

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН**

**Казахский национальный исследовательский технический
университет имени К. И. Сатпаева**

А. М. Дараев

ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

**Рекомендовано Научно-методическим советом университета
в качестве учебного пособия**

Алматы 2016

Рецензенты:

Ожикенов К. А. канд. техн. наук, проф. КазННТУ
им. К. И. Сатпаева

Манакон С. М. канд. физ.-мат. наук, проф. КазНУ
им. Аль-Фараби

Байкенов А.С. канд. техн. наук, доцент АУЭС

Дараев А. М.

Теория передачи электромагнитных волн: Учеб. пособие /

Дараев А. М.–Алматы: КазННТУ имени К. И. Сатпаева,

2016. – 161 с.: Ил. 90. Табл. 2. Библиогр. – 9 назв.

ISBN978-601-228-957-2

Данное учебное пособие посвящено теории передачи электромагнитных волн в разных средах, методы расчетов волноводных и колебательных систем, а также устройств излучения и приема электромагнитных волн. Материал разбит на три раздела, один из которого содержит основную теоретическую часть, второй – теории волновых процессов, а третий – устройства сверхвысоких частот.

Пособие предназначено для изучения базовой дисциплины «Теория передачи электромагнитных волн», закладывающих основы профессиональной подготовки радиоинженера. На его основе строится ряд последующих дисциплин, таких как «Антенно-фидерные устройства», «Беспроводные системы связи», «Техника сверхвысоких частот».

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие по курсу «Теория передачи электромагнитных волн» читается в радиотехнических факультетах вузов. Данный курс относится к числу базовых дисциплин, закладывающих основы профессиональной подготовки радиоинженера. На его основе строится ряд последующих инженерных дисциплин. В свою очередь, этот курс опирается на такие общенаучные дисциплины, как физика, высшая математика и теория электрических цепей.

За последние десятилетия в радиотехнике сверхвысоких частот (СВЧ) и в антенной технике – в областях, теснее всего соприкасающихся с данным курсом произошли заметные изменения, связанные с освоением новых частотных диапазонов, с совершенствованием элементной базы радиоустройств, с неуклонным внедрением компьютерных методов расчета и проектирования. Однако научный фундамент этой области – теория электромагнетизма и физика волновых явлений – остается прежним.

Пособие состоит из трех частей, один из разделов которой содержит основную теоретическую часть, а вторая – теории волновых процессов, а третья – устройства сверх высоких частот. В первой главе изложены основные законы электродинамики, включая законы Максвелла, теорию плоских волн, принципы анализа явлений в направляющих и колебательных системах СВЧ-диапазона. Рассматривается теория элементарных излучателей, изучаются особенности распространения радиоволн в земных условиях.

Во второй главе дается изложение теории поверхностных волн и замедляющих систем и распространение электромагнитных волн в анизотропных средах.

В третьей главе даются основные устройства сверхвысоких частот, представлена классификация устройств СВЧ и их

назначение. Также показаны основные направляющие системы электромагнитных волн и условия распространения различных типов волн. Назначения объемных резонаторов и других устройств СВЧ-диапазона.

В перечень рекомендуемой литературы включены книги по электродинамике, распространению радиоволн и смежным вопросам. Эти источники помогут студентам при необходимости навести справки и углубить свои знания по некоторым частным проблемам.

НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

ЭМП – электромагнитное поле
ЭМВ –электромагнитная волна
НС – направляющая система
ДН –диаграмма направленности
АФУ – антенно-фидерные устройства
УМ – уравнения Максвелла
СВЧ – сверхвысокие частоты
УСВЧ – устройства сверхвысоких частот
ДСК – декартова система координат
ЦСК – цилиндрическая система координат
ССК –сферическая система координат
АЧХ – амплитудно-частотная характеристика
ЭМЭ – электромагнитная энергия
ИС –интегральные схемы
ЛПВ – линии поверхностной волны
СУ –согласующее устройство
КБВ – коэффициент бегущей волны
КСВ – коэффициент стоячейволны
ВУ – возбуждающие устройства
КПД – коэффициент полезного действия

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

1.1. Основные законы электродинамики

Курс ТПЭМВ основан на изучении электромагнитных явлений, возникающих при движении и взаимодействии электрически заряженных частиц. Ее содержанием является учение об особом виде материи – ЭМ-поле и его связях с зарядами и токами.

Кроме того, методы, которые мы будем использовать, справедливы в условиях, когда скорости движущихся тел много меньше скорости света.

Согласно основным положениям макроскопической ЭД, ЭМП в каждой точке в каждый момент времени определяется четырьмя величинами: $\vec{E}, \vec{D}$, характеризующими электрическое поле, и $\vec{H}, \vec{B}$ – магнитное поле. Кроме этих четырех векторов в уравнениях электромагнитного поля присутствуют еще две величины: плотность заряда ρ и плотность тока $\vec{j}_{пр}$, которые характеризуют источники поля – заряды и токи. (В макроскопической ЭД ρ – плотность свободного электрического заряда, а $\vec{j}$ – плотность электрического тока (тока проводимости)).

Если нет макроскопических перемещений вещества, то плотность тока и плотность заряда связаны уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_{пр} = 0, \quad (1.1)$$

Выражающим тот факт, что ток проводимости обусловлен движением свободных зарядов. $\vec{F}(r) = q\vec{E}(r)$ – сила действующая на заряд q . Векторное поле $\vec{D}$ необходимо для описания электрического поля в материальной среде (например, в диэлектрике) – поле электрического смещения.

Сила Лоренца: $\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{V}\vec{B}]$,

где $\vec{B}$ – поле магнитной индукции.

$\vec{j}_{np}$ – характеризует силу тока через единичную площадку перпендикулярную вектору скорости заряженных частиц.

q – объемная плотность заряда в объеме V .

Векторы ЭМП и величины $\vec{j}$ и ρ зависят от 3-х пространственных координат и времени t . Они связаны между собой системой уравнений Максвелла в дифференциальной форме:

$$\text{rot}\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}_{np}; \quad (1.2)$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho; \quad (1.3)$$

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (1.4)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0. \quad (1.5)$$

При этом здесь и далее мы будем использовать систему единиц СИ.

Размерности величин в этой системе: $\vec{E}$ В/м, $\vec{D}$ Кл/м², $\vec{H}$ А/м, $\vec{B}$ Тл, $\vec{j}_{np}$ А/м², ρ Кл/м³.

Уравнение (1.2) называют обычно *первым*, а (1.4) – *вторым уравнениями* Максвелла Дж. Кларка. (1873 г. – трактат об электричестве и магнетизме).

Все 4 уравнения – обобщение опытных данных.

Уравнение (1.2) – дифференциальная формулировка закона полного тока и гипотезы Максвелла о токе смещения.

Уравнение (1.3) – закон Гаусса.

(1.4) – закон электромагнитной индукции (Фарадей).

(1.5) – закон неразрывности магнитных силовых линий.

Система уравнений 1.2–1.5 справедлива для электромагнитных полей в любых средах, но их недостаточно для решения конкретных задач (неизвестных больше чем уравнений).

(1.3) и (1.5) – практически скалярные уравнения.

Уравнение Максвелла в интегральной форме:

$$1. \oint H dL = \int_S \left(\frac{\partial D}{\partial t} + \delta E + J_{cm} \right) dS - \text{закон полного тока.}$$

$$2. \oint_L E dL = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S B dS - \text{закон электромагнитной индукции.}$$

ции.

$$3. \oint_S D dS = \int_V \rho dV - \text{закон Гаусса.}$$

$$4. \oint B dS = 0 - \text{закон неразрывности силовых магнитных линий.}$$

$$5. D = \varepsilon_0 E - \text{материальные уравнения}$$

$$6. B = \mu_a H - \text{характеризующие среду.}$$

В систему следует включить уравнения, учитывающие влияние среды на протекающие в ней электромагнитные явления.

1.2. Материальные уравнения

Материальные уравнения справедливы для широкого класса материальных сред, но применимость этих уравнений имеет ограничения, которые следует иметь в виду.

Дело в том, что на высоких частотах векторы поляризации $\vec{P}$ и намагничивания $\vec{M}$ не успевают мгновенно следовать за изменением действующего внешнего поля. В этом случае наблюдается явление запаздывания. В результате параметры среды становятся зависимыми от частоты действующего электромагнитного поля. Такое явление носит название *частотной дисперсией среды*.

Основная особенность материальных уравнений заключается в их линейном характере. При дальнейшем изучении будем полагать, что в рассматриваемых средах выполняется линейность материальных уравнений. Помимо линейных, существуют нелинейные среды. Например, нелинейность среды проявляется при больших значениях напряженности полей. Так, электрическая нелинейность характерна для электромагнитных полей, создаваемых мощными лазерами. Упомянутые выше ферромагнетики проявляют магнитную нелинейность, а сегнетодиэлектрики – электрическую нелинейность среды и при достаточно умеренных значениях напряженностей полей.

Классификация сред

Все среды можно классифицировать в зависимости от выбранного признака, положенного в основание классификации. Различают следующие среды:

- однородные – неоднородные;
- линейные – нелинейные;
- изотропные – анизотропные.

Дадим каждой среде определение.

Однородная среда – это среда, параметры которой $(\epsilon_a, \mu_a, \delta)$ не зависят от координат.

Неоднородная среда – это среда, параметры которой $(\epsilon_a, \mu_a, \delta)$ являются функциями координат.

Линейная среда – это среда, параметры которой $(\epsilon_a, \mu_a, \delta)$ не зависят от внешнего воздействующего поля, а материальные уравнения носят линейный характер.

Нелинейная среда – это среда, параметры которой $(\epsilon_a, \mu_a, \delta)$ зависят от внешнего воздействующего поля.

Изотропная среда – это среда, свойства которой не зависят от направления векторов поля и параметры которой $(\epsilon_a, \mu_a, \delta)$ являются скалярными величинами.

Анизотропная среда – это среда, свойства которой зависят от направления векторов поля, и параметры среды ($\varepsilon_a, \mu_a, \delta$) являются тензорными величинами.

Уравнения в виде

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E}, \quad (1.6)$$

$$\bar{B} = \mu_a \bar{H}, \quad (1.7)$$

$$\bar{j}_{пр} = \sigma \bar{E}. \quad (1.8)$$

называются **материальными уравнениями** или **уравнениями состояния среды**.

Величиной ε_a – абсолютной диэлектрической проницаемостью – характеризуют свойства диэлектриков (веществ, не проводящих электрический ток) неполярных и полярных:

$$\varepsilon_a = \varepsilon \varepsilon_0.$$

Электрическая постоянная:

$$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\Phi}{\text{м}},$$

ε – относительная диэлектрическая проницаемость (безразмерная)

(вакуум, воздух ≈ 1 ; полиэтилен = 2,25; пресная вода ≈ 81).

Свойства магнетиков характеризуют магнитная проницаемость или абсолютная магнитная проницаемость:

$$\mu_a = \mu \mu_0.$$

Размерная константа, называемая магнитной постоянной:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}.$$

Величина μ может быть меньше 1 и много больше.

У диамагнетиков, уменьшающих поле, $\mu < 1$ (как правило, близко к единице). К ним относится большинство веществ.

У парамагнетиков, увеличивающих магнитное поле – μ незначительно больше 1. (кислоты, азот некоторые металлы и т.д.)

Особый класс веществ – ферромагнетики. У них $\mu \gg 1$.

$\sigma \left[\frac{\text{См}}{\text{м}} \right]$ – удельная проводимость.

У серебра $6.1 \cdot 10^7$; у меди $5.7 \cdot 10^7$ и т.д.

Уравнение (1.8) называют *законом Ома в дифференциальной форме*.

Уравнения 1.6–1.8 охватывают электромагнитные свойства достаточно большого числа сред, но многие свойства реальных веществ не учитывают.

Имеется в виду тот факт, что соотношения прямой пропорциональности между $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ линейные среды могут нарушать.

В диэлектрике нелинейная зависимость $\overline{D}(\overline{E})$ наблюдается каждый раз, когда $\mathbf{E}$ становится очень высокой и возникает электрический пробой.

Согласно макроскопической теории поля электромагнитная энергия распределена в пространстве, занятом полем, с некоторой объемной плотностью таким образом, что электромагнитная энергия, содержащаяся в объеме V , выражается в виде объемного интеграла:

$$W = \int_V \frac{\overline{B}\overline{H} + \overline{D}\overline{E}}{2} dV. \quad (1.9)$$

W – полный запас энергии ЭМП внутри объема V в фиксированный момент времени (измеряется в Дж).

Изменяться во времени эта энергия может за счет двух процессов:

1. Она может внутри данного объема превращаться в другие, неэлектромагнитные формы энергии (тепловая, химическая, кинетическая ускоренных частиц...) или возникать из неэлектромагнитных форм.

2. Эта энергия, оставаясь электромагнитной, может вытекать из данного объема (или втекать в него) через поверхность S , ограничивающую данный объем.

Первый процесс характеризуется мощностью потерь $P_{\text{пот}}$, второй – мощностью излучения Σ .

$$P_{\text{пот}} = \int_V \bar{j}_{\text{пр}} \bar{E} dV ; \quad (1.10)$$

$$\Sigma = \oint_S \bar{\Pi} d\bar{S} ; \quad (1.11)$$

где

$$\bar{\Pi} = [\bar{E}\bar{H}] . \quad (1.12)$$

Нахождение вектора Пойнтинга позволяет правильно описывать процессы передачи энергии электромагнитным полем.

$\bar{\Pi}$ – вектор плотности потока мощности электромагнитного поля – вектор Пойнтинга (1884 г. – английский ученый)

Величины $P_{\text{пот}}$ и Σ могут быть положительными и отрицательными (отрицательность $P_{\text{пот}}$ – идет превращение других видов энергии в электромагнитную; отрицательность Σ показывает, что в данный объем поступает энергия из внешнего пространства).

Выражения (1.11)–(1.12) справедливы для любых сред.

Три энергетические величины $P_{\text{пот}}$, W и Σ связаны между собой соотношением Умова-Пойнтинга

$$\frac{dW}{dt} + P_{\text{пот}} + \Sigma = 0 , \quad (1.13)$$

которое представляет собой математическую формулировку закона сохранения энергии для электромагнитного поля.

Так же, как интегральная величина, Σ связана с дифференциальной $\bar{\Pi}$, величина объемной плотности электромагнитной энергии связана с W :

$$\omega = \frac{1}{2}(\mu_a \bar{H}^2 + \varepsilon_a \bar{E}^2); \quad W = \int_V \omega dV,$$

и объемная плотность мощности тепловых потерь:

$$P_{\text{пот}} = \sigma \bar{E}^2; \quad P_{\text{пот}} = \int_V \rho_{\text{пот}} dV$$

Тогда уравнение (1.13) будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + P_{\text{пот}} + \text{div} \bar{\Pi} = 0. \quad (1.14)$$

Теорема Умова – Пойнтинга

Электромагнитное поле характеризуется собственной энергией поля, причем, полная энергия определяется суммой энергий электрического и магнитного полей. Пусть электромагнитное поле занимает замкнутый объем V , тогда можно записать

$$W = W_{\text{эл}} + W_{\text{магн}} = \int_V \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dV + \int_V \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} dV. \quad (1.15)$$

Энергия электромагнитного поля, в принципе, не может оставаться постоянной величиной. На изменение энергии внутри замкнутого объема влияют следующие факторы:

- часть энергии электромагнитного поля может превратиться в другие виды энергии, например, механическую;
- внутри замкнутого объема могут действовать сторонние силы, которые могут увеличивать или уменьшать энергию электромагнитного поля, заключенную в рассматриваемом объеме;
- рассматриваемый замкнутый объем V может обмениваться энергией с окружающими телами за счет процесса излучения энергии.

Интенсивность излучения характеризуется вектором Пойнтинга $\bar{\Pi}$. Объем V имеет замкнутую поверхность S . Изменение

энергии электромагнитного поля можно рассматривать как поток вектора Пойнтинга сквозь замкнутую поверхность S , т.е.

$\oint_S \vec{P} d\vec{S}$, причем возможны варианты

$$\oint_S \vec{P} d\vec{S} > 0, \oint_S \vec{P} d\vec{S} < 0, \oint_S \vec{P} d\vec{S} = 0.$$

Отметим, что нормаль, проведенная к поверхности $d\vec{S}$, всегда является внешней.

Напомним, что

$$\vec{I} = [\vec{E}, \vec{H}],$$

где $\vec{E}, \vec{H}$ — это мгновенные значения напряженности поля.

$$\oint_S \vec{P} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{P} dV = \int_V \text{div} [\vec{E}, \vec{H}] dV = \int_V (\vec{H} \text{rot} \vec{E} - \vec{E} \text{rot} \vec{H}) dV. \quad (1.16)$$

Переход от интеграла по поверхности $d\vec{S}$ к интегралу по объему V осуществлен на основе теоремы Остроградского-Гаусса.

Зная, что $\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \sigma \cdot \vec{E} + \vec{J}_{\text{св.}}$, $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, подста-

вим эти выражения в формулу (1.16).

После преобразования, получим выражение в виде

$$\oint_S \vec{P} d\vec{S} = -\sigma \int_V (\vec{E} \vec{E}) dV - \int_V (\vec{J}_{\text{св.}} \vec{E}) dV - \int_V \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{H} \right) dV. \quad (1.17)$$

Из формулы (1.17) видно, что левая часть выражается суммой, состоящей из трех слагаемых, каждое из которых рассмотрим в отдельности.

Слагаемое $P = \sigma \int (\vec{E} \vec{E}) dV$ выражает *мгновенную мощность потерь*, обусловленную в рассматриваемом замкнутом объеме токами проводимости. Иными словами, слагаемое выражает тепловые потери энергии поля, заключенного в замкнутом объеме.

Второе слагаемое $P_{\text{стор.}} = \int_V (\vec{J}_{\text{ст.}} \vec{E}) dV$ выражает работу сторонних сил, произведенную в единицу времени, т.е. мощность сторонних сил. Для такой мощности возможны значения $P_{\text{стор.}} > 0$, $P_{\text{стор.}} < 0$.

Если $P_{\text{стор.}} > 0$, т.е. в объеме V добавляется энергия, тогда сторонние силы можно рассматривать в качестве генератора. Если $P_{\text{стор.}} < 0$, т.е. в объеме V происходит уменьшение энергии, то сторонние силы играют роль нагрузки.

Последнее слагаемое для линейной среды можно представить в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} + \frac{\vec{H} \cdot \vec{B}}{2} \right) dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_V (w_{\text{э}} + w_{\text{м}}) dV. \quad (1.18)$$

Формула (1.18) выражает скорость изменения энергии электромагнитного поля, заключенного внутри объема V .

После рассмотрения всех слагаемых можно формулу (1.18) записать в виде:

$$\oint \vec{H} d\vec{S} = -P_{\text{пот.}} - P_{\text{стор.}} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V (w_{\text{э}} + w_{\text{м}}) dV. \quad (1.19)$$

Формула (1.19) выражает собой теорему Пойнтинга. Теорема Пойнтинга выражает баланс энергии внутри произвольной области, в которой существует электромагнитное поле.

1. 3. Сводка уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \sigma \vec{E} + \vec{j}_{\text{ст}}; & \text{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \text{div} \vec{D} &= \rho; & \text{div} \vec{B} &= 0; & \vec{D} &= \epsilon_a \vec{E} & \vec{B} &= \mu_a \vec{H}. \end{aligned}$$

Это система дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка относительно шести неизвестных

функций ($E_x E_y E_z H_x H_y H_z$), которые зависят от трех пространственных координат и от времени t .

Так как в большинстве практических задач материалы среды можно считать *линейными*, то в них будет справедлив принцип суперпозиций ЭМП:

Если $(\bar{E}_1, \bar{H}_1), (\bar{E}_2, \bar{H}_2)$, частные решения УМ, то решением будет и сумма вида

$$(\bar{E}_1 + \bar{E}_2, \bar{H}_1 + \bar{H}_2).$$

Решение уравнений можно значительно упростить, если исключить временную переменную.

Любой сигнал может быть разложен на спектр гармонических составляющих по преобразованию Фурье.

Для гармонически изменяющего в некоторой заданной точке пространства вектора (например, E):

$$\bar{E}(t) = E_{mx} \cos(\omega t + \varphi_x) \bar{i}_x + E_{my} \cos(\omega t + \varphi_y) \bar{i}_y + E_{mz} \cos(\omega t + \varphi_z) \bar{i}_z$$

где E_{mx}, E_{my}, E_{mz} – амплитуды отдельных составляющих поля; $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ – соответствующие начальные фазы, по-другому это выражение можно записать так:

$$\bar{E}(t) = \operatorname{Re} \left[\left(E_{mx} e^{i\varphi_x} \bar{i}_x + E_{my} e^{i\varphi_y} \bar{i}_y + E_{mz} e^{i\varphi_z} \bar{i}_z \right) e^{i\omega t} \right];$$

Вектор $\dot{\bar{E}} = E_{mx} e^{i\varphi_x} \bar{i}_x + E_{my} e^{i\varphi_y} \bar{i}_y + E_{mz} e^{i\varphi_z} \bar{i}_z$ принято называть *комплексной амплитудой* поля E в заданной точке пространства (считается, что частота поля ω – известна).

где $\dot{\bar{E}}$ – пространственные, в общем случаetрехмерные векторы (изобразить вспомогательным вектором, вращающимся в комплексной плоскости нельзя).

Ехр – эти множители характеризуют только фазы, т.е.

$$\dot{\bar{E}}_1 = E_0 \bar{i}_x, \dot{\bar{E}}_2 = i E_0 \bar{i}_x.$$

Не образуют угол 90° , а параллельны орту $\mathbf{i}_x$ и сдвинуты по фазе на 90° .

Связь между $\mathbf{E}(t)$ и $\dot{\mathbf{E}}$:

$$\bar{\mathbf{E}}(t) = \text{Re}(\dot{\mathbf{E}} e^{i\omega t}).$$

Если подставить подобные выражения для всех векторов в уравнения Максвелла и сократить общий множитель, то получим:

$$\begin{aligned} \text{rot} \dot{\mathbf{H}} &= i\omega \dot{\mathbf{D}} + \sigma \dot{\mathbf{E}} + \dot{\mathbf{j}}_{CT}; & \text{rot} \dot{\mathbf{E}} &= -i\omega \dot{\mathbf{B}}; & \text{div} \dot{\mathbf{D}} &= \dot{\rho}; \\ \text{div} \dot{\mathbf{B}} &= 0; & \dot{\mathbf{D}} &= \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}; & \dot{\mathbf{B}} &= \mu_a \dot{\mathbf{H}}. \end{aligned}$$

Если объединить первое уравнение и пятое, то получим

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_a - i\sigma / \omega, \quad (1.20)$$

комплексная диэлектрическая проницаемость данного вещества, учитывающая и проводящая и поляризационные свойства.

Действительная часть – интенсивность процесса поляризации, мнимая – плотность токов проводимости (потери).

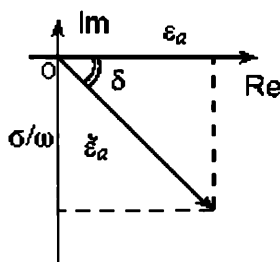


Рис. 1.1. Угол диэлектрических потерь
 δ – угол диэлектрических потерь; Re – действительная часть – интенсивность процесса поляризации;
 Im – мнимая – плотность токов проводимости (потери)

В комплексной плоскости (рис.1.1), δ – угол диэлектрических потерь (в справочниках обычно приводят $\text{tg} \delta$):

$$\text{tg} \delta = \sigma / (\omega \varepsilon_a).$$

На частотах СВЧ диапазона для хороших диэлектриков $\operatorname{tg} \delta = 10^{-5} \div 10^{-4}$, если $\operatorname{tg} \delta > 10^{-3}$, диэлектрик принято считать плохим.

Выразим через комплексные амплитуды вектор Пойнтинга. Воспользуемся соотношениями:

$$\vec{E}(t) = \frac{1}{2} \left(\dot{\vec{E}} e^{i\omega t} + \ddot{\vec{E}} e^{-i\omega t} \right),$$

$$\vec{H}(t) = \frac{1}{2} \left(\dot{\vec{H}} e^{i\omega t} + \ddot{\vec{H}} e^{-i\omega t} \right),$$

подставляем их в...

$$\begin{aligned} \overline{P} = [\vec{E}\vec{H}] &= \frac{1}{4} \left\{ [\dot{\vec{E}}\ddot{\vec{H}}] + [\ddot{\vec{E}}\dot{\vec{H}}] + [\dot{\vec{E}}\dot{\vec{H}}] e^{i2\omega t} + [\ddot{\vec{E}}\ddot{\vec{H}}] e^{-i2\omega t} \right\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{\vec{E}}\ddot{\vec{H}}] + \\ &+ \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\ddot{\vec{E}}\dot{\vec{H}}] e^{i2\omega t} \end{aligned}$$

Первое слагаемое неизвестно во времени, а второе меняется с удвоенной частотой – колеблющаяся составляющая вектора Пойнтинга, среднее за период значение которой равно 0.

Первое слагаемое практически равно *плотности потока мощности усредненной за период* (действительный вектор):

$$\overline{P}_{CP} = \frac{1}{T} \int_0^T \overline{P} dt = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{\vec{E}}\ddot{\vec{H}}].$$

При анализе гармонических полей удобнее использовать комплексный вектор Пойнтинга

$$\dot{\vec{P}} = \frac{1}{2} [\dot{\vec{E}}\ddot{\vec{H}}]. \quad (1.21)$$

и

$$\overline{P}_{CP} = \operatorname{Re} \dot{\vec{P}}.$$

Комплексный вектор Пойнтинга аналогичен комплексной мощности гармонического колебания.

Если он чисто мнимый, то процесс не переносит мощности (перенос реактивной мощности).

1.4. Принцип перестановочной двойственности

Рассмотрим две системы:

1. Пластинка (вид с торца) с электрическим током I_3
2. Две заряженные полуплоскости (рис. 1.2)

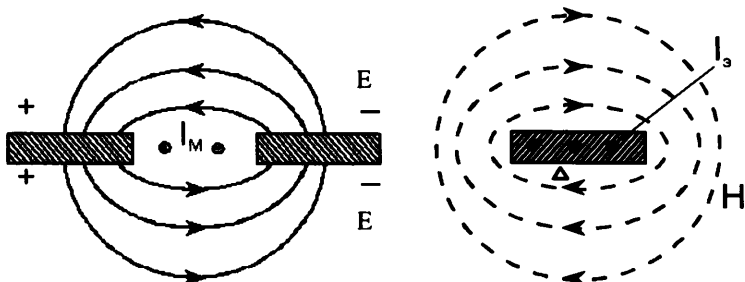


Рис. 1.2. Две заряженные полуплоскости

Ширина пластинки и зазора – Δ .

Картинки однотипны с точностью до направлений стрелок.

Это сходство позволяет формально предположить: в щели параллельно кромкам протекает гипотетический ток I_M , называемый *магнитным током* (физически не существует).

Геометрическое сходство полей – следствие симметрии двух основных уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= i\omega \epsilon_a \vec{E}; \\ \text{rot} \vec{E} &= -i\omega \mu_a \vec{H}, \end{aligned}$$

которые переходят одно в другое при перестановках $\vec{E} \leftrightarrow \vec{H}; \epsilon_a \leftrightarrow -\mu_a$.

Если в первом уравнении был ток j_{CT3} , то следует предположить наличие j_{CTM} $\vec{j}_{CT3} \leftrightarrow -\vec{j}_{CTM}$.

Если найдено решение какой-либо задачи ЭД, то простая перестановка дает решение дуальной (двойственной) задачи, причем физически реализуемой.

Лемма Лоренца

Оценим связь между полями, возбужденными двумя независимыми системами сторонних токов.

Поле, созданное одной системой:

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = i\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}}_1 + \dot{j}_{CTЭ}^{(1)}; \quad \text{rot} \dot{\vec{E}}_1 = -i\omega\mu_a \dot{\vec{H}} - \dot{j}_{СТМ}^{(1)} \quad (1.22)$$

для другой

$$\text{rot} \dot{\vec{H}}_2 = i\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}}_2 + \dot{j}_{CTЭ}^{(2)}; \quad \text{rot} \dot{\vec{E}}_2 = -i\omega\mu_a \dot{\vec{H}}_2 - \dot{j}_{СТМ}^{(2)}. \quad (1.23)$$

Проделаем ряд операций:

- умножим скалярно первое уравнение из (1.22) на вектор $\dot{\vec{E}}_2$;
- умножим скалярно второе уравнение из (1.23) на вектор $\dot{\vec{H}}_2$;
- вычтем второе равенство из первого, учитывая векторное тождество:

$$\overline{A} \text{rot} \overline{B} - \overline{B} \text{rot} \overline{A} = \text{div} [\overline{BA}],$$

получим

$$- \text{div} [\dot{\vec{E}}_2 \dot{\vec{H}}_1] = i\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}}_1 \dot{\vec{E}}_2 + i\mu_a \omega \cdot \dot{\vec{H}}_1 \dot{\vec{H}}_2 + \dot{j}_{СТМ}^{(2)} \dot{\vec{H}}_1 + \dot{j}_{CTЭ}^{(1)} \dot{\vec{E}}_2; \quad (1.24)$$

Теперь умножим второе уравнение из (1.22) на $\dot{\vec{H}}_2$, а первое из (1.23) на $\dot{\vec{E}}_1$ и вычтем второе равенство из первого, получим

$$\text{div} [\dot{\vec{E}}_1 \dot{\vec{H}}_2] = i\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}}_1 \dot{\vec{E}}_2 - i\omega\mu_a \dot{\vec{H}}_1 \dot{\vec{H}}_2 - \dot{j}_{CTЭ}^{(2)} \dot{\vec{E}}_1 - \dot{j}_{СТМ}^{(1)} \dot{\vec{H}}_2. \quad (1.25)$$

Складываем почленно равенства (1.23) и (1.24), получим:

$$\operatorname{div}[\dot{\vec{E}}_1 \dot{\vec{H}}_2] - \operatorname{div}[\dot{\vec{E}}_2 \dot{\vec{H}}_1] = \dot{j}_{CT\bar{3}}^{(1)} \dot{\vec{E}}_2 + \dot{j}_{CT\bar{3}}^{(2)} \dot{\vec{H}}_1 - \dot{j}_{CT\bar{3}}^{(2)} \dot{\vec{E}}_1 - \dot{j}_{CTM}^{(1)} \dot{\vec{H}}_2. \quad (1.26)$$

Уравнение (1.26) – Лемма Лоренца в дифференциальной форме.

Векторные произведения $[\vec{E}_1 \vec{H}_2]$ и $[\vec{E}_2 \vec{H}_1]$ в левой части уравнения – взаимные векторы Пойнтинга двух независимых процессов.

Проинтегрируем уравнение (1.25) по произвольному объему V и используем теорему Остроградского-Гаусса, получаем Лемму Лоренца в наиболее общем виде

$$\int_S ([\dot{\vec{E}}_1 \dot{\vec{H}}_2] - [\dot{\vec{E}}_2 \dot{\vec{H}}_1]) d\vec{S} = \int_V (\dot{j}_{CTT}^{(1)} \dot{\vec{E}}_2 + \dot{j}_{CTM}^{(2)} \dot{\vec{H}}_1 - \dot{j}_{CT\bar{3}}^{(2)} \dot{\vec{E}}_1 - \dot{j}_{CTM}^{(1)} \dot{\vec{H}}_2) dV,$$

где S – поверхность, ограничивающая объем V .

Предположим, что V – все пространство, т.е. (S – бесконечно большая).

Полагаем, что источники сосредоточены в конечной области пространства и, кроме того, на бесконечности поля убывают быстрее, чем $1/R$, где R – расстояние от фиксированной точки. (Это физически обоснованно, так как в пространстве всегда будут причины для ослабления поля – потери)

Интеграл в левой части при этом становится исчезающе малым, и Лемма Лоренца для безграничного пространства, имеющего в каждой точке некоторые потери, принимает вид

$$\int_V (\dot{j}_{CT\bar{3}}^{(1)} \dot{\vec{E}}_2 + \dot{j}_{CTM}^{(2)} \dot{\vec{H}}_1 - \dot{j}_{CT\bar{3}}^{(2)} \dot{\vec{E}}_1 - \dot{j}_{CTM}^{(1)} \dot{\vec{H}}_2) dV = 0.$$

Упростим задачу, полагая, что в пространстве есть только сторонние электрические токи (любая проволочная антенна), тогда:

$$\int_V \dot{j}_{CT3}^{(1)} \dot{E}_2 dV = \int_V \dot{j}_{CT3}^{(2)} \dot{E}_1 dV.$$

Последнее соотношение – теорема взаимности для антенн, возбуждаемых электрическими токами.

В простейшем случае если имеются две идентичные антенны, возбуждаемые одинаковым образом, то первая антенна будет создавать вблизи второй такое же поле, как вторая вблизи первой, независимо от параметров среды, разделяющей их (исключение – анизотропные среды).

В общем случае теорема взаимности связывает свойства приемной антенны со свойствами ее в режиме передачи.

В частности Диаграммы Направленности, (в дальнейшем ДН) в обоих режимах совпадают.

В анизотропных средах теорема взаимности справедлива, если

$$\tilde{\epsilon}_{mn} = \tilde{\epsilon}_{nm}; \quad \tilde{\mu}_{mn} = \mu_{nm}$$

(для ферритов – нет, для кристаллов – да).

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

2.1 . Волновой характер электромагнитного поля

Общие свойства волновых процессов

Прежде чем рассматривать волновой процесс, дадим определение колебательного движения. **Колебание** – это периодически повторяющийся процесс. Примеры колебательных движений весьма разнообразны: смена сезонов года, колебание сердца, дыхание, заряд на обкладках конденсатора и другие.

Уравнение колебания в общем виде записывается как

$$A(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.1)$$

где A_0 – амплитуда колебаний; ω – циклическая частота; t – время; φ – начальная фаза.

Часто начальную фазу можно принять равной нулю.

От колебательного движения можно перейти к рассмотрению волнового движения. **Волна** – это процесс распространения колебаний в пространстве с течением времени. Так как колебания распространяются в пространстве с течением времени, то в уравнении волны необходимо учесть и пространственные координаты, и время. Уравнение волны имеет вид

$$A(z, t) = A_0 \cdot \cos(\omega t \mp \beta z), \quad (2.2)$$

где A_0 – амплитуда; ω – частота; t – время; β – волновое число; z – координата.

Физическая природа волн весьма многообразна. Известны звуковые, электромагнитные, гравитационные, акустические волны.

По типу колебаний все волны можно классифицировать на продольные и поперечные.

Продольные волны – это волны, у которых частицы среды колеблются вдоль направления распространения волны (рис. 2.1, а). Примером продольной волны является звуковая волна.

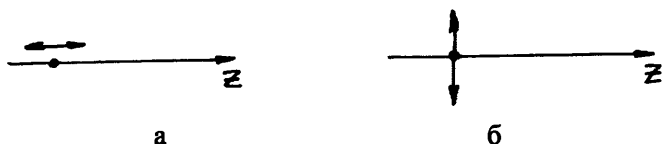


Рис. 2.1. Направления распространения волны

Поперечные волны – это волны, у которых частицы среды колеблются в поперечном направлении относительно направления распространения (рис. 2.1, б).

Электромагнитные волны относятся к поперечным волнам. Следует учесть, что в электромагнитных волнах происходит колебание поля, и никакого колебания частиц среды не происходит. Если в пространстве происходит распространение волны с одной частотой ω , то такая волна называется *монохроматической*.

Для описания распространения волновых процессов вводятся следующие характеристики. Аргумент косинуса (см. формулу (2.2)), т.е. выражение $\omega t \mp \beta z$, называется *фазой волны*.

Схематически распространение волны вдоль одной координаты показано на рис. 2.2, в данном случае распространение происходит вдоль оси z .

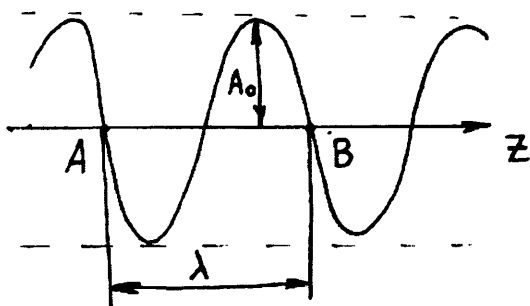


Рис. 2.2. Длина волны λ

Период – время одного полного колебания. Период обозначается буквой T и измеряется в секундах (с). Величина обратная периоду, называется *линейной частотой* и обозначается через f , измеряется в герцах ($\frac{1}{с} = \text{Гц}$). Линейная частота связана с круговой частотой. Связь выражается формулой

$$\omega = 2\pi f. \quad (2.3)$$

Если зафиксировать время t , то из рис. 2.2 видно, что существуют точки, например, А и В, которые колеблются одинаково, т.е. в фазе (синфазно). Расстояние между ближайшими двумя точками, колеблющимися в фазе, называется *длиной волны*. Обозначается длина волны λ и измеряется в метрах (м).

Волновое число β и длина волны λ связаны между собой формулой

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2.4)$$

Волновое число β иначе называют фазовой постоянной или постоянной распространения. Из формулы (2.4) видно, что постоянная распространения измеряется в ($\frac{1}{м}$). Физический смысл заключается в том, что она показывает, на сколько радиан изменяется фаза волны при прохождении одного метра пути.

Для описания волнового процесса вводится понятие фронт волны. **Фронт волны** – это геометрическое место воображаемых точек поверхности, до которых дошло возбуждение. Фронт волны иначе называют *волновой фронт*.

Уравнение, описывающее волновой фронт плоской волны, можно получить из уравнения (2.2), в виде

$$\omega t \mp \beta z = const. \quad (2.5)$$

Формула (2.5) представляет собой уравнение волнового фронта плоской волны. Уравнение (2.4) показывает, что волно-

вые фронты представляют собой бесконечные плоскости, перемещающиеся в пространстве перпендикулярно оси z .

Скорость перемещения фазового фронта называется *фазовой скоростью*. Фазовая скорость обозначается V_ϕ и определяется формулой

$$V_\phi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}. \quad (2.6)$$

Первоначально уравнение (2.2) содержит фазу с двумя знаками – отрицательным и положительным. Отрицательный знак, т.е. $\omega t - \beta z$, указывает, что фронт волны распространяется вдоль положительного направления распространения оси z . Такая волна называется *бегущей*, или *падающей*.

Положительный знак фазы волны указывает на движение фронта волны в обратном направлении, т.е. противоположном направлению оси z . Такая волна называется *отраженной*.

В дальнейшем будем рассматривать бегущие волны.

Если волна распространяется в реальной среде, то из-за происходящих тепловых потерь неизбежно происходит уменьшение амплитуды. Рассмотрим простой пример. Пусть волна распространяется вдоль оси z и первоначальное значение амплитуды волны соответствует 100%, т.е. $A_0=100$. Допустим, что при прохождении 1 м пути амплитуда волны уменьшается на 10%. Тогда будем иметь следующие значения амплитуд волн:

$$A_0 = 100$$

$$A_1 = 0.9 \cdot A_0 = 90 \%$$

$$A_2 = 0.9 \cdot A_1 = 0.9 \cdot 90 \% = 81 \%$$

$$A_3 = 0.9 \cdot A_2 = 0.9 \cdot 81 \% = 72.9 \%$$

Общая закономерность изменения амплитуды имеет вид

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_{n-1}}{A_n}.$$

Таковыми свойствами обладает показательная функция. Графически процесс можно показать в виде рис. 2.3.

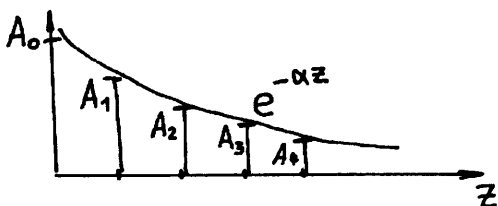


Рис. 2.3. Изменение амплитуды поля

В общем виде соотношение пропорциональности запишем как

$$A_0(z) \approx e^{-\alpha z}, \quad (2.7)$$

где α — постоянная затухания волны.

Фазовую постоянную β и постоянную затухания α можно объединить с помощью введения комплексной постоянной распространения γ , т.е.

$$\gamma = \beta - j\alpha, \quad (2.8)$$

где β — фазовая постоянная, α — постоянная затухания волны.

В зависимости от вида волнового фронта различают волны *плоские, сферические, цилиндрические*.

Плоская волна — это волна, имеющая плоский фронт волны. Плоской волне также можно дать следующее определение. Волна называется *плоской однородной*, если векторные поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в любой точке плоскости перпендикулярны направлению распространения и не изменяются по фазе и амплитуде. Плоскость, относительно которой происходят колебания, называется *плоскостью поляризации*.

Уравнение плоской волны:

$$A(z, t) = A_0 \cdot \cos(\omega t - \beta z). \quad (2.9)$$

Если источник, порождающий волну, является точечным, то фронт волны, распространяющийся в неограниченном однородном пространстве, представляет собой сферу.

Сферическая волна – это волна, имеющая сферический фронт волны. Уравнение сферической волны имеет вид

$$A(r, t) = \frac{A_0}{r} \cdot \cos(\omega t - \beta r), \quad (2.10)$$

где r – радиус-вектор, проведенный из начала координат, совпадающего с положением точечного источника, в конкретную точку пространства, расположенную на расстоянии r .

Волны могут возбуждаться с помощью бесконечной нити источников, расположенных вдоль оси z . В этом случае такая нить будет порождать волны, фазовый фронт которых представляет собой цилиндрическую поверхность.

Цилиндрическая волна – это волна, имеющая фазовый фронт в виде цилиндрической поверхности. Уравнение цилиндрической волны имеет вид

$$A(r, t) = \frac{A_0}{\sqrt{r}} \cdot \cos(\omega t - \beta r), \quad (2.11)$$

Формулы (2.2), (2.10, 2.11) указывают на различную зависимость амплитуды от расстояния между источником волны и конкретной точкой пространства, до которой дошла волна.

2.2. Уравнения Гельмгольца

Максвелл получил один из важнейших результатов электродинамики, доказав, что распространение электромагнитных процессов в пространстве с течением времени происходит в виде волны. Рассмотрим доказательство этого положения, т.е. докажем волновой характер электромагнитного поля.

Запишем первые два уравнения Максвелла в комплексной форме в виде

$$\begin{cases} \text{rot } \dot{\vec{H}} = j\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}}, \\ \text{rot } \dot{\vec{E}} = -j\omega\mu_a \dot{\vec{H}}. \end{cases} \quad (2.12)$$

Возьмем второе уравнение системы (2.12) и применим к нему операцию ротора к левой и правой частям. В результате получим

$$\text{rot rot } \dot{\vec{E}} = -j\omega\mu_a \text{rot } \dot{\vec{H}} = -j\omega\mu_a (j\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}}) = -j^2\omega^2\mu_a\epsilon_a \dot{\vec{E}} = \omega^2\mu_a\epsilon_a \dot{\vec{E}}. \quad (2.13)$$

Обозначим $\gamma^2 = \omega^2\mu_a\epsilon_a$, которая представляет собой постоянную распространения. Таким образом

$$\text{rot rot } \dot{\vec{E}} = \omega^2\mu_a\epsilon_a \dot{\vec{E}} = \gamma^2 \dot{\vec{E}}. \quad (2.14)$$

С другой стороны, на основе известного тождества в векторном анализе можно записать

$$\text{rot rot } \dot{\vec{E}} = \text{grad div } \dot{\vec{E}} - \nabla^2 \dot{\vec{E}}, \quad (2.15)$$

где ∇^2 является оператором Лапласа, который в декартовой системе координат выражается тождеством

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}. \quad (2.16)$$

Учитывая закон Гаусса, т.е. $\text{div } \dot{\vec{E}} = 0$, уравнение (2.15) запишется в более простом виде

$$\gamma^2 \dot{\vec{E}} = -\nabla^2 \dot{\vec{E}},$$

или

$$\nabla^2 \vec{E} + \gamma^2 \vec{E} = 0. \quad (2.17)$$

Аналогично, пользуясь симметрией уравнений Максвелла, можно получить уравнение относительно вектора $\vec{H}$, т.е.

$$\nabla^2 \vec{H} + \gamma^2 \vec{H} = 0. \quad (2.18)$$

Уравнения вида (2.17, 2.18) называются *уравнениями Гельмгольца*. В математике доказано, что если какой-либо процесс описывается в виде уравнений Гельмгольца, то это означает, что процесс является волновым процессом. В нашем случае делаем заключение: переменные во времени электрическое и магнитное поля неизбежно приводят к распространению в пространстве электромагнитных волн.

В координатной форме уравнение Гельмгольца (2.17) записываются в виде

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot \left(\dot{E}_x \vec{l}_x + \dot{E}_y \vec{l}_y + \dot{E}_z \vec{l}_z \right) + \gamma^2 \cdot \left(\dot{E}_x \vec{l}_x + \dot{E}_y \vec{l}_y + \dot{E}_z \vec{l}_z \right) = 0, \quad (2.19)$$

где $\vec{l}_x, \vec{l}_y, \vec{l}_z$ — единичные векторы вдоль соответствующих осей координат
или

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} + \gamma^2 \cdot \dot{E}_x &= 0; \\ \frac{\partial^2 \dot{E}_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_y}{\partial z^2} + \gamma^2 \cdot \dot{E}_y &= 0; \\ \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial z^2} + \gamma^2 \cdot \dot{E}_z &= 0. \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\frac{d^2 \dot{E}_x}{dz^2} - \gamma^2 \dot{E}_x = 0.$$

Общее решение этого линейного уравнения:

$$\dot{E}_x(z) = \dot{E}_1 e^{\gamma_1 z} + \dot{E}_2 e^{\gamma_2 z},$$

где γ_1 и γ_2 корни уравнения (2.20). Распишем его:

$$\gamma^2 = -\omega^2 \varepsilon_a \mu_a + i\omega \sigma \mu_a$$

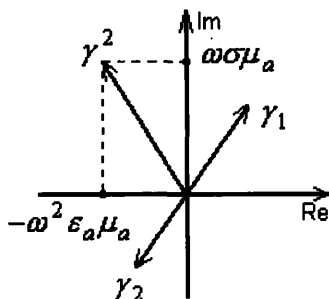


Рис. 2.4. Параметр γ в комплексной плоскости

В комплексной плоскости:

В дальнейшем будем пользоваться только

$$\gamma_1 = \gamma; \quad \gamma_2 = -\gamma.$$

$$\gamma = \sqrt{-\omega \tilde{\varepsilon}_a \mu_a} = i\omega \sqrt{\tilde{\varepsilon}_a \mu_a} = \alpha + i\beta$$

и

$$\dot{E}_x(z) = \dot{E}_1 e^{\gamma z} + \dot{E}_2 e^{-\gamma z}.$$

Подобные процессы давно известны – *однородная плоская волна*. Первое слагаемое – волна, распространяющаяся в сторону уменьшения Z . Второе – в сторону увеличения.

Плоскость, относительно которой происходят колебания волны, называется *плоскостью поляризации*, а такую волну называют *плоской*.

Плоской называют волну, распространяющуюся вдоль какой либо координаты и неизменную в каждый фиксированный момент времени в плоскости, перпендикулярной этой координате $E_m = E_{m0}e^{-\alpha z}$.

$$E(z, t) = E_m \cos(\omega t - \beta z)$$

Параметр β играет роль «пространственной» частоты процесса – *коэффициент фазы* (1/м).

$$E(z, 0) = E_m \cos \beta z$$

$$E(z, 0) - \text{периодична ; ее период: } \beta = \frac{2\pi}{\lambda},$$

где λ – длина волны.

Поверхность, удовлетворяющая условию $\omega t - \beta z = \text{const}$ называется *волновым фронтом* (фазовый фронт, поверхность равных фаз), перемещающимся вдоль оси Z с фазовой скоростью

$$U_\phi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f \quad (2.21)$$

Величину α называют *коэффициентом ослабления* (затухания) плоской волны в среде (1/м).

В расчетах чаще используют *погонное затухание*:

$$\Delta_{\text{по.}} = 20 \lg(e^\alpha) = 8,686 \alpha \quad \text{ДБ/М} \quad (2.22)$$

где – α *коэффициент ослабления* (затухания).

Некоторые выводы:

– в однородной плоской волне векторы E и H перпендикулярны;

– и E и H перпендикулярны оси распространения – поперечная волна;

– комплексные амплитуды векторов E и H в любой точке пространства связаны коэффициентом пропорциональности Z_c ;

Z_c – характеристическое (волновое) сопротивление

$$Z_c = \dot{E}_x / \dot{H}_y ; \quad Z_c = \sqrt{\mu_a / \tilde{\epsilon}_a} \quad (2.23)$$

Z_c характеризует среду и в общем случае не связан с тепловыми потерями.

Определим плотность потока мощности плоской ЭМВ:

$$\bar{P}_{cp} = 0.5 \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}} \dot{\vec{H}}^* \right] = 0.5 \operatorname{Re} \left(\dot{E}_x \dot{H}_y^* \right) [\bar{i}_x \bar{i}_y] = 0.5 \operatorname{Re} \left(\dot{E}_x \dot{H}_y^* \right) \bar{i}_z$$

или с учетом Z_c

$$P_{cpz} = 0.5 \operatorname{Re}(\dot{E}_x \dot{E}_x^* / Z_c) = 0.5 E_{xm}^2 \operatorname{Re}(1 / Z_c) = 0.5 H_{ym}^2 \operatorname{Re} Z_c. \quad (2.24)$$

2. 3. Свойства плоских волн при распространении в не поглощающих средах

Пусть плоская электромагнитная волна распространяется вдоль оси z , тогда распространение волны описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{E}}{dz^2} + \gamma^2 \dot{E} = 0, \\ \frac{d^2 \dot{H}}{dz^2} + \gamma^2 \dot{H} = 0. \end{cases} \quad (2.25)$$

где $\dot{E}$ и $\dot{H}$ – комплексные амплитуды поля,

$$\gamma = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu} = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \left(\frac{\omega}{c} \right) \sqrt{\epsilon \mu}. \quad (2.26)$$

Решение системы (2.25) имеет вид

$$\begin{cases} \dot{E}(z) = E_{mi\ddot{a}\ddot{a}} \exp(-i\gamma z) + E_{mi\ddot{o}\ddot{o}} \exp(i\gamma z), \\ \dot{H}(z) = H_{mi\ddot{a}\ddot{a}} \exp(-i\gamma z) + H_{mi\ddot{o}\ddot{o}} \exp(i\gamma z). \end{cases} \quad (2.27)$$

Если волна распространяется только в одном направлении вдоль оси z , и вектор $\vec{E}$ направлен вдоль оси x , то решение системы уравнений целесообразно записать в виде

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{x}_0 E_m \exp[-i(\gamma z - \phi)], \\ \vec{H} = \vec{x}_0 H_m \exp[-i(\gamma z - \phi)] = \vec{y}_0 \left(\frac{E_m}{z} \right) \exp[-i(\gamma z - \phi)], \end{cases} \quad (2.28)$$

где $\vec{x}_0$ и $\vec{y}_0$ – единичные орты вдоль оси x, y .

Если в среде отсутствуют потери, т.е. параметры среды ϵ_a и μ_a , и $\gamma = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$ являются действительными величинами.

Перечислим свойства плоских электромагнитных волн

1. Для среды вводится понятие волнового сопротивления среды

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = \frac{E_m}{H_m}, \quad (2.29)$$

где E_m, H_m – амплитудные значения напряженностей поля.

Волновое сопротивление для среды без потерь также является действительной величиной.

Для воздуха волновое сопротивление составляет

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi = 377 \text{ Ом} \quad (2.30)$$

2. Из уравнения (2.28) видно, что магнитное и электрическое поля совпадают по фазе. Поле плоской волны представляет собой бегущую волну, которая записывается в виде

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{x}_0 E_m \cos(\omega t - \gamma z) = \vec{l}_1 H_m Z_0 \cos(\omega t - \gamma z) \\ \vec{H} = \vec{y}_0 H_m \cos(\omega t - \gamma z) = \vec{l}_2 \left(\frac{E_m}{Z_0} \right) \cos(\omega t - \gamma z), \end{cases} \quad (2.31)$$

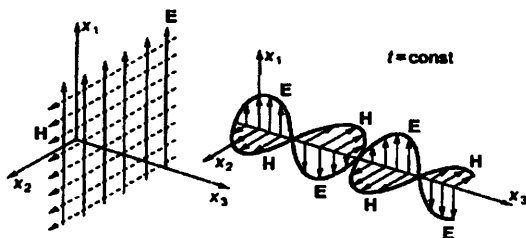


Рис. 2.5. Распространение плоской электромагнитной волны

На рис. 2.5 векторы поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ изменяются синфазно, как следует из формулы (2.31).

3. Вектор Пойнтинга в любой момент времени совпадает с направлением распространения волны

$$\vec{\Pi} = \left[\vec{E}, \vec{H} \right] = \vec{z}_0 H_m^2 Z_0 \cos^2(\omega t - \gamma z). \quad (2.32)$$

Модуль вектора Пойнтинга определяет плотность потока мощности и измеряется в $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$.

4. Средняя плотность потока мощности определяется так:

$$\vec{I}_0 = \operatorname{Re} \vec{I} = z_0 \frac{H_m^2 Z_0}{2} \quad (2.34)$$

или

$$|\vec{I}_0| = \frac{E^2}{2} \sqrt{\mu_a \varepsilon_a} = \frac{H_m E_m}{2} = E_g \cdot H_g, \quad (2.35)$$

где E_g, H_g – действующие значения напряженностей поля.

Энергия поля, заключенная в единице объема, называется *плотностью энергии*. Электромагнитное поле изменяется с течением времени, т.е. является переменным. Значение плотности энергии в данный момент времени называется *мгновенной плотностью энергии*. Для электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля мгновенные плотности энергии соответственно равны

$$\varpi_e = \frac{\varepsilon_a E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{\varepsilon_a}{2} H_m^2 Z_0^2 \cos^2(\omega t - \gamma z). \quad (2.36)$$

$$\varpi_m = \frac{\mu_a H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_a}{2} H_m^2 \cos^2(\omega t - \gamma z). \quad (2.37)$$

Учитывая, что $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}}$, из соотношений (2.36) и (2.37)

видно, что $\varpi_e = \varpi_m$.

Полная плотность электромагнитной энергии определяется выражением

$$\varpi = \varpi_e + \varpi_m = \varepsilon_a H_m^2 Z_0^2 \cos^2(\omega t - \gamma z) = \mu_a H_m^2 \cos^2(\omega t - \gamma z). \quad (2.38)$$

5. Фазовая скорость распространения электромагнитной волны определяется формулой

$$V_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}. \quad (2.39)$$

6. Длина волны определяется формулой

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon_a\mu_a}} = \frac{V_\phi}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (2.40)$$

где λ_0 – длина волны в вакууме (воздухе); c – скорость света в вакууме; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость; μ – относительная магнитная проницаемость; f – линейная частота; ω – циклическая частота; V_ϕ – фазовая скорость; β – постоянная распространения.

7. Скорость перемещения энергии (групповая скорость) можно определить из формулы

$$V_{gp} = \frac{\vec{P}}{\varpi}, \quad (2.41)$$

где $\vec{P}$ – вектор Пойнтинга, ϖ – плотность энергии.

Если расписать $\vec{P}$ и ϖ в соответствие с формулами (2.36), (2.37), то получим

$$V_{gp} = \vec{l}_3 \frac{Z_0}{\mu_a} = \vec{l}_3 \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a\mu_a}} \quad (2.42)$$

Таким образом, получим

$$V_{gp} = V_\phi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a\mu_a}}. \quad (2.43)$$

При распространении электромагнитной монохроматической волны в среде без потерь выполняется равенство фазовой и групповой скорости.

Между фазовой и групповой скоростями существует связь, выраженная формулой

$$V_\phi \cdot V_{gp} = c^2. \quad (2.44)$$

Рассмотрим пример распространения электромагнитной волны во фторопласте, имеющем параметры $\varepsilon=2$, $\mu=1$. Пусть напряженность электрического поля соответствует

$$E_m = 20 \frac{\kappa B}{\text{см}} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot B}{10^{-2} \text{ м}} = 2 \cdot 10^6 \frac{B}{\text{м}}. \quad (2.45)$$

Скорость распространения волны в такой среде будет равна

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a \varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{8.812 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 1.256 \cdot 10^{-6} \cdot 1}} = \frac{1}{4.705 \cdot 10^{-9}} = 0.212 \cdot 10^9 = 2.12 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (2.46)$$

Волновое сопротивление фторопласта соответствует значению

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = \sqrt{\frac{\mu_a \mu}{\varepsilon_a \varepsilon}} = \frac{377}{\sqrt{2}} = 266.6 \text{ Ом}. \quad (2.47)$$

Амплитудные значения напряженности магнитного поля принимают значения

$$Z_0 = \frac{E_m}{H_m}, \quad H_m = \frac{E_m}{Z_0} = \frac{2 \cdot 10^6}{266.6} = 7.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = 7.5 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}}. \quad (2.48)$$

Плотность потока энергии, соответственно, равна

$$P_0 = \frac{E_m H_m}{2} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 7.5 \cdot 10^3}{2} = 7.5 \cdot 10^9 \frac{\text{В}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}. \quad (2.49)$$

Длина волны на частоте $f = 3 \text{ ГГц} = 3 \cdot 10^9 \text{ Гц}$ имеет значение

$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{2.12 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^9} = 7.07 \cdot 10^{-1} \text{ м}. \quad (2.50)$$

2.4. Распространение плоских электромагнитных волн в хорошо проводящих средах

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в проводящей среде. Такие среды также называются металлоподобными. Реальная среда является проводящей, если плотность токов проводимости значительно превосходит плотность токов

смещения, т.е. $\vec{J}_{np} = \sigma \vec{E}$ и $\vec{J}_{см} = j\omega\epsilon_a \vec{E}$, причем

$$\left| \sigma \vec{E} \right| \gg \left| \omega \epsilon_a \vec{E} \right|,$$

или

$$\frac{\sigma}{\omega} \gg \epsilon_a. \quad (2.51)$$

Формула (2.50) выражает условие, при котором реальную среду можно считать проводящей. Иными словами, мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости должна превосходить действительную часть.

Формула (2.66) также показывает зависимость $\vec{J}_{np}$ от частоты, причем, чем ниже частота, тем в среде более ярко выражены свойства проводника. Рассмотрим это положение на примере.

Так, на частоте $f = 1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц}$ сухая почва имеет параметры $\epsilon = 4$, $\sigma = 0,01 \frac{\text{См}}{\text{м}}$. Сравним между собой $\frac{\sigma}{\omega}$ и ϵ_a , т.е.

$$\epsilon_a = \epsilon \epsilon_0 = 8.812 \cdot 10^{-12} \cdot 4 = 3.56 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \quad \text{и}$$

$$\frac{\sigma}{\omega} = \frac{0,01}{2\pi \cdot 10^6} = 1,6 \cdot 10^{-9} \frac{\text{См} \cdot \text{с}}{\text{м}}. \text{ Из полученных значений}$$

видно, что $1,6 \cdot 10^{-19} \gg 3,56 \cdot 10^{-11}$, поэтому сухую почву при распространении волны с частотой 1 МГц следует считать проводящей.

Для реальной среды запишем комплексную диэлектрическую проницаемость

$$\varepsilon_{ак} = \varepsilon_a - j \frac{\sigma}{\omega}. \quad (2.51)$$

Так как в нашем случае $\frac{\sigma}{\omega} \gg \varepsilon_a$, то для проводящей среды можно записать в виде

$$\varepsilon_{ак} = -j \frac{\sigma}{\omega}, \quad (2.52)$$

где σ – удельная проводимость, ω – циклическая частота.

Постоянная распространения γ , как известно, определяется из уравнений Гельмгольца

$$\gamma = \beta - j\alpha = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \omega \sqrt{-j \frac{\sigma}{\omega} \mu_a} = \sqrt{-j \sigma \omega \mu_a}.$$

Таким образом, получим формулу для постоянной распространения

$$\gamma = \sqrt{-j \sigma \omega \mu_a}. \quad (2.53)$$

Известно, что

$$\sqrt{-j} = \frac{1-j}{\sqrt{2}}. \quad (2.54)$$

Учитывая тождество (2.53), формулу (3.54) можно записать в виде

$$\gamma = \frac{1-j}{\sqrt{2}} \sqrt{\sigma \omega \mu_a} = \sqrt{\frac{\sigma \omega \mu_a}{2}} (1-j) \quad (2.55)$$

Постоянная распространения выражается в виде

$$\gamma = \beta - j\alpha. \quad (2.56)$$

Сравнение действительных и мнимых частей в формулах (2.53), (2.54) приводит к равенству значений фазовой постоянной β и постоянной затухания α , т.е.

$$\beta = \alpha = \sqrt{\frac{\sigma\omega\mu_a}{2}}. \quad (2.57)$$

Из формулы (2.57) выпишем длину волны, которую приобретает поле при распространении в хорошо проводящей среде

$$\lambda_m = \frac{2\pi}{\beta} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{\sigma\omega\mu_a}}, \quad (2.58)$$

где λ_m – длина волны в металле.

Из полученной формулы (2.58) видно, что длина электромагнитной волны, распространяющейся в металле, значительно сокращается по сравнению с длиной волны в пространстве.

Выше сказано, что амплитуда волны при распространении в среде с потерями уменьшается по закону $e^{-\alpha z}$. Для характеристики процесса распространения волны в проводящей среде вводится понятие *глубина поверхностного слоя* или *глубина проникновения*.

Глубина поверхностного слоя – это расстояние d , на котором амплитуда поверхностной волны уменьшается в e раз по сравнению с ее начальным уровнем.

$$d = \frac{1}{\alpha} = \frac{\lambda_m}{2\pi}, \quad (2.59)$$

где λ_m – длина волны в металле.

Глубину поверхностного слоя можно также определить из формулы

$$d = \sqrt{\frac{2}{\sigma \omega \mu_a}}, \quad (2.60)$$

где ω – циклическая частота; μ_a – абсолютная магнитная проницаемость среды; σ – удельная проводимость среды.

Из формулы (2.61) видно, что с повышением частоты и удельной проводимости глубина поверхностного слоя уменьшается.

Приведем пример: Медь с удельной проводимостью $\sigma = 5,7 \cdot 10^7 \frac{\text{См}}{\text{м}}$ на частоте $f = 10$ ГГц ($\lambda = 3 \text{ см}$) имеет глубину поверхностного слоя

$d = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,6 \text{ мкм}$. Отсюда можно сделать важный для практики вывод: нанесение на непроводящее покрытие слоя хорошо проводящего вещества позволит выполнить элементы устройств с малыми тепловыми потерями.

2.5. Поляризация волн

Полагаем, что вектор E имеет две составляющие, $E_x = E_{m1} \cos \omega t$ и $E_y = E_{m2} \sin \omega t$. Найдем положение кривой, которая служит геометрическим местом концов вектора E суммарного процесса.

Перепишем:

$$\frac{E_x}{E_{m1}} = \cos \omega t; \quad \frac{E_y}{E_{m2}} = \sin \omega t,$$

возводим их в квадрат и складываем:

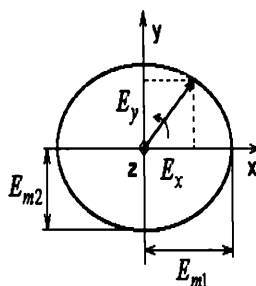


Рис. 2.6. Эллиптически поляризованная волна

$$\left(\frac{E_x}{E_{m1}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{m2}} \right)^2 = 1.$$

Это уравнение эллипса, а про волну говорят, что это *эллиптически поляризованная волна* (рис. 2.6).

В этом случае вектор E вращается против часовой стрелки, если смотреть с конца i_z – *лево поляризованная волна*.

Частные случаи

Одна из составляющих равна нулю, или сдвиг фаз между ними равен нулю. Тогда конец вектора E перемещается вдоль линии произвольно, в общем случае ориентирована относительно системы координат. Волна – *линейно поляризованная*.

Равны амплитуды $E_{m1} = E_{m2}$, а сдвиг фаз – 90° . Тогда кривую окружность волны называют *волной с круговой поляризацией*.

Легко заметить, что суперпозиция двух волн с линейными поляризациями, сдвинутыми по фазе и пространственно на 90° , дают эллиптически поляризованную волну, две волны с круговыми поляризациями и противоположными направлениями вращения в результате суперпозиции дают волну линейно поляризованную.

2.6. Граничные условия для векторов ЭМП

1. Нормальные составляющие

Соотношения, показывающие связь между значениями векторов ЭМП в разных средах, у поверхности раздела называют граничными условиями. (Используют интегральную запись уравнений Максвелла). На поверхности раздела двух сред с параметрами ϵ_{a1} и ϵ_{a2} (рис. 2.4) соответственно, выделим малый элемент ΔS так чтобы:

1. его можно считать плоским;
2. распределение D_n в пределах ΔS должно быть равномерным.

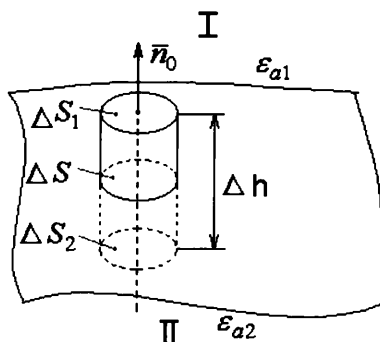


Рис. 2.7. Поверхность раздела двух сред, нормальные составляющие

Построим на ΔS цилиндр с основаниями в разных средах. Используем третье уравнение Максвелла:

$$\oint_{S_{\text{ц}}} \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV .$$

Поверхность цилиндра:

$$S_{\text{ц}} = \Delta S_1 + \Delta S_{\text{бок}} + \Delta S_2 .$$

Устремим $\Delta h \rightarrow 0$ так, чтобы ΔS_1 и ΔS_2 оставались в разных средах:

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{\Delta S_1} \bar{D} d\bar{S} = (\bar{D}_1, \bar{n}_0) \Delta S = D_{1n} \Delta S;$$

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{S_{\text{вн}}} \bar{D} d\bar{S} = 0;$$

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{\Delta S_2} \bar{D} d\bar{S} = -D_{2n} \Delta S.$$

Если заряд не сосредоточен на поверхности раздела, то

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_V \rho dV = 0$$

и нормальная компонента вектора $\bar{D}$ непрерывна при переходе из одной среды в другую. Если заряд распределен по поверхности раздела в виде бесконечно тонкого слоя с поверхностной плотностью

$$\rho_s = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S}, \quad \frac{K_l}{m^2},$$

тогда $D_{n1} - D_{n2} = \rho_s$, то есть нормальная компонента вектора D претерпевает скачек на величину поверхностного заряда.

Для вектора E :

если $\rho_s = 0$, то

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_{a2}}{\epsilon_{a1}}.$$

Нормальная компонента E претерпевает разрыв. На самом деле поверхностных зарядов не бывает, толщина слоя конечна и D меняется постепенно. Но математическая модель ρ_s удобнее.

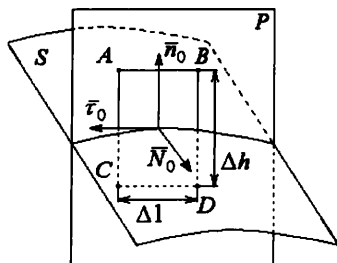


Рис. 2.8. Поверхность раздела двух сред, тангенсальные составляющие

2. Тангенсальные составляющие

Из произвольной точки на поверхности S раздела двух изотропных сред проведем единичную нормаль $\vec{n}_0$. Через нее проведем плоскость P и на линии пересечения P и S выделим малый отрезок Δl такой, чтобы считать его прямолинейным и $\vec{E}$ неизменной в его пределах.

На отрезке Δl построим контур $ABCD$ высотой Δh ,

$\vec{\tau}_0$ – касательная к Δl ,

$\vec{N}_0$ – нормаль к P , образующий правовинтовую систему с $ABCD$ и $\vec{N}_0 = [\vec{\tau}_0, \vec{n}_0]$.

Используем второе уравнение Максвелла:

$$\oint_{ABCD} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{\Delta S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

где

$$d\vec{S} = \vec{N}_0 dS.$$

Левую часть представим в виде суммы четырех интегралов:

$$\int_{AB} \vec{E} d\vec{l} + \int_{BC} \vec{E} d\vec{l} + \int_{CD} \vec{E} d\vec{l} + \int_{DA} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{\Delta S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

и оставляя AB и CD в разных средах, устремляем $\Delta h \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{AB} \bar{E} d\bar{l} = E_{1r} \Delta l;$$

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{CD} \bar{E} d\bar{l} = -E_{2r} \Delta l.$$

Так как E и $\frac{\partial B}{\partial t}$ конечные величины, то

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{BC} \bar{E} d\bar{l} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{AD} \bar{E} d\bar{l} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_{\Delta S} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} d\bar{S} = 0.$$

А $E_{1r} = E_{2r}$, то есть касательная, составляющая вектора E , непрерывна при переходе через границу раздела двух сред. Полная система граничных условий:

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho_s;$$

$$E_{1r} = E_{2r};$$

$$B_{1n} = B_{2n};$$

$$H_{1r} - H_{2r} = j_{SN}^2.$$

где j_{SN}^2 — плотность поверхностного тока, направленного ортогонально вектору $\bar{\tau}_0$ (или его составляющая).

На поверхности раздела с идеальным проводником $\sigma \rightarrow \infty$, внутри которого поле отсутствует, согласно уравнению Максвелла будут справедливы следующие граничные условия:

$$E_{1n} = \rho_s / \varepsilon_a; \quad E_{1r} = 0; \quad H_{1n} = 0; \quad j_{SN}^2 = H_{1r},$$

или для H в векторной форме:

$$\bar{j}_S^2 = [\bar{n}_0, \bar{H}_1].$$

2.7. Падение плоских электромагнитных волн на границу раздела двух сред

Границу раздела будем полагать бесконечно протяженной. Плоскость, проходящая через нормаль к границе раздела параллельно направлению распространения, называют *плоскостью падения*.

Если вектор E перпендикулярен этой плоскости, то волна – *нормально поляризованная*, если параллелен, волна – *параллельно поляризованная* (рис. 2.9).

Любую другую ориентацию вектора E следует рассматривать как суперпозицию $E_{\parallel}$ и $E_{\perp}$.

Нормальная поляризация

φ – угол падения.

В выбранной системе координат направляющие косинусы:

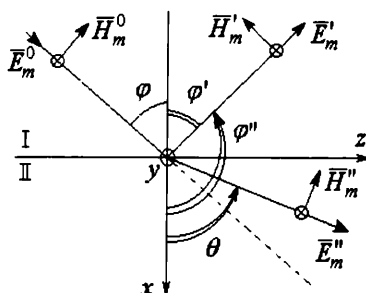


Рис. 2.9. Падение волны с нормальной поляризацией на границу раздела двух сред

$$\cos \varphi_x = \cos \varphi ;$$

$$\cos \varphi_y = 0; \quad \text{и}$$

$$\cos \varphi_z = \sin \varphi ,$$

$$\bar{E}^o = \bar{i}_1 E^o ;$$

$$\bar{H}^0 = -(\bar{i}_x \sin \varphi - \bar{i}_z \cos \varphi) \frac{E^0}{Z_{c1}};$$

$$Z_{c1} = \sqrt{\mu_{a1} / \epsilon_{a1}}.$$

Для амплитуд:

$$\dot{\bar{E}}_m^0 = \bar{i}_y E^0 e^{-i\beta_1(x \cos \varphi + z \sin \varphi)},$$

при условии $0 \leq x$

$$\dot{\bar{H}}_m^0 = \bar{H}^0 e^{-i\beta_1(x \cos \varphi + z \sin \varphi)}.$$

Граничные условия:

$$\dot{E}_{1\tau} /_{x=0} = \dot{E}_{2\tau} /_{x=0}.$$

Падающая волна частично (или полностью) отражается от границы и частично (или полностью) проходит во вторую среду. Можно считать, что ориентация векторов $\bar{E}$, $\bar{H}$ относительно направления распространения не меняется.

Для отраженной волны:

$$\dot{\bar{E}}_m' = \bar{i}_y A \exp(-i\beta_1 \cdot (x \cos \varphi'' + z \sin \varphi''));$$

$$\dot{\bar{H}}_m' = -(\bar{i}_x \sin \varphi'' - \bar{i}_z \cos \varphi'') \cdot \frac{A}{Z_{c1}} \cdot \exp(-i\beta_1(x \cos \varphi'' + z \sin \varphi'')),$$

при этом $\pi/2 \leq \varphi'' \leq \pi$ и $x \leq 0$.

Для преломленной волны:

$$\dot{\bar{E}}_m'' = \bar{i}_y B \exp(-i\beta_2 \cdot (x \cos \theta + z \sin \theta));$$

$$\dot{\bar{H}}_m'' = -(\bar{i}_x \sin \theta - \bar{i}_z \cos \theta) \cdot \frac{B}{Z_{c2}} \exp(-i\beta_2(x \cos \theta + z \sin \theta)),$$

$$\text{при} \quad x \leq 0, \quad Z_{c2} = \sqrt{\mu_{a2} / \varepsilon_{a2}}.$$

Граничные условия должны выполняться при любых Z . Это возможно только, если зависимость от Z для всех трех векторов одинакова:

$$\beta_1 \sin \varphi = \beta_1 \sin \varphi'';$$

$$\beta_1 \sin \varphi = \beta_2 \sin \theta,$$

так как:

$$\frac{\pi}{2} \leq \varphi'' \leq \pi;$$

$$0 \leq \varphi \leq \pi/2;$$

$$\varphi'' = \pi - \varphi;$$

$$\varphi' = \pi - \varphi'',$$

и угол падения равен углу отражения:

$$\varphi = \varphi'. \quad (2.61)$$

Из другого равенства:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \varphi} = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (2.62)$$

n – показатель преломления среды:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}.$$

Определим постоянные A и B на границе раздела (A и B амплитуды отражённой и преломлённой волн соответственно):

$$\dot{E}_{ym}^o + \dot{E}_{ym}' = \dot{E}_{ym}'';$$

$$\dot{H}_{zm}^o + \dot{H}_{zm}' = \dot{H}_{zm}''.$$

При $X = 0$:

$$E^o + A = B;$$

$$(E^o - A) \cos \varphi = B \frac{Z_{c1}}{Z_{c2}} \cos \theta.$$

А и В пропорциональны E^o : $A = RE^o$, $B = TE^o$.

где R – коэффициент отражения, T – коэффициент преломления (коэффициенты Френеля).

В случае нормальной поляризации:

$$1 + R_{\perp} = T_{\perp};$$

$$1 - R_{\perp} = \frac{Z_{c1} \cos \theta}{Z_{c2} \cos \varphi} T_{\perp}.$$

Модуль R характеризует соотношение между амплитудами падающей и отражённой волны, а аргумент – сдвиг фаз между этими полями:

$$R_{\perp} = \frac{Z_{c2} \cos \varphi - Z_{c1} \cos \theta}{Z_{c2} \cos \varphi + Z_{c1} \cos \theta};$$

$$T_{\perp} = \frac{2Z_{c2} \cos \varphi}{Z_{c2} \cos \varphi + Z_{c1} \cos \theta},$$

вывод при параллельной поляризации аналогичен.

$$R_{\parallel} = \frac{Z_{c1} \cos \varphi - Z_{c2} \cos \theta}{Z_{c1} \cos \varphi + Z_{c2} \cos \theta};$$

$$T_{\parallel} = \frac{2Z_{c2} \cos \varphi}{Z_{c1} \cos \varphi + Z_{c2} \cos \theta}.$$

Остановимся на простейших следствиях, вытекающих из этих соотношений.

Для нормального падения ЭМВ имеем $\varphi = 0$ и формулы для R и T переходят в

$$R_{\perp} = -R_{\parallel} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}}; \quad T_{\perp} = T_{\parallel} = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c2} + Z_{c1}}.$$

При нормальном падении плоскость падения становится неопределённой и различие поляризаций пропадает.

Знак "минус" за счёт того, что $R_{\perp}$ и $T_{\perp}$ коэффициенты по электрическому полю, $R_{\parallel}$ и $T_{\parallel}$ – по магнитному.

Угол Брюстера

Углом Брюстера называют такой угол падения, при котором падающая волна полностью без отражений переходит во вторую среду.

В связи со сказанным, возникает вопрос о том, какими свойствами должно обладать вещество, чтобы являться "оптической невидимкой".

Так как визуальное обнаружение любого тела обусловлено волнами, отражёнными и рассеянными телом под самыми различными углами, то для этого необходимо, чтобы $R_{\perp}$ и $R_{\parallel}$ равнялись 0 для любого угла падения φ , что для реального диэлектрика означает $\mu = \varepsilon = 1$.

То есть электромагнитные свойства вещества неотличимы от свойств вакуума, если он – первая среда, или $(\mu/\varepsilon=1)$: $Z_{c2} = Z_{c1}$.

Если условие $Z_{c1} = Z_{c2}$ не выполняется, то из условия следует:

1) для параллельной поляризации: $Z_{c2} \cos \theta = Z_{c1} \cos \varphi$, возводим в квадрат обе части равенства и учтём второй закон Снеллиуса в следующей форме:

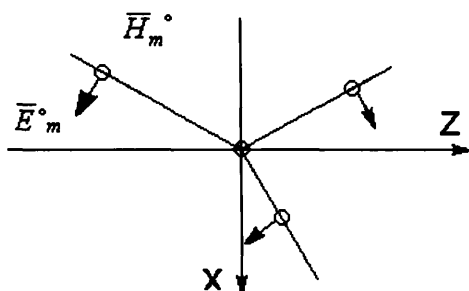


Рис. 2.10. Угол Брюстера

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^2 \sin^2 \varphi.$$

Для обычных диэлектриков $\mu_1 = \mu_2 = 1$, после преобразований:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}},$$

где φ_B — угол Брюстера

Для обычных диэлектриков существует угол падения, при котором падающая волна целиком проходит во вторую среду.

2) В случае нормальной поляризации при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}.$$

От границы раздела обычных диэлектриков волна с нормальной поляризацией отражается всегда.

Волна с эллиптической поляризацией отражается от границы всегда.

Угол полного внутреннего отражения

Углом полного внутреннего отражения называется такой угол падения, при котором падающая волна отражается от поверхности среды без потерь.

Отметим условия, при которых вещество полностью отражает падающие на него электромагнитные волны.

Например, если $\varepsilon \rightarrow \infty$ при конечном μ , то коэффициенты отражения стремятся к предельным значениям:

$$\begin{aligned} R_{||} &= -1; \\ R_{\perp} &= 1. \end{aligned}$$

К этому предельному случаю очень близко подходят металлы, у них ε имеет большую мнимую часть. Металлы – почти идеальные зеркала для электромагнитных волн.

Если существуют вещества, у которых при конечной ε, μ была бы весьма велика, то для них:

$$\begin{aligned} R_{||} &= 1; \\ R_{\perp} &= -1. \end{aligned}$$

$|R|$ стремится к 1 для критической плазмы ($\varepsilon \leq 0$).

Рассмотрим более подробно второй закон Снеллиуса

Угол θ меняется от 0 до $\pi/2$ ($\pi/2$ – предельное значение).

Угол падения, при котором $\theta = \pi/2$, назовём критическим:

$$\sin \varphi_{\kappa p} = \beta_2 / \beta_1,$$

это возможно, если $\beta_2 < \beta_1$.

При $\varphi > \varphi_{\kappa p}$ правая часть $\sin \theta = \left(\beta_1 / \beta_2 \right) \cdot \sin \varphi$ становится

больше единицы. Если θ – вещественный, это невозможно.

Будем полагать:

$$\theta = \xi + i\eta,$$

тогда

$$\sin \theta = \sin \xi ch \eta + i \cos \xi sh \eta .$$

Чтобы $\sin \theta > 1$ достаточно:

$$\xi = \frac{\pi}{2} (4n + 1) \text{ и } \sin \theta = ch \eta > 1, \text{ а } \cos \theta - \text{ мнимый.}$$

С учётом этого при любом $\eta \neq 0$:

$$R_{\perp} = e^{i\psi_{\perp}};$$

$$R_{\parallel} = e^{i\psi_{\parallel}},$$

т. е. средняя плотность потока энергии одинакова в падающей и отражённой волнах.

Поле в первой среде (после того, как за скобки вынесли $\exp(i\psi_{\perp}/2)$):

$$\vec{E}_{1m} = \vec{i}_y 2E^{\circ} \cos \left(\beta_1 x \cdot \cos \varphi + \frac{\psi_{\perp}}{2} \right) e^{i\psi_{\perp}/2} \cdot e^{-i\beta_1 z \sin \varphi};$$

$$\vec{H}_{1m} = -i_x \frac{2E^{\circ}}{Z_{c1}} \sin \varphi \cdot \cos \left(\beta_1 x \cos \varphi + \frac{\psi_{\perp}}{2} \right) \cdot e^{i\psi_{\perp}/2} e^{-i\beta_1 z \sin \varphi} -$$

$$- i\vec{i}_z \frac{2E^{\circ}}{Z_{c1}} \cos \varphi \cdot \sin \left(\beta_1 x \cos \varphi + \frac{\psi_{\perp}}{2} \right) \cdot e^{i\psi_{\perp}/2} e^{-i\beta_1 z \sin \varphi}.$$

Итак, в первой среде ЭМП имеет структуру плоской волны, распространяющейся вдоль поверхности раздела (вдоль z) – *направленная волна*.

Поверхности равных фаз – плоскости, перпендикулярные Z . Амплитуды E и H зависят от X и от φ .

Поверхности равных амплитуд – плоскости, перпендикулярные X .

Эта волна – неоднородная плоская волна, у которой есть продольная составляющая H_z .

(для волны с параллельной поляризацией – Ez).

Фазовая скорость:

$$V_{\phi} = \bar{i}_z \frac{\omega}{\beta_1 \sin \varphi} = \frac{\bar{i}_z}{\sqrt{\epsilon_{a1} \mu_{a1}}} \cdot \frac{1}{\sin \varphi},$$

то есть V_{ϕ} больше $V_{\phi 1}$, но меньше $V_{\phi 2}$.

Причём, чем больше φ , тем меньше V_{ϕ} .

Длина волны вдоль z :

$$\lambda_z = \frac{2\pi}{\beta_1 \sin \varphi}.$$

Изменение E и H вдоль оси x имеет характер стоячей волны в первой среде:

$$\lambda_x = \frac{2\pi}{\beta_1 \cos \varphi}.$$

Поперечные составляющие изменяются в фазе, а продольная сдвинута на 90° , в результате комплексный вектор Пойнтинга

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi} &= \frac{1}{2} \left[\dot{\vec{E}}, \vec{H}^* \right] = \bar{i}_z \frac{2E^{\circ 2}}{Z_{c1}} \sin \varphi \cos^2 \left(\beta_1 x \cos \varphi + \frac{\psi}{2} \right) \pm i \bar{i}_x \frac{2E^{\circ 2}}{Z_{c1}} \\ &\cos \varphi \sin(2\beta_1 x \cos \varphi + \psi). \end{aligned}$$

Знак '+' – перпендикулярная поляризация.

Знак '-' – параллельная поляризация.

В среднем энергия распространяется только вдоль оси Z , а в перпендикулярном по отношению к Z направлении – только реактивный поток энергии:

$$\begin{aligned} V_{\Sigma} &= \frac{\bar{i}_z \sin \varphi}{\sqrt{\epsilon_{a1} \mu_{a1}}}; \\ V_{\phi} V_{\Sigma} &= c^2. \end{aligned}$$

Рассмотрим поле во второй среде:

Так как $\cos\theta$ – мнимая величина, то

$$\beta_2 \cos\theta = -i\alpha,$$

где

$$\alpha = \sqrt{\beta_1^2 \sin^2 \varphi - \beta_2^2}$$

при $\varphi > \varphi_{кр}$ α – вещественная величина.

Знак “-” чтобы поле не росло до бесконечности (невозможно физически).

Для поля во второй среде:

$$\vec{E}_{2m} = \vec{i}_y E^\circ T_\perp e^{-\alpha x} e^{-i\beta_1 z \sin \varphi};$$

$$\vec{H}_{2m} = \left(\vec{i}_x \sin \varphi + i \vec{i}_z \frac{\alpha}{\beta_1} \right) \frac{\beta_1 E^\circ T_\perp}{Z_{c2} \beta_2} e^{-\alpha x} e^{-i\beta_1 z \sin \varphi}.$$

Итак, во второй среде электромагнитное поле имеет структуру плоской неоднородной волны, распространяющейся вдоль оси Z .

Поверхности равной фазы и амплитуды взаимно перпендикулярны.

Энергия распространяется в среднем вдоль z , а вдоль x она убывает по экспоненциальному закону.

Такую волну называют поверхностной.

Любая из поверхностей $X_n = \text{const}$ может быть заменена на металлическую – это не изменит картины.

$$X_n = \frac{-\pi(2n+1) + \psi_\perp}{2\beta_1 \cos \varphi}.$$

Поток энергии на плоскостях $X_n = \text{const}$ – отсутствует ($n = 1, 2, \dots$).

Если вместо двух диэлектрических сред – граница раздела металл (идеально проводящий) и диэлектрик, то $Z_{c2} = 0$.

Тогда $R_\perp = -1$; $T_\perp = 0$; $\psi_\perp = \pi$;

$$R_{||} = 1; \quad T_{||} = 0; \quad \psi_{||} = 0,$$

при любом угле падения φ .

Структура поля в первой среде та же, U_φ и U_z – не меняются, а во второй среде поля нет.

На границе раздела с поглощающей средой можно воспользоваться полученными выражениями, если предположить, что β_2 – комплексная величина: $\beta_2 = \beta - i\alpha$.

Тогда $\sin\theta$ – тоже комплекс, то есть θ – не геометрический угол, под которым распространяется преломлённая волна.

Введём обозначения:

$$\beta_2 \sin\theta = \beta_1 \sin\varphi = \beta_z,$$

$$\beta_2 \cos\theta = (\beta_2^2 - \beta_1^2 \sin^2\varphi)^{1/2} = \beta_x - i\alpha.$$

α, β_x, β_z – вещественные.

Для нормально поляризованной волны:

$$\dot{\vec{E}}_{2m} = \vec{i}_y E^\circ T_\perp e^{-\alpha x} e^{-i(\beta_x x + \beta_z z)};$$

$$\dot{\vec{H}}_{2m} = -[\vec{i}_x \beta_z - \vec{i}_z (\beta_x - i\alpha)] \frac{E^\circ T_\perp}{\beta_2 Z_{c2}} e^{-\alpha x} e^{-i(\beta_x x + \beta_z z)}.$$

То есть в поглощающей среде – поле – плоская волна и если $\varphi \neq 0$ – неоднородная.

Поверхности равной амплитуды:

$$X = \text{const.}$$

Поверхности равной фазы:

$$\beta_x x + \beta_z z = \text{const.}$$

Во второй среде направление распространения образует угол θ_d с осью x .

θ_D — истинный (действительный) угол:

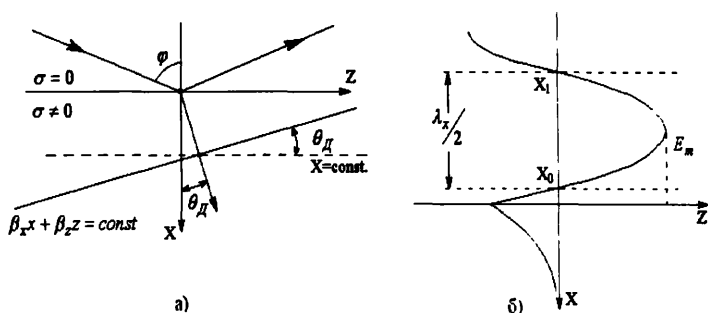


Рис. 2.11. Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела сред между воздухом и металлом:
 а) образование неоднородной плоской волны;
 б) образование стоячей волны

$$\operatorname{tg} \theta_D = \frac{\beta_z}{\beta_x} = \frac{\beta_2 \sin \theta}{\operatorname{Re}(\beta_2 \cos \theta)}.$$

(волна расположена перпендикулярно поверхностям равных фаз).

Во второй среде амплитуда убывает по экспоненте, причём во второй среде есть продольная составляющая.

Для параллельной поляризации то же самое.

Практически важный случай

$$|\bar{k}_2| \gg |\bar{k}_1|.$$

Например, металлы:

$$\beta_2 \approx \sqrt{\omega \mu_{a2} \sigma_2 / 2},$$

тогда $\operatorname{tg} \theta_D \approx 0$, $\theta_D \approx 0$.

То есть при любом угле падения φ на поверхность хорошо проводящей среды преломлённая волна распространяется практически вдоль нормали к границе раздела.

Плоскости равных фаз и амплитуд практически совпадают – волна однородная.

Волна – поперечная, причём E и H сдвинуты по фазе на

$$\psi = \frac{\sigma}{2} \approx \frac{\pi}{4}.$$

Так как амплитуда быстро убывает, то поле есть практически в тонком поверхностном слое (*явление поверхностного эффекта*).

По закону Ома: $J = \delta E$, весь ток сосредоточен возле поверхности. Эффективное сечение меньше геометрического, а активное сопротивление на ВЧ может быть во много раз больше, чем по постоянному току (проводник можно выполнить в виде трубы).

Используют математическую модель, полагают, что ток течёт в виде бесконечно тонкого слоя:

$$\begin{aligned} \dot{j}_s &= \left[\vec{1}_n, \vec{H}^\circ \right], \\ \vec{E}^\circ &= Z_s \dot{j}_s, \\ Z_s &= \frac{1+i}{\sigma d} = Z_{CM}, \end{aligned}$$

где Z_{CM} – поверхностное сопротивление проводника,
 d – глубина проникновения.

Это выражение было получено на основе граничных условий Леонтовича – Шукина.

Особенность в том, что они выражают соотношение между векторами электромагнитного поля вблизи границы с реальными металлическими телами через параметры металла, без учёта поля в нём.

Мы уже определили, что в хорошо проводящей среде поле распространяется вдоль нормали к границе раздела:

$$\dot{\vec{E}}_2 = Z_{C2} [\vec{1}_n, \dot{\vec{H}}_2].$$

На границе раздела:

$$\dot{\vec{E}}_{\tau 1} = \dot{\vec{E}}_{\tau 2}, \quad \dot{\vec{H}}_{\tau 1} = \dot{\vec{H}}_{\tau 2}.$$

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ параллельны границе раздела, следовательно:

$$\dot{\vec{E}}_{\tau 1} = Z_{C2} [\vec{1}_n, \dot{\vec{H}}_{\tau 1}],$$

так как

$$[\vec{1}_n, \dot{\vec{H}}_{\tau 1}] = 0,6$$

то вместо $\dot{\vec{H}}_{\tau 1}$ можно использовать полный $\vec{H}$:

$$\dot{\vec{E}}_{\tau 1} = Z_{C2} [\vec{1}_n, \dot{\vec{H}}_1].$$

На поверхности реального проводника $E_{\tau} \neq 0$ и, хотя она очень мала ($Z_{C2} \rightarrow 0$), она определяет нормальную составляющую Π (поток энергии, уходящий в металл).

Составляющую $E_{\tau 1}$ в расчётах учитывают только тогда, когда рассчитывают потери.

Если граница раздела не плоская, то дополнительное условие – радиус кривизны должен превышать глубину проникновения.

3. УСВЧ (УСТРОЙСТВА СВЕРХ – ВЫСОКИХ ЧАСТОТ)

3.1. Классификация УСВЧ

Классифицировать УСВЧ будем по функциям, которые они выполняют в линии передачи, независимо от того, для какой цели выполняется та или иная функция.

Таблица 3.1.

Классификация устройств сверхвысоких частот

Наименование класса устройств	Функциональные признаки
1. Отрезки регулярных линий передач	Направленная передача ЭМЭ
2. Соединительные устройства	Соединения отрезков регулярных линий,
А) Неподвижные и подвижные сочленения	элементов или узлов
Б) Уголки и изгибы	
В) Трансформаторы и фильтры типов волн	
Г) Вращающиеся сочленения	
3. Делители мощности	Разделение энергии, передаваемой в одном канале, на несколько каналов или сложение энергии из нескольких каналов в одном
4. Переключающие устройства (коммутаторы)	Временные соединения различных каналов
5. Развязывающие устройства	Понижение уровня мощности,
А) Аттenuаторы	проходящей из одного канала в другой,
Б) Направленные ответвители	или полная развязка между каналами
В) Циркуляторы	
Г) Вентили	

Продолжение табл. 3.1

6. Поляризационные преобразователи	Преобразование поляризации проходящих волн
7. Фазирующие устройства	Поддержание или изменение фазы или
А) Фазовращатели	разности фаз колебаний в линии
Б) Секции дифференциального фазового сдвига	
8. Мостовые (гибридные) соединения	Сложение, вычитание и калиброванное
А) Двойные Т-образные	разделение мощности ЭМВ в четырехканальном соединений
Б) Щелевые	
В) Кольцевые	
Г) Шлейфовые	
9. Защитные устройства	Предохранение нагрузки или узла от чрезмерной мощности
10. Согласующие устройства	Согласование тракта в целом его отдельных элементов и узлов для получения заданного коэффициента отражения
11. Симметрирующие устройства	Переход от несимметричной линии или узла к симметричной линии или узлу.

Линия передачи – это устройство, предназначенное для передачи энергии от генератора к потребителю.

На высоких частотах и на большие расстояния электромагнитная энергия передается с помощью излучающих систем (антенн). В этом случае энергия распространяется в свободном пространстве, т.е. в окружающей среде.

На высоких частотах и на малые расстояния, а также на низких частотах передачу электромагнитной энергии осуществляют с помощью направляющих систем. В основе направляющей системы лежит способность металлической поверхности направлять движение электромагнитной волны. Также для этой цели используется граница раздела двух диэлектриков.

Передать электромагнитную энергию можно с помощью двухпроводной, ленточной, коаксиальной, микрополосковой линии, волноводов разных типов, а также некоторых других линии передачи. На рис. 3.1. показаны некоторые линии передачи электромагнитной энергии, получившие широкое распространение.

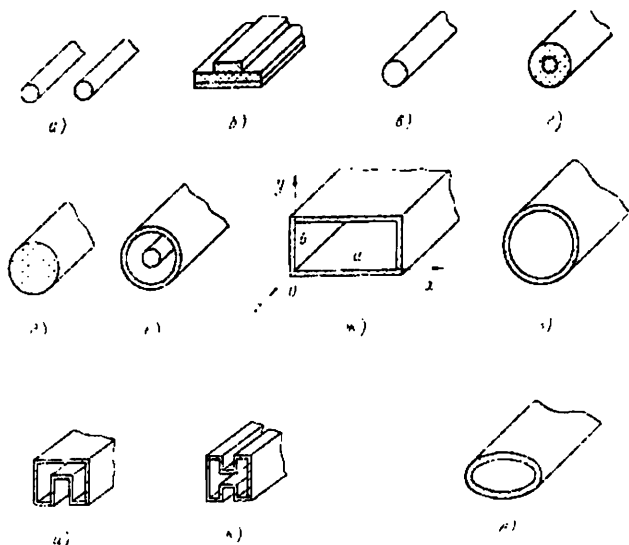


Рис. 3.1. Виды линий передач электромагнитной энергии:

- а) двухпроводная линия; б) полосковая линия, разделенная диэлектрической прокладкой; в) однопроводная линия в виде круглого провода; г) однопроводная линия в виде провода с диэлектрическим покрытием; д) диэлектрическая линия; е) коаксиальный круглый волновод; ж) прямоугольный волновод; з) круглый волновод; и) П – образный волновод; к) Н – образный волновод; л) эллиптический волновод.*

Линии передачи принято классифицировать по типу направляемых волн.

Типы волн:

1. Поперечные или волны Т-типа – отсутствуют составляющие E и H , направленные вдоль направления распространения энергии (Т – transfers (поперечные)) Т – (ТЕМ);

2. Электрические (Е-типа) Е – (ТМ);
3. Магнитные (Н-типа) Н – (ТЕ);
4. Смешанные (НЕ-типа) или гибридные.

Примеры этих волн – при отражении от границы раздела двух сред. Кроме того, все линии передачи делят на два больших класса:

1. Закрытого типа – вся энергия сосредоточена в пространстве, ограниченном металлической оболочкой от внешней среды;
2. Открытого типа – поле, строго говоря, распределено во всем пространстве (подавляющая часть вблизи), поэтому параметры этих линий подвержены влиянию окружающей среды (метеосостояние, расположенные вблизи объекты и т.д.)

3.2. Связь между продольными и поперечными составляющими электромагнитного поля

Будем рассматривать производную, бесконечно длинную направляющую систему, ориентированную вдоль оси Z .

Будем полагать:

1. Форма поперечного сечения не зависит от Z – линия однородна, кроме того, параметры среды и граничные условия, которым удовлетворяют поля, не зависят от Z .

2. Направляющая система не вносит потерь.

Мы уже рассматривали направленные волны над границей раздела, характер изменения E и H вдоль продольных и поперечных координат был различным.

Введем два параметра:

1. Продольное волновое число $h = \beta \sin \varphi$.

2. Поперечное волновое число $g = \beta \cos \varphi$ т.е.

$$h^2 + g^2 = \beta^2.$$

Особенность направляемых волн: комплексная амплитуда каждой из шести проекций векторов E и H зависит от пространственных координат по закону:

$$\dot{A}(x, y, z) = A_0(x, y)e^{-ihz}.$$

Начальную фазу волны всегда можно подобрать так, чтобы $A_0(x, y)$ – была действительной.

Производные по z :

$$\frac{\partial \dot{A}}{\partial z} = -ih\dot{A}. \quad (3.1)$$

Сторонние источники отсутствуют и поле описывается Уравнениями Максвелла:

$$\text{rot} \vec{\dot{H}} = i\omega \epsilon_a \vec{\dot{E}};$$

$$\text{rot} \vec{\dot{E}} = -i\omega \mu_a \vec{\dot{H}}.$$

Развернем эти уравнения в декартовой системе координат. Из первого уравнения Максвелла:

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} = i\omega \epsilon_a \dot{E}_x;$$

$$\frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = i\omega \epsilon_a \dot{E}_y;$$

$$\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} = i\omega \epsilon_a \dot{E}_z.$$

Из второго уравнения Максвелла:

$$\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} = -i\omega \mu_a \dot{H}_x;$$

$$\frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} = -i\omega \mu_a \dot{H}_y;$$

$$\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} = -i\omega\mu_a \dot{H}_z.$$

Решим эти уравнения относительно $E_{xy} H_{xy}$ (например, совместно первое и пятое уравнение):

$$\begin{aligned}\dot{E}_x &= \frac{-i}{g^2} \left(h \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + \omega\mu_a \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} \right); \\ \dot{E}_y &= \frac{-i}{g^2} \left(h \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - \omega\mu_a \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \right); \\ \dot{H}_x &= \frac{-i}{g^2} \left(\omega\epsilon_a \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - h \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \right); \\ \dot{H}_y &= \frac{-i}{g^2} \left(\omega\epsilon_a \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + h \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} \right).\end{aligned}\tag{3.2}$$

Аналогично в любой другой системе координат.

Итак, достаточно найти лишь две функции для любой направляющей системы, а остальные проекции определяют через них $\dot{E}_z(x, y), \dot{H}_z(x, y)$.

3.3. Прямоугольный металлический волновод

Прямоугольный металлический волновод – это полая металлическая идеально проводящая ($\sigma = \infty$) труба с поперечным сечением прямоугольной формы (рис. 3.2).

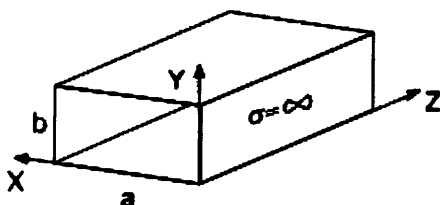


Рис. 3.2. Прямоугольный металлический волновод

Будем полагать, что волновод заполнен средой с параметрами (воздух) $\varepsilon_a = \varepsilon_0, \mu_a = \mu_0$. Найдем все типы электромагнитных волн, которые могут существовать внутри волновода на всем протяжении оси (как они созданы пока не рассматриваем).

Волны типа – Н

Для этих волн характерно $\dot{H}_z \neq 0, \dot{E}_z = 0$. Тогда из системы (3.2):

$$\begin{aligned} \dot{E}_x &= \frac{-i\omega\mu_0}{g^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}; & \dot{E}_y &= \frac{i\omega\mu_0}{g^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}; \\ \dot{H}_x &= \frac{-ih}{g^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}; & \dot{H}_y &= \frac{-ih}{g^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Где функция $\dot{H}_z$ является решением уравнения Гельмгольца ($\nabla_{\perp}$ – производные только по поперечным координатам):

$$\nabla_{\perp}^2 \dot{H}_z + g^2 \dot{H}_z = 0, \text{ где } g = \sqrt{\beta^2 - h^2}$$

и отыскивается в виде:

$$\dot{H}_z(x, y, z) = H_z(x, y)e^{-ihz}.$$

При решении следует учитывать граничные условия (тангенциальная составляющая E на металле обращается в 0):

$$\dot{E}_x = 0 \text{ при } y = 0, y = b;$$

$$\dot{E}_y = 0 \text{ при } x = 0, x = a;$$

При решении удобнее выразить их через H_z :

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0, y = b;$$

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = 0 \text{ при } x = 0, x = a;$$

Таким образом, надо решить краевую задачу Неймана (в ноль обращается производная, иначе Дирихле).

Используем метод Фурье, представляем H_z в виде:

$$H(x, y) = X(x)Y(y),$$

подставляем его в уравнение Гельмгольца:

$$X''Y + XY'' + g^2 XY = 0,$$

разделим это уравнение на неизвестное решение:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = -g^2.$$

g – не зависит от X и Y , поэтому, чтобы последнее уравнение выполнялось при всех X и Y , надо чтобы:

$$\frac{X''}{X} = -g_x^2, \frac{Y''}{Y} = -g_y^2,$$

где g_x и g_y – некоторые числа удовлетворяющие:

$$g_x^2 + g_y^2 = g^2.$$

Общие решения двух последних уравнений выражаются через гармонические функции:

$$X(x) = A \sin g_x x + B \cos g_x x;$$

$$Y(y) = C \sin g_y y + D \cos g_y y.$$

Отсюда:

$$H_z = (A \sin g_x x + B \cos g_x x) \times (C \sin g_y y + D \cos g_y y).$$

Остается выбрать шесть величин A, B, C, D, g_x, g_y так, чтобы выполнялись граничные условия на стенках волновода.

Граничные условия при $X = 0$ и $Y = 0$ будут выполняться, если $A = C = 0$.

Произведение двух оставшихся амплитудных коэффициентов можно обозначить через H_0 и тогда

$$H_z(x, y) = H_0 \cos g_x x \cos g_y y.$$

Теперь, остается подобрать величины g_x и g_y так, чтобы граничные условия выполнялись при

$$X = a \text{ и } Y = b:$$

$$g_x = \frac{m\pi}{a}; g_y = \frac{n\pi}{b},$$

где m и n – любые целые положительные числа не равные нулю одновременно (иначе силовые линии магнитного поля H – незамкнуты и нарушается четвертое уравнение Максвелла).

Краевая задача имеет решения отличные от нуля только при условии:

$$g = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}.$$

Каждому значению g , (собственное значение) соответствует одно из множества решений уравнений Максвелла, которое в данном случае называют волной H_{mn} , где m и n – индексы волны данного типа. Физически они означают количества стоячих полуволн, возникающих внутри волновода вдоль координатных осей x и y соответственно.

3.4. Структура ЭМП волны типа H_{mn}

$$\dot{H}_z = H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-ihz}.$$

Мы получили выражение для проекции H_z , используем формулы перехода:

$$\dot{E}_x = i\omega\mu_0 \frac{n\pi}{g^2 b} H_0 \times \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-ihz};$$

$$\dot{E}_y = -i\omega\mu_0 \frac{m\pi}{g^2 a} H_0 \times \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-ihz};$$

$$\dot{E}_z = 0;$$

$$\dot{H}_x = i \frac{hm\pi}{g^2 a} H_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-ihz};$$

$$\dot{H}_y = i \frac{hn\pi}{g^2 b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-ihz}.$$

Приведенная система формул содержит исчерпывающую информацию об электромагнитном поле волн типа H_{mn} . Картина поля периодична вдоль оси z ; пространственным периодом служит *длина волны в волноводе*:

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{h},$$

$$h = \sqrt{\beta^2 - g^2}.$$

Если рабочая длина волны λ_0 мала настолько, что $\beta > g$, то h – действительна и электромагнитное колебание распространяется в виде бегущей волны постоянной амплитуды. Если увеличить λ_0 так, что $\beta < g$, то вместо бегущих волн в волноводе могут существовать лишь не распространяющиеся колебания, амплитуда которых уменьшается по экспоненте вдоль z , а фаза во всех поперечных сечениях постоянна – *волновод работает в режиме отсечки*. Пограничный случай возникает на такой рабочей частоте, когда

$$\beta_{KP} = g = 2\pi / \lambda_{KP}.$$

При этом $h = 0$, $\lambda_B \rightarrow \infty$,

а длину волны генератора называют критической:

$$\lambda_{KP} = \frac{2\pi}{g} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}},$$

соответственно:

$$f_{KP} = \frac{C}{\lambda_{KP}}. \quad (3.4)$$

Подставляем вместо h, β, g их выражения:

$$\frac{1}{\lambda_B} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_{KP}^2}}$$

или

$$\lambda_B = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{KP})^2}}. \quad (3.5)$$

Закон зависимости λ_B от λ_0 называют дисперсионной характеристикой волновода, причем, т. к. эта характеристика найдена лишь при условии, что зависимость от z определяется $\exp(-ihz)$, и в предположении существования режима отсечки, то эта зависимость относится к волне любого типа в полном металлическом волноводе с любым сечением.

Изобразим дисперсионную характеристику (рис. 3.3).

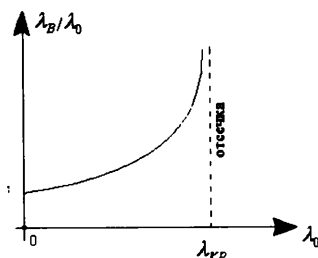


Рис. 3.3. Дисперсионная характеристика волновода

Отличия в определении λ_{KP} . Изобразим дисперсионную характеристику.

До λ_{KP} — область прозрачности т.к. $\lambda_B > \lambda_0$ следовательно:

$$v_\Phi > c;$$

$$v_\Phi = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{KP})^2}},$$

$v_{гp}$ определяем по общему правилу:

$$v_{ГР} = d\omega / dh , \quad (3.6)$$

тогда

$$v_{ГР} = c \sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{КР})^2} .$$

Групповая скорость всегда меньше скорости света, причем для одного типа:

$$v_{\phi} \times v_{ГР} = c^2 , \quad (3.7)$$

на любой частоте.

Волна H_{10} .

Для наглядного представления пространственной структуры поля построим картину силовых линий электрического и магнитного полей.

Основным, или низшим **типом волны** называется такой тип волны, который обладает наибольшей критической длиной волны при данных размерах волновода. Поперечные размеры волновода для заданной частоты берутся наименьшие.

В прямоугольном волноводе низшим типом волны является волна H_{10} , учитывая, что $a > b$. Для такой волны критическая длина имеет значение.

Критическая λ при $m = 1$ $n = 0$ из формулы (3.4):

$$\lambda_{КР}^{H_{10}} = 2a . \quad (3.8)$$

Подставим эти постоянные в выражения для составляющих поля волны H_{mn} .

$$\dot{E}_y = -i \frac{\omega \mu_0 a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-ihz} ;$$

$$\dot{H}_x = i \frac{ha}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-ihz} ;$$

$$\dot{H}_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-ihz};$$

$$\dot{E}_z = \dot{E}_x = \dot{H}_y = 0.$$

Построим зависимости, нормированные на максимальные значения.

Для наглядного представления пространственной структуры поля построим картину силовых линий электрического и магнитного полей (рис. 3.4). В поперечном сечении – стоячая волна и эта картина смещается вдоль z с фазовой скоростью.

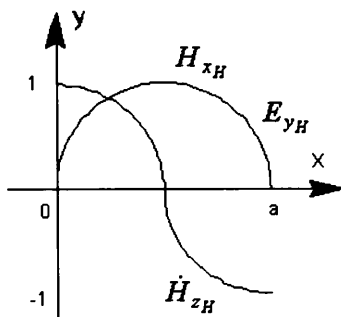


Рис. 3.4. Нормированные зависимости составляющих поля волны типа H_{10}

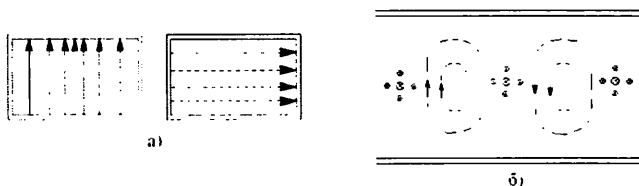


Рис. 3.5. Пространственная структура поля силовых линий электрического и магнитного полей: а) вид спереди; б) вид сверху

В поперечном сечении – стоячая волна и эта картина смещается вдоль z с фазовой скоростью.

1. Вид спереди. Для E – концентрация в центре максимальна, а на боковых стенках – 0.

2. Силовые линии для H должны быть замкнуты и зависимость от y – отсутствует.

Вид сверху.

Максимумы E_y и H_z сдвинуты в пространстве по фазе на 90° (E_y и H_x совпадают). Через каждые полдлины волны, направление меняется.

Вектор Пойнтинга, как следует из выражений для составляющих поля, имеет две составляющие $-\dot{i}_x; \dot{i}_z$, но в среднем поле распространяется только вдоль оси z :

$$\dot{P}_z = \frac{\omega \mu_0 h a^2}{2 \pi^2} H_0^2 \sin^2 \left(\frac{\pi x}{a} \right),$$

т.е. максимум энергии приходится на середину волновода.

Поляризация векторов поля в волноводе.

Т. к. E – имеет только одну составляющую – E_y , то вектор E – линейно поляризован. Что касается $H_x; H_z$ – в общем случае – вектор эллиптически поляризован, причем при $X = 0$, $a/2$, a – линейно поляризована, а при условии $|\dot{H}_x| = |\dot{H}_z|$ вектор H поляризован по кругу (H_x и H_z всегда сдвинуты по фазе на 90°). Это условие выполняется при

$$X_1 = \frac{a}{\pi} \arctg \left(\frac{\pi}{ha} \right) \text{ и } x_2 = a - x_1.$$

Эти точки расположены симметрично относительно центра (примерно $a/4$ от боковой стенки).

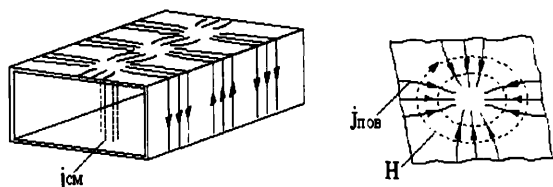


Рис. 3.6. Распределение токов на стенках волновода

Рассмотренной структуре поля соответствует распределение токов на стенках волновода. При построении учитываем что:

$j_{пов.з} = [1_n \dot{H} \Sigma]$, т.е. семейство линий $j_{пов.з}$ перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. То есть они сдвинуты на $90^0 (\lambda / 4)$. Линии полного тока замкнуты ($j_{пов.з}$ замыкается через $j_{см}$):

$$j_{см} = \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}.$$

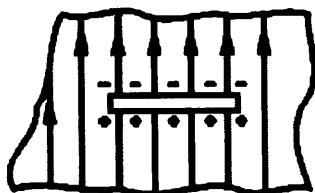


Рис. 3.7. Излучающие щели

Решим качественно задачу связи волновода с окружающим пространством через щели, прорезанные в его стенках.

Щель – прямоугольное отверстие, длина которого много больше ширины. Если щель пересекает линии поверхностного электрического тока, то ток, протекающий к кромке, будет создавать избыток «+» зарядов. На противоположной кромке «-». Так как направление протекания тока меняется через каждые пол периода, то щель будет работать как излучатель (или наоборот).

Щель эффективно излучает, если она перерезает линии поверхностного тока.

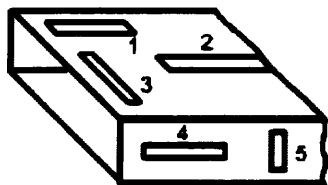


Рис. 3.8. Излучающие щели

Если щель прорезать наискосок, то получается комбинация продольной и поперечной составляющих электрического поля.

Рассмотрим понятие – *характеристическое сопротивление волновода*. Уже знакомое понятие волнового сопротивления

$$Z_B = \dot{U} / \dot{I}.$$

Для характеристики среды вводили понятие характеристического сопротивления:

$$Z_c = \dot{E}_x / \dot{H}_y = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}.$$

В теории волноводов тоже используют аналог – отношение модулей поперечных составляющих векторов Е и Н:

$$Z_c = \frac{\sqrt{\dot{E}_x^* \dot{E}_x + \dot{E}_y^* \dot{E}_y}}{\sqrt{\dot{H}_x^* \dot{H}_x + \dot{H}_y^* \dot{H}_y}}.$$

Подставим составляющие для H_{10} :

$$Z_c^H = \omega \mu_0 / h,$$

где $h = 2\pi / \lambda_B$.

Для всех волн Н-типа:

$$Z_c^H = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{кр})^2}}. \quad (3.9)$$

Построим картину поля для волн H_{mn} более высоких типов на основе полученных для H_{10} результатов.

1. Для волн типа H_{m0} картину для H_{10} следует повторить вдоль оси X (широкая стенка m раз), например:

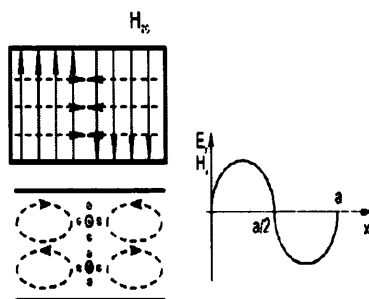


Рис. 3.9. Силовые линии волны типа H_{20} прямоугольного волновода

Качественно картинка не изменится, если рассматривать волны типа H_{0n} , только вся структура развернется на 90 градусов, что было на узкой стенке окажется на широкой и наоборот.

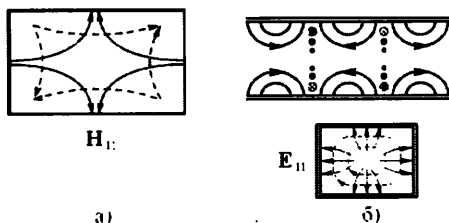


Рис. 3.10. Силовые линии волны типа H_{11} , и E_{11}

2. Из простых соображений следует, что для волны типа H_{11} картинка, которая была при рассмотрении волновода сверху, теперь должна быть и сбоку, и спереди (с торца).

Картина любого типа H_{mn} может быть получена повторением картины H_{11} m – раз вдоль широкой стенки волновода и n – раз вдоль узкой. Структуру электромагнитного поля волны типа E_{mn} ($\dot{E}_z \neq 0, \dot{H}_z = 0$) рассматривать так подробно не будем. Методика вывода – как для H_{mn} , только граничные условия $E_z = 0$ при $X=0, X=a$. При $Y=0, Y=b$ (краевая задача Дирихле). В результате использования метода разделения переменных получим выражение:

$$\dot{E}_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-ihz}.$$

Для получения ненулевого решения индексы m и n должны быть отличными от нуля. Простейший тип волны E_{11} . Силовые линии магнитного поля образуют кольца в поперечной плоскости, а линии E должны подходить к металлу по нормали, имеют вид скобок.

Принцип получения картин для E_{mn} из E_{11} как для H_{mn} из H_{11} .

Критическая длина волны V_ϕ и V_{cp}, λ_B – определяется по тем же формулам, что и для волны Н-типа (они справедливы для всех полых волноводов).

Для характеристического сопротивления:

$$Z_c^E = \frac{h}{\omega \epsilon_0} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{KP}}\right)^2}. \quad (3.10)$$

Построим диаграмму типов волн в прямоугольном волноводе. Из уравнения (3.4) следует, что чем больше m и n , тем меньше λ_{kp} . (рис. 3.11).

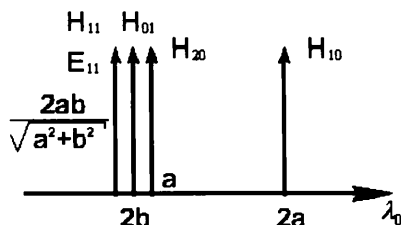


Рис. 3.11. Диаграмма типов волн в прямоугольном волноводе

На диаграмме четко разделены 3 характерные области.

1. Область отсечки – $\lambda_0 > 2a$ – распространяющихся типов волн не существует.

2. Одномодовый режим – в пределах этой области распространяется только волна типа H_{10} ; $a \leq \lambda_0 \leq 2a$

3. Область многоволновости – помимо H_{10} (основной тип) по волноводу могут распространяться волны высших типов (их наличие не обязательно, но возможно – зависит от способа возбуждения и т.д.). Чем выше тип колебания, тем меньше его λ_{kp} отличается от предыдущей. Теоретически волновод работает в одно-волновом режиме в двукратной полосе частот – реально диапазон гораздо уже.

1. При приближении λ_0 к a повышается вероятность возбуждения высших типов (при $\sigma \neq \infty$ волны есть и при $\lambda_0 \geq \lambda_{kp}$)

2. При $\lambda_0 \approx 2a$ резко возрастают омические потери в стенках волновода и практически рекомендуемый диапазон:

$$1,05a \leq \lambda_0 \leq 1,6a. \quad (3.11)$$

Реально волноводы используют в диапазоне 50 см – 1 мм (в диапазоне 6 см – 1 мм повсеместно). Весь этот диапазон перекрывают волноводы стандартных сечений, например:

Длина волны: Сечение волновода:

4 мм 3,6*1,8

8 мм 7,2*3,4

3 см 23*10

10 см 72*34 и т.д. (справочник по волноводной технике).

Причин, по которым волновод предпочтительнее использовать в одномодовом режиме несколько:

1. Поперечные габариты волновода оказываются минимальными.

2. Структура поля волны низшего типа (f_{KP} – минимальная среди всех других) устойчива по отношению к введению внутрь волновода каких-либо неоднородностей (возникшие на неоднородности высшие типы – затухнут на расстоянии порядка λ_B от неоднородности).

3. Необходимость обеспечения эффективной работы оконечных устройств.

4. Неравномерность АЧХ волновода в многомодовом режиме (за счет интерференции волн разных типов с различными $V_\phi(f)$ – вплоть до исчезновения поля на определенных частотах) (рис. 3.12)

1 – одномодовый режим

2 – многомодовый режим.

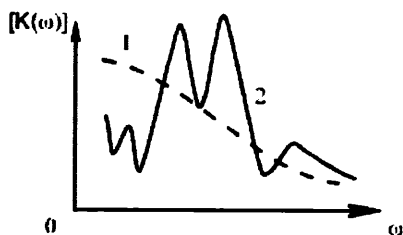


Рис. 3.12. АЧХ волновода в различных режимах:
1 – одномодовый режим; 2 – многомодовый режим

Определим мощность переносимую по прямоугольному волноводу волной H_{10} . Усредненную за период мощность определим как интеграл от Π_z по поперечному сечению:

$$P_{CP} = \int_0^a dx \int_0^b \Pi_{cpz}(x, y) dy ;$$

$$\Pi_{cpz} = \frac{E_{\max}^2}{240 \pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2} \sin^2(\pi x / a) ;$$

$$\int_0^a \sin^2(\pi x / a) dx = a / 2 .$$

Тогда:

$$P_{CP} = \frac{E_{\max}^2 ab}{480 \pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2} . \quad (3.12)$$

Уравнение (3.12) позволяет определить предельно допустимую мощность. Вместо $E_{\max}$ следует подставить E – напряжённость электрического поля, характерную для пробоя среды. Для сухого атмосферного воздуха $E_{\max \text{ пр.}} = 30 \text{ кВ/см}$. Выделим из (3.12) удельную мощность:

$$P_{уд} = \frac{E_{\max}^2}{480 \pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2} .$$

Если работать на центральной частоте диапазона $\frac{\lambda_0}{2a} = 0,7$, то получим:

$$P_{уд \text{ доп}} = 420 \text{ кВт / см}^2 .$$

Для того чтобы учесть возможные отражения и т.д. вводят **трехкратный запас прочности**, т.е. $P_{\text{доп}} \approx 150 \text{ кВт/см}^2$.

Сразу отметим, что это приближенная оценка, так как E_{max} – по постоянному току, кроме того, это справедливо в импульсном режиме (РЛС). Если сигнал непрерывный – мощность ограничена из-за теплового пробоя. Для повышения прочности используют инертные газы, газ под давлением, откачивание газа.

Напоследок мы отметим, что в результате дисперсии будет наблюдаться распывание импульса из-за разницы в групповых скоростях ($V_{\text{гр}}$) для различных составляющих спектра.

Чем уже полоса сигнала, чем меньше расстояние и чем слабее зависимость затухания от частоты, тем меньше искажается комплексная огибающая. Затухание наряду с ослаблением приводит к изменению формы спектра, в частности смещение эффективной несущей в сторону тех частот, где затухание меньше. Сигнал, который при этом воспринимается, обусловлен частью спектра вблизи эффективной несущей.

3.5. Круглый металлический волновод

Круглый металлический волновод это труба круглого сечения радиуса из идеально проводящего металла бесконечно протяженная вдоль оси z .

Среда внутри – вакуум.

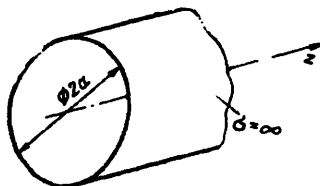


Рис. 3.13. Круглый металлический волновод

Качественно картину поля в круглом волноводе можно было бы получить деформируя прямоугольный волновод, причем волной низшего типа круглого волновода будет волна H_{11} . Для получения математического решения используем цилинд-

рическую систему координат (в дальнейшем ЦСК). Чтобы использовать ранее полученные результаты сделаем следующие преобразования:

Введем вектор

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}_{\perp} &= \vec{i}_r \dot{E}_r + \vec{i}_{\varphi} \dot{E}_{\varphi} - g^2 \dot{\vec{E}}_{\perp} = i\hbar (\vec{i}_r \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + \vec{i}_{\varphi} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}) - i\omega\mu_0 (-\vec{i}_r \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + \vec{i}_{\varphi} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}) = \\ &= i\hbar \text{grad}_{\perp} \dot{E}_z - i\omega\mu_0 [\vec{i}_z, \text{grad}_{\perp} \dot{H}_z] - g^2 \dot{\vec{H}}_{\perp} = i\hbar \text{grad}_{\perp} \dot{H}_z + i\omega\varepsilon_0 [\vec{i}_z, \text{grad}_{\perp} \dot{E}_z].\end{aligned}\quad 3.13)$$

Эти выражения позволяют определять поперечные составляющие через продольные в любой системе координат. При исследовании волн Н-типа следует исходить из уравнений Гельмгольца:

$$\nabla^2 \dot{H}_z + \beta^2 \dot{H}_z = 0.$$

Воспользуемся выражением оператора Лапласа в ЦСК:

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial \varphi^2} + g^2 \dot{H}_z = 0.$$

Электрический вектор имеет касательную составляющую, которая должна обращаться в ноль на металле $\dot{E}_{\varphi}$ (составляющая E_r отлична от нуля).

Тогда граничное условие принимает вид:

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = a.$$

Используем метод разделения переменных:

$$\dot{H}_z(r, \varphi) = R(r)\Phi(\varphi).$$

После подстановки этого решения в уравнение Гельмгольца и деления его на произведение R и Φ получаем:

$$r^2 \frac{R''}{R} + r \frac{R'}{R} + g^2 r^2 = -\frac{\Phi''}{\Phi}. \quad (3.14)$$

Чтобы уравнение удовлетворялось при всех значениях r и φ обе части равенства должны быть равны некоторому постоянному числу. Например:

$$-\frac{\Phi''}{\Phi} = m^2.$$

Решение этого дифференциального уравнения второго порядка:

$$\Phi(\varphi) = C \cos(m\varphi),$$

где C – произвольный постоянный коэффициент.

Т.к. волновод симметричен, то вместо функции $\cos$ можно использовать $\sin$. Чтобы картина была периодична по углу φ с периодом 2π - $m=0, 1, 2, \dots$ m – один из индексов волны H – типа. Левая часть уравнения (3.14):

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(g^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) R = 0,$$

в математике это уравнение хорошо изучено – **Уравнение Бесселя**. Его общее решение:

$$R(gr) = AI_m(gr) + BN_m(gr),$$

где I_m, N_m – Частные линейно независимые решения уравнения Бесселя.

I_m – функция Бесселя или цилиндрическая функция первого рода порядка m .

N_{m+1} – функция Неймана или цилиндрическая функция второго рода порядка m .

Роль этих функций в ЦСК такая же, как $\sin$ и $\cos$ в декартовой системе

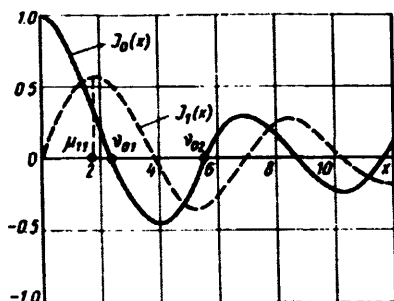


Рис. 3.14. Графики функции Бесселя

координат, но их вид значительно отличается от вида $\sin$ и $\cos$.

1. Цилиндрические функции – непериодические
2. Их амплитуда уменьшается с ростом аргумента

3. При малых значениях аргумента ($x \rightarrow 0$) функции N_m неограниченно велики ($N_m \rightarrow -\infty$).

Для цилиндрических функций справедливы рекуррентные соотношения:

$$I'_m(x) = \frac{m}{x} I_m(x) - I_{m+1}(x).$$

Так как поле должно быть конечно в любой точке поперечного сечения волновода, то из физических соображений следует предположить $B = 0$. Обозначая произведение C и A через H_0 запишем амплитуду продольной проекции вектора H :

$$H_z(r, \varphi) = H_0 I_m(gr) \cos m\varphi. \quad (3.15)$$

Найдем из граничных условий поперечное волновое число g :

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} = H_0 g \frac{dI_m(gr)}{d(gr)} \cos m\varphi,$$

$\frac{\partial H_z}{\partial r}$ будет равно 0 при $r = a$, если $\frac{dI_m(gr)}{d(gr)} = 0$ при $r = a$.

Количество корней этого уравнения неограниченно, корни обозначают μ_{mn} , тогда:

$$g_{mn} = \mu_{mn} / a \quad (3.16)$$

и

$$H_z = H_0 I_m \left(\frac{\mu_{mn} r}{a} \right) \cos m \varphi. \quad (3.17)$$

Номер корня n – второй индекс волны.

Физический смысл индексов:

m – число вариаций поля по угловой координат;

n – характеризует изменение поля по координате r ;

Каждой паре mn соответствует оригинальная картина поля в волноводе причем $n \neq 0$ (иначе $H_z = 0$; или ∞).

Критическая длина волны:

$$\lambda_{KP}^{H_{mn}} = \frac{2 \pi a}{\mu_{mn}}. \quad (3.18)$$

Наименьшему корню производной функции Бесселя соответствует низший тип волны. Из графиков для I_m следует, что низшим будет тип H_{11} ($\mu_{11} = 1,841$). Структура совпадает с той, которую получили деформацией прямоугольного волновода $\lambda_{KP}^{H_{11}} = 3,41 a$.

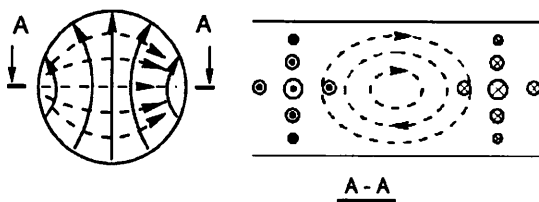


Рис. 3.15. Структура поля волны H_{11} в круглом волноводе

$\lambda_B, V_\phi, V_{zp}, Z_c$ определяются выражениями (3.5), (3.6), (3.7), (3.9), (3.10).

Правила, которые мы использовали при построении картин поля высших типов волн в прямоугольном волноводе, для круглого волновода не применимы.

Вывод выражений для волн Е типа аналогичен, но т.к. граничные условия для них $E_z = 0$ при

$$r = a, \text{ то } g_{mn} = v_{mn} / a ,$$

где v_{mn} – корень уравнения $J_m(gr) = 0$.

Низшей среди волн Е типа будет волна E_{01} для нее $v_{01} = 2,405$; $\lambda_{KP}^{E_{01}} = 2,61 a$. Таблицы для μ_{mn} & v_{mn} приведены в справочниках.

Выражение для продольной составляющей поля:

$$E_z = E_0 J_m \left(\frac{v_{mn} r}{a} \right) \cos m \varphi .$$

Индекс $m = 0$ означает, что картина по φ – симметрична, например, волна E_{01} (рис. 7.4).

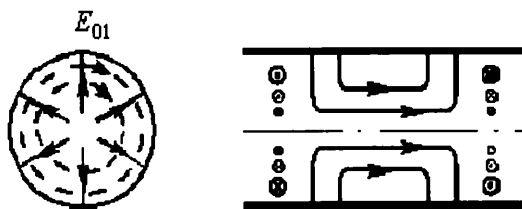


Рис. 3.16. Структура поля волны E_{01} в круглом волноводе

Z_c^E определяется по (3.10).

Построим диаграмму типов волн в круглом волноводе.

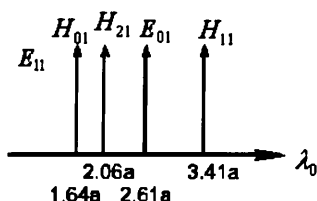


Рис. 3.17. Диаграмма типов волн в круглом волноводе

Волновод работает в одномодовом режиме (H_{11}) при $2,61a < \lambda_0 \leq 3,41a$, т.е. коэффициент широкополосности (перекрытия) – 1,3, а реально еще меньше.

Хотя технологически и конструктивно круглый волновод предпочтительней прямоугольного, он используется в основном в виде коротких отрезков. Причина – явление поляризационной неустойчивости. Зато наличие симметричных типов ($m=0$) практически весьма ценно для создания вращающихся сочленений.

В круглом волноводе обычно используют волны типов E_{01}, H_{01} .

Картина для H_{01} :

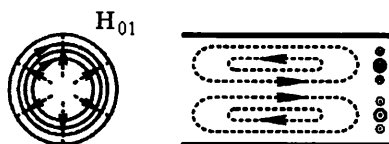


Рис. 3.18. Структура поля волны H_{01} в круглом волноводе

Еще одна интересная конструктивная особенность круглого волновода – возможность передачи мощности почти вдвое превосходящую аналогичную для прямоугольного.

Для волны H_{11} (для любой, когда $m \geq 1$) величина предельно допустимой мощности не намного превосходит допустимую мощность для прямоугольного (отсутствие граней), а поляризация – линейная:

$$P_{CP}^H = \frac{H_0^2 Z_C^H \pi a^2}{4} \left(\frac{\lambda_{KP}}{\lambda_B} \right)^2 \left(1 - \frac{m^2}{g_{mn}^2 a^2} \right) J_m^2(g_{mn} a).$$

Если возбудить две волны H_{11} , ортогональные друг другу и сдвинутые по фазе на 90 градусов, то получим волну с круговой поляризацией с допустимой напряженностью поля в каждой точке, но с удвоенной мощностью.

Интересные свойства наблюдаются у волны H_{10} типа в круглом волноводе. Т.к. поверхностный ток для нее имеет только азимутальную составляющую, то с ростом частоты потери стремятся к нулю.

3.6. Коаксиальный волновод

Общее для волн Т-типа $\dot{E}_z = \dot{H}_z = 0$. Такое возможно, если волна распространяется вдоль направляющей системы без отражений, то есть для любой составляющей решение имеет вид:

$$\dot{A}(x, y, z) = A(x, y) e^{\pm i \beta z}.$$

Коэффициент фазы и продольное волновое число при этом совпадают:

$$g = \sqrt{\beta^2 - h^2} = 0.$$

Для волн Т-типа (всегда имеется в виду низший тип волны):

$$\lambda_{KP}^T = 2\pi / g = \infty; f_{KP}^T = 0,$$

т.е. волновод должен пропускать колебания любых частот вплоть до постоянного тока.

В волноводе с волной Т-типа должны быть минимум два проводника разделенных слоем диэлектрика.

Волновой фронт перемещается со скоростью:

$$V_{\Phi} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}.$$

Волны Т-типа не имеют дисперсии.

Коаксиальный волновод – это два соосных металлических цилиндра (рис. 3.19), разделенных диэлектриком.

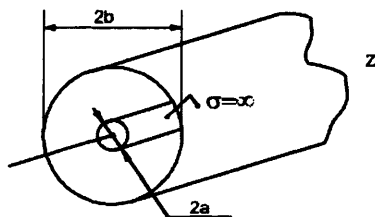


Рис. 3.19. Коаксиальный волновод

При изучении распространения электромагнитной волны вдоль коаксиальной линии передачи применяют цилиндрическую систему координат, которая, как известно, задается углом φ , радиусом r , и координатой z , т.е. (r, φ, z) .

В однородной материальной среде без зарядов третье уравнение Максвелла $\text{div} \vec{E} = 0$ будет всегда выполняться, если принять:

$$\vec{E}(x, y) = -\text{grad} \varphi_3(x, y);$$

φ_3 – вспомогательная функция – скалярный электрический потенциал.

Знак «-» выбран, чтобы вектор $\vec{E}$ начинался на «+» и заканчивался на «-» зарядах (принято в электротехнике).

Подставляем:

$$\text{div grad} \varphi_3 = \nabla_{\perp}^2 \varphi_3 = 0.$$

Для коаксиальной линии (в дальнейшем КЛ) удобнее использовать ЦСК.

Из-за полной симметрии волновода $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ двумерное уравнение Лапласа принимает вид:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\varphi_3}{dr} \right) = 0 \text{ или } r \frac{d\varphi_3}{dr} = A.$$

Общее решение этого уравнения:

$$\varphi_3(r) = A \ln r + B.$$

Постоянные A и B следует определять из граничных условий.

Полагаем потенциал наружного проводника равным нулю (заземлён), а внутреннего равным U тогда:

$$A \lg a + B = U;$$

$$A \lg b + B = 0.$$

Определяем A и B и получим:

$$\varphi_3(r) = U \frac{\ln(r/b)}{\ln(a/b)}.$$

Амплитуду вектора E определим как:

$$\vec{E}(r) = -\text{grad} \varphi_3(r) = \frac{U}{\ln(b/a)r} \vec{i}_r, \quad (3.20)$$

т. е. E имеет только r -ю составляющую и для комплексной амплитуды (диэлектрик без потерь):

$$\vec{E}(r, z) = \frac{U}{\ln(b/a)r} e^{-i\beta z} \vec{i}_r.$$

Для определения H используем второе уравнение Максвелла:

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{E}} = -i\omega\mu_a \dot{\vec{H}};$$

$$\dot{\vec{H}}(r, z) = \frac{i}{\omega\mu_a} \frac{\partial \dot{\vec{E}}_r}{\partial z} i_\varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \frac{U}{\ln(b/a)r} e^{-i\beta z} i_\varphi,$$

т.е. H имеет только азимутальную составляющую, а отношение E к H в каждой точке пространства равно характеристическому сопротивлению среды, заполняющей коаксиальную линию:

$$\frac{\dot{E}_r}{\dot{H}_\varphi} = Z_c.$$

Токи на металле имеют только z составляющую и разное направление на внутренней и внешней трубе, причем их амплитуды равны:

$$I = 2\pi a j_{\text{поп}}(a) = 2\pi a \dot{H}(a),$$

$$I(a) = -I(b) = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon_a/\mu_a}}{\ln(b/a)} U.$$

Для коаксиальной линии в отличие от полых волноводов удобно ввести волновое сопротивление:

$$z_\varepsilon = U/I = 60\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln(b/a). \quad (3.21)$$

(Z_ε не связано с потерями энергии – это только коэффициент пропорциональности).

Зная E и H определим мощность переносимую вдоль оси волновода:

$$P = \frac{1}{2} \int_s \operatorname{Re}[\vec{H} \cdot \dot{\vec{E}}] dS = \frac{U^2 \sqrt{\epsilon / \mu}}{120 \ln(b/a)}.$$

Структура поля в коаксиальном волноводе представлена на рис. 3.19.

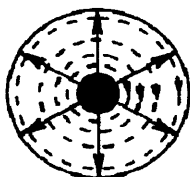


Рис. 3.20. Структура поля волны Т-типа в коаксиальном волноводе

Высшие типы волн в коаксиальном волноводе.

Чтобы определить высшие типы волн в коаксиальном волноводе надо решать уравнения аналогичные тем, которые решались для круглого волновода.

Особенность в том, что член, связанный с N_m , остается и для определения g , надо решать уравнение:

$$\frac{J'_m(ga)}{J'_m(gb)} = \frac{N'_m(ga)}{N'_m(gb)}.$$

Число корней такого уравнения бесконечно, а находить их приходится графически или численно.

Как показал анализ, первым высшим типом в коаксиальной линии является, при любом внешнем радиусе b , волна близкая по структуре к волне в круглом волноводе типа H_{11} (см. рис. 3.21).

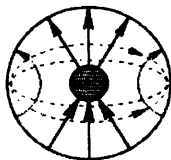


Рис. 3.21. Структура поля волны H_{11} типа в коаксиальном волноводе

Соответственно определяется $\lambda_{кр}$ как для круглого волновода:

$$\lambda_{кр}^{H_{11}} \approx 3.41 b , \quad (3.22)$$

при условии $a \ll b$.

Если внутренний радиус a стремится к внешнему радиусу b ($a \rightarrow b$), то структура напоминает волну типа H_{20} в прямоугольном волноводе, свернутом в кольцо, и $\lambda_{кр}$ определяется выражением:

$$\lambda_{кр}^{H_{20}} \approx \pi(a + b).$$

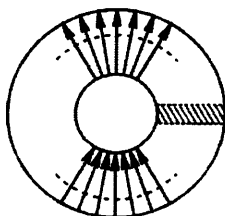


Рис. 3.22. Структура поля волны H_{20} типа в коаксиальном волноводе

Итак, диапазон одномодовой работы (имеется в виду λ_0 – в среде заполняющей коаксиальный волновод):

$$\pi b(1 + a / b) \leq \lambda_0 \leq \infty . \quad (3.23)$$

Особенности использования коаксиального волновода

Максимальная напряженность электрического поля, как следует из (3.20), имеет место у поверхности центрального проводника и определяется как:

$$E_m^2 = \frac{z_c p^T}{\pi a^2 \ln(b / a)} ,$$

т.е. при заданной мощности есть оптимальное соотношение между a и b , при котором E_m – минимальна (передача максимально допустимой мощности).

Полагая $b = \text{const}$, дифференцируя по a и приравнявая к нулю (нахождение экстремума) определяем: $\ln b/a = 0.5$, этому соотношению соответствует:

$$z_b = 30 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \text{ Ом},$$

а соответствующее значение мощности:

$$P_{\text{пред}} = 3.75 a^2 10^7 \text{ кВт}, \text{ (} a \text{ – в метрах), т.к. } b/a = \sqrt{e}.$$

Из условия одноволновости максимальный радиус центрального проводника:

$$a \leq 0.12 \lambda$$

и

$$P_{\text{пред}} \leq 54 \cdot 10^4 \lambda^2 \text{ кВт},$$

λ – в метрах.

Для прямоугольного волновода $P_{\text{пред}}^{H_{10}} \leq 125 \cdot 10^4 \lambda^2 \text{ кВт}.$

Аналогично определяется оптимальное соотношение между a и b , при котором минимальная разность потенциалов между проводниками, получим: $\ln b/a = 1$, что соответствует:

$$Z_b = 60 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \text{ Ом}.$$

Международная электрическая комиссия рекомендует выбирать для передачи большой мощности сопротивление при

$$\varepsilon = \mu = 1 \quad ; \quad z_b = 50 \text{ Ом}.$$

Использование диэлектрического заполнения приводит к тому, что $P_{\text{пред}}$ резко уменьшается:

а) за счет теплового пробоя;

б) в небольших промежутках между диэлектриком и проводником есть воздух (всегда), в нем E в ϵ раз больше, чем в диэлектрике и

$$P_{\text{пред}} = \frac{P_{\text{пред}}(\epsilon = 1)}{\epsilon^2}.$$

Как правило, коаксиальный волновод используют для передачи небольших мощностей (до сотен Вт) в диапазоне от $f=0$ до 10 ГГц (из-за возникновения высших типов волн) с номинальными значениями $Z_{\text{в}}$: 50, 75, 100, 150, 200 Ом. Стандарты для различных конструкций.

К основным достоинствам коаксиальных линий передачи относятся следующие:

1. Широкополосность, т.е. способность пропускать широкую полосу рабочих частот;

2. Электромагнитное поле, имеющее структуру ТЕМ-волны, распространяется в пространстве между цилиндрами и во внешнюю среду волна не выходит, т.е. отсутствует паразитное излучение;

3. Возможность изготовления в виде гибких коаксиальных кабелей.

Благодаря таким достоинствам, коаксиальные волноводы нашли широкое применение, чаще всего их используют для соединения узлов и блоков радиоаппаратуры. Такие волноводы применяются как в метровом, так и в сантиметровом диапазонах, обычно не выше 20 ГГц. Хотя в некоторых случаях они могут использоваться и на более высоких частотах в виде коротких отрезков. Незначительная длина волноводов в таких случаях обусловлена большим затуханием, составляющим более 1 дБ/м.

Коаксиальные кабели изготавливают в виде жестких и гибких конструкций. Установлено, что по коаксиальному кабелю могут передаваться волны любых частот, включая частоту постоянного тока. Структура поля электромагнитной волны соответствует типу ТЕМ, т.е. $E_z=0$, $H_z=0$.

3.7. Полосковые линии передачи

Миниатюризация (интегральные схемы, в дальнейшем ИС) – одно из основных направлений развития в СВЧ технике.

Уменьшение размеров не всегда основная цель – это справедливо для некоторых специальных областей (космос, медицина и т.д.). Часто важнее увеличение надежности, снижение стоимости, улучшение характеристик.

В ИС используют несколько типов соединительных линий (полосковые линии или ПЛ), в основе которых лежат тонкие полоски металла и плоские слои диэлектрика.

Часто в качестве подложек используют диэлектрик на основе оксида алюминия – поликор ($\epsilon = 9.6$), лейкосапфир ($\epsilon = 11.4$), кроме того, любые диэлектрики с низкими потерями ($\epsilon \approx 7..16$ иногда до 10000-керамика).

Как видно из рисунков, ПЛ относится к направляющим системам открытого типа. Наличие нескольких изолированных проводников означает, что $f_{кр}=0$, т.е. волна в ПЛ должна соответствовать волне Т-типа.

Строгий анализ достаточно сложный, но качественно структуру можно получить, деформируя коаксиальную линию (рис. 3.22,а).



Рис. 3.23. Структура поля волны в полосковой линии:

а) Т-типа; б) типа - H_{20}

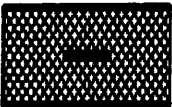
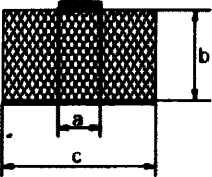
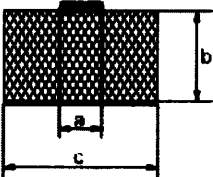
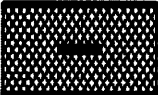
Хотя полученная картина напоминает электростатическое поле в плоском конденсаторе, строгий анализ показывает, что из-за неоднородности по сечению диэлектрического заполнения ЭМП имеет все 6 составляющих, а следовательно ν_{ϕ} зависит от частоты $\nu_{\phi} = F(f)$, т.е. дисперсия тем заметнее, чем больше ϵ .

Но при условии, что $a \gg b$; $c \gg b$; $c \gg a$; практически вся энергия сосредоточена внутри ПЛ и продольными составляющими можно пренебречь – такую волну называют волной – *квази – Т- типа*.

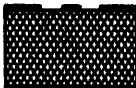
Точно также (анализируя коаксиальную линию) можно получить картину волны первого высшего типа в ПЛ.

Таблица 3.2

Сравнение конструкций полосковых линий

Сравнение конструкций полосковых линий (а – достоинства, б – недостатки)	
 <u>Симметричная волновая линия:</u> а) малые габариты; б) относительно большие потери и масса.	 <u>Высокодобротная линия:</u> а) низкие потери, высокое волновое сопротивление; б) требует крепления, сравнительно большие габариты.
 <u>Несимметричная полосковая линия ($\epsilon \approx 2...3$):</u> а) малые габариты и масса; б) большие потери, отсутствие экрана.	  <u>Микрополосковая линия ($\epsilon \geq 10$):</u> а) малые габариты и масса; б) сравнительно большие потери, нет экрана.

Продолжение табл. 3.2.

 <u>Щелевая линия:</u> а) наличие эллиптической поляризации, простая конструкция, высокое сопротивление; б) большие потери, нет экрана.	 <u>Копланарная линия:</u> а) наличие эллиптической поляризации, простая конструкция, высокое сопротивление; б) большие потери, нет экрана.
 <u>Линия с подвешенной подложкой:</u> а) низкие потери, малый разброс параметров, высокое сопротивление; б) требует крепления, сравнительно большие габариты.	

Как видно, на длине немного превышающей a , укладывается одна полуволна электрического поля ЭМВ, т.е. $\lambda_{кр} \approx 2a$.

Волновое сопротивление в симметричной ПЛ:

$$z_{вх} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{30\pi K(\kappa)}{K(\kappa')},$$

где $K(\kappa)$ – полные эллиптические интегралы первого рода,

$$\kappa = \operatorname{sh}\left(\frac{\pi a}{4b}\right), \quad \kappa' = \operatorname{th}\left(\frac{\pi a}{4b}\right).$$

Для несимметричной ПЛ:

$$z_B = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{z_0}{\frac{a}{b} + \frac{2}{\pi} \left[1 + \ln \left(1 + \frac{\pi a}{2b} \right) \right]}.$$

Обе формулы получены в предположении, что толщина центрального проводника много меньше b .

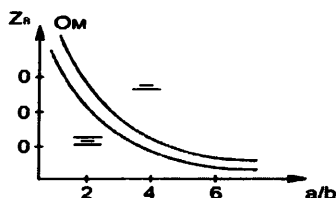


Рис. 3.24. Соотношение между волновым сопротивлением и диаметром внутренних и внешних проводников

Как показали эксперименты, по ПЛ можно передавать мощности того же порядка, что и в коаксиальной линии.

Для увеличения электрической прочности края центрального проводника закругляют.

3.8. Замедляющие системы

В обычных волноводных линиях передачи фазовая скорость волны равна или превосходит скорость света. Однако для создания многих приборов СВЧ требуются волноводные системы, в которых скорость ЭМВ была бы равна скорости электронов, при этом фазовая скорость должна быть меньше скорости света $V_\phi < C$. Подобные волноводные системы называются замедляющими структурами. Эти структуры применяются в других областях радиоэлектроники и СВЧ техники.

Одна из первых практически используемых систем — спиральный волновод.

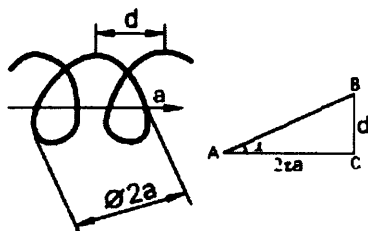


Рис. 3.25. Замедляющая система

Замедление за счет того, что вдоль проводника бегущая волна тока распространяется со скоростью близкой к скорости света, но проекция на ось дает скорость ниже скорости света.

Коэффициент замедления, как видно из рисунка:

$$K_{зам} = 1/\sin \alpha, \quad (3.24)$$

где α – угол намотки спирали,

AB – путь вдоль провода,

AC – расстояние по оси волновода.

Из этого выражения следует, что $K_{зам}$ не зависит от частоты (нет дисперсии).

Формула (3.24) справедлива, если $\lambda_0 < d$, иначе волна «перескакивает» с витка на виток.

Строгая теория – намного сложнее.

Диэлектрическая замедляющая система.

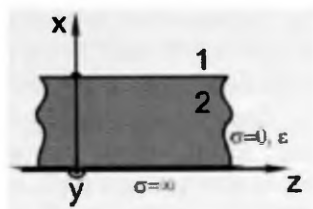


Рис. 3.26. Диэлектрическая замедляющая система

1 – вакуум.

2 – немагнитный диэлектрик.

Сделаем предположения:

1. Длина волны в волноводе $\lambda_g < \lambda_0$, $h > \beta_0$.

2. Система бесконечно протяженна вдоль *у и z.

3. Исследуется гармоническая волна, распространяющаяся вдоль z.

Вектор Н – имеет одну составляющую неизменную вдоль у:

$\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial y} = 0$, силовые линии – бесконечные нити параллельные оси y .

Исследуем поле в вакууме: $\nabla^2 \dot{H}_{y1} + \beta_0^2 \dot{H}_{y1} = 0$, решение ищем в виде:

$$\dot{H}_{y1}(x, z) = \dot{H}_{y1}(x) e^{-ihz},$$

тогда:

$$\frac{d^2 \dot{H}_{y1}}{dx^2} - p^2 \dot{H}_{y1} = 0, \quad p = \sqrt{h^2 - \beta_0^2},$$

где p – аналог поперечного волнового числа в полых волноводах.

Общее решение:

$$\dot{H}_{y1}(x) = A e^{-px} + B e^{px}.$$

Поле не может бесконечно возрастать, т.е.

$$B=0 \text{ и } \dot{H}_{y1}(x, z) = A e^{-px} e^{-ihz}.$$

Замедленная волна является поверхностной, амплитуда убывает по экспоненте при удалении от границы раздела.

Чем меньше v_ϕ (меньше λ_ϕ), тем больше p и поле сильнее «прижимается» к направляющей системе.

Составляющие E найдем из первого уравнения Максвелла:

$$\text{rot} \vec{\dot{H}}_1 = i\omega \epsilon_0 \vec{\dot{E}}_1.$$

Вычисляем ротор в декартовой системе координат:

$$\dot{E}_{x1} = -\frac{1}{i\omega\epsilon_0} \frac{\partial \dot{H}_{y1}}{\partial z} = \frac{h}{\omega\epsilon_0} A e^{-px} e^{-ihz};$$

$$\dot{E}_{y1} = 0;$$

$$\dot{E}_{z1} = \frac{1}{i\omega\epsilon_0} \frac{\partial \dot{H}_{y1}}{\partial x} = \frac{ip}{\omega\epsilon_0} A e^{-px} e^{-ihz}.$$

Полученная волна – Е-типа, у которой P_z – чисто действительная, P_x – мнимая.

Поле во 2-й среде $\nabla^2 \dot{H}_{y2} + \epsilon\beta_0^2 \dot{H}_{y2} = 0$, решение в виде: $\dot{H}_{y2}(x, z) = \dot{H}_{y2}(x) e^{-ihz}$, причем h – одно и то же в 1-й и 2-й среде (единый волновой процесс).

$$\frac{d^2 H_{y2}}{dx^2} + q^2 H_{y2} = 0$$

$$q = \sqrt{\epsilon\beta_0^2 - h^2}.$$

Общее решение:

$$H_{y2}(x) = C \cos qx + D \sin qx.$$

C и D следует выбирать граничных условий при $x = a$, $x = 0$.
На поверхности идеального проводника:

$$\dot{E}_{z2} = \frac{1}{i\omega\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{y2}}{\partial x},$$

должна обращаться в ноль, то есть: $D=0$ и

$$\dot{H}_{y2}(x, z) = C \cos qx e^{-ihz}.$$

Остальные составляющие:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{y2} &= 0; \\ \dot{E}_{x2} &= \frac{h}{\omega \epsilon \epsilon_0} C \cos q x e^{-i h z}; \\ \dot{E}_{z2} &= \frac{i q}{\omega \epsilon \epsilon_0} C \sin q x e^{-i h z}.\end{aligned}$$

Используем граничные условия на границе раздела вакуум – диэлектрик при $x=a$ $\dot{E}_{z1} = \dot{E}_{z2}$; $\dot{H}_{y1} = \dot{H}_{y2}$.

Подставляем выражения:

$$\begin{aligned}-p A e^{-p a} + \frac{q}{\epsilon} C \sin q a &= 0; \\ A e^{-p a} - C \cos q a &= 0.\end{aligned}$$

Чтобы система имела отличные от нуля решения, ее определитель должен обращаться в ноль, т.е.:

$$p \cdot \cos q a - \frac{q}{\epsilon} \sin q a = 0 ,$$

или в безразмерном виде:

$$p a = \frac{1}{\epsilon} q a \cdot \operatorname{tg} q a . \quad (3.25)$$

Уравнение (3.25) – дисперсионное уравнение замедляющей системы.

Чтобы определить q и p следует использовать:

$$(p a)^2 + (q a)^2 = (\epsilon - 1)(\beta_0 a)^2 \quad (3.26)$$

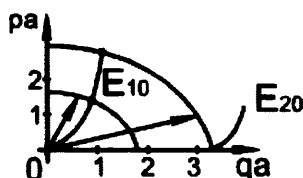


Рис. 3.27. АЧХ замедление волн

Уравнение (3.26) описывает окружности радиуса: $(\varepsilon - 1)(\beta_0 a)^2$.

Пересечение кривых – решение; первый индекс – номер корня, второй – поле однородно по y .

E_{10} – низший тип волны существующей при любой частоте и толщине слоя диэлектрика:

$$K_{\text{зам}} = \frac{\sqrt{p^2 + \beta_0^2}}{\beta_0}.$$

Одноволновой режим вплоть до $R = \pi$ значения (для волн Е-типа), т.е.:

$$2a\sqrt{\varepsilon - 1} \leq \lambda_0 < \infty.$$

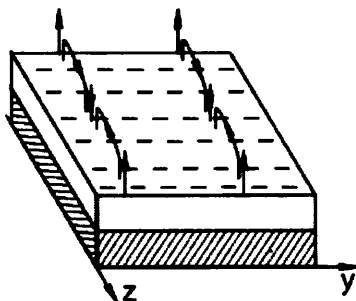


Рис. 3.28. Замедляющая система

Структура для E_{10} :

Отношение касательных к границе раздела – составляющих E и H называют *поверхностным сопротивлением*:

$$z_s^E = \frac{\dot{E}_{z2}}{\dot{H}_{y2}} = \frac{\dot{E}_{z1}}{\dot{H}_{y1}} = \frac{ip}{\omega\epsilon_0}.$$

Величина z_s^E – чисто мнимая (реактивное, индуктивное по характеру сопротивление), т.е. отсутствует средний за период поток энергии вдоль оси x .

Вывод для волн H -типа аналогичен и для них

$$z_s^H = -i \frac{\omega\mu_0}{p},$$

и для самой низшей волны

$$\lambda_{кр} = 4a\sqrt{\epsilon - 1},$$

т.е. реальный одномодовый диапазон для всех типов волн

$$4a\sqrt{\epsilon - 1} \leq \lambda_0 < \infty.$$

Следует отметить, что в качестве линий замедленных волн можно использовать любые системы с реактивным поверхностным сопротивлением.

Существует много способов создания реактивного поверхностного сопротивления, например:

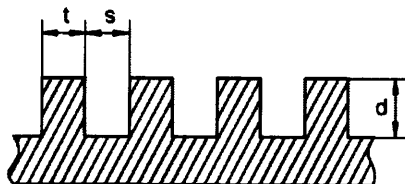


Рис. 3.29. Гребенчатая замедляющая система

Каждая канавка подобна отрезку линии длиной d .

Если $d \leq \lambda/4$,

то сопротивление чисто мнимое и имеет характер L . Если $(S+t) \ll \lambda$, то можно пренебречь влиянием тонких перегородок и полагать, что вблизи поверхности имеется плоскость с реактивным сопротивлением.

Структура почти такая же, как у диэлектрика с металлом и $v_{\phi} < v_{\phi 0}$.

Такие замедляющие системы обычно используют как элемент антенных систем:

$$K_{\text{зам}} = (\cos \beta_0 d)^{-1}.$$

Свернутая в трубочку – антенна на луноходе, обратная – диафрагмированный волновод.

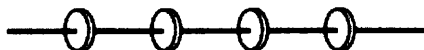


Рис. 3.30. Антенна на луноходе

Линия Губо

Рассмотрим распространение электромагнитной волны вдоль одинарного проводника, покрытого тонким слоем диэлектрика. Такая линия называется *однопроводной линией передачи*, или линией поверхностной волны (ЛПВ), или линией Губо.

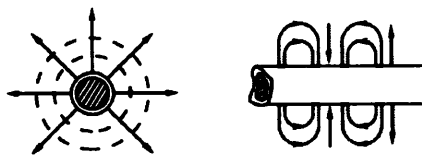


Рис. 3.31. Линия Губо

Линия Губо – это цилиндрический проводник радиуса R , покрытый тонким слоем диэлектрика.

Теория линии Губо разработана давно, но практического широкого применения ЛПВ не нашла. Очередной интерес к ЛПВ связан с реализацией возможности ее применения для построения антенных решеток жестких и гибких конструкций с высокой технологичностью изготовления и удовлетворяющих заданным требованиям.

Волноводы линии поверхностной волны (ЛПВ) могут быть успешно использованы для наземных линий передачи СВЧ-энергии на расстоянии > 1 км.

ЛПВ состоит из цилиндрического проводника 3, покрытого слоем диэлектрика 1, который граничит с воздушным пространством 2.

Основной волной ЛПВ является волна E_{00} , обладающая круговой симметрией и нормированным поперечным волновым коэффициентом $\bar{\chi} = \chi_1 \cdot a < 0,1$. Топография электрического поля вокруг стержня ЛПВ приведена также на рис. 3.32б.

Коэффициент затухания ЛПВ, обусловленный потерями в медном проводнике, определяется как

$$\alpha_n = 3,66 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{f} / (2bZ) \text{ дБ/м}, \quad (3.26)$$

α – коэффициент затухания, обусловленный диэлектриком.

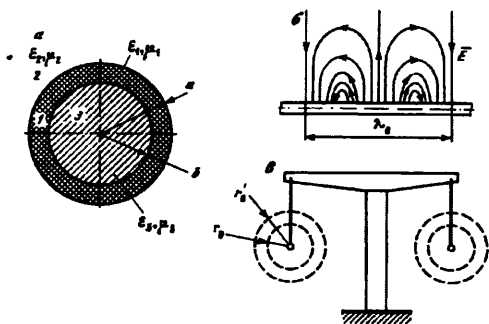


Рис. 3.32. Направляющие системы ЛПВ

а – поперечное сечение волновода;

б– топография электрического поля; *в* трассировка линии

$$\alpha_d = 9,1 \cdot 10^{-2} \cdot \phi^2 \cdot (1 - 30/Z) \cdot f \cdot \operatorname{tg}(\delta) / (\varepsilon_1 - 1) \text{ дБ/м}, \quad (3.27)$$

где f – частота, МГц,

Z – сопротивление ЛПВ, Ом,

b – радиус проводника, м.

Параметр $\phi^2 = c^2 / v_\phi^2 - 1$,

где v_ϕ – фазовая скорость поверхностной волны, определяется из трансцендентного уравнения

$$\frac{\phi^2}{1 + \phi^2} \cdot \lg \left[2,75 \cdot \frac{2b}{\lambda} \cdot \phi \right] + \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1} \cdot \lg \left(\frac{a}{b} \right) = 0, \quad (3.28)$$

а волновое сопротивление ЛПВ

$$Z = 30 \cdot (1 + \phi^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{4,6}{\phi^2} \cdot \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1} \cdot \lg \left(\frac{a}{b} \right) - 1 \right]. \quad (3.29)$$

Рассмотрим ЛПВ, собранную из медного проводника радиусом $b = 10$ мм, покрытого слоем полиэтилена $\varepsilon_1 = 2,3$ с наружным радиусом $a = 11,5$ мм и тангенсом диэлектрических потерь $\operatorname{tg}(\delta) = 5 \cdot 10^{-4}$, работающую на частоте 915 МГц ($\lambda = 32,8$ см). При заданных условиях по уравнению (3.28) можно найти параметр $\phi = 0,148$ и определить относительную фазовую скорость волны в ЛПВ $v_\phi / c = 0,989$, которая указывает на незначительное замедление.

Волновое сопротивление рассматриваемой ЛПВ, согласно (3.29), равно $Z = 188$ Ом, что позволяет вычислить по (3.29), (3.30) коэффициенты затухания $\alpha_n = 2,9 \cdot 10^{-3}$; $\partial B / \text{м} = 2,9$; $\partial B / \text{км}$; и $\alpha_o = 0,59 \cdot 10^{-3}$; $\partial B / \text{м} = 0,6$ $\partial B / \text{км}$. Полный коэффициент затухания $\alpha = \alpha_n + \alpha_o = 3,5$ $\partial B / \text{км}$ и он может быть доведён до ≈ 1 $\partial B / \text{км}$ при увеличении диаметра проводника $2b$ до 6 см. Таким образом, ЛПВ пригодна для передачи

СВЧ-мощности на километровые расстояния.

Трасса прокладки ЛПВ должна быть свободна от посторонних поглощающих и отражающих предметов, в том числе удалена от поверхности Земли на расстояние

$$r_0 \geq 0,31 \cdot a \cdot \left[\frac{a \cdot \phi}{\lambda} \right]^{-0,883}, \quad (3.30)$$

являющееся радиусом цилиндра, в котором распространяется 95% передаваемой мощности, причём в рассмотренном выше случае $a \cdot \phi / \lambda = 5,2 \cdot 10^{-3}$ и $r_0 = 0,37$ м. Практическая ЛПВ может быть проложена на опорах с помощью тefлоновых подвесов, длина которых обеспечивает расстояние линии от перекладины опоры не менее r_0 , а длина перекладины соответствует расстоянию линии от опоры $\geq r_0$. При возможности свободное пространство вокруг ЛПВ должно иметь радиус $\geq r_0 = 2r_0 = 1$ м, соответствующий кругу, в котором сконцентрировано более 99% передаваемой мощности.

Максимально допустимая мощность, передаваемая ЛПВ, определяется пробивной напряжённостью воздуха, окружающего слой диэлектрика, и равна

$$P_{\max} = 0,14 \cdot 10^{-3} \cdot Z \cdot a^2 \cdot \left(\frac{v_\phi}{c} \right)^2 \cdot E_{\text{проб}}^2, \quad (3.31)$$

что при $Z = 188$ Ом, $a = 1,15 \cdot 10^{-2}$ м, $v_\phi / c = 0,989$ и $E_{\text{проб}} = 2,5$ МВ / м даёт $P_{\max} \approx 21$ МВт. При передаче по ОЛП мегаваттных уровней мощности следует учесть потери мощности в ней и обеспечить её обдув окружающим воздухом для охлаждения.

Открытая поверхностная волна ЛПВ, заключённая внутри цилиндра радиусом r_0 , может быть частично перехвачена приёмной антенной и использована для технологических и транспортных целей.

3.9. Диэлектрические волноводы

Диэлектрические волноводы это одно из наиболее перспективных направлений развития линий передачи электромагнитных сигналов в настоящее время (в основном в виде **волоконного световода**).

Рассмотрим бесконечно длинный диэлектрический цилиндр радиуса a , выполненный из диэлектрика с параметрами (1):

$$\varepsilon_a \mu_0 - (1)$$

$$\varepsilon_0 \mu_0 - (2)'$$

расположенный в среде с параметрами (2).

Задачу удобнее решать в цилиндрической системе координат.

Для продольных составляющих:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z^{(1)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z^{(1)}}{\partial \varphi^2} + g_{\mathcal{L}}^2 \dot{E}_z^{(1)} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z^{(2)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z^{(2)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z^{(2)}}{\partial \varphi^2} + g_e^2 \dot{E}_z^{(1)} = 0,$$

где

$$g_{\mathcal{L}} = \sqrt{\beta^2 - h^2},$$

$$g_{\mathcal{L}_0} = \sqrt{\beta_0^2 - h^2}.$$

Общее решение первого уравнения – линейная комбинация функций Бесселя и Неймана, однако, напряженность в любой точке внутри диэлектрического цилиндра (в том числе и в точке где $r=0$) должна быть конечной и следовательно:

$$\dot{E}_z^{(1)} = A_m J_m(g_{\mathcal{L}} r) \cdot e^{im\varphi} e^{-ihz},$$

$$\dot{H}_z^{(1)} = B_m J_m(g_{\mathcal{L}} r) \cdot e^{im\varphi} e^{-ihz}.$$

Вне цилиндра, где структура должна соответствовать структуре поверхностной волны, амплитуды полей должны убывать по экспоненте при удалении от границы раздела.

Этому требованию удовлетворяют функции Ханкеля второго рода от чисто мнимого аргумента:

$$H_m^{(2)}(g_b r) = H_m^{(2)}(-i\alpha r).$$

Поэтому:

$$\dot{E}_z^{(2)} = C_m H_m^{(2)}(g_{\%o} r) \cdot e^{im\varphi} e^{-ihz},$$

$$\dot{H}_z^{(2)} = D_m H_m^{(2)}(g_{\%o} r) \cdot e^{im\varphi} e^{-ihz}.$$

Используем уравнение перехода от продольных к поперечным составляющим и получаем:

$$\dot{E}_\varphi^{(1)} = \frac{i}{g_{\%b}^2} \left(-A_m \frac{ihm}{r} J_m(g_{\%b} r) + B_m \omega \mu_0 g_{\%b} \cdot J'_m(g_{\%b} r) \right) e^{im\varphi} e^{-ihz};$$

$$\dot{H}_\varphi^{(1)} = -\frac{i}{g_{\%b}^2} \left(B_m \frac{ihm}{r} J_m(g_{\%b} r) + A_m \omega \varepsilon_a g_{\%b} \cdot J'_m(g_{\%b} r) \right) e^{im\varphi} e^{-ihz};$$

$$\dot{E}_\varphi^{(2)} = \frac{i}{g_{\%o}^2} \left(-C_m \frac{ihm}{r} \dot{H}_m^2(g_{\%o} r) + D_m \omega \mu_0 g_{\%o} \dot{H}_m^{\prime 2}(g_{\%o} r) \right) e^{im\varphi} e^{-ihz};$$

$$\dot{H}_\varphi^{(2)} = -\frac{i}{g_{\%o}^2} \left(D_m \frac{ihm}{r} \dot{H}_m^2(g_{\%o} r) + C_m \omega \varepsilon_0 g_{\%o} \dot{H}_m^{\prime 2}(g_{\%o} r) \right) e^{im\varphi} e^{-ihz}.$$

Продольное число h одинаково и в первой и во второй среде.

На границе раздела двух диэлектриков $r = a$, тангенсальные составляющие ЭМП должны быть непрерывны:

$$\dot{E}_{\varphi}^{(1)}(a) = \dot{E}_{\varphi}^{(2)}(a);$$

$$\dot{H}_{\varphi}^{(1)}(a) = \dot{H}_{\varphi}^{(2)}(a);$$

$$\dot{E}_z^{(1)}(a) = \dot{E}_z^{(2)}(a);$$

$$\dot{H}_z^{(1)}(a) = \dot{H}_z^{(2)}(a).$$

Подставляем в граничные условия выражения для составляющих E и H и исключаем коэффициенты A_m , B_m , C_m , D_m . Получаем трансцендентное уравнение:

$$\left[\frac{\mu_0}{g_a a} \cdot \frac{J'_m(g_a a)}{J_m(g_a a)} - \frac{\mu_0}{g_b a} \cdot \frac{\dot{H}_m'(g_b a)}{\dot{H}_m^2(g_b a)} \right] \cdot \left[\frac{\omega^2 \epsilon_a}{g_a a} \cdot \frac{J'_m(g_a a)}{J_m(g_a a)} - \frac{\omega^2 \epsilon_a}{g_b a} \cdot \frac{\dot{H}_m'(g_b a)}{\dot{H}_m^2(g_b a)} \right] = (3.32)$$

$$= m^2 h^2 \left[\frac{1}{(g_a a)^2} - \frac{1}{(g_b a)^2} \right]^2.$$

Это уравнение служит для определения неизвестного коэффициента h (численно или графически).

Детальный анализ позволяет заключить следующее:

1. В диэлектрическом волноводе может существовать бесконечно большое число различных типов волн, имеющих различный характер изменения поля по координатам r , φ .

2. В диэлектрическом волноводе невозможно раздельное существование несимметричных волн E и H .

Оба этих типа образуют единую смешанную волну и распространяются совместно.

Симметричные волны E_{0n} , H_{0n} могут существовать в диэлектрическом волноводе независимо друг от друга.

3. Каждый тип волны имеет свою критическую частоту, которая находится из условия:

$$\omega_{кр} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = h.$$

Низшим типом волны является волна HE_{11} . Эта волна не имеет критической частоты, т.е. может распространяться вдоль

диэлектрического стержня на всех частотах и при любом диаметре стержня.

1. Величина фазовой скорости волны в диэлектрическом волноводе лежит между величиной фазовой скорости волны Т-типа, распространяющейся в среде окружающей волновод, и величиной V_{ϕ} этой волны в среде с параметрами ϵ_a, μ_0 .

5. Энергия волны распространяется внутри и вне диэлектрического стержня. Чем больше радиус стержня по сравнению с длиной волны ЭМ колебания и чем больше соотношение ϵ_a / ϵ_0 , тем большая часть энергии распространяется внутри диэлектрического стержня. При приближении ω к $\omega_{кр}$ энергия внутри стержня стремится к нулю.

У волны HE_{11} энергия внутри стержня стремится к нулю при $a / \lambda \rightarrow 0$.

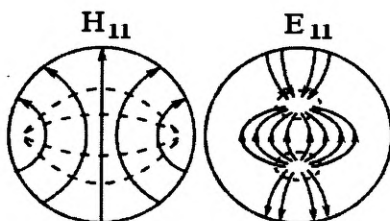


Рис. 3.33. Структура поля волны типа HE_{11} в диэлектрическом волноводе

Для возбуждения волн в диэлектрическом стержне можно использовать схему:

Скосы служат для уменьшения отражения.



Рис. 3.34. Схема возбуждения диэлектрического стержня

На практике диэлектрические волноводы используются в УКВ диапазоне в качестве элементов конструкции антенн и в более коротковолновом диапазоне как линии передачи.

Линии передачи (световоды) представляют собой тонкую (несколько микрометров) нить из особо чистого кварца или искусственного полимера.

Погонные потери в такой линии не превышают нескольких дБ/км (по данным опубликованных в информационных сборниках получены волокна, у которых затухание $\Delta_{вол} < 0.1$ дБ/км.)

Для сравнения, в прямоугольном на 10 ГГц затухания примерно 0.02 дБ/м.

Несущая частота в оптическом диапазоне очень высока и полоса пропускания очень широкая – скорость передачи информации до тысяч Мбит/с.

На практике используют световоды с различной геометрией поперечного сечения и различными профилями показателя преломления (1-ступенчатый, 2-градиентный, реальные профили изрезаны (чисто технологически)).

Наиболее оптимальный закон для градиентного – параболический:

$$n(r) = \begin{cases} n_0 [1 - b(r/a)^2] & \text{при } r < a \\ n_0(1 - b) & \text{при } r \geq a \end{cases},$$

первая формула при $r < a$, вторая при $r \geq a$.

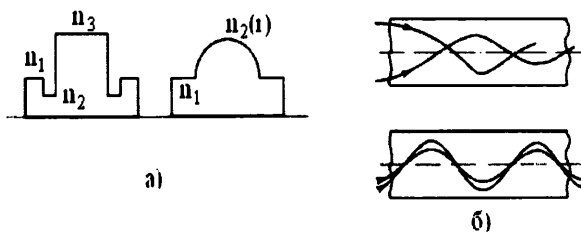


Рис. 3.35. Профили показателя преломления в световодах (а) и распространение волн в них (б)

При таком законе все меридиональные лучи лежат в плоскостях содержащих ось z , входящие в волокно в одной точке под разными углами, пересекают ось в волноводе в одной и той же точке, то же самое относительно параллельно входящих лучах в разных точках (рис 3.35):

Т.е. различные моды имеют одинаковое время распространения – отсутствует межмодовая дисперсия. Моды – сигналы входящие под разными углами.

На самом деле есть не только меридиональные лучи, но и косые (винтовые) и т. д. – для них дисперсия есть.

3.10. Свободные колебания в объемных резонаторах

Резонатор – это колебательная система, способная накапливать энергию колебаний или волн при воздействии внешней силы определенной частоты.

В СВЧ технике используют объемные резонаторы двух видов: полый металлический и диэлектрический. Резонаторы используют в фильтрах различного назначения, измерительных приборах, в качестве колебательных систем электронных приборов.

Если внутри резонатора возникло электромагнитное поле, то происходит непрерывный обмен энергией между электрическим и магнитным полем. Для каждой частоты в резонаторе возникает определенная структура поля. Таким образом, в резонаторе можно возбудить по отдельности спектр частот, каждому из которых соответствует своя структура поля.

Структура поля, соответствующая минимальной частоте, называется **низшим типом колебаний**. Возможны случаи, когда резонансные частоты двух или более видов колебаний с различными структурами совпадают, то такие колебания называются **вырожденными**.

Основные параметры резонаторов.

Свойства резонатора описываются следующими основными параметрами:

1) *резонансная частота* f_p – это частота, на которой амплитуда колебаний достигает наибольшего значения при прочих равных условиях;

2) *добротность* Q – это отношение резонансной частоты к ширине полосы частот

$$Q = \frac{f_p}{2\Delta f}, \quad (3.33)$$

где $2\Delta f$ – ширина полосы пропускания резонатора;

3) *коэффициент связи* K_{CB} – это отношение мощности, передаваемой резонатором во внешнюю цепь (P_H) к мощности потерь на резонансной частоте (P_{PII})

$$K_{CB} = \frac{P_H}{P_{PII}}. \quad (3.34)$$

Нахождение резонансных частот в объемном резонаторе.

Явление резонанса в объемном резонаторе наступает в случае, когда на данной частоте энергия электрического поля равна энергии магнитного поля.

Объемным резонатором называется часть пространства, ограниченная металлической стенкой. В таком объеме могут происходить ЭМ колебания, поэтому на СВЧ он имеет свойства колебательного контура с высокой добротностью:

$$\frac{\epsilon_a}{2} \int_{V_0} |\overline{E_m}|^2 dV = \frac{\mu_a}{2} \int_{V_0} |\overline{H_m}|^2 dV.$$

Т.к. резонаторы используют как элементы сложных устройств, соединяемых различными линиями передачи, то обычно их выполняют в виде закороченных отрезков линий передач, соответственно резонаторы могут быть открытого и закрытого типа.

Объемные резонаторы СВЧ диапазона изготавливают на основе отрезков линий передачи электромагнитной энергии. Резонансные свойства будут проявляться на отрезке линии передачи, если потери энергии на концах этого отрезка достаточно малы и на длине отрезка происходит сложение многократно отраженных волн. На рис. 3.36. приведена схема резонатора на отрезке линии передачи.

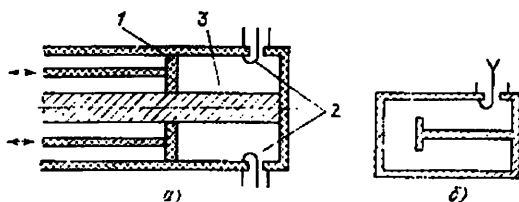


Рис. 3.36. Схема резонатора на отрезке линии передачи

Из уравнений Максвелла следует выражение для частоты ЭМ колебаний:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{\epsilon_a \mu_a} \frac{\int_{V_0} |\text{rot} \vec{H}_m|^2 dV}{\int_{V_0} |\vec{H}_m|^2 dV}. \quad (3.35)$$

То есть резонансная частота зависит от структуры поля в резонаторе, его формы и размера. Причём таких частот может быть бесконечное число.

Колебание, частота которого минимальна называется низшим. Могут существовать вырожденные волны. Добротность резонаторов определяется формулой:

$$Q = 2\pi \frac{W_{cp}}{\Delta W}.$$

Общие потери в резонаторе: $\Delta W = \Delta W_{мет} + \Delta W_{д} + \Delta W_{\Sigma} + \Delta W_{вн}$,
где $\Delta W_{вн}$ – энергия, отдаваемая во внешние устройства,

$\Delta W_{\text{мет}}$ – энергия теряемая в металле,

$\Delta W_{\text{д}}$ – энергия теряемая в диэлектрике,

ΔW_{Σ} – энергия теряемая на излучение

Добротность цепи резонаторов:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{мет}}} + \frac{1}{Q_{\text{д}}} + \frac{1}{Q_{\Sigma}} + \frac{1}{Q_{\text{вн}}}, \quad (3.36)$$

где Q_{Σ} – радиационная добротность,

Q – нагруженная добротность.

Если нет резонатора с внешними устройствами, то добротность ненагруженного резонатора (собственная добротность):

$$Q_0 = \frac{Q_{\text{мет}} Q_{\text{д}} Q_{\Sigma}}{Q_{\text{д}} Q_{\Sigma} + Q_{\text{мет}} Q_{\Sigma} + Q_{\text{мет}} Q_{\text{д}}} \quad \text{и} \quad Q = \frac{Q_0 Q_{\text{вн}}}{Q_0 + Q_{\text{вн}}}.$$

Энергия потерь в металлических оболочках определяется:

$$\Delta W_{\text{мет}} = \frac{R_s}{2\omega_0} \oint_S |\dot{\vec{H}}_m|^2 dS \quad \text{и} \quad Q_{\text{мет}} = \frac{\omega_0 \mu_a \int_{V_0} |\dot{\vec{H}}_m|^2 dV}{R_s \oint_S |\dot{\vec{H}}_m|^2 dS}.$$

Если расчёт производить для диэлектрика, то $\tilde{\epsilon} = \epsilon' - i\epsilon''$, $\tilde{\mu} = \mu'$, а из теории Пойнтинга

$$P_{\text{нсп}} = \frac{\omega}{2} \int_V \epsilon'' \dot{\vec{E}} \dot{\vec{E}}^* dV,$$

откуда:

$$P_{\text{нсп}} = \frac{\epsilon'' \omega_0}{2} \int_{V_0} |\dot{\vec{E}}|^2 dV, \quad W_{\text{сп}} = \frac{\epsilon'}{2} \int_{V_0} |\dot{\vec{E}}|^2 dV,$$

$$(\tilde{\epsilon} = \epsilon_a + \frac{\sigma}{i\omega}) \quad \text{и} \quad Q_{\text{д}} = \frac{\epsilon'}{\epsilon''},$$

если $\mu'' \neq 0$, то
$$Q_D = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''} + \frac{\mu'}{\mu''}.$$

Так как стоячие волны образуются в закороченной линии передачи, то

$$\dot{\vec{E}}_{\perp} = \dot{\vec{E}}_{\perp \text{ПЛД}} + R \dot{\vec{E}}_{\perp \text{ОТР}}.$$

На металле

$$R = -1: \dot{\vec{E}}_{\perp} = \dot{\vec{E}}_{\perp \text{ПЛД}} (e^{i\beta z} - e^{-i\beta z}) = 2i \dot{\vec{E}}_{\perp \text{ПЛД}} \sin \beta z.$$

Нулевые граничные условия выполняются, если:

$$L = P \frac{\lambda_B}{2},$$

$$\lambda_{OP} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{P}{2L}\right)^2 + \frac{1}{\lambda_{KP}^2}}}.$$

Так как структуры полей определяются числом вариаций не только по поперечным координатам, но и по продольной. При этом чтобы различать используют: H_{mnp} , E_{mnp} , T_p , HE_{mnp} .

P – число стоячих полуволин вдоль продольной оси,

при этом для E $P \geq 0$,

для остальных $P \geq 1$.

Например, в прямоугольном резонаторе один из основных типов H_{101} :

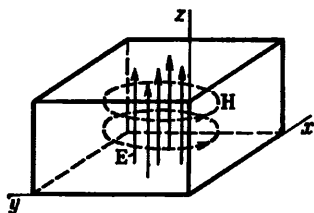


Рис. 3.37. Волна типа H_{101} в прямоугольном резонаторе

причём эта структура не отличается от структуры E_{110} .

Эти два колебания – вырожденные:

$$\lambda_{op} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}},$$

добротность этого колебания (с учетом металла):

$$Q_{мет} = Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_a}{2R_s} \cdot abL \cdot \frac{L^2 + a^2}{La(L^2 + a^2) + 2b(L^3 + a^3)}.$$

На практике добротность в сантиметровом диапазоне достигает нескольких десятков тысяч.

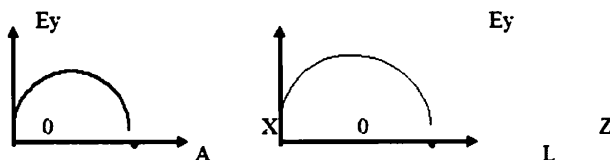


Рис. 3.38. Зависимость напряженности E_y от длины резонатора

В цилиндрическом резонаторе:

$$\lambda_{op}^E = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{L}\right)^2 + \left(\frac{\nu_{mn}}{\pi R}\right)^2}}, \quad \lambda_{op}^H = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{L}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{mn}}{\pi R}\right)^2}}.$$

Наиболее часто на практике используют $E_{010}, H_{111}, H_{011}$, особенность этого колебания состоит в том, что ω не зависит от L , поэтому можно делать малогабаритные резонаторы.

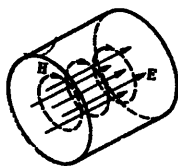


Рис. 3.39. Волна типа E_{010} в цилиндрическом резонаторе

$$Q_0^{E_{010}} = \frac{\omega_0 \mu_a}{2R_s} \frac{RL}{L + R}.$$

Использование H_{011} обусловлено тем, что у этого колебания очень малые потери, что соответствует добротности сотни тысяч (реально несколько меньше), например, при

$$f_0 = 10 \Gamma \text{ц}; \quad 2\Delta f = 100 \Gamma \text{ц}.$$

Использование колебания H_{011} обусловлено тем, что у этого колебания очень малые потери, что соответствует добротности сотни тысяч (реально несколько меньше), например, при $f_0 = 10 \Gamma \text{ц}; \quad 2\Delta f = 100 \Gamma \text{ц}$. Что позволяет использовать его в качестве высокочастотного волномера.

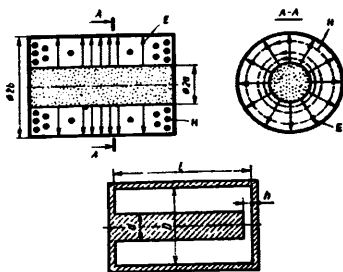


Рис. 3.40. Коаксиальный резонатор



Рис. 3.41. Разновидности тороидальных квазистационарных резонаторов

У коаксиального резонатора (рис. 3.40):

$$\lambda_{op}^T = 2L/p,$$

$$Q_{MET} = Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_a}{R_s} L R_1 R_2 \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot [4 R_1 R_2 \ln(R_2/R_1) + L(R_1 + R_2)]^{-1}.$$

Для уменьшения геометрической длины коаксиального резонатора между центральным проводником и короткозамкнутой пластиной оставляют зазор. Ширина зазора выбирается меньше четверти длины волны, чтобы концентрация E в зазоре была максимальна. Резонансной будет частота, на которой $X_C = X_L$ и определяется из равенства:

$$\frac{1}{\omega_0 C} = Z_B \operatorname{tg}(\omega_0 \sqrt{\epsilon_a \mu_a} t),$$

где Z_B – волновое сопротивление коаксиальной линии.

Добротность у такого резонатора меньше, чем у обычного резонатора.

Когда требуется взаимодействие электромагнитного колебания с электронным потоком, используется тороидальный квазистационарный резонатор (рис. 10.7) или магнетронный резонатор (рис. 10.8).

Характерная особенность квазистационарных резонаторов – четко выраженное разделение электрических и магнитных полей. Это позволяет рассматривать такие резонаторы как колебательные контуры с сосредоточенными параметрами:

$$\omega_0 = (\sqrt{L_0 C_0})^{-1}.$$

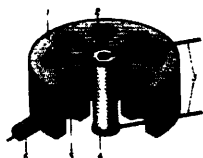


Рис. 3.42. Магнетронный резонатор

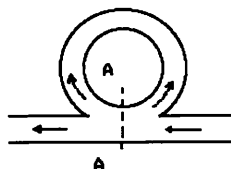


Рис. 3.43. Резонатор бегущей волны

Для тороидального квазистационарного резонатора:

$$C_0 = \varepsilon_0 \pi R_1^2 / d ,$$

$$L_0 = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln(R_2 / R_1) .$$

Для ячейки магнитронного резонатора:

$$\omega_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{d}{\varepsilon_0 \mu_0 \pi a}} .$$

Существуют резонаторы (рис. 10.9), в которых явление резонанса имеет место в режиме бегущей волны (свёрнутая в кольцо линия передачи её длина должна быть кратна числу λ_g).

Добротность нагруженного резонатора на практике проще определить из формулы: $Q = f_0 / (2\Delta f_{0,5})$.

Время затухания колебаний: $t \approx 0,75 Q / f_0$ (за это время энергия уменьшится в 100 раз).

3.11. Согласование линий передачи

Согласование состоит в полной или частичной компенсации отраженной волны.

Независимо от характера и типа согласующего устройства (СУ), а также полосы частот, где оно обеспечено, схема согласования имеет вид:

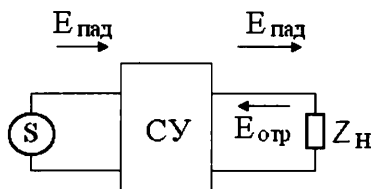


Рис. 3.44. Схема согласования

Назначение СУ – устранить отраженную волну.

Два метода согласования:

1. Поглощение отраженной волны в СУ. При этом падающая волна проходит без потерь (или с малыми потерями).

2. Создают в линии еще одну волну, амплитуда которой равна по величине амплитуде волны, отраженной от нагрузки и сдвинута по фазе на 180° .

В основе первого метода лежит использование мостовых схем или независимых устройств.

Эти устройства поглощают отраженную волну независимо от вида нагрузки и, так как эти устройства широкополосны, то решается проблема широкополосного согласования произвольных нагрузок.

Недостаток – относительно большие потери падающей волны и полная потеря энергии отраженной волны – низкий КПД.

СУ второго типа это как правило, набор реактивных элементов практически не вносящих потери, эти устройства многократно переотражая отраженную волну обеспечивают ее поглощение нагрузкой (т.е. СУ надо помещать как можно ближе к нагрузке, чтобы избежать потерь в линии).

Недостаток – ограниченная полоса пропускания – чем уже, тем жестче требования к КСВ.

Ограничений по полосе нет, только если сопротивление нагрузки чисто активное.

Узкополосное согласование

Режим бегущей волны только на одной фиксированной частоте.

Методика:

1. Проводимость нагрузки:

2. $Y_H = G_H + jB_H$, где $G_H \neq 0$, с помощью отрезка линии длиной l трансформируют в $Y_l = G_{Bl} + jB_l$, активная часть равна волновой проводимости линии.

3. Реактивная часть проводимости Y_1 компенсируется включением равной по величине и обратной по знаку проводимости.

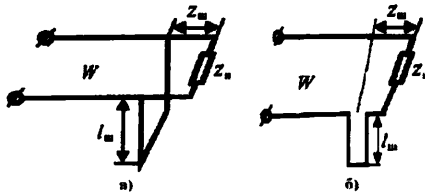


Рис. 3.45. Включение шлейфа: а) параллельное; б) последовательное

В линиях с волнами Т – типа в качестве реактивного элемента чаще всего используют шлейфы.

Например, двухшлейфовый: расстояние между шлейфами обычно $\lambda/4$ или $3\lambda/8$.

Первый трансформирует в Y_1 , а второй – реактивность – B_1 .

Возможно последовательное включение (используют в дроссельных секциях).

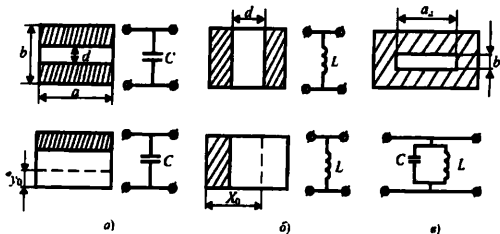


Рис. 3.46. Диафрагмы: а) емкостная; б) индуктивная; в) резонансная

Условие согласования: $Z_{ВХ}$ в месте разрыва активное и равно Z_B .

Принцип следующий:

$$Z_{ВХ} + jX_{шл} = Z_B, \quad \operatorname{tg}^2 ml = KBВ, \quad X_{шл} = Z_B \frac{1 - KBВ}{\sqrt{KBВ}}.$$

Если использовать реактивные элементы нежелательно, то применяют четверть волновой трансформатор: $L_2 = \lambda_{B2}/4$.

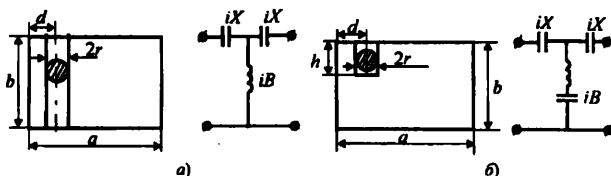


Рис. 3.47. Штыри: а) индуктивный; б) резонансный

Место включения трансформатора выбирают так, чтобы оно приходилось или в узел или в пучность напряжённости электрического поля, т.е. было чисто активным.

Сопротивление в точке минимума будет равно

$$R_{22} = Z_{B3} K B B.$$

Чтобы согласование было идеальным, надо в минимуме

$$Z_{B2} = \sqrt{K B B} * \sqrt{Z_{B1} Z_{B3}},$$

в максимуме

$$Z_{B2} = \sqrt{K C B} * \sqrt{Z_{B1} Z_{B3}}.$$

Если Z_H — чисто активное, то трансформатор можно подключать прямо к нагрузке.

КБВ (КСВ) имеется в виду тот, что был до согласования.

3.12. Широкополосное согласование

В предыдущих устройствах согласование было обеспечено на одной частоте, на других степень согласования не известна.

Если согласование надо обеспечить в полосе $>10\%$ или при использовании сигналов с широким спектром, надо применять другие методики.

Следует добиваться, чтобы рассогласование в заданной полосе не превышал установленной величины.

Основные принципы:

1. Частотные компенсаторы.
2. Ступенчатые трансформаторы.
3. Неоднородные линии (плавные переходы).

Принцип частотной компенсации состоит во взаимной компенсации частотных изменений сопротивления нагрузки и согласующих элементов.

Подбирается и необходимый закон частотного изменения сопротивления согласующих элементов и реализуется подбором длины и W шлейфов, и трансформаторов $-B_H + B_{шл}$.

Наклон кривой $B_{шл}$ подобран примерно равным наклону кривой B_H с обратным законом в пределах большей части полосы частот, поэтому суммарная проводимость (реактивная) уменьшается и меньше меняется с частотой.

Наклон кривой $B_{шл} (S)$ прямо пропорционален длине шлейфа и обратно пропорционален его волновому сопротивлению $W_{шл}$.

$$\left(\frac{\partial B_{шл}}{\partial f}\right)_{cp} - \text{среднее значение тангенса угла наклона}$$

кривой $B_{шл}$.

f_p – резонансная частота.

$$\left(\frac{\partial B_{шл}}{\partial f}\right)_{cp} \approx \frac{\pi}{2f_p} * \frac{1}{W_{шл}} (2n-1),$$

где $n = 1, 2, 3 \dots$

$$l_{шл} = (2n-1) \frac{\lambda_p}{4}.$$

Подбирая W и n можно регулировать ширину полосы рабочих частот.

Чем больше n , тем выше Q контура и полоса рабочих частот уже, чем больше W , тем полоса рабочих частот шире.

Рассмотренная схема обеспечивает компенсацию реактивности, а если надо компенсировать активную часть, придется использовать трансформатор.

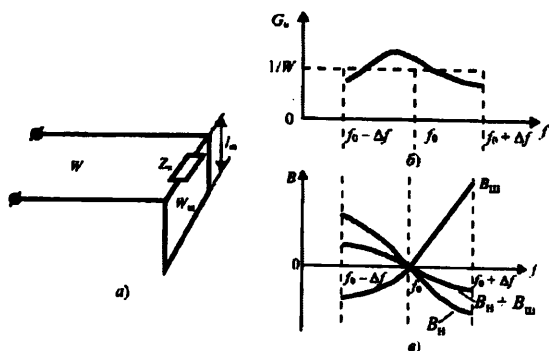


Рис. 3.48. Частотная компенсация:

а) схема включения; б) зависимость активной проводимости нагрузки от частоты; в) зависимости реактивных проводимостей нагрузки, шлейфа и их суммы от частоты

3.13. Ступенчатые трансформаторы

Ступенчатые трансформаторы используют для согласования линии переноса ЭМЭ с активной нагрузкой или с нагрузкой с небольшим реактивным сопротивлением.

Ступенчатые трансформаторы представляют собой каскадное соединение n отрезков линии (ступенек), имеющих различные сопротивления W .

Под структурой трансформатора понимают распределение волновых сопротивлений ступенек $W_1, W_2, \dots, W_n$.

Обычно используют нормированное сопротивление: $W_{ni} = W_i / W_0$, где W_0 – сопротивление «левой» подводящей линии.

Характеризуют трансформаторы рабочим затуханием: $L = P / P_2$, где P_2 – мощность на выходе при условии ее полного согласования на конце.

Величина $L > 1$ характеризует затухание за счет отражения от трансформатора.

Наиболее интересная характеристика – частотная, т. е. зависимость затухания от электрической длины ступеньки:

$$Q = (2\pi/\lambda)l.$$

Обычно эта зависимость имеет вид некоторого полинома с «cos» в качестве аргумента: $L = 1 + P^2(\cos Q)$.

Т.е. является периодической функцией по Q с периодом π .

Область изменения Q : где L – мало – полоса пропускания; где L – велико – полоса заграждения.

Как правило, используют только 1-ю полосу, где длина ступенек минимальна.

Допустимое затухание в полосе пропускания (из-за отражения):

$$b_n = 10 \lg \frac{1}{1 - \Gamma_{\max}},$$

где $\Gamma_{\max}$ – наибольший допустимый коэффициент отражения в пределах $2 \Delta S$.

Итак: при расчете трансформатора, исходными данными будут: $2 \Delta S$; $R = W/W_0$; $\Gamma_{\max}$

R – перепад волнового сопротивления.

Необходимо найти число ступенек, их длину и волновые сопротивления.

В зависимости от выбора вида полинома (структура трансформатора) меняется количество осцилляций L , их расположение и уровень в полосе пропускания.

Наиболее часто используют Чебышевские трансформаторы и с максимально плоской частотной характеристикой.

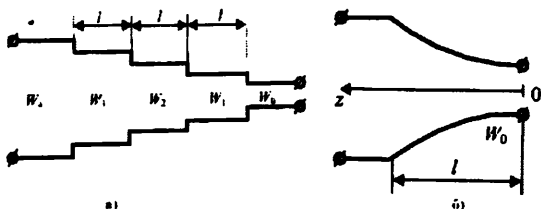


Рис. 3.49. Переходы: а) ступенчатый трансформатор; б) экспоненциальный трансформатор

Количество выбросов в чебышевском фильтре $(n+1)$ и они равны по Q величине.

Достоинство Чебышевского трансформатора – наиболее экономная реализация технических условий (минимальное количество ступенек).

Для Чебышевского трансформатора:

$$L = 1h^2 T_n^2 \left(\frac{\cos Q}{S} \right);$$

$$h = \frac{\Gamma \max}{\sqrt{1 - \Gamma \max}} ;$$

$$\frac{1}{S} = ch \frac{1}{n} \operatorname{arch} \left(\frac{R-1}{2\sqrt{Rh}} \right),$$

где T_n – полином Чебышева первого рода порядка n ,

h – нормирующий амплитудный множитель,

S – нормирующий амплитудный множитель по оси частот.

Граничные длины волн:

$$\lambda_1 = \frac{2\pi l}{Q_1} = \frac{2\pi l}{\arccos S};$$

$$\lambda_2 = \frac{2\pi l}{\pi - \arccos S}.$$

Откуда

$$2 \blacktriangle Q = Q_2 - Q_1 ,$$

$$2 \blacktriangle Q = (4/\pi) \arcsin S.$$

Порядок расчета: из заданных λ_1 и λ_2 определим $2 \blacktriangle Q$, затем S ; из $\Gamma \max$ находим h .

По заданному R и найденным S и h находим:

$$h = \frac{\operatorname{arch} \frac{R-1}{2\sqrt{Rh}}}{\operatorname{arch} \frac{1}{S}}.$$

А затем

$$l = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_1 + \lambda_2)}.$$

Наиболее сложен расчет волновых сопротивлений.

Строгий расчет известен только для $n \leq 4$, в остальных случаях – приближенный.

Для 2-х ступенчатого трансформатора:

$$W_{H1} = \sqrt{\frac{R-1}{2(\frac{2}{S^2}-1)}} + \sqrt{\frac{(R-1)^2}{4(\frac{2}{S^2}-1)^2} + R}.$$

Надо отметить, что в справочной литературе есть таблицы готовых величин для разных типов трансформаторов.

3.14. Волноводно – ферритовые элементы

Магнитронные и клистронные генераторы чувствительны к изменению нагрузки, поэтому при подсоединении нагрузки используются устройства развязывающие генератор от нагрузки – *вентили*, позволяющие отводить энергию волны без заметных потерь мощности. Переключение передатчика на различные антенны с достаточно высокой скоростью коммутации, автоматическую регулировку мощности СВЧ сигнала, электрическое сканирование лучом позволяют осуществить *коммутаторы*, *циркуляторы*, *вращатели плоскости поляризации* и т.д. Эти устройства наиболее хорошо реализуются на основе ферритов.

Ферриты группа веществ обладающие свойствами диэлектриков и ферромагнетиков:

$$\sigma = 10^{-4} - 10^{-6} \text{ см}/\text{м},$$

по σ относятся к полупроводникам.

Циркуляторы

Циркуляторы – это развязывающие многоканальные устройства, в которых ЭМВ распространяются из одного плеча в другое только в определённой последовательности.

3.15. Потери в линиях передачи электромагнитной энергии

Источники потерь:

1. Конечное значение проводимости металла (есть составляющая E касательная к металлу, а следовательно существует средний за период поток мощности направленный в глубь металла);
2. Небольшие токи проводимости в диэлектрике, заполняющем волновод (как правило, небольшие потери по сравнению с потерями в металле);
3. Потери на излучение в окружающее пространство. (Если линия спроектирована без ошибок, эти потери не велики).

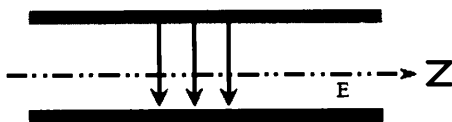


Рис. 3.50. Линия передачи

Для учета потерь следует предположить, что продольное волновое число – комплексная величина:

$$\dot{\bar{E}}(x, y, z) = \bar{E}(x, y)e^{-ihz} \quad h = h' - ih'' \quad h'' = \ln(E_{BX} / E_{ВЫХ}),$$

где h'' – погонное затухание линии передачи, выраженное Нп/м. В технике чаще пользуются величиной выраженной в дБ/м.

$$\Delta_{\text{пог}} = 20 \lg(E_{BX} / E_{ВЫХ}) = 10 \lg(P_{BX} / P_{ВЫХ}),$$

причем $\Delta_{\text{пог}} = 8,686h''$.

В любом фиксированном сечении произвольной линии средняя мощность, переносимая волной P_0 – в точке $z = 0$:

$$P(z) = P_0 \exp(-2h''z).$$

Т.к. волноводы делают из хорошо проводящих металлов, то на металле будут выполняться граничные условия Леонтовича Щукина.

Дифференцируем выражение для $P(z)$ по z :

$$\frac{dP}{dz} = -2h''P \text{ и } h'' = -\frac{dP/dz}{2P}. \quad (3.37)$$

Изменение мощности ΔP обусловлено потерями:

$$dP = -dZ \int_l |\bar{\Pi}_{\text{српот}}| dl.$$

L -контур поперечного сечения линии, а мощность переносимая по волноводу:

$$P = \int_S \Gamma_{\text{во}} d\bar{S}.$$

и с учетом (3.37):

$$h'' = \frac{\int_l |\Pi_{\text{српот}}| dl}{2 \int_S \bar{\Pi}_{\text{сз}} d\bar{S}}.$$

Определим величины под интегралами:

$$\bar{\Pi}_{\text{српот}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}}_{\text{тм}} \hat{\vec{H}}_{\text{тм}} \right].$$

Из условий Леонтовича:

$$|\vec{E}_{\tau M}| = Z_{CM} |\vec{H}_{\tau M}|,$$

где $Z_{CM} = \sqrt{\omega \mu_0 / (2\delta)} (1 + i)$ и $\int_L |\vec{H}_{\tau M}|^2 dl = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\delta}} * \int_L |\dot{\vec{H}}_{\tau M}|^2 dl$.

Таким образом, если известны частота сигнала, проводимость стенок и структура поля в волноводе, то:

$$h'' = \left(\sqrt{\frac{\omega \mu_0}{8\delta}} \int_L |H_{\tau M}|^2 dl \right) / \left(\text{Re} \int_S [\dot{\vec{E}} \hat{\vec{H}}] d\vec{S} \right). \quad (3.38)$$

Коаксиальный волновод

$$h'' = \frac{1}{120\pi \ln(b/a)} * \left(\sqrt{\omega \mu_0 / (8\delta)} * \sqrt{\varepsilon} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right). \quad (3.39)$$

Построим зависимость затухания в волноводе от соотношения радиусов. Минимум наблюдается при $b/a=3,6$. При увеличении отношения (при $b = \text{const}$) растет плотность тока в центральном проводнике – Δ увеличивается. При уменьшении отношения – сокращается область между проводником – Δ растет.

Чем больше λ , тем больше будут влиять потери в диэлектрике.

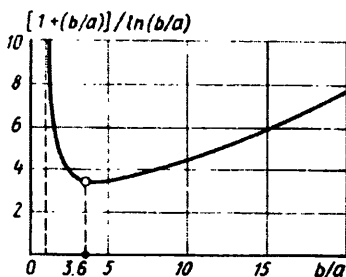


Рис. 3.51. К определению погонного затухания Т-волны в коаксиальном волноводе

Это соотношение соответствует величине волнового сопротивления:

$$Z_B = 77 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \text{ Ом.}$$

При $\lambda < 10 \text{ см}$ затухание в КЛ становится много больше, чем в полых волноводах.

Прямоугольный и цилиндрический волноводы:

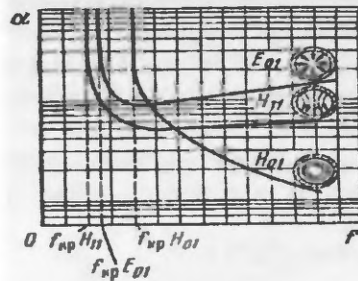


Рис. 3.52. Зависимость затухания от частоты для круглого волновода

$$\text{Волна } H_{10}; \Delta_{\text{пот}} = \frac{0,793 \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right]}{b \sqrt{\lambda_0 \delta \left(1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right)}}.$$

Зависимости Δ от частоты изобразим качественно,

$$\Delta_{\text{пот}} \sim f_0^{3/2}.$$

Из графика видно, что диапазон одномодовой работы и диапазон минимального затухания не совпадают при $a/b = 2$,

$$\lambda_0(\Delta = \min) = 0,8a.$$

При частоте приближающейся к ∞ потери растут примерно по закону: $\Delta_{\text{пот}} \sim f_0^{3/2}$, за счет уменьшения толщины поверхностного слоя (повышения сопротивления).

Приводить выражение для круглого волновода не будем, характер тот же для всех типов волн, кроме волны типа Ном, для этой волны потери неограниченно убывают при увеличении частоты (объясняется это тем, что есть только азимутальные составляющие тока, которые убывают по амплитуде с ростом частоты).

Существенный выигрыш можно получить при $a/\lambda \geq 3 \div 4$.
Получаемое затухание $1 \div 2$ дБ/км.

Например, $d = 60$ мм, $f = 35 \div 100$ ГГц, такой полосы достаточно на 300 тысяч телефонных каналов или на 240 телевизионных каналов.

Ограничение для других типов волн делают в виде колец или спирали, наносят на металл поглощающую пленку и т.д.

Полосковая линия (ПЛ):

С точки зрения затухания полосковая линия подобна коаксиальной линии. В случае сплошного диэлектрического заполнения затухание в ПЛ соизмеримо с КЛ, диаметр внешней оплетки которой равен $2b$. Главное отличие от КЛ в том, что здесь нет оптимального с точки зрения потерь соотношения между размерами проводников.

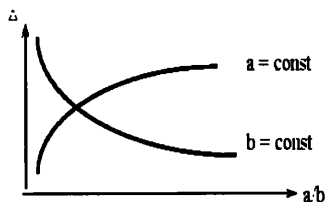


Рис. 3.53. График затухания в полосковой линии

Выбор типа линии и размеров поперечного сечения ведется исходя из заданного значения $KПД$, максимальной пропускаемой мощности $R_{\text{доп}}$, работы на единственном типе колебания

(одномодовый режим), в заданном диапазоне частот $f_{\text{MAX}}-f_{\text{MIN}}$, при минимуме вносимых искажений.

Линия должна обладать необходимой степенью экранировки (ЭМС) и разумеется конструктивно – экономические факторы (габариты, вес, стоимость и т.д.).

3.16. Распространение ЭМВ в линиях конечной длины

Обрыв линии передачи, подключение нагрузки и т. п. – эквивалентно изменению граничных условий.

На конце линии образуется новая структура поля отвечающая новым граничным условиям. Это изменение трактуют как появление в линии, кроме основной (падающей) волны, волны, распространяющейся от конца к началу (отраженной), причем, если линия работает в одномодовом режиме, то структура отраженной волны не отличается от падающей.

Коэффициент отражения в любом сечении линии:

$$R = \frac{Z_H - Z_0}{Z_H + Z_0} e^{-2ihz}.$$

Наличие отраженной волны приводит к изменению входного сопротивления отрезка линии. Рассмотрим несколько частных случаев:

1) *Холостой ход* $Z_H = \infty$ (режим стоячих волн).

Используем интегральные характеристики U и I , но можно использовать и универсальные – дифференциальные характеристики E и H .

Чтобы не учитывать высшие типы волн, следует рассматривать поле в линии на расстоянии *нескольких длин волн в линии*.

Эпюры напряжения, тока и сопротивления в линии с холостым ходом представлены на рис. 3.54, входное сопротивление линии в режиме холостого хода описывается формулой

$$Z_{\text{вх}}^{\text{хх}} = -iZ_0 \operatorname{ctg}(hz).$$

2) *Короткое замыкание* $Z_n=0$ (режим стоячих волн). Отличается только сдвигом кривых для U и I на $\lambda/4$ (см. рис. 3.54). Входное сопротивление линии в режиме короткого замыкания описывается формулой

$$Z_{вх}^{кз} = iZ_n \operatorname{tg}(hz).$$

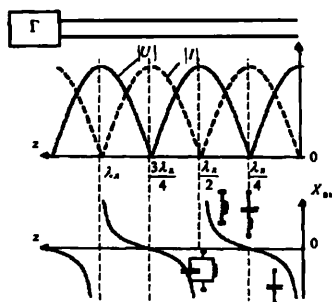


Рис. 3.54. Эпюры напряжения, тока и сопротивления в линии с холостым ходом

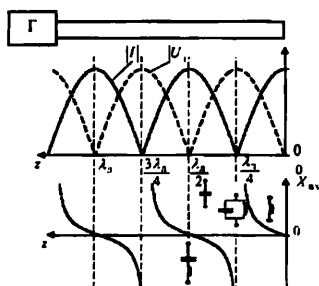


Рис. 3.55. Эпюры напряжения, тока и сопротивления в короткозамкнутой линии

3. Произвольная реактивная нагрузка.

При реактивной нагрузке, активная мощность в ней выделяется и модуль $|R|=1$. Задачу проще всего решать, заменяя сосредоточенную C (см. рис. 3.55) или L (см. рис. 3.56) на отрезок линии, т.е:

$$\operatorname{ctgh} l = \frac{X_c}{Z_0},$$

замена на отрезок с холостым ходом или

$$\operatorname{ctgh} l = -X_l / Z_0,$$

замена на отрезок с коротким замыканием.

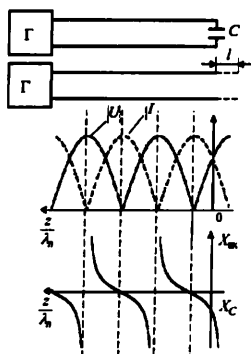


Рис. 3.56. Эпюры напряжения, тока и сопротивления в линии с емкостной нагрузкой

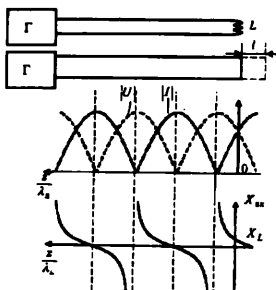


Рис. 3.57. Эпюры напряжения, тока и сопротивления в линии с индуктивной нагрузкой

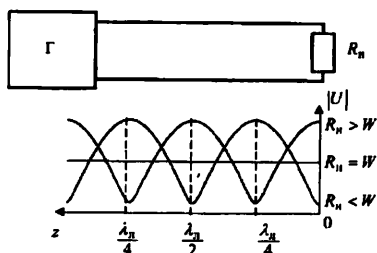


Рис. 3.58. Эпюры напряжения в линии с активной нагрузкой

4) Чисто активная нагрузка ($Z_n = R_n$).

Возможны два случая активной нагрузки:

1. $R_n > Z_B$, $K_{БВ} = Z_B / R_n$.

2. $R_n < Z_B$, $K_{БВ} = R_n / Z_B$.

В обоих случаях режим работы линии – смешанный (см. рис. 3.57).

Амплитуда отраженной волны меньше падающей (часть энергии потребляется нагрузкой). Эпюры напряжения и входного сопротивления в линии, нагруженной на активное сопротивление, показаны на рис. 3.58.

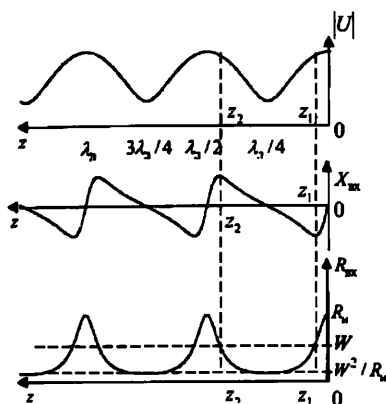


Рис. 3.59. Эпюры напряжения и входного сопротивления в линии, нагруженной на активное сопротивление

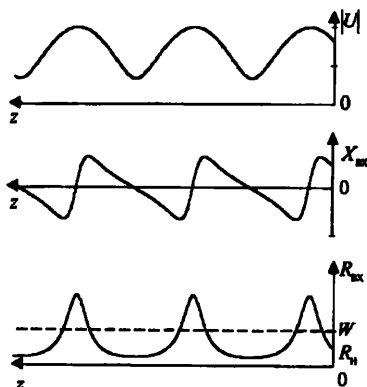


Рис. 3.60. Эпюры напряжения и входного сопротивления в линии, нагруженной на комплексное сопротивление

5) Согласованный режим ($R_H = Z_B = W$).

$K_{БВ} = 1$, $R = 0$, $\vec{E} = \vec{E}_n e^{+ihz}$. При этом отношение E к H в любом сечении – постоянно. Фаза меняется по линейному закону.

Режим наиболее желательный (бегущая волна), $Z_{вх}$ не зависит от частоты и $Z_{вх} = Z_B = W$.

Теоретически полное согласование возможно, но на практике обычно $K_{БВ} \approx 0,9 + 0,95i$ и, следовательно, входное сопротивление – комплексная величина. Если рассмотреть эпюры напряжения и входного сопротивления в линии в согласованном режиме, то чем $K_{БВ}$ ближе к единице, тем меньше разница между максимальным и минимальным значением величин, изображенных на рис. 3.58, т.е. графики приближаются к прямой линии.

6) КОМПЛЕКСНАЯ НАГРУЗКА.

В этом случае имеет место режим смешанных волн, отличие от графиков, изображенных на рис. 3.58, в дополнительном фазовом сдвиге на нагрузке, рис. 3.59.

$K_{БВ}$ рассчитывают по формуле:

$$K_{БВ}^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - Y}}{1 + \sqrt{1 - Y}},$$

где

$$Y = \frac{4R_n^2 Z_0^2}{(Z_0^2 + R_n^2 + X_n^2)^2}.$$

А расстояние от нагрузки до ближайшего максимума равно 1:

$$\operatorname{tg} 2hl = \frac{2Z_0 X_n}{R_n^2 + X_n^2 - Z_0^2}.$$

7) Линия с потерями.

За счет потерь амплитуда уменьшается при удалении от генератора, рис. 3.60:

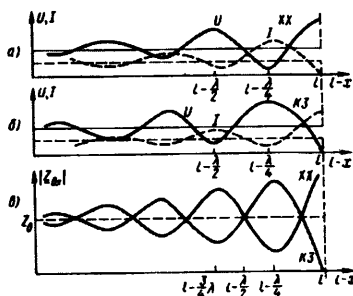


Рис. 3.61. Эпюры: а) напряжения, тока в линии с потерями в режиме холостого хода; б) напряжения, тока в линии с потерями в режиме короткого замыкания; в) входного сопротивления в линии с потерями в режимах холостого хода и короткого замыкания

Важной характеристикой линии является её КПД. КПД – отношение активной мощности P_H , выделяемой в нагрузке к активной мощности, подводимой к входу линии:

$$\eta = P_H / P.$$

Если в линии режим бегущей волны ($R_H = Z_0$), то E и H связаны через сопротивление линии и

$$\eta = e^{-2\alpha l} \approx 1 - 2\alpha l.$$

Если нагрузка не согласована, надо учитывать отражение:

$$\eta = \frac{P_{\text{пад}} - P_{\text{отр}}}{P_{\text{пад}} + P_{\text{отр}}}.$$

После подстановки:

$$\eta = e^{-2\alpha z} (1 - R^2).$$

Из рис. 3.61 видно, там, где потери малы, η для различных КБВ почти совпадают ($\alpha z < 0,1$).

В диапазоне КВ особой степени согласования не надо и допустимы значения КБВ $\geq 0,3 \div 0,5$. В диапазоне СВЧ КБВ $\geq 0,8 \div 0,9$.

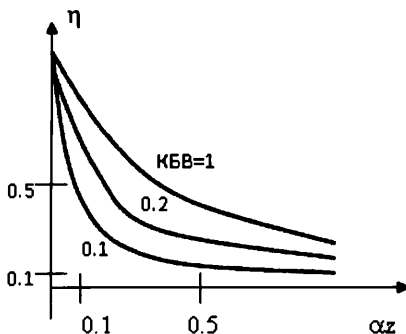


Рис. 3.62. Зависимость КПД линии от длины при различных значениях КБВ

3.17. Возбуждение ЭМ колебаний

Для возбуждения ЭМК в линиях передачи необходимо вводить специальные устройства – носители сторонних источников (токов, зарядов и полей).

Эти устройства называют – возбуждающие устройства (ВУ).

В большинстве случаев, это различные модификации электрического и магнитного вибраторов.

Из теоремы единственности следует, что задав функцию распределения сторонних источников и граничные условия, можно однозначно определить структуру поля. Это накладывает ограничения на конструкцию возбуждающего устройства и его положение в линии передачи.

Точное распределение сторонних источников задать практически не возможно, единственный критерий правильности – совпадение расчетных и экспериментальных данных.

Основные требования к ВУ

1. ВУ должно обеспечивать эффективное возбуждение желаемого типа волны и, по возможности, должно затруднять возбуждение всех других типов волн.

2. Коэффициент отражения от возбуждающего устройства должен быть минимальным в нужной полосе частот.

3. ВУ должно иметь электрическую прочность, достаточную для пропускания необходимой мощности.

Вибратор – это короткозамкнутый отрезок однопроводной линии с косинусоидальным распределением тока, которая теряет энергию на излучение.

В общем случае входное сопротивление вибратора комплексное.

Активная часть характеризует мощность, отдаваемую волне H , реактивная часть – реактивная мощность полей вблизи вибратора.

Желательно, чтобы мнимая часть была равна 0, а активная – равна волновому сопротивлению коаксиальной линии.

Полная мощность, отдаваемая штырю коаксиальной линией:

$$\tilde{P} = \frac{1}{2} I_Y^2 Z_{\text{кx}}.$$

Входное сопротивление:

$$Z_{\kappa\kappa} = R_{\kappa\kappa} + iX_{\kappa\kappa} = \frac{16}{\pi^2} Z_c^{H_{10}} \frac{b}{a} \sin^2 \frac{\pi d}{a} + i \frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{dZ_c^{H_{10}} \beta}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{4} \ln \frac{ch \frac{2\pi r_0}{a} - \cos \frac{2\pi d}{a}}{ch \frac{2\pi r_0}{a} - 1} - \sin^2 \frac{\pi d}{a} e^{\frac{2\pi r_0}{a}} \right],$$

r_0 — радиус вибратора.

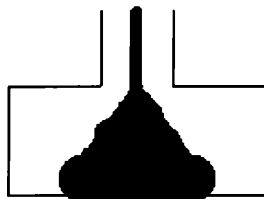


Рис. 3.63. Электрический вибратор

По этой формуле, как показывают расчёты, сопротивление коаксиальной линии значительно больше. Снизить сопротивление можно, либо сместив штырь к боковой стенке, либо существенно увеличив его толщину, это, кроме того, позволяет уменьшить индуктивное по характеру реактивное сопротивление линии.

Часто в широкополосных устройствах используют ВУ песчиковой формы.

Т.к. вибратор по обе стороны от себя возбуждает синфазные электрические поля почти равной амплитуды, то пока он расположен по центру, он может возбуждать только колебания типа H_{10} , H_{30} , H_{50} ..., а чётные не возбуждает.

Общее для волноводов правило:

Для эффективного возбуждения в волноводе с любой формой поперечного сечения одного из типов волн электрический вибратор необходимо помещать: 1) параллельно силовым линиям электрического поля волны желаемого типа; 2) в сечениях близких к пучности электрического поля этой волны.

Если пучностей несколько — можно помещать вибраторы в каждую с учётом фазового сдвига.

Чтобы обеспечить распространение энергии в одном направлении, надо обеспечить отражённую волну в фазе с прямой.

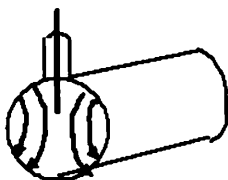


Рис. 3.64. Возбуждение ЭМ колебаний в круглом волноводе

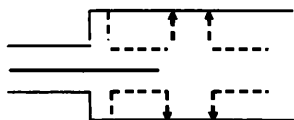


Рис. 3.65. Появление пучностей в волноводе

Расстояние l выбирают с учётом того, что на металле $R = -1$.

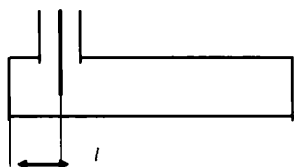


Рис. 3.66. Расположение вибратора в волноводе

$$l = (2n - 1) \frac{\lambda_{\text{в}}}{4}.$$

Рамка с током

Обычно периметр рамки выбирают много меньше.

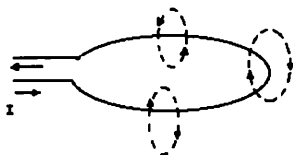


Рис. 3.67. Рамка с током

Отверстия связи

Через отверстие в боковой оболочке часть силовых линий ЭМП ответвляется и возбуждает ЭМП в соседнем пространстве.

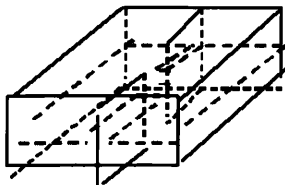


Рис. 3.68. Отверстия связи

Отверстия эквивалентны одновременно штырю и рамке.

Размеры отверстий, как правило, берут значительно меньше λ , чтобы не нарушать структуру в основном волноводе.

Причём два волновода не обязательно одинакового сечения.

3.18. Элементы СВЧ трактов

Волноводные тройники

Н – плоскостное разветвление на эквивалентной схеме представляется параллельным соединением линий, так как продольные токи на широких стенках в месте соединения разветвляются на два направления.

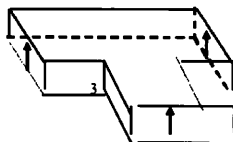


Рис. 3.69. Волноводные тройники



Рис. 3.70. Распределение токов в волноводном тройнике

Направление электрического вектора не меняется.

В то же время, разветвление представляет собой неоднородность и, следовательно, здесь будут возбуждаться поля высших типов – реактивное сопротивление (X), в зависимости от соотношения между λ и $a \times b$, может быть, индуктивного или ёмкостного характера.

T – образное разветвление в плоскости E имеет то свойство, что при переходе энергии из плеча 1 в 2–3, фазы $\bar{E}$ в них противоположны, но мощность делиться пополам (нагрузки согласованные).

При подаче мощности в любое другое плечо, она в общем делиться не поровну за счёт неоднородности и, чтобы обеспечить симметрию, надо использовать либо диафрагмы, либо штыри, либо ступенчатые трансформаторы.

Из сравнения H и E тройников следует, что у H – больше $R_{\text{пред}}$, а у E шире полоса частот, но при этом они оба узкополосные.

Основные свойства волноводного тройника.

1. Если A и B нагружены на одинаковые нагрузки (не обязательно согласованные), находящиеся на одинаковом расстоянии, то при подаче в Γ мощность, которая делиться поровну между A и B и не поступает в V , т.е. **плечи V и Γ развязаны**.

2. Энергия из плеча V делиться между A и B и поступает в противофазе.

3. Из плеча Γ в плечи A , B в фазе.

4. При возбуждении плеч A и B в плече Γ – сумма амплитуд, в плече V – разность.

5. При подключении к любым трём плечам согласованных нагрузок, четвёртое плечё также оказывается согласованным.

Сочленение отрезков линий передачи

Для упрощения ремонта и транспортировки волноводные тракты делают разборными.

Даже едва заметный зазор в линиях приводит к ощутимым отражениям в тракте.

Излучение через зазор приводит к увеличению потерь и паразитным связям (в том числе отрицательное влияние на обслуживающий персонал).

Сопротивление контакта малая, но конечная величина, а при поверхностных токах порядка 300А (при $P = P_{пред}$ и $\lambda = 10_{см}$) количество энергии выделяемой на нём очень значительно.

Обычно применяют контактные и дроссельные сочленения.

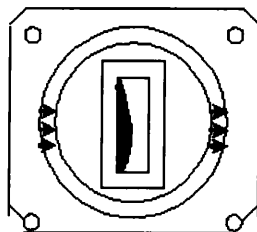


Рис. 3.71. Сочленение отрезков линий передач

При контактном – качество определяется точностью механической обработки. Иногда между фланцами вводят контактные прокладки с пружинящими лепестками, для герметизации – специальные резиновые прокладки.

Коэффициент отражения в промышленных образцах не более 0,001 при потерях 0,01 дБ во всей рабочей полосе частот.

Недостаток – стоимость и ухудшение качества при неоднократных разборках и сборках из-за окисления.

Структура на $l_2 - H_{11}$ в коаксиальной линии: $l_2 = \lambda/4$.

На участке $l_1 - V_{ф} = V_{Т-мина} = c$, то есть $l_1 = \lambda_0/4$ и сопротивление $R_5 \rightarrow R_{12}$.

Недостаток – узкополосность.

$$КСВ \leq 1.05$$

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \pm 15\% ;$$

$$l_1 = \lambda_0 / 4 ;$$

$$l_2 = \lambda_{H11} / 4 .$$

Элементы конструкций линий передачи СВЧ

Для сборки и разборки используют специальные разъёмы. Необходимые свойства разъёмов:

1. Разъёмы должны обеспечивать надёжный электрический контакт;
2. Они не должны снижать электрическую прочность;
3. Не должны вносить значительных отражений в тракт;
4. Должны обеспечивать требуемый уровень электрогерметичности. В волноводах используют:

Неподвижные прямые соединения.

– для коаксиальных линий, в виде ВЧ штепсельных разъёмов (фишек).

Герметизацию обычно обеспечивают резиновой прокладкой, а надёжный электрический контакт – применением пружинных юбок на внешнем и внутреннем проводах соединения.

– для волноводов неподвижные прямые соединения, называют фланцами. Неразборные фланцы выполняют с помощью муфт и последующей пайкой.

У наиболее простых контактных разборных фланцев главный недостаток, что при частых сборках и разборках они мало надёжны.

В этих случаях применяют контактные фланцы с мягкими (лепестковыми) прокладками или бесконтактные дроссельно-фланцевые соединения.

Затор между гладким фланцем и выточкой образует плоскую радиальную линию, в которой распространяется волна типа Т, возбужденная продольными точками на широких стенках разорванных зазором между волноводами.

Длина радиальной линии, на конце её гальванический контакт между фланцами: $l = \lambda/4$.

Кольцевая выточка – отрезок коаксиальной линии, закороченный на конце.

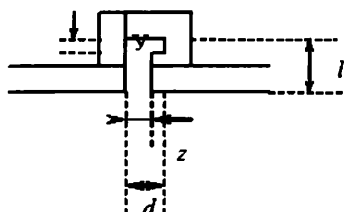


Рис. 3.72. Неподвижные прямые соединения

Подвижные соединения.

Подвижные соединения позволяют смещать и поворачивать в небольших пределах одну часть фидерного тракта относительно другой.

К числу подвижных соединений относят гибкие волноводы: *нерезонансные* и *резонансные*.

Нерезонансные или гофрированные стенки, или навитые спирально с зацеплением гусеничного типа.



Рис. 3.73. Нерезонансные гофрированные стенки

Резонансный или панцирный волновод состоит из последовательного ряда дроссельных секций в виде шайб толщиной $\lambda/4$. Шайбы крепятся в резиновом кожухе.

Вращающиеся сочленения.

Назначение – обеспечение невозмущенной передачи ЭМЭ (без модуляции за счет вращения) при непрерывном круговом вращении одной части фидерного тракта относительно другой.

В основном вращающиеся сочленения соединяют круглые волноводы и коаксиальные линии с полем обладающим круговой симметрией E_{01} , H_{01} , T и др.

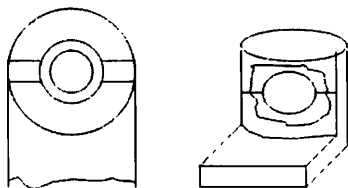


Рис. 3.74. Вращающиеся сочленения

Коаксиальные (из отрезков жестких коаксиальных линий).

Два основных типа:

1. контактное – при малых скоростях вращения и низких мощностях в МВ, СМВ, ДМВ.

2. бесконтактное (дрессельное).

Общая длина $\lambda/2$ и в точках Б не требуется контакта, его даже может не быть в точках С (это приведет только к незначительному увеличению излучения), т.к. в точках А идеальный металлический контакт не нужен и А трансформирует в Б.

Волноводные обычно содержат переход от прямоугольного волновода с волной H_{10} к круглому с симметричной волной и наоборот и устройство вращения одной части круглого волновода относительно другой.

Волна E_{01} создаёт сильные продольные токи и требует дрессельного сочленения. Волна H_{10} продольных токов не имеет и более удобна.

В местах перехода возникает отражённая волна и, если расстояние между переходами кратно целому $\lambda/2$, то возникает резонанс, причем, если он для нужного типа E_{01} , то это не страшно, т.к. условия передачи ЭМЭ несколько улучшаются, но если для H_{11} , то будет идти её усиление.

Значит надо длину перехода выбирать с одной стороны:
 $L = nE01 \lambda/2$,

с другой: $L = (2n+1)H11 \lambda/4$, где $n = 1,2,3,\dots$ при этом $H11$ – гасится.

Чем короче переход, тем шире полоса пропускания, но при этом возможна непосредственная связь между основными волноводами, что приведёт к модуляции при повороте. Установлено, что для устранения непосредственной связи: $L=(\lambda/2)H11$.

Чтобы обеспечить вращение, круглый волновод рассекают перпендикулярно оси и обеспечивают контакт как в дроссельном сочленении в КЛ. Достаточно часто используют коаксиально-волноводные сочленения (шарик на зонде призван для увеличения полосы пропускания и допустимой мощности).

Изгибы и скрутки линий передач СВЧ

Используются при изменении направления передачи ЭМЭ и соединяют прямые отрезки линий передач.

Выполняются и в виде отдельных узлов и в виде изгибов цельного отрезка линии.

Простые уголки без компенсации в практических конструкциях применяются лишь в тех случаях, когда угол поворота не превышает 30°

Реактивность, вносимая в линию простым уголком любого типа, представляется эквивалентной схемой в виде Т-образного четырехполюсника.

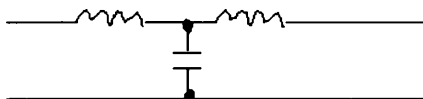


Рис. 3.75. Эквивалентная схема четырехполюсника

В прямоугольном волноводе, в H – плоскости, в основном индуктивное сопротивление в E – плоскости – ёмкостное.

Простые уголкового переходы приводят к рассогласованию за счет образования высших типов волн в области изгиба.

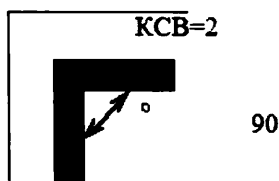


Рис. 3.76. Уголковый переход

Емкость можно уменьшить, если уменьшить размер центрального проводника.

Подрезанный изгиб (под углом 45°) или подобный скругленный очень часто применяют на практике.

Плавный изгиб дает, как правило, лучшие результаты, но его длина больше чем у подрезанного.

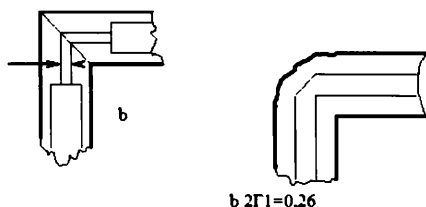


Рис. 3.77. Плавные изгибы

Плавный изгиб эквивалентен однородному отрезку линии с несколько иным волновым сопротивлением и, если его длину выбрать равной $\lambda/2$, то изгиб действует как полуволновой трансформатор и рассогласование очень мало независимо от радиуса изгиба и его волнового сопротивления.

В изгибе с двойным изломом улучшение согласования достигается за счет уменьшения отражений от каждого из изломов и взаимной компенсации отраженных волн от каждого из них. Для этого расстояние l выбирают примерно в $\lambda/4$.

Кстати, этот метод возможен при выполнении скруток, длину скруток берут $d/2$ и они почти не вносят отражения.

В изогнутом волноводе волновое сопротивление несколько больше, чем в прямой линии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из нашего пособия, научная дисциплина «Теория передачи электромагнитных волн» занята систематическим анализом и разработкой математических моделей волновых процессов в интересах радиотехники и радиоэлектроники. Основой таких моделей служит система уравнений Максвелла.

В математическом плане все сводится к решению этой внешне простой и в то же время исключительно богатой по физическому содержанию системы при различном выборе возбуждающих источников, при разных начальных и граничных условиях. Можно лишь поражаться, сколь велико разнообразие следствий, вытекающих из небольшого числа исходных предпосылок.

Затратив много времени и сил на изучение нашего курса студенты приобретут ценный капитал – получают прочную интеллектуальную уверенность в том что все электромагнитные процессы, представляющие интерес для радиотехники, происходят именно так, как это следует из теории Максвелла.

Конечно не все студенты в дальнейшем будут работать над электродинамической проблематикой. Но все же всем будущим радиоинженерам полезно овладеть основами теории волновых процессов. В наши дни принципы этой теории проникли в те области радиотехники, где раньше властвовали методология теории цепей. Влияние методов волновой теории прослеживается в технике СВЧ – области и конструировании матричных сигнальных процессоров которые видимо станут важнейшей разновидностью сверхбольших интегральных схем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Высшая школа, 1992.
2. Кугушев А.М., Голубева Н.С., Митрохин В.Н. «Основы радиотехники. Электродинамика и распространение радиоволн». М.: Изд. МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001г.
3. Пименов Ю.В., Вольман В.И. Техническая электродинамика. М.: Радио и связь, 2000г.
4. Фольковский О.И. Техническая электродинамика М.: Связь, 1978 г.
5. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: наука, 1978г.
6. Федоров Н.А. Основы электродинамики. М.: Высшая школа, 1980 г.
7. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н.В. Электромагнитные волны и пространство. М.: Советское радио, 1971 г.
8. Унгер Г. Г. Оптическая связь. М.: Связь, 1979 г.
9. Новгородцев А.Б. ТОЭ-2 Теория электромагнитного поля. Санкт - Петербург, изд. СПбГТУ, 2001г.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Нормативные ссылки	3
1. Общие положения теории электромагнитных полей.....	5
1.1. Основные законы электродинамики.....	5
1.2. Материальные уравнения.....	7
1.3. Сводка уравнений Максвелла.....	14
1.4. Принцип перестановочной двойственности..	18
2. Электромагнитные волны.....	22
2.1. Волновой характер электромагнитного поля.....	22
2.2. Уравнения Гельмгольца.....	27
2.3. Свойства плоских волн при распространении в непоглощающих средах.....	32
2.4. Распространение плоских электромагнитных волн в хорошо проводящих средах.....	38
2.5. Поляризация волн.....	41
2.6. Граничные условия для векторов ЭМП.....	43
2.7. Падение плоских электромагнитных волн на границу раздела двух сред.....	47
3. УСВЧ (Устройства сверхвысоких частот).....	61
3.1. Классификация УСВЧ	61
3.2. Связь между продольными и поперечными составляющими электромагнитного поля.....	64
3.3. Прямоугольный металлический волновод.....	66
3.4. Структура ЭМП волны типа H_{mn}	70
3.5. Круглый металлический волновод.....	83
3.6. Коаксиальный волновод.....	90
3.7. Полосковые линии передачи.....	98
3.8. Замедляющие системы.....	101
3.9. Диэлектрические волноводы.....	112
3.10. Свободные колебания в объемных резонаторах.....	117
3.11. Согласование линий передачи.....	125
3.12. Широкополосное согласование.....	128
3.13. Ступенчатые трансформаторы.....	130

3.14.	Волноводно-ферритовые элементы.....	133
3.15.	Потери в линиях передачи электромагнит- ной энергии.....	134
3.16.	Распространение ЭМВ в линиях конечной длины.....	139
3.17.	Возбуждение ЭМ колебаний.....	145
3.18.	Элементы СВЧ трактов.....	149
	Заключение.....	157
	Библиография.....	158

Учебное издание

Дараев А. М.

ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Учебное пособие

**Нач. РО УИЦ
Редактор
Компьютерная верстка**

***З. А. Губайдулина
Г. Е. Аманбек
С. Е. Орысбекова***

Подписано в печать 17.06.2016 г.

**Тираж 300 экз. Формат 60×84 1/16. Бумага типогр. №1.
Уч.- изд. л. 9 Усл. п.л 10 Заказ № 731. Цена договорная**

**Издание Казахского национального исследовательского
технического университета имени К. И. Сатпаева
Учебно-издательский центр КазННТУ,
г. Алматы, ул. Сатпаева, 22**

ISBN 978-601-228-957-2



9

7 8 6 0 1 2 2 8 9 5 7 2