

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Казахский национальный исследовательский
технический университет имени К. И. Сатпаева

Е. Т. Божанов, Г. А. Тулешева, М. Д. Наукенова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Часть 3

Рекомендовано Научно-методическим советом
университета в качестве учебного пособия

Алматы 2016

УДК 510:53.085(075.8)

ББК 22.1:22 311 я73

Б76

Рецензенты:

Уалиев Г. У., зав. каф. «Механика» КазНПУ им. Абая, д-р физ.-мат. наук, академик НАН РК, проф.

Отарбаев Ж. О., директор «Института дистанционного образования» КазННТУ им. К. И. Сатпаева, д-р техн. наук, проф.

Нуржумаев О. Н., проф. каф. «Информационные технологии» АТУ, д-р физ.-мат. наук, проф.

Печатается по плану издания Министерства образования и науки Республики Казахстан на 2016 год.

Божанов Е. Т.

Б76 Моделирование физических процессов. Часть 3: Учеб. пособие/
Е. Т. Божанов, Г. А. Тулешева, М. Д. Наукенова – Алматы:
КазННТУ им. К. И. Сатпаева, 2016. – 117 с.

ISBN 978-601-228-951-0

ч.3.-2016.-117с

BBN 978-601-228-954-1

В учебном пособии рассмотрено современное состояние однородных тел с точки зрения математической теории и упругой механики сплошной среды, раскрыты основные понятия и закономерности поведения неупругого тела, физические основы поведения материалов на основе опыта Баушенгера. Изложены классические модели демпфирования и упруго-вязкого сопротивления, приведены расчеты внутреннего трения в элементах тонкостенных конструкций под действием сейсмических импульсов, использованы методы математического и вариационного анализа при моделировании явлений демпфирования.

Данное учебное пособие содержит большое число задач. Учебное пособие будет полезно научным работникам и студентам технических университетов.

УДК 510:53.085(075.8)

ББК 22.1:22 311 я73

ISBN 978-601-228-954-1(ч.3)

BBN 978-601-228-951-0

© Божанов Е.Т., Тулешева Г.А.,

Наукенова М.Д., 2016

© КазННТУ, 2016

ВВЕДЕНИЕ

Развивая идеи Казанской школы (Х. М. Муштари, К. З. Галимов, А. Б. Сеченков, И. Г. Терегулов, Р. С. Якушев, Л. У. Бахтиева, Ю. П. Артюхинидр) “О сейсмических задачах выпучивания тонкостенных трубчатых конструкций под действием критической внешней нагрузки, реакции основания на локализованный импульс внешнего давления; влияния внешнего демпфирования на внутреннее трение” и казахстанской школы (А. К. Курсекеев, Т. Ж. Жунусов, Л. М. Балкина, Ю. Д. Черепинский, Е. Т. Божанов и др.) рассмотрено: современное состояние однородных тел с точки зрения математической теории неупругой механики сплошной среды; раскрыты основные понятия и закономерности поведения неупругого тела, физические основы поведения материалов на основе опыта Баушенгера, изложены классические модели демпфирования и упруго-вязкого сопротивления; приведены расчеты внутреннего трения в элементах тонкостенных конструкций под действием сейсмических импульсов, использованы методы математического и вариационного анализа при моделировании явлений демпфирования.

Освещена аналитико-расчетная модель технологии разработки и добычи нефтяных месторождений и расчеты влияния возмущения нефтяной смеси на динамику симуляционной модели резервуара в зависимости от вида дифференциального уравнения изогнутой оси поперечного сечения за пределом упругости. Моделирование газообразного – жидкого агрегатного состояния заполнителя резервуара представлено в виде приведенной трехслойной тонкостенной конструкции с переменными параметрами с упруго-вязким заполнителем, лежащей на основании типа Винклера, Соколова, Пастернака и других форм.

Особое внимание уделено построению и обоснованию математических моделей применительно к физико-техническим

и химико-технологическим процессам, их численной реализации и подбору метода решения уравнений возмущенного состояния материальной среды под действием статических нагрузок, когда скорость движения остаточной деформации отлична от нуля. Следовательно, при определении коэффициентов основных сил в поперечном сечении резервуара рассмотрена система стержней за пределом упругости.

ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

1.1. Современное состояние упругого поведения сплошной среды на основе нелинейных деформационных процессов

О нахождении приращения изгибающего момента за пределами теории упругости стержневых и трубчатых систем.

I. Геометрия деформации

Рассмотрим однородное гибкое тело при малых и больших деформациях:

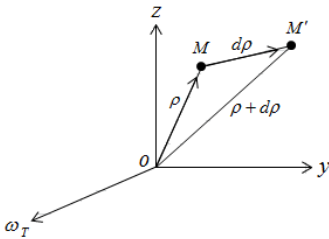


Рис. 1

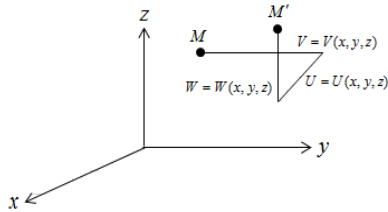


Рис. 2

а) при малых деформациях

$$\left. \begin{aligned} e_{xx} &= \frac{\partial U}{\partial x}, & e_{xy} &= \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \\ 2\omega_x &= \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x}, & x \rightarrow y \rightarrow z \\ e_{xy} &= e_{yx}, & e_{xz} &= e_{zx}, & e_{yz} &= e_{zy} \end{aligned} \right\}$$

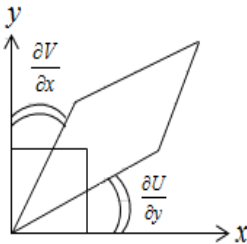


Рис. 3

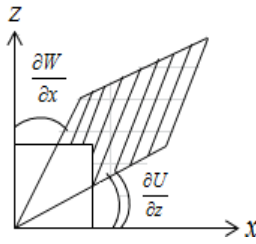


Рис. 4

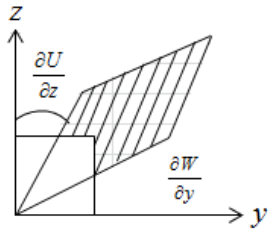


Рис. 5

$$\left. \begin{aligned} \Delta U &= \frac{\partial U}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial U}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial U}{\partial z} \Delta z \\ \Delta V &= \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial V}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial V}{\partial z} \Delta z \\ \Delta W &= \frac{\partial W}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial W}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial W}{\partial z} \Delta z \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U &= U(x, y, z) \\ V &= V(x, y, z) \\ W &= W(x, y, z) \end{aligned},$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} & \frac{\partial U}{\partial y} & \frac{\partial U}{\partial z} \\ \frac{\partial V}{\partial x} & \frac{\partial V}{\partial y} & \frac{\partial V}{\partial z} \\ \frac{\partial W}{\partial x} & \frac{\partial W}{\partial y} & \frac{\partial W}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yx} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{zx} & e_{zy} & e_{zz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

б) при больших деформациях

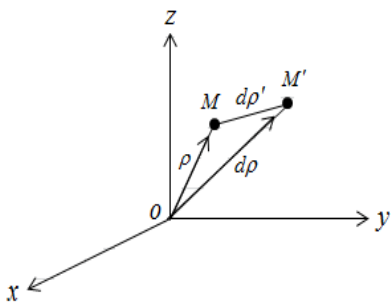


Рис. 6

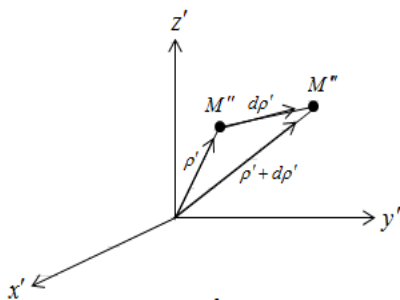


Рис. 7

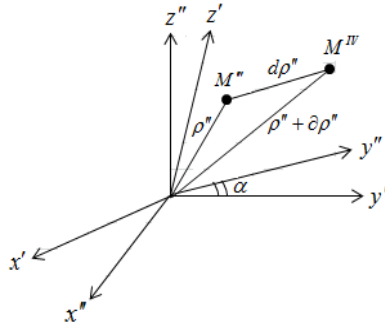


Рис. 8

$$\varepsilon_{xx} = e_{xx} + \frac{1}{2} \left[e_{xx}^2 + \left(\frac{1}{2} e_{xy} + \omega_z \right)^2 + \left(\frac{1}{2} e_{xz} - \omega_y \right)^2 \right]$$

$$\varepsilon_{xy} = e_{xy} + e_{xy} \left(\frac{1}{2} e_{xy} - \omega_z \right) + e_{yy} \left(\frac{1}{2} e_{xz} + \omega_y \right) \left(\frac{1}{2} e_{yz} + \omega_x \right)$$

Или

$$2\varepsilon_{ij} = e_{ij} + e_{ki} + e_{ii}e_{ki} + e_{ij}e_{kj} + \omega_i\omega_k$$

$$i = \{x, y, z\}, \quad j = \{x, y, z\}, \quad k = \{x, y, z\}.$$

Уравнения равновесия бесконечно малого элемента в точке:

а) при малых деформациях

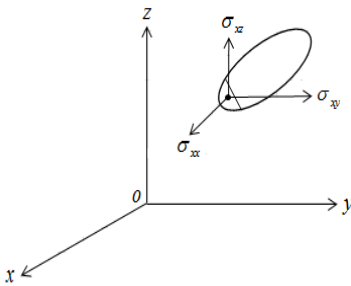


Рис. 9

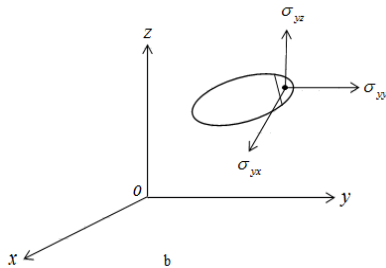


Рис. 10

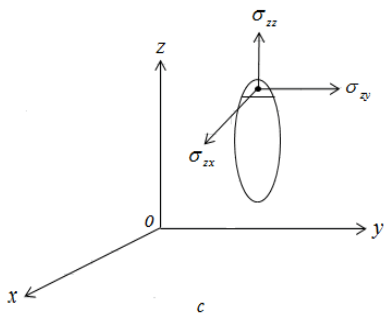


Рис. 11

$$\sigma = \sigma(x, y, z) = \sigma_x \vec{i} + \sigma_y \vec{j} + \sigma_z \vec{k}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_x &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} dy + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} dz \\ \Delta \sigma_y &= \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} dy + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} dz \\ \Delta \sigma_z &= \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} dy + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} dz \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

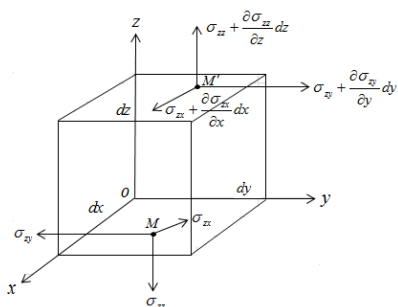


Рис.12

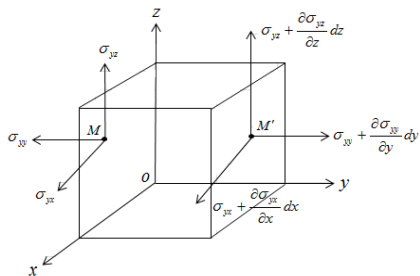


Рис. 13

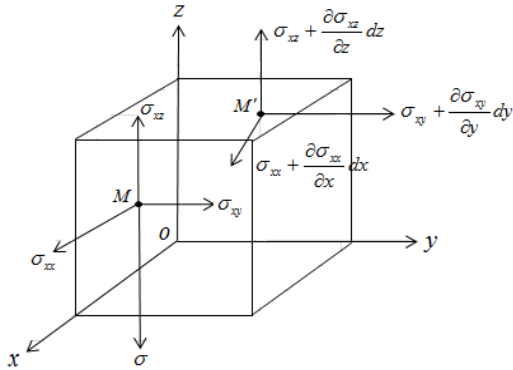


Рис.14

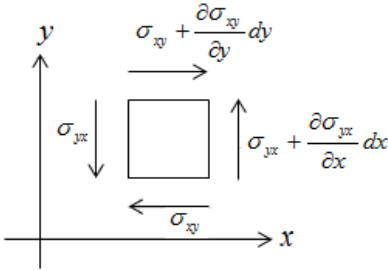


Рис. 15

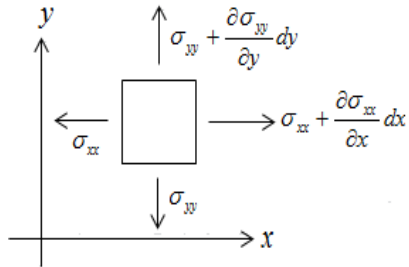


Рис. 16

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ – нормальные напряжения,

$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}, \sigma_{xz} = \sigma_{zx}, \sigma_{yz} = \sigma_{zy}$ – касательные напряжения.

Тогда из формулы (1.1):

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} - N & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - N & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & N \end{pmatrix},$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{где } \sigma_{xx} = Ne, \quad \sigma_{yy} = Nm, \quad \sigma_{zz} = Nn \\ &e = \cos(v^{\wedge}x), \quad m = \cos(v^{\wedge}y), \quad n = \cos(v^{\wedge}z) \end{aligned} \right\},$$

б) по классической теории:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + \rho X &= 0 \left\{ \rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial U}{\partial t} \right\} \\ \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + \rho Y &= 0 \left\{ \rho \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial V}{\partial t} \right\} \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho Z &= 0 \left\{ \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial W}{\partial t} \right\},\end{aligned}$$

в) по нелинейной теории:

$$\begin{aligned}& \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \sigma'_{xx} + e'_{xx} \sigma^0_{xy} + \left(\frac{1}{2} e'_{xy} - \omega_z \right) \sigma^0_{xy} + \left(\frac{1}{2} e'_{xz} + \omega'_y \right) \sigma^0_{xz} \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \sigma'_{yx} + e'_{xx} \sigma^0_{yx} + \left(\frac{1}{2} e'_{yx} - \omega'_z \right) \sigma^0_{yx} + \left(\frac{1}{2} e'_{zx} + \omega'_y \right) \sigma^0_{yz} \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \sigma'_{zx} + e'_{xx} \sigma^0_{zx} + \left(\frac{1}{2} e'_{xy} - \omega'_z \right) \sigma^0_{zy} + \left(\frac{1}{2} e'_{zx} + \omega'_y \right) \sigma^0_{zz} \right\} = \\ & = 0 \left\{ \rho \frac{\partial^2 U'}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial U'}{\partial t} + k U' \right\},\end{aligned}$$

с) для континуума Коссера на плоскости:

$$S_{mn,m} - \frac{1}{2} E_{imn} [M_{ji,jm} + (\rho Y_i)_{,m}] + \rho X_n = 0 \quad (1.2)$$

$(i, j, m, n = 1, 2, 3)$.

Здесь $S_{ij} = \frac{1}{2} (\sigma_{ij} + \sigma_{ji})$, σ_{ij} – тензор напряжения,

M_{ij} – девiatorная часть тензора моментных напряжений,

X_n – компоненты вектора массовых сил,

Y_i – компоненты вектора массовых моментов,

E_{ij} – известный тензор $\mathcal{E}$ -тензор деформации,

$$\mu_{xy} = 4B\chi_{xy}, \quad \mu_{yx} = 4B\chi_{yx},$$

μ_{xy} и μ_{yx} – моментные напряжения в плоскости zy и zx ,

χ_{xy} , χ_{yx} – кривизны соответственно в плоскости zy , zx ,

B – новая константа материала, имеющая размерность силы.

Теперь рассмотрим уравнения равновесия стержневой системы и трубчатой конструкции по двум теоремам Д. П. Журавского (1821–1891).

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_u}{\partial x} &= Q + \mu_{yx} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} &= \bar{P} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

$$\text{откуда} \quad \frac{\partial^2 M_u}{\partial x^2} + \frac{\partial \mu_{yx}}{\partial x} = \bar{P},$$

здесь M_u – изгибающий момент, Q – перерезывающая сила,

$\bar{P}$ – сплошная нагрузка, которая равна $\bar{P} = q_k + P_k$,

где q_k – критическая активная сила, P_k – реактивная сила.

Формула (1.3) получена при предположении из (1.2):

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = \mu_{zx} = \mu_{zy} = 0,$$

$$S_{xz} = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad S_{yz} = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \right), \quad S_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial W}{\partial z},$$

$$\mu_{xy} = 2B \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} \right), \quad \mu_{yx} = 2B \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right),$$

где λ , μ – коэффициенты Ламе.

Изгибающий момент

$$M_{1u} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} (1 + k_2 z) z dz, \quad M_{2u} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} (1 + k_1 z) z dz$$

Перерезывающая сила

$$Q_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz} (1 + zk_2) dz, \quad Q_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{zy} (1 + zk_1) dz$$

Определение 1. Если в сечении возникает только изгибающий момент $-M_u$, то имеет место деформация чистого изгиба. Если в сечении одновременно возникают изгибающий момент $-M_u$ и перерезывающая сила $-Q$, то имеет место поперечный изгиб. И если в сечении возникает продольная критическая сила $-N_{\text{кр}}$, то имеет место продольно-поперечный изгиб с участием сочетаний основных деформаций.

Определение 2. На изгиб работают следующие элементы конструкции: пластинки, оболочки из поверхностей класса А, балки, оси, стержни, трубчатые конструкции, зубья зубчатых колес и другие гибкие тела [20].

Таким образом, исходя из определений 1 и 2, решение системы дифференциальных уравнений (1.3) в перемещениях будет, если определим изгибающий момент $-M_u$ и его приращение $-\Delta M_u$ [9].

I случай. Пусть $M_u = EJ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$ – чистый изгиб стержневой системы, $W = W(x, t)$ – изгиб, $\mu_{yx} = 0, P_k$ – реактивная сила равна нулю ($P_k = 0$). Тогда $EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = q_k$ – изгиб балки под действием критической силы, где E – модуль Юнга, J – наименьший радиус инерции поперечного сечения.

II случай. Пусть $M_u = EJ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$ – чистый изгиб стержневой системы, $\mu_{yx} = 0, P_k = -KW$. Тогда $EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + KW = q_k$,

где K – жесткость основания, E – модуль Юнга, J – наименьший радиус инерции поперечного сечения.

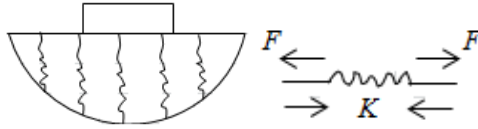


Рис. 17. Волна или трубчатая конструкция, лежащая на основании Винклера

III случай

$$\text{Пусть } M_u = EJ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, P_k = N_{\text{ед}} - KW = N_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - KW,$$

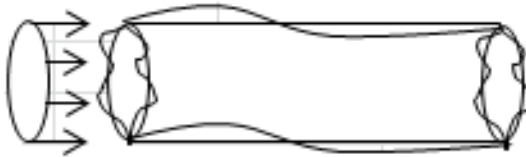


Рис. 18

$$\text{Тогда } EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - N_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + KW = q_k$$

IV случай.

$$\text{Пусть } M_u = EJ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, P_k = -KW, \mu_{yx} = -2B \frac{\partial^2 W}{\partial x^2},$$

$$\text{Тогда } EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2B \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} - N_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + KW = q_k.$$

Проблема 1. Что собой представляют теперь коэффициенты B , N_1 , K , исходя из изгибающего момента?

Исследуя IV случай, заключаем:

1. однородная часть дифференциального уравнения представляет собой схематически:

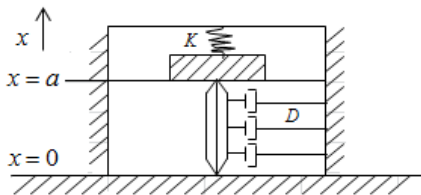
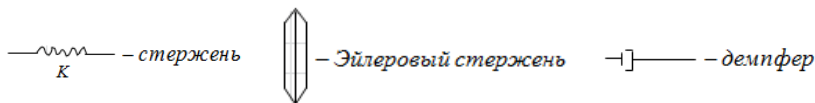


Рис. 19



Следовательно, однородная часть – есть изгиб стержневой системы за пределами теории упругости, когда

$$M_u(x) = J_3 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad (1.4)$$

где $J_3 = S \int_{(S)} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} z^2 dS$ – изогнутая жесткость упруго-пластической стержневой системы.

Продифференцировав уравнение (1.4) дважды, получим

$$J_3 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{dJ_3}{dx} \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + \frac{d^2 J_3}{dx^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 M_u}{\partial x^2}. \quad (1.5)$$

Уравнение (1.5) – есть дифференциальное уравнение упруго-пластического изгиба стержневых систем. Сравнивая (1.5) с IV случаем, получим $-J_3 = EJ$ – жесткость поперечного сечения чистого изгиба[21–25].

$-2 \frac{dJ_3}{dx} = 2B$, $2 \frac{dJ_3}{dx} \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} = \frac{\partial \mu_{yx}}{\partial x}$ – первая производная от распределенной моментной нагрузки к единице площади в плоскости Ozx .

$$- \frac{d^2 J_3}{dx^2} = -N_1, \quad -N_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = N_{кр}$$

K – жесткость пружины (основания).

Проблема 2.

2. Однородную часть дифференциального уравнения представим схематически.

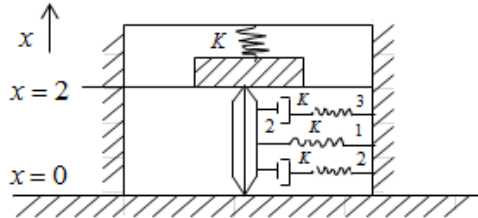


Рис. 20

Следовательно, однородная часть дифференциального уравнения (IV) – есть изгиб стержневой системы за пределами теории упругости [2], когда

$$EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \eta \frac{\partial W}{\partial x} + KW = q_k - \eta \frac{\partial W}{\partial t}.$$

3. Схема интегрирования основного уравнения на основе метода упругих решений приведена в работах А. А. Ильюшина.

Проблема 3.

4. Пусть M_u – изгибающий момент, зависящий от x, z , т. е. функция $M_u = M_u(x, z)$.

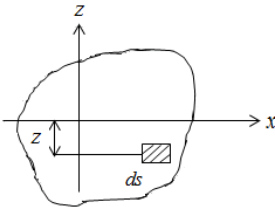


Рис. 21

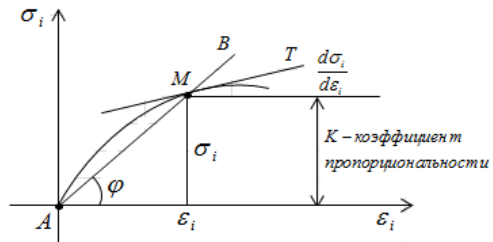


Рис. 22

$$\operatorname{tg} \varphi = \varphi = \frac{\sigma_i}{\epsilon_i}, \quad \frac{d\sigma_i}{d\epsilon_i} = E',$$

где E' – коэффициент упрочнения,
 $\sigma_i = E_i \varepsilon_i$, E_i – модуль упругости, ε_i – деформация,
 σ_i – напряжение.

Касательная в точке В образует с осью $\dot{\varepsilon}_i = \frac{d\varepsilon}{dt}$, угол $-\alpha$,

тогда $\operatorname{tg} \alpha = \frac{d\sigma}{\frac{d\varepsilon}{dt}}$.

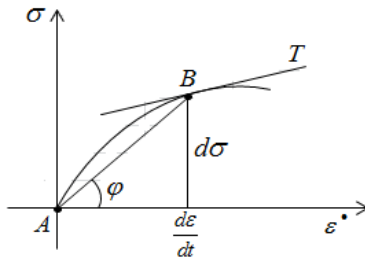


Рис. 23

Пусть $M_u = M_u(x, z)$, тогда

$$dM_u = \frac{\partial M_u}{\partial x} dx + \frac{\partial M_u}{\partial z} dz,$$

$$d^2 M_u = \frac{\partial^2 M_u}{\partial x^2} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 M_u}{\partial x \partial z} dx dz + \frac{\partial^2 M_u}{\partial z^2} dz^2,$$

$$\frac{d^2 M_u}{dx^2} = \frac{\partial^2 M_u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_u}{\partial x \partial z} \frac{dz}{dx} + \frac{\partial^2 M_u}{\partial z^2} \frac{dz^2}{dx^2}. \quad (1.6)$$

Сравнивая (1.6) с IV случаем, получим

$$\frac{\partial^2 M_u}{\partial x^2} = EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4}, \quad \frac{\partial^2 M_u}{\partial x \partial z} \frac{dz}{dx} = 2B \frac{\partial^3 W}{\partial x^3},$$

$$\frac{\partial^2 M_u}{\partial z^2} \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 = -N_l \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad M_u + \Delta M_u = m,$$

m – момент, возникающий в линейно-упругой части,
 $m = -EJ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}.$

Следовательно, однородная часть дифференциального уравнения есть изгиб стержневой системы за пределами теории упругости [15].

Об определении физического закона (связь между деформацией и напряжением) за пределами теории упругости.

Рассмотрим опыт Баушенгера для трубчатой конструкции с переменным поперечным сечением под действием критической активной силы:

$$q_k(S) = \lambda_k f_1(E_j, G_{ij}, \eta_{ij,im}, \nu_{i,em}) \cdot f_2\left(\frac{h}{R}, \frac{h}{L}\right) \{1, L-x, \sin \omega x\}$$

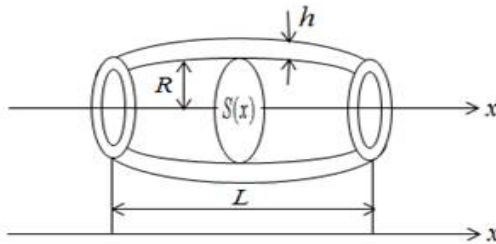


Рис. 24

Тогда уравнение движения

$$\rho F(S) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \eta F(S) \frac{\partial W}{\partial t} + KF(S)W + \frac{\partial^2}{\partial S^2} \left[EJ(S) \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} \right] = q_k(S),$$

$$S(x) \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[S(x) K \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \alpha \pi d_o (T_0 - T) + S(x) \rho_r$$

T_0 – температура внешней среды, $\alpha(x, T)$ – коэффициент теплопроводности.

1.2. Современное состояние упругого поведения сплошной среды на основе опыта Баушенгера, определение физических свойств и химико-технологических характеристик материала

1.2.1. Выбор материала

Образец и технология. Область применения.

Рассмотрим опыт Баушенгера с постоянной скоростью.

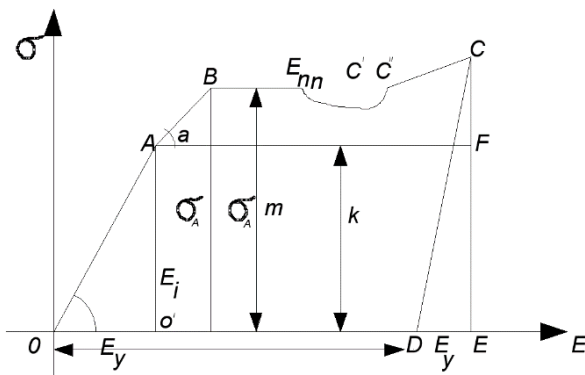


Рис. 25

- 1) $DE - \varepsilon_y$ – упругая деформация,
- 2) $OD - \varepsilon_y$ – пластическая деформация (остаточная деформация),
- 3) $Pr_{AB//BC}: \varepsilon_{nn}$ – пластическая деформация во время нагружения. «Не существует знания, которое не явилось бы силой» – Р.У. Эмерсон,
- 4) ε_c – деформация структурного изменения, где k – предел пропорциональности, коэффициент пропорциональности, m – предел текучести, коэффициент текучести.

Выводы из опыта Баушенгера:

1. область $OA \cup AB$ – упругая

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \Rightarrow K_n = \sigma_i = K_n \varepsilon_i \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\sigma_A}{\varepsilon_y} \Rightarrow \sigma_i = E_i \varepsilon_i \end{aligned} \right\}, \quad (1.7)$$

2. AB – область упрочнения (упруго-вязкая область)

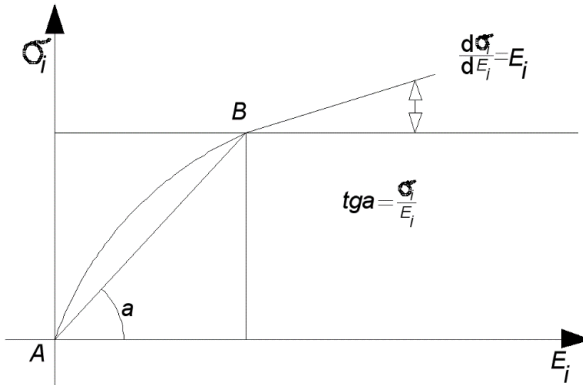


Рис. 26

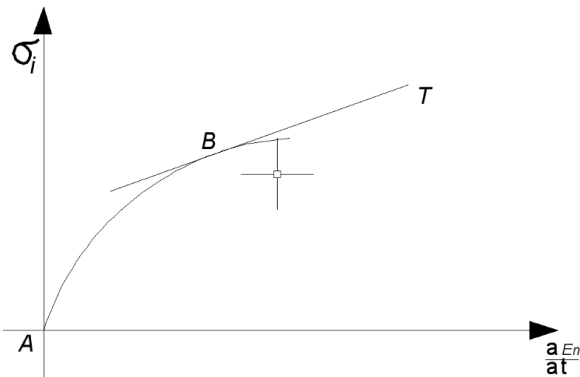


Рис. 27

$$\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} = E' - \text{модуль упрочнения}, \quad (1.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varepsilon_n}{dt} &= f(\varepsilon_n, \sigma) \\ \varepsilon_0 &= \varepsilon_y + \varepsilon_n = \text{const} \end{aligned} \right\} - \text{теория упрочнения},$$

3. AF – область идеальной пластичности

$$f(\sigma_{ij}) = 0; f(\sigma_{ij}) = K, \quad \frac{d\sigma}{d\varepsilon_n} = E'', \quad (1.9)$$

4. BC – область ползучести

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_y + \varepsilon_{nn} + \varepsilon_n + \varepsilon_c = \text{const}, \quad (1.10)$$

E'' – модуль пластичности, $T = \frac{\eta}{k}$ – время релаксации.

«Прочность уже сама по себе является благом» – О. Бальзак.

$$\frac{d\varepsilon_n}{dt} = F(\sigma, T, \tau, \varepsilon_n, \varepsilon_{nn}, q_1, q_2, \dots, q_n). \quad (1.11)$$

Формула (1.11) характеризует надежность и прочность технологической линии, где $q_1, q_2, \dots, q_n$ – параметр структуры материала, $\varepsilon_0 = \varepsilon_y + \varepsilon_n = \text{const}$.

Условие релаксации (связь, память материала).

5. BC – область течения (теория течения)

$$\frac{d\varepsilon_n}{dt} = f(\sigma, \tau) = Q_1 \frac{d\psi(\sigma, \tau)}{d\tau} + Q_2(\sigma), \quad (1.12)$$

$$Q_1 = A\sigma^k, Q_2 = BQ^m, \psi = 1 - e^{c(\sigma)\tau},$$

A, B, k, m – константы, зависящие от температуры.

6. BC – область старения (теория старения)

$$\varepsilon_n = f(\sigma, \tau), \quad (1.13)$$

если

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(\tau) + \int_0^{\tau} K(\tau - \tau^*) \sigma(\tau) d\tau, \quad (1.14)$$

область наследственности(теория наследственности).

Задача. Разработать такой материал, что механическая энергия работает на деформацию, а после разгрузки материал полностью восстанавливается (изменение объема и формы принимает прежнее состояние) или обуславливает неупругую деформацию.

Определение 1.Способность твердых тел деформироваться под действием внешних сил и при устранении их получение первоначального состояния называется упругостью (область $OA \cup AB$, формулы (1.7))

Определение 2.Способность твердых тел деформироваться под действием внешних сил и получение постоянных и временных остаточных деформаций при их устранении называется пластичностью (область $OA \cup AB \cup BC, OD$ – остаточная деформация) формулы (1.9).

Определение 3. Релаксацией называется процесс перехода из неравновесного состояния в равновесное.

С точки зрения опыта Баушенгера есть изменение напряжений во времени, а также от температуры (область CD, DE – упругая деформация) [23].

Рассмотрим модель Фойхта.

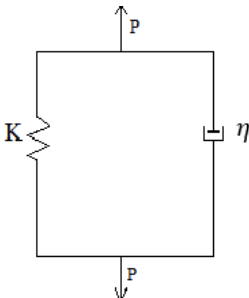


Рис. 28

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\kappa \tau},$$

здесь $\kappa' = \frac{\kappa}{\eta}$ – скорость релаксации.

Если ввести понятие времени релаксации $\tau_0 = \frac{1}{\kappa}$,

то $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}$, здесь τ_0 – время, в течение которого начальное напряжение убывает в $e = 2,71828$ раз.

Определение 4. Ползучестью называется явление изменения во времени деформации, напряжений, температуры и некоторого числа структурных параметров.

Деформация ползучести: обратимая и необратимая (область BC , формулы (1.10), (1.9)).

Определение 5. Если в процессе испытания скорость ползучести однозначно определяется накопленной деформацией и напряжением (формула (1.12)), то называется упрочнением (область AB , может быть упруго-вязкой, упруго-пластической, модуль упрочнения определяется формулой (1.8)).

Определение 6. Если в процессе испытания скорость ползучести однозначно определяется напряжением, временем, а также температурой, то называется течением.

Опыт Баушенгера показывает, что

«Научная гипотеза всегда выходит за пределы фактов, послуживших основой для ее построения» – В. И. Вернадский.

«Гипотеза – есть яд разрушения и чума философий: можно делать построения, которые непосредственно вытекают из опыта» – А. Л. Лавуазье.

«Живой предмет, желая изучить, чтоб ясное о нем знание получить, ученый прежде душу изгоняет, затем на части предмет расчлняет» – В. Гёте.

Выводы:

Итак, мы пришли к трем основным причинам механики и термодинамики математической неупругой механики сплошной среды.

Рассеивание механической энергии, возникающее в результате ее взаимодействия с потоком немеханической энергии (тепловой, электрической, магнитной и т. д.), обуславливает неупругую деформацию переноса: теплопередачу, диффузию.

Определение 7. Если в процессе ползучести деформация однозначно определяется напряжением и временем $\varepsilon_n = f(\sigma, \tau)$, то она называется старением материала (область BC' и $C'C$, формулы (1.11) и (1.12)).

Определение 7. Диффузия – есть распространение, рассеивание как неравномерный процесс, вызываемый молекулярно-тепловым движением и приводящий к равновесному состоянию. Область $AB \cup BC' \cup C'C'' \cup C''C$ (термодиффузия, электродиффузия, диффузия в газах, диффузия в жидкостях, диффузия в твердых телах, диффузия излучения, диффузия в нейтронах и месторасположение молекул, атомов и т. д.).

Определение 8. Чисто механическое перемещение (скольжение), характерное для специфического линейного дефекта, называется дислокацией атомов, молекул. Число дислокаций в кристаллах определяется их плотностью. Диффузия – как скольжение в результате молекулярного теплового движения в зависимости от дислокации атомов, молекул (число дислокаций) искажает правильное расположение атомов плоскостей.

Пластическая наследственность

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(\tau) + \int_{\sigma}^{\tau} K(\tau - \tau^*) \sigma(\tau^*) d\tau^*,$$

$K(\tau - \tau^*)$ – ядро последствия.

Здесь

$$K(\tau - \tau^*) = \frac{1}{\sigma} \left\{ \frac{d\varepsilon}{dt}(\tau - \tau^*) E^*(\tau - \tau^*) + E_n(\tau - \tau^*) \frac{\partial E(\tau - \tau^*)}{\partial t} \right\}$$

с учетом диффузии, ползучести, дислокации старение приводит к структурному изменению материала.

ГЛАВА 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГО-ВЯЗКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

2.1. Основные законы упруго-пластических деформаций при моделировании физических процессов

Исходя из определения „Способность твердых тел деформироваться под действием приложенных к нему внешних сил, и получать постоянные и временные остаточные деформации при устранении сил, называется пластичностью”.

Рассмотрим опыт Баушенгера (растяжение с постоянной скоростью образца):

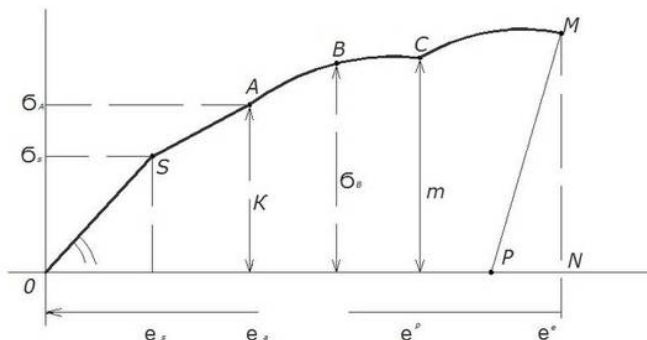


Рис. 29

σ — напряжение, e — относительное удлинение (деформация).

Возможны случаи:

1 случай. Если $\sigma < \sigma_s$, $\sigma = Ee$ (предел упругости), то связь между деформацией и напряжением определяется по закону Гука;

2 случай. Если $\sigma = \sigma_s$, $\frac{d\sigma}{de} = E' \rightarrow k_1 = \sigma = \sigma_s$ — предел пластичности, то для идеально пластического тела между напряжением и деформацией существует взаимно однозначная зависимость: $\sigma_A = k_1 = \sigma_s = m$ (рис. 26);

3 случай. Если $\sigma > \sigma_s, \sigma = E'' e, \frac{d\sigma}{de} = E'$, где E' – модуль

упрочнения, E'' – модуль пластичности, то между напряжением и деформацией не существует взаимно-однозначная зависимость $\sigma_A = \sigma_s, A$ – соответствует пределам пропорциональности и упругости, называемой линейным упрочнением или нелинейным упрочнением – отрезок АВ;

4 случай. Если $\sigma = \sigma_s$, то $\sigma_s = m$ – предел текучести, σ_s – предел прочности.

Итак, опыт Баушенгера показывает:

1. ОА (рис. 29) – упругая деформация, соответствует закону Гука, МР – процесс разгрузки;

2. ВС (рис.29) – площадка текучести, m – предел текучести, $\sigma_s = m$, σ_s – предел прочности;

3. АВ – площадка упрочнений. Линейное или нелинейное. E' – модуль упрочнения, E'' – модуль пластичности;

4. $e^e - PN$ – упругая деформация;

5. $e^e - OP$ – пластическая деформация;

6. $e = e^e + e^B = ON$ – полная деформация.

2.2. Модель условия пластичности

I модель. Предположим, что у вводимой модели отсутствуют такие явления: ползучесть, релаксация, последствие, тогда:

$f(\sigma_{ij}) = k, k = const$, где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, k – предел текучести.

Следствие: Если $f(\sigma_{ij}) < k$, то тело находится в упругом состоянии, а если $f(\sigma_{ij}) = k$, то тело достигает предела пластичности.

II модель. Если поверхность текучести в пространстве напряжений является гладкой в окрестности точки, соответствующей пластическому напряженному состоянию элемента тела, то условие пластичности определяется: $f(\sigma_{ij}) = 0$.

Частные случаи:

1) для жесткого состояния

$$f_p(\sigma_{ij}) < 0,$$

2) для кусочно-гладкой поверхности текучести, имеющие особенности в виде ребер или угловых точек

$$f_p(\sigma_{ij}) = 0; p = 1, 2, \dots, n,$$

3) для изотропного идеально-пластического тела

$$f_p(\sigma_{ij}) = f_p(\sigma, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = 0, \varepsilon_2 = \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}, \varepsilon_3 = \sigma'_{i3} \sigma'_{jk} \sigma'_{ki},$$

соответственно второй и третий инварианты девиатора напряжений.

4) для нормального характера изотропии

$$f_p(\sigma_{ij}) = f_p(|\sigma|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) = 0.$$

5) для случая, когда пластическое свойство материала не зависит от всестороннего давления: $f_p(\sigma_{ij}) = f_p(\sigma_2, |\sigma_3|) = 0$.

Часто встречающие модели: условие пластичности, пластичности максимального касательного напряжения, условие максимального приведенного напряжения и условие пластичности Мизеса.

III модель. Условие пластичности максимального касательного напряжения (Треска):

$$\tau_{\max} = \max \{ |\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \} = k, \text{ где } \tau_{\max} -$$

максимальное касательное напряжение.

IV модель. Условие пластичности максимального приведенного напряжения:

$$S_{\max} = \max \{ |\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \} = k,$$

где $S_{\max}$ – максимальное приведенное напряжение.

V модель. Условие пластичности октаэдрического направления (Мизеса):

$$\varepsilon_3 = \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} = k.$$

Таким образом, технологические характеристики материала есть:

степень упругости, степень упрочнения, коэффициент линейного расширения, теплопроводность, степень пластичности, деформация структурного изменения, текучесть, упрочнения, релаксация, вязкость и влияния предварительного упрочнения на идеально-пластическое течение [24].

2.3. О влиянии предварительного упрочнения на идеально-пластическое течение

Зависимость (предварительного упрочнения на идеально пластическое течение) между касательным усилием τ и необратимой частью сдвига γ описывается диаграммой, которая характеризует нелинейное упрочнение материала.

Возможны случаи:

-если тело изотропное, то соотношение идеально-пластического течения имеет обычный вид,

-если тело (при упрочнении) анизотропное, то возникающие остаточные микронапряжения обуславливают характерные особенности идеально-пластического тела [10].

Рассмотрим в качестве иллюстрации некоторые модели релаксации в металлах и схематическое изображение кривой ползучести с обратным последствием при разгрузке.

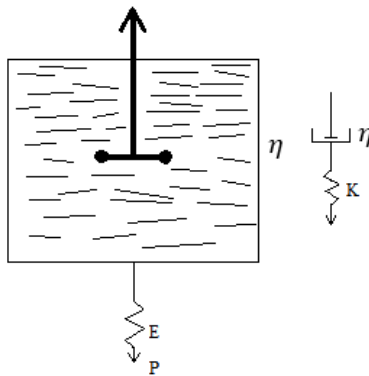


Рис. 30. Модель Максвелла

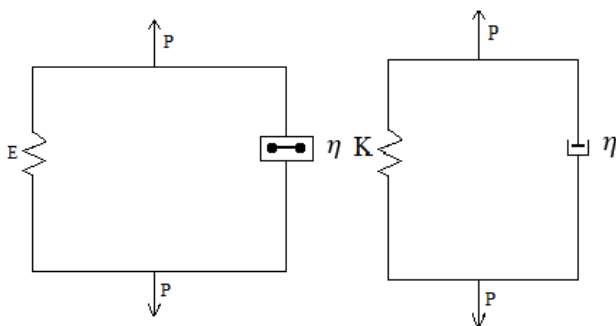


Рис. 31. Модель-Кельвина Фойхта

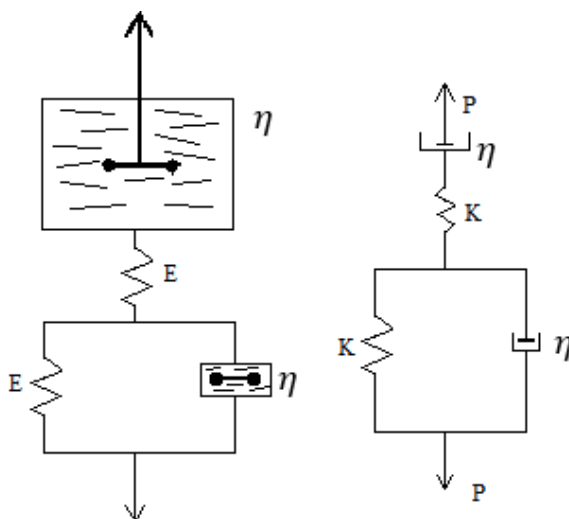


Рис. 32. Модель Е. А. Хейна

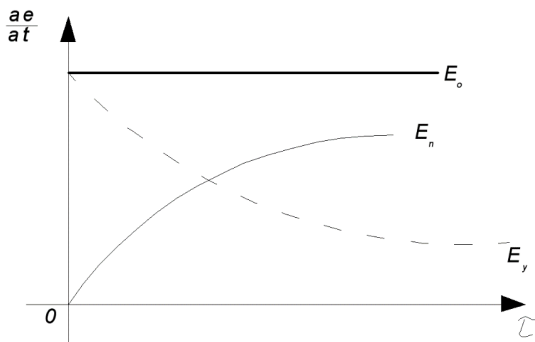


Рис. 33. Схема изменения пластической и упругой деформации

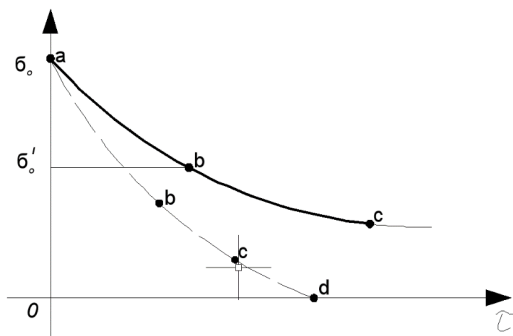


Рис. 34. Схема изменения начального напряжения в процессе релаксации

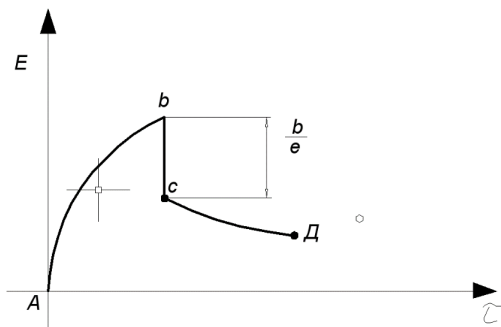


Рис. 35. Схематическое изображение кривой ползучести с обратным последствием при разгрузке

Исходя из некоторых моделей релаксации, в металлах различают три вида напряжений релаксации от температуры:

-низкотемпературная релаксация при температуре ниже температуры возврата

$$[< 0,25 T_{\text{вл}}] \sigma_{\tau} = \sigma_0 e^{-(k\tau)^p};$$

-среднетемпературная релаксация в области температур

$$[(0,25 - 0,5)T_{\text{вл}}] \sigma_{\tau} = \sigma_0 e^{-\frac{k\tau}{a}},$$

При которых активно развивается рекристаллизация ближе к верхнему уровню температуры;

-высокотемпературная релаксация при температуре

$$[0,5T_{\text{вл}} <] \sigma_{\tau} = \sigma_0 e^{-K_D\tau},$$

здесь σ_0 – начальное напряжение, τ_0 – время, в течение которого начальное напряжение убывает e – раз, t – время релаксации, $T_{\text{вл}}$ – температура возврата, ε_0 – начальная суммарная деформация, ε_y – упругая деформация, ε_n – остаточная пластическая деформация, возникающая в процессе релаксации, $\varepsilon_{\text{пл}}$ – пластическая деформация, возникающая при нагружении детали, k – относительная скорость релаксации напряжений $k = \frac{E}{\eta}$, P – показатель релакционной стойкости,

K_a – деформация по границам зерен, K_D – упруго-вязкая деформация вследствие диффузии.

Определение. Диффузия – неравновесный процесс, вызываемый молекулярным тепловым движением и приводящая к равновесному состоянию. Диффузия в твердых телах может осуществляться с помощью нескольких механизмов: обмен местами атомов кристаллической структуры, перемещение атомов, обмен местами двух соседних атомов и т. д.

Коэффициент диффузии в твердых телах очень зависит от дефектов структуры, увеличиваясь с ростом их числа, от числа дислокаций в кристалле. Различаются три основные причины неупругой сплошной среды.

В противоположность классической теории упругости и классической гидродинамике представляется современное состояние неупругой сплошной среды. В отличие от упругого поведения в сплошной среде удобно представить следствия трех основных причин, приводящих (каждая в отдельности или совместно) к широкому многообразию неупругих свойств.

I причина. Рассеивание механической энергии, возникающее в результате ее взаимодействия с потоком немеханической энергии (тепловой, электрической, магнитной) или потоком дискретных частиц материи (диффузия), обуславливающее неупругую деформацию и релаксацию.

II причина. Рассеивание механической энергии, вследствие вязкого или квазивязкого течения жидких или квазизидких компонентов, каждый из которых рассматривается как непрерывная среда, распределенная среди других компонентов взаимодействием этих жидких «фаз» с непрерывной упругой основной фазой или равномерно распределенными упругими «фазами», обуславливаются различными формами вязко-упругого сопротивления.

III причина. Рассеивание механической энергии, вследствие внутреннего трения и тепла, развивающегося при скольжении множества произвольно ориентированных, но кристаллографически вполне определенных плоскостей в квазиизотропных множествах поликристаллов, или при скольжении ориентированных длинных молекулярных соединениях как пластическое сопротивление.

Замечание 1. Первую причину, обуславливающую неупругую деформацию и релаксацию, и ее модель рассмотрим отдельно; вторую причину, обуславливающую различные формы вязко-упругого сопротивления и ее модель рассмотрим отдельно; третью причину, обуславливающую общее пластическое сопротивление рассмотрим отдельно.

Замечание 2. Целесообразно дописать, что неупругие эффекты, связанные с явлением переноса в сплошной среде

(теплопередача, диффузия и т. д.), с явлением местного разрушения или течением внутри многофазных неоднородных, локально анизотропных твердых тел можно объяснить с точки зрения структуры материала и по форме зависимости между интенсивностью напряжений и скоростью течения среды. Например, пластические деформации предшествуют движению и концентрации дислокаций внутри сплошной среды, а вязкоупругость (как явление неупругости) зависит от полной интенсивности напряжений и всегда характеризуется интенсивностью напряжений, большей нуля; предел текучести связан с внезапным разрушением механизма рассеивания и является характером перехода от упругого сопротивления к пластическому.

Замечание 3. Наиболее простая схематизация явлений неупругого сопротивления заключены в уравнениях изотропной вязкой или изотропной вязкоупругой, или изотропной пластической сплошной среды, выраженных через компоненты девиаторов напряжений и деформаций, а также их производных по времени. Так тензорные соотношения могут быть сформулированы либо на основе математических соображений, либо на основе физических наблюдений.

Замечание 4. Следует отметить, что адиабатические изменения объема – dQ , так же как и очень медленные изотермические изменения объема – dT в изотропной сплошной среде, обусловленные наложенным гидростатическим давлением, являются идеально упругими изменениями; наличие объемной вязкости в промежуточных процессах объясняется неупругими процессами рассеивания.

Замечание 5. Состояние сплошной среды и изменение этого состояния определяются непрерывными соотношениями между определенными функциями: функцией вектора перемещений, функцией вектора скорости, тензора деформации или тензора скорости деформации.

Отметим, что в процессе сложного статического и динамического силового нагружения трубчатых конструкций могут возникнуть (в локальной части) разрушения из-за предельного критического условия

Это, в частности, относится к случаю действия на наружную поверхность распределенной или сосредоточенной нагрузки. При некоторых условиях нагружения конструкция имеет несколько опасных максимумов, в которых действуют изгибающие моменты разных знаков [16].

2.4. Классические модели, связанные с направлениями моделирования упруго-вязкого сопротивления и релаксации напряжений. Двух- и трехэлементные модели

Под классическими моделями упруго-вязкого сопротивления принято понимать простейшие модели, описывающие диссипативные силы по аналогии с механизмом демпфирования в вязкой жидкости, производными по времени от деформации или перемещений.

Замечание 1. В научной литературе утвердилось мнение о том, что гипотеза об аналогии механизмов демпфирования колебаний в твердых телах и жидкостях была впервые выдвинута Кельвином в 1865 г. Однако еще ранее, в 1845 г., Стокс предложил математическую теорию, согласно которой:

Вязкость в твердых телах обусловлена лишь деформациями сдвига при условии, что объемные деформации приводят к самоуравновешенным системам сил внутреннего трения.

При этом в первом приближении силы внутреннего трения определяются по Стоксу лишь первыми производными от деформации сдвига. Из высказанных предпосылок вытекают следующие уравнения движения вязко-упругой среды:

$$\begin{aligned}\sigma_x^0 &= k\theta + 2\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3}\theta\right) + 2\chi\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3}\theta\right) \\ \sigma_y^0 &= k\theta + 2\mu\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3}\theta\right) + 2\chi\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3}\theta\right) \\ \sigma_z^0 &= k\theta + 2\mu\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3}\theta\right) + 2\chi\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3}\theta\right).\end{aligned}$$

Здесь приняты традиционные обозначения: $\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, u, v, w$ – нормальные напряжения и перемещения по ортогональным осям OX, OY, OZ ; $k = \frac{2}{3}\mu + \lambda$ – коэффициент объемного расширения; λ, μ – постоянные Ламе; χ – коэффициент вязкости.

Предположение 1. (Стокса). Для одномерных колебаний вязко-упругого тела Стоксом получено следующее дифференциальное уравнение:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{4}{3}(1 + \nu) \chi \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x}, \quad (2.1)$$

где ρ – плотность; E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона.

Уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \sigma_{jk}^0 \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_j} + \sigma_{ik}^0 \frac{\partial \omega_{jk}}{\partial x_i} - e_{jk} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

Граничные условия

$$\Delta f_i = (\sigma_i' + \sigma_k^{0'} \omega_{ik} + \sigma_i^0 e - \sigma_{ik}^0 e_{ik})$$

Таким образом, Стоксом впервые введены в дифференциальные уравнения движения упругого тела диссипативные члены, пропорциональные скорости изменения во времени сил упругости.

Предположение 2. Иной подход, связанный с введением диссипативных сил, пропорциональных скорости перемещения, был развит Рэлеем. В своей известной работе он рассмотрел малые колебания диссипативной системы с конечным числом степеней свободы, выписав для нее уравнения Лагранжа в виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j, \quad (j = \overline{1, n})$$

где V , T – соответственно потенциальная и кинетическая энергия системы; F – так называемая диссипативная функция Рэля; q_j – обобщенная координата; Q_j – обобщенная сила, соответствующая координате q_j . Потенциальная энергия V , кинетическая энергия T и диссипативная функция F являются однородными квадратичными формами обобщенных координат и их скоростей:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n k_{ij} q_i q_j$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n m_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j,$$

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \beta_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j$$

здесь $k_{ij}, m_{ij}, \beta_{ij}$ – некоторые константы, являющиеся элементами матрицы жесткости, инерции и демпфирования соответственно.

Модель Рэля. При использовании модели Рэля дифференциальное уравнение одномерного движения упруго-вязкой среды запишется в виде

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \chi \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Как видим, это уравнение отличается от уравнения Стокса (2.1). Диссипативная функция Рэля адекватно описывает внешнее сопротивление движению твердых тел в вязких средах. Однако для описания внутреннего трения в упруго-вязких телах она непригодна.

Предложение 3. Если линейные перемещения опишем в виде пружины типа Винклера, а угловые перемещения в виде поршня типа Пастернака, то комбинирование в каких угодно сочетаниях упругих (пружины) и вязких (демпферы) дают различные модификации моделей.

Замечание 2. К классическим моделям относятся также модели Фойхта, Максвелла и стандартного линейного тела (СЛТ), а также их различные модификации, в которых вязкие (демпферы) и упругие (пружины) элементы можно комбинировать в каких-либо угодно сочетаниях. В зависимости от числа таких элементов модели бывают двух-, трех-, четырех- и многоэлементные. Опишем кратко эти модели.

Определение 1. Если вязкий и упругий элементы соединяются параллельно, то такая модель называется моделью Фойхта и описывается уравнениями:

$$P = P^k + P^c - P - \text{общая сила,}$$

$$W^k = W^c - \text{общее удлинение Фойхта,}$$

где P^k, W^k – сила и абсолютное перемещение упругого элемента; P^c, W^c – то же, вязкого элемента.

Величины P^k, W^k и P^c, W^c связаны законом Гука

$$P^k = kW^k \tag{2.2}$$

и Стокса

$$P^c = c \frac{dW^c}{dt}, \tag{2.3}$$

здесь k – коэффициент жесткости пружины,

c – коэффициент вязкости демпфера.

Дифференциальное уравнение движения элемента Фойхта имеет вид

$$P = kW + c \frac{dW}{dt}.$$

Последовательная комбинация упругого и вязкого элементов была предложена Максвеллом и поэтому получила название модели Максвелла. В этом случае, очевидно, силы, действующие на упругий и вязкий элементы, равны.

Общая сила:

$$P^k = P^c$$

Общее удлинение складывается из удлинения упругого и вязкого элементов

$$W = W^k + W^c \text{ (Максвелл)}. \quad (2.4)$$

Дифференцируя уравнение (2.4) по времени и подставляя в полученное выражение значения силы и перемещения, приходим к дифференциальной зависимости

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{k} \frac{dP}{dt} + \frac{1}{c} P \text{ (Максвелл)}. \quad (2.5)$$

Рассмотренные модели Фойхта и Максвелла являются двухэлементными, т. к. содержат пружину и вязкий демпфер. Встречаются также трехэлементные модели, причем взаимное расположение пружин и демпферов может быть различным (рис.36).

Для модели стандартного линейного тела (СЛТ), рассмотренной в частности А. Ю. Ишлинским, А. Р. Ржаницыным, Ц. Зинером, уравнение, связывающее силу с перемещением, можно получить из следующих соотношений:

$$W = W_1 + W_2 - \text{общее удлинение}, \quad (2.6)$$

$$P = P_1^k + P_1^c - \text{общая сила}, \quad (2.7)$$

где W_1 – перемещение пружины с жесткостью k_1 или демпфера c_1 (они равны между собой); $P = P_2 = P_1^k + P_1^c$ – сила, возникающая в пружине с жесткостью k_2 , равная сумме сил, возникающих в пружине с жесткостью k_1 и в демпфере.

Учитывая (2.2) и (2.3), уравнения (2.6), (2.7) приводим к одному уравнению

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{c_1} P = k_2 \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 k_2}{c_1} W.$$

С помощью аналогичных рассуждений для модели Максвелла можно получить следующее уравнение:

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_2}{c_1} P = (k_1 + k_2) \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 k_2}{c_1} W.$$

Для вывода уравнений, описывающих поведение трехэлементных моделей, следует вновь использовать зависимость (2.2), (2.3) в уравнениях (2.4), (2.5). Тогда имеем

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1}{c_1 + c_2} P = \left(k_1 \frac{dW}{dt} + c_2 \frac{d^2 W}{dt^2} \right) \frac{c_1}{c_1 + c_2}.$$

2.5. Четырех элементные модели с направлениями моделирования упруго-вязкого сопротивления. Некоторые приложения

Четырехэлементные модели имеют, очевидно, еще большее число модификаций. Так, например, для модели, состоящей из двух демпферов, возможны четыре комбинации элементов (рис. 36, *a–г*), а для моделей, составленных из трех пружин и одного демпфера, а также трех демпферов и одной пружины, – по одной комбинации (рис. 36, *д, е*).

Можно показать, что для схем, изображенных на рис. 36, *a–г*, дифференциальное уравнение движения будет иметь второй порядок

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + r_1 \frac{dP}{dt} + r_0 P = q_2 \frac{d^2 W}{dt^2} + q_1 \frac{dW}{dt} + q_0 W. \quad (2.8)$$

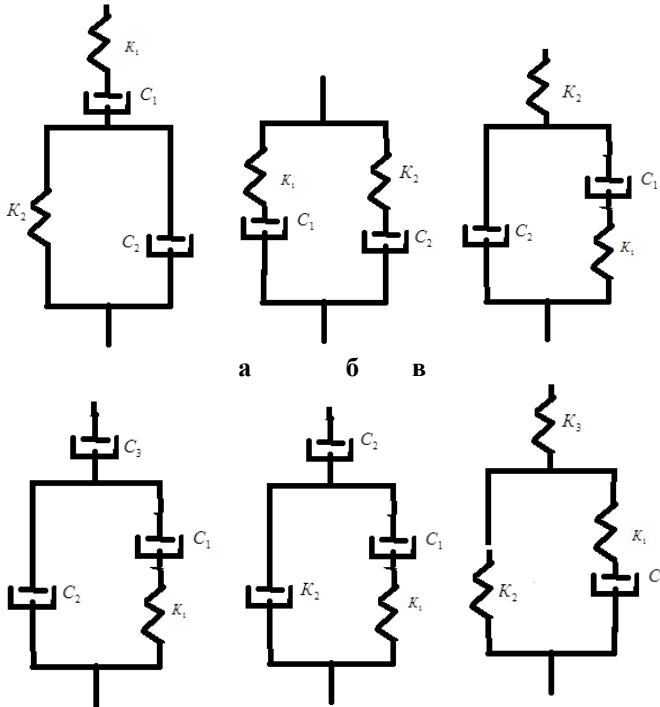


Рис. 36. Четырехэлементные модели:

а, б, в, г – из двух пружин и двух демпферов; д – из трех демпферов и одной пружины; е – из трех пружин и одного демпфера

Как видим, с увеличением числа элементов в вязко-упругой модели внутреннего трения повышается порядок соответствующего дифференциального уравнения.

Схемы, изображенные на рис. 36, имеют дифференциальные уравнения движения второго порядка

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + r_1 \frac{dP}{dt} + r_0 P = q_2 \frac{d^2 W}{dt^2} + q_1 \frac{dW}{dt} + q_0 W.$$

Вывод. С увеличением числа элементов в вязко-упругой модели внутреннего трения повышается порядок соответствующего дифференциального уравнения, т.е.

$$\begin{aligned} r_0 P + r_1 \frac{dP}{dt} + r_2 \frac{d^2 P}{dt^2} + r_3 \frac{d^3 P}{dt^3} + r_4 \frac{d^4 P}{dt^4} + \dots = \\ = q_0 W + q_1 \frac{dW}{dt} + q_2 \frac{d^2 W}{dt^2} + q_3 \frac{d^3 W}{dt^3} + q_4 \frac{d^4 W}{dt^4} + \dots \end{aligned}$$

или

$$R(P) = Q(W), \quad (2.9)$$

$$\text{где } R = \sum_{j=0}^n r_j \frac{d^j}{dt^j}, Q = \sum_{j=0}^m q_j \frac{d^j}{dt^j}. \quad (2.10)$$

Замечание 1. Необязательно порядки линейных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами должны совпадать между собой в формулах (2.8)–(2.10). Из общей зависимости между силой и перемещением и их производными для произвольной вязко-упругой системы (2.9)–(2.10) при гармоническом демпфировании и перемещении получим выражения для комплексной жесткости и комплексной податливости для многоэлементных моделей, рассмотрим некоторые из них:

обобщенная модель Фойхта

$$k^*(\omega) = [\phi^*(\omega)]^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{k_0} + \frac{1}{i\omega C_{n+1}} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{k_j + i\omega C_j}};$$

$k_0, k_1, \dots, k_n$ - жесткость пружин, $C_0, C_1, \dots, C_n$ - вязкость,

k^* - комплексная жесткость, P_0 - комплексная амплитуда, W_0 - комплексное перемещение, $\phi^*(\omega)$ - передаточная функция комплексной податливости.

$$W(t) = P_0 \phi^* e^{i\omega t}, \varphi(t) = P_0 e^{i\omega t}, P(t) = P_0 e^{i\omega t}. \quad (2.11)$$

Формула (2.11) характеризует гармоническое демпфирование.

Обобщенная модель Максвелла

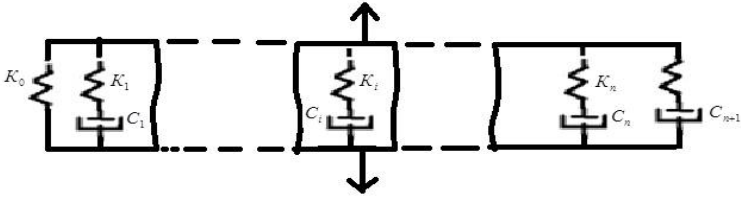


Рис. 37. Модель Максвелла

$$k^*(\omega) = [\phi^*(\omega)]^{-1} = k_0 + i\omega C_{n+1} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{\left(\frac{1}{k_j} + \frac{1}{i\omega C_j}\right)}.$$

Модель БИО имеет вид:

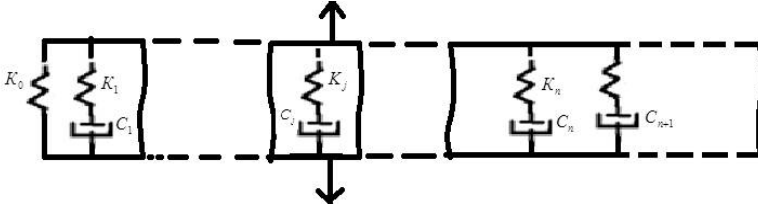


Рис. 38. Модель БИО

$$k^*(\omega) = [\phi^*(\omega)]^{-1} = k_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k_j} + \frac{1}{i\omega C_j} \right).$$

Замечание 2. В обобщенных моделях из общей зависимости между силой и перемещением и их производными для произвольной вязко-упругой системы (2.9)–(2.10) при гармоническом деформировании приняты

$$P(t) = P_0 e^{i\omega t}, W(t) = P_0 \phi^* e^{i\omega t},$$

где $P_0, W_0 = P_0 \phi^*$ – комплексные амплитуды силы и перемещения. Получим выражения для комплексной жесткости:

$$k^*(\omega) = k'(\omega) + ik''(\omega) = \frac{P_0}{W_0} = \frac{Q^*(\omega)}{R^*(\omega)}$$

и комплексной податливости (передаточной функции)

$$\phi^*(\omega) = \phi'(\omega) + i\phi''(\omega) = \frac{W_0}{P_0} = \frac{R^*(\omega)}{Q^*(\omega)}.$$

Замечание 3. В частности, для пружины

$$k^*(\omega) = k; \phi^*(\omega) = \frac{1}{k};$$

для вязкого демпфера

$$k^*(\omega) = i\omega C; \phi^*(\omega) = -i\frac{1}{\omega C};$$

для модели Максвелла

$$k^*(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{\omega^2 C^2 k}{k^2 + \omega^2 C^2} + i\frac{k^2 \omega C}{k^2 + \omega^2 C^2},$$

$$\phi^*(\omega) = \frac{1}{k} - i\frac{1}{\omega C},$$

для модели Фойхта

$$k^*(\omega) = k + i\omega C; \phi^*(\omega) = \frac{k}{k^2 + \omega^2 C^2} - i\frac{\omega C}{k^2 + \omega^2 C^2},$$

для модели стандартного линейного тела

$$k^*(\omega) = \frac{1}{\phi^*(\omega)} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2 + i\omega C_1} \right) - 1.$$

Замечание 4. Свободные колебания диссипативной системы имеют однородное дифференциальное уравнение

$$M \frac{d^2 W}{dt^2} + C \frac{dW}{dt} + kW = 0,$$

где M – симметричная матрица инерции, G – симметричная матрица демпфирования, k – матрица жесткости [22].

Замечание 5. Возьмем расчетную схему динамического носителя колебаний в виде двухмассовых систем

$m_1 = 2 \cdot 10^5$ кг, $\gamma_1 = 0,025$, $m_2 = 4 \cdot 10^3$ кг, $\gamma_2 = 0,1$, $k_1 = 10^6$ Н/м, $k'(\omega) = \kappa'(P)$, $k''(\omega) = \gamma(P)\kappa'(P)$, $k_2 = 2 \cdot 10^4$ Н/м, γ – коэффициент.

Решение: $E^* = E_0(1 + i\gamma)$, $k^* = (1 + i\gamma)k_1$,

$m \frac{d^2 W}{dt^2} + k(1 + i\gamma)W = Pe^{i\omega t}$ – дифференциальное уравнение, амплитудно-частотные характеристики имеют вид

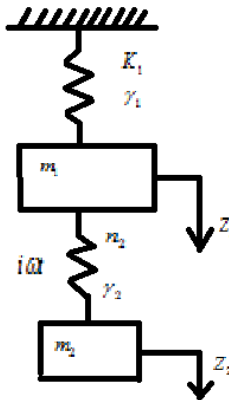


Рис. 39

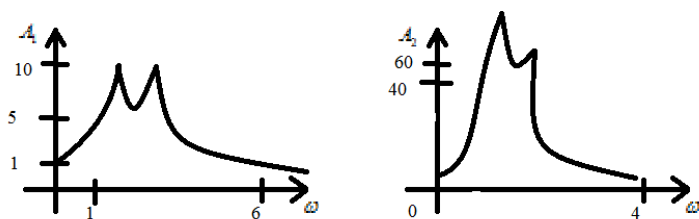


Рис. 40. Амплитудно-частотные характеристики

Замечание 6. Как выглядит расчетная схема в виде четырехмассовых систем при проектировании четырехэтажных зданий?

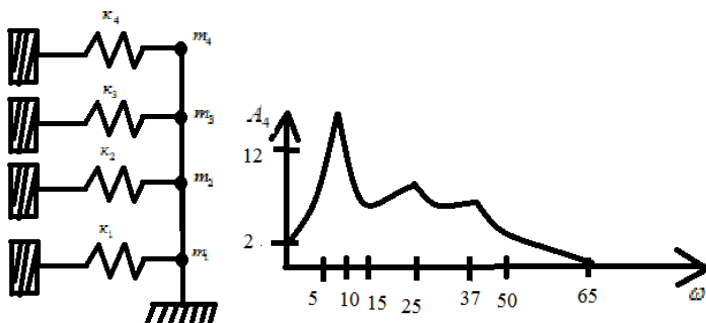


Рис. 41. Амплитудно-частотные характеристики

Замечание. Приложение классической модели упруго-вязкого сопротивления в виде примера рассмотрено при расчетах релаксации в металлах и схематическом изображении кривой ползучести с обратным последствием при разгрузке.

ГЛАВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ РАЗРАБАТЫВАЕМОГО ГОРИЗОНТА ПО ХАРАКТЕРУ ДРЕНАЖНОЙ ЗОНЫ

Данная тема является составной частью научно-исследовательской работы по теме «Моделирование технологий разработки при добыче нефтяных месторождений и транспортировке тяжелой нефти», которая рассматривает:

- повышение эффективности подготовки высокопарафинистой нефти, разработка и использование различных измерений, контроль характеристик гидродинамических процессов;

- математическое и компьютерное моделирование разработки, добычи и транспортировки по классам внутренних нагрузок, по критическим деформациям поперечного сечения резервуара на основе синтеза систематических технологических процессов в зависимости от распределения давлений температуры и вязкости среды.

Деформированная вязкость n -го горизонта нефтяного месторождения может быть меньшей, чем средняя вязкость для полной деформации приведенного пласта при большем количестве из четырех чередующих слоев.

С этой целью рассмотрим мониторинг месторождений нефти и газа, а также технологии сейсморазведки 4D на основе исследований, проводимых учеными университета. Здесь необходимо записать страницу технологий 4D.

Мониторинг месторождений нефти и газа. Технология сейсморазведки 4D

ТОО «PGS Казахстан» начиная с 2003 г., предлагает нефтяным компаниям, работающим в Казахстане, современную технологию контроля эффективности разведки и разработки месторождений нефти и газа – сейсморазведка 4D «Time-Lapse Geophysics». Технология разработана исследовательскими центрами компаний PGS-Reservoirand, PGS-Research и опробована на месторождениях нефти и газа в различных регионах мира.

Содержание технологий 4D:

- оценка рентабельности работ;
- 4D анализ существующих и планируемых съемок;
- 4D параллельная обработка опорной и мониторинговой съемок;

- Кросс эквализация массивов данных;
- 4D инверсия;
- оценка сейсмических атрибутов и анализ коллекторов;
- оценка параметров движения фронта.

Обработка геофизических данных и формирование базы данных месторождения

- анализ и оценка качества данных;
- регуляризация по алгоритму Фурье;
- тщательный контроль фазовых и амплитудных характеристик сигналов на каждом этапе;
- анализ и коррекция статики;
- исключение кратных волн;
- анализ скоростей, миграция, восстановление структуры ловушки;
- кросс-корреляция сейсмических и скважинных данных.

Особенно эффективным является применение технологий 4D- Time-Lapse на ранних этапах разведки и подготовки месторождения. Это позволяет нефтяной компании разработать максимально эффективную стратегию эксплуатации продуктивных коллекторов и выявить пропущенные объекты. Экономические расчеты показывают, что наибольшего финансового успеха можно добиться на средних и мелких месторождениях, где убытки от каждой пробуренной «сухой» скважины составляют значительную долю общего бюджета.

Статистика объемов работ 4D:

Статистические данные по основным мировым нефтегазоносным бассейнам показывают, что применение технологий мониторинга Time-Lapse Geophysics 4D на ранних этапах разработки месторождения ускоряет темпы добычи на 15–25 % и снижает себестоимость добычи нефти в среднем на 15–25 %. Основным преимуществом компании PGS является наличие самых современных технических и программных средств в ее региональном центре по обработке данных в г. Алматы,

высокая квалификация персонала и возможность использования обширного опыта компании PGS и ее филиалов по всему миру.

Следовательно, «К вопросу математического моделирования движения нефтегазовой смеси симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, поперечного сечения и переменными химико-технологическими характеристиками и под действием динамической нагрузки» примем наши модели:

Характер дропажной зоны	Траектория скважины	
	Наклонные скважины	Горизонтальные скважины
Проницаемость (к), мД	Вертикальная, k_v	Горизонтальная, k_h
Гомогенный пласт большой мощности без газовой шапки или подстилающей воды $k_v/k_h \geq 0,1$	Высокая k_v 	Высокая k_h
Гомогенный пласт большой мощности с газовой шапкой или подстилающей водой	Не рекомендуется из-за риска преждевременного прорыва газа или воды	Предпочтительнее вертикальные или мало-наклонные скважины, чем горизонтальные
Многопластовая зона	$k_v/k_h \geq 0,1$, предпочтительнее, чем вертикальные	Параллельные скважины на разных глубинах с селективной регулировкой притока
Мелкопластовая толща	Желательно пересечь как можно больше слоев	Не рекомендуется, так как при малой вертикальной проницаемости дебит и отдача пластов могут оказаться низкими
Зона естественной трещиноватости	Пересекать вертикальные и горизонтальные трещины	Дробнонаклонные скважины, параллельные трещинам
Зона естественной трещиноватости в условиях заводнения	Короткие, разнесенные по радиусу скважины трещины	Сложно, для коллективных пластов
Тектонически изоморфные залежи	Скважины должны закрыть все скважины залежи	Вскрыть каждую залежь одной или несколькими скважинами
Стратиграфически изоморфные залежи	Скважины должны закрыть все скважины залежи	Вскрыть каждую залежь одной или несколькими скважинами
Продольные залежи (вид сверху)	Несколько наклонных боковых скважин по основному стилю	Одна скважина должна пересечь несколько залежей
Залежи в круто поворачивающихся пластах	Одна скважина должна пересечь несколько пластов	Предпочтительно вскрыть каждый пласт скважиной боковым стилем

Рис. 42. Нефтегазовое месторождение и система построения модели



Рис. 43. Модель расположения скважины в резервуаре

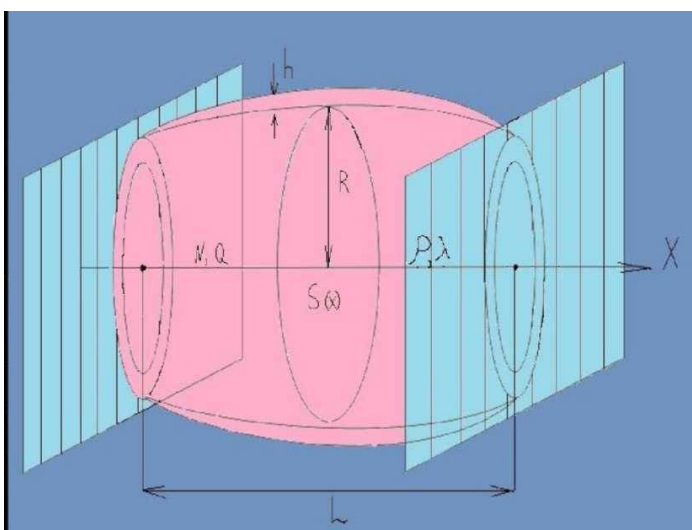


Рис. 44. Симуляционная модель резервуара, как трубчатая конструкция

Скважины А и В при техническом нагнетании пласта представим в виде трубчатой конструкции длиной – L , толщиной h , внутренним радиусом – R с заполнителем нефтяной смеси (рис. 42, 43) при различных граничных условиях на торцах.

Развивая идеи Казанской школы (Х. М. Муштари, К. З. Галимов, А. Б. Саченков, И. Г. Терегулов, Р. С. Якушев, Л. У. Бахтиева и др.) «О динамических задачах выпучивания тонких трубчатых конструкций под действием критической внешней активной нагрузки» и «Связанные возмущения упруго-вязких пластинок и стержней с переменными параметрами» рассмотрены три задачи и схема функционирования поперечного сечения заполнителя симуляционной модели резервуара с переменными параметрами за пределами упругости и математические модели, связанных возмущений упруго-вязких систем с переменными параметрами, под действием критических активных и критических реактивных внутренних трений при динамическом нагружении.

На основе исследований кафедры «Математика» КазНИТУ имени К. И. Сатпаева рассмотрим эти задачи отдельно.

Итак, необходимо было решить следующие три задачи динамики движущей материальной точки как систему стержней за пределом упругости реального мира.

I задача – III задача.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\varepsilon(x) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] = \lambda_j f_1(E_{ij}, G_{ij}, \eta_{ij,im}, \vartheta_{i,lm}) \cdot f_2\left(\frac{h}{R}\right) f_3\left(\frac{R}{L}\right) \cdot f(x) P(t),$$

$R(P(t)) = Q(W(t))$, где $P(t)$ определяется из математического оператора

$$R = \sum_{j=0}^n r_j \frac{d^j}{dt^j}, \quad Q = \sum_{j=0}^m q_j \frac{d^j}{dt^j},$$

$$\lambda_1 = \frac{8}{3} - \text{первая задача } (I_1),$$

$$\lambda_2 = 2 - \text{вторая задача } (I_2),$$

$$\lambda_3 = \frac{4}{3} - \text{третья задача } (I_3).$$

Решение: пусть

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\varepsilon(x) \frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \right] \cdot \frac{1}{\lambda_j f_1 f_2 f_3 f(x)} = P(t) = -\lambda^2.$$

Применяя метод разделения переменных получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\varepsilon(x) \frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \right] &= -\lambda^2 \lambda_j f_1 f_2 f_3 f(x) \\ P(t) + \lambda^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

в частности

$$\left. \begin{aligned} Q_0(x) \frac{d^4 W}{dx^4} &= -\lambda^2 \lambda_j f_1 f_2 f_3 f(x), \\ \eta \frac{dW^{(t)}}{dt} + kW(t) &= P(t) \end{aligned} \right\} \quad \text{Модель Фойхта} \quad (3.2)$$

$Q_0(x)$ – коэффициент, связанный с изгибом центральной оси поперечного сечения резервуара, изгибающим моментом и фиктивными крутящими силами из первого дифференциального уравнения предпоследней системы, интегрированием найдем: перерезывающую силу, изгибающий момент, угловое и линейное перемещение.

Здесь:

$$1) \lambda_k = \left\{ \frac{8}{3}; 2; \frac{4}{3} \right\} - \text{форма поперечного сечения}$$

симуляционной модели резервуара,

2) $f_1 \{E_{ij}, G_{ij}, \eta_{ij}, \vartheta_{ij}\}$ – физико-механические свойства многофазной жидкости резервуара, как многослойной эквивалентной среды, определенной методом приведенного модуля,

$$3) f_2 \left(\frac{h}{R} \right) = \{0,005 - 0,01; 0,015 - 0,02; 0,025 - 0,03\} -$$

характеристики толщины резервуара, соответственно: тонкая, средней толщины и жесткая,

$$4) f_3 \left(\frac{R}{L} \right) = \{0,1 - 0,3; 0,31 - 0,6; 0,061 - 0,99\} -$$

характеристики длины резервуара, соответственно: длинная, средней длины и короткая,

$$5) f(x) = \left\{ 1, 1-x, 1-x + \frac{x^2}{2} \right\} \sin \omega x - \text{ вид критической}$$

нагрузки в зависимости от форм критической деформации поперечного сечения,

6) $P(t)$ – упруго-вязкое сопротивление в поперечном сечении резервуара как внутреннее трение

$$7) r_0 P(t) + r_1 \frac{dP}{dt} + r_2 \frac{d^2 P}{dt^2} + \dots = q_0 W(t) + q_1 \frac{dW}{dt} + q_2 \frac{d^2 W}{dt^2} + \dots,$$

$$EJ \frac{d^4 W}{dx^4} - N_1 \frac{d^2 W}{dx^2} = \eta \frac{dW}{dt}, \quad N_{\kappa p} = -N_1 \frac{d^2 W}{dx^2};$$

$$EJ \frac{d^4 W}{dx^4} - N_1 x = m_1 \omega_{\phi x}^2 x,$$

$\omega_{\phi x}$ – фиктивная частота.

При следующих условиях: граничные условия:

$$\left. \frac{d^3 W}{dx^3} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{d^2 W}{dx^2} \right|_{x=L} = 0$$

оба края резервуара – свободные;

$$W(x) \Big|_{x=L} = 0; \quad \left. \frac{dW}{dx} \right|_{x=0} = 0$$

оба края резервуара – скользяще-заделанные;

$$W(x) \Big|_{x=L} = 0; \quad \left. \frac{d^2 W}{dx^2} \right|_{x=0} = 0$$

оба края резервуара – шарнирно-закрепленные.

Начальные условия:

$$\left. \begin{aligned} W(t)\Big|_{t=0} &= W_0; & \frac{dW}{dt}\Big|_{t=0} &= 0 \\ W(t)\Big|_{t=\frac{\eta}{2\pi}} &= W_1; & \frac{dW}{dt}\Big|_{t=\frac{\eta}{2\pi}} &= 0 \end{aligned} \right\},$$

где W_0, W_1 – прогибы, соответствующие критическому давлению $P_{\text{крит}}(t)$.

Замечание 1. При выборе граничных и начальных условий на торцах резервуара не рассматривается скорость движения:

$$\frac{d\varepsilon_n}{dt} = f(\sigma, T, \tau, \varepsilon_n, \varepsilon_{nn}, q_1, \dots, q_n),$$

где σ – напряжение, T – температура, τ – время, ε_n – остаточная деформация, ε_{nn} – пластическая деформация при нагружении, $q_1, \dots, q_n$ – параметры структурного изменения материала резервуара.

Следовательно, на величину активной критической нагрузки начальные условия не оказывают существенного влияния.

Замечание 2. Если материал резервуара считаем как эквивалентный слой, то граничные условия на торцах можно принять следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} W'''(x,0) \pm \alpha_0 W''(x,0) \pm \beta_0 W'(x,0) \pm \gamma_0 W(x,0) &= f_1(x) \\ W''(x,0) \pm \alpha_1 W'(x,0) \pm \beta_1 W(x,0) &= f_2(x) \\ W'(x,0) \pm \alpha_2 W(x,0) &= f_3(x) \\ W(x,0) &= f_4 \end{aligned} \right\}.$$

Решим поставленные задачи физико-технического, механико-математического и химико-технологического процесса на основании модели Б-1.

Общая постановка задачи.

Пусть локальная поперечная импульсивная неравномерная нагрузка возбуждает в резервуаре возмущение в виде модели В. И. Крылова [1–2], рис. 45, случай а) форма критической деформации поперечного сечения пропорциональна форме эпюры неравномерного поперечного давления, случай в) изгиб и выпучивание механических систем и симуляционной модели резервуара как взаимно-вынужденные выпучивания элементов, входящих в систему, зависят от динамических характеристик периодических во времени. Контактные задачи для тонкостенных вязко-упругих приведенных слоев нефтяного пласта в пространстве непрерывных функций практически не имеют решения при любой правой части.

$$f(\xi), (0 < \xi < 1, x = \alpha\xi - \tau, \Delta\xi \rightarrow 0, \Delta\tau \rightarrow 0).$$

Взаимно-вынужденные выпучивания механических систем определяются из моделей упруго-вязких тел при динамическом нагружении с учетом внутреннего трения резервуара с нефтяной жидкостью рис. 45.

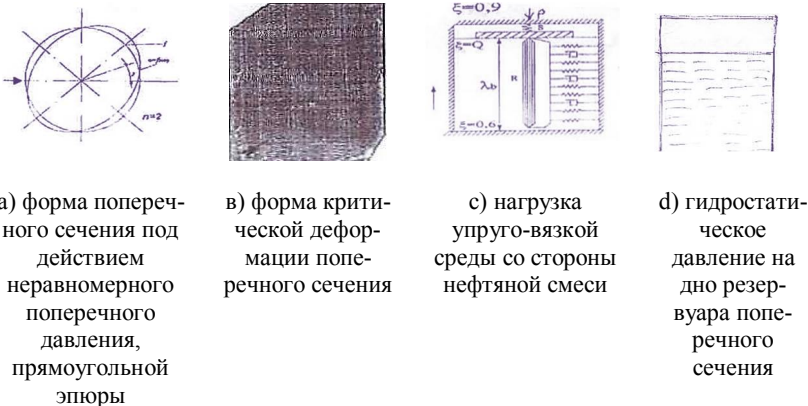


Рис. 45. Схема функционирования поперечного сечения заполнителя симуляционной модели резервуара

случай с) поперечное сечение резервуара можно представить в виде овальной, конусоидальной формы и гиперболической градири при критической нагрузке, распределенной в ряд Фурье вдоль параллели как функцию $\varepsilon = \varepsilon(\xi)$ по толщине z переменного сечения. При выравнивании одного из днищ поперечное сечение «складывается» либо с недостатком, либо с избытком нефтяной смешанной смеси, рис. 45, д) длина резервуара почти не влияет на величину критического импульса внешней критической динамической нагрузки, которая существенным образом зависит

от выбора функций $f(\xi) = e^{-\xi}$ и плотности $\rho(\xi) = e^{-C\frac{\xi^2}{2} + C_2}$ на отрезках активного перемещения, начала кристаллизации и начала затвердения смешанной нефтяной смеси.

Задача 1.

Движение нефтегазовой смеси резервуара, когда форма поперечного сечения (под действием неравномерного поперечного давления прямоугольной эпюры) имеет овальный вид, рис. 45, а)

Уравнение движения заполнителя резервуара возьмем в виде [3–6]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_{k\gamma^2}} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} f(\xi) P(t), \\ R(P) = Q(W), R &= \sum_{j=0}^n r_j \frac{d^j}{dt^j}, Q = \sum_{j=0}^m q_j \frac{d^j}{dt^j} \end{aligned} \right\},$$

в частности

$$\left. \begin{aligned} D \left[\frac{1}{\xi} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - \frac{2}{\xi^2} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} + \frac{2}{\xi^3} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= \\ = \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_{k\gamma^2}} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \sin \omega \xi P(t), P(t) &= kW + \eta \frac{dW}{dt} \end{aligned} \right\},$$

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{\xi}, \quad k > RД, \quad k \gg \eta, \quad k < RД, \quad k = RД.$$

$$W(t) = \frac{1}{k} + Ce^{\frac{-k}{\eta}t},$$

где $C = const$ (Фойхта), R и Q – линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} r_0 P + r_1 \frac{dP}{dt} + r_2 \frac{d^2 P}{dt^2} + r_3 \frac{d^3 P}{dt^3} + \dots = \\ = q_0 W + q_1 \frac{dW}{dt} + q_2 \frac{d^2 W}{dt^2} + q_3 \frac{d^3 W}{dt^3} + \dots \end{aligned}$$

Заметим, что порядки этих операторов не обязательно должны совпадать.

Здесь N, Q – анизотропные характеристики приведенного слоя поперечного сечения симуляционной модели резервуара;

$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\pi h}{L}$, ω – число полуволен в продольном направлении, определяются из граничных условий на поверхности при $\xi = 0$ и $\xi = 1$;

$$\lambda_k = \left\{ 1(B. В. Новожилѳ); \quad \frac{2}{3}(А. Н. Гузь); \quad \frac{1}{3}(М. А. Био);$$

$$1 + \frac{1}{3} \left(1 + 4 \frac{N}{Q} \right) (А. С. Лейбензон, А. Ю. Ишлинский) \right\}$$

- по нелинейным деформационным процессам, h – толщина, L – длина, R – внутренний радиус нефтяной смеси.

Решаем при предположении

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{\xi}, \quad M_u = m_u - \Delta M_u,$$

$\Delta M_u = C\xi$ – изменение изгибающего момента изогнутой оси поперечного сечения резервуара за пределом упругости,

$m_u = D \frac{d^2}{d\xi^2}$ – в области линейной теории упругости.

$$\left. \begin{aligned} D \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} &= \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \xi \sin \omega \xi P(t), \\ P(t) &= t, W(t) = \frac{1}{k} + C e^{-\frac{k}{\eta} t}, C = const \end{aligned} \right\}.$$

Задача 2.

Движение нефтегазовой смеси резервуара, когда форма поперечного сечения (под действием неравномерного поперечного давления треугольной эпюры) имеет конусоидальную форму.

Уравнение движения заполнителя резервуара возьмем в виде [3–6]:

$$\left. \begin{aligned} D \left[\frac{1}{1-\xi} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + 2 \frac{1}{(1-\xi)^2} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} + 2 \frac{1}{(1-\xi)^3} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= \\ &= 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \sin \omega \xi P(t) \end{aligned} \right\},$$

$P(t) = k\omega + \eta \frac{dW}{dt}$ – модель Фойхта при, $k \gg \eta$,

$$W(t) = \frac{1}{k} + C e^{-\frac{k}{\eta} t}$$

или в общем виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} f(\xi) P(t), \\ r_0 P + r_1 \frac{dP}{dt} + r_2 \frac{d^2 P}{dt^2} + r_3 \frac{d^3 P}{dt^3} + \dots &= \\ = q_0 W + q_1 \frac{dW}{dt} + q_2 \frac{d^2 W}{dt^2} + q_3 \frac{d^3 W}{dt^3} + \dots \end{aligned} \right\},$$

здесь N, Q – анизотропные характеристики приведенного слоя поперечного сечения симуляционной модели резервуара, ω – число полуволн в продольном направлении, определяются из граничных условий на поверхности:

$$\xi = 0; \xi = 1; \gamma = \frac{1}{2} \frac{\pi h}{L}, \lambda'_k = \left\{ 1; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 1 + \frac{1}{3} \left(1 + 4 \frac{N}{Q} \right) \right\},$$

– по нелинейным деформационным процессам технологического процесса, h – толщина, L – длина, R – внутренний радиус нефтяной смеси.

Решение при предположении

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi}, M_u = m_u - \Delta m_u, \Delta m_u = \frac{c}{1 - \xi} -$$

изменение изгибающего момента изогнутой оси поперечного сечения резервуара за пределом упругости, m_u – изгибающий момент в области линейной теории упругости.

Задача 3.

Движение нефтегазовой смеси резервуара, когда форма поперечного сечения (под действием неравномерного поперечного давления трапецевидной эпюры) имеет форму градири.

Уравнение движения нефтегазовой смеси резервуара возьмем в виде [3–6]

$$\left. \begin{aligned} & \Delta \left[\frac{1}{(\xi-1)^2+1} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - 4 \frac{\xi-1}{[(\xi-1)^2+1]^2} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} - \right. \\ & \left. - 2 \frac{1}{(\xi-1)^2+1} \left(1 - \frac{4\xi(\xi-1)}{[(\xi-1)^2+1]^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = \left. \begin{aligned} & = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \sin \omega \xi P(t) \end{aligned} \right\}, \end{aligned}$$

$$P(t) = k\omega + \eta \frac{dW}{dt} - \text{модель Фойхта при } k \gg \eta,$$

$$W(t) = \frac{1}{k} + C e^{-\frac{k}{\eta} t}$$

или в общем виде

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = \frac{4}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} f(\xi) P(t), \\ & r_0 P + r_1 \frac{dP}{dt} + r_2 \frac{d^2 P}{dt^2} + r_3 \frac{d^3 P}{dt^3} + \dots = \\ & = q_0 W + q_1 \frac{dW}{dt} + q_2 \frac{d^2 W}{dt^2} + q_3 \frac{d^3 W}{dt^3} + \dots \end{aligned} \right\},$$

здесь N, Q – анизотропные характеристики приведенного слоя поперечного сечения симуляционной модели резервуара, ω – число полуволн в продольном напряжении, определяется из граничных условий на поверхности:

$$\xi = 0; \xi = 1; \gamma = \frac{1}{2} \frac{\pi h}{L}, \lambda'_k = \left\{ 1; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 1 + \frac{1}{3} \left(1 + 4 \frac{N}{Q} \right) \right\},$$

- по нелинейным деформационным процессам технологического процесса, h – толщина, L – длина, R – внутренний радиус нефтяной смеси.

Решение при предположении:

$$\varepsilon(\xi) = \frac{2D}{(\xi-1)^2 + 1}, M_u = m_u - \Delta m_u,$$

$$\Delta m_u = C \left[\frac{(\xi-1)^2 + 1}{\sqrt{\xi-1}} e^{2 \arctg|\xi-1| - \frac{1}{4}\xi(\xi-2)} \right]$$

- изменение изгибающего момента изогнутой оси поперечного сечения резервуара, m_u – изгибающий момент в области линейной теории упругости.

1. Предварительное нагружение поперечного сечения внешним активным критическим давлением уменьшает коэффициент динамичности, а внутреннее нагружение критической силы наоборот повышает коэффициент динамичности (графики 1 и 2).

2. В статике граничные условия оказывают существенное влияние на величину активной критической нагрузки, а в динамике граничные условия не играют роли из-за начальных условий

$$\left. \begin{aligned} W(t) \Big|_{t=0} &= W_0, & \frac{dW}{dt} \Big|_{t=0} &= 0, \\ W(t) \Big|_{t=\frac{\pi}{2}} &= W_0, & \frac{dW}{dt} \Big|_{t=\frac{\pi}{2}} &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где W_0 – прогиб, соответствующий критическому давлению $-q_k^0$.

3. За критическое время практически можно принимать любое соответствующее промежутку $\alpha < \tau < 1$ выпучивание, где наблюдается резкое возрастание прогиба. Здесь α – точка перегиба кривой $w = f(\xi, t)$, $w = f(\eta, k, t)$ (график 6).

4. С увеличением показателя $m = \{1, 2, 3, 4\dots\}$ коэффициент динамичности растет. При этом внешние критические активные и внутренние критические реактивные силы на участке $\alpha < \tau < 1$ могут работать в противоположных направлениях, исключая промежуток времени $\alpha < \tau \leq 1$ (графики 3 и 4).

5. Плотность материала поперечного сечения, как переменная величина, уменьшается в сторону большего основания гидростатического давления дна (шапки и подошвы) согласно нормальному закону непрерывных случайных величин на отрезке по формуле:

$$\rho = \rho(\xi), 0 < \xi < 1.$$

3.1. Распределение критического давления многослойного пласта большой мощности

Рассмотрим нефтяное месторождение из n — горизонтов в виде однородной среды, состоящей из 4-х чередующих слоев.

На основании каротажных работ с применением измерительных приборов нанотехнологий каждый горизонт представим в виде нефтяного пласта проницаемости (k) МД и

критическим пластовым давлением $\frac{q_k}{D} = \xi_{kp} = \frac{P_{пл.дав}}{2Q}$ по

характеру дренажной зоны.

Тогда вопрос критического давления многослойного пласта большой мощности без шапки, лежащий на нетронутом массиве, а также вязкого выпучивания нефтяной смеси играет особое значение для построения математической модели.

Нефтенасыщенный пласт горизонта представим в виде четырех изотропных слоев под действием критического пластового давления (рис.46)

$$q_k = \frac{P_1}{2Q_1} = \frac{P_1}{2Q_1}$$

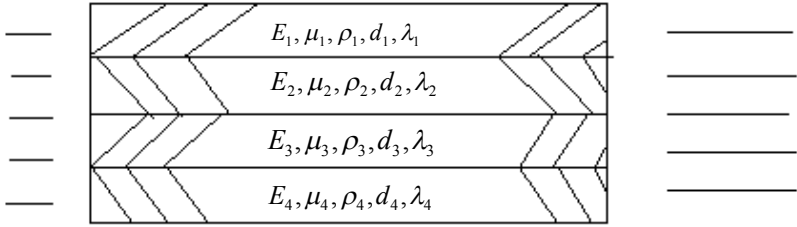


Рис. 46

Здесь E_j – модуль Юнга; μ_j – коэффициент сдвига;
 ρ_j – плотность; λ_j – длина продольной волны; d_j – толщина
каждого слоя.

Каждые два изотропных слоя представим в виде одного
анизотропного приведенного слоя методом приведенных
модулей.

Здесь

$$N_1^j = (E_1^j h_1^j + E_2^j h_2^j), \quad Q_1^j = \left(\frac{h_1^j}{\lambda_1^j + 2\mu_1^j} + \frac{h_2^j}{\lambda_2^j + 2\mu_2^j} \right),$$

$$h_1^j = \frac{d_1^j}{d_1^j + d_2^j}, \quad h_2^j = \frac{d_2^j}{d_1^j + d_2^j}, \quad h_1^j = d_1^j + d_2^j,$$

$$b_1^j = b_0^j \left[1 - \frac{(G_{12}^j)^2}{G_{22}^j} \cdot \frac{K_{1j} h_1^j}{24} \right],$$

$$\alpha_1^j = \alpha_0^j \left[1 - \frac{\gamma_{1j}^2}{4(K_{1j} R_{1j})^2} \right], \quad K_{1j} R_{1j} \ll 1,$$

b_1^j – фазовая скорость j – го приведенного анизотропного
слоя; α_1^j – дисперсионное соотношение фазовой скорости j – го

слоя; b_0^j, α_0^j – соответственно начальные дисперсионные соотношения фазовых скоростей; $\gamma_j = \frac{\pi \lambda_j}{2}$, $\xi = x - Vt$ – фаза волны, V – скорость распространения волны; $K_j = \frac{2\pi}{\lambda_j}$ – число волны каждого слоя; G_{12}, G_{22} – коэффициенты анизотропии для двух слоев, $V_0 = \sqrt{\frac{G_{экс}}{\rho_э}}$ – формально скорость распространения фазовой волны.

Рассмотрим распределение критического пластового давления начальных упруго-вязких сопротивлений в виде модели СЛТ, тогда уравнение равновесия нефтенасыщенного пласта по теории М. А. Био имеет вид

$$\frac{\partial S_{11}^j}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}^j}{\partial y} - P_j \frac{\partial \omega_z^j}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial S_{12}^j}{\partial x} + \frac{\partial S_{22}^j}{\partial y} - P_j \frac{\partial \omega_z^j}{\partial x} = 0.$$

Граничные условия

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_x = S_{12} + qW + Pe_{xy} &= 0 \\ \Delta f_y = S_{22} + qe_{xx} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{при } y = \pm \frac{h}{2}.$$

Соотношение напряжения – суть деформации

$$S_{11}^j - S^j = 2N_j e_{xx}^j, \quad S_{22}^j - S^j = 2N_j e_{yy}^j, \quad S_{12}^j = 2Q_j e_{xy}^j.$$

До критического упруго-вязкое состояние определим из уравнения равновесия

$$S_{11}^0 = K\theta + 2\mu\left(\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{1}{3}\theta\right) + 2\rho\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{1}{3}\theta\right),$$

$$S_{22}^0 = K\theta + 2\mu\left(\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{1}{3}\theta\right) + 2\rho\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{1}{3}\theta\right),$$

$$S_{33}^0 = 0.$$

$$\text{Здесь } \theta = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}, \quad K = \frac{2}{3}\mu + \lambda,$$

λ, μ – постоянные Ламе, ρ – коэффициент вязкости.

В частности $S_{11}^j = -P$, $S_{22}^j = S_{12}^j = 0$. Начальное пластовое упруго-вязкое сопротивление в виде модели СЛТ – стандартного линейного тела имеет вид

$$\frac{dP}{dt} + \frac{K_1 + K_2}{\eta_1} P = K \frac{dW}{dt} + \frac{K_1 K}{\eta} W.$$

I случай. Решение данной постановки задачи по М. А. Био

$$\gamma^2 \xi_{kp}^3 + \left[3 - \gamma^2 \left(4 \frac{N}{Q} - 5 \right) \right] \xi_{kp}^2 + 3 \left[2 - \gamma^2 \left(2 \frac{N}{Q} - 1 \right) \right] \xi_{kp} - 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 = 0,$$

$$\text{где } \xi_{kp} = \frac{P_1}{2Q_1} = \frac{P_2}{2Q_2}.$$

II случай. Решение данной постановки задачи по В. В. Новожилову

$$\xi_{kp}^1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{r^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{r^3}{27}}},$$

где

$$r = -\frac{3}{\gamma^4} + \frac{4}{\gamma^2} \left(\frac{2N}{Q} - 1 \right) - \frac{2}{3} \left(8 \frac{N^2}{Q^2} - 11 \frac{N}{Q} + 8 \right),$$

$$q = -\frac{2}{\gamma^6} + \frac{4}{\gamma^4} \left(\frac{2N}{Q} - 1 \right) + \frac{1}{3\gamma^2} \left(32 \frac{N^2}{Q^2} - 38 \frac{N}{Q} + 11 \right) -$$

$$-\frac{1}{9} \left(\frac{128}{3} \frac{N^3}{Q^3} - 88 \frac{N^2}{Q^2} - 92 \frac{N}{Q} - \frac{115}{3} \right).$$

Следует получить распределения критического пластового давления большой мощности из четырех соприкасающихся друг с другом слоев, обладающих свойствами на сдвиг или, другими словами, образование вязкой зоны гомогенного пласта от начальных упруго-вязких сопротивлений в виде модели СЛТ по В. В. Новожилову, при

$$\xi_{kp} = f \left(\frac{N^j}{Q^j}, \gamma^j, \rho^j \right), \rho_j = const,$$

- 1) $\frac{N}{Q} = \{0,5;0,7;1,5;2,0;3,0\}$, $\alpha = \{0,6;1,6\}$, $\gamma = \{0,1;0,4\}$,
- 2) $\frac{N}{Q} = \{0,5;2,0\}$, $\alpha = \{0,3;0,6;1,3;1,6;2,3\}$, $\gamma = \{0,1;0,4\}$,
- 3) $\frac{N}{Q} = 2,0$; $\alpha = \{0,3;0,6;1,3;2,3\}$, $\gamma = 0,4$,
- 4) $\frac{N}{Q} = 0,5$; $\alpha = \{0,3;0,6;1,3;2,3\}$, $\gamma = 0,1$.

Рассмотрим нефтяное месторождение из n – горизонтов в виде однородной среды, состоящей из 4-х чередующих слоев.

Симуляционную модель резервуара с учетом величин пористости, нефтенасыщенной мощности, проницаемости, начальной насыщенности PVT, давлений, прогнозирования работ месторождения по разным сценариям между двумя скважинами А и В при техническом нагнетании пласта представим в виде трубчатой конструкции длиной – n , толщиной – h , внутренним радиусом – R с заполнителем нефтяной смеси при различных условиях на торцах [5].

Здесь

$$N = N(T, P_{n.дав}), Q = Q(T, P_{n.дав}), \rho = \rho(T, P_{n.дав}),$$

$$\lambda = \lambda(T, P_{n.дав}), S = S(x).$$

Соответственно: N, Q – анизотропные свойства эквивалентного слоя, ρ – плотность, $\lambda_i = \frac{2\pi}{k_i}$, $k_i = \frac{2\pi}{\lambda_i}$ – волновое число, $S = S(x)$ – переменное поперечное сечение, T – температура пласта, $P_{n.дав}$ – технологическое давление пласта.

Тогда математическая модель оценки надежности технологий разработки тяжелой нефти из 4-х чередующих эквивалентных слоев с разрабатываемого горизонта имеет вид:

1. n -ый горизонт – гомогенный пласт большой мощности без газовой шапки, лежащий на нетронутом массиве в виде глины или горной породы

$$\frac{d^4 W}{dx^4} = \frac{q_k}{D} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{R}{L} \right) (B-1),$$

2. $(n-1)$ -ый горизонт – гомогенный пласт большой мощности без газовой шапки, лежащий на другом гомогенном искусственном упругом пласте типа Винклера [4]

$$NJ \frac{d^4 W}{dx^4} + KW = \frac{q_k}{D} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{R}{L} \right) (B-2),$$

3. $(n - 2)$ -ой горизонт – гомогенный пласт большой мощности без газовой шапки, лежащий на упруго-вязком основании, как модель Фойхта, в частности модели Соколова и Пастернака [4]

$$NJ \frac{d^4 W}{dx^4} + \eta \frac{dW}{dx} + KW = \frac{q_k}{D} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{R}{L} \right) (B - 4),$$

4. $(n - 3)$ -ий горизонт – многопластовая зона, лежащая на основании типа континуума Коссера [4]

$$NJ \frac{d^4 W}{dx^4} + 2B \frac{d^3 W}{dx^3} + KW = \frac{q_k}{D} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{R}{L} \right) (B - 6).$$

В этих моделях в общем виде

$$\begin{aligned} a_0(x) \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + a_1(x) \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + a_2(x) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + a_3(x) \frac{\partial W}{\partial x} + a_4(x) W = \\ = \lambda_k f_1(N_j, Q_{ij}) f_2 \left(\frac{h}{R}; \frac{R}{L} \right) \{1, L - x\} \sin \omega x, \end{aligned}$$

$a_0(x)$ – коэффициент, связанный с изгибом и изгибающим моментом площади поперечного сечения, в частности N – модуль упругости, J – наименьший радиус момента инерции поперечного сечения;

$a_1(x)$ – коэффициент, связанный с моментом напряжения в плоскости ZX , когда прекратится эффект сжимаемости флюидов в стволе скважины в отличие от радиального в плоскости YZ , линейного в плоскости YZ , в частности коэффициент B имеет размерность модуля Юнга, но во много раз меньше;

$a_2(x)$ – коэффициент, связанный с продольным технологическим критическим давлением в плоскости XY , приводящий к изгибу, когда поперечные давления отсутствуют, а радиальные присутствуют;

$a_3(x)$ – коэффициент, связанный с вязкостью среды из матрицы демпфирования, в частности -вязкость;

$a_4(x)$ – коэффициент из матрицы жесткости среды, связанный с кольцевым сжимающим усилием, приводящим к поперечной нагрузке, в частности -жесткость.

Усеченное эллипсоидальное ортогональное поперечное сечение типа парадокса Паскаля– прямоугольный сосуд, закреплено на правом контуре и нагружено на левом, а давление на внутренние глинистые стенки будет:

$$P_3 = (1 - \alpha)\gamma(l - s)P(z)\cos k\theta$$

в цилиндрической системе координат r, z, θ .

Здесь $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, γ – плотность жидкости, l – высота резервуара, S – длина дуги меридианы:

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad r = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - z^2}, \quad z_0 \leq z \leq z_n, \quad x = \frac{z_0 - z}{z_0}.$$

Распределение поверхности уровня поля величины критических давлений примем [3]:

$$\xi_{kp} = \lambda_k \left[\frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k \gamma^2} \right] \left(\frac{R}{L} \right) \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ x \\ h - x \end{array} \right\},$$

$$W(t) = e^{-\frac{k}{\eta}t} \left[\frac{1}{k} e^{\frac{k}{\eta}t} + C \right],$$

здесь k – жесткость пружины, η – вязкость демпфера модели Фойхта.

Выпучивание резервуара овального сечения нефтяных месторождений

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\varepsilon(x) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] = \xi_{kp}$$

и решение при $\varepsilon(x) = EJ_{\min}$ имеет вид

$$W(x) = \xi_{kp} \frac{1}{24} (x^4 - 2Lx^2 + L^2 x^2),$$

$$W(x) = \xi_{kp} \frac{1}{24} (x^4 - 2L^3 x + 3L^4),$$

$$W(x) = \xi_{kp} \frac{1}{48} (2x^4 - 5Lx^3 + 3L x^2),$$

$$W(x) = \xi_{kp} \frac{1}{48} (2x^4 - 3Lx^2 + L x^2),$$

т. е. $W = W\left(x, \gamma^2, \frac{N}{Q}\right).$

В качестве примера рассмотрим выпучивание n – го пласта из приведенных слоев, когда

$$\varepsilon(x) = EJ_{\min}, \quad W(t) = e^{-\frac{k}{\eta} t} \left[\frac{1}{k} e^{\frac{k}{\eta} t} + C \right],$$

при условиях на торцах под действием критического пластового давления по нелинейной теории [1, 2].

Рассмотрим выпучивание нефтяного резервуара под действием силы по теории В. В. Новожилова

$$W(x) = \frac{q_k}{D} \frac{1}{24} (x^4 - 2Lx^3 + L^2 x^2) \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{R}{L} \right),$$

выпучивание нефтяного резервуара под действием силы по теории А. Н. Гузя

$$W(x) = \frac{q_k}{D} \frac{1}{24} (x^4 - 4L^3 x + 3L^4) \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{R}{L} \right),$$

выпучивание нефтяного резервуара под действием силы по теории А. С. Лейбензона

$$W(x) = \frac{q_k}{D} \frac{1}{48} (2x^4 - 5L x^3 + 3L x) \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{R}{L} \right),$$

выпучивание нефтяного резервуара под действием силы по теории М. А. Био

$$W(x) = \frac{q_k}{D} \frac{1}{48} (2x^4 - 3Lx^3 + Lx^2) \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{R}{L} \right).$$

3.2. Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами

Пусть локальная поперечная импульсивная неравномерная нагрузка возбуждает в резервуаре возмущение в виде модели В. И. Крылова [1–6], (рис. 45): случай *а*) форма критической деформации пропорциональна эпюре неравномерного поперечного давления, случай *в*) взаимно-вынужденные выпучивания механических систем определяются из моделей упруго-вязких тел при динамическом нагружении с учетом внутреннего трения и из-за проблем взаимодействия резервуара с нефтяной жидкостью, случай *с*) поперечное сечение резервуара представим в виде овальной формы при критической нагрузке, распределенной в ряд Фурье вдоль параллели (эллипсоида) как функцию $\varepsilon(\xi) = \frac{D}{\xi}$ по толщине z переменного сечения. При этом давление на внутренние глинистые стенки примем [12–21]

$$P_3 = (1 - \alpha)P(z)\cos kz, \quad P(z) = \gamma(l - s), \quad z = \varepsilon\sqrt{b^2 - z^2}, \quad \varepsilon = \frac{a}{b},$$

где α — координата, определяющая параллельные круги, ρ — плотность жидкости, l — высота резервуара, s — длина дуги меридианы, z — толщина.

Гидростатическое давление на дно (подошва или шапка) — (случай *д*)

Изменение плотности поперечного сечения резервуара на отрезке:

$$0 < \xi < 1, \quad \xi = \frac{R}{L}, \quad x = \alpha\xi - \tau,$$

$$\rho(\xi) = \frac{\rho_0}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}}; \quad \sigma = 0,4; \quad a = 0,2; \quad \rho = \rho_0(0,9).$$

Пусть величина резервуара почти не влияет на величину критического импульса внешней критической динамической нагрузки, которая существенным образом зависит от выбора функций $f(\xi) \cong e^{-\xi}$ и от плотности жидкости в поперечном сечении [23–25]

$$\rho = \frac{\rho_0}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(\xi-\alpha)^2}{\sigma^2}},$$

$$0,6 \leq \xi \leq 1; \quad \rho_0 = \rho_0(1); \quad \sigma = 0,4; \quad \alpha = 0,2,$$

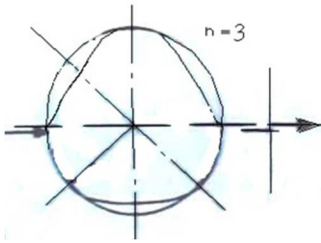
здесь — α математическое ожидание, σ^2 — дисперсия, — σ среднее квадратическое отклонение на отрезке активной части движения перемещения $[0,6;1]$. Схема функционирования физико-технических и химико-технологических характеристик резервуара пласта большой мощности приведена в работах [12, 22, 23, 25].

Для толстых вязко-упругих приведенных слоев при большом количестве чередующих слоев нефтяного горизонта, возьмем нефтяной пласт без шапки и подошвы.

Пусть локальная поперечная импульсивная неравномерная нагрузка возбуждает в резервуаре возмущение в виде модели В. И. Крылова [1–2] (рис. 47), случай а) форма критической деформации поперечного сечения пропорциональна форме эпюры неравномерного поперечного давления, случай в) взаимно вынужденные выпучивания механических систем определяются из моделей упруго-вязких тел при динамическом нагружении с учетом внутреннего трения и из-за проблем взаимодействия резервуара с нефтяной жидкостью периодических во времени, случай с) поперечное сечение резервуара представим в виде конусоидальной формы при критической нагрузке, распределенной в ряд Фурье вдоль

параллели как функцию [12–21] $\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1-\xi}$ по толщине z

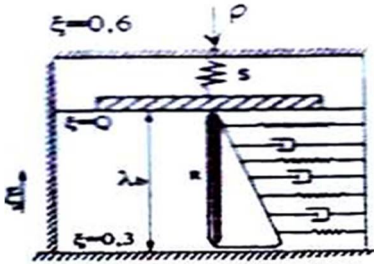
переменного сечения. При этом, давление на внутренние глинистые стенки примем $P_3 = (1 - \alpha)p(z)\cos k\theta$, $p(z) = \gamma(l - s)$, где α – координата, определяющая параллельные круги, γ – плотность жидкости, l – высота резервуара, s – длина дуги меридианы, z – толщина поперечного сечения, (ρ, θ) – полярные координаты. Гидростатическое давление на дно (подошва) резервуара поперечного сечения – (случай *d*)



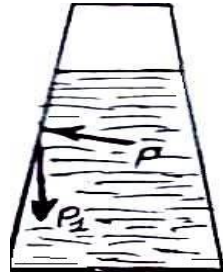
a) Форма поперечного сечения под действием неравномерного поперечного давления, треугольной эпюры



b) Форма критической деформации поперечного сечения



c) Нагрузка упруго-вязкой среды со стороны нефтяной смеси



d) Гидростатическое давление на дно резервуара поперечного сечения

Рис. 47. Схема функционирования поперечного сечения заполнителя симуляционной модели резервуара

Изменение плотности поперечного сечения с недостатками смеси резервуара на отрезке $0 < \xi < 1$, при $\xi = \frac{R}{l}$, $x = \alpha\xi - \tau$, равно:

$$\rho(\xi) = \frac{\rho_1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(\xi-\alpha)^2}{2\sigma^2}}, \quad \alpha = 0,35; \sigma = 0,3; \rho = \rho(0,6).$$

Пусть длина резервуара почти не влияет на величину критического импульса внешней критической динамической нагрузки, которая существенным образом зависит от выбора функций $f(\xi) \cong e^{-\xi}$ и плотности жидкости в поперечном сечении:

$$\rho(\xi) = \frac{\rho_1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(\xi-\alpha)^2}{\sigma^2}},$$

$$\rho_1 = \rho_1(0,6) = \text{const},$$

$$\alpha = 0,35; \sigma = 0,3; 0,3 < \xi \leq 0,6,$$

отрезок $[0,3; 0,6]$ – начало кристаллизации смешанной нефтяной смеси.

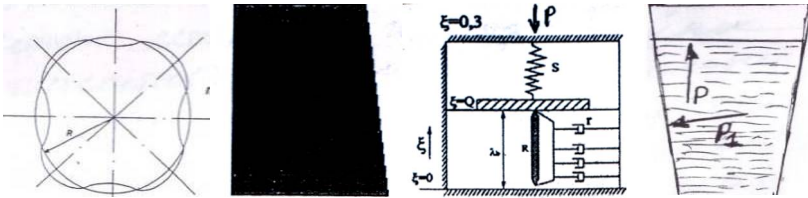
Пусть локальная поперечная импульсивная неравномерная нагрузка возбуждает в резервуаре возмущение в виде модели В.И.Крылова (рис.48) случай *а*) форма критической деформации поперечного сечения пропорциональна форме эпюры неравномерного поперечного давления, случай *в*) взаимно вынужденные выпучивания механических систем определяются из модели упруго-вязких тел при динамическом нагружении с учетом внутреннего трения и из-за проблем взаимодействия резервуара с нефтяной жидкостью периодических во времени, случай *с*) поперечное сечение резервуара представим в виде градири при критической нагрузке, распределенной в ряд Фурье вдоль параллели как функцию:

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}}$$

по толщине z переменного сечения. При этом, давление на внутренние глинистые стенки примем:

$$P_3 = (1 - \alpha)P(z) \cos k\theta, \quad P(z) = \gamma(l - s), \quad \sin \alpha = z / \sqrt{b^2 + z^2}, \\ \cos \alpha = b / \sqrt{b^2 + z^2}, \quad z = b \operatorname{tg} \alpha.$$

Гидростатическое давление на дно (подошва или шапка) резервуара поперечного сечения – случай д)



а) форма поперечного сечения под действием неравномерного поперечного давления, трапецевидной эпюры

в) форма критической деформации поперечного сечения

с) нагрузка упруго-вязкой среды со стороны нефтяной смеси

д) гидростатическое давление на дно резервуара поперечного сечения со избытком смеси

Рис. 48

Дифференциальное уравнение для численного расчета является одним из вариантов решения дифференциального уравнения:

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \left[L n \frac{\xi}{1 - \xi} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] + \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{2C}{\xi} \right) \frac{dW}{d\xi} + L n \frac{\xi}{1 - \xi} W = \frac{q_k}{C_4}$$

$$C = \frac{\beta^2 C_4}{2D}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{D}{C_4}},$$

C_4 – новая константа материала из континуума Коссера,
 D – цилиндрическая жесткость резервуара.

Пусть длина резервуара почти не влияет на величину критического импульса внешней критической динамической нагрузки, которая существенным образом зависит от выбора функций $f(\xi) \cong e^{-\xi}$ и плотности жидкости в поперечном сечении:

$$\rho = \frac{\rho_2}{2\pi\sigma} e^{\frac{(\xi-\alpha)^2}{\sigma^2}} \quad \sigma = 0,2; \quad \alpha = 0,7, \quad \rho_2 = \rho(0,3), \quad 0,1 \leq \xi \leq 0,$$

на отрезке $[0,1; 0,3]$ – начало затвердения смешанной нефтяной смеси.

3.3. Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, когда поперечное сечение овального типа, при добыче и транспортировке

Уравнение модели заполнителя резервуара имеет вид [1–11]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} P(t) \sin \omega \xi \sin \omega_n t \\ \frac{dP}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P &= k_2 \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} W \end{aligned} \right\} (3.1)$$

В частности, если из постановки задачи для аналитического расчета положим:

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{\xi}, \quad \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2},$$

то система (3.1) после разделения переменных имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} D \left[\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - \frac{2}{\xi} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} + \frac{2}{\xi^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \xi \sin \omega \xi \\ C e^{\frac{k_1}{\eta_1} t} + \frac{1}{\left(\frac{\eta_1}{k_1} \right)^2 + \omega_n^2} &\left[\left(\frac{k_1 + k_2 + k_1 \omega_n^2}{k_1 k_2} - \frac{k_1^2 \omega_n^2 + \eta_1^2}{k_2^2} \right) \sin \omega_n t + \right. \\ &\left. + \omega_n \left(\frac{\eta_1}{k_1 k_2} - \frac{k_1 + k_2}{\eta_1 k_2} \right) \cos \omega_n t \right] = 0 \end{aligned} \right\} (3.2)$$

Если систему (3.2) перепишем на основании метода академика А. Н. Крылова, то

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - \frac{2}{\xi} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} + \frac{2}{\xi^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} &= \frac{2}{3} \frac{1}{D} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \xi \\ C e^{\frac{k_1}{\eta_1} t} + \frac{1}{\left(\frac{\eta_1}{k_1} \right)^2 + \omega_n^2} &\left[\left(\frac{k_1 + k_2 + k_1 \omega_n^2}{k_1 k_2} - \frac{k_1^2 \omega_n^2 + \eta_1^2}{k_2^2} \right) \sin \omega_n t + \right. \\ &\left. + \omega_n \left(\frac{\eta_1}{k_1 k_2} - \frac{k_1 + k_2}{\eta_1 k_2} \right) \cos \omega_n t \right] = 0 \end{aligned} \right\} (3.3)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - \frac{2}{\xi} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} + \frac{2}{\xi^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} &= \frac{2}{3} \frac{1}{D} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \xi \sin \omega_n \xi \\ C e^{\frac{k_1}{\eta_1} t} + \frac{1}{\left(\frac{\eta_1}{k_1} \right)^2 + \omega_n^2} &\left[\left(\frac{k_1 + k_2 + k_1 \omega_n^2}{k_1 k_2} - \frac{k_1^2 \omega_n^2 + \eta_1^2}{k_2^2} \right) \sin \omega_n t + \right. \\ &\left. + \omega_n \left(\frac{\eta_1}{k_1 k_2} - \frac{k_1 + k_2}{\eta_1 k_2} \right) \cos \omega_n t \right] = 0 \end{aligned} \right\} (3.4)$$

при граничных и начальных условиях:

$$\left. \begin{aligned} W|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\xi}|_{\xi=0} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau}|_{\tau=0} = 0 \\ \frac{d^2W}{d\xi^2}|_{\xi=1} = 0, \quad \frac{d^3W}{d\xi^3}|_{\xi=1} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=1} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau}|_{\tau=1} = 0 \end{aligned} \right\} (3.5)$$

где τ – вариации амплитуды, являющиеся функциями времени при $P_{крит}(t)$.

Решение: первое дифференциальное уравнение системы (3.1) перепишем в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \sin \omega \xi,$$

откуда

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} = \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \left(-\frac{1}{\omega^2} \xi \sin \omega \xi + C_1 \xi^2 + C_2 \xi \right),$$

следовательно,

$$\begin{aligned} W(\xi) = \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \frac{1}{\omega^5} [2 \cos \omega \xi + \omega \xi \sin \omega \xi + \\ + \omega^5 \left(\frac{C_1}{12} \xi^4 + \frac{C_2}{6} \xi^3 + C_3 \xi + C_4 \right)]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

В частности

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2}, \text{ то} \\ W(\xi) = \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \left(\frac{\xi^5}{40} + \frac{C_1}{12} \xi^4 + \frac{C_2}{6} \xi^3 + C_3 \xi + C_4 \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Подставляя (3.6) и (3.7) в граничные условия (3.5) получим, соответственно

$$W(\xi) = \frac{2}{9} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \frac{1}{\omega^5} [24 \cos \omega \xi + 12 \omega \xi \sin \omega \xi + \\ + (\omega^4 \cos \omega) \xi^4 + 2 \omega^3 (\sin \omega - \omega \cos \omega) \xi^3 - 24]$$

$$W(\xi) = \frac{1}{45} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} (3 \xi^3 - 10 \xi + 10) \xi^3.$$

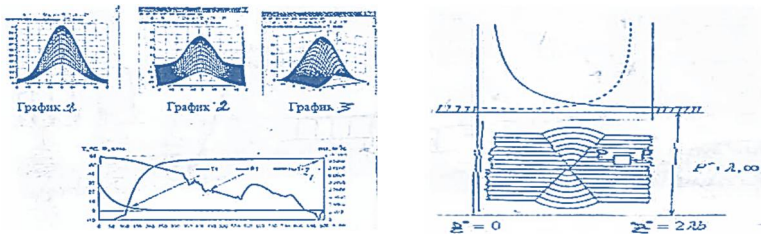
Если эту же систему уравнения (3.3) и (3.1) решим аналогично в интервале $(0, 6; 0, 1)$ при

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{\xi}, \quad \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2},$$

получим

$$W(\xi) = \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \left[\frac{4}{\omega^5} \cos \omega \xi + \frac{1}{\omega^4} \xi \sin \omega \xi + \right. \\ \left. + \frac{1}{6 \omega^2} (\omega \cos \omega - \sin \omega) \xi^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\omega} \sin \omega + \frac{2 - \omega^2}{\omega^3} \cos \omega \right) \xi^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{3}{4} \sin \frac{3}{4} \omega - \frac{3}{5 \omega^3} \cos \frac{3}{5} \omega - \frac{39 \omega^2 - 60}{50 \omega^2} \sin \omega \right) \xi + \frac{9 \omega^2 - 100}{25 \omega^5} \cos \frac{3}{5} \omega - \right. \\ \left. - \frac{3(4 + 3 \omega^4)}{20 \omega^4} \sin \frac{3}{5} \omega + \frac{9(17 \omega^2 - 30)}{250 \omega^3} \cos \omega + \frac{9(5 \omega - 1)}{125 \omega^2} \sin \omega \right],$$

$$W(\xi) = \frac{1}{45} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} (\xi^3 - 10 \xi + 20) \xi^2.$$



а) распределение плотности, температуры, технологического давления и вязкости симуляционной модели резервуара в зависимости от времени τ .

б) контактное сжатие, соответствующее допущение к прогибу и потеря кинетической устойчивости заполнителя резервуара

Рис. 49. Схема функционирования физико-технических и химико-технологических характеристик пласта большей мощности

Здесь (N, Q) – анизотропные характеристики приведенного слоя поперечного сечения симуляционной модели резервуара, $\gamma = \frac{1}{2} \frac{\pi h}{L}$ – число полувольт в поперечном направлении, $\omega = \frac{n \pi R}{L}$ – число полувольт в продольном направлении, определяется из граничных условий на поверхности $\xi = 0,6$ и $\xi = 1,0$ $\lambda_k^1 = \{1$ (В. В. Новожилов), $2/3$ (А. Н. Гузь), $1/3$ (М. А. Био), $1 + \frac{1}{3} \left(1 - 4 \frac{N}{Q} \right)$ (А. С. Лейбензон – А. Ю. Ишлинский) } – по нелинейным деформационным процессам,

$$\omega_n^2 = m^2 \omega^2, \quad m = 1, 2, 3, \dots, n,$$

$$\omega_n^2 = \frac{k_2 \eta_1 - (k_1 - k_2) \eta_1}{\eta_1 - k_1 k_2} \frac{\eta_1}{k_2} > 0,$$

условие резонанса зависит от вида только локального активного внешнего и внутреннего критического нагружения,

$$-M_u = m_u + \Delta m_u, \quad m_u = D \frac{d^2 W}{d\xi^2} - \text{изгибающий момент}$$

изогнутой оси поперечного сечения резервуара за теорией упругости.

3.4. Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, когда поперечное сечение конусоидального типа, при добыче и транспортировке

Уравнение равновесия заполнителя резервуара возьмем в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \sin \omega \xi P(t) \\ P(t) &= k\omega + \eta \frac{dW}{dt} - \text{модель Фохта}, k \gg \eta \end{aligned} \right\} (3.8)$$

Если для аналитического расчета предположим из постановки задачи

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi}, \quad \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = -\frac{1}{1 - \xi} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2},$$

система (3.8) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} &\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + \frac{2}{1 - \xi} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} + \frac{2}{(1 - \xi)^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} = \\ &= 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} (1 - \xi) \sin \omega P(t), \\ W(t) &= \frac{1}{\left[\left(\frac{K}{\eta} \right)^2 + \omega_n^2 \right] \eta} \left(\frac{k}{\eta} \sin \omega_n t - \omega_n \cos \omega_n t \right) + C e^{-\frac{k}{\eta} t} \end{aligned} \right\} (3.9).$$

Первое уравнение системы (3.9) перепишем в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \sin \omega \xi, \quad (3.10)$$

Откуда

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} = 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \left[-\frac{1}{\omega^2} \sin \omega \xi + \frac{1}{\omega^2} \xi \sin \omega \xi - C_1 \xi^2 + (C_1 - C_2) \xi + C_2 \right],$$

следовательно,

$$W(\xi) = 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \frac{1}{\omega^2} \left\{ \sin \omega \xi - \frac{2}{\omega} \cos \omega \xi - \xi \sin \omega \xi + \right. \\ \left. + \omega^4 \left\{ -\frac{1}{12} C_1 \xi^4 + \frac{1}{6} (C_1 - C_2) \xi^3 + \frac{1}{2} C_2 \xi^2 + C_3 \xi + C_4 \right\} \right\}. \quad (3.11)$$

Подставляя (3.11) в граничные условия получим

$$\left. \begin{aligned} W|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau} \Big|_{\tau=0} = 0 \\ \frac{d^2 W}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} = 0, \quad \frac{d^3 W}{d\xi^3} \Big|_{\xi=1} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=1} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau} \Big|_{\tau=1} = 0 \end{aligned} \right\}$$

где τ – вариации амплитуд, являющиеся функциями времени, при $P_{\text{крит}}(t)$ имеем:

$$W(\xi) = 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \frac{1}{\omega^5} (\omega \sin \omega \xi - 2 \cos \omega \xi - \\ - \omega \xi \sin \omega \xi + \omega^5 \gamma (l - s) - \omega^2 \xi + 2).$$

Разделяя переменные, с учетом условий имеем

$$\frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = -\frac{1}{1 - \xi} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}.$$

Если эту же систему уравнения (3.9) решим аналогично на отрезке $[0,3; 0,6]$ при граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} W \Big|_{\xi=0,3} &= 0, & \frac{dW}{d\xi} \Big|_{\xi=0,3} &= 0, & W(\tau) \Big|_{\tau=0} &= 0, & \frac{dW}{d\tau} \Big|_{\tau=0} &= 0 \\ \frac{d^2 W}{d\xi^2} \Big|_{\xi=0,6} &= 0, & \frac{d^3 W}{d\xi^3} \Big|_{\xi=0,6} &= 0, & W(\tau) \Big|_{\tau=1} &= 0, & \frac{dW}{d\tau} \Big|_{\tau=1} &= 0 \end{aligned} \right\},$$

то с учетом условий

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1-\xi}, \quad \frac{d^3 W}{d\xi^3} = -\frac{1}{1-\xi} \frac{d^2 W}{d\xi^2},$$

получим:

$$\begin{aligned} W(\xi) = & 2 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \left\{ \frac{1}{\omega^4} \sin \omega \xi - \frac{4}{\omega^5} \cos \omega \xi - \frac{1}{\omega^4} \xi \sin \omega \xi + \right. \\ & + \frac{1}{6\omega^2} \left(\frac{1}{\omega^2} \sin \frac{3}{5} \omega + \frac{2}{5\omega} \cos \frac{3}{5} \omega \right) \xi^3 - \frac{1}{10\omega^2} \left(\sin \frac{3}{5} \omega + \frac{6\omega^2 + 50}{5\omega} \cos^3 \omega \right) \xi^2 + \\ & + \left(\frac{13\omega^2 + 150}{225\omega^3} \cos \frac{3}{5} \omega + \frac{1}{90\omega^2} \sin \frac{3}{5} \omega - \frac{2}{\omega^3} \cos^3 \omega + \frac{3}{\omega^4} \sin \frac{\omega}{3} \right) \xi + \frac{2\omega^2 - 4}{\omega^4} \cos \frac{\omega}{3} - \\ & \left. - \frac{3}{\omega^4} \sin \frac{\omega}{3} + \frac{1}{180\omega^2} \sin \frac{3}{5} \omega - \frac{17\omega^2 + 225}{2025\omega^3} \cos \frac{3}{5} \omega \right\}, \end{aligned}$$

здесь (N, Q) – анизотропные характеристики приведенного слоя поперечного сечения симуляционной модели резервуара,

$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\pi h}{L}$ – число полуволн в поперечном направлении,

$\omega = \frac{n \pi R}{L}$ – число полуволн в продольном направлении,

определяется из граничных условий на поверхности $\xi = 0, 3$,
 $\xi = 0, 6$, $\lambda_k^1 = \{1 \text{ (В. В. Новожилов)}, 2/3 \text{ (А. Н. Гузь)}, 1/3$
 $\text{(М. А. Био)}, 1 + \frac{1}{3} \left(1 - 4 \frac{N}{Q} \right) \text{ (А. С. Лейбензон – А. Ю. Ишлинский)}\}$
 – по нелинейным деформационным процессам, h – толщина,
 L – длина, R – внутренний радиус нефтяной смеси резервуара,
 $m_u = D \frac{d^2 W}{d \xi^2}$ – изгибающий момент в области упругости.

3.5. Аналитико-расчетная модель движения нефтегазовой смеси из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, когда форма поперечного сечения типа градири, при добыче и транспортировке

Уравнения равновесия заполнителя резервуара имеет вид [3–6]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= \frac{4}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \sin \omega \xi P(t) \\ P(t) &= k \omega + \eta \frac{dW}{dt} - \text{модель Фойхтга, } k \gg \eta \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Если для аналитического расчета предположим из постановки задачи

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}},$$

$$\frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = - \frac{\left[(\xi - 1)^2 + 1 \right]^2 - 4 \xi (\xi - 1)}{2 (1 - \xi) \left[(\xi - 1)^2 + 1 \right]} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}, \quad (3.13)$$

то система (3.12) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} & D \left[\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - 4 \left[\frac{\xi - 1}{[(\xi - 1)^2 + 1]} \right] \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} - 2 \left(1 - \frac{4\xi(\xi - 1)}{[(\xi - 1)^2 + 1]^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = \\ & = \frac{4}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2} \right) \sin \omega \xi P(t), \\ & W(t) = \frac{0,3}{\left(\frac{K}{\eta} \right)^2 + \omega_n^2} \left(\frac{k}{\eta} \sin \omega_n t - \omega_n \cos \omega_n t \right) + C e^{-\frac{k}{\eta} t} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Систему (3.14) перепишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d^2}{d\xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = \frac{4}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \sin \omega \xi, \\ & \left[\frac{1}{\left(\frac{k}{\eta} \right)^2 + \omega_n^2} \frac{k}{\eta^2} - 1 \right] \sin \omega_n t - \frac{\omega_n}{\left[\left(\frac{K}{\eta} \right)^2 + \omega_n^2 \right] \eta} \cos \omega_n t + C e^{\frac{k}{\eta} t} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

откуда, если

$$\varepsilon(\xi) = \frac{1}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}},$$

то

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} (\xi^2 - 2\xi + 2) \left(-\frac{1}{\omega^2} \sin \omega \xi + C_1 \xi + C_2 \right)$$

следовательно,

$$W(\xi) = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left[\frac{1}{\omega^4} \xi^2 \sin \omega \xi + \frac{2}{\omega^5} \xi \cos \omega \xi + \right.$$

$$+ \frac{2}{\omega^5} (1 - \omega) \xi \sin \omega \xi - \frac{4}{\omega^5} \cos \omega \xi - \frac{2(1 + 2\omega)}{\omega^6} \sin \omega \xi + \\ + \frac{1}{20} C_1 \xi^5 + \frac{1}{12} (C_2 - 2C_1) \xi^4 + \frac{1}{3} (C_1 - C_2) \xi^3 + C_2 \xi^2 + C_3 \xi + C_4 \Big].$$

Используя граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} W|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\xi}|_{\xi=0} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau}|_{\tau=0} = 0 \\ \frac{d^2W}{d\xi^2}|_{\xi=1} = 0, \quad \frac{d^3W}{d\xi^3}|_{\xi=1} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=1} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau}|_{\tau=1} = 0 \end{aligned} \right\},$$

где τ – вариации амплитуд, являющиеся функциями времени при $P_{крит}(t)$ получим:

$$W(\xi) = \frac{1}{90} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \left[60 \omega^2 \xi^2 \sin \omega \xi + 120 \omega \xi \cos \omega \xi + \right. \\ + 120 \omega (1 - \omega) \xi \sin \omega \xi - 240 \omega \cos \omega \xi - 120 (1 + 2\omega) \sin \omega \xi + 3(\omega^5 \cos \omega) \xi^5 + \\ + 5\omega^4 (\sin \omega - 3\omega \cos \omega) \xi^4 + 20\omega^4 (2\omega \cos \omega - \sin \omega) \xi^3 + 60\omega^4 (\sin \omega - \omega \cos \omega) \xi^2 + \\ \left. + 120 \omega^4 (1 - \omega) \xi + 240 \omega \right]$$

Если эту же систему уравнения (3.14) решить аналогично на отрезке $[0, 1; 0, 3]$ при граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} W|_{\xi=0,1} = 0, \quad \frac{dW}{d\xi}|_{\xi=0,1} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau}|_{\tau=0} = 0 \\ \frac{d^2W}{d\xi^2}|_{\xi=0,3} = 0, \quad \frac{d^3W}{d\xi^3}|_{\xi=0,3} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=1} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau}|_{\tau=1} = 0 \end{aligned} \right\},$$

где τ – вариации амплитуд, являющиеся функциями времени при $P_{\text{крит}}(t)$, то с учетом условий

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}},$$

$$\frac{d^3 W}{d\xi^3} = - \frac{[(\xi - 1)^2 + 1]^2 - 4\xi(\xi - 1)}{2(\xi - 1)[(\xi - 1)^2 + 1]} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}$$

получим

$$\begin{aligned} W(\xi) = & \frac{4}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{1}{R} \right)^{5/2} \left\{ \left[\frac{\omega^2 - 2\omega - 6}{\omega^6} \sin \omega \xi - \frac{2}{\omega^6} \cos \omega \xi + \right. \right. \\ W(\xi) = & \frac{1}{90} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \left[60\omega^2 \xi^2 \sin \omega \xi + 120\omega \xi \cos \omega \xi + \right. \\ & + \frac{\omega - 1}{\omega^5} \xi \sin \omega \xi + \frac{3}{\omega^5} \xi \cos \omega \xi + \frac{1}{2\omega^4} \xi^2 \sin \omega \xi + \left[\frac{6\omega - 1}{6\omega^3} \sin \frac{\omega}{3} + \right. \\ & + \frac{14\omega^2 - 21\omega - 81}{54\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} \left. \right] \xi^3 + \left[\frac{2\omega^2 + 9\omega - 18}{9\omega^4} \sin \frac{\omega}{3} - \right. \\ & - \frac{14\omega^2 - 21\omega - 81}{54\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} \left. \right] \xi^2 + \left[\frac{11\omega + 1}{\omega^5} \sin \frac{\omega}{10} - \frac{112\omega^2 - 21\omega - 3}{\omega^5} \cos \frac{\omega}{10} - \right. \\ & - \frac{0,67\omega^2 + 1,755\omega + 3,6}{9\omega^4} \sin \frac{\omega}{3} + \frac{1,19\omega^2 - 1,785\omega + 3,015}{27\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} \left. \right] \xi - \\ & - \frac{1,26\omega^3 - 2\omega - 6}{\omega^6} \sin \frac{\omega}{10} - \frac{0,112\omega^3 - 0,21\omega^2 - 0,6\omega + 2}{\omega^6} \cos \frac{\omega}{10} - \\ & - \frac{0,42\omega^2 - 0,087\omega - 0,38}{9\omega^4} \sin \frac{\omega}{3} - \frac{0,056\omega^2 - 0,084\omega + 0,171}{27\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} \left. \right\}, \end{aligned}$$

здесь (N, Q) – анизотропные характеристики приведенного слоя поперечного сечения симуляционной модели резервуара, $\gamma = \frac{1}{2} \frac{\pi h}{L}$ – число полуволн в поперечном направлении, $\omega = \frac{n \pi R}{L}$ – число полуволн в продольном направлении определяется из граничных условий на поверхности $\xi = 0, 1$, $\xi = 0, 3$, $\lambda_k^1 = \{1$ (В. В. Новожилов), $2/3$ (А. Н. Гузь), $1/3$ (М. А. Био), $1 + \frac{1}{3} \left(1 - 4 \frac{N}{Q} \right)$ (А. С. Лейбензон – А. Ю. Ишлинский)} – по нелинейным деформационным процессам, L – длина, R – внутренний радиус нефтяной смеси резервуара. $m_u = D \frac{d^2 W}{d \xi^2}$ – изгибающий момент в области упругости, Δm_u – изменение изгибающего момента в области упругости.

Числовые расчеты

На графиках 1–5 приведены размещения нефтяной смеси после завершения возмущения резервуара и растекания, выпучивания смеси резервуара в зависимости функций $W = W(\xi, \lambda_k^1) \frac{N}{Q} = 0, 5, k = 3$; выпучивание смеси резервуара при условии резонанса без газовой шапки многослойного пласта, с газовой шапкой и подошвой типа глины многослойного пласта; наступление резонанса заполнителя от вида локального активного внешнего и внутреннего критического давления.

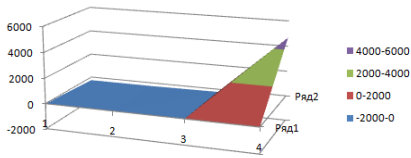


График1.Размещение нефтяной смеси после завершения возмущения резервуара и растекания

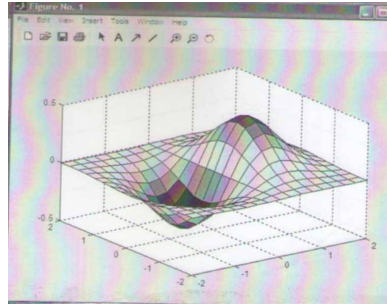


График 2. Выпучивание смеси резервуара при условии резонанса без газовой шапки многослойного пласта

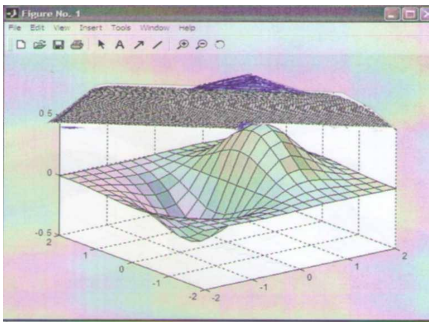


График 3. Выпучивание смеси резервуара при условии резонанса с газовой шапкой многослойного пласта

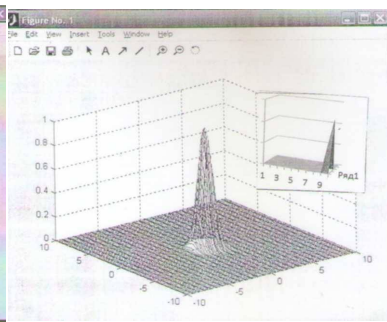


График 4. Наступление резонанса
 $\omega_n^2 = m^2 \omega^2$, $m = 1, 2, 3, \dots, n$
 заполнителя только от вида локального активного внешнего и внутреннего критического нагружения.

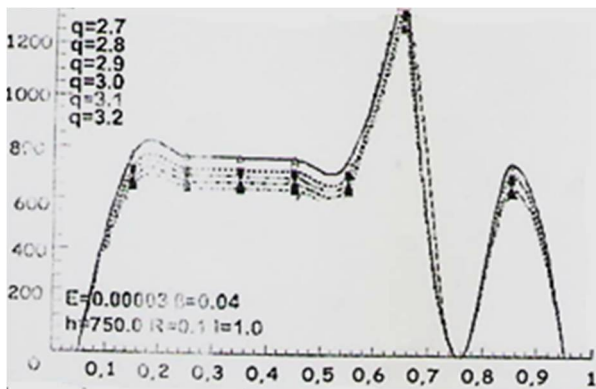


График 5. Наступление резонанса

На графиках 6–11 приведены возмущения нефтегазовой смеси резервуара, когда форма поперечного сечения конусоидальная в зависимости функций

$$W = W(\lambda_k^1, \omega),$$

$$W = W\left(\omega, \frac{N}{Q}\right), W = W\left(\varepsilon, \frac{N}{Q}\right), t = f(\eta, k)$$

из второго уравнения системы (3.13) и (3.15) при следующих данных:

$$\frac{N}{Q} = \{0,8; 1; 1,15; 4,5; 5,0; 6,4; 6,5; 7,8\},$$

$$\gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\},$$

$$\lambda_k^1 = \left\{ \frac{2}{3}; \frac{2}{3}; 1,5 + 1/5 \left(1 - 4 \frac{N}{Q} \right) \right\}, \omega = \{2; 3; 4\}$$

$$\frac{\eta}{k} = \left\{ \frac{1}{3}; 0,4; 0,5; 0,6; 2/3 \right\}, k = \{9,8; 13,8\} c - const.$$

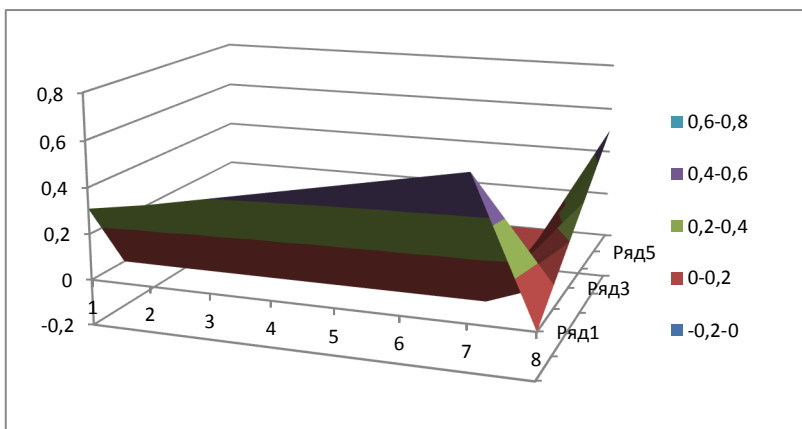


График 6. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функций

$$W = W(\xi, \gamma^2)$$

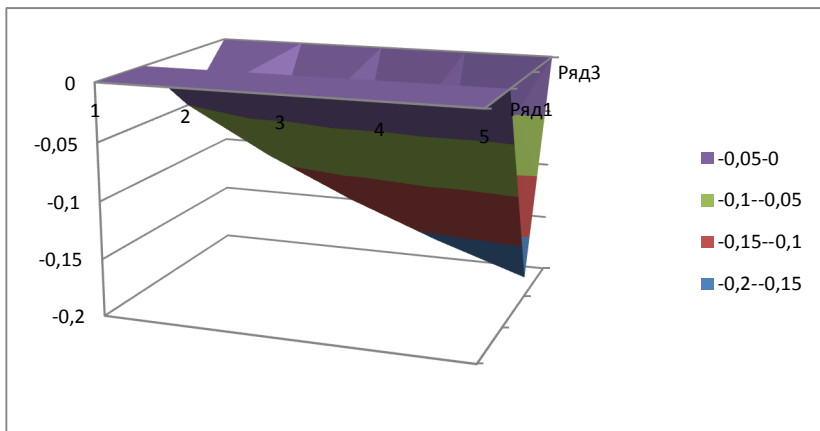


График 7. Выпучивание смеси резервуара в зависимости

$$W = W(\xi, k^3)$$

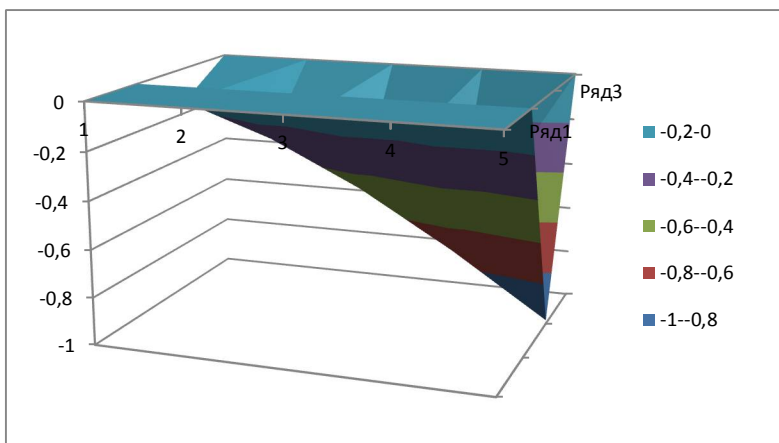


График 8. Выпучивание смеси резервуара
в зависимости функций
 $W = W(\lambda_k^1, \omega)$

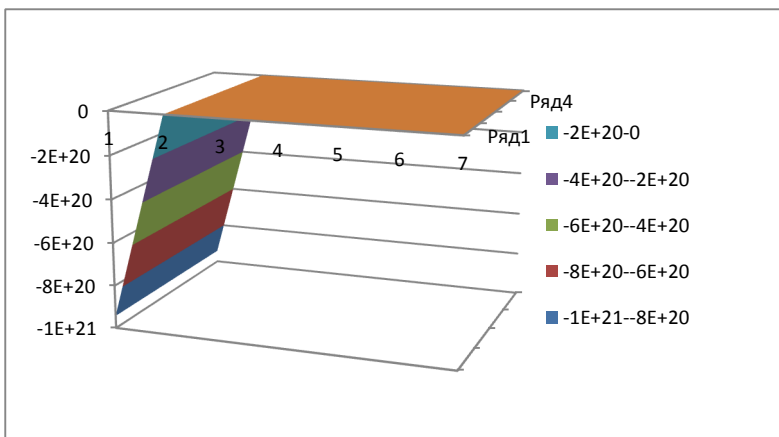


График 9. Выпучивание смеси резервуара в зависимости
функций
 $W = W\left(\frac{N}{Q}, \omega\right)$

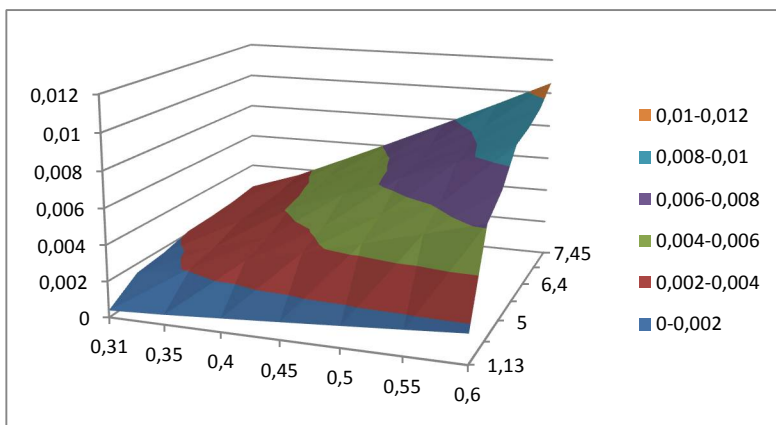


График 10. Выпучивание смеси резервуара в зависимости
функций $W = W\left(\frac{N}{Q}, \xi\right)$

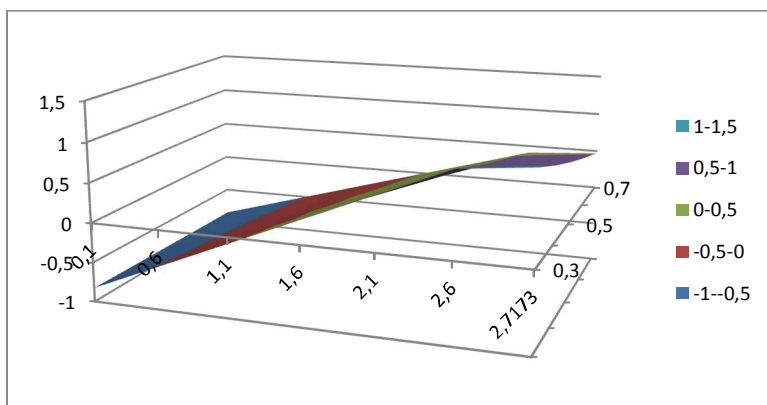


График 11. Изменение времени вязко-упругого сопротивления в зависимости от физических характеристик

На графиках 12–17 приведены возмущения нефтегазовой смеси резервуара, когда форма поперечного сечения типа гадирни в зависимости функций:

$$W = W(\lambda_k^1, \omega), \quad W = W\left(\omega, \frac{N}{Q}\right),$$

$$W = W\left(\varepsilon, \frac{N}{Q}\right), \quad t = f(\eta, k)$$

из формулы (3.14) (второе уравнение системы) при следующих данных:

$$\frac{N}{Q} = \{0,7; 1; 1,13; 4,35; 5,0; 6,4; 6,76; 7,45\},$$

$$\gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\},$$

$$\lambda_k^1 = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1,1 + 1/3 \left(1 - 4 \frac{N}{Q} \right) \right\}, \quad \omega = \{2; 3; 4\}$$

$$\frac{\eta}{k} = \left\{ \frac{1}{3}; 0,4; 0,5; 0,6; 2/3 \right\}, \quad k = \{9,8; 13,8\} \quad c - const.$$

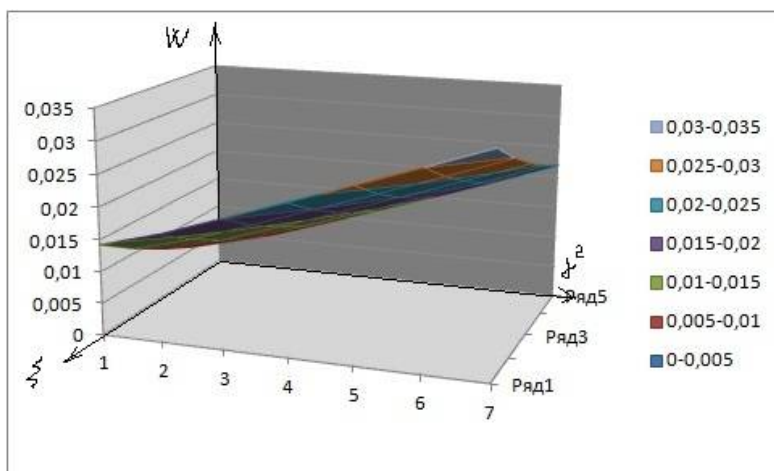


График 12. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функций $W = W(\xi, \gamma^2)$

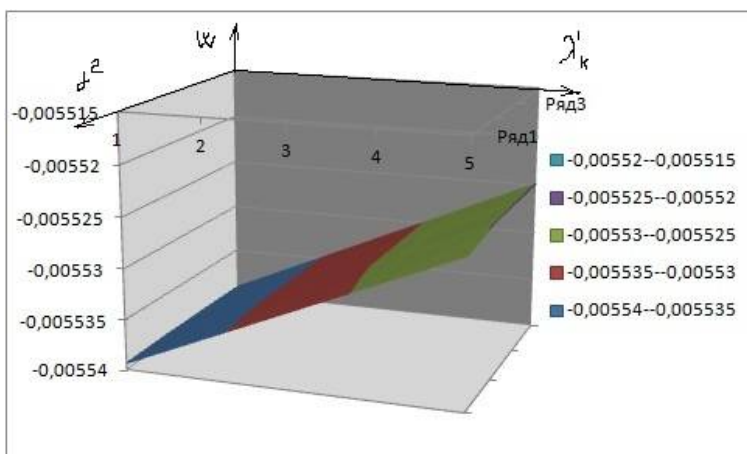


График 13. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функций $W = W(\gamma^2, \lambda_k^1)$

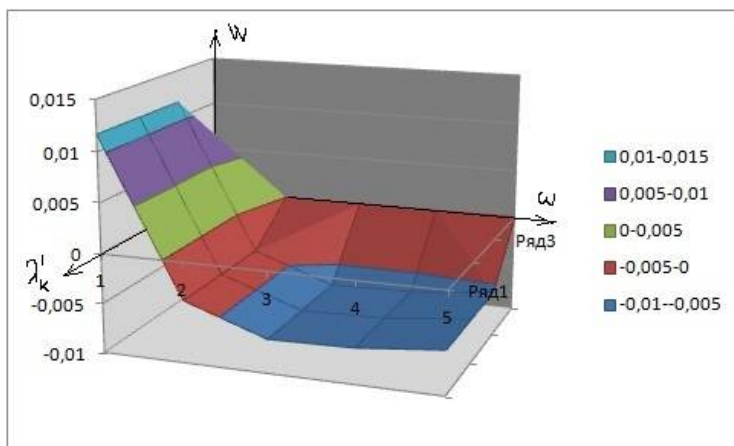


График 14. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функций $W = W(\lambda_k^1, \omega)$

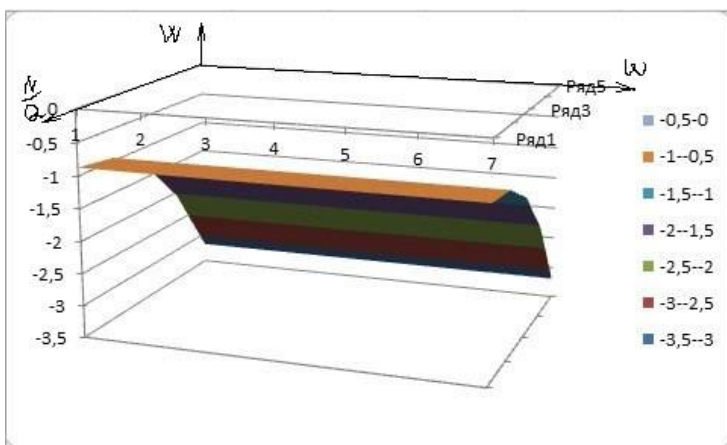


График 15. Выпучивание смеси резервуара
в зависимости функций $W = W\left(\frac{N}{Q}, \omega\right)$

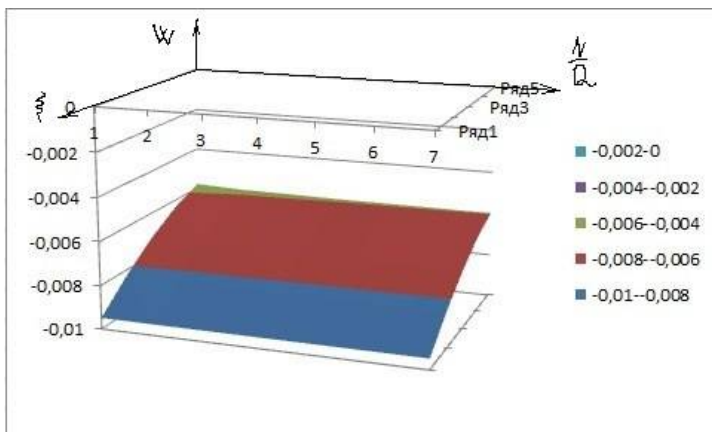


График 16. Выпучивание смеси резервуара в зависимости
функций $W = W\left(\frac{N}{Q}, \xi\right)$

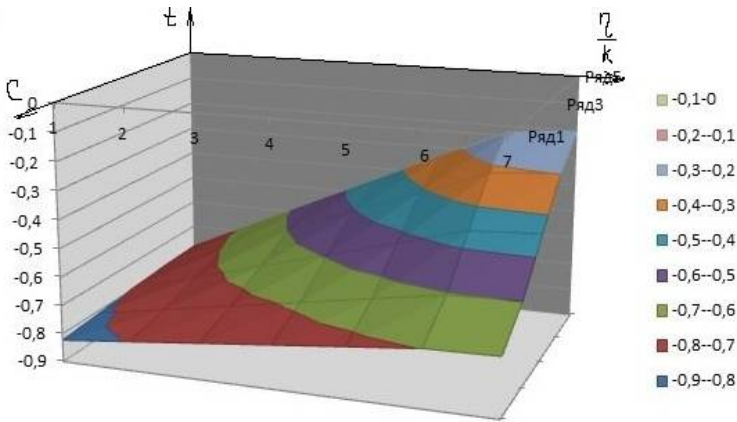


График 17. Изменение времени вязко-упругого сопротивления в зависимости от физических характеристик

3.6. Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, лежащая на основании типа Винклера, когда форма поперечного сечения овального типа, при добыче и транспортировке

Уравнение равновесия заполнителя резервуара возьмем в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] + \frac{K}{D} \varepsilon(\xi) W &= \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} P(t) \sin \omega \xi \sin \omega_n t, \\ \frac{dP}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P &= k_2 \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} W \quad (СЛТ) \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

В частности, если из постановки задачи для аналитического расчета положим

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{\xi}, \quad \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}, \quad \text{то система (3.16) после}$$

разделения переменных имеет вид

$$\left. \begin{aligned} D \left[\frac{d^4 W}{d\xi^4} - \frac{2}{\xi} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} + \frac{2}{\xi^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] + kW &= \frac{8}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \xi, \\ Ce^{\frac{k_1}{\eta_1} t} + \frac{k_1^2}{\left(\frac{\eta_1}{k_1} \right)^2 + \omega_n^2} \left[\left(\frac{k_1 + k_2 + k_1 \omega_n^2}{k_1 k_2} - \frac{k_1^2 \omega_n^2 + \eta_1^2}{k_2^2} \right) \sin \omega_n t + \right. \\ &\quad \left. + \omega_n \left(\frac{\eta_1}{k_1 k_2} - \frac{k_1 + k_2}{\eta_1 k_2} \right) \cos \omega_n t \right] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Если систему (3.17) перепишем на основании метода академика А. Н. Крылова, то:

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{d^4 W}{d\xi^4} - \frac{2}{\xi} \frac{d^3 W}{d\xi^3} + \frac{2}{\xi^2} \frac{d^2 W}{d\xi^2} \right] + 4W &= \frac{2}{3} \frac{1}{K} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \xi, \quad \xi, \xi = \sqrt[4]{\frac{K}{4D}} \gamma, \quad \gamma = \lambda \frac{R}{L} - \tau, \\ Ce^{\frac{k_1}{\eta_1} t} + \frac{k_1^2}{\left(\frac{\eta_1}{k_1} \right)^2 + \omega_n^2} \left[\left(\frac{k_1 + k_2 + k_1 \omega_n^2}{k_1 k_2} - \frac{k_1^2 \omega_n^2 + \eta_1^2}{k_2^2} \right) \sin \omega_n t + \right. \\ &\quad \left. + \omega_n \left(\frac{\eta_1}{k_1 k_2} - \frac{k_1 + k_2}{\eta_1 k_2} \right) \cos \omega_n t \right] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

или

$$\left. \begin{aligned} & \left[\frac{d^4 W}{d\xi^4} - \frac{2}{\xi} \frac{d^3 W}{d\xi^3} + 2 \frac{1}{\xi^2} \frac{d^2 W}{d\xi^2} \right] + 4W = \frac{2}{3} \frac{1}{K} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \sin \omega_n \xi, \\ & C e^{-\frac{k_1}{\eta_1} t} + \frac{k_1^2}{\left(\frac{\eta_1}{k_1} \right)^2 + \omega_n^2} \left[\left(\frac{k_1 + k_2 + k_1 \omega_n^2}{k_1 k_2} - \frac{k_1^2 \omega_n^2 + \eta_1^2}{k_2^2} \right) \sin \omega_n t + \right. \\ & \quad \left. + \omega_n \left(\frac{\eta_1}{k_1 k_2} - \frac{k_1 + k_2}{\eta_1 k_2} \right) \cos \omega_n t \right] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

При граничных и начальных условиях:

$$\left. \begin{aligned} & W|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=0} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau} \Big|_{\tau=0} = 0; \\ & \frac{d^2 W}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} = 0, \quad \frac{d^3 W}{d\xi^3} \Big|_{\xi=1} = 0, \quad W(\tau)|_{\tau=1} = 0, \quad \frac{dW}{d\tau} \Big|_{\tau=1} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

здесь τ – вариации амплитуды, являющиеся функциями времени при $P_{крит}(t)$.

Решение. При заданных предложениях

$$2\varepsilon'(\xi) \frac{d^3 W}{d\xi^3} + \varepsilon''(\xi) \frac{d^2 W}{d\xi^2} = 0 \quad \text{общее решение первого}$$

уравнения системы (3.19) имеет вид

$$W(\xi) = e^{\xi} (c_1 \cos \xi + c_2 \sin \xi) + e^{-\xi} (c_3 \cos \xi + c_4 \sin \xi) + \frac{1}{K} \frac{1}{12} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \xi \quad (3.21)$$

Тогда, на основании граничных и начальных условий из (3.20) получим

$$W(\xi) = \frac{1}{6K} \frac{1}{\Delta} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left[e^2 \cos^2 \xi (sh \xi \cos \xi - e^{-\xi} sh \xi) + e^2 + 1 + e^2 \sin 2sh \xi \sin \xi - \right. \\ \left. - 19K(2e - \xi \sin \xi - \xi), \text{ где } \Delta = (e^2 + 1)^2 + 4e^2 \cos^2 \xi \right].$$

$$\text{При заданных предположениях } 2\varepsilon'(\xi) \frac{d^3 W}{d\xi^3} + \varepsilon''(\xi) \frac{d^2 W}{d\xi^2} = 0$$

общее решение первого уравнения (3.21) имеет вид

$$W(\xi) = e^{\xi} (c_1 \cos \xi + c_2 \sin \xi) + e^{-\xi} (c_3 \cos \xi + c_4 \sin \xi) + \\ + \frac{2}{3} \frac{1}{K} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \frac{1}{\omega^4 + 4} \xi \sin \omega \xi + \frac{8}{3} \frac{1}{K} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \frac{\omega^3}{(\omega^4 + 4)^2} \sin \omega \xi$$

Тогда, на основании граничных и начальных условий получим:

$$W(\xi) = \frac{1}{6K} \frac{1}{\Delta} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left[e^2 \cos^2 \xi (sh \xi \cos \xi - e^{-\xi} sh \xi) + e^2 + 1 + e^2 \sin 2sh \xi \sin \xi - 19K, \right.$$

$$\left. \text{где } \Delta = (e^2 + 1)^2 + 4e^2 \cos^2 \xi \right].$$

Численные расчеты.

На графиках 18–27 приведены выпучивания нефтегазовой смеси резервуара в зависимости функции: $W = W(\xi, \gamma^2)$,

$$W = W(\lambda_k, \omega) \quad W = W(\gamma^2, \lambda_k) \quad W = W(\xi, \omega),$$

$t = f(\eta, k_1, k_2, \eta_1, \eta_2, \omega)$ без учета реакции оснований типа Винклера; на графиках 24–29 – выпучивания в зависимости функции: $W = W(\xi, \gamma^2)$, $\gamma = 1,5$; $k = 27$; $k = 27$; $k = 3$; $\gamma = 0,5$

$$\omega_4 = m^2 \omega^2; \quad W = W(\xi, \gamma^2) \text{ при } W = 2, \quad k = 0,5; \quad k = 3$$

$W = W(\xi, \omega)$ наступление резонанса смеси, зависящего от вида локального, активного, внешнего и внутреннего критического

нагружения; наступление резонанса смеси одновременно зависящего от вида локального, активного, внешнего и внутреннего критического нагружения и пульсации опор, когда форма поперечного сечения овального типа. Из формул (3) и (6) и второго уравнения системы (1) приследующих данных имеем:
 $= \{0,7;1,0;1,13;4,35;5,0;6,2;6,4;6,76;7,45\}, = \{0,1;0,2;0,3;0,4;0,5\},$
 $\lambda'_k = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1 + \frac{1}{3} \right\}, \omega = \{2;3;4\} \quad k=3 \quad \text{при } k=0,5; k=12 \quad \text{при}$
 $k=1; k=27 \quad \text{при } k=1,5; \quad k_1 = \{9,9 - 10,9\}; \quad k_2 = \{12,6 - 13,8\};$
 $\eta_1 = \{3,3 - 3,6\}; \quad k_2 = \{8,4 - 9,2\}; \eta, 1 < k.$

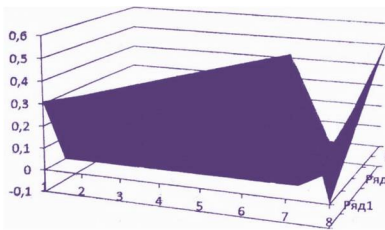


График 18. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\xi, \gamma^2)$

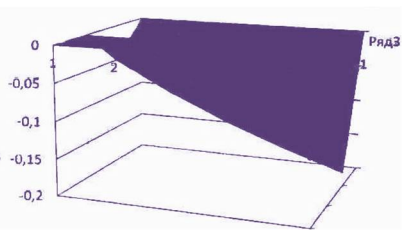


График 19. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\gamma^2, \lambda'_k)$

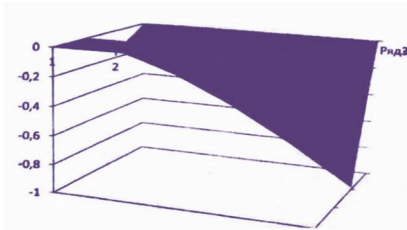


График 20. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\lambda'_k, \omega)$

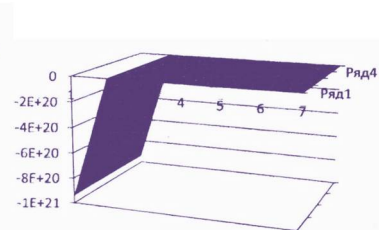


График 21. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W\left(\frac{N}{Q}, \omega\right)$

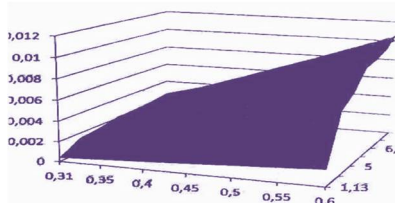


График 22. Выпучивание смеси резервуара в зависимости

функции $W = W\left(\frac{N}{Q}, \xi\right)$

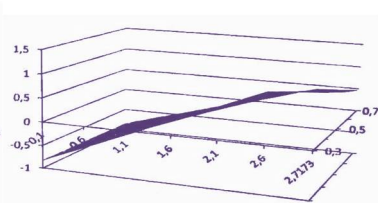


График 23. Выпучивание смеси резервуара в зависимости

физических характеристик

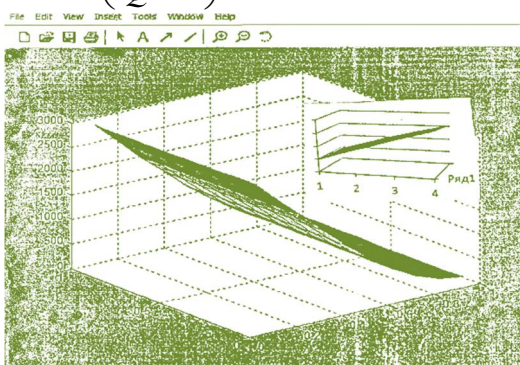


График 24. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции

$$W = W\left(\xi, \gamma^2\right), \frac{N}{Q} = 1,5; k = 27$$

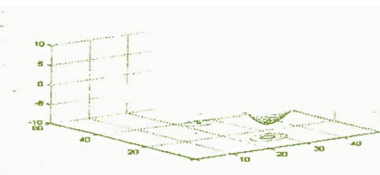
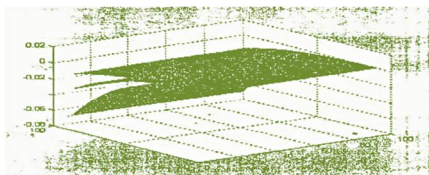


График 25. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции

$W = W\left(\gamma^2, \lambda'_k\right), \frac{N}{Q} = 1,5; k = 3$ и от $\omega_n, \omega_n, \omega_n^2 = m^2 \omega^2$,
 ($m = 1, 2, 3, \dots, n$) заполнителя, как условие резонанса

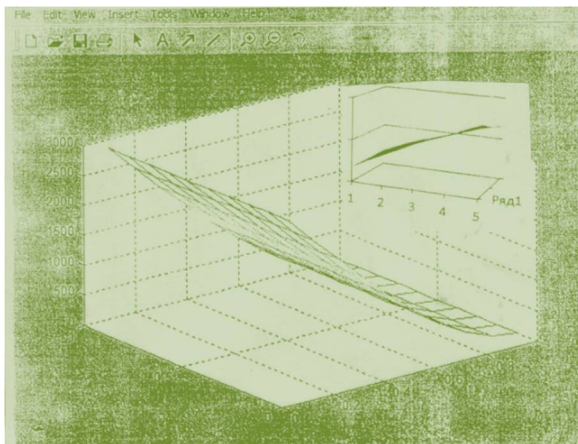


График 26. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции

$$W = W(\xi, \gamma^2), \omega = 2, \frac{N}{Q} = 0,5$$

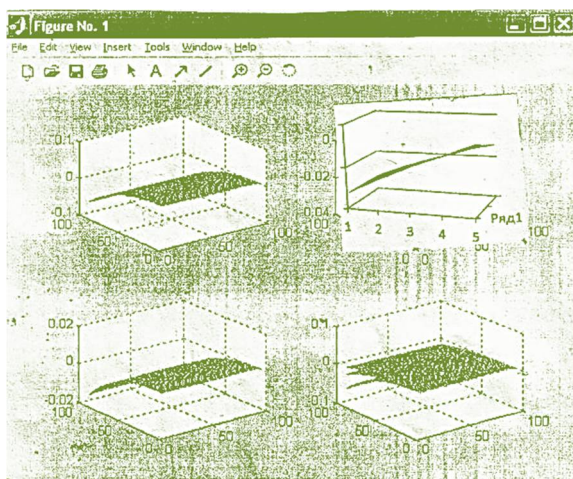


График 27. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции

$$W = W(\xi, \omega), \frac{N}{Q} = 1,5, \omega = 27$$

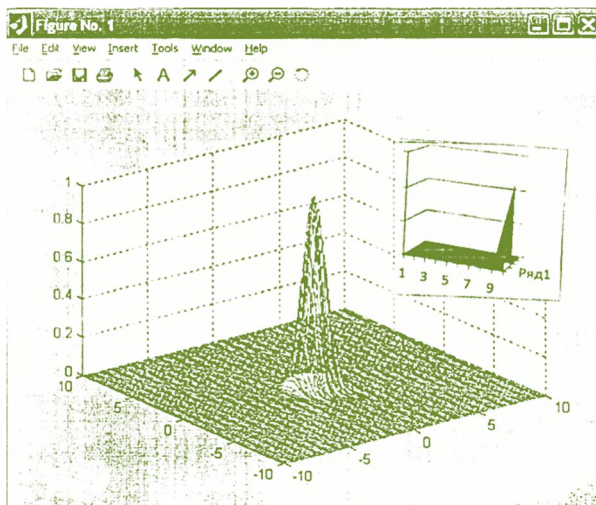


График 28. Наступление резонанса $\omega_n^2 = m^2 \omega^2$,
 ($m = 1, 2, 3, \dots, n$) смеси только от вида локального, активного,
 внешнего и внутреннего критического нагружения

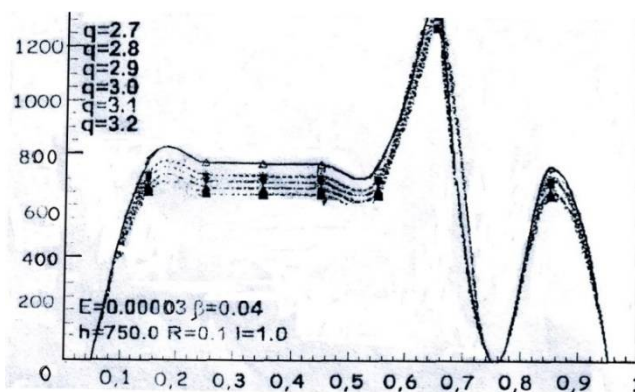


График 29. Наступление резонанса $\omega_n^2 = m^2 \omega^2$, ($m = 1, 2, 3, \dots, n$)
 смеси одновременнозависящего от вида локального, активного,
 внешнего и внутреннего, критического нагружения и пульсации опор

3.7. Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, лежащая на основании типа Винклера, когда форма поперечного сечения типа градирни, при добыче и транспортировке

Уравнения равновесия заполнителя резервуара возьмем в виде [3–6]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] + \frac{K}{D} \varepsilon(\xi) W &= \frac{4}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} P(t) \sin \omega \xi, \\ \frac{dP}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P &= k_2 \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} W \quad (СЛТ) \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

В частности, если из постановки задачи для аналитического расчета положим:

$$\varepsilon(\xi) = -\frac{D}{1 - \xi + \frac{\varepsilon^2}{2}}, \quad \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = -\frac{\left[(\xi - 1)^2 + 1 \right]^2 - 4\xi(\xi - 1)}{2(\xi - 1)\left[(\xi - 1)^2 + 1 \right]} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}, \quad \text{то}$$

система (3.22) после разделения переменных имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} D \left[\frac{d^4 W}{d\xi^4} - 4 \frac{\xi - 1}{\left[(\xi - 1)^2 + 1 \right]} \frac{d^3 W}{d\xi^3} - 2 \left(1 - \frac{4\xi(\xi - 1)}{\left[(\xi - 1)^2 + 1 \right]^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) \right] + k W &= \\ = \frac{4}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left(1 - \xi + \frac{\varepsilon^2}{2} \right) \sin \omega_n \xi, \\ C e^{\frac{k_1 t}{\eta_1}} + \left[\frac{k_1^2}{\eta_1^2 + \omega_n^2 k_1^2} \left(\frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} - \frac{\omega^2}{k^2} \right) \right] \sin \omega_n t + \\ + \frac{k_1^2 \omega}{\eta_1^2 + \omega_n^2 k_1^2} \left(\frac{\eta_1}{k_1 k_2} - \frac{k_1 + k_2}{\eta_1 k_2} \right) \cos \omega_n t &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

$$c = const, \eta, k = 12D, k > 12D, k < 12D.$$

При заданных предположениях общее решение первого уравнения системы (3.23) имеет вид на основании метода академика А.Н. Крылова:

$$W(\xi) = \frac{4}{3} \frac{1}{k} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{\omega^2 - 2\omega - 6}{\omega^6} \sin \omega \xi - \frac{2}{\omega^6} \cos \omega \xi + \frac{\omega - 1}{\omega^5} \xi \sin \omega \xi + \right. \\ \left. + \frac{3}{\omega^5} \xi \cos \omega \xi + \frac{1}{2\omega^4} \xi^2 \sin \omega \xi + e^\xi (c_1 \cos \xi + c_2 \sin \xi) + e^{-\xi} (c_3 \cos \xi + c_4 \sin \xi) \right)$$

Тогда, если эту задачу решим, когда в правой части первого уравнения системы вместо функции $f(\xi) = \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}\right) \sin \omega \xi$ стоит функция $f(\xi) = 1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}$, то при использовании граничных и начальных условий:

$$\left. \begin{aligned} W|_{\xi=0} &= 0, & \frac{dW}{d\xi} \Big|_{\xi=0} &= 0, & W(\tau) \Big|_{\tau=0} &= 0, & \frac{dW}{d\tau} \Big|_{\tau=0} &= 0; \\ \frac{d^2 W}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} &= 0, & \frac{d^3 W}{d\xi^3} \Big|_{\xi=1} &= 0, & W(\tau) \Big|_{\tau=p} &= 0, & \frac{dW}{d\tau} \Big|_{\tau=p} &= 0. \end{aligned} \right\},$$

где τ — вариации амплитуды, являющиеся функциями времени при $P_{крит}(t)$, то частное решения первого дифференциального уравнение системы (3.23) будет:

$$W(\xi) = \frac{4}{3} \frac{1}{k} \frac{1}{\Delta} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left\{ (1 + e^{-2} + 2ch \sin l - 2sh l \cos l - \sin 2) sh \xi \cos \xi - \right. \\ \left. - [\cos 1 sh(\xi - 1) + 2 \cos 1 (ch 1 - \cos 1) sh \xi + 2 \sin 1 ch 1 ch \xi - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sin^2 e^{\xi-2} + e^\xi - \sin 2 e^{-\xi}] \sin \xi \right\} + \frac{4}{3} \frac{1}{k} \frac{1}{\Delta} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(e^{-\xi} \cos \xi - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \xi^2 + \xi - 1 \right), \Delta = 1 + ch 2 + 2 \cos^2 1, \text{ относительно } \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}}, k = 3,$$

при $\frac{N}{Q} = 0,5; k = 12$ при $\frac{N}{Q} = 1; k = 27$ $N/Q=1; k=27$ при $\frac{N}{Q} = 1,5,$

здесь (N, Q) – анизотропные характеристики приведенного слоя поперечного сечения симуляционной модели резервуара,

$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\pi h}{L}$ – число полуволн в поперечном направлении,

ω – число полуволн в продольном направлении, $\omega = \frac{n \pi R}{L}$ –

определяется из граничных условий на поверхности при

$\xi = 0,1$ и $\xi = 0,3$ $\lambda_k^1 = \{1 \text{ В. В. Новожилов), } 2/3 \text{ (А. Н. Гузь),}$

$1/3 \text{ (М. А. Био), } 1 + \frac{1}{3} \left(1 - 4 \frac{N}{Q} \right) \text{ (А. С. Лейбензон–А. Ю. Ишлинский)}\}$

– по нелинейным дифференциальным процессам, h – толщина, l – длина, R – внутренний радиус нефтяной смеси резервуара, лежащая на основании типа Винклера – $M_u = m_u + \Delta m_u$,

$m_u = D \frac{d^2 W}{d \xi^2}$ – изгибающий момент в области упругости,

Δm_u – изменение изгибающего момента за пределом упругости.

Численные расчеты.

На графиках 1-6 приведены выпучивания нефтегазовой смеси резервуара в зависимости функции: $W = W(\xi, \gamma^2)$,

$W = W(\lambda_k, \omega)$, $W = W\left(\omega, \frac{N}{Q}\right)$, $W = W\left(\xi, \frac{N}{Q}\right)$, $t = f(\eta, k)$

без учета реакции основания типа Винклера, на графиках 7–14:

$W = W(\xi, \gamma^2)$ при $\omega = 1$; $W = W(\gamma^2, \lambda_k)$, $W = W(\xi, \gamma^2)$,

при $W = W(\xi, \lambda_k)$, $W = W(\gamma^2, \lambda_k)$, $W = W(\xi, \omega)$,

$t = f(k_1, k_2, \eta_1, \eta_2, \omega)$ при $\omega = 2$; $t = f(k_1, k_2, \eta_1, \eta_2, \omega)$

при $\omega = 3$. Когда форма поперечного сечения типа градири

при следующих данных $\frac{N}{Q} = \{0,7; 1,1; 1,13; 4,35; 5,0; 6,2; 6,4; 6,76; 7,45\}$,

$\gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}$; $\lambda_k^1 = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1 + \frac{1}{3} \left(1 - 4 \frac{N}{Q} \right) \right\}$;

$\omega = \{2, 3, 4\}$; $k = 2, 7$ при $\frac{N}{Q} = 0,5; k = 12$ при $\frac{N}{Q} = 1; k = 27$

при $\frac{N}{Q} = 1,5; k_1 = \{9,9 - 10,9\}; k_2 = \{12,6 - 13,8\}; \eta_1 = \{3,3 - 3,6\};$
 $\eta_2 = \{8,4 - 9,2\}; c = \{0,1; 0,2; 0,3\}; \eta, k.$

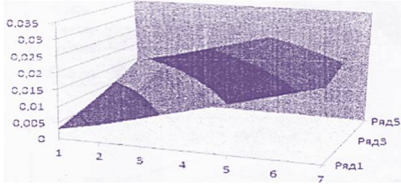


График 1. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\xi, \gamma^2)$

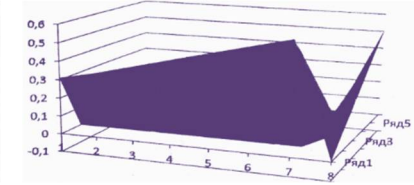


График 2. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\gamma^2, \lambda'_k)$

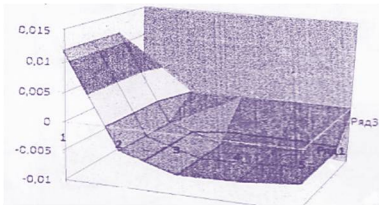


График 3. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\lambda'_k, \omega)$

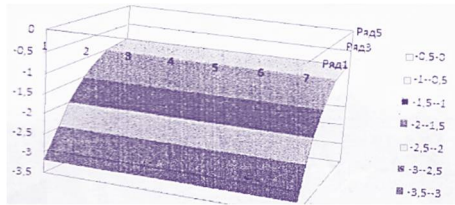


График 4. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W\left(\frac{N}{Q}, \omega\right)$

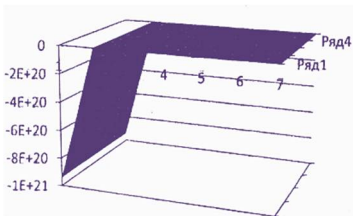


График 5. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W\left(\frac{N}{Q}, \xi\right)$

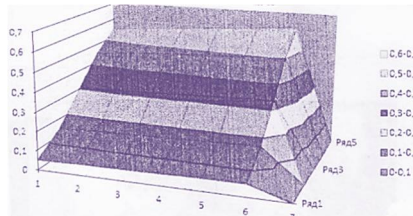


График 6. Изменение времени вязко-упругого сопротивления в зависимости от физических характеристик

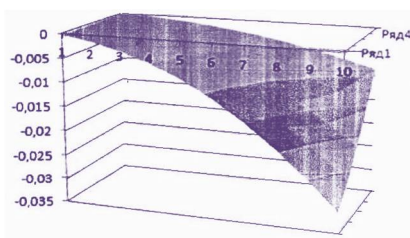


График 7. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\xi, \gamma^2)$

$$\frac{N}{Q} = 1,5; k = 27;$$

$$q_k = q_0 \left(1 - \xi + \frac{1}{2} \xi^2 \right)$$

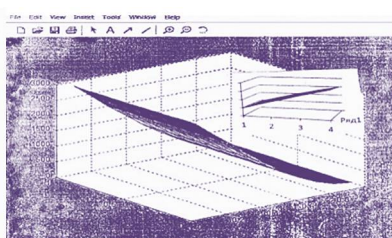


График 8. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\gamma^2, \lambda_k^1)$

$$q_k = q_0 \left(1 - \xi + \frac{1}{2} \xi^2 \right)$$

$$\frac{N}{Q} = 0,5; k = 3$$

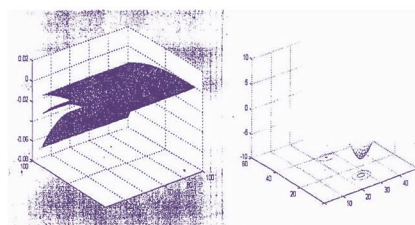


График 9. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции

$$W = W(\xi, \gamma^2) \frac{N}{Q} = 1,5;$$

$$k = 27; \omega = 3;$$

$$q_k = q_0 \left(1 - \xi + \frac{1}{2} \xi^2 \right) \sin \omega \xi$$

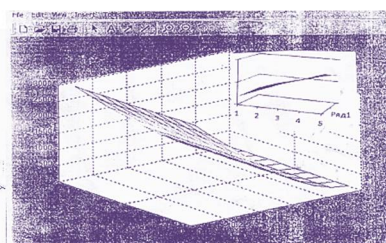


График 10. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции

$$W = W(\xi, \lambda_k^1) \frac{N}{Q} = 0,5;$$

$$k = 3 \quad \omega = 4;$$

$$q_k = q_0 \left(1 - \xi + \frac{1}{2} \xi^2 \right) \sin \omega \xi$$

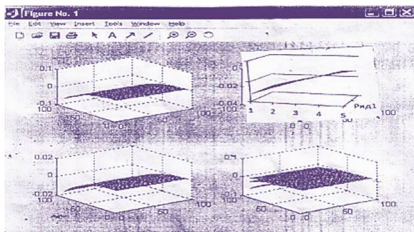


График 11. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции $W = W(\gamma^2, \lambda'_k)$

$$\frac{N}{Q} = 0,5; k = 3; \omega = 2;$$

$$q_k = q_0 \left(1 - \xi + \frac{1}{2} \xi^2 \right) \sin \omega \xi$$

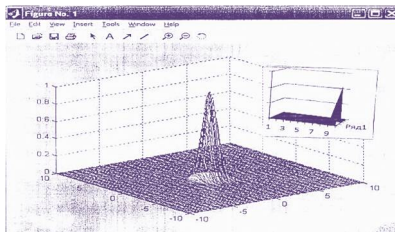


График 12. Выпучивание смеси резервуара в зависимости функции

$$W = W(\xi, \omega), \frac{N}{Q} = 0,5;$$

$$k = 3; \omega = 3;$$

$$q_k = q_0 \left(1 - \xi + \frac{1}{2} \xi^2 \right) \sin \omega \xi$$

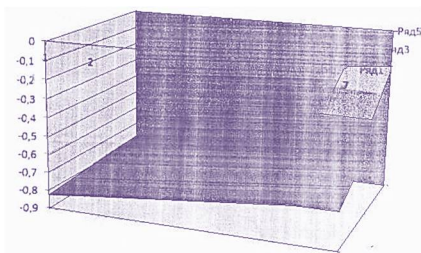


График 13.

$$t = f(k_1, k_2, \eta_1, \eta_2, \omega)$$

$$k_1 = 9,9; k_2 = 12,6;$$

$$\eta_1 = 3,3; \eta_2 = 3,3; \omega = 2$$

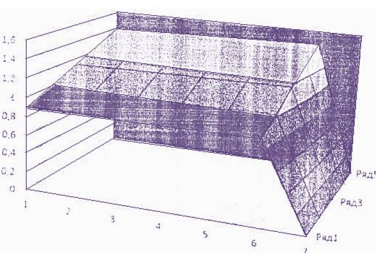


График 14.

$$t = f(k_1, k_2, \eta_1, \eta_2, \omega)$$

$$k_1 = 10,9; k_2 = 13,8;$$

$$\eta_1 = 3,6; \eta_2 = 9,2; \omega = 3$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выводы из анализа графиков, призванные обеспечить надежность технологического процесса для короткого резервуара.

1. Предварительное нагружение поперечного сечения внешним активным критическим давлением уменьшает коэффициент динамичности, а внутреннее нагружение критической силой из-за внутреннего трения наоборот повышает коэффициент динамичности.

2. В статике граничные условия оказывают существенное влияние на величину активной критической нагрузки, а в динамике граничные условия роли не играют из-за начальных условий

3. За критическое время практически можно принимать любое соответствующее промежутку $\alpha < \tau \leq 1$ выпучивание, где наблюдается резкое возрастание прогиба, где α – точка перегиба кривой $W = f(\xi, t)$, $\rho = W(t, k_1, k_2, \eta_1, \eta_2)$.

4. С увеличением показателя $m = \{1, 2, 3, \dots\}$ коэффициент динамичности растет. При этом внешние критические активные и внутренние критические реактивные силы на участке $0 < \tau < 1$ могут работать в противоположных направлениях, исключая промежуток времени $\alpha < \tau \leq 1$.

5. Плотность материала поперечного сечения - как переменная величина уменьшается в сторону большего основания гидростатического давления дна (шапка или подошвы) согласно нормальному закону непрерывных случайных величин на отрезке по формуле $\rho = \rho(\xi)$.

6. На участке $\alpha < \tau \leq 1$ реактивные критические силы, пройдя через нуль и сменив свой знак, начинают действовать в одном направлении с внешними активными критическими силами. Поперечное сечение резервуара можно представить в виде овальной формы при критической нагрузке, распределенной в ряд Фурье вдоль параллели (эллипсоида) как функцию ξ .

7. Существенное влияние на величину прогиба оказывает анизотропия материала (N , Q) и степень податливости подошвы резервуара на поперечный сдвиг. В этом случае, высота резервуара $0,6 < \xi \leq 1$ соизмерима с длиной полуволны.

8. Если резервуар лежит на трех опорах ($0 < \xi \leq 0,3$; $0,3 < \xi \leq 0,6$; $0,6 < \xi \leq 1$)

и реакции опор направлены по нормали, то возьмем реакцию основания в виде $P_{рек} = k^* W(\xi)$, k^* – переменный параметр.

9. Функция прогиба растет (убывает) быстрее (особенно во временной координате), чем тангенциальные компоненты перемещения.

10. Условие резонанса наступает по временным координатам $\omega_4^2 = \frac{k_2 \eta_1 - (k_1 - k_2)}{\eta_1 - k_1 k_2} > 0$ с амплитудой

$$A = \omega_n \left\{ 1 - \frac{\eta_1 - (k_1 - k_2)}{k_1 + k_2 - \eta_1 k_2} \left[1 - \frac{k_1 (k_1 + k_2)}{\eta_1^2} \right] \right\}.$$

11. Предварительное нагружение поперечного сечения внешним активным критическим давлением уменьшает коэффициент динамичности в случае учета реакции основания типа Винклера, когда форма поперечного сечения конусоидального вида.

12. Для больших областей контакта величина $\xi(\xi) \leq 1$ и решение дифференциального уравнения изгиба можно отыскать асимптотическим методом, ограничиваясь первым приближением.

13. Контактное взаимодействие длинного резервуара средней длины с жестким ложементом возможно лишь для случая при заданной форме ложемента и известной активной технологической нагрузки пласта.

14. Так как на краю зоны контакта терпит разрыв перерезывающая сила $\frac{d^3 W}{d\xi^3} = -\frac{1}{1-\xi} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}$, то можно к задаче

$$\text{ставить дополнительный произвол } 2\varepsilon'(\xi) \frac{d^3 W}{d\xi^3} + \varepsilon''(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} = 0$$

для аналитико-графического расчета.

15. На участке $\alpha < \tau \leq 1$ реактивные критические силы (внутреннее трение), пройдя через нуль и сменив свой знак, начинают действовать в одном направлении с внешними активными критическими силами. Гидростатическое давление на стенки градири компенсирует избыток смеси. Следовательно, поперечное сечение резервуара можно представить в виде трапециевидной формы при критической нагрузке, распределенной в ряд Фурье вдоль параллели как функцию $\varepsilon(\xi) = \frac{1}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}}$ по толщине z .

16. Значение прогиба по теории М. А. Био отличается от значения прогиба по теории смешанного подхода А. С. Лейбензона и А. Ю. Ишлинского от 12 до 26 %, а от В. В. Новожилова от 6 до 8%, в зависимости от толщины резервуара.

17. При предложении для случая:

$$\frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = - \frac{[(\xi - 1)^2 + 1]^2 - 4\xi(\xi - 1)}{2(1 - \xi)[(\xi - 1)^2 + 1]} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}$$
 предполагаемая модель не позволяет найти давление в классе непрерывных функций $\alpha < \xi \leq 1$, т. к. на краю зоны контакта терпит разрыв перерезывающая сила. Следовательно, можно ставить дополнительный производный $2\varepsilon'(z) \frac{d^3 W}{d\xi^3} + \varepsilon''(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} = 0$ для аналитико-графического расчета.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Naghdi P. M.* Foundations of elastic shell theory // In progress in solid mechanics, Amsterdam:North-Hollandi, 1963.vol, IV, 90 P.
2. *Kalnins A.* Effect of bending on vibrations of spherical shells// I. Acoust, Soc, Amer. Vol, 36, 1964.P.74-81.
3. *Wilkinson J.P., Kalnins A.* On nonsymmetrical dynamic problems of elastic spherical shells // Appl, Mech. Vol.32, ser.E №3, 1965.
4. *M.A. Buo.* Mechanics of incremental deformation //New-York-London, 1965.
5. *Bluhm J.L. and Neal D.* Rotationally symmetric transient response of small-angle truncated Conical shell owing to a moving pressure front //“Journ. Acoust. Soc. Amer”.Vol.38, №4, 1965.
6. *Кильчевский Н.А.* «Теория нестандартных динамических процессов в оболочках» // Прикладная математика, 1968, том 4, вып.8.
7. *Johns D.I., Allwood R. I.* Vibration studies of a ring – stiffened circular cylindrical shell // “JSV”, 1968, 8, No 1.P.147-155.
8. *Egle D.M., Sewali J.L.,* An analysis as free vibration of orthogonally stiffened cylindrical shells with stiffeners treated as discrete elements //“AIAA”, 1968, 6, No3. P. 518-526.
9. *Crenwelge O.F., Jr. Muster D.* Free vibration of ring-and-stringer-stiffened conical shells //“JASA”, 1969, 46, No 1, Part2. P. 176-180.
10. *Forshing Hans-Wilgelm,* EigenschWingungen der axysimmetrichbelasteten, orthotropen Kreiskegel-schale // Z : Flugwiss, 1969, 17, No3. P. 73–92.
11. *Григолюк Э.И.* «Проблемы взаимодействия оболочек с жидкостью» // Сб. тр. VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. – М: Наука, 1970.
12. *Божанов Е.Т., Ержанов Ж.С.* «Исследование проблем устойчивости упругих тел, гибких пластин и оболочек и их приложения » //Алматы:«Казакстан жогаргы мектеби», 2011. –323 с.
13. *Божанов Е.Т., Ержанов Ж.С.* «Исследование проблем устойчивости упругих тел, гибких пластин и оболочек и их приложения» // Алматы, 2001. –323 с.

14. *Рахимбекова З.М.* «Нелинейные стержневые системы за пределом упругости». – Алматы, 2002. –218 с.

15. *Божанов Е.Т., Ибраимкулов А.М.* «Численные расчеты выпучивания заполнителя нефтепроводов транспортирующих вязкость нефти методом «горячей перекачки». –Алматы: КазНТУ, Мат. III междун. науч. конф. «Актуальные проблемы механики и машиностроения».Т. 1, 2009. –С.172–176.

16. *Божанов Е.Т., Хайруллин Е.М., Тулешева Г.А.* «Об одной механико-математической модели Константа магистральной трубы с упругим заполнителем».–Алматы: КазНТУ, Мат. III междун. науч. конф. «Актуальные проблемы механики и машиностроения».Т. 2, 2009. – С.176–181.

17. *Божанов Е.Т., Сатыбалдиев О.С., Дадаева А.Н., Абжапарова А.А.* «Исследование вынужденных выпучиваний нефтепроводов, транспортирующих вязкую нефть, лежащих на основании типа Винклера методом «горячей перекачки». – Алматы: КазНТУ, Мат. III – междун. науч. конф. «Актуальные проблемы механики и машиностроения».Т. 2, 2009. –С.181–187.

18. *Божанов Е.Т., Отарбаев Ж.О., Буганова С.Н.* «Механико-математическое моделирование нефтепродуктов, транспортирующих вязкую нефть методом «горячей перекачки». –Алматы: КазНТУ. Шекарасыз ғылым мен инженерлік білім, халықаралық форум.Т. 1, 2009. – С.276–279.

19. *Божанов Е.Т., Буганова С.Н., Отарбаева Ж.О.* «Ободной модели определения устойчивости, выпучивания и колебания тонностенных конструкции в новом “Негепе” как стационарный объект с запаздывающим аргументом». Мат.V междун.конф. “Наиновитое научни постижения”, БЭЛ,Град БГ ООД.Т. 24, София, 2009. С. 28–32.

20. *Божанов Е.Т., Скакова А.Б., Азис Г.* «Выпучивания подземной трубчатой конструкции под действием активной синусоидальной силы применительно к техническим задачам». – София, Мат. за VI Междун. науч.-практ. конф., “HONORSCHSCHOOL–2010”.Т. 19, 2009, БЭЛ, Град БГ ООД, 2010.

21. *Божанов Е.Т., Турегельдиева Э.К., Исабаева Г.А.* «Выпучивания трубчатой конструкции под действием неравномерной поперечных сил по критическим деформациям с

заполнителем, при гарничных условиях, когда оба края шарнирно-закрепленные». MATERIAL UVIMIED ZYNA–RODOWEI KONFERENCI NAUKA WYKSZAICE NIEBEZC SANIC 2010. Volume 22, premise 2010.

22. *Божанов Е.Т., Скакова А.Б., Касымбекова М.Т.* «О расчете выпучивания элементов конструкции из упругого однородного кристаллического материала от остаточных напряжении в условиях эксплуатации по формам кристаллической деформации поперечного сечения», //“Үшінші Ержанов окулары”, халықаралық ғылыми–техникалық конференцияның материалдары. –Ақтөбе: том I, 2010. –С.183–189.

23. *Божанов Е.Т., Батырбек Н., Касымов Ж.* «Надежность технологического потока перекачки нефти на основании математически компьютерной».–Алматы: КазНТУ. Мат. республиканский междун. науч.-практ. конф. Т. 2, 2011.

24. *Божанов Е.Т., Сергебаев Р.А., Сахабаева А.М., Керимбаева А.Т.* «Проектные расчеты трубчатой конструкции из нескольких “пир” эластомеров, армированных между ними металлическими волокнами»// мат.VIМеждун. науч.-практ. конф.Т. 27, “БЭЛ” – Град – БГ ООД, 2011. –С. 13–27.

25. При написании данной статьи использована информация из нефтегазового обозрения 1996–2000 гг. авторов: Гордон Адамсон (Cordon Adamson) Шотландия, Питер Валко (Peter Valko) США, Брайн Гейн (Brian Cane) Шотландия, Том Гриффик (Tom Griffin) США, Омер М. Гурпинар (Omer M. Gurpinar) США, Бруно Дернюк (Bruno Deruyck) Индия, Моурхаб Джабри (Mourhat Jabri) Индонезия, Джеффри Джозеф (Jefirey Jocsph) Франция, Мартин Крик (Martin Grick) Шотландия, Мигель Моллиндо (Megicl Molleneolo) Венесуэла, Эрик Ним (Eric Neme) Нигерия, Дейв Понтинг (Dave Ponting) Англия, Греч Соунз (Greg Sones) США, Майк Стилман (Mike Steelman) Канада.

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение.....	3
Глава 1.	Математические теории механики деформируемого твердого тела на основе нелинейных деформационных процессов.....	5
1.1.	Современное состояние упругого поведения сплошной среды на основе нелинейных деформационных процессов.....	5
1.2.	Современное состояние упругого поведения сплошной среды на основе опыта Баушенгера, определение физических свойств и химико-технологических характеристик материала.....	18
1.2.1.	Выбор материала.....	18
Глава 2.	Теоретические основы классической теории упруго- вязкого сопротивления.....	24
2.1.	Основные законы упруго-пластических деформаций при моделировании физических процессов.....	24
2.2.	Модель условия пластичности.....	25
2.3.	О влиянии предварительного упрочнения на идеально-пластическое течение.....	27
2.4.	Классические модели, связанные с направлениями моделирования упруго-вязкого сопротивления и релаксации напряжений. Двух и трехэлементные модели.	33
2.5.	Четырех элементные модели с направлениями моделирования упруго – вязкого сопротивления. Некоторые приложения.....	38
Глава 3.	Математическая модель оценки надежности технологий и определение критического технологического давления разрабатываемого горизонта по характеру дренажной зоны.....	45
3.1.	Распределение критического давления многослойного пласта большой мощности....	60

3.2.	Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами.....	69
3.3.	Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, когда поперечное сечение овального типа, при добыче и транспортировке.....	74
3.4.	Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, когда поперечное сечение конусоидального типа, при добыче и транспортировке.....	79
3.5	Аналитико-расчетная модель движения нефтегазовой смеси из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, когда форма поперечного сечения типа градири, при добыче и транспортировке	82
3.6	Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, лежащая на основании Винклера, когда форма поперечного сечения овального типа, при добыче и транспортировке.....	95
3.7.	Аналитико-расчетная модель движения тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, лежащая на основании типа Винклера, когда форма поперечного сечения типа градири, при добыче и транспортировке.....	103
	Закключение.....	109
	Библиографический список.....	112

Учебное издание

Божанов Ескерген Токшылыкович
Тулешева Гульнара Алиповна
Науkenова Маржан Дауленбековна

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ НЕУПРУГОЙ
МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ
ФИЗИКО- ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Учебное пособие
Часть 3

Нач. ОПНП РУ ДСО
Редактор
Компьютерная верстка

З. А. Губайдулина
Г. М. Дюсенбаева
А. А. Кадирсизова

Подписано в печать 12.08.2016г.
Тираж 300 экз. Формат 60х84х1/16. Бумага типогр. №1.
Уч.-изд.л. 7,7. Усл. п.л 7,1. Заказ №716. Цена договорная.

Издание Казахского национального исследовательского
технического университета имени К. И. Сатпаева
Департамент по связям с общественностью КазННТУ
г. Алматы, ул. Сатпаева, 22

ISBN 978-601-228-954-1

