

Математическое моделирование интервально-заданной системы управления движением искусственного спутника Земли в среде MatLab

¹КУАНДЫКОВА Гульбагила Елеубаевна, магистр, старший преподаватель, kuandikova75@mail.ru,

¹БАЯНДИНА Гульмира Сапаровна, магистр, старший преподаватель, gul_bayan@mail.ru,

^{2*}АМИРХАН Алма Амирханкызы, магистр, старший преподаватель, argun-alma@mail.ru,

¹НАО «Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева», Казахстан, Алматы, ул. Сатпаева, 22а,

²НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова», Казахстан, Караганда, пр. Н. Назарбаева, 56,

*автор-корреспондент.

Аннотация. В статье рассматриваются особенности изучения сложных интервально-заданных систем. Предложен подход точечного приближения промежуточных систем на основе ключевых матриц. На основе предложенного подхода получается группа точечных матриц и, соответственно, группа объектов с условиями применения процедуры декомпозиции, для которой заданы условия исследования динамических свойств, таких как управляемые и контролируемые для них. Разработанный теоретический аппарат разработан для систем управления движением искусственного спутника Земли, для чего разработана модель, представленная системой дифференциальных уравнений с интервалами, применен метод ключевой матрицы и получена четырехточечная модель. Для каждого процесса были созданы схемы моделирования в среде MatLab, получены характеристики моделирования. Дано описание многозвенной системы, состоящей из нескольких подвижных макетов, изготовленных в Центре космических технологий и микрогравитации (ZARM) Бременского университета (Германия). Создана математическая модель движения этой системы. Приведены результаты математического моделирования алгоритма управления движением, обеспечивающего перемещение элементов системы по заданной траектории. Рассмотрены несколько конфигураций системы, способов взаимодействия её элементов, исследована зависимость параметров системы от параметров движения, проведено исследование точности управления.

Ключевые слова: многоэлементная система, алгоритм управления, лабораторное моделирование динамики, технология, механизм, функция, модели, формула, матрица.

Введение

В системе MATLAB предусмотрен механизм преобразования некоторых процедур, написанных на языках высокого уровня, в блок S-модели. Осуществляется этот механизм с помощью так называемых S-функций.

Образуем S-функцию, которая реализует динамические свойства твердого тела в его вращательном движении. Для описания динамики тела воспользуемся динамическими уравнениями Эйлера в матричной форме:

$$\frac{dw}{dt} + (wx) \cdot ([J] \cdot w) = M, \quad (1)$$

здесь $[J]$ – матрица моментов инерции тела; w – матрица-столбец из проекций абсолютной угловой скорости тела на одни оси; (wx) – кососимметричная матрица вида

$$(w \times) = \begin{bmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ w_z & 0 & -w_x \\ -w_y & w_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

составленная из тех проекций; M – матрица-столбец из проекций вектора момента внешних сил на связанные оси. Такими уравнениями описывается, например, вращательное движение космического аппарата. Поэтому далее иногда тело будет отождествляться с космическим аппаратом [2].

На космический аппарат действуют внешние силы, то есть тело свободно вращается в пространстве;

- оси декартовой системы координат, которая жестко связана с телом, направлены по главным осям инерции тела; при таком условии матрица моментов инерции будет диагональной;

- тело является динамично симметричным, а

его ось фигуры направлена вдоль второй оси (Y) связанной системы координат; это означает, что матрица моментов инерции будет иметь такой вид:

$$[J] = \begin{bmatrix} [J_e] & 0 & 0 \\ 0 & [J] & 0 \\ 0 & 0 & [J_e] \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $[J_e]$ – экваториальный момент инерции; $[J]$ – момент инерции тела относительно его оси фигуры (осевой момент инерции тела), причем $[J] > [J_e]$ в случае, если тело сплющено по оси;

- тело предварительно приведено во вращение с угловой скоростью Ω вокруг своей оси фигуры и имеет незначительную (по сравнению с величиной Ω) начальную угловую скорость вращения ω_0 вокруг оси X .

Если задачей моделирования является исследование свободного движения, то на вход указанного блока следует подать векторные сигналы, соответствующие проекциям внешней силы и

внешнего момента сил, равные нулю (рисунок 1). Для этого используются две подсистемы – СИЛА (рисунок 2) и МОМЕНТ (рисунок 3).

В дальнейшем будем использовать следующие обозначения:

- m – масса космического аппарата;
- $[J]$ – матрица моментов инерции космического аппарата;
- $XYZO$ – вектор проекций координат центра масс космического аппарата;
- VO – вектор проекций скорости центра масс спутника Земли;
- UGO – вектор углов поворота спутника Земли;
- $UgSk0$ – вектор проекций угловой скорости спутника Земли на его оси.

На рисунке 4 показаны настройки блока 6DoF (Euler Angles).

Далее приведены результаты моделирования для четырех случаев различного распределения масс спутника Земли: матрица моментов инерции является диагональной (динамически сим-

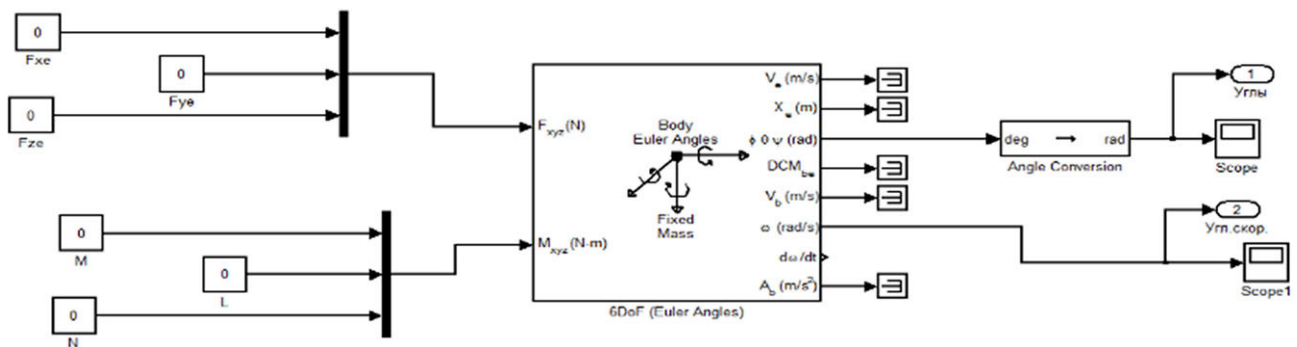


Рисунок 1 – Модель свободного углового движения спутника Земли

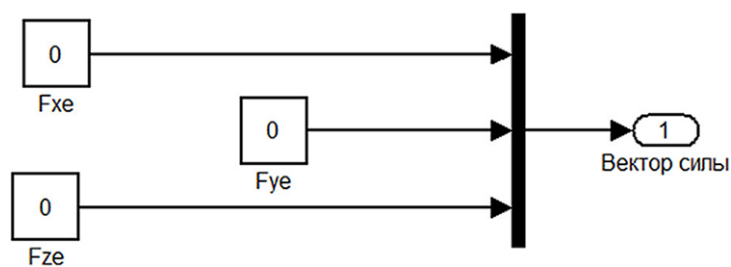


Рисунок 2 – Подсистема СИЛА

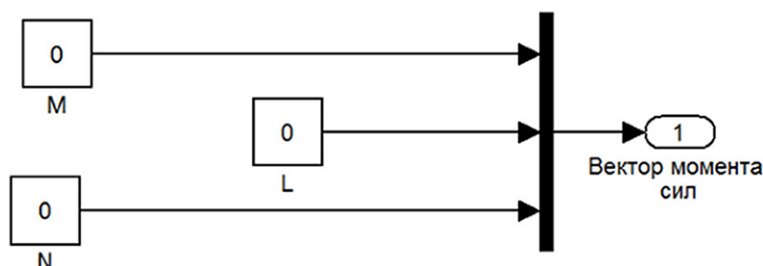


Рисунок 3 – Подсистема МОМЕНТ

метричный спутник Земли) (рисунок 5); матрица моментов инерции спутника Земли является произвольной (рисунок 6); матрица моментов

инерции является диагональной с разными моментами инерции (рисунок 7); свободное движение динамически несбалансированного спутника

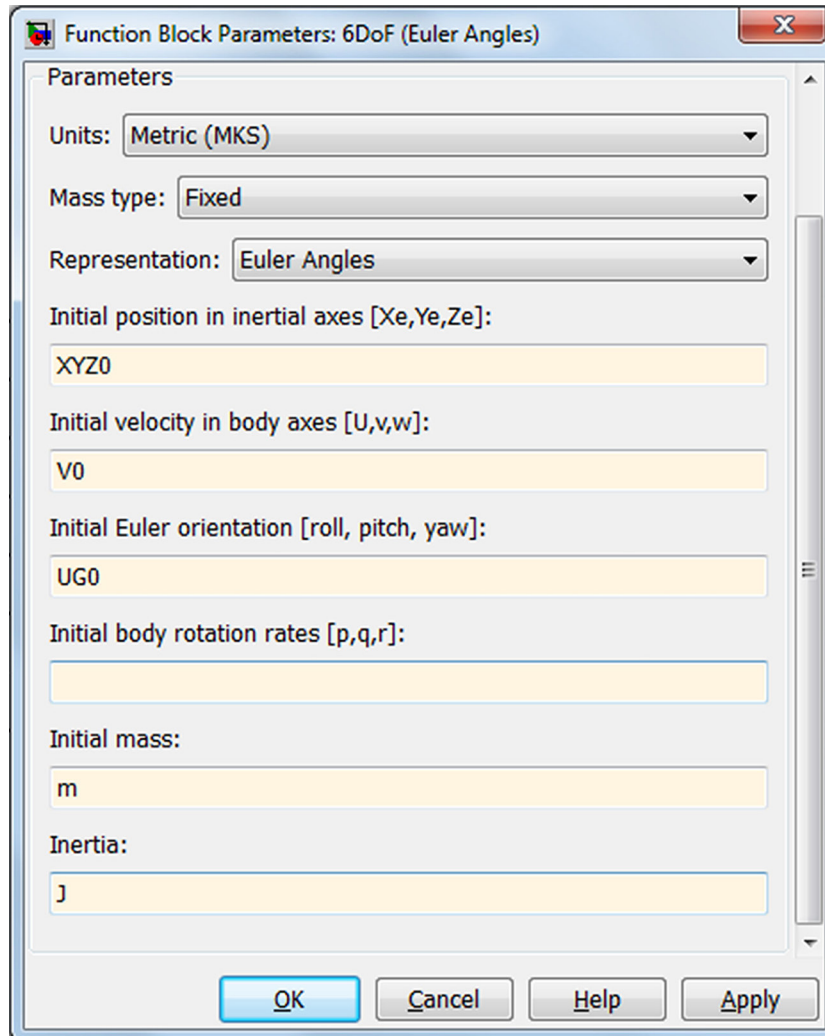


Рисунок 4 – Окно настройки блока 6DoF (Euler Angles)

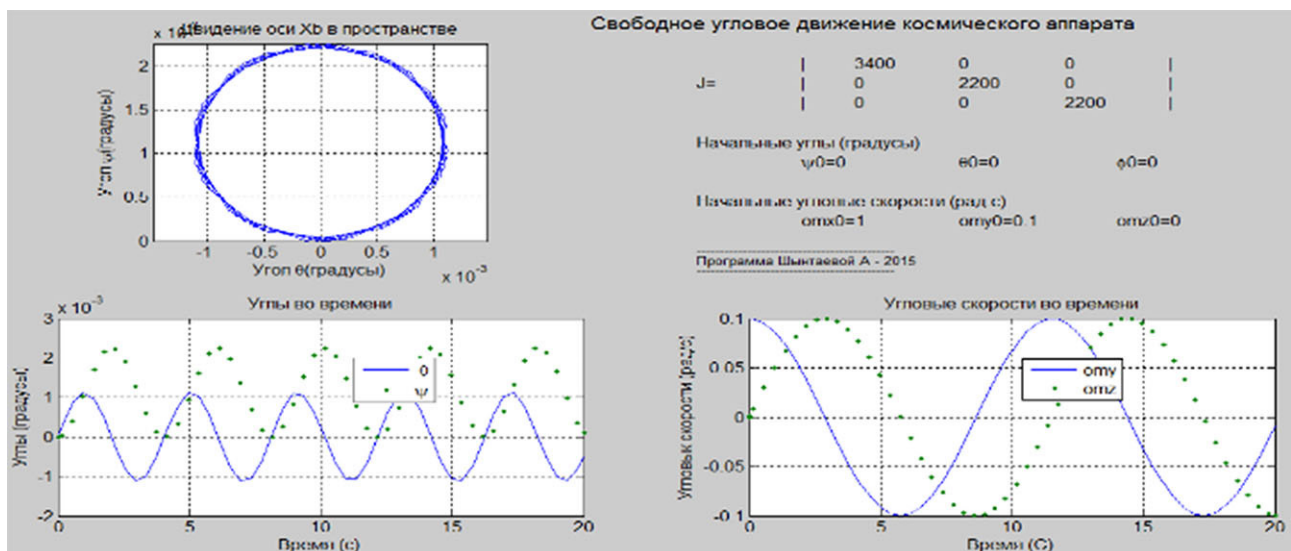


Рисунок 5 – Свободное движение динамически симметричного спутника Земли для 1 ключевой матрицы

Земли (рисунок 8) [3].

Перейдем теперь к созданию модели управляемого движения спутника Земли по углам

ориентации. Задачей управления будем полагать приведение спутника в некоторое неподвижное в инерциальном пространстве положение.

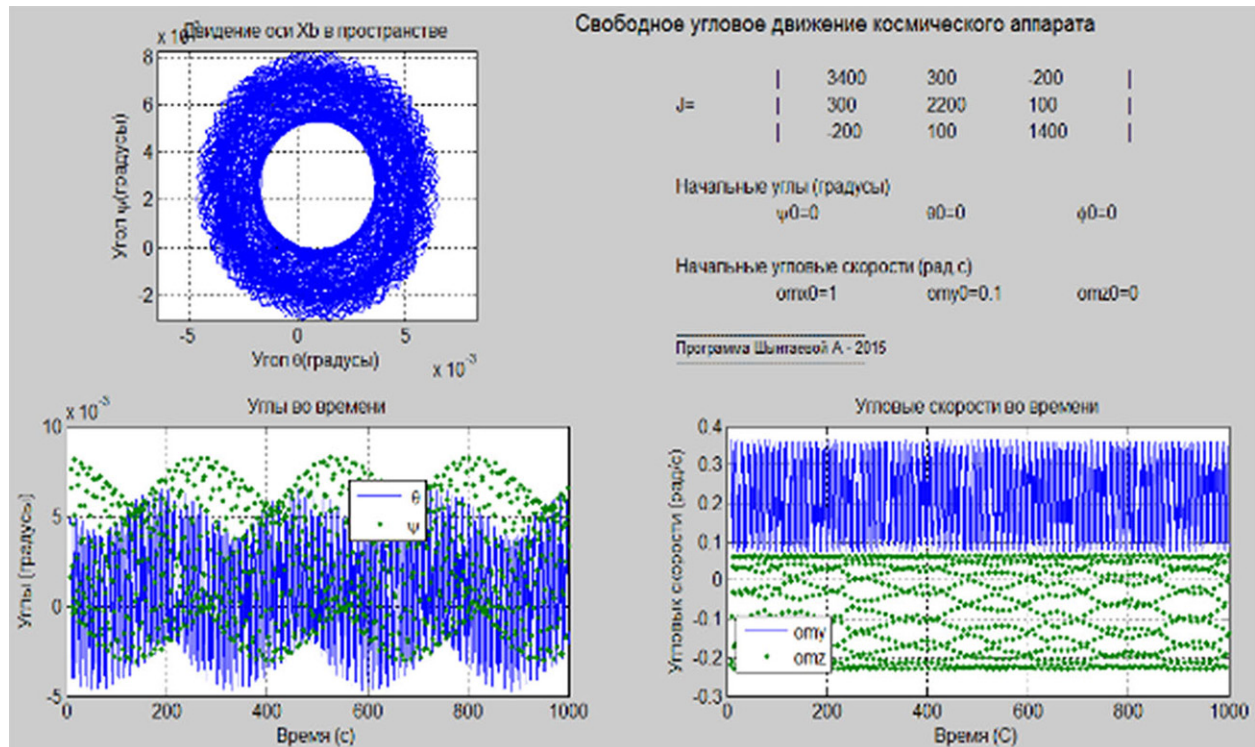


Рисунок 6 – Свободное движение несимметричного спутника Земли для 2 ключевой матрицы

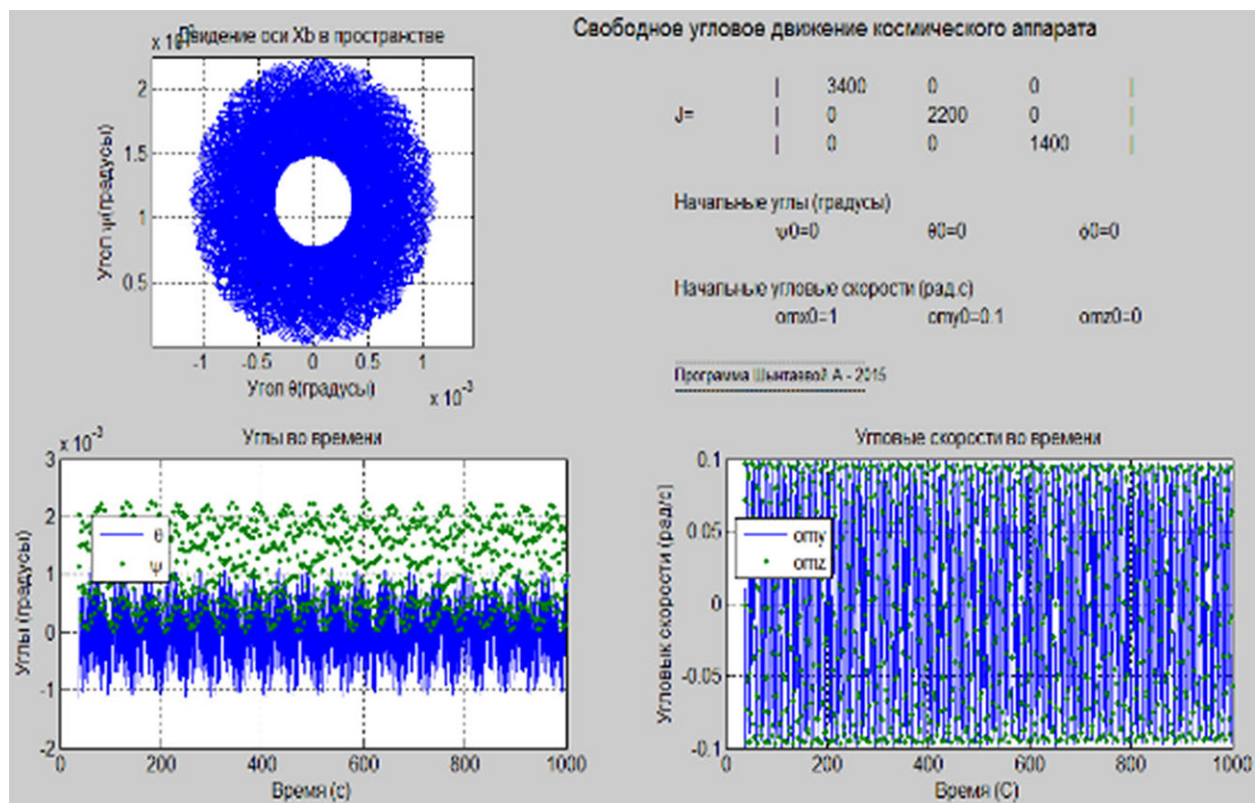


Рисунок 7 – Свободное движение динамически сбалансированного спутника Земли для 3 ключевой матрицы

Проиллюстрируем работу модели на нескольких примерах [4].

Проверим работу, моделируя движение

спутника Земли при отсутствии управления ($k_{ug} = k_{ugsk} = k = 0$). На рисунке 9 показаны результаты такого моделирования для спутника

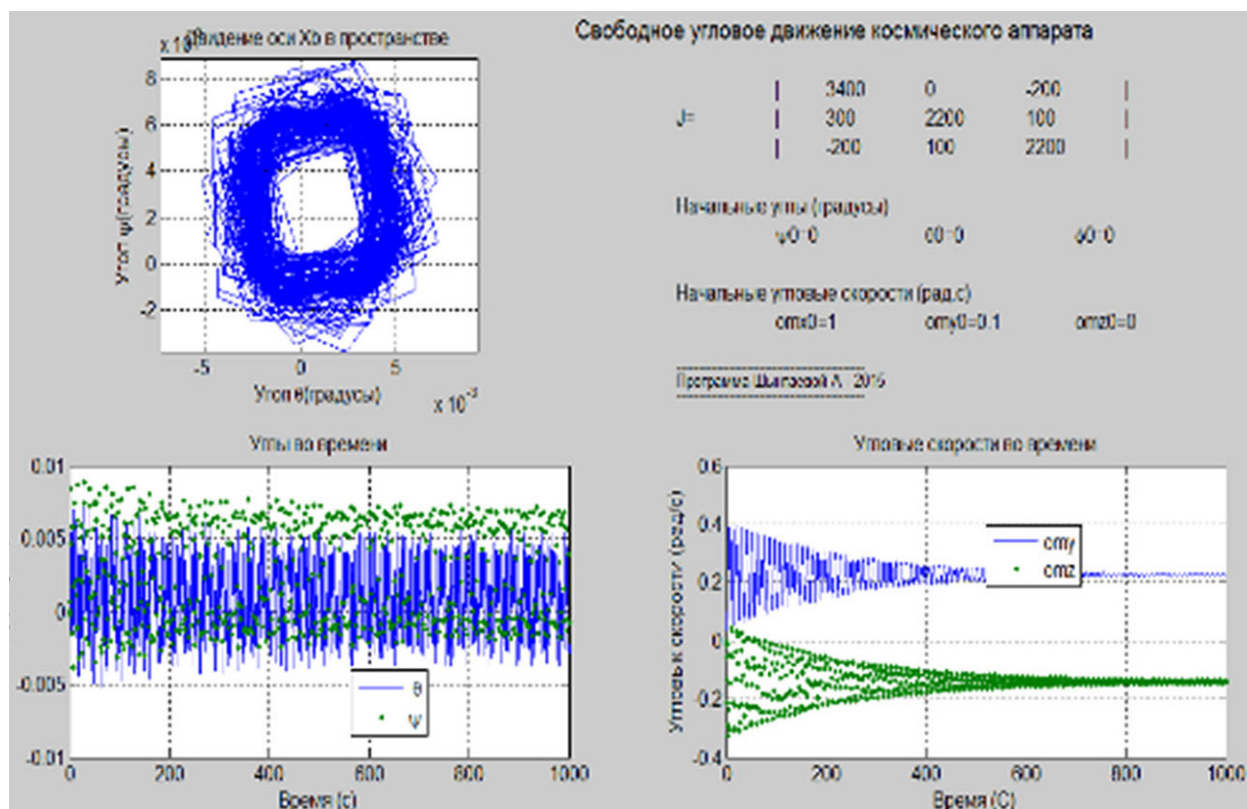


Рисунок 8 – Свободное движение динамически несбалансированного спутника Земли для 4 ключевой матрицы

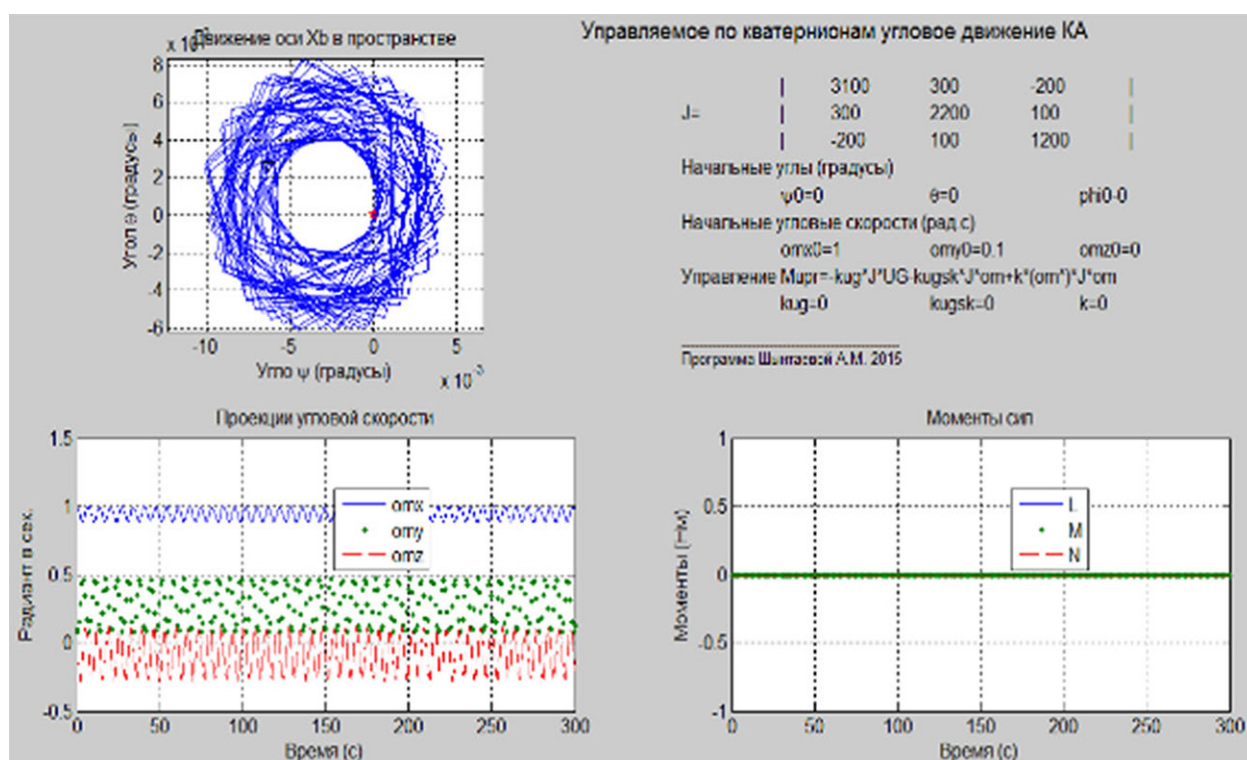


Рисунок 9 – Неуправляемое движение несбалансированного спутника Земли

Земли с матрицей моментов инерции, использованной в работе В. Ви с авторами.

Сначала рассмотрим, как повлияет на движение спутника компенсация гироскопического момента ($k = 1$). Результат приведен на рисунке 10.

Результатом такого управления является значительное уменьшение (примерно в 5 раз) амплитуды колебаний оси X_b .

Теперь рассмотрим задачу демпфирования (точнее, приведения спутника Земли в неподвижное относительно инерциального пространства положение). Для этого введем управление (обратную связь) только по скоростям. Если, например, установить коэффициент $kugsk$ равным 0,1, а остальные коэффициенты управления равными нулю, то для динамически симметричного спутника Земли получим движение (рисунок 11).

Если к демпфирующему моменту добавить компенсацию гироскопического момента, то движение спутника Земли будет происходить со значительно меньшими отклонениями осей от начального положения (рисунок 12).

Как видим, поставленная задача успешно решается. Побочным следствием такого управления является отклонение оси X_b от начального положения на значительные углы [5].

Перейдем теперь к режиму приведения спутника Земли к заданному положению, под кото-

рым будет понимать положение, когда все три угла будут равны нулю. Для этого помимо обратной связи по скорости введем обратную связь по углам. Начальные отклонения по углам оси X_b установим равными 0,1 рад. Тогда при kug , равном 0,1, и $kugsk$, равном 0,3, придем к результатам, показанным на рисунке 13.

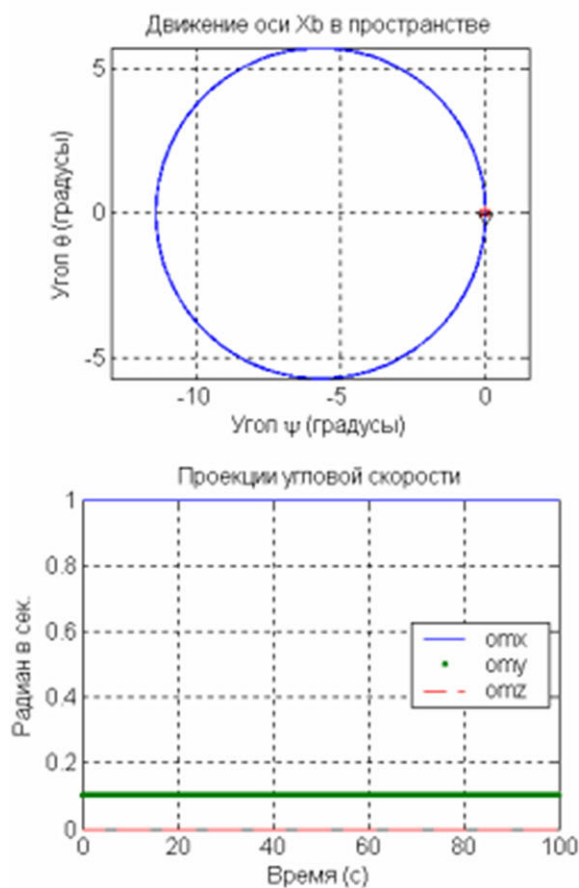
Дополнительная компенсация гироскопического момента и в этом случае улучшает процесс стабилизации (рисунок 14).

Указанный недостаток отсутствует при управлении по кватернионам, когда управляющие моменты по осям спутника Земли пропорциональны составляющим векторной части кватерниона отклонения текущего положения спутника от заданного.

Модель управляемого по кватернионам процесса ориентации отличается от модели, приведенной на рисунке 17, только содержимым блока системы управления объекта (СУО), блок-схема которого для этого случая приводится на рисунке 15.

Результаты работы этой программы представлены на рисунке 16.

Перейдем к составлению модели орбитального движения искусственного спутника Земли (ИСЗ) с учетом его угловой стабилизации. Для этого введем следующие системы координат:



Управляемое угловое движение космического аппарата

$$J = \begin{vmatrix} 3100 & 300 & -200 \\ 300 & 2200 & 100 \\ -200 & 100 & 1200 \end{vmatrix}$$

Начальные углы (градусы)
 $\psi_0 = 0$ $\theta_0 = 0$ $\phi_0 = 0$

Начальные угловые скорости (рад/с)
 $omx_0 = 1$ $omy_0 = 0.1$ $omz_0 = 0$

Управление $Mupr = -kug \cdot J^*UG - kugsk \cdot J^*om + k^*(om^*) \cdot J^*om$
 $kug = 0$ $kugsk = 0$ $k = 1$

Программа UprDvigKA-upr Лазарев Ю. Ф. 29-03-2004

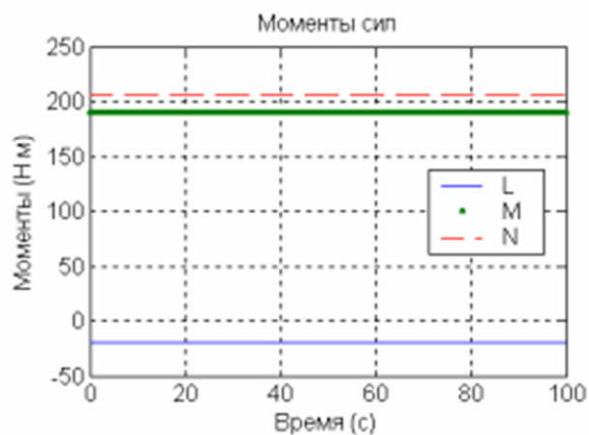


Рисунок 10 – Влияние компенсации гироскопического момента

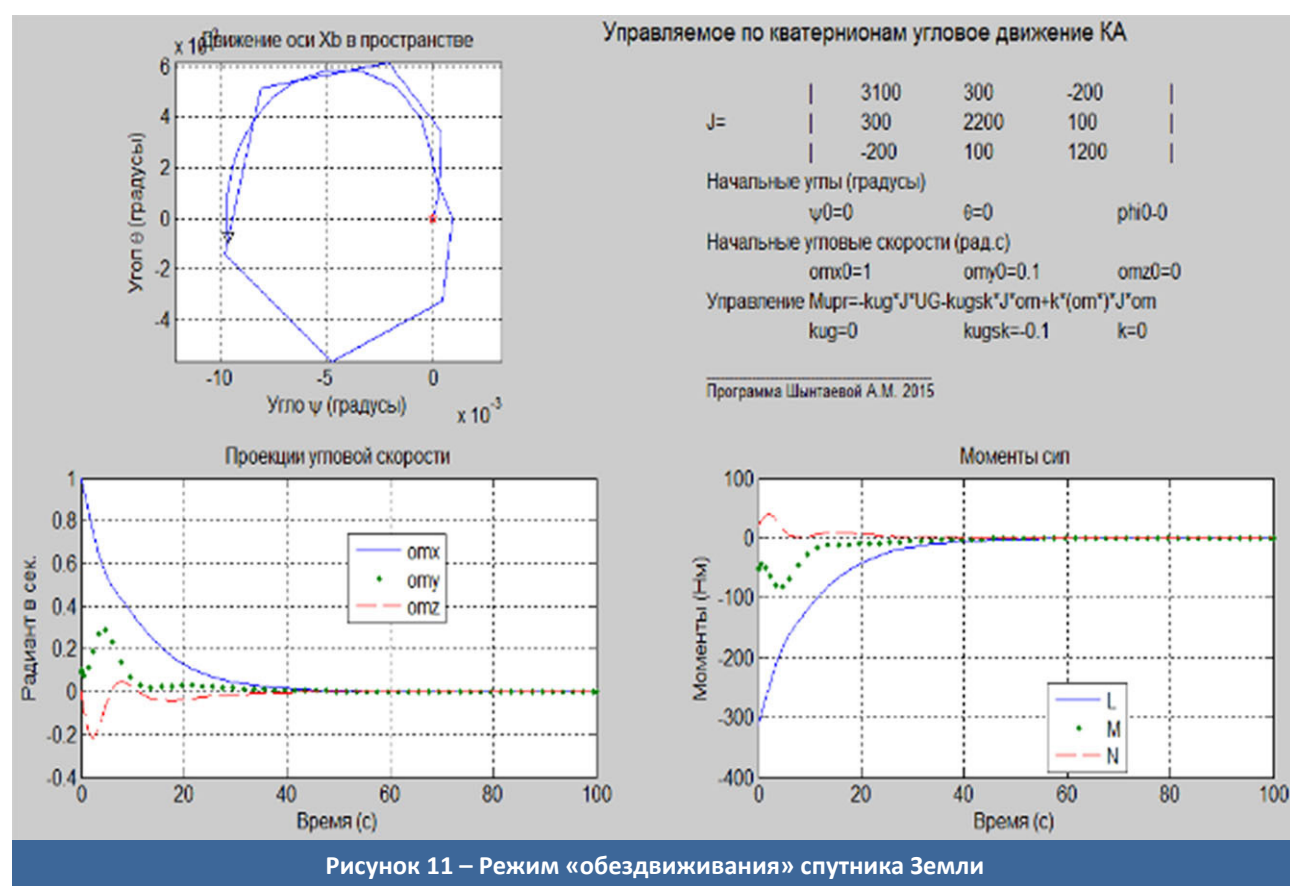


Рисунок 11 – Режим «обездвиживания» спутника Земли

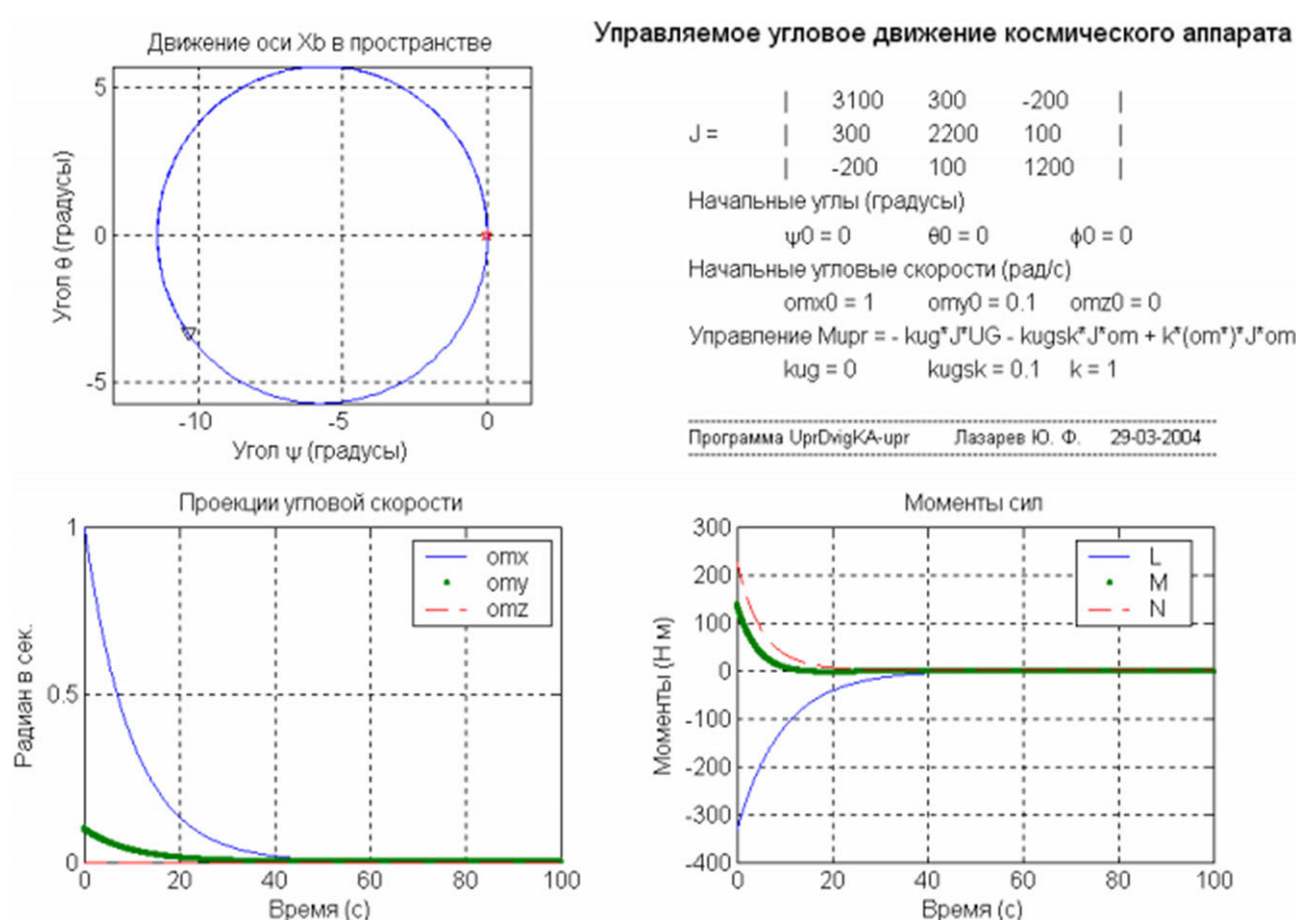


Рисунок 12 – Режим «обездвиживания» спутника Земли с компенсацией гироскопического момента

- инерциальную (неподвижную) систему X_e, Y_e, Z_e , начало которой поместим в центр Земли; ось Z_e направим перпендикулярно плоскости орбиты,

ось X_e – вдоль линии, соединяющей центр Земли с начальным положением ИСЗ на орбите, а ось Y_e – в плоскости орбиты по вектору начальной ско-

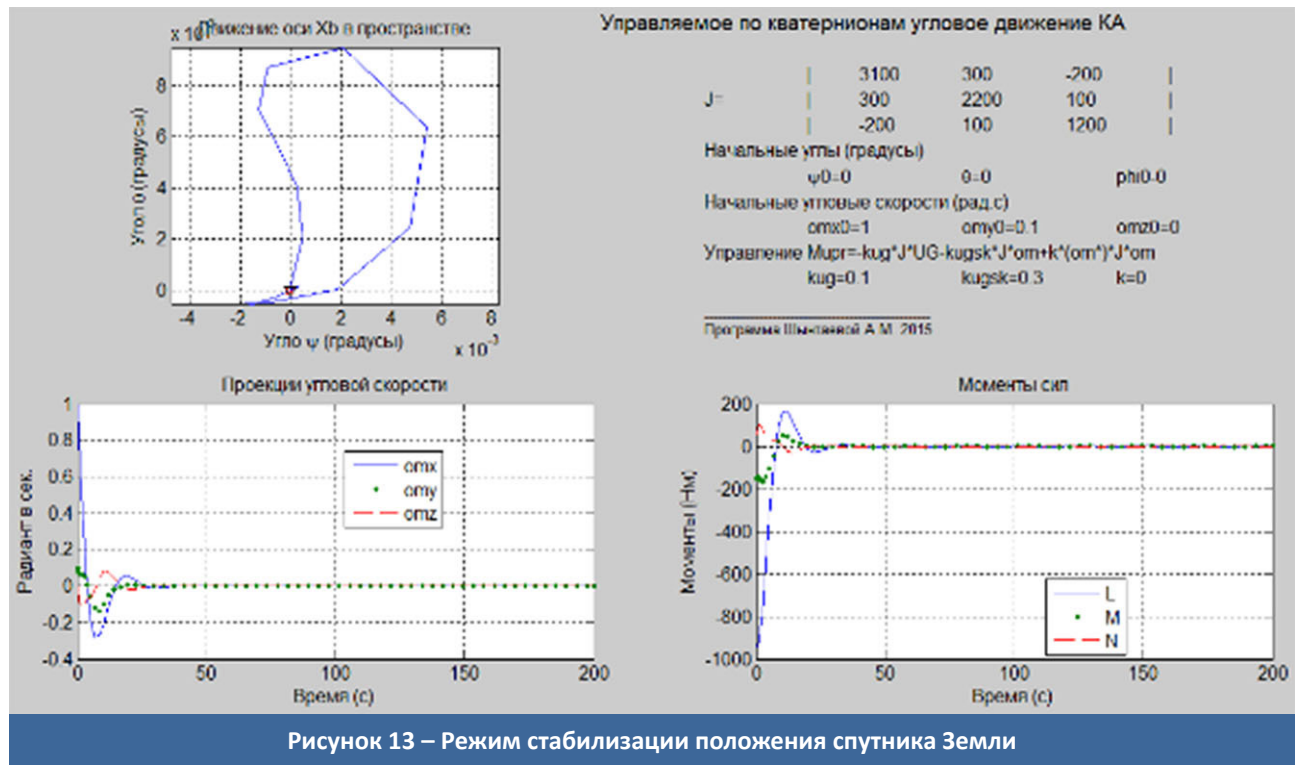


Рисунок 13 – Режим стабилизации положения спутника Земли

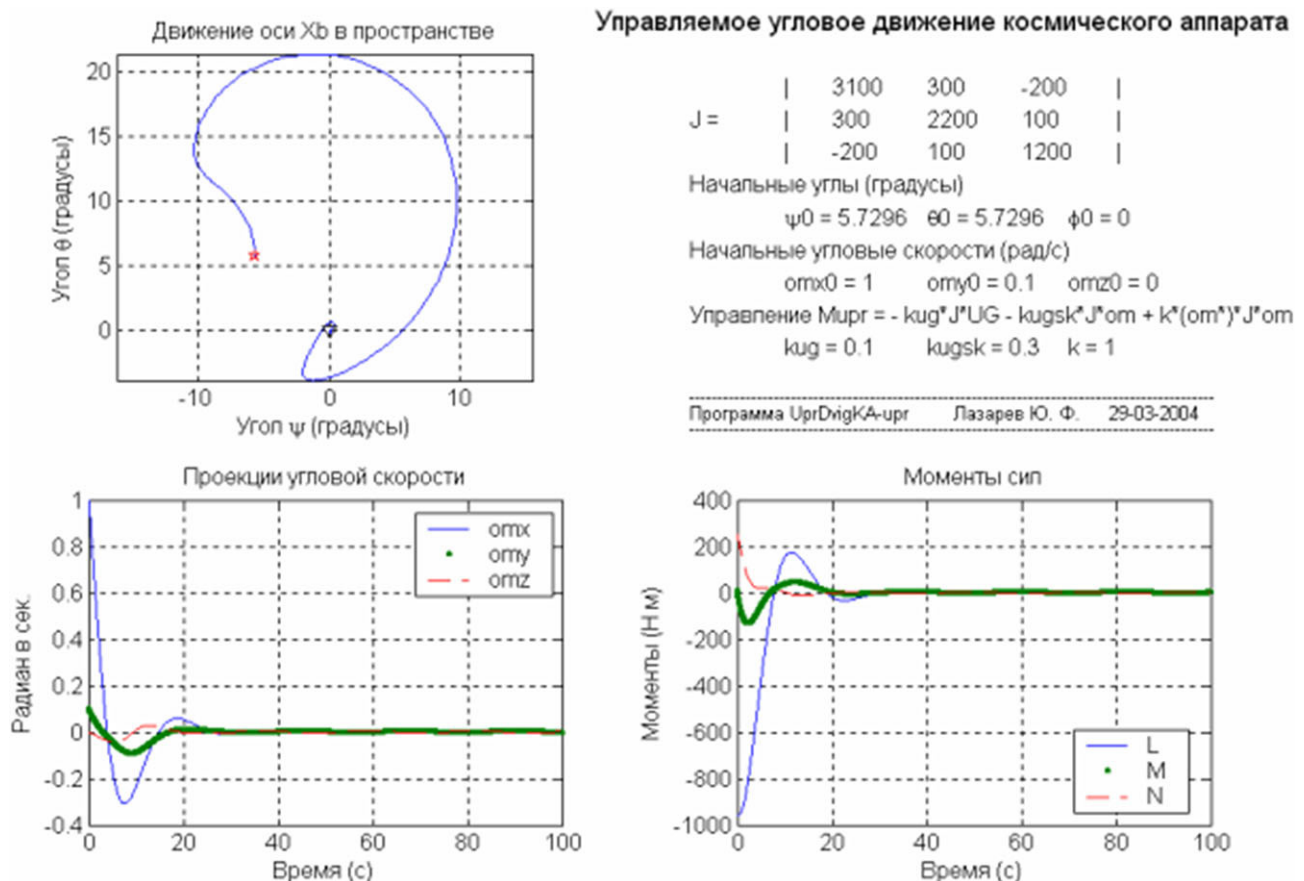


Рисунок 14 – Режим стабилизации с компенсацией гироскопического момента

рости ИСЗ;

- орбитальную систему X_0, Y_0, Z_0 , начало которой поместим в центр масс ИСЗ; ось Z_0 направим параллельно оси Z_e , ось X_0 – вдоль линии, соединяющей центр Земли с текущим положением ИСЗ на орбите, а ось Y_0 – в плоскости орбиты вперед по движению ИСЗ по орбите;

- связанную с телом ИСЗ систему X_b, Y_b, Z_b , начало которой поместим также в центр масс ИСЗ.

Возможный вариант модели полного движения спутника приведен на рисунке 18.

Основным отличием этой модели от ранее представленных является наличие обратной связи (управления) по вектору силы, действующей

на центр масс ИСЗ. Она реализована в виде подсистемы ВЕКТОР-СИЛА, блок-схема которой изображена на рисунке 19.

Блок-схема подсистемы СУО (рисунок 20) также измерена, ввиду того, что ИСЗ необходимо ориентировать не в инерциальной, а в орбитальной системе координат.

Основным назначением блока подсистемы СИЛА является формирование вектора силы гравитации, действующей на ИСЗ со стороны Земли [6].

На рисунке 21 отображены результаты работы программы и модели.

Полученные результаты подтверждают, что

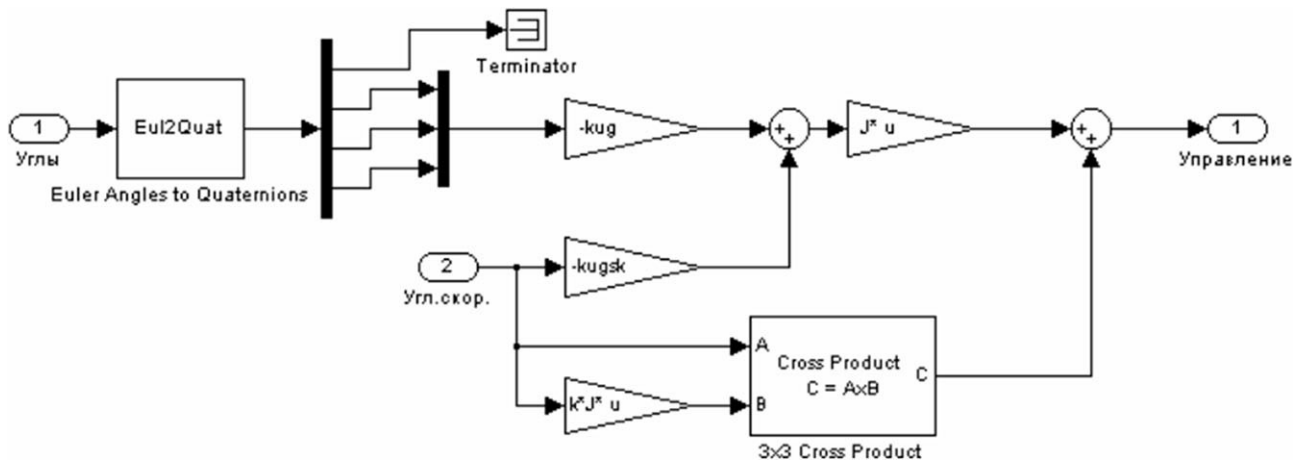
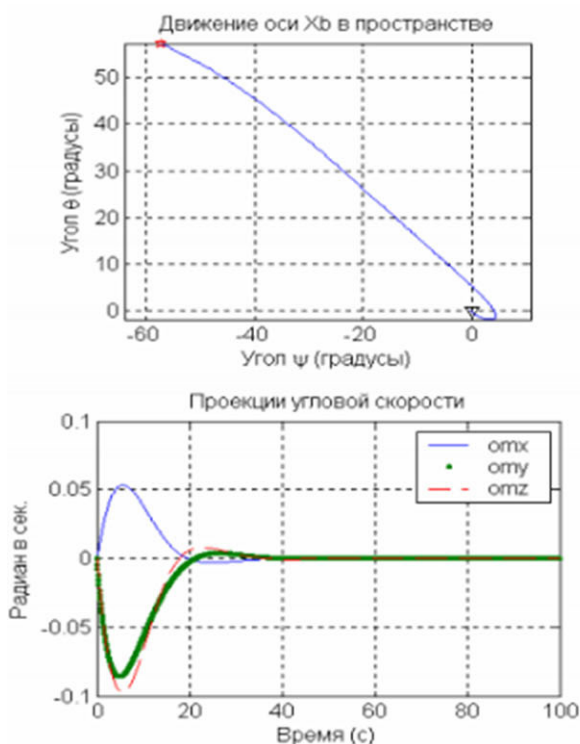


Рисунок 15 – Блок-схема подсистемы системы управления объекта для управления по кватерниону



Управляемое по кватернионам угловое движение КА

$$J = \begin{vmatrix} 3100 & 300 & -200 \\ 300 & 2200 & 100 \\ -200 & 100 & 1200 \end{vmatrix}$$

Начальные углы (градусы)

$$\psi_0 = 57.2958 \quad \theta_0 = 57.2958 \quad \phi_0 = 0$$

Начальные угловые скорости (рад/с)

$$omx0 = 0 \quad omy0 = 0 \quad omz0 = 0$$

$$\text{Управление } Mupr = -kug^*J^*Qwat - kugsk^*J^*om + k^*(om^*)^*J^*om$$

$$k_{ug} = 0.1 \quad k_{ugsk} = 0.3 \quad k = 0$$

Программа UprDvigKAqw1-upr Лазарев Ю. Ф. 14-05-2004

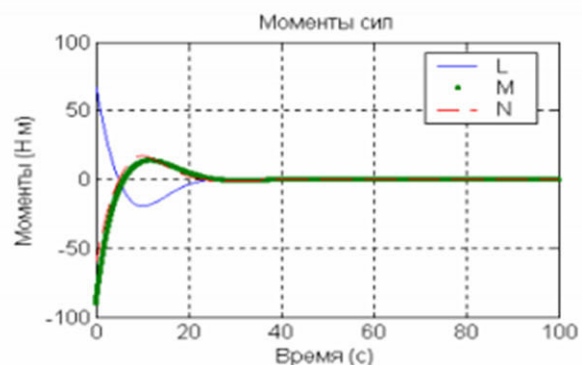
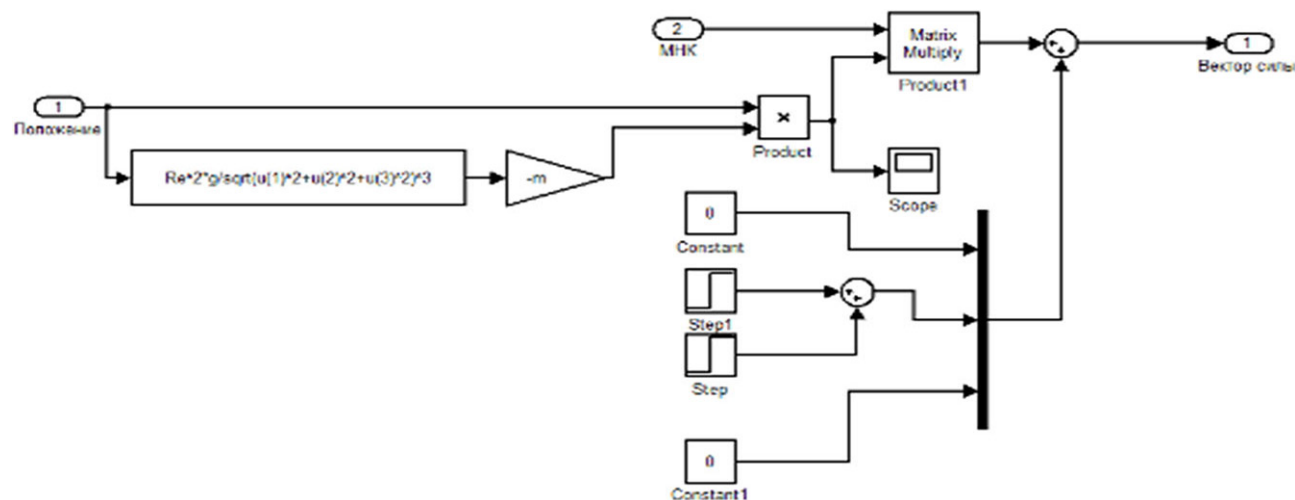
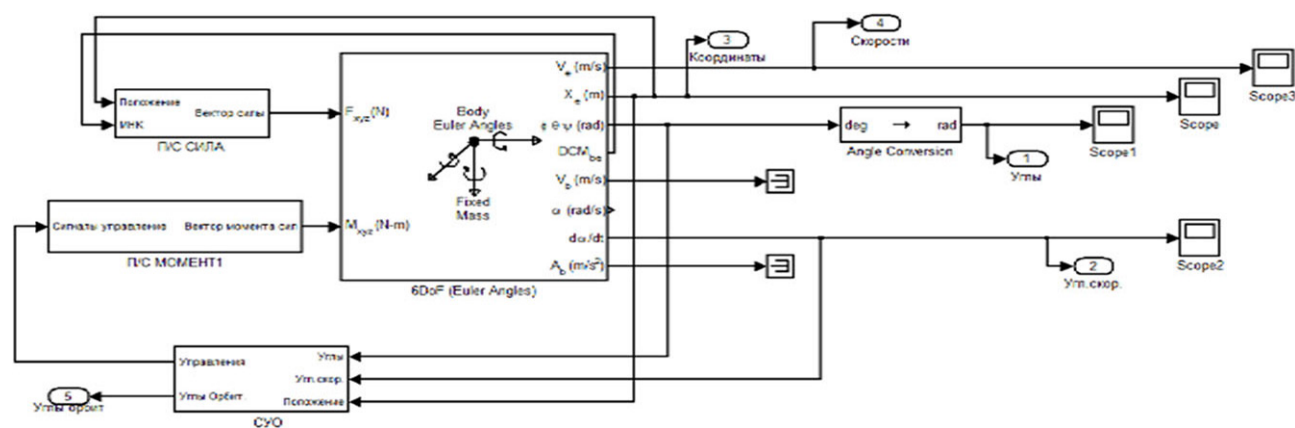
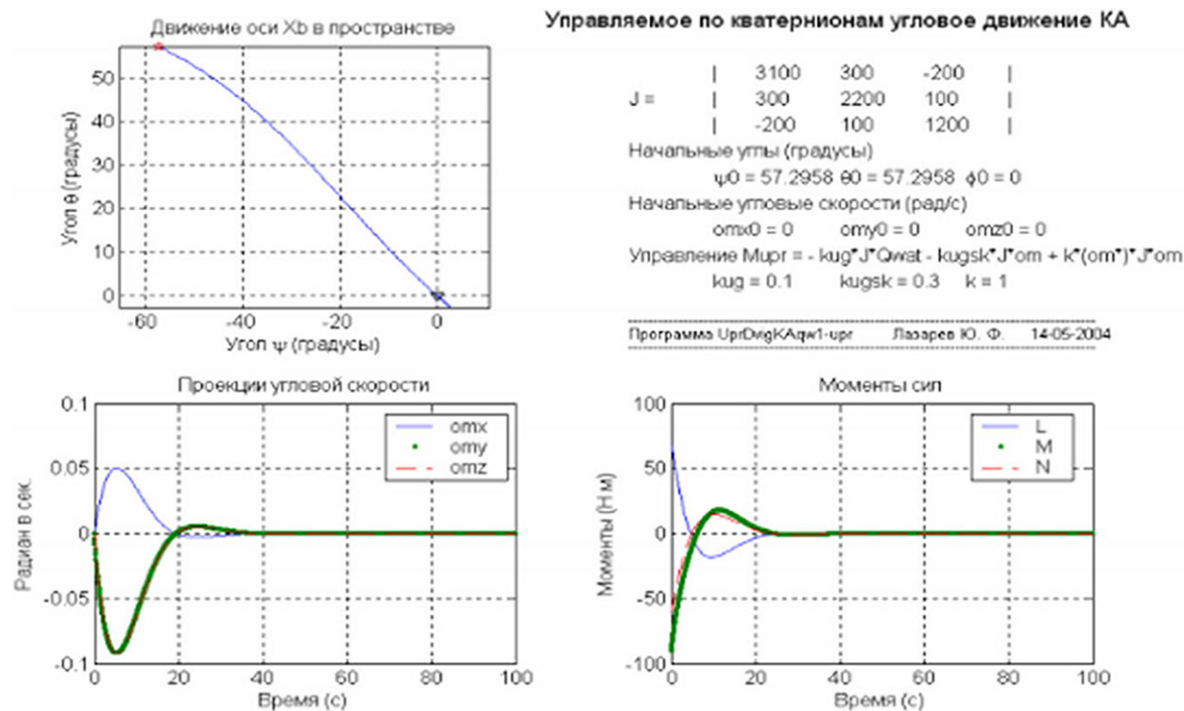


Рисунок 16 – Управление ориентацией по кватерниону отклонения



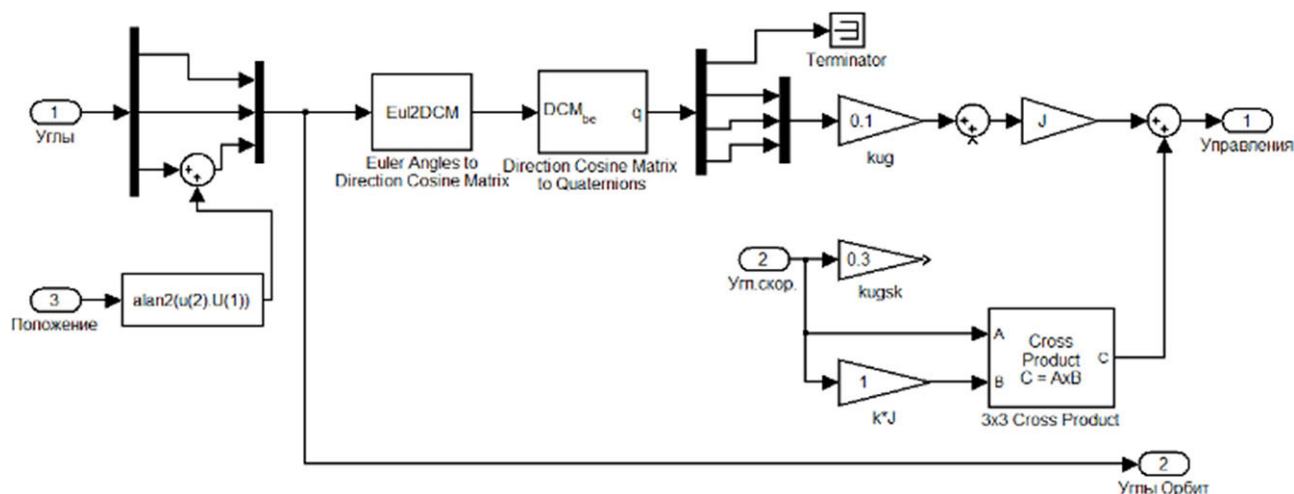


Рисунок 20 – Блок-схема блока СУО

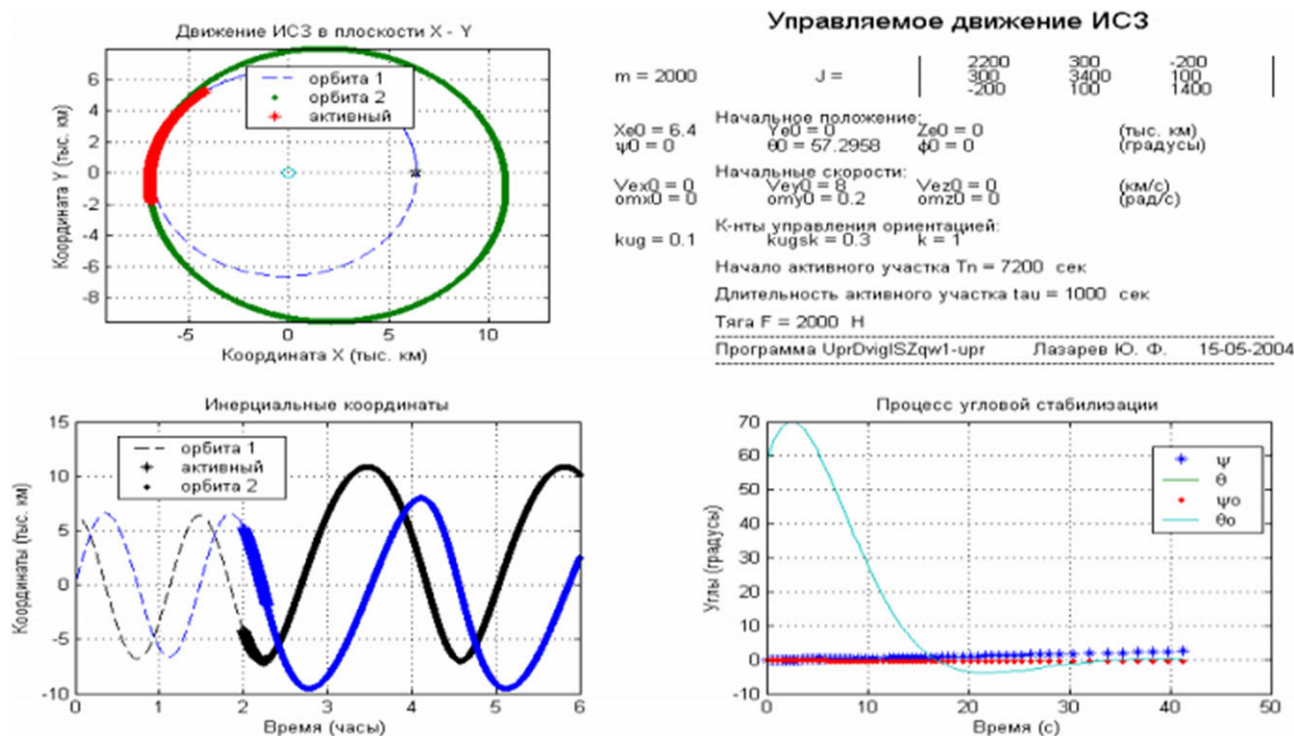


Рисунок 21 – Маневрирование ИСЗ

созданная модель достаточно хорошо отражает свойства сложных процессов управления движением ИСЗ [6].

Заключение. Проведено математическое моделирование движения различных конфигураций группы макетов. Выявлены для различных конфигураций границы параметров движения, при которых рассматриваемое управление является эффективным. Проведена параллель между

лабораторными испытаниями и реализацией управления для группы спутников. Рассмотрены возможные варианты организации взаимодействия макетов в зависимости от используемых аппаратных средств. Разработано программное обеспечение в среде MATLAB, реализующее алгоритмы синтеза неопределенности системы управления движением искусственного спутника Земли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куандыкова Г.Е. Разработка сложной интервально-заданной системы управления: Дис. ... маг. техн. наук: 6М070200 – Автоматизация и управление / КазНУТУ. Алматы: Изд-во КазНУТУ, 2013. – 85 с.
2. Тихогов А.А., Антипов К.А. Комплекс аналитических и численных программ для решений некоторых задач динамики вращательного движения искусственного спутника Земли // Вестник Нижегородского университета им. Лобачевского Н.И. – 2011. – № 4. – С. 332-334.
3. Байрамов К.Р., Федоров В.А. Метод определения движения искусственных спутников земли по измерениям в нештатных ситуациях // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2011. – № 2. – С. 7-12.
4. Рогалев А.Н., Рогалев А.А. Вычисление положения искусственного спутника Земли при ограничениях на ошибки измерений // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика Решетнева М.Ф. – 2012. – № 5 (45). – С. 99-103.
5. Игнатъев М.Г., Копылов В.М., Кулаков А.Ю., Сотников М.В. Программный комплекс моделирования стабилизированного движения космического аппарата с трансформируемыми упругими элементами конструкции // Вестник СибГАУ. – 2013. № 3 (49). – С. 45-48.
6. Лазарев Ю. Моделирование процессов и систем в Matlab: Учебный курс. – СПб: Питер; Киев: Издательская группа ВНУ, 2005. – 512 с.

MatLab ортасында жасанды жер серігінің қозғалысын басқарудың интервалды-берілген жүйесін математикалық модельдеу

¹**КУАНДЫКОВА Гүлбағила Елеубаевна**, магистр, аға оқытушы, kuandikova75@mail.ru,

¹**БАЯНДИНА Гульмира Сапаровна**, магистр, аға оқытушы, gul_bayan@mail.ru,

²***АМИРХАН Алма Амирханқызы**, магистр, аға оқытушы, argyn-alma@mail.ru,

¹«Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті» КеАҚ, Қазақстан, Алматы, Сәтбаев көшесі, 22а,

²«Әбілқас Сағынов атындағы Қарағанды техникалық университеті» КеАҚ, Қазақстан, Қарағанды, Н. Назарбаев даңғылы, 56,

*автор-корреспондент.

Аңдатпа. Мақалада күрделі аралықты-берілген жүйелерді зерттеу ерекшеліктері қарастырылады. Кілттік матрицаларға негізделген аралықты жүйелерді нүктелік жуықтау тәсілі ұсынылады. Ұсынылған тәсілдің негізінде нүктелік матрицалар тобы және сәйкесінше олар үшін басқарылатын және бақыланатын сияқты динамикалық қасиеттерді зерттеу шарттары берілген декомпозиция процедурасын қолдану шарттары бар объектілер тобы алынады. Әзірленген теориялық аппарат жердің жасанды серігінің қозғалысын басқару жүйелері үшін әзірленді, ол үшін аралықты дифференциалдық теңдеулер жүйесімен ұсынылған модель жасалды, кілттік матрицалық әдіс қолданылды және төрт нүктелік модель алынды. Әрбір процесс үшін MatLab ортасында модельдеу схемалары құрылды, модельдеу сипаттамалары алынды. Бремен университетінің (Германия) ғарыштық технологиялар және микрогравитация орталығында (ZARM) жасалған бірнеше жылжымалы макеттерден тұратын көп буынды жүйенің сипаттамасы берілді. Бұл жүйенің қозғалысының математикалық моделі жасалды. Жүйе элементтерінің берілген траектория бойынша қозғалысын қамтамасыз ететін қозғалысты басқару алгоритмін математикалық модельдеу нәтижелері берілген. Жүйенің бірнеше конфигурациялары, оның элементтерінің өзара әрекеттесу әдістері қарастырылады, жүйе параметрлерінің қозғалыс параметрлеріне тәуелділігі зерттеледі және басқару дәлдігін зерттеу жүргізіледі.

Кілт сөздер: көп элементті жүйе, басқару алгоритмі, динамиканы зертханалық модельдеу, технология, механизм, функция, модельдер, формула, матрица.

Mathematical Modeling of an Interval-Defined Motion Control System of an Artificial Earth Satellite in the MatLab Environment

¹**KUANDIKOVA Gulbagila**, Master, Senior Lecturer, kuandikova75@mail.ru,

¹**BAYANDINA Gulmira**, Master, Senior Lecturer, gul_bayan@mail.ru,

²***AMIRKHAN Alma**, Master, Senior Lecturer, argyn-alma@mail.ru,

¹NCJSC «Kazakh National Research Technical University named after K.I. Satpayev», Kazakhstan, Almaty, Satpayev Street, 22a,

²NPJSC «Abylkas Saginov Karaganda Technical University», Kazakhstan, Karaganda, N. Nazarbayev Avenue, 56,

*corresponding author.

Abstract. The article discusses the features of studying complex intervals-given systems. An approach of point approximation of intermediate systems based on key matrices is proposed. Based on the proposed approach, a group of point

matrices is obtained and, accordingly, a group of objects with conditions for applying the decomposition procedure, for which the conditions for studying dynamic properties, such as controlled and controlled for them, are set. The developed theoretical apparatus is designed for motion control systems of an artificial satellite of the Earth, for which a model is developed, represented by a system of differential equations with intervals, the key matrix method is applied and a four-point model is obtained. Modeling schemes were created for each process in the MatLab environment, modeling characteristics were obtained. A description of a multi-link system consisting of several movable models manufactured at the Center for Space Technology and Microgravity (ZARM) of the University of Bremen (Germany) is given. A mathematical model of the motion of this system has been created. The results of mathematical modeling of a motion control algorithm that ensures the movement of system elements along a given trajectory are presented. Several configurations of the system, ways of interaction of its elements are considered, the dependence of the system parameters on the motion parameters is investigated, the control accuracy is investigated.

Keywords: multi-element system, control algorithm, laboratory modeling of dynamics, technology, mechanism, function, models, formula, matrix.

REFERENCES

1. Kuandykova G.E. Razrabotka slozhnoj interval'no-zadannoj sistemy upravlenija: Dis. ... mag. tehn. nauk: 6M070200 – Avtomatizacija i upravlenie / KazNITU. Almaty: Publ. KazNITU, 2013. – 85 p.
2. Tihogov A.A., Antipov K.A. Kompleks analiticheskikh i chislennykh programm dlja reshenij nekotorykh zadach dinamiki vrashatel'nogo dvizhenija iskusstvennogo sputnika Zemli // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. Lobachevskogo N.I. – 2011. – No. 4. – Pp. 332-334.
3. Bajramov K.R., Fedorov V.A. Metod opredelenija dvizhenija iskusstvennykh sputnikov zemli po izmerenijam v neshtatnykh situacijah // Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki. – 2011. – No. 2. – Pp. 7-12.
4. Rogalev A.N., Rogalev A.A. Vychislenie polozhenija iskusstvennogo sputnika Zemli pri ogranichenijah na oshibki izmerenij // Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo ajerokosmicheskogo universiteta im. akademika Reshetneva M.F. – 2012. – No. 5 (45). – Pp. 99-103.
5. Ignat'ev M.G., Kopylov V.M., Kulakov A.Ju., Sotnikov M.V. Programmnyj kompleks modelirovanija stabilizirovannogo dvizhenija kosmicheskogo apparata s transformiruemyimi uprugimi jelementami konstrukcii // Vestnik SibGAU. – 2013. No. 3 (49). – Pp. 45-48.
6. Lazarev Ju. Modelirovanie processov i sistem v Matlab: Uchebnyj kurs. – Saint Petersburg: Piter; Kiev: Izdatel'skaja gruppa VNV, 2005. – 512 p.