға болады.

$$I_3' = \frac{U_{2345}}{R_3} = 3,549 \text{ А.}$$

Ал I_4' тоқты келесідей анықтауға болады.

$$I_4' = \frac{U_{2345}}{R_4 + R_{25}} = 2,082 \text{ А.}$$

R_{25} кедергіге түсетін кернеуді келесідей анықтаймыз.

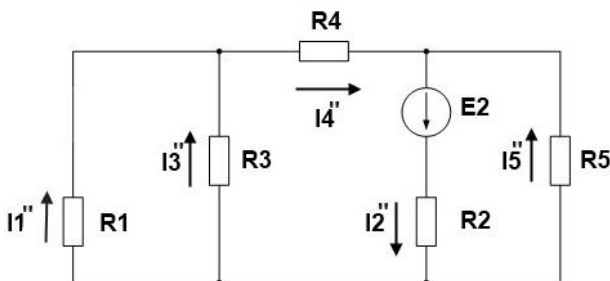
$$U_{25} = I_4' R_{25} = 5,43 \text{ В.}$$

Егер кернеу белгілі болса токтарды жеке-жеке былай анықтауға болады.

$$I_2' = \frac{U_{25}}{R_2} = 1,81 \text{ А.}$$

$$I_5' = \frac{U_{25}}{R_5} = 0,272 \text{ А.}$$

3) Енді керісінше E_1 -ші ЭҚК ажыратып тастап, E_2 әсерінен туатын жарты токтарды анықтау керек.



2.19-сурет. Тармақталған электр тізбегі

E_2 әсерінен туатын жарты токтар келесідей мәнге тең.

$$I_1'' = 2,174 \text{ A};$$

$$I_2'' = 7,258 \text{ A};$$

$$I_3'' = 0,174 \text{ A};$$

$$I_4'' = 2,347 \text{ A};$$

$$I_5'' = 4,911 \text{ A}.$$

4) E_1 мен E_2 әсерінен туатын жарты токтарды бір-бірімен беттестіріп, екі ЭҚК әсерінен туатын толық токтарды былай анықтауға болады.

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 3,459 \text{ A};$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 5,448 \text{ A};$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 3,723 \text{ A};$$

$$I_4 = I_4'' - I_4' = 0,265 \text{ A};$$

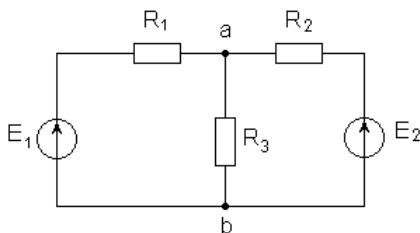
$$I_5 = I_5' + I_5'' = 5,183 \text{ A}.$$

5) Есептің дұрыстығын қуаттар тепе-теңдігі арқылы тексеруге болады.

$$I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 = E_1 I_1 + E_2 I_2 ;$$

$$999,6 \text{ Вт} \approx 999,7 \text{ Вт} .$$

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Беттестіру әдісі арқылы есептеуге арналған қосымша есептер. Электр тізбегі бойынша келтірілген төмендегі 2.2-кестедегі 1–15-ші Нұсқаларды орындаңыздар.



2.20-сурет.

2.2-кесте

Жаттығуларды орындауға арналған нұсқалар

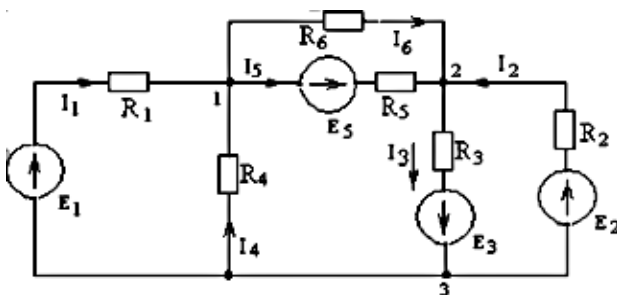
№ (Нұсқа)	$E_1, \text{В}$	$E_2, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$
1	10	2	10	3	2
2	12	4	11	4	2
3	14	6	12	5	2
4	16	8	13	6	2
5	18	10	14	7	2
6	20	12	15	8	2
7	22	14	16	9	2
8	24	16	17	10	2
9	26	18	18	11	2
10	28	20	19	12	2
11	30	22	20	13	2
12	32	24	21	14	2
13	34	26	22	15	2
14	36	28	23	16	2
15	38	30	24	17	2

2.3. Түйіндік потенциалдар әдісі

Кез келген тізбектің режимі Кирхгофтың заңдарына байланысты құрылған теңдеулер арқылы өрнектеледі. Барлық «т» тармақтағы тоқты анықтау үшін, белгісіздері бар «т» теңдеулер жүйесін шешу керек. Ал түйіндік потенциалдар әдісін қолдана отырып, теңдеулер санын қысқартуға болады.

Егер Ом заңын пайдаланғыңыз келсе, онда түйіндік потенциалды білуіңіз керек. Мысалы, сұлбада n_T түйін болсын делік, Ойша сұлбаның бір түйінін жерге жалғасак, тармақтағы токтардың таралуы өзгеріссіз қалады. Яғни, сол түйіннің потенциалын нөлге тең деп аламыз. Бұл жағдайда белгісіздер саны n_T -дан n_T-1 -ге дейін кемиді.

Түйіндік потенциалдар әдісіндегі белгісіздер саны Кирхгофтың бірінші заңына құрылатын теңдеулер санына тең.



2.21-сурет. Тармакталған күрделі электр сұлбасы

2.21-суреттегі мысалдарды қарастырайық: үшінші түйіннің потенциалын нөл деп аламыз немесе $\varphi_3 = 0$. Бұл есептің шартын өзгертпейді. Себебі, әрбір тармақтағы ток потенциалдарының абсолюттік мәніне емес, тармақтағы потенциалдар айырымына байланысты болады.

Сұлбада ток бағыттарын қалауымызша қабылдаймыз. Келісім бойынша түйіннен шығатын тоқты оң таңбамен, түйінге кіретін тоқты теріс таңбамен аламыз. Қабылдап алынған токтардың бағыты мен сұлбаның бірінші және екінші түйіндері үшін Кирхгофтың бірінші заңына жазылған теңдеулер құрамыз:

$$\left. \begin{aligned} I_5 - I_4 - I_1 + I_6 &= 0 \\ -I_5 - I_6 - I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.10)$$

Ом заңына жазылған тармақтардағы токтар:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= (E_1 - \varphi_1)g_1; & I_4 &= -\varphi g_4 \\ I_2 &= (E_2 - \varphi_2)g_2; & I_5 &= (E_5 + \varphi_1 - \varphi_2)g_5 \\ I_3 &= (E_3 + \varphi_2)g_3 & I_6 &= (\varphi_1 - \varphi_2)g_6. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

φ_1 және φ_2 бірінші және екінші түйіндерінің потенциалдары g_k тармақтың өткізгіштігі $g_k=1/R_k$, k – бүтін сан.

(2.11) теңдеудегі токтардың мәнін (2.10) теңдеуге қойып, ұқсас мүшелерін біріктіріуіміз керек:

$$\begin{aligned} \varphi_1(g_6 + g_5 + g_4 + g_1) - \varphi_2(g_6 + g_5) &= E_1g_1 - E_5g_5; \\ -\varphi_1(g_6 + g_5) + \varphi_2(g_6 + g_5 + g_2 + g_3) &= E_5g_5 + E_2g_2 - E_3g_3. \end{aligned}$$

$$\text{немесе} \quad \left. \begin{aligned} \varphi_1g_{11} - \varphi_2g_{12} &= \sum E_{11}g; \\ -\varphi_1g_{21} + \varphi_2g_{22} &= \sum E_{22}g. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

мұндағы $g_{11} = g_6 + g_5 + g_4 + g_1$; $g_{22} = g_6 + g_5 + g_2 + g_3$ бірінші және екінші түйіндерге қосылған тармақтардың өткізгіштігінің қосындысын меншікті өткізгіштік деп атайды.

$g_{12} = g_{21} = g_5 + g_6$ – осы түйіндерді бір-бірімен байланыстыратын тармақтардағы өткізгіштердің қосындысын жалпы өткізгіштік деп атайды. (2.11) теңдеудің оң жағында $\sum E g$ тармақтағы ЭҚК-і мен оның өткізгіштердің көбейтінділерінің алгебралық қосындылары көрсетілген. Олардың сол қарастырылып отырған түйінге келіп қосылған тармақтарға ғана қатысты екенін айту қажет.

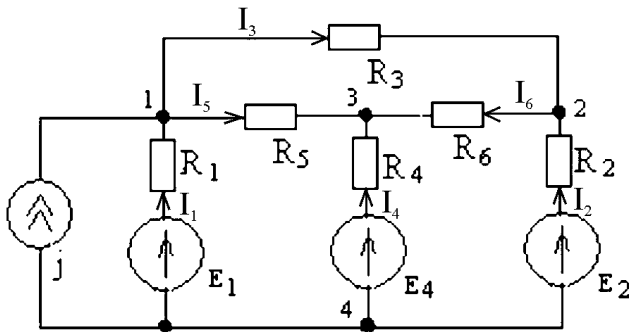
ЭҚК-і қарастырылып отырған түйінге қарай бағытталса, $E g$ көбейтіндісі оң таңбамен алынады, ал егер ЭҚК-і қарастырылып отырған түйіннен тыс бағытталса, теріс таңбамен алынады. (2.12)

теңдеу алынған тармақтағы токтың бағытына байланысты болмайды. Қарастырылып отырған түйін дегеніміз – ол меншікті өткізгіштігі бар түйіндер g_{rr} . Егер электр сұлбасы тек қана энергия көзінің ЭҚК-нен ғана емес, ток көзінен де тұратын болса, онда Кирхгофтың бірінші заңына байланысты алынған теңдеулер құрамына ток көзінің токтары да кіреді.

(2.12) теңдеуді құру кезінде берілген ток көзінің токтары әр түйін үшін теңдеудің оң жағындағы қосылғыштары болып табылады. Бұл жағдайда да ток көзінің бағыты қарастырылып отырған түйінге бағытталса – оң, ал керісінше бағытталса теріс алынады. Мысалға 2.22-суреттегі сұлбаны қарастырамыз.

Төртінші түйіннің потенциалын нөлге теңейміз. $\varphi_4=0$; 1, 2 және 3 түйіндер үшін теңдеулер құрамыз:

$$\begin{aligned}\varphi_1 g_{11} - \varphi_2 g_{12} - \varphi_3 g_{13} &= J + E_1 g_1; & -\varphi_1 g_{21} + \varphi_2 g_{22} - \varphi_3 g_{23} &= E_2 g_2; \\ & -\varphi_1 g_{31} - \varphi_2 g_{32} + \varphi_3 g_{33} &= E_4 g_4.\end{aligned}$$

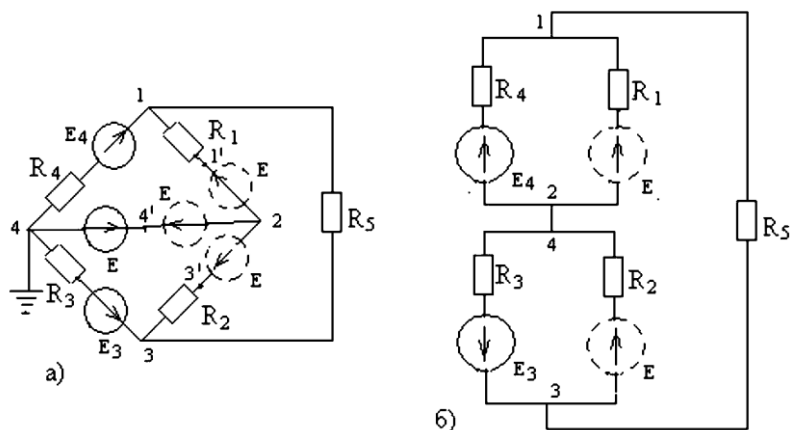


2.22-сурет. Тармақталған күрделі электр сұлбасы

Мұндағы $g_{11}=g_1+g_5+g_3$; $g_{22}=g_2+g_3+g_6$; $g_{33}=g_4+g_5+g_6$;
 $g_{12}=g_{21}=g_3$; $g_{13}=g_{31}=g_5$; $g_{23}=g_{32}=g_6$.

Теңдеу құрғанда тағы да есте сақтайтын жағдайдың бірі – ол тізбектің бір тармағында идеалды ЭҚК көзі болуы мүмкін, яғни сол тармақтағы кедергі нөлге тең. Сол кезде осы тармаққа байланысты теңдеуде анықталмағандық пайда болады. Себебі, осындай тармақтың өткізгіштігі шексіздікке тең болады. Осы

қиыншылықтан құтылу үшін, шартты түрде осы тармақтың бір ұшындағы потенциалды нөлге теңеу керек $\varphi_4 = 0$ (2.23, а-сурет). Сонда сол тармақтың екінші ұшындағы потенциал ЭҚК-нің мәніне тең болады да, оның потенциалын белгілі деп есептейміз. Немесе кедергісі нөлге тең тармақтағы берілген ЭҚК-ін тиісті түйін арқылы жалғанған кедергісі бар басқа тармақтарға тасымалдау керек. Ол үшін сол тиісті түйінге жалғанған барлық тармақтарға берілген ЭҚК қарама-қарсы бағытталған ЭҚК-терін тасымалдап қосамыз. Осы ЭҚК-ін есепке ала отырып теңдеулер құрамыз. 2.23, а-суретте осы ЭҚК-тері үзік сызықпен бейнеленген.



2.23-сурет. Тармақталған күрделі электр сұлбалары

Осыдан токтардың барлық тармақтарындағы мәндері өзгермейді. Себебі, 1^1 , 3^1 , 4^1 нүктелерінің арасындағы потенциалдар айырымы алғашқы берілген сұлбадағы сияқты нөлге тең болады. Енді екінші және төртінші түйіндердегі потенциалдар бір-біріне тең, сондықтан оларды бір нүктеге қосамыз (2.23, ә-сурет). Сонда үш түйінді сұлбаға тек екі тәуелсіз теңдеу құрып, сол екі потенциалды табамыз. Содан кейін Ом заңын пайдаланып, барлық тармақтардағы токтарды табамыз. Ал кедергісі нөлге тең тармақтағы токты 4-түйінге құрылған Кирхгофтың бірінші заңы бойынша табамыз.

Матрица түрінде түйіндік потенциалдарға құрылған теңдеулер.

Түйіндік потенциалдарды теңдеулердің (2.12) матрица түрінде жазуға болады:

$$g^{(y)} \cdot \varphi = J_C. \quad (2.13)$$

Мұндағы $g^{(y)} = \begin{vmatrix} g_{11} & -g_{12} \\ -g_{21} & g_{22} \end{vmatrix}$ – сұлбаның түйіндік

өткізгіштерінің квадрат матрицасы $\varphi = \begin{vmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{vmatrix}$ және $J_C = \begin{vmatrix} J_{C1} \\ J_{C2} \end{vmatrix}$ –

түйіндік потенциалдардың тік жол матрицасы және түйіндердегі ток көзі тогы

$$J_{C1} = J_i + \sum E_{ij} g_{ij}.$$

Мұнда алгебралық қосынды түйінге қосылған барлық тармақтардағы токтар және кернеулер көздерінің таңбаларына байланысты орындалады.

Түйіндердегі потенциалдарды табу үшін, (2.13) теңдеудің екі жағын да $\|g^{(y)}\|^{-1}$ матрицасына көбейтеміз:

$$\varphi = \|g^{(y)}\|^{-1} \cdot J_C. \quad (2.14)$$

$\|g^{(y)}\|^{-1}$ – берілген матрицаға $\|g^{(y)}\|$ кері матрица.

Төменде тізбектің түйіндік өткізгіштері матрицасын тікелей тиісті сұлбасы бойынша келесі формуланы пайдаланып құруға болатындығы көрсетілген:

$$g^{(y)} = A \cdot g_d \cdot A^T. \quad (2.15)$$

Мұндағы A – сұлба тармақтарындағы түйіндік өткізгіштердің біріктіруші матрицасы немесе олардың бағдарланған графы.

g_d – тармақтардағы өткізгіштердің диагональ матрицасы.

A^T – сұлбадағы тармақтардың түйіндік өткізгіштерінің транспонирленген (транспонированная) біріктіруші матрицасы немесе бағдарланған графы.

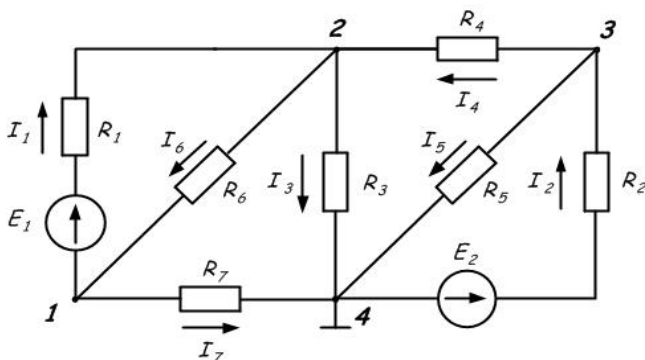
A матрицасын құру келесі түрде өткізіледі. Матрицаның тік жолы сұлба тармақтарына сайма-сай, ал оның жазық жолы түйіндерге тура келеді. Матрицаның тік және жазық жолдарының қиылысында ± 1 немесе 0 жазылады, әрине, берілген тармақтың тиісті түйінге жалғанған-жалғанбағанына байланысты. Тармақ бағыты сол тармақтағы ток бағытымен бірдей деп қарастырылады. Оң таңба тармақ түйіннен шыққан кезде, ал теріс таңба түйінге кірер кезде алынады. (2.15) формуланы 2.24-суретке пайдалансақ,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}; g_d = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_6 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; \varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix}; j_C = \begin{bmatrix} E_1 g_1 - E_5 g_5 \\ E_5 g_5 + E_2 g_2 - E_3 g_3 \end{bmatrix}$$

$$g^{(y)} = A \cdot g_d A^T = \begin{bmatrix} (g_1 + g_4 + g_5 + g_6) & -(g_6 + g_5) \\ -(g_5 + g_6) & (g_2 + g_3 + g_5 + g_6) \end{bmatrix}.$$

41-есеп. Есептің берілгені: $E_1=50$ В, $E_2=100$ В, $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = 22$ Ом, $R_3 = 42$ Ом, $R_4 = 35$ Ом, $R_5=51$ Ом, $R_6 = 10$ Ом, $R_7 = 47$ Ом, Анықтау керек: тармақтардағы токтарды Түйіндік потенциалдар әдісі бойынша.



2.24-сурет. Тармақталған күрделі электр сұлбасы

- 1) 4-ші түйіннің потенциалын 0-ге теңестіріп аламыз.
- 2) 1, 2, 3 түйіндер бойынша Кирхгофтың бірінші заңына сүйеніп теңдеу құрамыз.

$$I_6 - I_7 - I_1 = 0$$

$$I_1 + I_4 - I_6 - I_3 = 0$$

$$I_2 - I_4 - I_5 = 0$$

- 3) Әр тармақтағы токтарды жеке-жеке Ом заңы бойынша анықтаймыз (мұндағы G_i – активті өткізгіш)

$$I_i = \frac{\varphi_i - \varphi + E_i}{R_i} = (\varphi_i - \varphi + E_i)G_i$$

$$I_1 = (\varphi_1 - \varphi_2 + E_1)G_1$$

$$I_2 = (0 - \varphi_3 + E_2)G_2$$

$$I_3 = (\varphi_2 - 0 + 0)G_3$$

$$I_4 = (\varphi_3 - \varphi_2 + 0)G_4$$

$$I_5 = (\varphi_3 - 0 + 0)G_5$$

$$I_6 = (\varphi_2 - \varphi_1 + 0)G_6$$

$$I_7 = (\varphi_1 - 0 + 0)G_7$$

4) Анықталған теңдеуді келесідей жазуға болады.

$$\varphi_1(G_1 + G_6 + G_7) + \varphi_2(-G_1 - G_6) = -E_1 G_1$$

$$\varphi_1(-G_1 - G_6) + \varphi_2(G_1 + G_3 + G_4 + G_6) + \varphi_3(-G_4) = E_1 G_1$$

$$\varphi_2(-G_4) + \varphi_3(G_2 + G_4 + G_5) = E_2 G_2$$

5) Жүйеден белгісіз потенциалдар арқылы тармақтардағы токтарды былай анықтауға болады.

$$\varphi_1 = 10,7 \text{ В}$$

$$\varphi_2 = 26,6 \text{ В}$$

$$\varphi_3 = 56,7 \text{ В}$$

$$I_1 = (\varphi_1 - \varphi_2 + E_1)G_1 = (10,7 - 26,6 + 50) * 0,04 = 1,36 \text{ А}$$

$$I_2 = 1,97 \text{ А}$$

$$I_3 = 0,63 \text{ А}$$

$$I_4 = 0,86 \text{ А}$$

$$I_5 = 1,11 \text{ А}$$

$$I_6 = 1,59 \text{ А}$$

$$I_7 = 0,23 \text{ А}$$

Есептің дұрыстығын қуаттар тепе-теңдігі арқылы тексеруге болады.

$$I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 + I_7^2 R_7 = I_1 E_1 + I_2 E_2$$

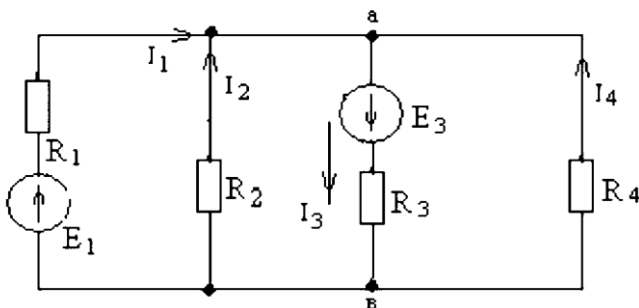
$$1.36^2 * 25 + 1.97^2 * 22 + 0.63^2 * 42 + 0.86^2 * 35 + 1.11^2 * 51 +$$

$$+ 1.59^2 * 10 + 0.23^2 * 47 = 1.36 * 50 + 1.97 * 100$$

$$265.2 \text{ Вт} \approx 265.2 \text{ Вт}$$

2.4. Екі түйін арасындағы кернеу (потенциал) әдісі

Көп жағдайда екі түйіннен тұратын сұлбалар кездеседі. Мұндай сұлбаларда түйіндік потенциалдар әдісінің жеке түрі екі түйін әдісімен есептеледі. Электр тізбегін есептеу үшін екі түйін тәсілін қолдану дегеніміз – ол екі түйін арасындағы кернеуді табу. Мысалы, 2.25-суреттегі сұлбадан барлық тоқты табу керек болсын.



2.25-сурет. Екі түйінді электр сұлбасы

Бұл екі түйін арасындағы U_{ab} кернеуді табайық:

$$U_{ab} = \sum E_k g_k / \sum g_k . \quad (2.16)$$

E_k g_k таңбалары жоғарыдағы түйіндік потенциалдар әдісіндегідей қабылданады. Кернеу табылғаннан кейін, барлық тармақтардағы тоқты анықтаймыз:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ав}}{R_1}; \quad I_2 = \frac{E_2 - U_{ав}}{R_2}; \quad I_3 = \frac{E_3 + U_{ав}}{R_3}; \quad I_4 = \frac{E_4 - U_{ав}}{R_4}.$$

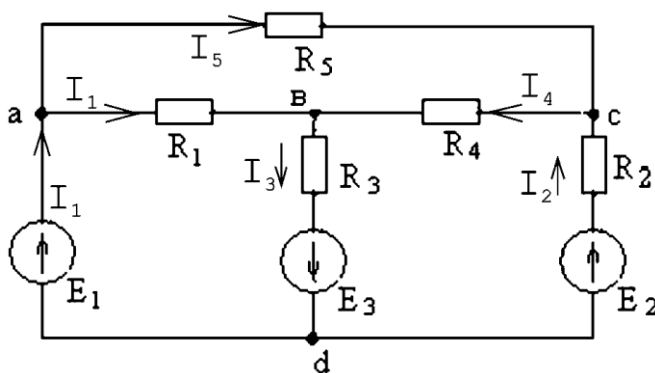
Берілген сұлбаның екінші және төртінші тармақтарында E_2 және E_4 жоқ, яғни $E_2=0$; $E_4=0$. I_2 және I_4 токтар есептегенде теріс таңбалы болған, яғни алынған бағытты кері бағытқа өзгерту керек.

Электр тізбектерін есептеу кезінде сұлбада кедергісі жоқ тек қана таза ЭҚК-і бар тармақтар да кездеседі, мысал ретінде 1.20-суретті қарастырайық: Берілген сұлбаны түйіндік потенциалдар әдісімен есептеу кезінде міндетті түрде d нүктесін жерге жалғау керек, сонда $\varphi_d = 0$, $\varphi_a = E_1$, немесе «а» нүктесін жерге қосып, $\varphi_a = 0$, $\varphi_d = -E_1$ алуға болады.

Сұлбада 4-түйін бар болғанмен, қазіргі жағдайда «в» мен «с» түйіндері үшін екі теңдеу құрамыз:

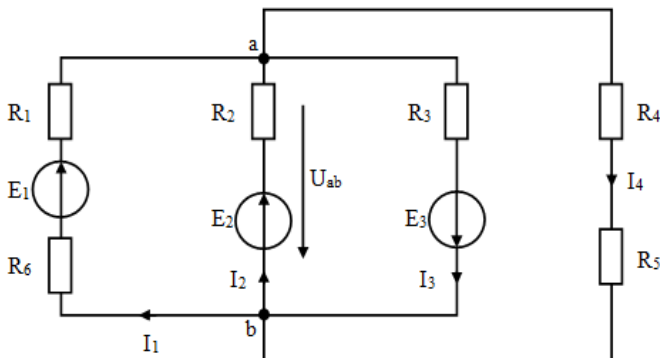
$$\begin{aligned} \varphi_B(g_1 + g_3 + g_4) - \varphi_a g_1 - \varphi_C g_4 &= -E_3 g_3; \\ -\varphi_B g_4 - \varphi_a g_5 + \varphi_C(g_4 + g_5 + g_2) &= E_2 g_2. \end{aligned}$$

Жүйеден φ_B , φ_C потенциал және Ом заңын пайдалана отырып, тармақтардағы токтарды анықтаймыз. Қарастырылған сұлбаларда ЭҚК-тері мен кедергілер белгілі екенін есте сақтайық.



2.26-сурет. Тармақталған электр сұлбасы

42-есеп. Есептің берілгені: $E_1=20$ В, $E_2=10$ В, $E_3=5$ В, $R_1=R_2=4$ Ом, $R_3=R_4=2$ Ом, $R_5=R_6=5$ Ом. Анықтау керек: тармақтардағы токтарды Екі түйін арасындағы кернеу әдісі бойынша.



2.27-сурет. Тармақталған электр сұлбасы

Есептің шешімі:

Шартты түрде a -ның потенциалы жоғары b -дан деп алайық.

$$\varphi_a > \varphi_b$$

Олай болса екі түйін арасындағы кернеуді былай анықтауға болады.

$$U_{ab} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 - E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4} = 2,213 \text{ В.}$$

Мұндағы g – активті өткізгіштік.

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + R_6} = 0,111 \text{ См;}$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2} = 0,25 \text{ См;}$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3} = 0,5 \text{ См};$$

$$g_4 = \frac{1}{R_4 + R_5} = 0,143 \text{ См.}$$

Егер есептеген кезде екі түйін арасына түсіп тұрған кернеудің таңбасы теріс таңба шықса кернеудің бағытын өзгертеміз.

Кернеу белгілі болса тармақтардағы токтарды жеке-жеке Ом заңы бойынша былай анықтауға болады.

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1 + R_6} = 1,976 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = 1,947 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{E_3 + U_{ab}}{R_3} = 3,607 \text{ A};$$

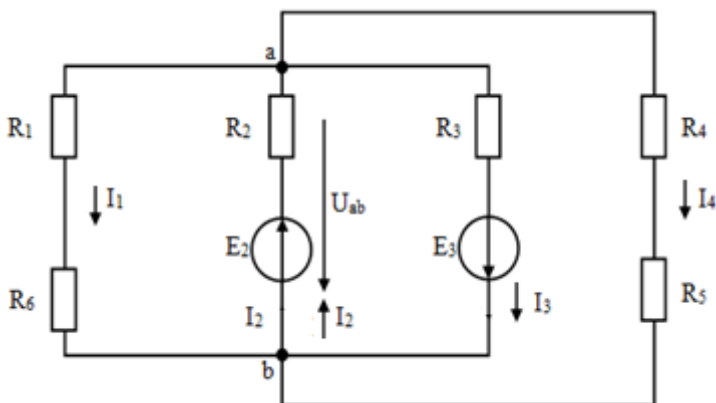
$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4 + R_5} = 0,316 \text{ A.}$$

Анықталған тоқтың дұрыстығын қуаттар тепе-теңдігі арқылы тексерейік.

$$P_R = I_1^2(R_1 + R_6) + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2(R_4 + R_5) = 77,026 \text{ Вт};$$

$$P_E = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 77,026 \text{ Вт.}$$

43-есеп. Есептің берілгені: $E_2=10 \text{ В}$, $E_3=5 \text{ В}$, $R_1= R_2=4 \text{ Ом}$, $R_3= R_4=2 \text{ Ом}$, $R_5= R_6=5 \text{ Ом}$. Анықтау керек: Тармақтардағы токтарды Екі түйін арасындағы кернеу әдісі бойынша.



2.28-сурет. Тармақталған электр сұлбасы

Есептің шешімі:

Шартты түрде a -ның потенциалы жоғары b -дан деп алайық.

$$\varphi_a > \varphi_b.$$

Олай болса екі түйін арасындағы кернеуді былай анықтауға болады.

$$U_{ab} = \frac{E_2 g_2 - E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4} = 0\text{В}.$$

Мұндағы g – активті өткізгіштік.

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + R_6} = 0,111 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2} = 0,25 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3} = 0,5 \text{ См};$$

$$g_4 = \frac{1}{R_4 + R_5} = 0,143 \text{ См};$$

Кернеу белгілі болса тармақтардағы токтарды жеке-жеке Ом заңы бойынша былай анықтауға болады.

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1 + R_6} = 0 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = 2,5 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{E_3 + U_{ab}}{R_3} = 2,5 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4 + R_5} = 0 \text{ А}.$$

Анықталған тоқтың дұрыстығын қуаттар тепе-теңдігі арқылы тексерейік.

$$P_R = I_1^2(R_1 + R_6) + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2(R_4 + R_5) = 37,5 \text{ Вт};$$

$$P_E = E_2 I_2 + E_3 I_3 = 37,5 \text{ Вт}.$$

44-есеп. Есептің берілгені: $E_1=20 \text{ В}$, $E_3=5 \text{ В}$, $R_1= R_2=4 \text{ Ом}$, $R_3=R_4=2 \text{ Ом}$, $R_5=R_6=5 \text{ Ом}$. Анықтау керек: тармақтардағы токтарды Екі түйін арасындағы кернеу әдісі бойынша.

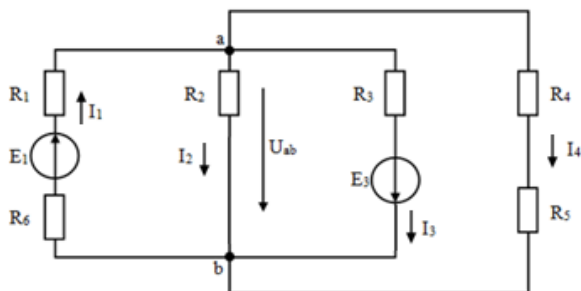
Есептің шешімі:

Шартты түрде a -ның потенциалы жоғары b -дан деп алайық.

$$\varphi_a > \varphi_b.$$

Олай болса екі түйін арасындағы кернеуді былай анықтауға болады.

$$U_{ab} = \frac{E_1 g_1 - E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4} = -0,278 \text{ В}.$$



2.29-сурет. Тармақталған электр сұлбасы

Мұндағы g – активті өткізгіштік.

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + R_6} = 0,111 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2} = 0,25 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3} = 0,5 \text{ См};$$

$$g_4 = \frac{1}{R_4 + R_5} = 0,143 \text{ См}.$$

Кернеу белгілі болса тармақтардағы токтарды жеке-жеке Ом заңы бойынша былай анықтауға болады

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1 + R_6} = 2,25 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = 0,07 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{E_3 + U_{ab}}{R_3} = -2,64 \text{ А};$$

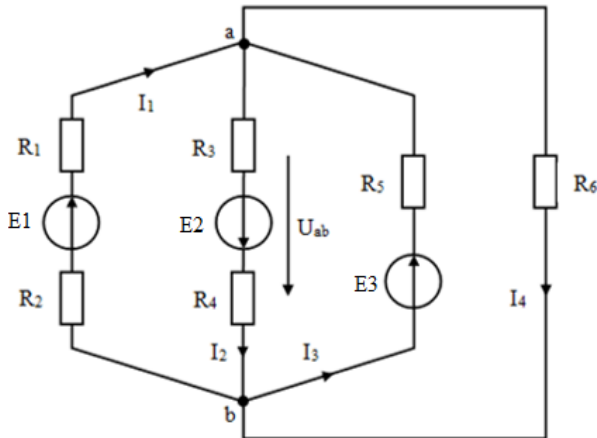
$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4 + R_5} = 0,04 \text{ А}.$$

Анықталған тоқтың дұрыстығын қуаттар тепе-теңдігі арқылы тексерейік.

$$P_R = I_1^2(R_1 + R_6) + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2(R_4 + R_5) = 59,5 \text{ Вт};$$

$$P_E = E_1 I_1 + (E_3 I_3) = 58,2 \text{ Вт}.$$

45-есеп. Есептің берілгені: $E_1=20 \text{ В}$, $E_2=10 \text{ В}$, $E_3=5 \text{ В}$, $R_1=R_2=4 \text{ Ом}$, $R_3=R_4=2 \text{ Ом}$, $R_5=R_6=5 \text{ Ом}$. Анықтау керек: тармақтардағы токтарды Екі түйін арасындағы кернеу әдісі бойынша.



2.30-сурет. Күрделі электр сұлбасы

Есептің шешімі:

Шартты түрде a -ның потенциалы жоғары b -дан деп алайық

$$\varphi_a > \varphi_b.$$

Олай болса екі түйін арасындағы кернеуді былай анықтауға болады

$$U_{ab} = \frac{E_1 g_1 - E_2 g_2 + E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4} = 1,29 \text{ В}.$$

Мұндағы g – активті өткізгіштік.

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} = 0,125 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_3 + R_4} = 0,25 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_5} = 0,2 \text{ См};$$

$$g_4 = \frac{1}{R_6} = 0,2 \text{ См}.$$

Кернеу белгілі болса тармақтардағы токтарды жеке-жеке Ом заңы бойынша былай анықтауға болады

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1 + R_2} = 2,339 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{E_2 + U_{ab}}{R_3 + R_4} = 2,823 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{E_3 - U_{ab}}{R_5} = 0,742 \text{ А};$$

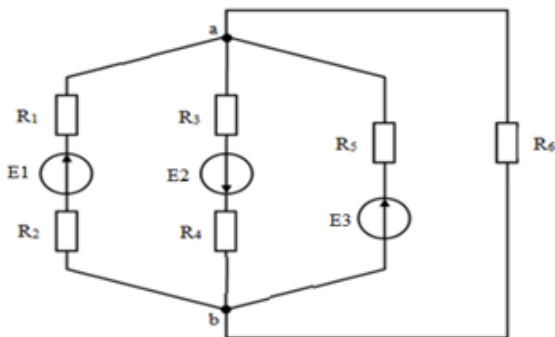
$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_6} = 0,258 \text{ А}.$$

Анықталған тоқтың дұрыстығын қуаттар тепе-теңдігі арқылы тексерейік.

$$P_R = I_1^2(R_1 + R_2) + I_2^2(R_3 + R_4) + I_3^2 R_5 + I_4^2 R_6 = 78,71 \text{ Вт}$$

$$P_E = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 78,71 \text{ Вт}.$$

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Екі түйін арасындағы кернеу әдісі арқылы есептеуге арналған қосымша есептер. Электр тізбегі бойынша келтірілген төмендегі 2.3 кестедегі 1–15-ші нұсқаларды орындаңыздар. (2.31 – сурет бойынша)



2.31-сурет. Күрделі электр сұлбасы

2.3-кесте

Жаттығуларды орындауға арналған нұсқалар

№ (Нұсқа)	E_1, B	E_2, B	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$
1	10	2	10	3	2	0	3	2
2	12	4	11	4	2	11	1	0
3	14	6	12	5	2	15	5	2
4	16	8	13	6	2	13	2	0
5	18	10	14	7	2	0	7	2
6	20	12	15	8	2	15	5	2
7	22	14	16	9	2	0	9	2
8	24	16	17	10	2	17	10	5
9	26	18	18	11	2	18	11	2
10	28	20	19	12	2	0	12	2
11	30	22	20	13	2	20	13	6
12	32	24	21	14	2	17	14	2
13	34	26	22	15	2	22	15	7
14	36	28	23	16	2	23	16	2
15	38	30	24	17	2	2	18	11

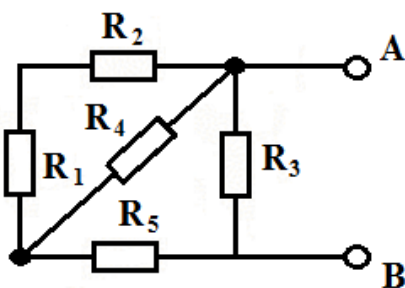
2.5. Эквивалент генератор әдісі

Егер тізбектің тек қана бір тармағындағы тогын табу керек болса, онда эквивалентті генератор тәсілін қолданады.

Эквивалентті генератор тәсілі Тевенин теоремасына немесе активті екі ұштық теоремасына негізделген.

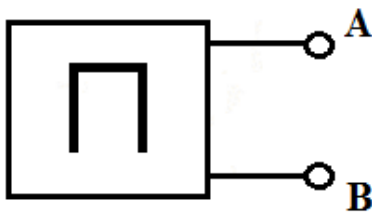
Алдымен активті және пассивті екі ұштықтарды қарастырайық.

Пассивті екіұштық деп тек қана пассивті элементтерден құрылған электр тізбектің бөлігін айтады. Мысалы ретінде, төменде келтірілген тізбек – тек қана пассивті элементтерден құрылған тізбек.



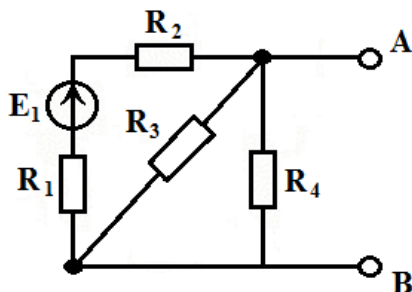
2.32-сурет. Пассивті электр тізбегі

Сол себептен, бұл тізбекті пассивті екі ұштық ретінде қарастыруға болады.

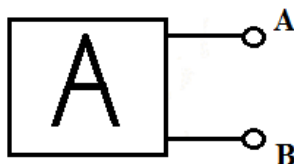


2.33-сурет. Пассивтік екі ұштық

Ал, пассивті элементтермен бірге тізбекте ең болмағанда бір активті элемент болса, онда мұндай тізбекті активті екіұштық деп атайды.

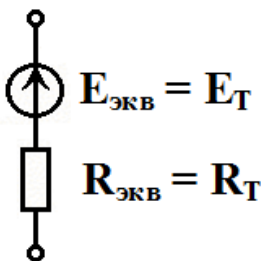


2.34-сурет. Активті электр тізбегі



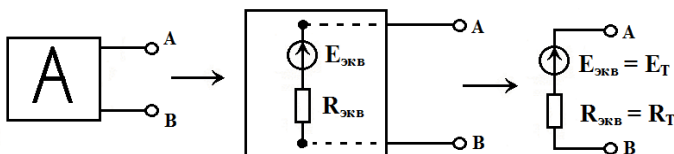
2.35-сурет. Активті екі ұштық

Тевенин теоремасы бойынша, кез келген активті екі ұштықты эквивалентті генератор (эквивалентті электр энергияның көзі) ретінде көрсетуге болады.



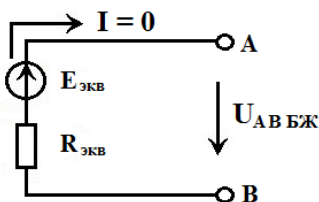
2.36-сурет. Тізбек бөлігі

Мұндағы $E_{\text{экв}}$ – эквивалентті электр энергия көзінің электр қозғауыш күші; $R_{\text{экв}}$ – эквивалентті электр энергия көзінің ішкі кедергісі; E_T – Тевенин атындағы ЭҚК.



2.37-сурет. Активті екі ұштық

Бұл тізбектің бөлігі тұйықталмаған немесе ажыратылған бөлігі болып саналады. Сол себептен тізбектің тогы нөлге тең.

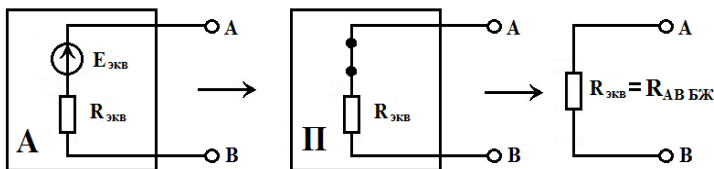


2.38-сурет. Тізбек бөлігі

$R_{ЭКВ}$ кедергідегі кернеу $R_{ЭКВ} \cdot I = 0$ нөлге тең болғандықтан $U_{AB} = E_{ЭКВ}$ теңдік пайда болады да, мұндай ажыратылған тізбектің күйі бос жүріс болып (б.ж.) саналады.

$$E_{ЭКВ} = U_{AB БЖ} = (\varphi_A - \varphi_B)_{БЖ}.$$

Активті екі ұштықтан пассивті екі ұштыққа көшкен кезде, активті элементтерді тізбектен шығарып, тек қана пассивті элементтерді қалдырамыз, яғни

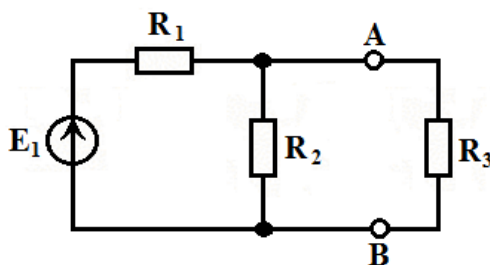


2.39-сурет. Активті екі ұштықтан пассивті екі ұштыққа өту сұлбасы

“А” және “В” қысқыштардың арасындағы кедергі, R_{AB} БЖ генератордың ішкі кедергісіне тең болады, яғни

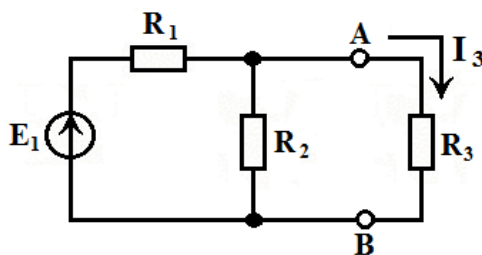
$$R_{AB \text{ БЖ}} = R_{ЭКВ}.$$

Мысалы ретінде, төменде келтірілген электр тізбектің тек қана R_3 кедергіден ағатын токтың мәнін, яғни I_3 , эквивалентті генератор тәсілімен анықтайық. Бұл тізбекте E_1 , R_1 , R_2 , R_3 – белгілі болсын.



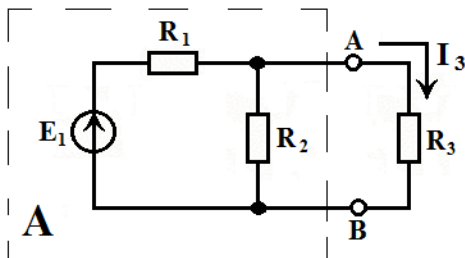
2.40-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Есептеу тәртібі мынадай. Алдымен R_3 кедергіден өтетін токтың (I_3) оң бағытын қалауымызша тілсызықпен белгілейміз.



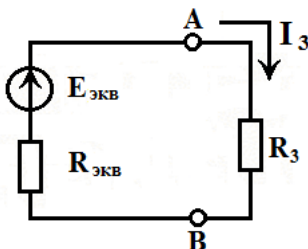
2.41-сурет. Тармақталған электр тізбегі

А және В қысқыштардың сол жағындағы тізбектің бөлігін, активті екіұштық ретінде қарастыруға болады.



2.42-сурет.Тармақталған электр тізбегі

Тевенин теоремасы бойынша бұл тізбектің бөлігін (А) эквивалентті генератор ретінде келтіруге болады ($E_{эКВ}$, $R_{эКВ}$).



2.43-сурет.Қарапайым электр тізбегі

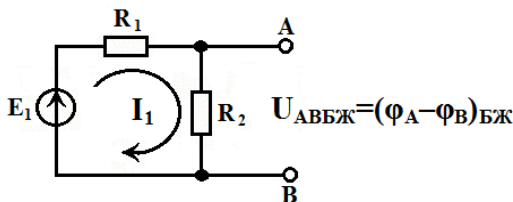
Ом заңы бойынша

$$I_3 = \frac{E_{эКВ}}{R_{эКВ} + R_3}.$$

Тевенин теоремасы бойынша $E_{эКВ} = U_{AB БЖ}$; $R_{эКВ} = R_{AB БЖ}$;

$$I_3 = \frac{U_{AB БЖ}}{R_{AB БЖ} + R_3}.$$

Берілген тізбектен $U_{AB БЖ}$ анықтау үшін R_3 кедергісі бар тармақты тізбектен шығарып тастап, бос жүріс жағдайын туғызамыз.

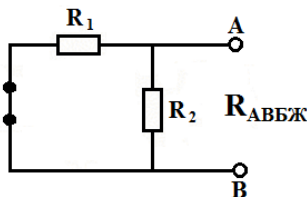


2.44-сурет. Активті екі ұштыққа келтірілген сұлба

Ом заңын қолданып тізбектің кернеуін $U_{AB БЖ}$ есептеп аламыз

$$U_{AB БЖ} = R_2 \cdot I_1 = R_2 \frac{E_1}{R_1 + R_2}.$$

$R_{AB БЖ}$ мәнін анықтау үшін тізбектің активті екіұштығын пассивті екіұштыққа түрлендіреміз, яғни активті элементтерді тізбектен шығарып аламыз.



2.45-сурет. Пассивті екі ұштыққа келтірілген сұлба

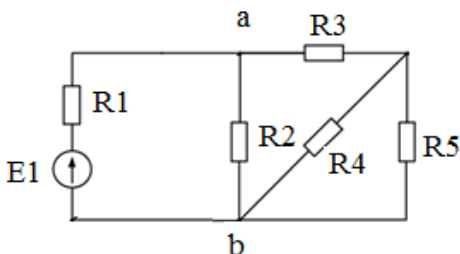
Сөйтіп А және В арасындағы кедергіні есептеп аламыз

$$R_{AB БЖ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Есептеп алған кернеуді $U_{AB БЖ}$ және кедергіні $R_{AB БЖ}$, ток I_3 өрнегіне қойып R_3 кедергіден өтетін токты есептейміз.

$$I_3 = \frac{U_{AB БЖ}}{R_{AB БЖ} + R_3}. \quad (2.17)$$

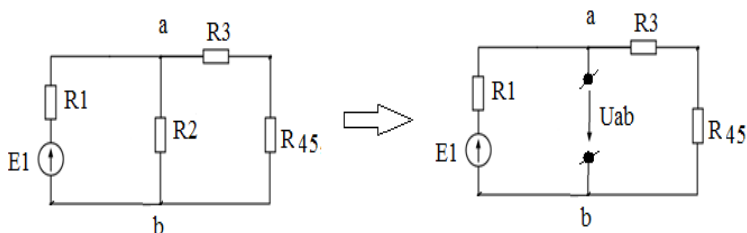
46-есеп. Есептің берілгені: $E_1=9\text{ В}$, $R_1=12\text{ Ом}$, $R_2=16\text{ Ом}$, $R_3=9\text{ Ом}$, $R_4=5\text{ Ом}$, $R_5=6\text{ Ом}$. I_2 тоқты Эквивалентті генератор әдісі бойынша анықтау керек.



2.46-сурет. Қарапайым электрлік сұлба

Шешуі: алдымен R_4 және R_5 кедергілерді өзара параллель жалғап алып, тізбекті ықшамдаймыз.

$$R_{45} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} = 2,73\text{ Ом}.$$



2.47-сурет. Қарапайым электрлік сұлба

Берілген тізбектен $U_{AB\text{ БЖ}}$ анықтау үшін R_2 кедергісі бар тармақты тізбектен шығарып тастап, бос жүріс жағдайын туғызамыз.

$$U_{ab.\text{бж}} = \frac{E_1 * g_1}{g_1 + g_3} = \frac{9 * 0,083}{0,083 + 0,085} = \frac{0,747}{0,168} = 4,45\text{ В},$$

мұндағы g – активті өткізгіш.

$$g_1 = \frac{1}{R_1} = 0,083 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3 + R_{45}} = 0,085 \text{ См}.$$

Сөйтіп, a және b арасындағы эквивалент кедергіні есептеп аламыз

$$R_{\text{эКВ}} = \frac{R_1 * (R_3 + R_{45})}{R_1 + (R_3 + R_{45})} = \frac{140,76}{23,73} = 5,93 \text{ Ом}.$$

Есептеп алған кернеуді U_{AB} БЖ және кедергіні R_{AB} БЖ ток I_2 өрнегіне қойып, R_2 кедергіден өтетін тоқты есептейміз.

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_{\text{эКВ}} + R_2} = 0,2 \text{ А}.$$

47-есеп. Есептің берілгені: $E_1=9 \text{ В}$, $E_2=13 \text{ В}$, $E_3=15 \text{ В}$, $R_1= 12 \text{ Ом}$, $R_2=16 \text{ Ом}$, $R_3= 9 \text{ Ом}$, $R_4=5 \text{ Ом}$, $R_5= 6 \text{ Ом}$, $R_6= 7 \text{ Ом}$. Анықтау керек: I_1 тоқты Эквиваленті генератор әдісі бойынша.

Шешуі: Алдымен электр тізбегін ықшамдап алайық. Ол үшін R_4, R_5, R_6 – кедергілерді жұлдызшаға түрлендіру керек.

$$R_{46} = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{35}{18} = 1,94 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = \frac{R_5 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{42}{18} = 2,33 \text{ Ом};$$

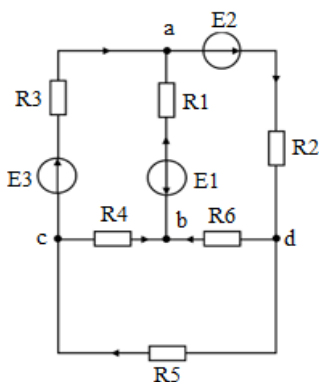
$$R_{45} = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{30}{18} = 1,66 \text{ Ом}.$$

Егер R_4, R_5, R_6 – кедергілерді жұлдызшаға түрлендірсек, онда сұлбамыз келесі күйге өтеді.

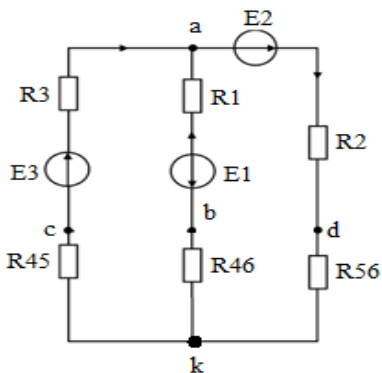
Шешуі:

$$U_{ак} = \frac{E_3 g_3 - E_2 g_2}{g_3 + g_2} = \frac{15 * 0,093 - 13 * 0,054}{0,093 + 0,054} = 4,7B;$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3 + R_{45}} = 0,093 \text{ См.}$$

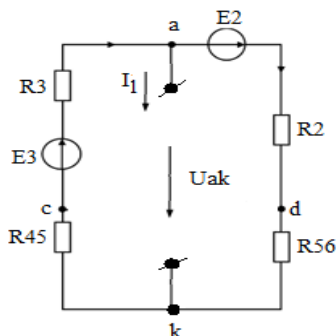


2.48-сурет. Күрделі электрлік сұлба



2.49-сурет. Баламалы түрлендіргеннен кейінгі күрделі электрлік сұлба

2.50-суреттегі бірінші тармақтағы (I_1) токты Эквивалент генератор әдісі бойынша анықтайық.



2.50-сурет. а b c тармағын бос жүріс жасағаннан кейінгі электрлік сұлба

$$g_2 = \frac{1}{R_2 + R_{56}} = 0,054 \text{ СМ};$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{(R_3 + R_{45}) * (R_2 + R_{56})}{(R_3 + R_{45}) + (R_2 + R_{56})} = \frac{195,398}{28,99} = 6,74 \text{ Ом};$$

$$I_1 = \frac{E_1 + U_{\text{ак}}}{(R_1 + R_{46}) + R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{13,7}{20,68} = 0,66 \text{ А}.$$

48-есеп. Есептің берілгені: $E_1=9 \text{ В}$, $E_2=13 \text{ В}$, $E_3=15 \text{ В}$, $R_1= 12 \text{ Ом}$, $R_2=16 \text{ Ом}$, $R_3= 9 \text{ Ом}$, $R_4=5 \text{ Ом}$, $R_5= 6 \text{ Ом}$, $R_6= 7 \text{ Ом}$. I_3 тоқты Эквиваленті генератор әдісі бойынша (2.51-сурет) анықтау керек.

Шешуі:

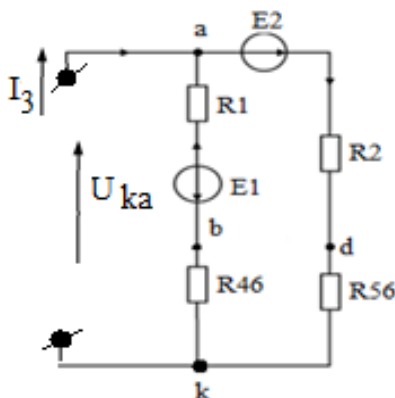
$$U_{\text{ка}} \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2} = \frac{1,341}{0,125} = 10,728 \text{ В};$$

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + R_{46}} = 0,071 \text{ СМ};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2 + R_{56}} = 0,054 \text{ СМ};$$

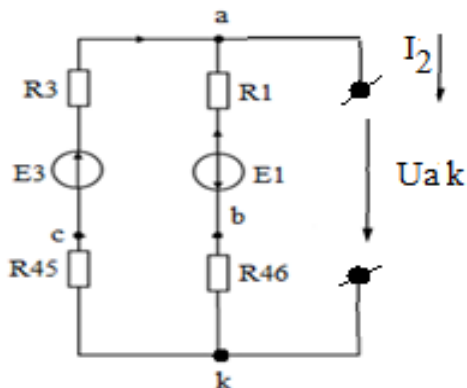
$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{(R_1 + R_{46}) * (R_2 + R_{56})}{(R_1 + R_{46}) + (R_2 + R_{56})} = \frac{255,52}{32,27} = 7,92 \text{ Ом};$$

$$I_3 = \frac{E_3 + U_{ka}}{(R_3 + R_{45}) + R_{эКВ}} = \frac{25,728}{18,58} = 1,385 \text{ A.}$$



2.51-сурет. Бір тармағын үзіп бос жүріс жасағаннан кейінгі электрлік сұлба

49-есеп. Есептің берілгені: $E_1=9 \text{ В}$, $E_2=13 \text{ В}$, $E_3=15 \text{ В}$, $R_1=12 \text{ Ом}$, $R_2=16 \text{ Ом}$, $R_3=9 \text{ Ом}$, $R_4=5 \text{ Ом}$, $R_5=6 \text{ Ом}$, $R_6=7 \text{ Ом}$. I_2 тоқты Эквивалентті генератор әдісі бойынша (2.51-сурет) анықтау керек.



2.52-сурет. Бір тармағын үзгеннен кейінгі электрлік сұлба

Шешуі:

$$U_{ак} = \frac{E_3 g_3 - E_1 g_1}{g_3 + g_1} = \frac{1,395 - 0,639}{0,164} = 4,61 \text{ В};$$

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + R_{46}} = 0,071 \text{ СМ};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3 + R_{45}} = 0,093 \text{ СМ};$$

$$R_{эКВ} = \frac{(R_1 + R_{46}) * (R_3 + R_{45})}{(R_1 + R_{46}) + (R_3 + R_{45})} = \frac{148,6}{24,6} = 6,04 \text{ Ом};$$

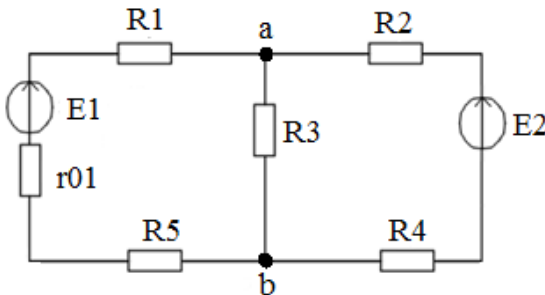
$$I_2 = \frac{E_2 + U_{ак}}{(R_2 + R_{56}) + R_{эКВ}} = \frac{17,61}{24,37} = 0,722 \text{ А};$$

Тексеру: Қуаттар тепе-теңдігі арқылы.

$$P_0 = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 5,94 + 9,386 + 20,775 = 36,1 \text{ Вт};$$

$$I_1^2 (R_1 + R_{46}) + I_2^2 (R_2 + R_{56}) + I_3^2 (R_3 + R_{45}) = 6,07 + 9,555 + 20,448 = 36,07 \text{ Вт}.$$

Келесі жаттығуларды орындаңыздар. Эквивалент генератор әдісі арқылы есептеуге арналған қосымша есептер. Электр тізбегі бойынша келтірілген төмендегі 2.4-кестедегі 1–15-ші нұсқаларды орындаңыздар.



2.53-сурет. Тармақталған электрлік сұлба

Жаттығуларды орындауға арналған нұсқалар

<i>№</i>	<i>E₁, В</i>	<i>E₂, В</i>	<i>R₁, Ом</i>	<i>R₂, Ом</i>	<i>R₃, Ом</i>	<i>R₄, Ом</i>	<i>R₅, Ом</i>
1	2	30	1	15	3	45	2
2	4	28	2	14	6	42	4
3	6	26	3	13	9	39	6
4	8	24	4	12	12	36	8
5	10	22	5	11	15	33	10
6	12	20	6	10	18	30	12
7	14	18	7	9	21	27	14
8	16	20	5	8	24	15	16
9	18	14	9	7	27	21	18
10	20	12	10	6	30	18	20
11	22	10	11	5	33	15	22
12	24	8	12	4	36	12	24
13	26	6	13	3	39	9	26
14	28	4	14	2	42	6	28
15	30	2	15	1	45	3	30

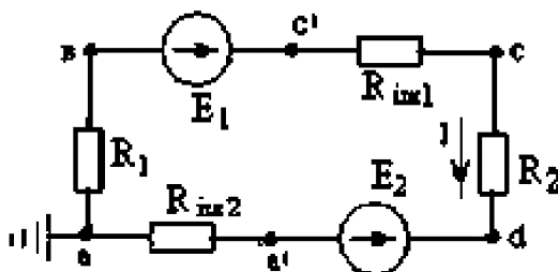
3. ЭЛЕКТР ТІЗБЕКТЕРІН ТҮРЛЕНДІРУ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ БОЙЫНДАҒЫ ЭЛЕМЕНТТЕРІНІҢ ТАРАЛУЫ

3.1. Тармақталмаған электр тізбектері бойындағы потенциалдардың таралуы

Тармақталмаған электр тізбектерінің бойындағы потенциалдардың таралуын көрнекті етіп, графика түрінде келтіруге болады.

3.1-суретте екі ЭҚК бар және екі ішкі кедергісі және R_1 , R_2 кедергілері берілген. Мұндағы E_1 ЭҚК-і, E_2 ЭҚК-нен үлкен болсын делік, сонда тізбектен өтетін нақты ток анықталады.

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_{i_{w1}} + R_2 + R_{i_{w2}}}. \quad (3.1)$$



3.1-сурет. Тармақталмаған электрлік сұлба

Тармақталмаған электр сұлбасы және оның ток бағыты E ЭҚК-і бағытымен бағытас болады. Әр нүктедегі потенциалдарды анықтау үшін, қарастырылып отырған тізбектің бір нүктесіндегі потенциалын нөлге тең деп алады. Мысалға, «а» нүктесіндегі потенциал $\varphi_a=0$, енді қалған нүктелердегі потенциалдар жеңіл анықталады.

«в» нүктесіндегі потенциал «а» нүктесіндегі потенциалдан аз: $\varphi_a - \varphi_b = R_1 I$; $\varphi_b = \varphi_a - R_1 I = -R_1 I$.

Бірінші энергия көзінен өткенде, потенциал E ЭҚК мәніне көбейеді және ішкі кедергісінде кернеудің түсу мәніне кемиді.

$$\varphi_B - \varphi_c = -E_1 + R_{B1}I; \quad \varphi_c = \varphi_B + E_1 - R_{B1}I.$$

Сондай-ақ «d» нүктесіндегі потенциал:

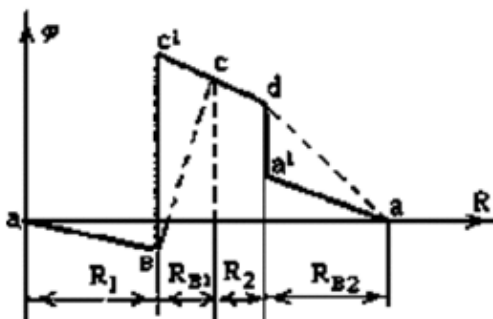
$$\varphi_c - \varphi_d = R_2I; \quad \varphi_d = \varphi_c - R_2I.$$

Соңында, екінші энергия көзі арқылы өткенде потенциал E_2 ЭҚК мәніне төмендеп қоймай ($\varphi_d > \varphi'_a$), оның ішкі кедергісіндегі кернеудің түсуіне де төмендейді және «a» нүктесінің потенциалы нөлге теңелуі қажет:

$$\varphi_d - \varphi_a = E_2 + R_{B2}I; \quad \varphi_a = \varphi_d - E_2 - R_{B2}I = 0,$$

$$\text{немесе } \varphi_a = -R_1I + E_1 - R_{B1}I - R_2I - E_2 - R_{B2}I = 0.$$

Егер абцисса осі бойында қабылданып алынған масштаб пен тізбек бөлігіндегі кедергілерді орналасқан реттері бойынша салатын болсақ, ал ординат осіне тиісті нүктелеріндегі потенциалдарды салып орналастырсақ, сонда тармақталмаған тізбек бойында потенциалдардың таралу графигін алған болар едік. Бұл графикті пайдаланып, тізбектегі кез келген нүктелер арасындағы потенциалдарды анықтауға болады.



3.2-сурет. Потенциалдық диаграмма

Мысалы, бірінші және екінші энергия көздерінің қысқыштары арасындағы кернеуді графиктен анықтауға болады:

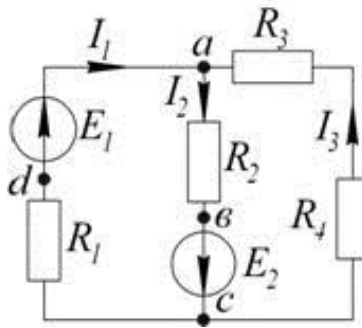
$$\varphi_{cb} = \varphi_c - \varphi_b = E_1 - R_{b1}I;$$

$$\text{немесе } \varphi_{da} = \varphi_d - \varphi_a = E_2 + R_{b2}I.$$

Кернеудің тізбектегі кез келген пассивті теліміндегі кедергіге қатысты сол телімдегі токқа тең және графиктегі потенциалдар кейбір масштабқа лайықты түзудің бойындағы потенциалдардың таралуы, абсцисса осіне көлбеуі тангенс бұрышы арқылы анықталады.

Сондықтан да графиктегі түзулердің көлбеулері барлық телімде бірдей (а в, с¹ d және а¹ а телімдерінде (3.2-сурет), себебі тармақталмаған тізбектің барлық телімдеріндегі ток өзгеріссіз бірдей болады.

50-есеп. Есептің берілгені: $E_1=80$ В, $E_2=64$ В, $R_1=6$ Ом, $R_2=4$ Ом, $R_3=3$ Ом, $R_4=1$ Ом, $I_1=14$ А, $I_2=15$ А, $I_3=1$ А,



3.3-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Шешуі: a нүктесінің потенциалын 0-ге тең деп алсақ ($\varphi_a=0$).

$$\varphi_c = \varphi_a - I_2 \cdot R_2 = -15 \cdot 4 = -60^B, \text{ в } (y = -60; x = 4);$$

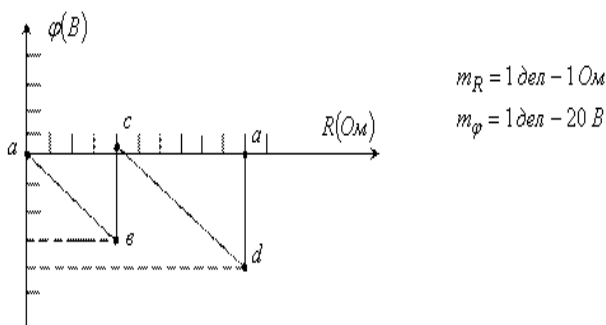
$$\varphi_c = \varphi_b + E_2 = -60 + 64 = 4^B, \text{ в } (y = 4; x = 4);$$

$$\varphi_d = \varphi_c - I_1 \cdot R_1 = 4 - (14 \cdot 6) = -80 \text{ В}, d(y = -80; x = 10);$$

$$\varphi_a = \varphi_d + E_1 = -80 + 80 = 0 \text{ В}, a(y = 0; x = 10).$$

Анықтау керек: $abcda$ контурлар үшін потенциалдық диаграмма тұрғызуды.

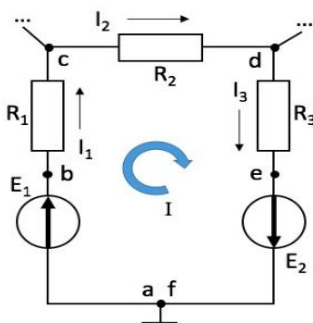
Анықталған мәндер бойынша абцисса және ордината ось бойынша диаграмма саламыз.



3.4-сурет. а в с-да контур бойынша салынған потенциалдық диаграмма

51-есеп. Есептің берілгені: $E_1=2 \text{ В}$, $E_2=3 \text{ В}$, $R_1=1 \text{ Ом}$, $R_2=1 \text{ Ом}$, $R_3=2 \text{ Ом}$, $I_1=1 \text{ А}$, $I_2=2 \text{ А}$, $I_3=1 \text{ А}$.

Анықтау керек: $abcdef$ контурлар үшін потенциалдық диаграмма тұрғызу керек.



3.5-сурет. Электр тізбегінен бөліп алынған контур

Шешуі: Тізбектегі a және f нүктелерінің потенциалы өзара тең.

$$\varphi_a = 0$$

$$\varphi_b = \varphi_a + E_1 = 0 + 2 = 2 \text{ В.}$$

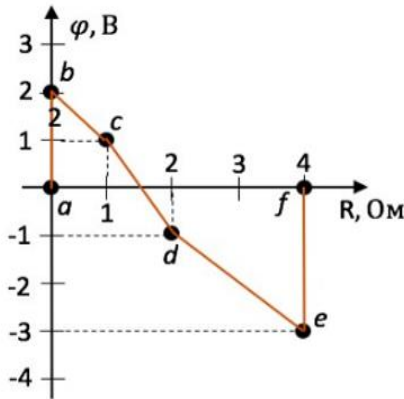
$$\varphi_c = \varphi_b - U_{R_1} = \varphi_b - I_1 \cdot R_1 = 2 - 1 \cdot 1 = 1 \text{ В.}$$

$$\varphi_d = \varphi_c - U_{R_2} = \varphi_c - I_2 \cdot R_2 = 1 - 2 \cdot 1 = -1 \text{ В;}$$

$$\varphi_e = \varphi_d - U_{R_3} = \varphi_d - I_3 \cdot R_3 = -1 - 1 \cdot 2 = -3 \text{ В.}$$

$$\varphi_f = \varphi_e + E_2 = -3 + 3 = 0 \text{ В.}$$

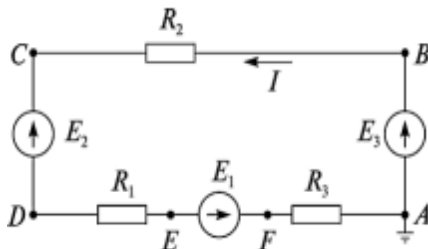
a және f нүктелерінің потенциалы өзара тең болса ($a=f$), онда есептің дұрыс шыққанын байқауға болады. Анықталған мәндер бойынша абцисса және ордината ось бойынша диаграмма саламыз.



3.6-сурет. abcdef контуры бойынша тұрғызылған потенциалдық диаграмма

52-есеп. Есептің берілгені: $E_1 = 1,2 \text{ В}$, $E_2 = 1,2 \text{ В}$, $E_3 = 2,4 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$.

Анықтау керек: ABCDEF контурлар үшін потенциалдық диаграмма тұрғызуды.



3.7-сурет. Тұйық контур

Шешуі. Алдымен тізбектегі жалпы тоқты Ом заңы бойынша тауып алайық. Сосын тізбек бойындағы әр нүктенің потенциалын анықтаймыз.

$$I = \frac{E_1 + E_3 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1,2 + 2,4 - 1,2}{10 + 20 + 30} = \frac{2,4}{60} = 0,04 \text{ A};$$

$$\varphi_A = 0;$$

$$\varphi_B = \varphi_A + E_3 = 2,4 \text{ В};$$

$$\varphi_C = \varphi_B - IR_2 = 2,4 - 0,04 \cdot 20 = 1,6 \text{ В};$$

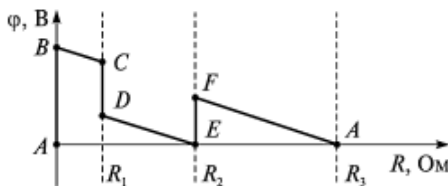
$$\varphi_D = \varphi_C - E_2 = 1,6 - 1,2 = 0,4 \text{ В};$$

$$\varphi_E = \varphi_D - IR_1 = 0,4 - 0,04 \cdot 10 = 0 \text{ В};$$

$$\varphi_F = \varphi_E + E_1 = 0 + 1,2 = 1,2 \text{ В};$$

$$\varphi_A = \varphi_F - IR_3 = 1,2 - 0,04 \cdot 30 = 0.$$

Анықталған мәндер бойынша абцисса және ордината осі бойынша диаграмма саламыз.

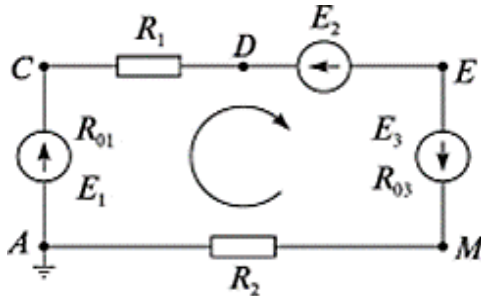


3.8-сурет. ABCDEF контуры бойынша тұрғызылған потенциалдық диаграмма

Келесі жаттығуларды орындаңыздар.

1. Есептің берілгені: $E_1 = 4 \text{ В}$, $E_2 = 2 \text{ В}$, $E_3 = 5 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$.

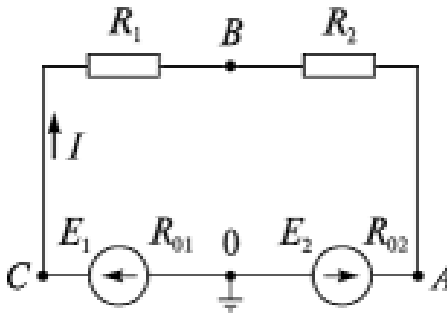
Анықтау керек: $ACDEM$ контурлар үшін потенциалдық диаграмма тұрғызуды.



3.9-сурет. Тұйық контур

2. Есептің берілгені: $E_1 = 10 \text{ В}$, $E_2 = 5 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$.

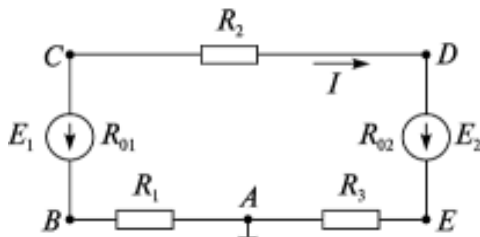
Анықтау керек: $OCBA$ контурлар үшін потенциалдық диаграмма тұрғызуды.



3.10-сурет. Тұйық контур

3. Есептің берілгені: $E_1 = 20 \text{ В}$, $E_2 = 30 \text{ В}$, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$.

Анықтау керек: $ABCDE$ контурлар үшін потенциалдық диаграмма тұрғызуды.



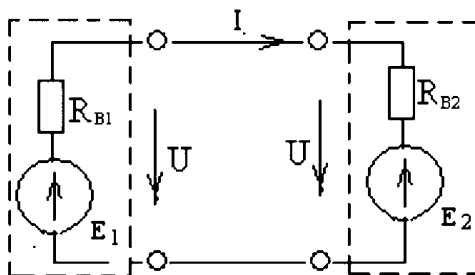
3.11-сурет. Тұйық контур

3.2. Қарапайым тармақталмаған тізбектер үшін қуаттар теңгерімі

Тармақталмаған электр тізбегі үшін энергетикалық қатынасты қарастырайық. Мысалы, тұрақты ток машинасының ішкі кедергісі $R_{\text{мшк}}$ ЭҚК-і E_1 және аккумулятор батареясының ішкі кедергісі $R_{\text{б2}}$, ЭҚК-і E_2 берілсін, онда $E_1 > E_2$. Екі энергия көзі қысқыштарындағы U :

$$U = E_1 - R_{\text{в1}}I, \quad (3.2)$$

$$U = E_2 + R_{\text{б2}}I. \quad (3.3)$$



3.12-сурет. Тармақталмаған тізбек;

$R_{\text{в1}}I$ – машинаның ішкі кернеуінің түсуі;

$R_{\text{б2}}I$ – аккумулятордың ішкі кернеуінің түсуі.

(3.2), (3.3) теңдеулердің екі жағын да I -ға көбейткеннен кейін

$$UI = E_1 I - R_{b1} I^2; \quad (3.4)$$

$E_1 I = R_{b1} I^2 + UI$ шығады, мұндағы $E_1 I$ – машинаның өндіретін қуаты (өндірілген);

$R_{b1} I^2$ – машина орамасындағы жылуға кеткен шығын;

UI – машинаның беретін қуаты, демек аккумулятор батареяларының қабылдайтын қуаты. Ал (3.2) теңдеудің екі жағын да I көбейтсек, онда

$$UI = E_2 I + R_{b2} I^2. \quad (3.5)$$

UI – аккумуляторлық батареялардың қабылдайтын қуаты, $R_{b2} I^2$ – жылулық шығынға және $E_2 I$ аккумуляторлардың зарядталуына кететін шығындардың қосындысы.

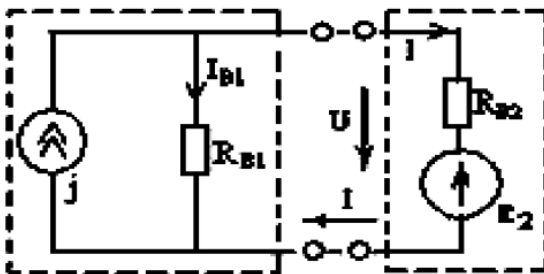
Алынған қуаттар байланыстары тек қана аккумуляторлардың зарядталуына ғана пайдаланылып қоймай, кез келген электр тізбектеріне де қолданылады:

$$\begin{aligned} j_1 &= I_{b1} + I; & I_{b1} &= U / R_{b1}; \\ j_1 U &= (I_{b1} + I)U = \frac{U^2}{R_{b1}} + UI. \end{aligned} \quad (3.6)$$

(3.6) теңдеумен (3.5) теңдеуін салыстырсақ, екеуінің де қысқаштарындағы кернеулері бірдей деп санасақ және токтары да бірдей болса, 3.12-сұлба үшін жылулық шығындар $R_{b1} \cdot I^2$ тең, ал ол жалпы жағдайда 3.13-сұлбадағы U^2 / R_{b1} – жылулық шығынына тең емес, демек реалды энергия көздерін ЭҚК көзімен немесе ток көзімен ауыстырғанда, өндіретін ЭҚК-і көзінің $E_1 I$ қуаты ток көзінің өндіретін $j_1 U$ қуатына тең емес.

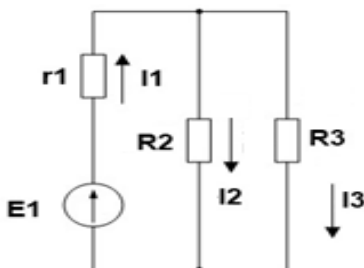
Қорыта келгенде, энергия көздерінің өндіретін қуаттары тізбектердегі пайдаланылатын қуаттарға тең теңгерім беруге тиіс:

$$\sum_{k=1}^n E_k I_k = \sum_{k=1}^n R_k I_k^2. \quad (3.7)$$



3.13-сурет. Тармақталмаған тізбек

53-есеп. Есептің берілгені: $E_1 = 100 \text{ В}$, $r_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $I_1 = 5 \text{ А}$, $I_2 = 3,33 \text{ А}$, $I_3 = 1,66 \text{ А}$ болса, келтірілген төмендегі сұлба бойынша қуаттар тепе-теңдігін (қуаттар балансы)



3.14-сурет. Тармақталған электр тізбегі

Шешуі:

$$I_1^2 * r_1 + I_2^2 * R_2 + I_3^2 * R_3 = E_1 * I_1$$

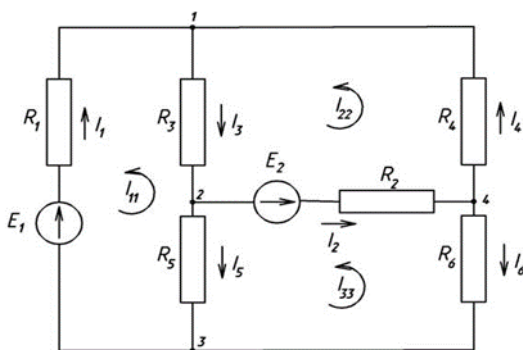
$$E_1 * I_1 = 499,9 \text{ Вт.}$$

$$I_1^2 * r_1 + I_2^2 * R_2 + I_3^2 * R_3 = 500 \text{ Вт.}$$

$$499,9 \text{ Вт} \approx 500 \text{ Вт.}$$

54-есеп. Есептің берілгені: $E_1 = 130 \text{ В}$, $E_2 = 110 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$, $R_3 = 21 \text{ Ом}$, $R_4 = 16 \text{ Ом}$, $R_5 = 19 \text{ Ом}$, $R_6 = 16 \text{ Ом}$. $I_1 = 5,88 \text{ А}$, $I_2 = 4,13 \text{ А}$, $I_3 = 4,62 \text{ А}$, $I_4 = -1,26 \text{ А}$, $I_5 = 0,49 \text{ А}$, $I_6 = 5,39 \text{ А}$ болса,

төмендегі сұлба бойынша қуаттар тепе-теңдігін (қуаттар балансы) есептеңіз.



3.15-сурет. Күрделі электр тізбегі

Шешуі:

$$E_1 * I_1 + E_2 * I_2 = I_1^2 * R_1 + I_2^2 * R_2 + I_3^2 * R_3 + I_4^2 * R_4 + I_5^2 * R_5 + I_6^2 * R_6.$$

$$E_1 * I_1 + E_2 * I_2 = 5,88 * 130 + 4,132 * 110 = 1219 \text{ Вт}.$$

$$I_1^2 * R_1 + I_2^2 * R_2 + I_3^2 * R_3 + I_4^2 * R_4 + I_5^2 * R_5 + I_6^2 * R_6 = 1218,8 \text{ Вт}.$$

$$1219 \text{ Вт} \approx 1218,8 \text{ Вт}.$$

55-есеп. Есептің берілгені: $E_1=10 \text{ В}$, $E_2=5 \text{ В}$, $R_1=6 \text{ Ом}$, $R_2=5 \text{ Ом}$, $R_3=2 \text{ Ом}$, $R_4=1 \text{ Ом}$, $R_5=3 \text{ Ом}$, $r_{01} = 0$ $I_1 = 0,83 \text{ А}$, $I_2 = 0,416 \text{ А}$, $I_3 = 1,246 \text{ А}$ болса, келтірілген төмендегі сұлба бойынша қуаттар тепе-теңдігін (қуаттар балансы) құрыңыз.

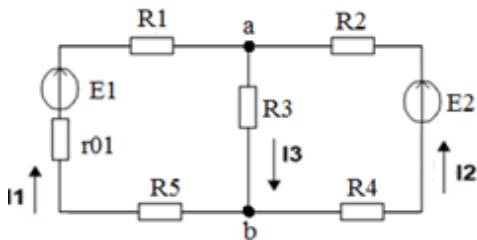
Шешуі:

$$E_1 * I_1 + E_2 * I_2 = I_1^2 * (R_1 + r_{01} + R_5) + I_2^2 * (R_2 + R_4) + I_3^2 * R_3$$

$$E_1 * I_1 + E_2 * I_2 = 8,3 + 2,08 = 10,38 \text{ Вт}.$$

$$I_1^2 * (R_1 + r_{01} + R_5) + I_2^2 * (R_2 + R_4) + I_3^2 * R_3 = 6,2 + 1,038 + 3,1 = 10,34 \text{ Вт}.$$

$$10,38 \text{ Вт} \approx 10,34 \text{ Вт}$$



3.16-сурет. Тармақталған тізбек сұлбасы

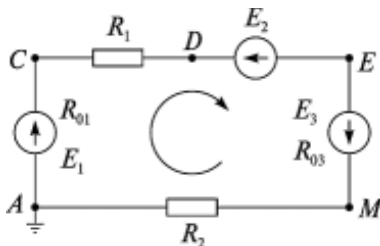
Келесі жаттығуларды орындаңыздар.

1. Есептің берілгені: $E_1 = 20 \text{ В}$, $E_2 = 15 \text{ В}$, $E_3 = 2 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$.

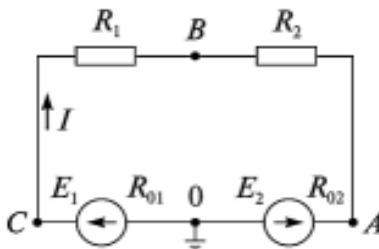
Анықтау керек: Электр тізбек бойындағы жалпы ток пен қуаттарды анықтап, қуаттар балансын құрыңыздар.

2. Есептің берілгені: $E_1 = 100 \text{ В}$, $E_2 = 50 \text{ В}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$.

Анықтау керек: Электр тізбек бойындағы жалпы ток пен қуаттарды анықтап, қуаттар балансын құрыңыздар.



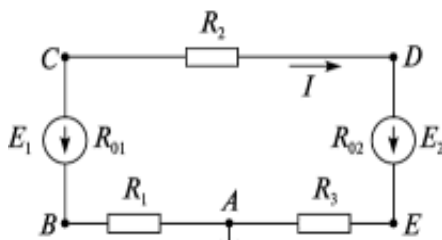
3.17-сурет. Тұйық контур



3.18-сурет. Тұйық контур

3. Есептің берілгені: $E_1 = 200 \text{ В}$, $E_2 = 70 \text{ В}$, $R_1 = 15 \text{ Ом}$, $R_2 = 13 \text{ Ом}$, $R_3 = 17 \text{ Ом}$.

Анықтау керек: Электр тізбек бойындағы жалпы ток пен қуаттарды анықтап, қуаттар балансын құрыңыздар.



3.19-сурет. Тұйық контур

3.3. Үшбұрышты жұлдызшаға түрлендіру

Күрделі электр тізбектерін есептегенде және зерттегенде, көп жағдайда электр тізбектері сұлбасын бір түрінен басқа түріне түрлендіру жолдарымен есепті әлдеқайда жеңілдетуге және көрнекті етіп жасауға болады.

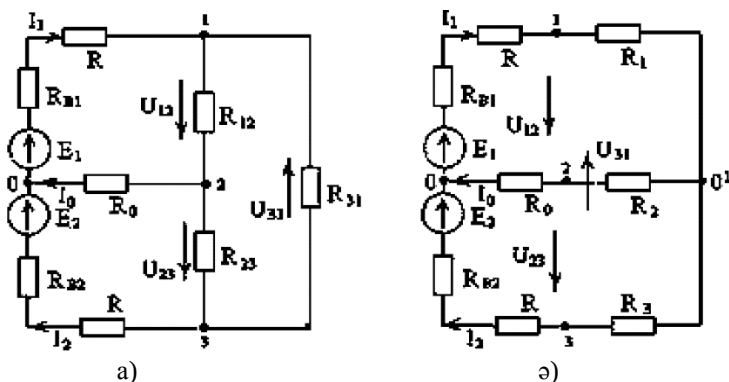
Электр сұлбаны алдыға қойылған мақсатқа қарай тиімді етіп түрлендіру барысында тармақ саны азаяды, демек электрлік құны анықталады.

Мысалы, 3.19-суреттегі сұлбасын қарастырсақ, онда ЭҚК E_1 , E_2 және энергия көздерінің ішкі кедергілері $R_{в1}$, $R_{в2}$ сымдардың кедергілері R , R_0 және қабылдағыштардың кедергілері R_{12} , R_{23} , R_{31} берілген.

Осы сұлбадағы алты тармақтағы токтарды табу үшін, контурлық токтар әдісін және түйіндік потенциалдар әдісін пайдаланып, тендеулер жүйесін есептеп, үш белгісізін табамыз.

Дегенмен берілген сұлбаны түрлендірудің арқасында сұлбаны қарапайым түрге келтіруге болады. Мысалы, оны түрлендіріп үш қана тармақтан және екі түйіннен тұратын сұлбаға келтіруге болады. Ол үшін үш түйінге үшбұрыш болып жалғанған кедергілерді R_{12} , R_{23} , R_{31} басқа жұлдызша жалғанған үш кедергіге ауыстырсақ R_1 , R_2 , R_3 (3.20, ә-сурет), онда сол 1, 2, 3 нүктеге жалғанған және екі түйіннен тұратын жаңа сұлбаны аламыз. Сұлбадағы осындай өзгерістерден кейін түрлендірілмей

қалған тармақтардағы I_1 , I_2 , I_0 токтары және 1, 2, 3 нүктелер арасындағы U_{12} , U_{23} , U_{31} кернеулері өзгермейді, сол бұрынғы берілген сұлбадағы қалпында қалуы тиіс.



3.20-сурет. Электр тізбектерін түрлендіру

Жаңа алынған балама сұлбадағы (3.20, б-сурет) түйін 0 және 0_1 арасындағы кернеуді бірден (1.43) теңдеуін пайдаланып табу керек те, содан соң I_1 , I_2 , I_0 токтарын (1.11) Ом заңы бойынша анықтаймыз. Соңында 1, 2, 3 нүктелер арасындағы U_{12} , U_{23} , және U_{31} кернеулерін есептеп, берілген сұлбадағы (3.20, а-сурет) R_{12} , R_{23} , R_{31} кедергілердегі I_{12} , I_{23} , I_{31} токтарды Ом заңын пайдаланып табамыз.

Барлық жағдайда берілген сұлбаны баламалы сұлбаға ауыстыру үшін, яғни басқа түрдегі, түрлендіруге кірмей қалған сұлба бөлігіндегі токтар мен кернеулердің өзгермейтін шарттары орындалуы тиіс.

Егер электр сұлбасының түрлендірілген бөлігінде энергия көзі болмаса, онда сұлбаның қалған бөлігіндегі токтар мен кернеулердің өзгеріссіз қалатындығы көрінеді және бұл жағдайда тармақтардағы пайдаланылған қуаттардың да өзгеріссіз қалатындығы да қамтамасыз етіледі. Энергия көзі бар электр сұлбаны түрлендірген жағдайда, берілген сұлбадағы қоректендіргіш көзі қуаттарының және қабылдағыштарының қуаттары жалпы жағдайда баламалы сұлбадағы қуаттарға тең болмайды.

Енді электр сұлбасын түрлендіру мезгілінде өмірде жиі кездесетін жағдайларды қарастырайық, сондай-ақ түрлендірілген

тармақтарда ЭКК көздерін, ток көздерінің болмаған және сондай-ақ олардың қатысқан көздеріндегі жағдайларды қарастырайық.

Үшбұрышты жұлдызшаға немесе жұлдызшаны үшбұрышқа түрлендіру. n – сәулелі жұлдызша жалғанған кедергілерді көпбұрышты баламалы сұлбасына түрлендіруде $n(n-1)/2$ тең тармақтарын аламыз. 3.21, а-суретте көп сәулелі жұлдызша жалғанған кедергілер бейнеленген. Осы сұлба үшін электрлік күйіне байланысты теңдеулер құрылады. Ом заңы бойынша тармақтардағы токтарды көрсетеді.

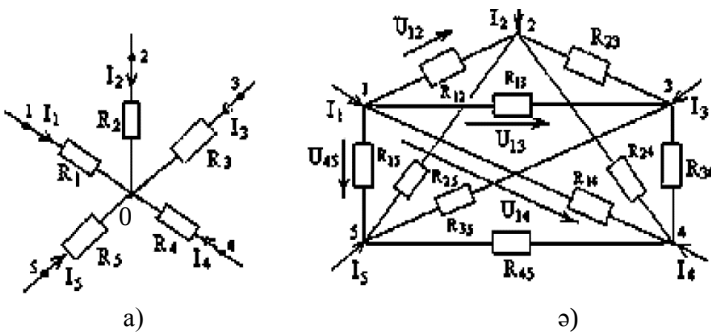
$$\begin{aligned} I_1 &= (\varphi_1 - \varphi_0)g_1; & I_2 &= (\varphi_2 - \varphi_0)g_2; & I_3 &= (\varphi_3 - \varphi_0)g_3; \\ I_4 &= (\varphi_4 - \varphi_0)g_4; & I_5 &= (\varphi_5 - \varphi_0)g_5. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Кирхгофтың бірінші заңына теңдеу жазады да (1.51), ток мәндерін ауыстырып қояды.

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 &= (\varphi_1 - \varphi_0)g_1 + (\varphi_2 - \varphi_0)g_2 + (\varphi_3 - \varphi_0)g_3 + \\ &+ (\varphi_4 - \varphi_0)g_4 + (\varphi_5 - \varphi_0)g_5 = 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Мұндағы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_0$ – сұлбаның тиісті нүктелеріндегі потенциалдар. Соңғы теңдеуден 0 нүктедегі потенциалын табамыз:

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 g_1 + \varphi_2 g_2 + \varphi_3 g_3 + \varphi_4 g_4 + \varphi_5 g_5}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5}.$$



3.21-сурет. Кедергілерді түрлендіру сұлбалары

(1.51) теңдеуде мәнін ауыстырады:

$$I_1 = (\varphi_1 - \frac{\varphi_1 g_1 + \varphi_2 g_2 + \varphi_3 g_3 + \varphi_4 g_4 + \varphi_5 g_5}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5}) g_1 =$$

$$= \frac{1}{g_\Sigma} [(\varphi_1 - \varphi_2) g_1 g_2 + (\varphi_1 - \varphi_3) g_1 g_3 + \dots].$$

мұндағы $g_\Sigma = \sum g_k = g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5; k=1,2,3,\dots$

Алынған формулаға потенциалдар айырымын нүктелер арасындағы 1,2,3,... кернеу арқылы ауыстырады. $U_{ni} = \varphi_n - \varphi_i$

$$I_1 = U_{12} \frac{g_1 g_2}{g_\Sigma} + U_{13} \frac{g_1 g_3}{g_\Sigma} + U_{14} \frac{g_1 g_4}{g_\Sigma} + U_{15} \frac{g_1 g_5}{g_\Sigma}, \quad (3.10)$$

ұқсастық бойынша кез келген ток үшін

$$I_n = U_{n1} \frac{g_n g_1}{g_\Sigma} + U_{n2} \frac{g_n g_2}{g_\Sigma} + U_{n3} \frac{g_n g_3}{g_\Sigma} + U_{n4} \frac{g_n g_4}{g_\Sigma} + U_{n5} \frac{g_n g_5}{g_\Sigma}. \quad (3.11)$$

Осы теңдеуден n – сәулелі жұлдызша жалғанған әр тармақтағы токты жеке токтардың қосындысы түрінде көрсетуге болады. Олар тиісті нүктелер арасындағы кернеулерге пропорционал болып келеді. Мысалы, ток

$$I_1 = I_{12} + I_{13} + I_{14} + \dots + I_{1h} + \dots + I_{1n},$$

мұндағы $I_{12} = U_{12} \cdot g_1 g_2 / g_\Sigma; I_{13} = U_{13} \cdot g_1 g_3 / g_\Sigma$ және ұқсастық бойынша, кез келген тармақтағы ток үшін

$$I_h = I_{h1} + I_{h2} + I_{h3} + I_{h4} + \dots + I_{hh} + I_{hn}.$$

(3.10–3.11) формулалар 3.21, б-суреттегі $n(n-1)/2$ тармақтар санына тең толық көпбұрыш түрінде келтірілген баламалы сұлбасын қанағаттандырады. 3.21, ә сұлбасы үшін

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= U_{12}g_{12} + U_{13}g_{13} + U_{14}g_{14} + U_{15}g_{15}; \\ I_2 &= U_{21}g_{21} + U_{23}g_{23} + U_{24}g_{24} + U_{25}g_{25}; \\ &\text{-----} \\ I_5 &= U_{51}g_{51} + U_{52}g_{52} + U_{53}g_{53} + U_{54}g_{54}. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

1.25, ә-суреттегі сұлба 1.25, а-суреттегі сұлбаға баламалы болуы үшін, екі сұлбадағы бірдей кернеулердің салдарынан ($U_{12}, U_{13}, \dots, U_{15}$) токтардың (I_1, I_2, I_3 , т.б.) теңдігі қажет. Келесі көріністің орындалуы арқасында жоғарғы шарттылықта орындалады:

$$g_{12} = g_1 g_2 / g_{\Sigma}, \quad g_{13} = g_1 g_3 / g_{\Sigma}, \dots \quad (3.13)$$

Көпбұрыштың түйін саны n -ге тең, түйінмен байланысты ток саны $n-1$ -ге тең және әрбір тармақ көпбұрыштың екі түйінімен жалғасқан, сонда олардың тармақ сандары $n(n-1)/2$ тең. Демек, n -сәулелі жұлдызша жалғанған сұлбаны көпбұрышты сұлбаға түрлендіргенде (3.14) теңдеуді пайдаланылады.

Ал көпбұрыштан n -сәулелі жұлдызша жалғанған сұлбаға түрлендіру кері есеп болып саналады, жалпы жағдайда $n > 3$ есептің шешімі табылмайды, өйткені іздестіріліп отырған баламалы жұлдызша жалғанған тармақтардың кедергілер (немесе өткізгіштер) саны $n(n-1)/2$ санынан аз. Шарт бойынша $n(n-1)/2$ қанағаттандыруы тиіс.

$N=3$ уақытында шарт саны $n(n-1)/2=3$ тең, олай болса үшбұрыш кедергілерді әрқашан баламалы жұлдызшаға түрлендіруге болады.

(3.14) теңдеуде $n=3$ кезінде үш сәулелі жұлдызша баламалы үшбұрышқа тура түрлендіріледі, баламалы өткізгіштер үшін

$$g_{12} = \frac{g_1 g_2}{g_1 + g_2 + g_3}; \quad g_{23} = \frac{g_2 g_3}{g_1 + g_2 + g_3}; \quad g_{31} = \frac{g_3 g_1}{g_1 + g_2 + g_3}, \quad (3.14)$$

немесе баламалы кедергілер үшін

$$\begin{aligned} R_{12} &= \frac{1}{g_{12}} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; & R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}; \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Тек берілген кедергілерімен R_{12} , R_{23} , R_{31} үшбұрышты, баламалы жұлдызшаға түрлендіру формуласын алу үшін (1.58) теңдігінен белгісіз кедергілер ретінде R_1 , R_2 , R_3 қабылдайды. Қорыта келгенде,

$$R_1 = \frac{b}{R_{23}}; \quad R_2 = \frac{b}{R_{31}}; \quad R_3 = \frac{b}{R_{12}};$$

мұндағы

$$b = R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1 = \frac{b}{R_{23}} \cdot \frac{b}{R_{31}} + \frac{b}{R_{31}} \cdot \frac{b}{R_{12}} + \frac{b}{R_{12}} \cdot \frac{b}{R_{23}}. \quad (3.16)$$

Алынған формула түрлерін b формуласына қойып алмастырсақ, сонда

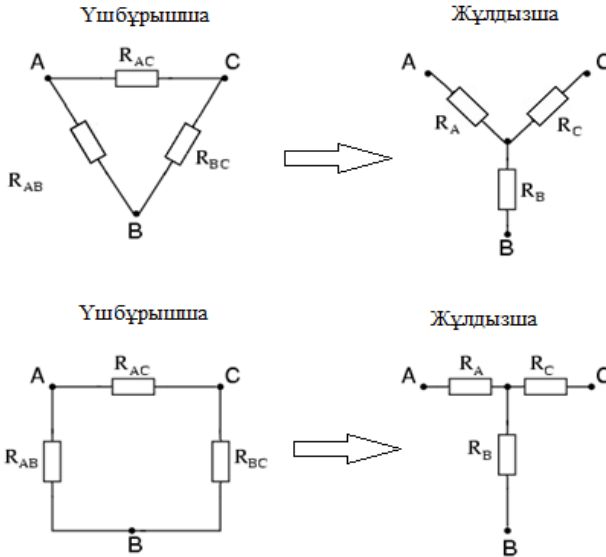
$$b = b^2 \frac{R_{12} + R_{23} + R_{31}}{R_{12} \cdot R_{23} \cdot R_{31}}, \quad \text{мұндағы } b = \frac{R_{12} \cdot R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}.$$

Соңында (3.16) формулаға қойып, көпбұрыштан жұлдызшаға түрлендіруін аламыз:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}. \quad (3.17)$$

Осындай ұқсастықтарды пайдаланып, активті көп сәулелі жұлдызшадан баламалы активті көп бұрыштыға ауысуға болады. Тек жоғарыдағы дәлелденген (3.6–3.17) формулаларға ЭҚК-ін есепке алып отырса болғаны.

56-есеп. Есептің берілгені: тізбектің үшбұрыш жалғанған бөлігіндегі кедергілердің мәні мынаған тең $R_{AC} = 4 \text{ Ом}$, $R_{AB} = 4 \text{ Ом}$, $R_{BC} = 4 \text{ Ом}$. Анықтау керек: тізбектің жұлдызша жалғанған бөлігіндегі кедергілерді R_A , R_B , R_C .



3.22-сурет. Үшбұрышадан жұлдызшаға келтіру сұлбасы

Шешуі:

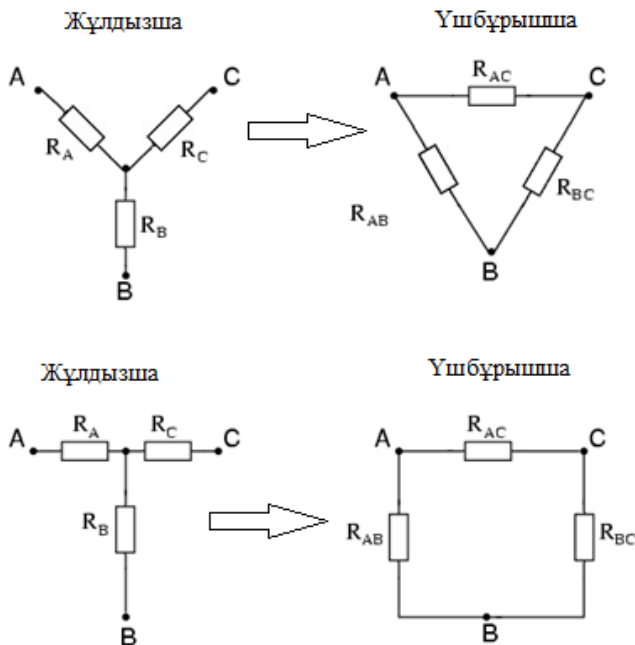
$$R_A = R_{AB} * R_{AC} / R_{AB} + R_{AC} + R_{BC} = 16/12 = 1,333 \text{ Ом};$$

$$R_B = R_{AB} * R_{BC} / R_{AB} + R_{AC} + R_{BC} = 16/12 = 1,333 \text{ Ом};$$

$$R_C = R_{BC} * R_{AC} / R_{AB} + R_{AC} + R_{BC} = 16/12 = 1,333 \text{ Ом};$$

Жауабы: $R_A = R_B = R_C = 1,333 \text{ Ом}$.

57-есеп. Есептің берілгені: тізбектің жұлдызша жалғанған бөлігіндегі кедергілердің мәні мынаған тең $R_A = 1,33 \text{ Ом}$, $R_B = 1,33 \text{ Ом}$, $R_C = 1,33 \text{ Ом}$. Анықтау керек: тізбектің үшбұрышша жалғанған бөлігіндегі кедергілерді R_{AC} , R_{AB} , R_{BC} .



3.23-сурет. Жұлдызшадан үшбұрышшаға келтіру сұлбасы

Шешуі:

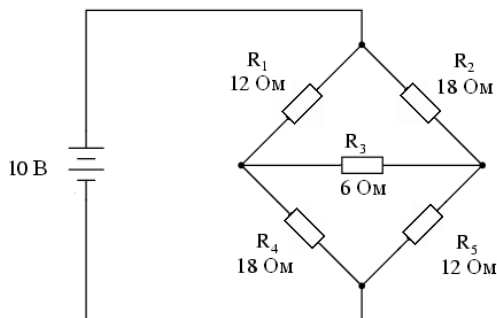
$$R_{AC} = R_A + R_C + (R_A * R_C) / R_B = 1,33 + 1,33 + (133 * 1,33) / 1,33 = 3,99 \text{ Ом.}$$

$$R_{AB} = R_A + R_B + (R_A * R_B) / R_C = 1,33 + 1,33 + (133 * 1,33) / 1,33 = 3,99 \text{ Ом.}$$

$$R_{BC} = R_B + R_C + (R_B * R_C) / R_A = 1,33 + 1,33 + (133 * 1,33) / 1,33 = 3,99 \text{ Ом.}$$

Жауабы: $R_{AC} = R_{AB} = R_{BC} = 3,999 \approx 4 \text{ Ом.}$

58-есеп. Есептің берілгені: $R_1 = 12 \text{ Ом}$, $R_2 = 18 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $R_4 = 18 \text{ Ом}$, $R_5 = 12 \text{ Ом}$, $E = 10 \text{ В}$. Анықтау керек: жалпы тоқты.



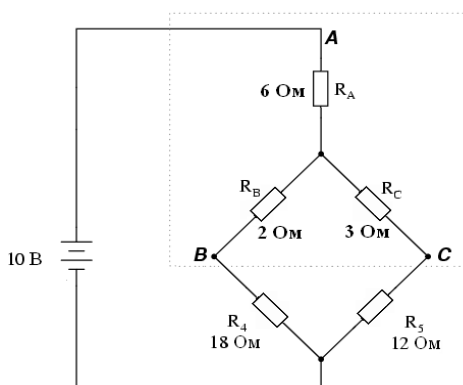
3.24-сурет. Тармақталған электрлік сұлба

Шешуі: Алдымен R_1 , R_2 , R_3 – тізбектің үшбұрышына жалғанған бөлігін жұлдызшаға түрлендіру керек.

$$R_A = \frac{(12 \text{ Ом})(18 \text{ Ом})}{(12 \text{ Ом}) + (18 \text{ Ом}) + (6 \text{ Ом})} = \frac{216}{36} = 6 \text{ Ом}.$$

$$R_B = \frac{(12 \text{ Ом})(6 \text{ Ом})}{(12 \text{ Ом}) + (18 \text{ Ом}) + (6 \text{ Ом})} = \frac{72}{36} = 2 \text{ Ом}.$$

$$R_C = \frac{(18 \text{ Ом})(6 \text{ Ом})}{(12 \text{ Ом}) + (18 \text{ Ом}) + (6 \text{ Ом})} = \frac{108}{36} = 3 \text{ Ом}.$$



3.25-сурет. Тармақталған электрлік сұлба

Тізбектің жалпы кедергісін төмендегідей анықтауға болады.

$$R_{\text{жалпы}} = R_A + (R_B + R_4) * (R_C + R_5) / (R_B + R_4) + (R_C + R_5) = 6 + (2+18)*(3+12) / (2+18) + (3+12) = 6 + 300/35 = 14,57 \text{ Ом.}$$

$$I = E/R_{\text{жалпы}} = 10/14,57 = 0,686 \text{ А.}$$

Жауабы: 0,686 А.

БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ

1. *Касаткин А. С. Немцов В. М.* Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Бёрд Дж. Б 45 Электр және электроника негіздері мен технологиясы: Оқулық/ауд. Н. А. Маженов, Ю. М. Смирнов, О. Маженова. – Алматы, 2013.
3. *Мұхити И. М.* Электротехника. – Алматы. ЭВЕРО, 2005.
4. *Балабатыров С. Б.* Электротехниканың теориялық негіздері. 1-бөлім. – Алматы: «Бастау», 2010. – 254 б.
5. *Жеребцов Н. П.* Основы электроники, 5-е изд., – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 352 б.
6. *Овечкин Ю. А.* Полупроводниковые приборы, 2-е изд., – М.: Высшая школа, 1979. – 279 б.
7. *Алияров Б. Қ., Балабатыров С. Б., Қазиев А., Құсайынов А. Қ., Мұхити И. М., Шотан Ж. Ж., Ысқақов К. Б.* Қазақша-орысша, Орысша-қазақша терминологиялық сөздік. Энергетика. – Алматы, 2000.
8. Электротехника/*Под ред. В. Г. Герасимова.* – М.: Высшая школа, 1985.
9. *Борисов Ю. М., Липатов Д. Н., Зорин Ю. Н.* Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 1985.
10. *Қожаспаев Ы. Қ., Мұхити И. М.* Электротехника. – Алматы: РБК, 1999.
11. *Радин В. И., Брускин Д. Э.* Электрические машины. – М.: Высшая школа, 1988.
12. *Кацман М. М.* Электрические машины. – М.: Высшая школа, 1990.

МАЗМҰНЫ

Алғы сөз.....	3
Кіріспе.....	4
1. Тұрақты ток электр тізбектеріндегі негізгі заңдылықтар мен есептеу әдістері.....	6
1.1. Электр сұлбалары, электр тізбектеріндегі элементтер және анықтамалар.....	6
1.2. Ом заңы.....	31
1.3. Кирхгоф заңдары.....	51
2. Тармақталған күрделі электр тізбегін есептеу әдістері.....	65
2.1. Контурлық токтар әдісі.....	65
2.2. Беттестіру принципі.....	77
2.3. Түйіндік потенциалдар әдісі.....	90
2.4. Екі түйін арасындағы потенциал әдісі.....	98
2.5. Эквивалент генератор әдісі.....	107
3. Электр тізбектерін түрлендіру және олардың бойындағы элементтерінің таралуы.....	121
3.1. Тармақталмаған электр тізбектері бойындағы потенциалдардың таралуы.....	121
3.2. Қарапайым тармақталмаған тізбектер үшін қуаттар теңгерімі.....	128
3.3. Үшбұрышты жұлдызшаға түрлендіру.....	133
Библиографиялық тізім.....	143

Оқулық басылым

Асқар Айтмырзаұлы Абдықадыров
Сұңғат Марксұлы
Гүлім Сасанқызы Джобалаева

ТҰРАҚТЫ ТОК ЭЛЕКТР ТІЗБЕГІН ЕСЕПТЕУ
Жаттығулар мен есептер жинағы

Оқу құралы

БДБ бастығы
Редакторы
Компьютерлік беттеу

Л. Т. Қасжанова
Т. С. Жақсыбаева
Д. Ш. Тажиева

Басуға қол қойылды 27.04.2022 ж.
Таралымы 300 дана. Пішімі 60x84x1/16.
№ 1 баспаханалық қағаз. Е.-б.т. 9,1. Ш.б.т. 8,5.
Тапсырыс № 962. Бағасы келісімді.

Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық
зерттеу университеті басылымы
Polytech баспасы
Алматы қ., Сәтбаев көшесі, 22

ISBN 978-601-323-290-4

