

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ. И. Сәтбаев атындағы
Қазақ ұлттық техникалық университеті

М. Д. Адамбаев

**ЭЛЕКТР ЭНЕРГЕТИКАСЫНДАҒЫ
ТЕХНИКАЛЫҚ ТӘЖІРИБЕ ТЕОРИЯСЫ
МЕН ПРАКТИКАСЫ**

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі
оқулық ретінде ұсынған

Алматы 2014

ЖОК 621.31 (075.8)

ББК 31. 2 я 73

A24

- A24** Адамбаев М. Д. Электр энергетикасындағы техникалық тәжірибе теориясы мен практикасы: Оқулық. – Алматы: ҚазҰТУ, 2014. – 239 б.
Сурет 67. Кесте 21. Библиогр. – 30 атау.
ISBN 978-601-228-646-5

Оқулықта өндірістік басқару нысандарының дәл математикалық моделін алуға мүмкіндік беретін техникалық тәжірибе теориясы және практикасымен байланысты негізгі мәселелер жүйелі баяндалған. Активті және пассивті тәжірибе нәтижелерін қолдану негізінде нысандарды идентификациялау әдістеріне басты назар аударылды. Қарастырылған әдістерді шешу алгоритмдері сандық нәтижелерді алуға алып келді. Материалды баяндауда электр энергетикасы облысынан біраз мысалдар қарастырылды.

Оқулық ЖОО-ның 6М071800 «Электр энергетикасы» мамандығы магистранттарына арналған.

ЖОК 621.31 (075.8)

ББК 31. 2 я 73

Пікір жазғандар:

Д. Г. Букейханов, РГП «НЦ КПМС РК» бөлім меңгерушісі, ҚР АМР академигі, техн. ғыл. док., профессор;

П. И. Сагитов, АУЭС ЭАПУ каф. меңгерушісі, техн. ғыл. док., профессор;

Ш. Б. Битеев, ХАА академигі, техн. ғыл. док., «АУ» каф. профессоры, М. Тынышбаев атындағы ҚазККА;

Е. М. Хайруллин, ХАА академигі, техн. ғыл. канд., «Математика» каф. профессоры, Қ. И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТУ.

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің 2014 ж. басылым жоспары бойынша басылды.

ISBN 978-601-228-646-5

© Адамбаев М. Д., 2014

© ҚазҰТУ, 2014

КІРІСПЕ

Бақылау негізінде модельдерді алу мен олардың қасиеттерін зерттеу, ғылымның негізгі мазмұны болып табылады. Бұл модельдер азды-көпті формализацияланған болуы мүмкін, бірақ олардың барлығы, кейбір жалпы суретке байланыстыратын басты ерекшелікке ие. Динамикалық жүйенің тәртібін бақылау бойынша, адекватты математикалық модельдерін алу мәселесінің шешімі, идентификация теориясының пәні болып саналады. Бізді қоршаған орта динамикалық жүйелерден тұратындықтан, идентификация әдістерін білу өте қажет деуге болады.

Қазіргі кезде техника мен технологияның түрлі салаларында басқару үрдісіне жоғары талаптар қою – идентификацияның маңызды мәселесі болып табылады. Себебі, математикалық модель жеткілікті дәлділігімен белгілі болмаса, жүйенің жоғары сапалы басқарылуын қамтамасыз ету мүмкін емес.

Жүйе сипаттамаларының идентификациясы жүйені басқару мәселесіне екіжақты болып табылады. Өйткені, егер жүйе идентификацияланбаған болса, оны басқаруға болмайды. Үрдісті басқарғанға дейін математикалық модельді білу – оны іске асыру тиімділігіне елеулі әсер етеді.

Қағидалар мен оларға негіздеген түрлі операциялардың тізбегінен құралған нысандар мен үрдістердің математикалық модельдерін алу әдістерін қысқаша әрі жүйелі түрде қарастыру – оқулықтың негізгі мақсаты. Тәжірибелік зерттеулердің нәтижесі бойынша математикалық модельдерді анықтау әдісі – идентификация теориясының пәні болып табылады. Жүйе туралы ақпараттың априорлы көлеміне қарай, кең және арнайы мағынадағы идентификацияның мәселері ажыратылады. Кең мағынада мәселерді шешу кезінде, априорлы ақпарат мағынасыз болады немесе мүлде болмайды. Жүйе "қара жәшік" түрінде ұсынылады және оны идентификациялау үшін, модельдердің

тобын таңдау, стационарлықты, сызықтықты, т. б. бағалаумен байланысты бірқатар қосымша мәселелерді шешу қажет. Қазіргі уақытта идентификация теориясы кең мағынада жеткілікті қолданбалы пайдаланысқа ие болған жоқ, өйткені ол әлі қалыптасу кезеңінде.

Арнаулы мағынада идентификация мәселесін шешу кезінде, оған қатысты модель тобы мен жүйе құрылымы белгілі деп саналады. Жүйе туралы априорлы ақпарат жеткілікті. Идентификация мәселесінің мұндай қойылуы, жоспарлаудың нақты жағдайына сәйкес келетіндіктен, инженерлік тәжірибеде кеңінен қолданылады. Нысандарды зерттеудің теориясы мен әдістеріне арналып көптеген еңбектер жазылған [1 – 5].

Қазіргі уақытта әдебиетте идентификация, әдетте, динамикалық модельдерді алудың тәжірибелік әдістерінен көрініс табады.

Автор осы оқулықты дайындау барысында, бір жағынан, электр энергетикасында және өндірістегі технологиялық үрдістерді басқарудың автоматты жүйелерін құру ісінде ең мақсатқа сай, соңғы әдістерді қарастыруға, екінші жағынан, студенттерге жеткілікті түрде қарапайым етіп жеткізуге тырысты.

Материалды жазып баяндау кезінде, үйренген әдістерді түсіндіретін электр энергетикасы және өндірістің басқару жүйелері мен өнеркәсіптің басқа да салаларындағы үрдістер идентификациясының мысалдары кең пайдаланылған. Осы мысалдардың көбі сандық нәтиже алуға дейін жеткізілген.

1. БАСҚАРУ НЫСАНДАРЫНЫҢ ЖАЛПЫ ТЕНДЕУЛЕРІ

Жалпы ережелер

Нысандардың динамикалық қасиеттерін зерттеу – детерминизмнің негізгі сұрақтарына жауап беруі керек. Яғни, белгілі ықпал мен бастапқы кездегі белгілі координаттар бойынша (бастапқы күй) кезекті уақытта координаттардың өзгеруін (күйдің өзгеруін) алдын-ала болжау керек (Гюйгенс-Адамар қағидасы). Жүйенің анализі мен синтезін дамыту үшін басқару нысандары айнымалыларының өзара байланыс теңдеуін білу қажет.

Нысандардың статика және динамика теңдеулері кіріс ықпалдың (реттеуші, басқарушы) және шығыс координаттар (реттелетін, басқарылатын) арасындағы себеп-салдарлы тәуелділікті сипаттайды. Статика теңдеуі – динамика теңдеуінің жеке жағдайы болып табылады.

Теңдеулер құрудың негізі – физика мен химияның мына заңдары: заттың және энергияның сақталуы, гидроаэродинамика, электростатика, т. б. Бұл заңдарды технологиялық нысандарды суреттеуге мақсатты-бағытты қолдану, жалпы теңдеулерді беру кезінде: материалдық ағын және қор, затты араластыру кезіндегі масса тасымалдау, затты бөлу кезіндегі масса тасымалдау, заттың фазалық және химиялық айналуы кезіндегі жылу тасымалдауы, т. б. қолданылады. Бұл теңдеулерден нақты нысандардың статика және динамиканың нақты теңдеулері шығады.

Математикалық суреттеуді дәлелсіз ұлғайтуға талпынудың қажеті де жоқ, себебі, нақты дәлдік жоқ және ол керек те емес. Теңдеудің дұрыс емес мүшесі – қате, ал артық мүшесі – қатенің жартысы болып табылады. Негізгі факторларды іздеуді және негізгі емес факторларды есепке алмауды үйрену қажет. Есепке алынбаған факторларды кездейсоқ қобалжулар ретінде қабылдау мүмкін, оларды есепке алмау – автоматты жүйелердің қабілеттілігімен анықталады. Мысалы, тұрақтандырушы автоматты жүйелерде қарастырылатын орнықтылық қорлары, есепте қабылданған номиналдықтардан, нысандардың теңдеу коэффициенттерінде ауытқулардың пайда болуын ескереді.

Автоматты жүйелерді есептеу кезінде, нысандарды бірқатар арнайы сипаттамалармен бағалайды: беріліс функциясы, сатылы ауыспалы функция, импульсті ауыспалы функция, амплитудалы және фазалы жиіліктік сипаттамалары, логарифмдік жиіліктік сипаттама, кеңейтілген жиіліктік сипаттама, т. б. Бұлардың барлығы динамика теңдеуінен алынуы мүмкін.

Автоматтандыру нысандарының теңдеуін құру үшін, біріншіден, технологияның негізгі жақтары, аппараттардың құрылысы, үрдісті оптималды жүргізу қажеттілігімен анықталатын автоматтандыру талаптарын білу қажет. Бұл – автоматты жүйелердің құрылымдық контурын бейнелеуге мүмкіндік береді. Сонымен қатар, нысанда қандай факторларды – *кіріс басқарылатын ықпал* деп, ал қандай факторларды – *шығыс координаттары* деп санау керек екенін және қандай факторларды – *қобалжу ықпалына* жатқызуға болатынын анықтауға мүмкіндік береді.

Кез келген технологиялық үрдіс, жеке типтік аппараттар түрінде орындалатын бірқатар операциялардан тұрады. Сондықтан, динамика сараптамасы, түрлі технологиялық үрдістер үшін ортақ аппараттарды зерттеуден басталып, содан кейін арнайы жағдайлар қарастырылады.

Негізгі белгіленулер:

x , $x_{шығ}$, y – нысан шығысы;

x_0 , $x_{кір}$ – нысан кірісі;

t – уақыт;

M – жиынтық ішіндегі материал қоры, т;

Q – материал ағыны, т/сағ;

C – қоспадағы заттың концентрациясы;

γ – қоспадағы бірлік фракцияның концентрациясы;

θ – температура, $^{\circ}C$;

N – жылу ағыны, Мкал/сағ;

K – диффузия коэффициенттері, $m^2/сек$;

$W(j\omega)$ – кешендік беріліс коэффициенті.

1.1. Түрлі өндіріс үшін ортақ болып табылатын аппараттар мен үрдістер динамикасының негіздері

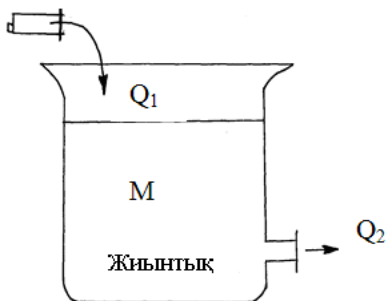
Түрлі технологиялық үрдістерде жинақтаушы, тасымалдағыш, араластырғыш, жылу айырбастауыштар сияқты агрегаттар жиі кездеседі.

Жинақтаушы материалдармен жабдықтауға (аккумуляциялайтын, ұстайтын) қабілетті кез келген жинақтауыштан көрініс табады. Араластырушы – жинақтауышта түрлі келтірілген материалдарды жанастыру жүреді. Оның ішіндегі араластыру – бір мезетті немесе диффузиялы және араласу болмауы да мүмкін. Жинақтауышты келтірілген және шығарылған ағынмен, ондағы материалдар қорымен (күй координаттары) сипаттау жеткілікті, ал араластырғыш үшін бөлек компоненттер концентрациясын білу қажет.

Жылу айырбастаушы – жинақтауышта, бірінші кезекте, материал температурасы мен жылу ағыны тұр. Бөлу аппараттарында (материалды қоспалардың бөлінуі болатын жинақтарда, мысалы, классификация құрылғысы – елек және сепараторлар, концентраттар мен қалдықтардың флотациондық бөлінісі) дайын өнімнің ағыны және олардағы компоненттер концентрациясы күй координаттары болып табылады. Осы аппараттардың барлығында да динамиканы зерттеу қажет.

1.1.1. Материалдық ағын және қор динамикасы

1.1-суретте көрсетілген сусымалы материалдарға арналған бункер, пульпа немесе сұйықтыққа арналған резервуарлар жиынтығы (жинақ) теңдеуінің жалпы түрде құру әдістемесін қарастырамыз.



1.1-сурет. Жинақтауыш
динамикасын анықтау

Жинақтауыш күйі үш айнымалымен сипатталады: келтірілетін ағын (Q_1); шығарылатын ағын (Q_2) және жинақтауыштағы материал қоры (M). Шығынсыз жұмыс істейтін жинақтауыштағы материал санының өсімі, Δt уақытта Q_1 ағынмен әкелінген және Q_2 ағынмен әкетілген материалдар санының айырымына тең, яғни:

$$\Delta M = Q_1 \cdot \Delta t - Q_2 \cdot \Delta t. \quad (1.1)$$

Тендеудің екі бөлігін де Δt -ға бөліп, шекті түрінде мынаны аламыз:

$$\frac{dM}{dt} = Q_1 - Q_2. \quad (1.2)$$

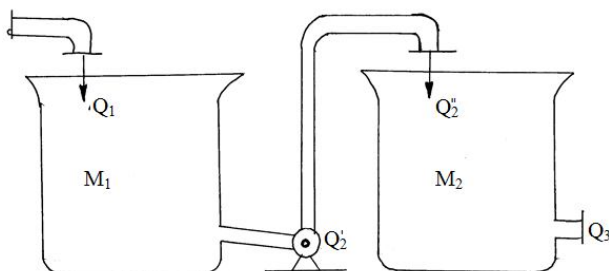
Алынған материалдық баланс деп аталатын тендеу – жинақтауыш динамикасының тендеуі болады.

Бірінші жинақтауыштағы ағын – екінші жинақтауышқа келіп түскен, ал жинақтауыштардың арасында материалдардың тасымалдануы конвейер немесе сорғымен жүзеге асырылған. Осы жағдай үшін, екі жинақтан тұратын жүйенің тендеуін құрамыз (1.2-сурет).

Әр жинақ күйі жоғарыда анықталған тендеумен суреттеледі:

$$\frac{dM_1}{dt} = Q_1 - Q_2'. \quad (1.3)$$

$$\frac{dM_2}{dt} = Q_2'' - Q_3. \quad (1.4)$$



1.2-сурет. Екі жинақтауыштан құралған жүйенің динамикалық тендеуін анықтау

Осы теңдеулер байланысын анықтау үшін, Q_2' және Q_2'' ағындарын байланыстыратын теңдеулерді алу қажет. Егер тасымалдау тұрақты өнімділікті сорғымен немесе конвейермен жүзеге асырылса, онда бірінші жинақтан шығатын барлық Q_2' ағыны, кешігіңкіреп екінші жинаққа түседі. Кешігу τ уақыты жинақтар арасындағы қашықтықпен және конвейердің лента немесе құбыр бойымен, материал қозғалысының жылдамдығымен анықталады. t уақыты кезіндегі Q_2'' шамасы, $t - \tau$ уақыты кезіндегі Q_2' ағынның шамасына тең:

$$Q_2''(t) = Q_2'(t - \tau). \quad (1.5)$$

Осыны есепке ала отырып, жинақ жүйесінің теңдеуі мына түрге енеді:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_1(t)}{dt} &= Q_1(t) - Q_2'(t); \\ \frac{dM_2(t)}{dt} &= Q_2'(t - \tau) - Q_3(t). \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

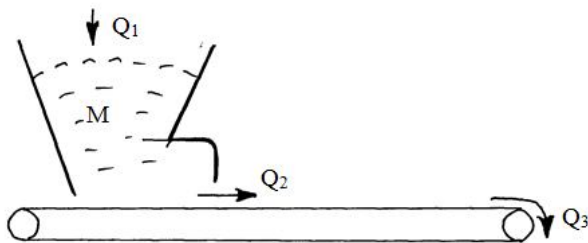
Мысал. Бункер – конвейер жүйесінің теңдеуін сандық түрде құру (1.3-сурет), егер бункердің босатылуын жүзеге асыратын конвейердің ұзындығы $l = 50$ м, ал лентаның жылдамдығы $g = 1 \text{ м/с} = 3600 \text{ м/сағ}$ болса, Q_1 ағын $= 100 \text{ м/сағ} = \text{const}$.

Шешімі. Бункер теңдеуі:

$$\frac{dM}{dt} = 100 - Q_2(t).$$

Конвейер теңдеуі:

$$Q_3(t) = Q_2(t - \tau) = Q_2\left(t - \frac{50}{3600}\right) \text{ немесе } Q_2(t) = Q_3\left(t + \frac{50}{3600}\right).$$



1.3-сурет. Бункер-ковейер жүйесінің динамикасын анықтау

Q_2 аралық шаманы шығарып тастап, ізделетін теңдеуді аламыз:

$$\frac{dM}{dt} = 100 - Q_3 \left(t + \frac{50}{3600} \right),$$

мұндағы $[M] = m$; $[Q] = m/cac$; $[t] = cac$.

Жоғарыда қарастырылған жағдайлар қарапайым болғанымен, шын мәнінде барлығы да күрделі болып келеді. Мысалы, жинақтауыштың жұмыс үрдісі кезінде (1.1-сурет) шамалар, өздерінің орташа мәндеріне, салыстырмалы аз өсімше алады: $\Delta Q_1 = Q_1 - Q_{opt}$; $\Delta Q_2 = Q_2 - Q_{opt}$; $\Delta M = M - M_{opt}$ және бұл кезде шығарылатын материалдың өсімшелері еріксіз емес, олар қор өсімшесіне тәуелді:

$$\Delta Q_2 = \kappa \cdot \Delta M, \quad (1.7)$$

мұндағы κ – пропорциялық коэффициенті. Басқа сөзбен айтқанда, қор өсімшесі көп болған сайын, шығарылатын ағынның жауапты өсімшесі көп болады, яғни нысан – сызықтық өзін-өзі түзеу эффектісіне ие.

Шығыс шамасы ΔM болатын және кіріс шамасы ΔQ_1 , ал шығыс шамасы ΔQ_2 болатын жағдай үшін, жинақ теңдеуін құрайық. Екі жағдай үшін де уақыт тұрақтылығы мен беріліс коэффициентін анықтау керек.

Сызықтық өзін-өзі түзейтін нысандар үшін өсімшелер, шаманың абсолютті мәні сияқты, баланс теңдеуімен байланысты:

$$\frac{d\Delta M}{dt} = \Delta Q_1 - \Delta Q_2.$$

Бірінші жағдайда, материалды баланс теңдеуінен ΔQ_2 -ні алып тастау керек. (1.7)-ны есепке ала отырып, мынаны аламыз:

$$\frac{d\Delta M}{dt} = \Delta Q_1 - \kappa \cdot \Delta M \quad \text{немесе} \quad \frac{d\Delta M}{dt} + \kappa \cdot M = \Delta Q_1,$$

мұндағы κ саны – өзін-өзі түзеу коэффициенті деп аталады. Мұндай теңдеулер мына түрде жазылады:

$$\frac{1}{\kappa} \cdot \frac{d\Delta M}{dt} + \Delta M = \frac{1}{\kappa} \Delta Q_1, \quad (1.8)$$

$\frac{d\Delta M}{dt}$ туындысының алдында тұратын $\frac{1}{\kappa} = T$ коэффициенті, уақыт өлшемділігіне ие және жинақтың уақыт тұрақтысы болып табылады. Сызықтық жинақ үшін $\Delta Q_2 = \kappa \cdot \Delta M$ қатынасы өсімше үшін ғана әділ емес, сонымен қатар: $Q_2 = \kappa \cdot M$ шамасының абсолютті мәні үшін де әділ, осыдан:

$$T = \frac{1}{\kappa} = \frac{M}{Q_2} \left[\frac{m}{m / \text{сағ}} = \text{сағ} \right]. \quad (1.9)$$

Сызықтық жинақтың уақыт тұрақтылығы, ондағы материал қорының шығатын ағынына деген қатынасына тең.

Кіріс шамасының ΔQ -ның алдында тұратын $\frac{1}{\kappa} = \kappa_{II}$ коэффициенті, беріліс коэффициенті болып табылады. Осы жағдай үшін, ол T -ға тең болып шықты.

Баланс теңдеуінен, екінші жағдай үшін, ΔM шамасын алып тастау керек:

$$\frac{1}{\kappa} \cdot \frac{d\Delta Q_2}{dt} + \Delta Q_2 = \Delta Q_1, \quad (1.10)$$

бұл жерде уақыт тұрақтысы $T = \frac{1}{\kappa} = \frac{M_{cp}}{Q_{cp}}$ тең, бірақ беріліс коэффициенті 1-ге тең екенін көруге болады.

Құрамында айнымалылардың сызықтық емес функциялары немесе уақыт аралық туындылары бар сызықтық емес теңдеулерге ие жинақтарға келейік.

Мысалы, кірісін – Q_1 ағыны, шығысын – M қоры немесе Q_2 ағыны деп санап, ағу резервуарының теңдеуін құрайық. Резервуар сұлбасы, жинақ сұлбасына ұқсас болады (1.1-сурет).

Материал балансы мынаны береді: $\frac{dM}{dt} = Q_1 - Q_2$. Бірақ Q_2 тәуелсіз айнымалы бола алмайды, ол M функциясы. Гидромеханикадан белгілі, саңылаудан шыққан ағын $Q_2 = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH}$ заңдылығына бағынады, мұндағы μ – шығын коэффициенті; ω – саңылау кимасының ауданы; g – еркін құлау үдеуі; H – резервуардағы деңгей.

Резервуардағы деңгей қорға пропорционал: $H = \kappa_1^2 \cdot M$ екенін ескеріп, $Q_2 = \kappa_1 \cdot \kappa_2 \sqrt{M}$ аламыз, мұнда $\kappa_2 = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2g}$. Бастапқы теңдеуге Q_2 -ні қойып, мынаны аламыз:

$$\frac{dM}{dt} + \kappa_1 \cdot \kappa_2 \sqrt{M} = Q_1,$$

резервуардың сызықтық емес теңдеуі.

Егер бастапқы теңдеуге $M = \left(\frac{1}{\kappa_1 \kappa_2} \right)^2 \cdot Q_2^2$ қойсақ, онда екінші теңдеу шығады:

$$2 \cdot \left(\frac{1}{\kappa_1 \cdot \kappa_2} \right)^2 \cdot Q_2 \cdot \frac{dQ_2}{dt} + Q_2 = Q_1;$$

бұл да сызықтық емес теңдеу.

Егер саңылаудың формасы (мысалы, цилиндрлік), оның ауданы ($\omega = 1 \text{ см}^2$) және резервуар қимасының ауданы ($S = 1 \text{ м}^2$) белгілі болса, онда ағын резервуарының теңдеуін сандық түрде алуға болады. Шешімі, κ_1 және κ_2 тұрақтыларының сандық мәнін анықтауға келтіріледі. Цилиндрлік саңылау арқылы судың ағыуы кезінде шығын коэффициенті $\mu = 0,82$. Сондықтан:

$$\kappa_2 = 0,82 f 1 \text{ см}^2 f \sqrt{2 \cdot 981 \text{ см} / \text{с}^2} \approx 35,5 \text{ см}^{2,5} / \text{с},$$

және $[H] = \text{см}$, онда $[Q] = \text{см}^3 / \text{с}$. Осыдан, $H = \kappa_1^2 \cdot M$ және $M = S f H = 1 f 10^4 \text{ см}^2 f H$ мынаны аламыз:

$$\kappa_1 = \sqrt{\frac{1}{S}} = \sqrt{\frac{1}{1 \cdot 10^4}} = 0,01 \text{ см}^{-1};$$

мұндағы $[M] = \text{см}^3$.

Резервуардың жалпы теңдеуіне κ_1 және κ_2 сандық мәндерін қойып, берілген жеке резервуар үшін мынаны табамыз:

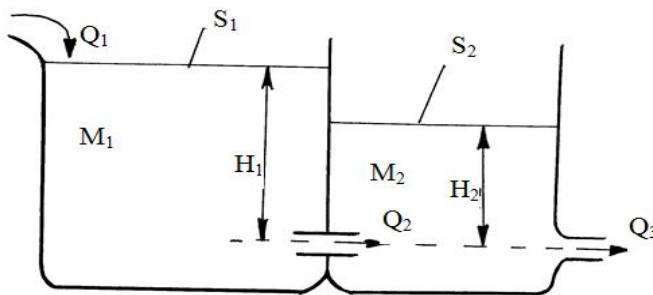
$$\frac{dM}{dt} + 0,357 \sqrt{M} = Q_1; \quad 2 \cdot \left(\frac{1}{0,357} \right)^2 \cdot Q_2 \cdot \frac{dQ_2}{dt} + Q_2 = Q_1.$$

Егер резервуардан сұйықты итеретін ауырлық күшіне қосымша герметикалық резервуардағы P сыртқы қысымды есепке алса, не өзгереді?

Бұл жағдайда $Q_2 = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH}$ орнына, бастапқы қатынас $Q_2(t) = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH + \frac{2Pg}{\rho}}$ болып табылады, мұндағы ρ – сұйықтықтың тығыздығы.

Радикал астынан сыртқы P қысымының негізделген жаңа мүшесі пайда болады. Герметикалық резервуар үшін есептеу, жоғарыда қарастырылған ашық резервуар үшін жасалған есептеуге ұқсас болады.

Екі резервуардан құралған каскадтың теңдеуін жазайық (1.4-сурет).



1.4-сурет. Резервуарлардың каскады

Бұл жағдайдағы баланстық қатынастармен қатар:

$$\frac{dM_1}{dt} = Q_1 - Q_2; \quad (1.11)$$

$$\frac{dM_2}{dt} = Q_2 - Q_3. \quad (1.12)$$

Мұнда келесі қосымша тәуелдіктер де орын алады:

$$Q_3 = \mu_1 \cdot \omega_1 \sqrt{2gH_2} = k_1 \cdot \sqrt{H_2}; \quad (1.13)$$

$$Q_2 = \mu_2 \cdot \omega_2 \sqrt{2g(H_1 - H_2)} = k_1' \cdot \sqrt{H_1 - H_2}; \quad (1.14)$$

$$M_1 = \rho \cdot S_1 \cdot H_1; \quad (1.15)$$

$$M_2 = \rho \cdot S_2 \cdot H_2, \quad (1.16)$$

мұндағы M_1 және M_2 – қорлар; Q_1 , Q_2 , Q_3 – ағындар; S_1 және S_2 – резервуар қимасының ауданы; ω_1 , ω_2 – ағын саңылаулары

қимасының ауданы; μ_1, μ_2 – шығын коэффициенттері; H_1, H_2 – материал деңгейлері; ρ – материал тығыздығы.

Шын мәнінде, жазылған теңдіктер каскадтың жиынтық теңдеулері болып табылады. Бірақ, кей жағдайда, кез келген айнымалылардың арасындағы тәуелділікті табу қажеттілігі туатындықтан, басқа айнымалыларды шығару қажет. Q_3 шығыс және Q_1 кіріс арасындағы тәуелділікті табу қажет делік. Ол үшін Q_2, M_1, M_2, H_1, H_2 айнымалыларын алып тастап, жиынтық теңдеулерде Q_1 және Q_3 қалдыру керек.

(1.13) және (1.16) теңдеулерінен мынаны аламыз:

$$M_2 = \rho \cdot S_2 \cdot \left(\frac{Q_3}{k_1} \right)^2. \quad (1.17)$$

Онда (1.14) және (1.16), (1.17) теңдеулерінен мынаны аламыз:

$$M_1 = \rho \cdot S_1 \cdot \left[\left(\frac{Q_2}{k_1} \right)^2 + \left(\frac{Q_3}{k_1} \right)^2 \right]. \quad (1.18)$$

Ал (1.17) есепке ала отырып, (1.12) теңдеуінен:

$$\frac{d \left[\rho \cdot S_2 \cdot \left(\frac{Q_3}{k_1} \right)^2 \right]}{dt} = Q_2 - Q_3 \quad \text{немесе}$$

$$Q_2 = Q_3 + \frac{\rho \cdot S_2}{k_1^2} \cdot 2Q_3 \frac{dQ_3}{dt}. \quad (1.19)$$

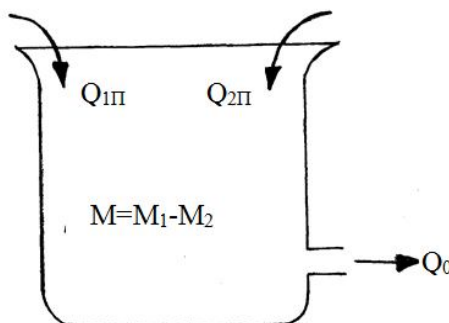
(1.11) теңдеуге (1.18) және (1.19) теңдеулеріндегі M_1 және Q_2 мәндерін қоямыз:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \rho \cdot S_1 \cdot \left[\frac{1}{k_1^2} \left(Q_3 + \frac{\rho \cdot S_2}{k_1^2} \cdot 2Q_3 \frac{dQ_3}{dt} \right)^2 + \frac{1}{k_1^2} \cdot Q_3^2 \right] \right\} + \frac{\rho \cdot S_2}{k_1^2} \cdot 2 \cdot Q_3 \frac{dQ_3}{dt} + Q_3 = Q_1.$$

Бұл екінші ретгі сызықтық емес теңдеу, Q_1 және Q_2 – уақыт функциялары; қалғандары – тұрақтылар. Теңдеу реті – каскадтағы жинақтардың санына тең.

1.1.2. Материалдар ағындарын араластыру динамикасы

Төменде идеалды араластыратын араластырғыштың теңдеуін құрамыз (1.5-сурет).



1.5-сурет. Араластыру динамикасы

Араластырғышқа әртүрлі материалдардың екі ағыны келіп түседі. Келтірілетін материалдардың шығыны $Q_{1П}$ және $Q_{2П}$. Толық келтірілетін ағын тұрақты:

$$Q_{П} = Q_{1П} + Q_{2П} = const.$$

Араластырғыштағы материал қоры да тұрақты: $M = M_1 + M_2$. Жинақтан әкетілетін ағын мынаған тең: $Q_0 = Q_{1_0} + Q_{2_0}$. Кіріс шамасы деп – $Q_{1П}$, шығыс шамасы деп – әкетілетін ағындағы бірінші материалдың c_1 концентрациясын санаймыз.

Берілген мысалды екі әдіспен шешуге болады.

Бірінші әдіс. Идеалды араластыру кезінде, жинақтауышқа келтірілетін материал жинақтауыштағы бар материалмен тез арада араласады. Сондықтан, араластырғыш көлемінің кез келген бөлігінде, қарастырылған уақытта, кез келген

материалдың концентрациясы бір болады. Бірінші материал үшін материалдардың концентрациясын $c_1'(t)$ деп белгілейік. Әкетілетін ағындағы материал концентрациясы да сондай мәнге ие екендігін көруге болады, яғни $c_1(t) = c_1'(t)$.

Бірінші материал бойынша материалдық баланс:

$$\frac{dM_1}{dt} = Q_{1\Pi} - Q_{1_0}.$$

Осы теңдікті мына түрге көшіреміз:

$$\frac{M}{Q} \cdot \frac{d\left(\frac{M_1}{M}\right)}{dt} = \frac{Q_{1\Pi}}{Q} - \frac{Q_{1_0}}{Q};$$

орташа алғанда $Q_{\Pi} = Q_0 = Q = const$ деп аламыз.

$$\frac{M_1}{M} = c_1'(t) = c_1(t) \quad \text{және} \quad \frac{Q_{1_0}}{Q} = c_1(t) \quad \text{болғандықтан,}$$

$$\frac{M}{Q} = \frac{dc_1(t)}{dt} + c_1(t) = \frac{Q_{1\Pi}}{Q} = c_{1\Pi}(t), \quad (1.20)$$

мұндағы $c_{1\Pi}$ – келтірілетін Q_{Π} ағындағы бірінші компоненттің концентрациясы (1.19) теңдеу – ізделетін теңдеу болып табылады. $T = \frac{M}{Q}$ шамасы араластырғыштың уақыт

тұрақтылығы, ал $k = \frac{1}{Q}$ – араластырғыштың беріліс

коэффициенті. Егер кіріс шамасы $c_{1\Pi}$ деп алсақ, онда $k=I$.

Екінші әдіс. Бұл әдіс ықтималдылық теориясына негізделеді [6]. m шары бар урнадан n шарды (қайтарумен) алғаннан кейін, урнаның ішінде біраз шар қалу ықтималдылығы:

$$P_n = \left(\frac{m}{m+1} \right)^n.$$

Δt уақыт интервалы кезінде араластырғышқа келіп түсетін бірінші материалдың саны мынаған тең: $\Delta M = \Delta Q_{II} \cdot \Delta t$, мұнда ΔQ_{II} – ағынның сатылы өзгерісі.

t уақытын Δt интервалымен $n = \frac{t}{\Delta t}$ бөлеміз. Мұнда $M - m$ шарының санымен теңестіріледі, бір шардың алымына ΔM өсімшесі, ал n – алымының санына $\frac{t}{\Delta t}$ шамасы сәйкес келеді. Осыны есепке ала отырып, мынаны аламыз:

$$p = \left(\frac{M}{M + \Delta M} \right)^{\frac{t}{\Delta t}},$$

$\Delta t \rightarrow 0$ және $\Delta M \rightarrow 0$ шектеуде, $-\ln p = \frac{dM}{dt} \cdot \frac{t}{M}$, ал

$$\frac{dM}{dt} = Q,$$

болғандықтан: $-\ln p = \frac{Q}{M} \cdot t$ немесе $p = y = e^{-\frac{t}{T}}$,

мұндағы y – араластырғышта болу уақыты t -дан асатын материал үлесі; ал t уақытта араластырғыш арқылы өтетін материалдың үлесі мынаған тең: $1 - e^{-\frac{t}{T}}$. $T = \frac{M}{Q}$ шамасы,

бөлшектің араластырғышта болуының орташа уақытына тең.

Осылайша, Q_{II} ағынның сатылы өзгеруі, бірінші ретті дифференциалдық теңдеуге сәйкес келетін, араластырғыштағы бөліктер саны экспоненциалды заң бойынша өзгеруін тудырады.

Екі идеалды араластырғыштан құралған каскад теңдеуін құрайық. Егер кіріс шамасы деп – каскадқа келтірілетін

ағындағы реагенттің C_1 концентрациясын, ал шығыс шамасы деп – каскадтан әкетілетін ағындағы C_3 концентрациясын алсақ, аралық ағындағы концентрация – C_2 .

Алдыңғы мысалдың шешіміне сәйкес, бірінші араластырғыш үшін мына теңдеуді жазуға болады:

$$T_1 \frac{dC_2}{dt} + C_2 = C_1;$$

екінші араластырғыш үшін:

$$T_2 \frac{dC_3}{dt} + C_3 = C_2.$$

Бірінші араластырғыштың шығыс шамасы екіншісіне – кіріс шама болатындықтан, $\frac{dC_2}{dt} = T_2 \frac{d^2 C_3}{dt^2} + \frac{dC_3}{dt}$ теңдеуінен

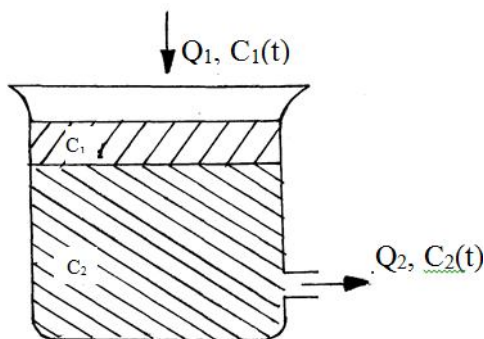
C_2 және $\frac{dC_2}{dt}$ – ны алып тастап, мынаны аламыз:

$$T_1 \cdot T_2 \frac{d^2 C_3}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dC_3}{dt} + C_3 = C_1. \quad (1.21)$$

Араласуы жоқ (ығыстыру араластырғышы) жинақтың теңдеуін құрамыз. Сапалы материалдың, мысалы кез келген компоненттің $C_1(t)$ концентрациясына тең Q_1 ағыны, $C_2(t)$ сапасына ие жинақтауыштағы материалға тиіп, жинақтауыш арқылы үстіден астыға өтеді. $C_2(t)$ сапасына ие $Q_2 = Q_1$ ағын әкетіледі. Кіріс шамасы деп – $C_1(t)$, шығыс шамасы деп – $C_2(t)$ алу керек. Жинақ M қорымен сипатталады (1.6-сурет).

Бұл жағдайда $C_2(t)$ өзгерісі $C_1(t)$ өзгерісіне қарағанда $\tau = \frac{M}{Q}$ уақытына кешігеді, сонда ізделіп отырған теңдеу мына түрге ие болады:

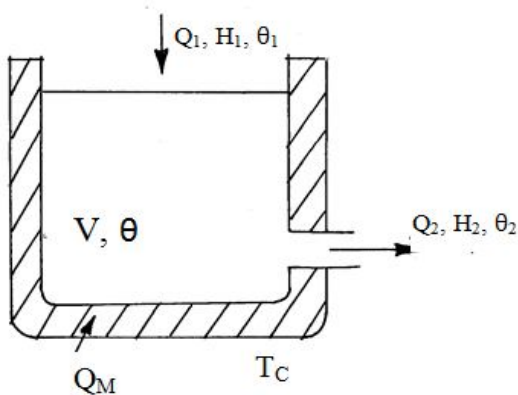
$$C_2(t) = C_1(t - \tau) = C_1 \left(t - \frac{M}{Q} \right).$$



1.6-сурет. Ығысу жинағының динамикасы

1.1.3. Жылу айырбастау динамикасы

Қарқынды араластыруы бар жылу айырбастағышқа температурасы θ_1 -ге тең сұйық материалдың Q_1 (m^3/cag) ағыны келіп түскендегі мысалды қарастырамыз (1.7-сурет).



1.7-сурет. Жылу айырбастағыш

Жылу айырбастағышта ұсталып тұратын материалдың орташа көлемі V (м^3) тең. Жылу айырбастағыштан θ_2 температураға ие Q_2 ($\text{м}^3/\text{сағ}$) ағыны әкетіледі.

Жылу айырбастағышта материал қоры тұрақталған: жылу айырбастағыш герметикалық түрде жабық немесе материалдың шығуы, үстіндегі ашық жерден төгілу арқылы жүзеге асырылады. Егер ол материал астындағы бөліктен кәдімгі күшпен шығарылса, жинақтағы деңгей бөлек автоматты жүйемен тұрақталған. $V = \text{const}$ болғандықтан, $Q_1 \approx Q_2 = Q_{\text{opt}}$.

Материалды араластыру соншалықты қарқынды болғандықтан, көлеміндегі (θ) температура мен әкетілетін ағындағы (θ_2) температура өзара тең, яғни $\theta = \theta_2$. Кіріс шамасы – H_1 жылудың келтірілетін ағыны, ал шығыс шамасы – шығарылатын ағынның температурасы $\theta_2 = \theta$ болатын теңдеулерді құрамыз.

H_1 кіріс шамасының өзгерісі, ағынның Q_1 өзгерісіне және оның температурасының өзгерісіне тәуелді болуы мүмкін. Осыған байланысты біртіндеп күрделенетін жағдайларды қарастырамыз:

а) сыртқы ортаға жылу ауыстыру жоқ, яғни жылу айырбастағыш – идеалды жылу оқшауламасына ие. Сандық мәндер: $V = 10 \text{ м}^3$; $Q_{\text{opt}} = 20 \text{ м}^3/\text{сағ}$; $\rho = 2,7 \text{ т/м}^3$; $C = 0,22 \text{ Мкал/(т} \cdot \text{град)}$ (материал-алюминий); $S = 28 \text{ м}^2$; $\theta_c = 40^\circ \text{C}$; $h = 0,3 \text{ Мкал/(м}^2 \cdot \text{сағ} \cdot \text{град)}$;

ә) $H_3 = h \cdot S(\theta - \theta_c)$ заңына сәйкес сыртқы ортаға жылу ауыстыру бар, мұнда h – жылу беру коэффициенті, $\text{Мкал/(м}^2 \cdot \text{сағ} \cdot \text{град)}$ ¹; S – жылу айырбастағыш бетінің ауданы, м^2 ; θ_c – сыртқы ортаның температурасы, $^\circ \text{C}$;

¹Материалдан қабырғаға жылу беру коэффициенті бет пішіні, оның бұдырлығы, араластырудың қарқындылығы, т.б. анықталады. Су, сұйық металл, түйіршік және ерітінділер үшін $h = 100 - 600 \text{ (Ккал/(м}^2 \cdot \text{сағ} \cdot \text{град))} = 0,1 \div 60 \text{ Мкал/(м}^2 \cdot \text{сағ} \cdot \text{град)}$. Газдар үшін $h = 5 \div 100 \text{ Ккал/(м}^2 \cdot \text{сағ} \cdot \text{град)}$. h шамасы, қабырғаға салыстырмалы, материал қозғалысының жылдамдығы көбейген сайын өседі.

б) жылу айырбастағыш қабырғасы шомбал, олардың жылу сыйымдылығын есепке алу керек. V көлемінен қабырғаға – жылулық ағыны $H_3^1 = h_M \cdot S(\theta - \theta_M)$, мұндағы h_M – сұйық материалдан қабырғаға жылу беру коэффициенті, θ_M – қабырға температурасы.

Қабырғадан сыртқы ортаға өтетін жылу ағыны $H_4 = h_c \cdot S(\theta_M - \theta_c)$, мұндағы h_c – қабырғадан сыртқы ортаға жылу беру коэффициенті.

Сандық мысал үшін қабырға материалының жылу сыйымдылығы $c_M = 0,3 \text{ Мкал}/(m \cdot \text{град})$; қабырға материалының тығыздығы $\rho_M = 2,5 \text{ т}/m^3$; қабырға қалыңдығы $d = 0,2 \text{ м}$, қабырға көлемі $V_M = S \cdot d = 28 \cdot 0,2 = 5,6 \text{ м}^3$; $h_M = 0,2 \text{ Мкал}/(m^2 \cdot \text{с} \cdot \text{град})$; $h_c = 0,05 \text{ Мкал}/(m^2 \cdot \text{с} \cdot \text{град})$.

Шешімі. а) қарқынды араластыру жағдайында нысандарды жинақталған сыйымдылық деп санап, жылу балансының келесі теңдеуін қолдануға болады:

$$\rho \cdot c \cdot V \frac{d\theta}{dt} = \sum H_i = H_1 - H_2,$$

мұндағы ρ – материал тығыздығы, m/m^3 ; C – материалдың жылу сыйымдылығы, $\text{Мкал}/(m \cdot \text{град})$; H_i – уақыт бірлігінде айналымға келтірілетін (оң санымен алынады) немесе одан әкетілетін (теріс санымен алынады) жылу мөлшері.

Q_1 ағынның келіп түсуі, жылу айналымға келетін $H_1 = \rho \cdot c \cdot \theta_1 \cdot Q_1$ (Мкал/с) жылуға сәйкес келеді. Q_2 ағынымен $H_2 = \rho \cdot c \cdot \theta_2 \cdot Q_2$ жылу саны шығарылады. Оны жылулық балансының теңдеуіне – H_1, H_2 қоямыз:

$$\rho \cdot c \cdot V \frac{d\theta}{dt} = \rho \cdot c \cdot \theta_1 \cdot Q_1 - \rho \cdot c \cdot \theta_2 \cdot Q_2 \text{ немесе}$$

$$V \frac{d\theta}{dt} + Q_2 \theta_2 = Q_1 \theta_1 = \frac{1}{\rho c} H_1,$$

$\theta = \theta_2$ екенін ескере отырып, мынаны аламыз:

$$\frac{V}{Q_{opt}} \cdot \frac{d\theta_2}{dt} + \theta_2 = \frac{1}{\rho c \theta_{opt}} \cdot H_1 \text{ немесе}$$

$$T \frac{d\theta_2}{dt} + \theta_2 = K_{\Pi} \cdot H_1, \quad (1.22)$$

мұндағы $T = \frac{V}{Q_{opt}}$ – уақыт тұрақтысы, *сәг*;

$K_{\Pi} = \frac{1}{\rho \cdot c \cdot Q_{opt}}$ – беріліс коэффициенті, *град·сәг/Мкал*.

Сұйық алюминийі бар сандық мысал үшін:

$$T = \frac{V}{Q_{opt}} = \frac{10 \text{ м}^3}{20 \text{ м}^3 / \text{сәг}} = 0,5 \text{ сәг};$$

$$K_{\Pi} = \frac{1}{\rho \cdot c \cdot Q_{opt}} = \frac{1}{2,7 \text{ т/м}^3 \cdot 0,22 \text{ Мкал/т} \cdot \text{град} \cdot 20 \text{ м}^3 / \text{сәг}} = 0,084$$

град·сәг/Мкал.

ә) бұл жағдайда, жылу балансы мына теңдеуден көрініс табады:

$$\rho \cdot c \cdot V \cdot \frac{d\theta}{dt} = H_1 - H_2 - H_3 = \rho \cdot c \cdot \theta_1 \cdot Q_1 - \rho \cdot c \cdot \theta_2 \cdot Q_2 - h \cdot S \cdot (\theta - \theta_c),$$

түрлендіргеннен кейін:

$$\frac{V}{Q_{opt} \cdot \left(1 + \frac{hS}{\rho \cdot c \cdot Q_{opt}}\right)} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = \frac{1}{\rho \cdot c \cdot Q_{opt} + h \cdot S} \cdot (H_1 + h \cdot S \cdot \theta_c)$$

немесе

$$T \frac{d\theta}{dt} + \theta = K_n \cdot (H_1 + h \cdot S \cdot \theta_c). \quad (1.23)$$

”а” жағдайына қарағанда, T уақыт тұрақтылығы азайды, себебі $\frac{h \cdot S}{\rho \cdot c \cdot Q_{opt}}$ мүшесі әрқашанда оң. Егер сыртқы ортаның температурасы тұрақты болса, онда температураның санау басын – θ_c шамасына қозғалтып, $h \cdot S \cdot Q_c$ мүшесін бірінші бөлімнен алып тастауға болады. Әйтпесе, θ_c -ті сыртқы қобалжу деп қарастыру қажет.

$\theta_c = 40^\circ C$ нүктеге температураны жылжытқан кезде, сандық мысал үшін аламыз:

$$T = \frac{V}{Q_{opt} \left(1 + \frac{h \cdot S}{\rho c Q_{opt}} \right)} =$$

$$= \frac{10m^2}{20m^3 / \text{сағ} \cdot \left(1 + \frac{0,3\text{Мкал}/m^2 \cdot \text{сағ} \cdot \text{град} \cdot 28m^2}{2,7m/m^3 \cdot 0,22\text{Мкал}/m \cdot \text{град} \cdot 20m^3 / \text{сағ}} \right)} = 0,3 \text{ сағ};$$

$$K_n = \frac{1}{\rho \cdot c \cdot V_{opt} + h \cdot S} =$$

$$= \frac{1}{2,7m/m^3 \cdot 0,22\text{Мкал}/m \cdot \text{град} \cdot 20m^3 / \text{ч} + 0,3\text{Мкал}/m^2 \cdot \text{сағ} \cdot \text{град} \cdot 28m^2} =$$

$$= 0,049 \text{град} \cdot \text{сағ} / \text{Мкал}.$$

Бұл жерден, жылу айырбастау теңдеуі былай жазылады:

$$0,3 \frac{d(\theta - 40)}{dt} + (\theta - 40) = 0,049 H_1.$$

б) жылу айырбастағыш қабырғалары жылу сыйымдылығына ие болған жағдайда, материал мен қабырғалардың жылулық балансының екі теңдеуі бастапқы болады:

$$\left. \begin{aligned} \rho \cdot c \cdot V \cdot \frac{d\theta}{dt} &= H_1 - H_2 - H_2^1 = H_1 - \rho \cdot c \cdot \theta_2 Q_2 - h_M \cdot S \cdot (\theta - \theta_M); \\ \rho_M \cdot c_M \cdot V_M \cdot \frac{d\theta_M}{dt} &= H_3' - H_4 = h_M \cdot S \cdot (\theta - \theta_M) - h_c \cdot S \cdot (\theta_M - \theta_c). \end{aligned} \right\} \cdot (1.24)$$

Аралық θ_M айнымалыны алып тастайық, ол үшін бірінші теңдеуден $\theta = \theta_2$, $Q_2 = Q_{opt}$ екенін ескере отырып, екінші теңдеуге $\theta_M = \frac{1}{h_M \cdot S} \cdot \left(\rho \cdot c \cdot V \frac{d\theta}{dt} + \rho \cdot c \cdot \theta \cdot Q_{opt} - H_1 + h_M \cdot S \cdot \theta \right)$ шамасын қоямыз:

$$\begin{aligned} \rho_M \cdot c_M \cdot V_M \frac{d}{dt} \left(\frac{\rho \cdot c \cdot V}{h_M \cdot S} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\rho \cdot c \cdot Q_{id\theta}}{h_M \cdot S} \cdot \theta - \frac{1}{h_M \cdot S} H_1 + \theta \right) &= \\ = h_i \cdot S \cdot \theta - h_i \cdot S \cdot \left(\frac{\rho \cdot c \cdot V}{h_i \cdot S} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\rho \cdot c \cdot Q_{id\theta}}{h_i \cdot S} \cdot \theta - \frac{1}{h_i \cdot S} \cdot H_1 + \theta \right) &+ h_c \cdot S \cdot \theta_c - \\ - h_c \cdot S \cdot \left(\frac{\rho \cdot c \cdot V}{h_m \cdot S} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\rho \cdot c \cdot \theta_{id\theta}}{h_m \cdot S} \cdot \theta - \frac{1}{h_m \cdot S} \cdot H_1 + \theta \right). \end{aligned}$$

Түрлендіргеннен кейін:

$$\begin{aligned} &\frac{\rho_M \cdot c_M \cdot V_M \cdot \rho \cdot c \cdot V}{h_M \cdot S} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + \\ &+ \left(\frac{\rho_M \cdot c_M \cdot V_M \cdot \rho \cdot c \cdot Q_{opt}}{h_M \cdot S} + \rho_M \cdot c_M \cdot V_M + \rho \cdot c \cdot V + \frac{h_c \cdot \rho \cdot c \cdot V}{h_M} \right) \cdot \frac{d\theta}{dt} + \\ &+ \left(\rho \cdot c \cdot Q_{opt} + \frac{h_c \cdot \rho \cdot c \cdot Q_{opt}}{h_M} + h_c \cdot S \right) \cdot \theta = : \\ &= \frac{\rho_M \cdot c_M \cdot V_M}{h_M \cdot S} \cdot \frac{dH_1}{dt} + \left(1 + \frac{h_c}{h_M} \right) \cdot H_1 + h_c \cdot S \cdot \theta_c. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Шығыс шамасы – θ_1 , кіріс шамалары – H және θ_c болады. Егер $\theta_c = const$ болса, онда θ_c нүктесіне температура есебінің басын ауыстыру кезінде θ_c бар мүшесін шығарып тастауға болады. Онда Q және H_1 айнымалылары қалады және (1.25) теңдеуін мына түрде жазуға болады:

$$a_0 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + a_1 \frac{d\theta}{dt} + a_2 \theta = b_0 \frac{dH_1}{dt} + b_1 H_1 + h_c \cdot S \cdot \theta_c.$$

Екінші ретті теңдеуді алдық, өйткені нысанда екі жинақталған сыйымдылық бар: жылу айырбастау V кеңістігі және қабырға V_M кеңістігі.

Берілген сандық шарт үшін:

$$V = 10 \text{ м}^3; Q_{opt} = 20 \frac{\text{М}^3}{\text{с} \cdot \text{с} \cdot \text{с}}; c_m = 0,3 \frac{\text{Мкал}}{\text{т} \cdot \text{град}};$$

$$\rho_M = 2,5 \frac{\text{т}}{\text{м}^3}; V_M = 5,6 \text{ м}^3; h_M = 0,2 \frac{\text{кал}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{с} \cdot \text{град}};$$

$$h_c = 0,05 \frac{\text{Мкал}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{с} \cdot \text{град}}; \rho = 2,7 \frac{\text{т}}{\text{м}^3}; c = 0,22 \frac{\text{Мкал}}{\text{т} \cdot \text{град}};$$

$$S = 28 \text{ м}^2; \theta_c = 40^\circ \text{ C}$$

аламыз:

$$a_0 = \frac{\rho_m \cdot c_m \cdot V_m \cdot \rho \cdot c \cdot V}{h_M \cdot S} = \frac{2,5 \cdot 0,3 \cdot 5,6 \cdot 2,7 \cdot 0,22 \cdot 10,0}{0,2 \cdot 28} = 4,46 \frac{\text{с} \cdot \text{с} \cdot \text{с} \cdot \text{Мкал}}{\text{град}};$$

$$a_1 = \frac{\rho_m \cdot c_m \cdot V_m \cdot \rho \cdot c \cdot Q_{opt}}{h_M \cdot S} + \rho_m \cdot c_m \cdot V_m + \rho \cdot c \cdot V + \frac{h_c \cdot \rho \cdot c \cdot V}{h_M} =$$

$$= \frac{2,5 \cdot 0,3 \cdot 5,6 \cdot 0,22 \cdot 20,0}{0,2 \cdot 28} + 2,5 \cdot 0,3 \cdot 5,6 + 2,7 \cdot 0,22 \cdot 10,0 + \frac{0,05 \cdot 2,7 \cdot 10,0}{0,2} = 20,55 \frac{\text{Мкал}}{\text{град}};$$

$$a_2 = \rho \cdot c \cdot Q_{opt} + \frac{h_c \cdot \rho \cdot c \cdot Q_{opt}}{h_M} + h_c \cdot S =$$

$$= 2,7 \cdot 0,22 \cdot 20,0 + \frac{0,05 \cdot 2,7 \cdot 0,22 \cdot 20,0}{0,2} + 0,05 \cdot 28,0 = 16,25 \frac{\text{Мкал}}{\text{с} \cdot \text{с} \cdot \text{град}};$$

$$\epsilon_0 = \frac{\rho_m \cdot c_m \cdot V_m}{h_m \cdot S_m} = \frac{2,5 \cdot 0,3 \cdot 5,6}{0,2 \cdot 28,0} = 0,75 \text{ саз};$$

$$\epsilon_1 = 1 + \frac{h_c}{h_m} = 1 + \frac{0,05}{0,2} = 1,25;$$

$$\epsilon_2 = h_c \cdot S = 0,05 \cdot 28,0 = 1,4 \frac{\text{Мкал}}{\text{саз} \cdot \text{град}}.$$

Онда теңдеу мына түрде жазылады:

$$\begin{aligned} 4,46 \cdot \frac{d^2 \theta}{dt} + 20,55 \cdot \frac{d\theta}{dt} + 16,25 \cdot \theta = \\ = 0,75 \cdot \frac{dH_1}{dt} + 1,25 \cdot H_1 + 1,4 \cdot \theta_c. \end{aligned} \quad (1.26)$$

$\theta = \theta_c = 40^\circ \text{C}$ нүктесіне координат есебінің басын ауыстыру кезінде мынаны аламыз:

$$\begin{aligned} 4,46 \cdot \frac{d^2(\theta - 40)}{dt^2} + 20,55 \cdot \frac{d(\theta - 40)}{dt} + \\ + 16,25 \cdot (\theta - 40) = 0,75 \cdot \frac{dH_1}{dt} + 1,25 \cdot H_1. \end{aligned} \quad (1.27)$$

мұнда $[\theta] = 0^\circ \text{C}$; $[H] = \frac{\text{Мкал}}{\text{саз}}$; $[t] = \text{сас}$.

Сандық теңдеу үшін қажетті тұрақтыларды шамалап, арнайы анықтамалардан алуға болады, бірақ нақты жағдайлар үшін оларды нысанда дәлелдеу қажет. Қосымша мәліметтер қажет болса, қолдануға болады [6].

Осылайша, параметрлерді (сыйымдылықтарды) жинақтық деп ұйғарып, мынадай қорытынды жасауға болады: идеалды араластыру үшін (көлемнің кез келген нүктесінде компоненттердің концентрациясы бірдей болған жағдайда), идеалды жылу айырбастағыш үшін (көлемнің кез келген нүктесінде температура бірдей болған жағдайда), нысандағы жинақталған сыйымдылық-

тардың (материалды, жылуды ұстауға қабілеттігі бар) саны дифференциалдық теңдеудің ретін анықтайды. Мысалы, бір жинақ (араластырғыш, жылу айырбастағыш) бірінші ретті теңдеуге ие, ал екі жинақтан тұратын каскад – екінші ретті теңдеуге ие, т. б. Бұл ереже, нысанның құрылымы бойынша оның теңдеуінің ретін, теңдеуді жалпы (әріптік) түрде анықтауға мүмкіндік береді.

Араластырғыш пен жылу айырбастағыштың параметрлері, жинақталған деген болжау ықшамдаулық болып табылады, ол әрқашан қолайлы болмайды.

Төменде нысанның параметрлері үлестірілген жағдайды қарастырамыз. Диффузды араластыру бір мезетте араластыру және араластыру жоқ болу арасындағы аралық түрі болып табылады.

Араластырғыш кеңістігіндегі заттың диффузды масса ауыстыруын сипаттайтын теңдеу құрамыз.

Кез келген dS ауданы арқылы, оның сыртқы n нормаліне бағытталған dt уақытта:

$$-dt \cdot k \cdot \text{grad}_n \cdot C \cdot dS, \quad (1.28)$$

тең зат ауысады (Фик заңына сәйкес). Мұндағы k – диффузия коэффициенті, $(\text{ұзындық})^2/\text{уақыт}$. dV көлемінің жабық S айналасы үшін мынаны аламыз:

$$-dt \cdot k \cdot \oint_S \text{grad}_n \cdot C \cdot dS. \quad (1.29)$$

S арқылы заттың ауысуы, оның dV көлемінде концентрацияның өзгерісімен компенсацияланады, ол $dC \cdot dV$ -ға тең. Сондықтан былай жазуға болады:

$$dC \cdot dV - dt \cdot k \cdot \oint_S \text{grad}_n \cdot C \cdot dS = 0. \quad (1.30)$$

Векторлы өріс теориясынан белгілі:

$$\frac{1}{dV} \oint_S \text{grad}_n \cdot C \cdot dS = \nabla^2 \cdot C = \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}. \quad (1.31)$$

Сонда ізделінген теңдеу келесі түрде жазылады:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = k \cdot \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right). \quad (1.32)$$

Бұл жағдайда $C(t,x,y,z)$ жинақталған параметрлердің жағдайындағыдай тек t уақыт функциясы ғана емес, сонымен қатар, араластырғыш кеңістігінің x , y , z координаттарының функциясы болып табылады. Диффузия теңдеуін (1.32) қолдану, сұйықтық және түйіршікте ерітілген реагент молекулалары концентрациясының өзгерісін суреттеуге ғана емес, сонымен бірге араластырылатын сусымалы қоспадағы ірі макробөлшектердің масса ауысуын да суреттеу мүмкін (мысалы, кенді шикіқұрамдау үрдістерінде). Бұл теңдеу, математикада Фурьенің жылу өткізу теңдеуі ретінде белгілі, ал оны жылу айырбастауға да қолдануға болады. Мұндай жылу ауыстыру кезінде температура $\theta(t,x,y,z)$, жылу айырбастау кеңістігі координаттарының функциясы болып табылады. Нақты нысандардың динамикалық сипаттамаларын суреттеуге (1.32) теңдеуі қалай қолданылғаны көрсетілген [7].

1.2. Ұсату, ұнтақтау және жіктеу үрдістерін математикалық өрнектеу

Кіріспелік ескертулер

Жылу электр станцияларында көмір ұнтағын дайындауда кең қолданыс тапқан үрдістерде материалдық ағын мен араласу жүреді. Сапалы, жаңа болып, жинақ-агрегаттағы материал қоры мен оны жанама бағалайтын шамалар арасындағы функциялық тәуелділіктерді енгізу болып табылады. Мысалы, диірмен шуы диірмен барабанындағы материал қорын бағалайды, т.б. Осындай функциялық тәуелділіктерді енгізу – қор, ағын және араластырудың элементарлы динамикасынан, физикалық түрде күрделірек үрдістердің динамикасын жуық бағалауға мүмкіндік береді.

Нақты нысандардың теңдеулерін құрар алдында қай шамалар – кіріс, қай шамалар – шығыс екенін білу қажет. Ол – автоматты реттеу және басқару әдістерімен анықталады. Мұндай әдістер көп [7].

Ұсату үрдісін басқарудың тағы бір әдісі – материалдың келтірілетін ағынының тұрақтылығын сақтау. Келтірілетін ағынды тұрақтандырудан басқа, ұсатуды автоматтандыру кезінде, ұсатқыштағы материал қорын тұрақтандыруды қолданады. Жақты ұсатқыштағы материал қоры материал деңгейімен өлшенуі мүмкін (нысанның шығысы), егер материал қоры берілген деңгейден ауытқыса, онда реттегіш – дозатор өнімділігін өзгертеді (кіріс). Конусты ұсатқышта қор, жанама түрде ұсатқыштың жетекші қозғалтқышының тоғы (қуаты) бойынша өлшенеді (нысан шығысы). Елек жұмысының тәртібі әдетте реттелмейді, бірақ елек дозалағыш (қоры тұрақталатын) пен ұсатқыш арасында орналасса, онда елек теңдеуі, елек-ұсатқыш нысанның теңдеуіне құрама бөлік болып енеді. Мұндай жағдайларда елек динамикасы есепке алынуы керек.

Ұнтақтау үрдістерін автоматтандыру кезінде, диірмендегі (агрегаттағы) материал қорын (шығыс) келтірілетін ағынның өзгерісімен (кіріс) тұрақтандырады.

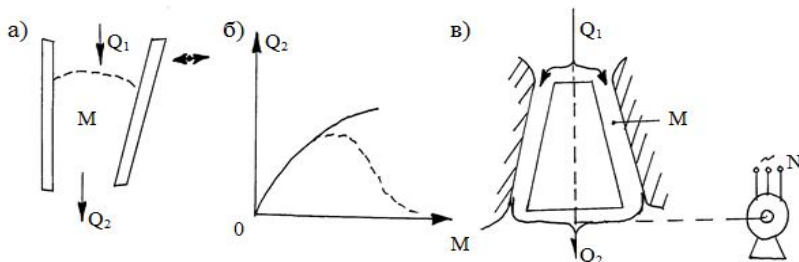
Қорды өлшеу – жанама түрде жүзеге асырылады: қарқындылық немесе диірмен шуы спектрінің орташа жиілігі бойынша, жіктегіш қозғалтқышының тоғы (қуаты) бойынша; диірменді толтыру және босату кезіндегі материал температурасының айырмашылығы бойынша. Гидравликалық классификация кезінде (гидроциклон, механикалық жіктегіштер), әдетте, төгіндінің тығыздылығын (шығыс), жіктегішке таза су шығынын өзгертумен (кіріс) тұрақтандырады. Осы үрдістерді басқару әдістері туралы [7, 8]-де толығырақ берілген.

1.2.1. Ұсатқыш динамикасының теңдеулері

Кіріс шамасын – келтірілетін Q ағын, шығыс шамасын – нысан шығысындағы арасындағы материал қоры M немесе әкетілетін ағын Q_2 деп алып, жақты ұсатқыштың теңдеуін құрамыз (1.8, a -сурет).

Дайын Q_2 өнім бойынша, ұсатқыштың ағындық өнімділігі арасындағы M қорына тәуелді:

$$Q_2 = Q_2(M). \quad (1.33)$$



1.8-сурет. Жақты ұсатқыш (а), статикалық сипаттама (б), конусты ұсатқыш (в)

$Q_2 = Q_2(M)$ графигінің түрі 1.8, б-суретте көрсетілген.

$\frac{dM}{dt} = Q_1 - Q_2$ баланс қатынасынан Q_2 шамасын, енгізілген тәуелділік көмегімен алып тастаймыз:

$$\frac{dM}{dt} + Q_2(M) = Q_1. \quad (1.34)$$

Бұл теңдеу тәжірибелік $Q_2(M)$ қисықпен бірге, Q_1 ағынның өзгерісі кезіндегі M қордың тәртібін анықтайды.

(1.33) қатынасынан $M=M(Q_2)$ кері функциясын тауып, оны баланстық қатынасқа M -ның орнына қоямыз:

$$\frac{d[M(Q_2)]}{dt} + Q_2 = Q_1 \quad \text{немесе} \quad \frac{\partial M(Q_2)}{\partial Q_2} \cdot \frac{dQ_2}{dt} + Q_2 = Q_1. \quad (1.35)$$

Бұл теңдеу сандық $Q_2 = Q_2(M)$ графикпен бірге Q_1 өзгергенде, Q_2 қалай өзгеретінін көрсетеді. (1.33) тәуелділігі үшін аналитикалық өрнектің жоқтығынан, сандық графикке сүйенуге тура келеді.

Жакты ұсатқыштың алынған жалпы теңдеулері бойынша, бір тәжірибелік нүкте белгілі болса: $M=0,1 \text{ m}$; $Q_2=100 \text{ m/сaғ}$, $M=M(Q_2)$ тәуелділігін $M = k \cdot Q_2^2$ параболасымен жуықтап, сандық түрде тәуелділіктерді алуға болады. Мұндағы k – белгісіз коэффициент.

$M = k \cdot Q_2^2$ парабола теңдеуінен табамыз:

$$k = \frac{M}{Q_2^2} = \frac{0,1}{100^2} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ ca} \text{ғ}^2/\text{m}.$$

Онда $M=M(Q_2)=1 \cdot 10^{-5} \cdot Q_2^2$ немесе $Q_2 = Q_2(M) = \sqrt{10^5 \cdot M}$ қатынасты (1.34) теңдеуіне қоямыз:

$$\frac{dM}{dt} + 3,15 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{M} = Q_1.$$

Сол сияқты (1.35) теңдеуінен мынаны аламыз:

$$\frac{\partial(1 \cdot 10^{-5} \cdot Q_2^2)}{\partial Q_2} \cdot \frac{dQ_2}{dt} + Q_2 = Q_1 \text{ немесе } 2 \cdot 10^{-5} \cdot Q_2 \cdot \frac{dQ_2}{dt} + Q_2 = Q_1.$$

Кірісі – келтірілетін Q_1 ағын, шығысы – ұсатқыш қозғалтқышымен тұтынылатын N қуаты болған жағдайда, конустың ұсатқыш теңдеуін (1.8, б-сурет) құрамыз.

Бұл жағдайда мына қатынасқа ие боламыз:

$$\frac{dM}{dt} = Q_1 - Q_2; \quad Q_2 = Q_2(M).$$

Қосымша $N=N(M)$ нақты тәуелділігін енгізсек, оның аналитикалық өрнегі белгісіз болуы мүмкін. Одан, кері $M=M(N)$ тәуелділігін табуға болады. M және Q_2 аралық айнымалыларды алып тастасақ:

$$\frac{d[M(N)]}{dt} = Q_2[M(N)] = Q_1 \quad (1.36)$$

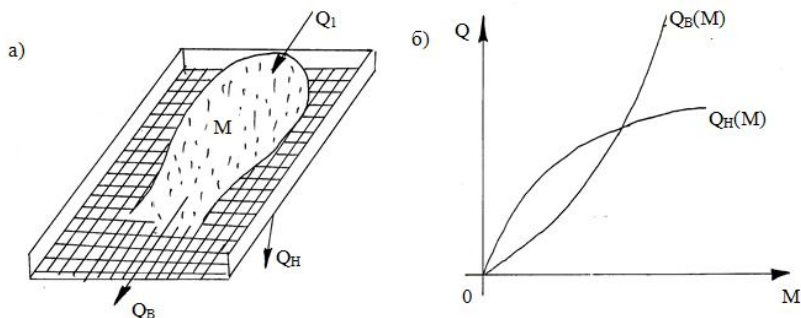
немесе

$$f_1(N) \frac{dN}{dt} + f_2(N) = Q_1. \quad (1.37)$$

Бұл теңдеу сандық түрде тәжірибеден анықталуы мүмкін.

1.2.2. Жіктеу үрдісі технологиялық аппараттарының теңдеулері

Елек теңдеуін (1.9, а-сурет) жалпы түрде құрып, кіріс шамасы – келтірілген Q_1 ағын, шығысы – M қоры, әкетілетін Q_H және Q_B ағын делік.



1.9-сурет. Бір елеуішті елек (а), електің статикалық сипаттамалары (б)

Баланстық қатынасқа:

$$\frac{dM}{dt} = Q_1 - Q_H - Q_B, \quad (1.38)$$

қосымша мына тәуелділіктер бар:

$$Q_H = Q_H(M) \text{ және } Q_B = Q_B(M). \quad (1.39)$$

Олардың графиктері 1.9, б-суретінде көрсетілген.

Бұл – тәжірибеден табылатын електің статикалық сипаттамалары. Олай болса, шыққан жиынтық теңдік – ізделген шешім болып табылады. Мысалы, шығыс шамасының – M қордың, кіріс шамасынан – Q_I ағынынан тәуелділігін табу, яғни аралық шамаларын, Q_H мен Q_B алып тастап, бұл мысалды нақтылауға болады (осы үрдісті басқаруға сәйкес мысалдар үшін). (1.38) және (1.39)-дан мыналарды аламыз:

$$\frac{dM}{dt} + Q_H(M) + Q_B(M) = Q_I \text{ немесе } \frac{dM}{dt} + f(M) = Q_I.$$

Енді сандық мысалды қарастырамыз. Егер елек үшін статикалық сипаттамалар тәжірибеден анықталған болса, онда төмендегідей түрде болып келеді:

$$Q_H = Q_H(M) = k_1 \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot M}) = 80 \cdot (1 - e^{-5M}); \quad (1.40)$$

$$Q_B = Q_B(M) = k_3 \cdot M^2 = 1,1 \cdot 10^3 \cdot M^2. \quad (1.41)$$

Егер аналитикалық жуықталған болса, кірісі – келтірілген Q_I ағын, шығысы:

1) електегі қор M ;

2) елеуіш астындағы өнім Q_H ;

3) елеуіш үстіндегі өнім Q_B , болатын теңдеуді сандық түрде құру қажет.

Шешімі. Талап қойылған теңдеуді құру кезінде (1.38) және (1.39) жиынтық теңдеулерінен аралық айнымалыларды алып тастау керек.

1) Q_H және Q_B алып тастасақ:

$$\frac{dM}{dt} + [80 \cdot (1 - e^{-5M}) + 1,1 \cdot 10^3 \cdot M^2] = Q_I. \quad (1.42)$$

2) (1.40) теңдеуінен мынаны аламыз:

$$M = -\frac{1}{5} \cdot \ln \frac{80 - Q_H}{80};$$

онда:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{1}{5} \cdot \frac{80}{80 - Q_H} \cdot \frac{1}{80} \cdot \left(-\frac{dQ_H}{dt} \right) = \frac{1}{5 \cdot (80 - Q_H)} \cdot \frac{dQ_H}{dt}.$$

(1.41) теңдеуінен мынаны табамыз:

$$Q_B = 1,1 \cdot 10^3 \cdot M^2 = 1,1 \cdot 10^3 \cdot \left(-\frac{1}{5} \cdot \ln \frac{80 - Q_i}{80} \right)^2.$$

(1.38) баланстық қатынасқа Q_H арқылы өрнектелген $\frac{dM}{dt}$

және Q_B қойсақ:

$$\frac{1}{5 \cdot (80 - Q_H)} \cdot \frac{dQ_H}{dt} + 1,1 \cdot 10^3 \cdot \left(-\frac{1}{5} \cdot \ln \frac{80 - Q_H}{80} \right)^2 + Q_H = Q_1. \quad (1.43)$$

Бұл келесі түрдегі сызықтық емес теңдеуге келеді:

$$f_1(Q_H) \cdot \frac{dQ_H}{dt} + f_2(Q_H) = Q_1.$$

3) (1.41)-ден $M = \sqrt{\frac{Q_B}{1,1 \cdot 10^3}} = 0,03 \cdot \sqrt{Q_B}$ табамыз. Бұдан:

$$\frac{dM}{dt} = 0,03 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{Q_B}} \cdot \frac{dQ_B}{dt} = \frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{Q_B}} \cdot \frac{dQ_B}{dt}.$$

(1.40) теңдеуінен мынаны табамыз:

$$Q_H = 80 \cdot \left[1 - \exp \left(-5 \cdot 0,03 \cdot \sqrt{Q_B} \right) \right].$$

Баланстық қатынасқа $\frac{dM}{dt}$ және Q_H қойсақ:

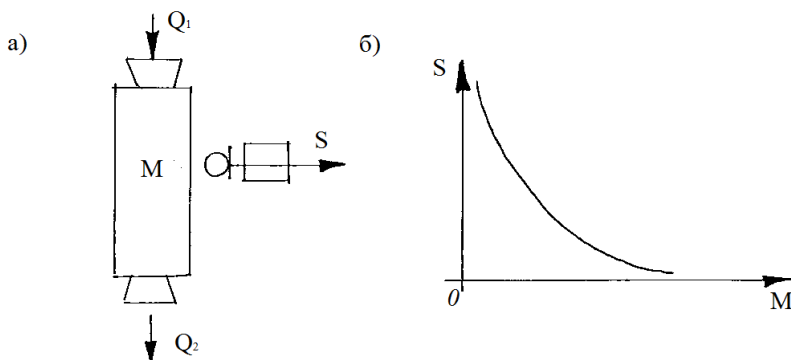
$$\frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{Q_B}} \cdot \frac{dQ_B}{dt} + 80 \cdot \left(1 - e^{-0,15 \cdot \sqrt{Q_B}} \right) + Q_B = Q_1. \quad (1.44)$$

Бұл да төмендегі түрге ие сызықтық емес теңдеу болады:

$$f_1(Q_B) \cdot \frac{dQ_B}{dt} + f_2(Q_B) = Q_1.$$

1.2.3. Ұнтақтаушы агрегаттардың жалпы теңдеулері

Төменде ашық циклде жұмыс жасайтын диірменнің (өзекті, шарлы) теңдеуін құрамыз. Кіріс шамасы – келтірілетін ағын, ал шығысы – өлшеуіш аспаптың шығысындағы диірменнің дыбыстық сәулелену қарқындылығы (S) деп аламыз (1.10, а-сурет).



1.10-сурет. Диірмен шуын өлшеу (а); диірменнің шу қарқындылығының материал қорынан тәуелділігі (б)

Дыбыстық сәулелену қарқындылығы (S) диірмендегі материал қорына (M) тәуелді:

$$S = S(M). \quad (1.45)$$

Осы тәуелділіктің типтік графигі (1.10, б-суретте) көрсетілген.

Одан басқа тағы Q_2 әкетілетін ағынның M қорына тәуелді:

$$Q_2 = Q_2(M). \quad (1.46)$$

Оның жалпы түрі (1.8, б-суретте) көрсетілген.

Баланс теңдеуімен бірге:

$$\frac{dM}{dt} = Q_1 - Q_2. \quad (1.47)$$

(1.45) және (1.46) теңдеуліктер, жиынтық теңдеулерін құрайды. Олардан аралық Q_2 және M айнымалыларын алып тастап, мысалдың шешімін аламыз.

(1.45) тәуелділігінен кері $M=M(S)$ функциясын табамыз:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\partial M(S)}{\partial S} \cdot \frac{dS}{dt}.$$

(1.46) тәуелділігінен $Q_2 = Q_2[M(S)]$ тауып, (1.47)-ға $\frac{dM}{dt}$ және Q_2 қойып, ізделген теңдеуді аламыз:

$$\frac{\partial[M(S)]}{\partial S} \cdot \frac{dS}{dt} + Q_2[M(S)] = Q_1.$$

Бұл мына түрдегі теңдеу болады:

$$f_1(S) \cdot \frac{dS}{dt} + f_2(S) = Q_1.$$

Бастапқы материал Q_1 ($m/ca\bar{c}$) ағыны диірменге, диірменнен жіктегішке келіп түсетін жабық циклді ұнтақтағыш агрегаттың динамика теңдеуін құрамыз. Ұсақ өнім – жіктегіштен Q_2 ($m/ca\bar{c}$) ағынмен кетеді, ал ірі өнім – бастапқы материалмен бірге диірменге келіп түсетін құмдардың ағынын құрайды. Диірмен мен жіктегіште материал қоры M (m) бар.

Жіктегіш ағыны тығыздығының тұрақтылығын, ұнтақтау шеберлігін, бастапқы материалдың гранулометриялық құрамын және басқа факторларды ескере отырып, шығыс шамасы (M) мен кіріс шамасын (Q_1) байланыстыратын теңдеуді аламыз.

Біріншіден, баланс теңдеуін $\frac{dM}{dt} = Q_1 - Q_2$ деп жазуға болады. Дайын өнімнің ағыны Q_2 тек қана M қорына тәуелді.

Тепе-тең тәртіп үшін бұл тәуелділік статикалық сипаттама $Q_2=Q_2(M)$ болып, оның жалпы түрі 1.8, б-суретте штрих сызығымен көрсетілген және төмендегі пікірмен түсіндіріледі. Егер агрегатта материал мүлде жоқ болса ($M=0$), онда дайын өнім бойынша өнімділік $Q_2 = 0$, себебі ұнтақтайтын еш нәрсе жоқ. M көбейген сайын, Q_2 шамасы өседі. Бірақ, агрегатта материал өте көп болып, диірмен түгел толған болса, ұнтақталатын өнімнің шығуы тоқтатылады. Ал классификатор ағынға тек ұнтақталған өнімді ғана жіберетіндіктен, Q_2 ағыны нөлдік мәнге ұмтылады. Осы екі қор бойынша, күйлердің арасында агрегат максималды өнімділікті дамытатын күй болу қажет екені анық, яғни $Q_2=Q_2(M)$ сипаттамасы – экстремалды. $Q_2=Q_2(M)$ қатынасы тұрақталған режимдер үшін әділетті, ал ауыспалы үрдістерде $Q_2 \neq Q_2(M)$ болуы мүмкін. Тұрақталған күйден шығарылған Q_2 мәні қаншалықты тез осы күйге қайтып келгенін бағалайық, яғни агрегат күйін сипаттайтын нүкте – статикалық сипаттамада жатпайды. Ол одан біршама ауытқыған деп, ол нүкте сипаттамаға қаншалықты тез жақындайтындығын және онымен бірлесетіндігін (тұтасатындығын) белгілейміз.

Қозғалыстың орнықтылық теориясында мына түсініктерді қолданады: қобалжыған және қобалжымаған қозғалыс. $Q_{2cm}=Q_2(M)$ тепе-теңдік күйін қобалжымаған қозғалыс делік, ал одан ауытқуды – қобалжыған қозғалысқа жатқызамыз да, қобалжыған қозғалыс теңдеуін табамыз. $Q_2=Q_2(M)$ тәуелділігіне сәйкес келетін мәнінен Q_2 шамасының ауытқуын $\Delta Q_2=Q_2-Q_2(M)$ арқылы белгілейміз. ΔQ_2 қобалжыған күйде өзгеру жылдамдығы, яғни $\Delta Q_2 \rightarrow 0$ және $Q_2 \rightarrow Q_2(M)$ болған қозғалыста, біріншіден, өзінен-өзі ауытқуы ΔQ_2 және екіншіден – агрегаттағы материал циркуляциясының жылдамдығы (яғни классификатор спиралі қаншалықты тез айналса), көбейген сайын көбейеді:

$$\frac{d\Delta Q_2}{dt} = -\omega \cdot \Delta Q_2 \quad \text{немесе} \quad \frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\Delta Q_2}{dt} + \Delta Q_2 = 0. \quad (1.48)$$

ω саны – циркуляция жылдамдығын, агрегат ішіндегі үрдістердің тездігін сипаттайды. Агрегаттың жабық циклінің бойымен Π ағыны айналып жүреді, ал материалдың жалпы

саны M . Айналып отырып, материал бір зонаны өтіп отырады, ол жерде материалды шарлар майдалайды да Π көп немесе M аз болған сайын, ол жиі өтеді. $\omega = \Pi/M$ (пер/сая) саны циркуляция жиілігін сипаттайды. Айналып отыратын Π ағындағы және M қорын біле отырып, ω әрқашанда сандық түрде бағалауға болады. $T = \frac{1}{\omega}$ саны – қобалжыған қозғалыстың (1.48) теңдеуінің

уақыт тұрақтылығы, ол $Q_2(t) \rightarrow Q_2[M(t)]$ ауыспалы үрдістер өту тездігін сипаттайды. Тәжірибеде өндірістік агрегаттар әдетте мынаған ие: $\omega = \frac{\Pi}{M} = (10 \div 15)$ (пер/сая), яғни қарастырылған

қобалжыған қозғалыста уақыт тұрақтылығының тәртібі – 4-6 мин.

Статика және қобалжыған қозғалыс теңдеуін қосып, мынаны аламыз:

$$\frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\Delta Q_2}{dt} + \Delta Q_2 + Q_{2CT} = Q_2(M); \quad (1.49)$$

$$Q_{2CT} + \Delta Q_2 = Q_2 \quad \text{және} \quad \frac{d\Delta Q_2}{dt} \approx \frac{d(Q_{2CT} + \Delta Q_2)}{dt} = \frac{dQ_2}{dt},$$

болғандықтан: $\frac{1}{\omega} \cdot \frac{dQ_2}{dt} + Q_2 = Q_2(M)$. Осы жерге теңдеу

балансынан $Q_2 = Q_1 - \frac{dM}{dt}$ өрнегін қоямыз:

$$\frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\left(Q_1 - \frac{dM}{dt}\right)}{dt} + Q_1 - \frac{dM}{dt} = Q_2(M) \quad \text{немесе}$$

$$\frac{1}{\omega} \cdot \frac{d^2 M}{dt^2} + \frac{dM}{dt} + Q_2(M) = Q_1 + \frac{1}{\omega} \cdot \frac{dQ_1}{dt}, \quad (1.50)$$

бұл ізделген теңдеу.

Қобалжыған қозғалыс аз болғандықтан, оны әдетте есепке алмайды. Онда теңдеу – есептеу үшін, қарапайым түрге енеді:

$$\frac{dM}{dt} + Q_2(M) = Q_1.$$

Тендеуді басқа әдіспен алуға болады: агрегатта материалды ұстап тұратын жинақталған екі сауатты диірмен мен классификаторды бөліп, олар үшін резервуарлардың каскады үшін жасалғандай, бөлек әріптік тендеу құру керек.

Мысал. Нақты майдалау агрегатының тендеуін сандық түрде құрып, яғни $Q_2(M)$ және ω табу керек. Агрегаттың максимал өнімділігі $Q_{\max} = 42 \text{ т/сағ}$ жетеді, айналып келетін ағын $\Pi_{\text{кр}} = 250 \text{ т/сағ}$ екені белгілі. Агрегат МШЦ-27-36 типті диірменнен құралған (барабан диаметрі -2700 мм , барабан ұзындығы -3600 мм , жұмыс көлемі $V = 18,5 \text{ м}^3$) және екі спиральды классификатордан (спиральдың диаметрі $D = 2000 \text{ мм}$ және астаудың жұмыс ұзындығы $L = 9000 \text{ мм}$. Спираль жылдамдығы $n = 4 \text{ об/мин}$, спираль адымы $S = 1250 \text{ мм}$). Ұнтақталған материалдың салмағы $\gamma = 2 \text{ т/м}^3$ тұрады.

Шешімі. Ізделген $Q_2(M)$ тендеуді параболамен аппроксимациялаймыз:

$$Q_2(M) \approx Q_{2\max} - k \cdot (M - M_{\text{кр}})^2, \quad (1.51)$$

мұндағы k – парабола формасының белгісіз коэффициенті; $M_{\text{кр}}$ – парабола төбесінің белгісіз абсциссасы. $M_{\text{кр}}$ шамасын белгілі $\Pi_{\text{кр}}$ бойынша анықтаймыз. Ол үшін, алдын ала M мен Π арасындағы тәуелділікті табамыз. Классификаторды тасымалдауды машина ретінде қарастырамыз [9]:

$$\Pi = 3600 \cdot t \cdot \psi \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \varphi \cdot \frac{S \cdot n}{60} \cdot \gamma, \quad (1.52)$$

мұндағы $t = 2$ – спираль саны; $\psi = 0,6$ – спиральдың материалмен толу коэффициенті; $\varphi = 0,6$ – спираль қозғалысының жылдамдығынан материал қозғалысының жылдамдығына өту коэффициенті.

Жіктегіш астауы бойымен қозғалатын материал салмағы

$$M_{\kappa\lambda} = m \cdot \psi \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L \cdot \gamma. \text{ Ең соңғы екі қатынастан табатынымыз:}$$

$$M_{\kappa\lambda} = \frac{P \cdot L}{60 \cdot \varphi \cdot S \cdot n}. \quad (1.53)$$

Енді диірмендегі материал қорын анықтаймыз. Әдетте, шарлар диірменнің 40 %-ын толтырады. Қозғалыссыз барабан шар көлемінің, онымен толтырған кеңістік көлеміне қатынасын $\frac{\pi}{6}$ – тең деп аламыз. Диірмендегі оптималды қор болып мына жағдай саналады: шарлар арасындағы кеңістікті материал толтырса, яғни:

$$M_M = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{\pi}{6}\right) \cdot V \cdot \gamma. \quad (1.54)$$

Диірменнің классификатормен жанасуы кезінде жанасқан науадағы материал ($M_{\kappa\lambda} + M_M$)-нан 10 % құрайды делік.

Агрегаттың жұмыс тәртібі статикалық сипаттаманың төбесінен біршама ауытқыса, оны былай жазуға болады:

$$\begin{aligned} M &= 1,1 \cdot (M_{\kappa\lambda} + M_M) = 1,1 \cdot \left[\frac{P \cdot L}{60 \cdot \varphi \cdot S \cdot n} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\pi}{6}\right) \cdot V \cdot \gamma \right] = \\ &= 1,1 \cdot \left[\frac{\pi \cdot 9,0}{60 \cdot 0,6 \cdot 1,25 \cdot 4,0} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\pi}{6}\right) \cdot 18,5 \cdot 2,0 \right] = 0,055 \cdot P + 9,6, \end{aligned} \quad (1.55)$$

мұндағы $[M] = m$; $[P] = m/cag$.

Белгісіз $M_{\kappa\lambda}$ тұрақтысы төмендегі өрнектен анықталады:

$$M_{\kappa\lambda} = 0,055 f P_{\kappa\lambda} + 9,6 = 0,055 \cdot 250 + 9,6 = 23,5 \text{ } m.$$

Енді κ коэффициентін анықтаймыз. Ұнтақтау кезінде, $P=100$ %-дан $P_{\kappa\lambda}$ -ға дейін айналып тұратын жүктеменің өсуі – өнімділікті орта мәннен $2f \ln 2 = 1,38$ есе көбейтеді [10].

Біздің жағдайда максималды $Q_{max}=42 \text{ м/сғ}$ өнімділік $\Pi=100 \%$ нүктесіндегі өнімділіктен 1,38 есе көп, сондықтан $\Pi=100 \%$ кезінде $Q_2(\Pi)=42/1,38=30 \text{ м/сғ}$ болады. Абсолютті өлшемділікте $\Pi=100 \%$ -ға енді $\Pi=30 \text{ м/сғ}$ сәйкес келеді. Сондықтан, бұл нүктедегі қор $M=0,055f30 + 9,6 = 11,3 \text{ т}$.

Бізге белгілі $Q_{max}=42 \text{ м/сғ}$ және $M_{кр} = 23,5 \text{ т}$ парабола төбесінің координаттарынан басқа, тағы бір нүктенің координаттарын алдық: $Q_2 = 30 \text{ м/сғ}$, $M = 11,3 \text{ т}$. Осылар бойынша κ -ны анықтаймыз: $30 = 42 - \kappa f(11,3-23,5)^2$, бұл жерден $\kappa=0,08 \text{ л/(мфсғ)}$.

Онда, ізделген параболаның теңдеуі сандық түрде:

$$Q_2(M) \approx 42 - 0,08 \cdot (M - 23,5)^2.$$

Экстремум нүктесіне жақын тәртіп үшін циркуляция жиілігін есептеп шығарамыз:

$$\omega = \frac{\Pi_{кр}}{M_{кр}} = \frac{250}{23,5} = 10,6 \text{ пер/сғ}. \quad (1.56)$$

Енді агрегаттың динамикалық және статикалық қасиеттерінің сандық бағалауын теңдеу түрінде алуға болады:

$$\frac{1}{10,6} \cdot \frac{d^2 M}{dt^2} + \frac{dM}{dt} + 42 - 0,08 \cdot (M - 23,5)^2 = Q_1 + \frac{1}{10,6} \cdot \frac{dQ_1}{dt} \quad (1.57)$$

немесе жақындатылған түрде:

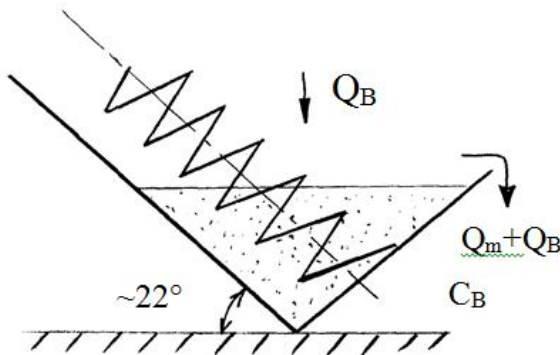
$$\frac{dM}{dt} + 42 - 0,08 \cdot (M - 23,5)^2 = Q_1, \quad (1.58)$$

мұндағы $[M] = \text{т}$; $[Q] = \text{м/сғ}$.

1.2.4. Гидравликалық жіктегіштер теңдеуі

Кіріс шамасы – жіктегішке берілетін су шығыны ΔQ_B , шығыс шамасы – жіктегіш ағызындысындағы судың

концентрациясы C_B немесе қойыртпақтың тығыздығы ρ немесе ағызындыдағы бөлшектің ірілігі $\bar{\ell}$ болып табылады. Жіктегіштен ағындыға – су мен қатты материалдың қоспасы бөлінеді (1.11-сурет).



1.11-сурет. Жіктегіш

Жіктегіштен бөлінетін ағындағы қатты түйіршік концентрациясы:

$$C_T = \frac{Q_T}{Q_{BO} + Q_T} = \frac{Q_T}{Q_{CL}}. \quad (1.59)$$

Судың шоғырлануы:

$$C_B = \frac{Q_{BO}}{Q_T + Q_{BO}} = \frac{Q_{BO}}{Q_{CL}}, \quad (1.60)$$

мұндағы Q_T – қатты зат ағыны, m/cag ; Q_{BO} – ағызындыдағы су ағыны, m/cag ; Q_{CL} – ағызындының шығыны.

Жіктегіштің жұмыс (V) көлемінде су M_B және материал M_T бар. Су балансы $\frac{dM_B}{dt} = Q_B - Q_{BO}$ береді немесе $M_T + M_B = V = const$ есепке алсақ:

$$\frac{M_T + M_B}{Q_T + Q_B} \cdot \frac{d\left(\frac{M_B}{M_T + M_B}\right)}{dt} = \frac{Q_B}{Q_T + Q_B} - \frac{Q_{BO}}{Q_T + Q_B}. \quad (1.61)$$

Идеалды араластыру кезіндегі бір-біріне тең $\frac{M_B}{M_T + M_B}$ және $\frac{Q_{BO}}{Q_T + Q_B}$ саны – C_B болып табылады. $k_{II} = \frac{1}{Q_T + Q_B}$ деп белгілесек:

$$T \frac{dC_B}{dt} + C_B = k_{II} \cdot Q_B. \quad (1.62)$$

Уақыт тұрақтылығы T мен k_{II} беріліс коэффициенті есептеу арқылы табылады.

CB -дан жіктегіш ағызындысындағы қойыртпақтың тығыздығына (ρ) көшуге болады. ρ үшін теңдеу (1.62) теңдеуіне сәйкес болады:

$$T \cdot \frac{d\rho}{dt} + \rho = -k_{\rho} \cdot q_B.$$

Динамика теңдеуін ағызындыдағы орташа ірілікті бөліктер үшін (немесе кез келген топтың құрамы β үшін), алдыңғы теңдіктен мынадай функционалдық тәуелділікті енгізіп,

$$\bar{\ell} = \ell(C_B); \quad \beta = \beta(C_B), \quad (1.63)$$

алуға болады. Осы функциялық тәуелділіктің арқасында $\bar{\ell}$ немесе β -ны (1.62) теңдеудегі C_B -ның орнына енгізеді. (1.63) тәуелділіктің физикалық түсінігі – тығыз қойыртпақтар кезінде ағызындыға ірі бөліктер, ал тығыздығы аз қойыртпақ кезінде – майда бөліктер кетеді.

1.3. Теңдеулерді түрлендіру

Кіріспелік ескертулер

Күрделі аппараттар мен үрдістерді зерттеу алдында, теңдеулерді түрлендірудің және оңайлатудың кейбір амалдарын міндетті түрде қарастырамыз. Бұл күрделі нысандар мен жүйелердің математикалық суретін алуды оңайлатады.

Динамика теңдеулерін алудың негізгі мақсаты – басқару жүйесінің динамикалық қасиеттерін анықтау. Ол үшін, кез-келген әдіспен теңдеудің дәл немесе жақындатылған шешімін алады. Сызықтық дифференциалдық теңдеулер оңай шешіледі. Бірақ, нысандардың тәртібін мұндай теңдеулермен ылғи суреттеуге болмайды. Жеткілікті дәрежелі нақтылықпен аргументтің кез келген өзгеру аралығында барлық қисықты түзу сызықпен аппроксимациялауға болады. Басқаша айтқанда, кіріс шамалары өзгерісінің белгілі бір диапазонында, сызықтық емес теңдеулер сызықтық теңдеулермен ауыстырылуы, яғни сызықтандырылуы мүмкін. Сондықтан, сызықтандыруды жасай білу қажет. Осындай ауыстыруды жүргізу мәселесі, жоспарланатын жүйе жұмысының жағдайын есепке ала отырып шешіледі.

Сызықтық нысандарды беріліс функциясымен – Лаплас бойынша кіріс шамасы кескінінің, шығыс шамасы кескініне қатынасымен сипаттаған ыңғайлы:

$$W(p) = X_{шығ}(p) / X_{кір}(p).$$

Бұл күрделі жүйелердің математикалық суреттеуі мен зерттелуін оңайлатады.

1.3.1. Теңдеулерді сызықтандыру

Мысал ретінде жоғарыда қарастырылған резервуардың екі сызықсыз теңдеуін сызықтандырамыз:

$$\frac{dM}{dt} + 0,357 \cdot \sqrt{M} = Q_1; \quad 2 \cdot \left(\frac{1}{0,357} \right)^2 \cdot Q_2 \cdot \frac{dQ_2}{dt} + Q_2 = Q_1,$$

мұндағы M – су қоры, $см^3$; Q_1 – берілетін ағын, $см^3/с$; Q_2 – алынатын ағын, $см^3/с$.

Сызықтандыруды, жұмыс нүктесі маңында жүргіземіз:
а) $M_0 = 6 \cdot 10^5 см^3$; б) $M_0 = 12 \cdot 10^5 см^3$.

x_0 нүктесі тұсында, $y = f(x)$ функциясының сызықтануы төмендегі түрде жүргізіледі. $f(x)$ функциясын Тейлор қатары түрінде жазады:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots,$$

үшіншіден бастап барлық мүшелерді алып тастайды:

$$y = f(x) \approx f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} \cdot (x - x_0)$$

және де санау басын, X пен Y координаттарына ие нүктеден x_0 және $y_0 = f(x_0)$ координаттарына ие жұмыс нүктесіне ауыстырады. Жаңа $\Delta x = x - x_0$ және $\Delta y = y - y_0 = y - f(x_0)$ координаттарды қоя отырып, $\Delta y = f'(x_0) \cdot \Delta x = k \cdot \Delta x$ -ті аламыз.

Геометрикалық жағынан, бұл істегеніміз $y = f(x)$ қисығын оған жүргізілген жанама сызықпен ауыстыруға сәйкес. Жанама сызық $y = f(x)$ қисығына жұмыс нүктесі арқылы жүргізіледі, содан соң координат басы сол нүктеге ауыстырылады.

Бірақ, теңдеуді сызықтандыру кезінде, теңдеудің барлық функциясын сызықтандыру қажет емес. Мысалы,

$$f_1(x) \cdot \frac{dx}{dt} + f_2(x) = x_0 \quad \text{түрге ие теңдеуінде, } f_1 \text{ мен } f_2 \text{-ні}$$

сызықтандыру, тұрақты коэффициенттерге ие сызықтық теңдеуді бермейді. Мұнда статикалық $f_2(x)$ сипаттаманы сызықтандыру керек, ал $f_1(x)$ -тің орнына $f_2(x_0)$ қою қажет.

Сонымен, туындылардың алдында, көбейткіштер ретінде тұрған функцияларда, Тейлор қатарының бірінші мүшесі ғана алынады.

Берілген теңдеулердің біріншісі үшін, статикалық сипаттама $Q_1 = 0,357 \cdot \sqrt{M}$ функциясымен анықталады. Теңдеуді сызықтандырған соң:

$$Q_1 = 0,357 \cdot \sqrt{M} \approx 0,357 \cdot \sqrt{M_0} + \frac{1}{1!} \cdot 0,357 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{M_0}} \right) \cdot (M - M_0)$$

немесе координат басын $M_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ см}^3$ жұмыс нүктесіне ауыстырған соң:

$$\begin{aligned} \Delta Q_1 &= Q_1 - 0,357 \cdot \sqrt{M_0} = \frac{1}{1!} \cdot 0,357 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{M_0}} \right) \cdot (M - M_0) = \\ &= 0,357 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{6 \cdot 10^5}} \right) \cdot \Delta M = 2,3 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta M \end{aligned}$$

Туынды:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d(M_0 + \Delta M)}{dt} = \frac{d\Delta M}{dt}$$

тең болғандықтан, сызықтандырылған теңдеу:

$$\frac{d\Delta M}{dt} + 2,3 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta M = \Delta Q_1,$$

мұндағы $\Delta M = M - 6 \cdot 10^5, \text{ см}^3$;

$$\Delta Q_1 = Q_1 - 0,357 \sqrt{M_0} = Q_1 - 2,76 \cdot 10^2 \text{ см}^3/\text{с}.$$

Енді «б» жағдайы үшін, $M_0 = 12 \cdot 10^5 \text{ см}^3$ нүктесінде теңдеуді сызықтандырып аламыз:

$$6,1 \cdot 10^3 \frac{d\Delta M}{dt} + \Delta M = 6,1 \cdot 10^3 \cdot \Delta Q_1.$$

Берілген теңдеулердің екіншісі үшін, статикалық сипаттама сызықты болғандықтан, $\frac{dQ_2}{dt}$ туындының алдындағы көбейткішін тұрақтыға (константаға) айналдыру қажет. Ол мына түрде анықталады. Берілген жұмыс M_0 нүктесіне:

$$Q_{10} = Q_{2_0} = 0,357 \cdot \sqrt{M_0}$$

ағындары сәйкес келеді.

Q_{2_0} -дің мәнін, туындының алдында тұрған көбейткіштің орнына қою керек.

«а» жағдайы үшін:

$$Q_{1_0} = Q_{2_0} = 2,76 \cdot 10^2 \text{ см}^3/\text{с};$$

содан соң:

$$\frac{2}{(0,357)^2} \cdot 2,76 \cdot 10^2 \cdot \frac{d\Delta Q_2}{dt} + \Delta Q_2 = \Delta Q_1$$

немесе

$$4,34 \cdot 10^3 \cdot \frac{d\Delta Q_2}{dt} + \Delta Q_2 = \Delta Q_1.$$

$T_a = 4,34 \cdot 10^3 \text{ с}$ уақыт тұрақтысы, берілген теңдеудің біріншісі үшін алынған уақыт тұрақтысына тең болды. Егер теңдеулер координаттары бір ауыспалы үрдістерге қатысса, бұл жағдай әрқашанда бір нысанның теңдеулері үшін солай болады. Өйткені, уақыт масштабы олар үшін бірдей, мұнда сондай координаттар болып Q_2 мен M саналады.

«б» жағдайы үшін:

$$6,1 \cdot 10^3 \frac{d\Delta Q_2}{dt} + \Delta Q_2 = \Delta Q_1,$$

мұндағы $\Delta Q_1 = Q_1 - 2,76 \cdot 10^2 \text{ см}^3/\text{с}$; $\Delta Q_2 = Q_2 - 2,76 \cdot 10^2 \text{ см}^3/\text{с}$.

Осылайша, екі жиынтықты каскад теңдеуін сызықтандыруға болады.

1.3.2. Сызықты дифференциалдық теңдеуді операторлық түрге немесе керісінше түрлендіру

Сызықты теңдеу дифференциалды түрде берілген:

$$a_0 x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \dots + a_n x = b_0 x_0^{(m)} + b_1 x_0^{(m-1)} + \dots + b_m x_0, \quad (1.64)$$

мұндағы a_i мен b_i – тұрақтылар (константалар); $x, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$ – шығыс сигнал және оның уақыт бойынша алынған туындылары; $x_0, x_0^{(1)}, x_0^{(2)}, \dots, x_0^{(n)}$ – кіріс сигнал және оның уақыт бойынша алынған туындылары.

(1.64) теңдеуді операторлық түрде жазайық. Лаплас [11] (немесе Карсон-Хевисайд) бойынша кез келген $x(t)$ уақыт функциясының кескіні:

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt \quad (\text{немесе}) \quad p \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt \quad (1.65)$$

болып жазылады.

n – ретті $x^n(t)$ туынды үшін кескін мынаған тең:

$$p^n \cdot X(p). \quad (1.66)$$

Осыны (1.65) түрлендіруін (1.64) теңдеуіне қолдансақ, мынаны аламыз:

$$\int_0^{\infty} (a_0 x^{(n)} + \dots + a_n x) \cdot e^{-pt} \cdot dt = \int_0^{\infty} (b_0 x_0^{(m)} + \dots + b_m x_0) \cdot e^{-pt} \cdot dt.$$

(1.66) теңдеуін ескере отырып, бұдан алатынымыз:

$$\begin{aligned} a_0 \cdot p^n \cdot X(p) + a_1 \cdot p^{n-1} \cdot X(p) + \dots + a_n \cdot X(p) = \\ = b_0 \cdot p^m \cdot X_0(p) + b_1 \cdot p^{m-1} \cdot X_0(p) + \dots + b_m \cdot X(p) \end{aligned}$$

немесе

$$X(p) \cdot [a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n] = X_0(p) \cdot [b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m].$$

Сонымен:

$$W(p) = \frac{X(p)}{X_0(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}. \quad (1.67)$$

Осылайша, сызықты дифференциалдық (1.64) теңдеуді операторлық (1.67) түрге түрлендіру ережесі өте қарапайым: туындылар p дәрежесімен ауыстырылады. p айнымалы – Лаплас кеңістігінің аргументі – жиіліктік өлшемділігіне ие ($1/c$).

Операторлық түрде берілген жүйенің теңдеуін керісінше, дифференциалдық түрге түрлендіру үшін, кері ретімен есепті жүргізу қажет. Мысалы, $W(p) = \frac{0,5p + 2}{0,1p^3 + 4p^2 + 2p + 1,2}$ беріліс

функциядан:

$$0,1 \cdot \frac{d^3 x}{dt^3} + 4 \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dx}{dt} + 1,2x = 0,5 \cdot \frac{dx_0}{dt} + 2x_0.$$

(1.67) өрнегі нөлдік бастапқы шарт кезде ғана әділетті.

Күрделі нысандар мен жүйелердің технологиялық сұлбалары, қарапайым динамикалық буындардың қосылысы ретінде берілген құрылымдық сұлбаларға ие. Олардың операторлық өрнегін, құрылымдық сұлбаларды түрлендіру ережелерін қолданып алады. Түрлендіру ережелері автоматты басқару теориясының әдебиеттерінде қарастырылған. Көп технологиялық сұлбалардың құрылымдық сұлбалары айқасқан байланыстарға ие. Оларды түрлендіру үшін арнайы ережелерді қолдану қажет [12].

Бақылау сұрақтары мен жаттығулар²

1. Басқару нысандары қандай арнайы сипаттамалармен бағаланады?

² Білімді меңгеру аппараты (курс тараулары бойынша негізгі сұрақтар, тестілер, сонымен қатар курстың түйіндік бөлімдері бойынша төрт міндетті өзіндік жұмыстарына тапсырмалар (нұсқалар бойынша) оларды орындауға әдістемелік нұсқауларымен бірге) осы пәннің ОӘК-де және оған қосымша әдістемелік жетекшілерде толық келтірілген.

2. Жалпы түрде жинақтың теңдеуін құру әдістемесі неге негізделген?

3. Қандай нысандар сызықтық өзіндік тегістеу қасиеттеріне ие және олардың баланс теңдеуі?

4. Ағу резервуарының теңдеуі неге бейсызықты болып табылады?

5. Резервуардан сұйықтықты итеріп шығаратын ауырлық күшіне қосымша герметикалық резервуардағы сыртқы қысымды да ескерсек, не өзгереді?

6. Идеал араластыруы бар араластырғыштың теңдеуін құрыңыздар (екі әдіспен).

7. Ығыстыру араластырғышының теңдеуін құрыңыздар.

8. Қарқынды араластыруы бар жылу алмастырғышының теңдеуін келесі жағдайлар үшін құрыңыз:

- сыртқы ортаға жылу өтуі жоқ;

- сыртқы ортаға жылу өтуі бар;

- жылу алмастырғыш қабырғалары ауыр және оның жылу сыйымдылығын ескеру қажет.

9. Ұсақтағыш, жіктегіш және ұнтақтаушы агрегаттың динамика теңдеулерін құрыңыздар.

10. Резервуарлардың бейсызық теңдеулерін сызықтандырыңыздар.

11. Келесі түрдегі сызықты дифференциалдық теңдеуді операторлық түрге және керісінше түрлендіріңіздер:

$$0,01 \frac{dx^3}{dt^3} + 0,03 \frac{dx^2}{dt^2} + 1,2 \frac{dx}{dt} + 2,3 = 0,24 \frac{dX_0}{dt} + 1,8.$$

2. ТӘЖІРИБЕЛІК МӘЛІМЕТТЕР БОЙЫНША НЫСАННЫҢ СИПАТТАМАЛАРЫН АНЫҚТАУ

2.1. Өндірістік нысандардың статикалық сипаттамаларының идентификациясы

Жобалау кезінде нақты шешім үшін әріпті теңдеулер бағаланбайды. Жалпы әріпті теңдеу емес, нақты нысанға сәйкестігі бар сандық теңдеу болуы міндетті. Теориядан әрқашан сандық теңдеуді алу мүмкін емес. Осындай жағдайда тәжірибе өткізеді, бұл кезде зерттелетін нысанның бір немесе бірнеше айнаымалыларын немесе ауыспалы үрдістерін өлшеп тіркейді. Бұл үрдістер ізделетін дифференциалдық теңдеудің дербес шешіміне сәйкес келеді.

Өнеркәсіптік нысандардың статикалық сипаттамаларын алу үшін активті тәжірибе әдісін қолданады, егер нысан активті ықпалды қолдану мүмкін болса, онда тік бұрышты толқын әдісін қолданады. Осы детерминистік әдістерден басқа нысанға жасанды ықпал әсер етпейтін статистикалық динамика әдісі де қолданылады.

Айтылғандардың бәрінің сызықты нысанға қатысы бар. Сызықты емес нысандар үшін де, детерминистік және ықтималдық әдістерді қолдануға болады. Бірақ мұндағы әдістер әжептеуір қиын болатындықтан, әзірше іс жүзінде тек бірінші ретті нысандар үшін қолданылады. Барлық технологиялық жағдайларды қарастыру мүмкін емес және ол керек те емес, өйткені әдістер белгілі динамикалық жүйелердің топтары үшін жалпы мінездеме береді. Әрі оларды қолдану, нысандардың физикалық табиғатына тәуелді емес. Бірінші бөлімде алынған динамиканың жалпы теңдеулерінің мәні: нысанды қандай да бір динамикалық класқа жатқызып, содан соң теңдеуді тәжірибеде анықтайтын орынды әдісін таңдау.

Ескерте кету керек, бастапқы тәжірибелік материалда өлшеу қателігі бар, өйткені ол оның қорытындысы болып табылады. Сондықтан тәжірибенің тазалығы және дәлдігі өте қажет. Өлшеудің қателігі, оларды азайту әдісі, тәжірибені жоспарлау, тәжірибелік берілістердің нақтылығын жоғарылату мақсаты қарастырылған [12]. Сондықтан, тәжірибелік берілістерді жөндеу әдістерін толығырақ қарастырамыз.

*2.1.1. Ең кіші квадраттар әдісі (ККӘ) бойынша,
сызықты нысандардың функциялық
тәуелділігін анықтау*

Тендеуді тәжірибеде анықтау кезінде өлшемділік қате болады. Өлшеу үрдісі кезінде ол қатені жоюға тырысады, сонымен қатар қатені берілістерді жөндеу кезінде де азайтуға тырысады. Бұл жолдардың біреуі ККӘ болып табылады. Егер қателіктер қалыпты үлестірімге және статистикалы тәуелсіз болса (корреляциялы емес), әдіс – ықтималдық қорытынды береді. Әдісті қолдану жағдайы, тәжірибелік өлшемділіктер сандарының көптігіне байланысты. Егер бір белгісіз өлшенетін болса, онда бір тәжірибе болуы керек. Бірақ, бірнеше тәжірибе жүргізіліп, қорытындылар орталанады. Бұл жағдайда орталау ККӘ-мен орындалады.

Айталық, белгісіз x мүшесін анықтау үшін n өлшем өткізіледі. Өлшемдердің берілістері: $y_1, y_2, \dots, y_n$. $y_1-x, y_2-x, \dots, y_n-x$ айырымын және олардың квадратын $(y_1-x)^2, (y_2-x)^2, \dots, (y_n-x)^2$ құрастырамыз. x мүшесін, квадраттардың қосындысы минимал болатындай таңдап, мынаны аламыз:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - x)^2 \rightarrow \min. \quad (2.1)$$

Осыған келесі шарт тура келеді:

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n (y_i - x)^2}{\partial x} = 0 \quad \text{немесе} \quad 2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - x) = 0.$$

Бұдан алатынымыз:

$$x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i. \quad (2.2)$$

Егер кейбір өлшемдіктер нақты тең болмаса, онда келесі шаманы минимумдау керек:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \cdot (y_i - x)^2 \xrightarrow{x} \min, \quad (2.3)$$

мұндағы σ_i^2 – жеке өлшемділік қателігі, дисперсиясы.

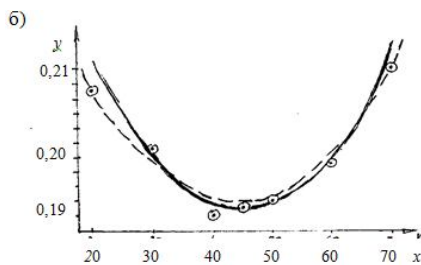
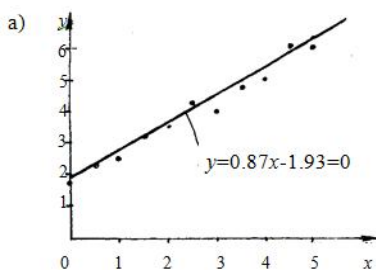
$\sigma_i^2 = const$ болғанда (2.1) өрнекті аламыз.

Бірнеше топтар арасындағы функциялық тәуелдікті өлшеу кезінде, бұл әдіс өте қиын жолмен есептеледі. Ол үшін мысалдар қарастырылған.

2.1-мысал. 2.1-кесте мен 2.1, а-суретте сызықты динамикалық жүйенің статикалық сипаттамасының тәжірибелік анықтау берілістері келтірілген.

2.1-кесте

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	n=1
x_i	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	$\sum x_i = 27,50$
y_i	1,75	2,3	2,5	3,2	3,5	4,25	4,0	4,7	5,0	6,0	6,0	$\sum y_i = 43,20$
x_i^2	0,0	0,25	1,0	2,25	4,0	6,25	9,0	12,25	16,0	20,25	25	$\sum x_i^2 = 96,25$
$x_i y_i$	0,0	1,15	2,5	4,8	7,0	10,62	12,0	16,45	20,0	27,0	30,0	$\sum x_i y_i = 131,45$



2.1-сурет. Сызықтық (а) және сызықтық емес (б) тәуелділікті тегістеу

Енді ККЭ бойынша нысанның x кірісі мен y шығысы арасындағы статикалық тәуелділіктің шамасын табу керек.

Шешімі. Бастапқы тәуелділікті мына түрде жазамыз:

$$y + Ax + B = 0. \quad (2.4)$$

x_i және y_i -тің екі мәндерін алсақ жеткілікті, табылған екі теңдеуден A және B -ны табу керек. Бірақ оған басқа тәжірибелік x_i және y_i шамаларын қойғанмен, теңдеуді қанағаттандырмайды:

$$y_i + Ax_i + B = \delta_i \neq 0. \quad (2.5)$$

Алшақтықтар δ_i , геометриялық көзқараста (x_i, y_i) нүктелерінен алынған $y + Ax + B = 0$ теңдеуімізге дейінгі аралыққа тең. Бұл түзуді, яғни оның A және B параметрлері, алшақтықтың орта мәні минималды болатындай етіп таңдап аламыз. Гаусстың ККЭ алшақтықтар квадратының қосындысы минималь $\sum \delta_i^2 = \min$ болатындай түзу жүргізеді.

Әдісті қолданған жағдайда δ_i кездейсоқ шама деп, ал заңы үлестірім нормальды деп аламыз. Айталық, бірдей шартта x_i және y_i шамаларын өлшегенде (2.4) үшін алынған келесі алшақтықтар $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ болсын.

Бір-бірімен байланысы жоқ тәуелсіз алшақтықтардың бірлестік ықтималдықта пайда болуы, ықтималдықтардың көбейтіндісіне тең:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-\delta_1^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-\delta_2^2}{2\sigma^2}} \dots \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-\delta_n^2}{2\sigma^2}} = \\ & = \left(\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \right)^n \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

A және B константалардың мәндері ықтималды, ал егер бұл шама ең үлкен болса, ол келесі жағдайда орындалады:

$$\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2 = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \min. \quad (2.7)$$

$\sum_{i=1}^n \delta_i^2$ минимумы квадраттық орта алшақтықтың минимумын береді:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}}.$$

$\sum_{i=1}^n \delta_i^2$ минимумын алу үшін A мен B қалай таңдап алу керек? Эстремум бар болудың қажетті шартын анықтайтын теңдеулер, ең негізгі болып табылады:

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n \delta_i^2}{\partial A} = 0 \quad \text{және} \quad \frac{\partial \sum_{i=1}^n \delta_i^2}{\partial B} = 0. \quad (2.8)$$

Оларды алу үшін, тәжірибеден алынған мәндерден теңдеулердің шартты жүйесін құрады:

$$\left. \begin{aligned} y_1 + Ax_1 + B &= \delta_1; \\ y_2 + Ax_2 + B &= \delta_2; \\ &\dots\dots\dots \\ y_n + Ax_n + B &= \delta_n. \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Әр шартты теңдеуді квадрат дәрежеге шығарады:

$$\left. \begin{aligned} y_1^2 + A^2 x_1^2 + B^2 + 2Ax_1 y_1 + 2By_1 + 2ABx_1 &= \delta_1^2, \\ y_2^2 + A^2 x_2^2 + B^2 + 2Ax_2 y_2 + 2By_2 + 2ABx_2 &= \delta_2^2, \\ &\dots\dots\dots \\ y_n^2 + A^2 x_n^2 + B^2 + 2Ax_n y_n + 2By_n + 2ABx_n &= \delta_n^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Бұлардың бәрін қосамыз:

$$\sum y_i^2 + A^2 \sum x_i^2 + nB^2 + 2A \sum x_i y_i + 2B \sum y_i + 2AB \sum x_i = \sum \delta_i^2. \quad (2.11)$$

Бұдан екі нормаль теңдеуін табады:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sum \delta_i^2}{\partial A} &= 2A \sum x_i^2 + 2 \sum x_i y_i + 2B \sum x_i = 0; \\ \frac{\partial \sum \delta_i^2}{\partial B} &= 2nB + 2 \sum y_i + 2A \sum x_i = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

немесе:

$$\begin{aligned} A \sum x_i^2 + B \sum x_i &= - \sum x_i y_i, \\ A \sum x_i^2 + B \cdot n &= - \sum y_i, \end{aligned}$$

бұл жерден A мен B ықтималдық мәндерін есептейді.

Қарастырылып отырған сандық мысал үшін:
 $n = 11$; $\sum x_i = 27,5$; $\sum y_i = 43,20$; $\sum x_i^2 = 96,25$; $\sum x_i y_i = 131,45$
сандары 2.1-кестеде есептелінген. Берілген мысал үшін нормаль теңдеулер мына түрде болады:

$$\begin{aligned} 96,25fA + 27,5fB &= -131,45; \\ 27,5fA + 11fB &= -43,20. \end{aligned}$$

Бұдан:

$$\begin{aligned} A &= -\frac{131,45 \cdot 11 - 43,2 \cdot 27,5}{96,25 \cdot 11 - 27,5 \cdot 27,5} = -0,87; \\ B &= \frac{96,25 \cdot 43,2 - 27,5 \cdot 131,45}{96,25 \cdot 11 - 27,5 \cdot 27,5} = -1,93. \end{aligned}$$

Ізделген орталанған теңдеу мына түрге келді:

$$y - 0,87fx - 1,93 = 0.$$

2.1, a -суретте сәйкес келетін сызық көрсетілген.

x және y арасындағы тәуелділікті $y + Ax + B = 0$ түрінде зерттегенде, шығыс – y шамасы мен кіріс – x шамасының

тәжірибелік өлшенуі дәлірек болады. Бұл іс жүзінде жиі кездеседі. Егер кері жағдайда болса, онда тәуелділікті келесі түрде іздейді:

$$y + A_1 x + B_1 = 0. \quad (2.13)$$

A_1 мен B_1 константаларды мына теңдеулер табады:

$$\left. \begin{aligned} A_1 \cdot \sum y_i^2 + B_1 \cdot \sum y_i &= -\sum x_i \cdot y_i; \\ A_1 \cdot \sum y_i + B_1 \cdot n &= -\sum x_i. \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

(2.4) және (2.13) түріндегі теңдеулерге ең кіші квадраттар әдісін (ЕККӨ) қолдану бірдей қорытынды бермейді (2.1, ә-суретте графиктегі сызықтар тұтаспайды). Бұл туралы толығырақ әдебиетте берілген [7].

2.1.2. Бейсызықты нысандардың функциялық тәуелділіктерін анықтау

2.2-мысал. 2.2-кесте мен 2.1, б-суретінде бейсызықты нысанның статистикалық сипаттамасын анықтайтын тәжірибенің қорытындысы келтірілген (ксантагенат тұтынуының қалдықтағы мыс мөлшеріне әсері, %).

2.2-кесте

Тәжірибе мәліметтері

i – нүктенің нөмірі	1	2	3	4	5	6	7
x – кіріс	20	30	40	45	50	60	70
y – шығыс	0,207	0,199	0,19	0,191	0,192	0,197	0,21

Ең кіші квадраттар әдісі бойынша нысанның кірісі – x және шығысы – y арасындағы аналитикалық тәуелділікті анықтау керек.

Шешімі. Алдымен аналитикалық тәуелділіктің түрін анықтау керек. Тәжірибелік берілістер бойынша (2.1, б-сурет) алынған нүктелерді параболамен тегістеуге болады:

$$y = A + Bx + Cx^2, \quad (2.15)$$

мұндағы максат – A , B , C тұрақтыларының ықтималдық мәндерін анықтау.

Бірінші қадамда A' , B' , C' жуық шамалары анықталады. Бұл үшін үш кез келген тәжірибелік нүктелерді алып, олардың координаталарын бастапқы теңдеуге үш рет қоямыз. Бұл бізге үш теңдеуді береді, одан жуық A' , B' , C' мәндері анықталады. Кіріс өзгерісінің берілген аралығынан бірқалыпты үлестірілген нүктелерді алған жөн. A' , B' , C' -ны тауып, ең кіші квадраттар әдісі бойынша коэффициенттердің түзетулерін табамыз.

A' , B' , C' анықтау үшін 2.2-кестеден бастапқы параболаның контурын дәлірек бейімдейтін, 1 , 4 және 7 нүктелерді аламыз. Одан мына теңдеулерді аламыз:

$$\left. \begin{aligned} 0,207 &= A' + B' \cdot 20 + C' \cdot 20^2; \\ 0,131 &= A' + B' \cdot 45 + C' \cdot 45^2; \\ 0,21 &= A' + B' \cdot 70 + C' \cdot 70^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

(2.16)-дан $A' = 0,245$, $B' = -0,246 \cdot 10^{-2}$; $C' = 0,28 \cdot 10^{-4}$ есептейміз. Енді түзетулерді қарастырамыз:

$$\left. \begin{aligned} A &= A' + \Delta A = 0,245 + \Delta A; \\ B &= B' + \Delta B = -0,246 \cdot 10^{-2} + \Delta B; \\ C &= C' + \Delta C = 0,28 \cdot 10^{-4} + \Delta C. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Енді $y' = A' + B' \cdot x + C' \cdot x^2$ жуық параболадан тәжірибелік нүкте ординаталарының ауытқуын табамыз. Ол үшін параболаның теңдеуіне x_i тәжірибелік берілістерге сәйкес келетін $x_1=20$; $x_2=30$;; $x_7=70$ мәндерін қоямыз:

$$\begin{aligned} y'_1 &= A' + B' \cdot x_1 + C' \cdot x_1^2 = 0,245 - 0,246 \cdot 10^{-2} \cdot 20 + 0,28 \cdot 10^{-4} \cdot 20^2 = 0,207; \\ y'_2 &= A' + B' \cdot x_2 + C' \cdot x_2^2 = 0,245 - 0,246 \cdot 10^{-2} \cdot 30 + 0,28 \cdot 10^{-4} \cdot 30^2 = 0,1964; \\ y'_3 &= 0,1914; y'_4 = 0,1912; y'_5 = 0,1920; y'_6 = 0,1980; y'_7 = 0,2100. \end{aligned}$$

Сәйкес келетін тәжірибелік y_i шамалардан табылған сандарды алып тастап, мынаны аламыз:

$$\Delta y_1 = 0,207 - 0,207 = 0,00;$$

$$\Delta y_2 = 0,1990 - 0,1964 = 0,26 \cdot 10^{-2};$$

$$\Delta y_3 = 0,1900 - 0,1214 = -0,14 \cdot 10^{-2};$$

$$\Delta y_4 = 0,1910 - 0,1912 = -0,02 \cdot 10^{-2};$$

$$\Delta y_5 = 0,1920 - 0,1920 = 0,00;$$

$$\Delta y_6 = 0,1970 - 0,1980 = -0,1 \cdot 10^{-2};$$

$$\Delta y_7 = 0,2100 - 0,210 = 0,00.$$

$\Delta A, \Delta B, \Delta C$ түзетулері төмендегідей анықталады.
 $y_i = (A' + \Delta A) + (B' + \Delta B) \cdot x_i + (C' + \Delta C) \cdot x_i^2$ теңдеуіне $A' + \Delta A$,
 $B' + \Delta B$, $C' + \Delta C$ қойып, одан $y_i^1 = A' + B' \cdot x_i + C' \cdot x_i^2$ теңдеуін
 алып, түзетулерді есептеуге қажет теңдеуді аламыз:

$$y_i - y_i' = \Delta y_i = \Delta A + \Delta B \cdot x_i + \Delta C \cdot x_i^2$$

немесе сандық түрде:

$$\left. \begin{aligned} \Delta A + \Delta B \cdot 20 + \Delta C \cdot 20^2 &= 0,00; \\ \Delta A + \Delta B \cdot 30 + \Delta C \cdot 30^2 &= 0,26 \cdot 10^{-2}; \\ \Delta A + \Delta B \cdot 40 + \Delta C \cdot 40^2 &= -0,14 \cdot 10^{-2}; \\ \Delta A + \Delta B \cdot 45 + \Delta C \cdot 45^2 &= -0,02 \cdot 10^{-2}; \\ \Delta A + \Delta B \cdot 50 + \Delta C \cdot 50^2 &= 0,00; \\ \Delta A + \Delta B \cdot 60 + \Delta C \cdot 60^2 &= -0,1 \cdot 10^{-2}; \\ \Delta A + \Delta B \cdot 70 + \Delta C \cdot 70^2 &= 0,00. \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

Бұл жүйеде, белгісіз мүшелердің санына қарағанда, теңдеулердің саны көп. Енді ΔA , ΔB және ΔC ықтимал мәндерін есептеу үшін ЕККӘ қолдану керек. Ол үшін барлық теңдеулерді квадраттап қосып, содан кейін:

$$\frac{\partial \sum \Delta y_i^2}{\partial \Delta A} = 0; \quad \frac{\partial \sum \Delta y_i^2}{\partial \Delta B} = 0; \quad \frac{\partial \sum \Delta y_i^2}{\partial \Delta C} = 0, \quad (2.19)$$

шарттан ΔA , ΔB және ΔC есептеп шығару үшін үш нормаль теңдеуді алу керек. Шартты жүйені нормаль түрге тез түрлендіруді келесі ереже бойынша жүргізуге болады:

- бірінші нормаль теңдеуді құру үшін, осы теңдеудегі бірінші тұрған белгісіздің коэффициентіне әрбір шартты теңдеуді көбейтіп алынған теңдеулерді қосу керек;

- екінші нормаль теңдеуді құру үшін, осы теңдеудегі екінші тұрған белгісіздің коэффициентіне әрбір шартты теңдеуді көбейтіп барлық алынған теңдеуді қосу керек. Сол сияқты ары қарай жүре береді. Қанша белгісіз болса, сонша нормаль теңдеу алынады. Бұл ережені 2.1-мысал үшін де қолдануға болады. (2.18) барлық теңдеуінде бірінші ΔA белгісіздің коэффициенті 1-ге тең болғандықтан, бірінші нормаль теңдеуді алу үшін, теңдеулерді қоссақ жеткілікті:

$$\Delta A \cdot 7 + \Delta B \cdot 315 + \Delta C \cdot 15925 = 0,00.$$

Екінші нормаль теңдеуді алу үшін, мыналарды қосу қажет:

$$\Delta A \cdot 20 + \Delta B \cdot 20 \cdot 20 + \Delta C \cdot 20^2 \cdot 20 = 0,00 \cdot 20;$$

$$\Delta A \cdot 30 + \Delta B \cdot 30 \cdot 30 + \Delta C \cdot 30^2 \cdot 30 = 0,26 \cdot 10^2 \cdot 30;$$

$$\Delta A \cdot 40 + \Delta B \cdot 40 \cdot 40 + \Delta C \cdot 40^2 \cdot 40 = -0,14 \cdot 10^{-2} \cdot 40;$$

$$\Delta A \cdot 45 + \Delta B \cdot 45 \cdot 45 + \Delta C \cdot 45^2 \cdot 45 = -0,02 \cdot 10^{-2} \cdot 45;$$

$$\Delta A \cdot 50 + \Delta B \cdot 50 \cdot 50 + \Delta C \cdot 50^2 \cdot 50 = 0,00 \cdot 50;$$

$$\Delta A \cdot 60 + \Delta B \cdot 60 \cdot 60 + \Delta C \cdot 60^2 \cdot 60 = -0,1 \cdot 10^{-2} \cdot 60;$$

$$\Delta A \cdot 70 + \Delta B \cdot 70 \cdot 70 + \Delta C \cdot 70^2 \cdot 70 = 0,00 \cdot 70.$$

Бұдан алатынымыз:

$$\Delta A \cdot 315 + \Delta B \cdot 15925 + \Delta C \cdot 874125 = -4,710^{-2}.$$

Үшінші нормаль теңдеуді алу үшін тағы да мыналарды қосу қажет:

$$\begin{aligned}
 \Delta A \cdot 20^2 + \Delta B \cdot 20 \cdot 20^2 + \Delta C \cdot 20^2 \cdot 20^2 &= 0,00 \cdot 20^2; \\
 \Delta A \cdot 30^2 + \Delta B \cdot 30 \cdot 30^2 + \Delta C \cdot 30^2 \cdot 30^2 &= 0,26 \cdot 10^2 \cdot 30^2; \\
 \Delta A \cdot 40^2 + \Delta B \cdot 40 \cdot 40^2 + \Delta C \cdot 40^2 \cdot 40^2 &= -0,14 \cdot 10^{-2} \cdot 40^2; \\
 \Delta A \cdot 45^2 + \Delta B \cdot 45 \cdot 45^2 + \Delta C \cdot 45^2 \cdot 45^2 &= -0,02 \cdot 10^{-2} \cdot 45^2; \\
 \Delta A \cdot 50^2 + \Delta B \cdot 50 \cdot 50^2 + \Delta C \cdot 50^2 \cdot 50^2 &= 0,00 \cdot 50^2; \\
 \Delta A \cdot 60^2 + \Delta B \cdot 60 \cdot 60^2 + \Delta C \cdot 60^2 \cdot 60^2 &= -0,1 \cdot 10^{-2} \cdot 60^2; \\
 \Delta A \cdot 70^2 + \Delta B \cdot 70 \cdot 70^2 + \Delta C \cdot 70^2 \cdot 70^2 &= 0,00 \cdot 70^2.
 \end{aligned}$$

Бұдан аламыз:

$$\Delta A \cdot 15925 + \Delta B \cdot 874125 + \Delta C \cdot 50850625 = -3,905.$$

Табылған үш нормаль тендеуден:

$$\begin{aligned}
 \Delta A \cdot 7 + \Delta B \cdot 315 + \Delta C \cdot 15925 &= 0,00; \\
 \Delta A \cdot 315 + \Delta B \cdot 15925 + \Delta C \cdot 874125 &= -4,7 \cdot 10^{-2}; \\
 \Delta A \cdot 15925 + \Delta B \cdot 874125 + \Delta C \cdot 50850625 &= -3,905,
 \end{aligned}$$

түзетулер есептелінеді:

$$\begin{aligned}
 \Delta A &= \frac{0,0581}{7} = 0,0083; \\
 \Delta B &= \frac{1,7216125}{7809,375} = -0,0221 \cdot 10^{-2}; \\
 \Delta C &= \frac{0,0056875}{7809,375} = 0,0073 \cdot 10^{-4}.
 \end{aligned}$$

Алдында жуық есептеген параболаың параметрлеріне (2.17) түзетулерді енгізе отырып, мынаны аламыз:

$$\begin{aligned}
 A &= A' + \Delta A = 0,245 + 0,0083 = 0,2533; \\
 B &= B' + \Delta B = -0,246 \cdot 10^{-2} - 0,0221 \cdot 10^{-2} = -0,2681 \cdot 10^{-2}; \\
 C &= C' + \Delta C = 0,28 \cdot 10^{-4} + 0,0073 \cdot 10^{-4} = 0,2873 \cdot 10^{-4}.
 \end{aligned}$$

Бұл кезде орталанған параболадың теңдеуі мына түрге келтіріледі:

$$y = 0,2583 - 0,2681 \cdot 10^{-2} \cdot x + 0,2873 \cdot 10^{-4} \cdot x^2. \quad (2.20)$$

2.1, б-суретінде тәжірибелік нүктелер, жуық (штрих сызық) және орталанған параболалар келтірілген. Дәлденген коэффициенттер – нысандарды басқару жүйесі жұмысының техника-экономикалық есебінде қолданылады.

2.2. Екпін қисығы бойынша нысан теңдеулерін анықтау

Нысандардың теңдеулерін алу үшін бір немесе бірнеше ауыспалы үрдістерді өлшеу және реттеу мақсатында тәжірибе өткізеді. Бұл үрдістер ізделген дифференциалдық теңдеудің дербес шешіміне сәйкес келеді.

Автоматтандыруда тәжірибенің 2 түрі кең қолданылады: екпін қисығы және жиіліктік сипаттамаларды алу. Бірінші жағдайда ізделіп отырған теңдеудің дербес шешімі, кіріс шама стандартты сатылы өзгеру кезіндегі, нысанның реакциясы болып табылады. Осы реакциядан нысанның теңдеуі табылады.

Екінші жағдайда, бір шешім емес, бірнеше шешім тіркеледі. Бұл шешімдер – түрлі белгіленген жиіліктер кезінде кіріс шаманың периодтық тербелістерінен амалсыз пайда болатын, нысанның шығыс шамасының тұрақталған тербелістері. Бұл дербес шешімдер – нысанның жиіліктік сипаттамалары – теңдеуді табу үшін қажетті алғашқы материал. Егер нысанда активті тәжірибені қолдануға мүмкін болмаса, онда нысанға жасанды әсерді пайдаланбай, статистикалық динамиканың әдістерін қолданады.

Келесі сызықты дифференциалдық теңдеу үшін:

$$a_0 \cdot x^n + a_1 \cdot x^{n-1} + \dots + x = b_0 \cdot x_0^m + b_1 \cdot x_0^{m-1} + \dots + b_m \cdot x_0, \quad (2.21)$$

(мұндағы $n > m$; x , x_0 – нысанның кірісі мен шығысы) нөлдік бастапқы шама кезінде және кірісі x_0 секірме түрде өзгерген кезде шешімді уақыт функциясы мен коэффициенттер арқылы жазуға болады:

$$x = x_{cm} \cdot (t, a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, b_0, b_1, \dots, b_m). \quad (2.22)$$

Керісінше, егер (2.21) нысан теңдеуінің реті белгілі болып, кірісі сатылы түрде өзгерген кезде, тәжірибе арқылы екпін $x_{cm}(t)$ алынса, онда (2.21) теңдеуіндегі a_i, b_i коэффициенттерін есептеуге болады (олардың саны $n + m + 1$). Ол үшін, a_i мен b_i коэффициенттері бар аналитикалық $x(t)$ шешіммен (2.22), түрлі уақыт $t=t_i$ ($i=1, 2, \dots, n + m + 1$) кезіндегі $x'_{cm}(t)$ ықпал теңестіріледі. Нәтижеде, a_i, b_i коэффициенттері бар $n + m + 1$ теңдеуден тұратын жүйе аламыз:

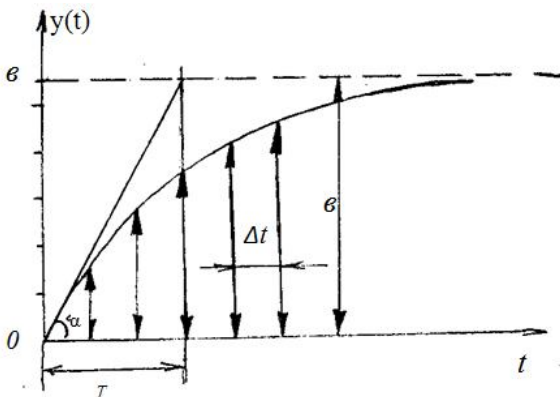
$$\begin{aligned} \dot{x}_{cm}(t_i, a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, b_0, b_1, \dots, b_m) &= x'_{cm}(t_i), \\ i &= 1, 2, \dots, n + m + 1. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Бұл жүйеден коэффициенттерді есептейді. Сонымен, екпін қисығының $x'_{cm}(t_i)$ дискрет ординаты бойынша белгісіз $n + m + 1$ коэффициентті анықтауға болады. Бұл идеяның түрлі вариациясы болуы мүмкін. Мысалы, басқа түрге ие ықпалды қолдану. Немесе артық ординат санын алып, ең кіші квадраттар әдісін қолдануға болады.

Бізге тек қана (2.21) нысан теңдеуінің ретін білу қажет. (2.22) шешімдердің аналитикалық түрлері теңдеу ретіне байланысты әртүрлі болды. Егер теңдеудің қабылданған n реті, нақты реттен аз болса, онда аналитикалық шешімнің ординатасы мен «тәжірибелік шешімнің теңестіру әдісі дұрыс емес – a_i, b_i коэффициенттерін береді. Егер n үлкен болып алынса, онда ол қауіпті емес, өйткені артық коэффициенттер нөлге тең болады.

2.2.1. Экспонент түріндегі екпін қисығы бойынша бірінші ретті нысанның теңдеуін анықтау

2.2-суретте бір сыйымдылықты сызықты нысанның екпін қисығы көрсетілген.



2.2-сурет. Екпін қисығы бойынша бірінші ретті нысанның теңдеуін анықтау

$t_0=0$ тең уақыт кезінде кіріс x шаманы секірме түрде a бірлікке өзгертеміз. Санды түрде нысан теңдеуін жазу қажет.

Ізделген теңдеу төмендегідей болады:

$$T \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot x \quad \text{немесе} \quad \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{Tp + 1}. \quad (2.24)$$

T мен k тұрақтыларын анықтау керек.

Алдымен берілген шарт кезіндегі теңдеу шешімінің аналитикалық өрнегін табамыз. Бұл шешімге T мен k тұрақтылары кіреді. Алынған екпін қисығы графикалық шешім болғандықтан, графикті аналитикалық шешіммен салыстыра отырып, аналитикалық өрнектің тұрақтыларын табамыз.

$t=0$ тең кездегі $y=0$ шарты үшін және $t>0$ болғанда, $x=a$ шарты үшін, шешімнің жалпы түрі келесідей [13]:

$$y(t) = k \cdot a \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right). \quad (2.25)$$

Графиктен екі нүктені алған жеткілікті. Содан соң, нүктелердің координаттарын шешімге қоя отырып, алынған екі теңдеуден T мен k есептеуге болады. Бірақ, бұл теңдеулер трансцендентті:

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= k \cdot a \cdot \left(1 - e^{\frac{-t_1}{T}} \right) \\ y_2(t) &= k \cdot a \cdot \left(1 - e^{\frac{-t_2}{T}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

және олардың T және k түбірлерін есептеу өте қиын. Сондықтан, келесі тәсілді қолдануға болады. $t \rightarrow \infty$ кезінде $y(t) = k \cdot a$, демек, асимптота ординаты арқылы k анықтауға болады:

$$k = \frac{b}{a}. \quad (2.27)$$

T -ны анықтау үшін, шешімді дифференциалдаймыз:

$$\frac{dy(t)}{dt} = k \cdot a \cdot \frac{1}{T} \cdot e^{\frac{-t}{T}}$$

және $t \rightarrow 0$ ұмтылады:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{dy}{dt} = k \cdot a \cdot \frac{1}{T} = \frac{b}{T} = tg\alpha, \quad (2.28)$$

мұндағы $\alpha - t = 0$ кездегі $y(t)$ графигіне жүргізілген жанама сызықтың көлбеу бұрышы. Сондықтан:

$$T = \frac{b}{tg\alpha}. \quad (2.29)$$

Сонымен T саны, координат басынан асимптотамен қиылысқан нүктеге дейін, жанама сызық астындағы сызықтың ұзындығына тең. Бұл шешім ең қарапайым, бірақ дәл емес, өйткені жанама сызықты дәл жүргізу өте қиын әрі асимптотаның b ординатын дәл белгілеу қиын. Бұл шешім кезінде графиктің басы мен аяғы ғана қолданылып, ал оның аралық нүктелері қарастырылмайды.

Енді дәлірек тәсілді қарастырамыз. Графикті бірдей Δt аралық қашықтықтағы $y_0, y_1, y_2, \dots$ ординаталармен бөлеміз. Бұл нүктелер үшін теңдеудің шешімі бойынша мынаны жазуға болады:

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= k \cdot a \cdot (1 - e^{\frac{0}{T}}); \\ y_1 &= k \cdot a \cdot (1 - e^{\frac{-\Delta t}{T}}); \\ y_2 &= k \cdot a \cdot (1 - e^{\frac{-2\Delta t}{T}}); \\ y_3 &= k \cdot a \cdot (1 - e^{\frac{-3\Delta t}{T}}); \\ m.c.c \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

$$\left. \begin{aligned} y_1 - y_0 &= k \cdot a - k \cdot a \cdot e^{\frac{-\Delta t}{T}}; \\ y_2 - y_1 &= k \cdot a \cdot e^{\frac{-\Delta t}{T}} - k \cdot a \cdot e^{\frac{-2\Delta t}{T}}; \\ y_3 - y_2 &= k \cdot a \cdot e^{\frac{-2\Delta t}{T}} - k \cdot a \cdot e^{\frac{-3\Delta t}{T}}, \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

$e^{\frac{\Delta t}{T}} = q$ деп белгілейміз, сонда:

$$\left. \begin{aligned} y_1 - y_0 &= k \cdot a \cdot (1 - q); \\ y_2 - y_1 &= k \cdot a \cdot q \cdot (1 - q); \\ y_3 - y_2 &= k \cdot a \cdot q^2 \cdot (1 - q); \\ m.c.c. \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

$$q_1 = \frac{y_2 - y_1}{y_1 - y_0}; q_2 = \frac{y_3 - y_2}{y_2 - y_1}; q_3 = \frac{y_4 - y_3}{y_3 - y_2}. \quad (2.33)$$

q санының бір-бірінен айырмашылығы – тәжірибелік өлшеу мен $y(t)$ тіркеудің қателігіне байланысты. Бөлек q -дің орта арифметикалық $\bar{q}$ мәні – дәлірек орта мәнді береді. Содан соң, дәлденген уақыт тұрақтылығы $\bar{T}$ мына өрнектен анықталады:

$$\bar{T} = -\frac{\Delta t}{\ln q}. \quad (2.34)$$

Сол сияқты белгілі q_i бойынша k_i анықталады:

$$k_1 = \frac{y_1 - y_0}{a \cdot (1 - q)}; k_2 = \frac{y_2 - y_1}{a \cdot q_2 \cdot (1 - q_2)}; k_3 = \frac{y_3 - y_1}{a \cdot q^2 \cdot (1 - q_3)}. \quad (2.35)$$

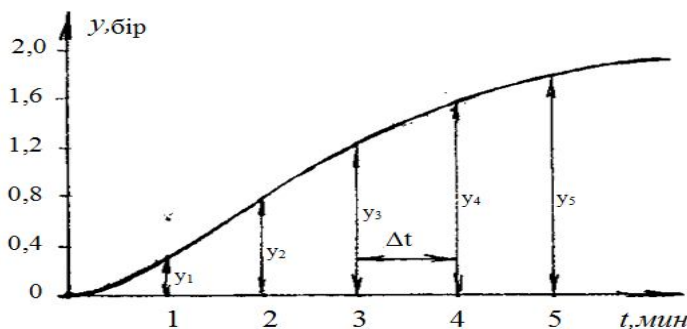
Содан кейін $k_1, k_2, k_3, \dots$ -терден орта арифметикалық $\bar{k}$ табылады.

Студенттердің өзіндік жұмысында 2.2-суретте келтірілген графиктің осьтері бойынша масштабты, a шамасын, Δt шамасын белгілеп алып, 7-8 $y_0, y_1, \dots, y_8$ ординаталар үшін, $\bar{k}$ мен T есептеп, оларды графикалық түрде алынған k мен T мәндерімен салыстыру жүргізу қажет.

2.2.2. *S түріндегі бірқалыпты екпін қисығына ие екінші ретті нысанның теңдеуін анықтау*

2.3-суретте екінші ретті теңдеумен суреттелетін нысанның екпін қисығы берілген:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + (T_1 + T_2) \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot x. \quad (2.36)$$



2.3-сурет. Бірқалыпты екпін қисығына ие екінші ретті нысанның теңдеуін анықтау

Кірісіндегі сатылы әсер $x = a$ болады. Егер $t > 0$ кезінде кірісіндегі қобалжу бірлікке $x = a = 1$ тең екені белгілі болса, T_1, T_2, k тұрақтыларын есептейміз.

Жоғарыда (2.2.1-п) қарастырылған жағдай сияқты, алдымен теңдеудің шешімін жалпы түрде жазу қажет:

$$y_{\text{жалпы}}(t) = C_1 \cdot e^{\frac{-t}{T_1}} + C_2 \cdot e^{\frac{-t}{T_2}} + k \cdot a. \quad (2.37)$$

Содан соң бастапқы шарттардан, $t=0$ болғанда, $y = 0$;

$\frac{dy}{dt} = 0$ еркін тұрақтыларды анықтайды:

$$\left. \begin{aligned} y_{\text{жалпы}}(0) &= C_1 \cdot e^{\frac{-0}{T_1}} + C_2 \cdot e^{\frac{-0}{T_2}} + k \cdot a = 0; \\ y'_{\text{жалпы}}(0) &= -C_1 \cdot \frac{1}{T_1} \cdot e^{\frac{-0}{T_1}} - C_2 \cdot \frac{1}{T_2} \cdot e^{\frac{-0}{T_2}} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

Бұлардан:

$$C_1 = \frac{k \cdot a \cdot T_1}{T_2 - T_1}; \quad C_2 = \frac{k \cdot a \cdot T_2}{T_1 - T_2}. \quad (2.39)$$

Ізделген дербес шешімді келесі түрде аламыз:

$$y(t) = k \cdot a \cdot \left(1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} \cdot e^{\frac{-t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{\frac{-t}{T_2}} \right). \quad (2.40)$$

Енді берілген графиктен үш нүктенің y_i , t_i координаталарын алып, оларды үш рет теңдеуге қойып және осы тәсілмен алынған үш теңдеуден k , T_1 , T_2 түбірлерін табуға болады. Бірақ бұл теңдеулер трансцендентті болғандықтан, түбірлерді есептеп табу өте қиын. Сондықтан А. Н. Крыловтың әдісін қолдану оңай әрі ыңғайлы.

Ол үшін графикті бірдей Δt аралық қашықтықтағы y_0 , y_1 , y_3 , *т.с.с.* ординаталармен бөлеміз де, мына түрде жазамыз:

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= k \cdot a + \frac{k \cdot a \cdot T_1}{T_2 - T_1} + \frac{k \cdot a \cdot T_2}{T_1 - T_2}; \\ y_1 &= k \cdot a \cdot \left(1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} \cdot e^{\frac{-\Delta t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{\frac{-\Delta t}{T_2}} \right); \\ y_2 &= k \cdot a \cdot \left(1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} \cdot e^{\frac{-2\Delta t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{\frac{-2\Delta t}{T_2}} \right); \\ y_3 &= k \cdot a \cdot \left(1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} \cdot e^{\frac{-3\Delta t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{\frac{-3\Delta t}{T_2}} \right); \\ \text{т.с.с.} \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

$$A_1 = k \cdot a; \quad A_2 = \frac{k \cdot a \cdot T_1}{T_2 - T_1}; \quad A_3 = \frac{k \cdot a \cdot T_2}{T_1 - T_2}; \quad p = e^{\frac{-\Delta t}{T_1}}; \quad q = e^{\frac{-\Delta t}{T_2}} -$$

деп белгілеп, өрнектерді төмендегі түрде жазамыз:

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= A_1 + A_2 + A_3; \\ y_1 &= A_1 + A_2 \cdot p + A_3 \cdot q; \\ y_2 &= A_1 + A_2 \cdot p^2 + A_3 \cdot q^2; \\ y_3 &= A_1 + A_2 \cdot p^3 + A_3 \cdot q^3; \\ y_4 &= A_1 + A_2 \cdot p^4 + A_3 \cdot q^4; \\ y_5 &= A_1 + A_2 \cdot p^5 + A_3 \cdot q^5. \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

1, p және q сандарды кубтық теңдеудің:

$$\lambda^3 + B_1 \cdot \lambda^2 + B_2 \cdot \lambda + B_3 = 0, \quad (2.43)$$

түбірлері деп есептейміз.

Бірінші жолды B_3 -ке, екінші жолды B_2 -ге, үшінші жолды B_1 -ге, төртінші жолды 1-ге көбейтіп, оларды қосамыз. Бұл жағдайда оң жақтағы бөлшектердің қосындысы нөлге тең:

$$y_0 \cdot B_3 + y_1 \cdot B_2 + y_2 \cdot B_1 + y_3 = 0. \quad (2.44)$$

Сол операцияларды келесі төрт жолға қайта жасағанда:

$$y_1 \cdot B_3 + y_2 \cdot B_2 + y_3 \cdot B_1 + y_4 = 0. \quad (2.45)$$

Келесі төрт жол мынаны береді:

$$y_2 \cdot B_3 + y_3 \cdot B_2 + y_4 \cdot B_1 + y_5 = 0. \quad (2.46)$$

Осы үш теңдіктердегі y_i ординаталар екпін қисығынан белгілі, ал B_1 , B_2 , B_3 тұрақтыларды анықтау керек. Оларды анықтаған соң, кубтық теңдеудің түбірлерін есептеу керек:

$$\lambda_1 = 1; \lambda_2 = p = e^{\frac{-\Delta t}{T_1}}; \lambda_3 = q = e^{\frac{-\Delta t}{T_2}}; \quad (2.47)$$

Содан соң:

$$T_1 = -\frac{\Delta t}{\ln p} \quad \text{және} \quad T_2 = -\frac{\Delta t}{\ln q}. \quad (2.48)$$

(2.42) жүйенің кез келген теңдеуінен (бірінші теңдеуден басқа) k -ны есептеу қажет. Дәлдікті көтеру үшін, алты бастапқы ордината емес, одан көп ординатаны алып, нәтижені орталандыруға болады. Бұл әдісте берілген график, экспоненциялық мүшелердің қосындысы арқылы жуықталады.

Енді сандық мысалды қарастырамыз. $\Delta t = 1$ деп алып, екпін қисығынан (2.3-сурет) алты ординатаны өлшейміз (2.3-кесте).

2.3-кесте

Тәжірибе нәтижелері

t , мин	0	1	2	3	4	5
$y(t)$	$y_0 = 0$	$y_1 = 0,31$	$y_2 = 0,80$	$y_3 = 1,21$	$y_4 = 1,5$	$y_5 = 1,7$

$$0 \cdot B_3 + 0,31 \cdot B_2 + 0,8 \cdot B_1 + 1,21 = 0;$$

$$0,31 \cdot B_3 + 0,8 \cdot B_2 + 1,21 \cdot B_1 + 1,5 = 0;$$

$$0,8 \cdot B_3 + 1,21 \cdot B_2 + 1,5 \cdot B_1 + 1,7 = 0.$$

Осы теңдеулерден мынаны есептейміз:

$$B_1 = -1,97; B_2 = 1,19; B_3 = 0,222.$$

Кубтық теңдеудің түбірлерін табамыз:

$$\lambda_1 = 1; \quad \lambda_2 = p = 0,37; \quad \lambda_3 = q = 0,61.$$

Содан соң:

$$T_1 = \frac{-\Delta t}{\ln p} = \frac{-1}{\ln 0,37} \approx 1_{\text{мин}};$$

$$T_2 = \frac{-\Delta t}{\ln q} = \frac{-1}{\ln 0,61} \approx 2_{\text{мин}}.$$

k - ны есептеу үшін (2.42) жүйедегі екінші жолды аламыз:

$$y_1 = A_1 + A_2 \cdot p + A_3 \cdot q = k \cdot a + \frac{k \cdot a \cdot T_1}{T_2 - T_1} \cdot p + \frac{k \cdot a \cdot T_2}{T_1 - T_2} \cdot q.$$

Сандарды қойған соң, мынаны аламыз:

$$0,31 = k \cdot (1 + \frac{1}{2-1} \cdot 0,37 + \frac{2}{1-2} \cdot 0,61),$$

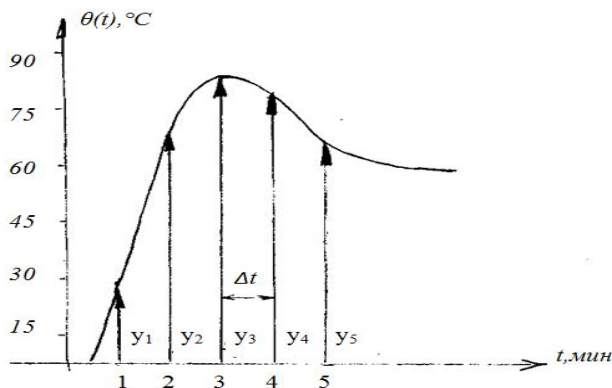
$$\text{бұдан: } k = 2,07; \quad [k] = \frac{y_{\text{бірігі}}}{x_{\text{бірігі}}}.$$

2.2.3. Тербеліс екпін қисығына ие екінші ретті нысанның теңдеуін анықтау

Таспа – агломерациялық машина жымдасу (бірігу қасиеті) арқылы төзімді ірі кесек материалды алу үшін қолданылады. Дайындалған шикіқұрам (кокс, әктас, темір, кен) агломашинаның жылжып тұратын оттығына түседі. Түтінсорғыш оттықтың астында вакуумды тудырғандықтан, атмосфералық ауа жылжып тұрған шикіқұрамның арасынан өтеді. Жылжу басында шикіқұрамның ішіндегі отын көрікпен тұтанады, содан соң жану үрдісі – ауа өту арқылы жүреді. Осы нысан үшін, ν кіріс шама сатылы түрде өзгерген кездегі (ν - дан $\nu = a$ дейін, *м/мин*) шығыс $\Delta\theta(t)$ реакциясынан теңдеуді табамыз (2.4-сурет); $\Delta\theta(t)$ – соңғы сору камераларындағы температураның айырымы, ν – таспаның жылжу жылдамдығы.

Екпін қисығы тербеліс түрінде болғандықтан, ізделіп отырған теңдеуді кешендік түбірлерге ие екінші ретті теңдеу деп алуға болады [13]:

$$\frac{d^2\Delta\theta}{dt^2} - (\gamma_1 + \gamma_2) \cdot \frac{d\theta}{dt} + \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \Delta\theta = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot k \cdot \nu. \quad (2.49)$$



2.4-сурет. Тербеліс екпін қисығына ие екінші ретті нысанның теңдеуін анықтау

γ_1 , γ_2 , k тұрақтыларды есептеу қажет. Бұл теңдеу 2.2.2-пункттегі теңдеу сияқты. Тек қана тұрақтылардың белгілеуі өзгертілген:

$$\gamma_1 = -\frac{1}{T_1}, \gamma_2 = -\frac{1}{T_2}.$$

Тербеліс жүйенің теңдеуі әдетте мына түрде жазылады:

$$\frac{d^2 \Delta \theta}{dt^2} + 2 \cdot \varepsilon \cdot \omega_0 \cdot \frac{d \Delta \theta}{dt} + \omega_0^2 \cdot \Delta \theta = k \cdot \omega_0^2 \cdot \nu, \quad (2.50)$$

мұндағы ε – демпфинг (азайту) коэффициенті; ω_0 – жүйенің өзіндік жиілігі.

(2.49) және (2.50) теңдеулерден физикалық ε , ω_0 тұрақтыларымен γ_1 , γ_2 сандар арасындағы байланысты көреміз. γ_1 мен γ_2 есептеуді оңайлату үшін енгізілген.

2.2.2-пункттегі нәтижені қолданып, теңдеудің шешімін жазамыз:

$$\Delta\theta(t) = k \cdot a + \frac{k \cdot a \cdot \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \cdot e^{\gamma_1 \cdot t} + \frac{k \cdot a \cdot \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \cdot e^{\gamma_2 \cdot t}.$$

Басқару нысаны – тербелістік қасиеттерге ие болғандықтан, тұрақтыларды есептегенде нақты сан емес, кешендік санды аламыз:

$$\gamma_1 = \alpha + j\beta; \quad \gamma_2 = \alpha - j\beta. \quad (2.51)$$

Эйлер формуласын ($e^{\pm j\varphi} = \cos \varphi \pm j \sin \varphi$) қолданып, (2.51) шешімді келесі түрде жазамыз [13]:

$$\begin{aligned} \Delta\theta(t) &= k \cdot a \cdot \left[1 + \frac{\alpha - j\beta}{2j\beta} \cdot e^{(\alpha + j\beta)t} + \frac{\alpha + j\beta}{-2j\beta} \cdot e^{(\alpha - j\beta)t} \right] = \\ &= k \cdot a \cdot \left\{ 1 + e^{\alpha t} \cdot \left[\frac{j\alpha + \beta}{-2\beta} \cdot (\cos \beta t + j \sin \beta t) + \frac{j\alpha - \beta}{2\beta} \cdot (\cos \beta t - j \sin \beta t) \right] \right\} = (2.52) \\ &= k \cdot a \cdot \left[1 + e^{\alpha t} \cdot \left(-\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \sin \beta t \right) \right] = \\ &= k \cdot a \cdot \left[1 + e^{\alpha t} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2} \cdot \sin \left(\beta t - \arctg \frac{\beta}{\alpha} \right) \right]. \end{aligned}$$

(2.52) теңдеуі екі гармониканың қосындысына сәйкес.

Екпін қисығынан бірдей $\Delta t = 5 \text{ мин}$ аралық қашықтықтағы алты ординатаны аламыз: $\Delta\theta_0 = 0,0$; $\Delta\theta_1 = 29,3$; $\Delta\theta_2 = 69,0$; $\Delta\theta_3 = 84,3$; $\Delta\theta_4 = 79,8$; $\Delta\theta_5 = 71,1$.

Кубтық (2.43) теңдеудің коэффициенттерін табу үшін теңдеулер жүйесін құрастырамыз:

$$\begin{aligned} 0,0 \cdot B_3 + 29,3 \cdot B_2 + 69,0 \cdot B_1 + 84,3 &= 0; \\ 29,3 \cdot B_3 + 69,0 \cdot B_2 + 84,3 \cdot B_1 + 79,8 &= 0; \\ 69,0 \cdot B_3 + 84,3 \cdot B_2 + 79,8 \cdot B_1 + 71,1 &= 0. \end{aligned}$$

Бұдан: $B_1 = -1,654$; $B_2 = -1,12$; $B_3 = -0,366$ және келесі кубтық теңдеуді аламыз:

$$\lambda^3 - 1,654 \cdot \lambda^2 + 1,12 \cdot \lambda - 0,366 = 0.$$

Оның түбірлерін есептейміз (бір түбірі алдын ала белгілі $\lambda_3 = 1$):

$$\lambda_1 = 0,327 + j \cdot 0,509; \quad \lambda_2 = 0,327 - j \cdot 0,509; \quad \lambda_3 = 1.$$

Кешендік λ_1 және λ_2 түбірлерін көрсеткіштік түрде жазамыз:

$$\lambda_1 = e^{-0,5+j \cdot 1,0}; \quad \lambda_2 = e^{-0,5-j \cdot 1,0}.$$

Содан кейін γ_1 , γ_2 тұрақтыларды табамыз:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= -\frac{1}{T_1} = \frac{\ln \lambda_1}{\Delta t} = \frac{-0,5 + j \cdot 1,0}{5} = -0,1 + j \cdot 0,2; \\ \gamma_2 &= -\frac{1}{T_2} = \frac{\ln \lambda_2}{\Delta t} = \frac{-0,5 - j \cdot 1,0}{5} = -0,1 - j \cdot 0,2, \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

$$(\alpha = -0,1; \beta = 0,2).$$

Енді статикалық k беріліс коэффициентін есептеу қажет. Оны есептелген α мен β тұрақтыларын және екпін қисығынан кез келген нүктенің координаттарын алып дифференциалдық теңдеудің шешіміне қоя отырып, оңай есептеуге болады. Мысалы, $t = \Delta t = 5 \text{ мин}$, $\Delta \theta(\Delta t) = \Delta \theta_1 = 29,3$ координаттарға ие нүктені аламыз:

$$\Delta \theta = k \cdot 1 \cdot \left[1 + e^{\alpha t} \cdot \left(-\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right) \right]$$

немесе:

$$29,3 = k \cdot 1 \cdot \left[1 + e^{-0,1 \cdot t} \cdot \left(-\cos 0,2 \cdot 5 + \frac{-0,1}{0,2} \cdot \sin 0,2 \cdot 5 \right) \right].$$

$$\text{Бұдан: } k = 70 \frac{\text{град}}{\text{м/сак}}.$$

Тербеліс нысанының ізделген сандық теңдеуі төмендегідей:

$$\frac{d^2 \Delta \theta}{dt^2} + 0,2 \cdot \frac{d\theta}{dt} + 0,05 \cdot \Delta \theta = 0,05 \cdot 70 \cdot \nu, \quad (2.54)$$

мұнда $\nu = m / \text{сәг}$; $\Delta \theta = ^\circ \text{C}$; $[t] = \text{мин}$.

Нысанның өзіндік жиілігі:

$$\omega_0 = \sqrt{\gamma_1 \cdot \gamma_2} = 0,224 \text{ рад} / \text{мин}. \quad (2.55)$$

Демпфингтеу коэффициенті:

$$\varepsilon = \frac{-\lambda_1 - \lambda_2}{2 \cdot \omega_0} = \frac{0,2}{2 \cdot 0,234} = 0,45. \quad (2.56)$$

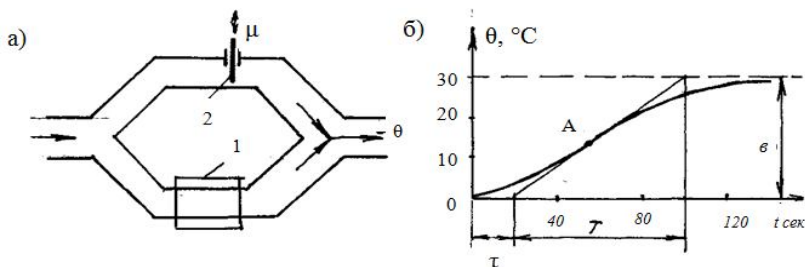
Осы тәсілді жоғары ретті жүйелер үшін қолданған кезде, әдістің жалпы сұлбасы өзгермейді.

2.2.4. Екпін қисығы бойынша нысанның беріліс функциясын анықтау

Бұл мәселені нақты нысан үшін қарастырамыз. Мысалы, домна пешіне байытылған оттекті үрлеу (оттекті алдымен $1000 - 1200 ^\circ \text{C}$ дейін қыздырады). Қыздырудың оңайтылған сұлбасы 2.5, а-суретте келтірілген.

Суық ауаның ағыны екіге бөлінеді: бір бөлігі ауа жылытқыштан (1) өтеді, екінші бөлігі – реттегіштің дросселі (2) арқылы өтеді. Содан соң екі бөлік, пешке берілер алдында қосылады, ал олардың температуралары орта мәнді. Бұл θ температураны тұрақтандыру үшін, автоматты жүйенің реттеуші бөлігін дроссельді (2) жылжытады. Сонымен, нысанның кіріс шамасы дроссельдің μ жайы (күйі) болады, ал шығыс шамасы – ыстық ауаның θ температурасы болады. 2.5, б-суретте нысанның тәжірибелік екпін қисығы келтірілген. Ол – кірісі $\Delta \mu = 5\%$ өзгергенге сәйкес. Нысанның сандық беріліс функциясын анықтаймыз:

$$W(p) = \frac{\theta(p)}{\mu(p)}.$$



2.5-сурет. Оттегіні қыздыру сұлбасы (а), оттегіні қыздыру кезіндегі екпін қисығы (б)

Көп жағдайда тәжірибеде осындай екпін қисығына ие нысандарды кешігуі бар инерциялық буынмен аппроксимациялайды:

$$W(p) = \frac{\theta(p)}{\mu(p)} = \frac{k_{об}}{T \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau \cdot p}. \quad (2.57)$$

Егер дәлдікті ғана емес, сонымен қатар қарапайымдылықты (оңайлықты) бағаласақ, онда бұл аппроксимацияны ең қолайлылардың біреуі деп есептеуге болады.

Екпін қисығының ең үлкен иілген жеріне (А нүктесі) жанама сызық жүргізеді. Ол сызық – уақыт осімен және асимптотамен қиылысады (асимптотаға екпін қисығы бағытталған). Содан кейін τ , T және $k_{об}$ өлшейді (2.5, б-сурет). Берілген мысал үшін

$$\tau = 20 \text{ сек}; T = 80 \text{ сек}; k_{об} = \frac{b}{\Delta\mu} = \frac{30^\circ \text{C}}{5\%_{жүріс}} = 6^\circ \text{C}/\%_{жүріс}.$$

Беріліс функция мына түрде болады:

$$W(p) = \frac{\theta(p)}{\mu(p)} = \frac{6}{80p + 1} \cdot e^{-20 \cdot p}, \quad (2.58)$$

мұндағы $[\theta] = ^\circ \text{C}$; $[\mu] = \%_{жүріс}$; $[T] = \text{сек}$.

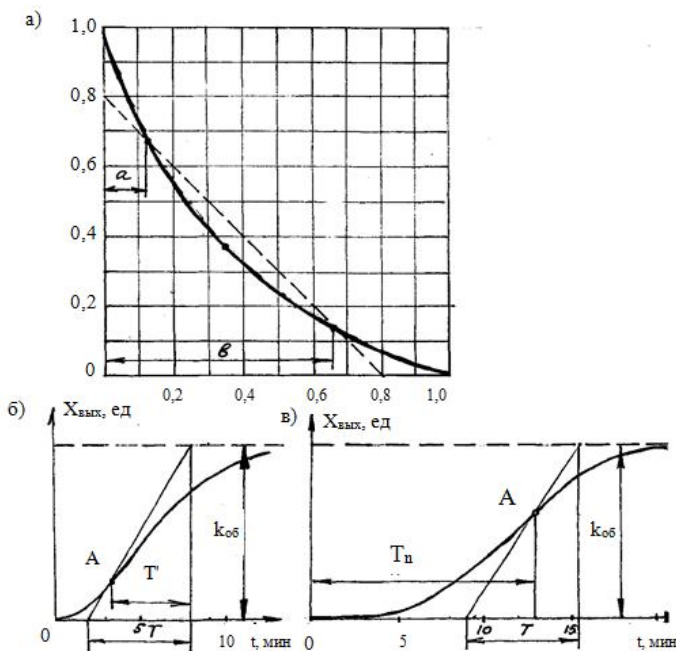
Тұрақтыларды анықтауды тездетіп, есептеу жұмысының көлемін азайтуға қолданылатын түрлі графоаналитикалық әдістер бар.

2.6, а-суретте номограмма келтірілген. Бұл номограмма бойынша екі сыйымдылықты нысанның екі уақыт тұрақтыларын

тез анықтауға болады [14]. Ол үшін екпін қисығында (2.6, б-сурет) A нүктесі, содан соң T' және T алынады. Номограмманың екі осі бойымен $\frac{T'}{T}$ кесіндісі өлшенеді. Ол кесінділердің соңы түзумен қосылады. Түзудің номограмма графигімен қиылысқан нүктелерінің координаттарын a және b деп белгілейміз. График симметриялы болғандықтан, қиылысу нүктелердің қайсысын алсақ та бәрібір. Содан соң ізделген уақыт тұрақтыларын мына байланыстар арқылы табады:

$$T_1 = ahT; \quad T_2 = b \cdot T. \quad (2.59)$$

$\frac{T'}{T} = 0,73$ болғанда, түзу сызық номограмма қисығына жанама және $T_1 = T_2 = 0,365 \cdot T$.



2.6-сурет Номограмма бойынша екі сыйымдылықты
буынның уақыт тұрақтыларын анықтау

Егер $\frac{T'}{T} < 0,73$ болса, онда түзу сызық номограмма графигімен қиылыспайды. Бұл жүйе – бірінші ретті екі буынмен аппроксимацияланбайтынын білдіреді. Бұл жағдайда, нысанды T_1 және T_2 уақыт тұрақтыларға ие және τ кешігуі бар екі инерциялы буынмен аппроксимациялайды. Сонымен:

$$T_1 = T_2 = 0,365 \cdot T; \tau = T_{II} - 0,365 \cdot T. \quad (2.60)$$

Енді графоаналитикалық әдіс – нысандардың беріліс функцияларын, олардың екпін қисықтары бойынша (2.6, б; 2.6, в-суреттер) анықтау үшін қолдануды қарастырайық.

2.6, б-суреті үшін $T = 6$ мин, $T' = 4,8$ мин, $\frac{T'}{T} = 0,8$ -ге тең.

Ұзындығы 0,8-ге тең кескінді, номограмма осьтері бойымен өлшейміз (2.6, а-сурет). Бұл кескіндердің соңын түзумен қосамыз (штрих сызық). Қиылысқан нүктелердің координаттары $a = 0,67$; $b = 0,13$. Аппроксимацияланып отырған буындардың уақыт тұрақтылары:

$$T_1 = T \cdot a = 6 \cdot 0,67 = 4,02 \text{ мин};$$

$$T_2 = T \cdot b = 6 \cdot 0,13 = 0,78 \text{ мин}.$$

Нысанның беріліс функциясы:

$$\frac{x_{шығ}(p)}{x_{кір}(p)} = \frac{\kappa_{об}}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)} = \frac{\kappa_{об}}{(4,02 \cdot p + 1) \cdot (0,78 \cdot p + 1)}.$$

Екпін қисығынан (2.6, в-сурет) аламыз:

$$T = 6,6 \text{ мин}; T_{II} = 13 \text{ мин};$$

$$T_1 = T_2 = 0,365 \cdot T = 0,365 \cdot 6,6 = 2,4 \text{ мин};$$

$$\tau = T_{II} - 0,365 \cdot T = 13 - 2,4 = 10,6 \text{ мин}.$$

Нысанның беріліс функциясы:

$$\frac{x_{шығ}(p)}{x_{кір}(p)} = \frac{\kappa_{об} \cdot e^{-p\tau}}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)} = \frac{\kappa_{об} \cdot e^{-10,6p}}{(2,4 \cdot p + 1)^2},$$

мұндағы $[t] = \text{мин}.$

2.2.5. Екпін қисығы бойынша нысан теңдеуінің ретін анықтау

Жоғарыда қарастырылған есептерде, жүйенің жүрісін суреттейтін теңдеудің реті белгілі деп есептегенбіз. Ауыспалы функция бойынша теңдеудің ретін дәл анықтау үшін, келесі ережені ескереміз: егер қисықтың графигі n экспоненталардың қосындысы деп алынып, ол бірдей қашықтықты ординаталарға бөлінсе, онда олардың әрқайсысы алдыңғы n ординаталардан тұратын сызықты комбинация болады. Басқаша айтқанда, әрбір ордината алдыңғы n ординатадан тұрақты шкалаға ие сызықты рекурентті өрнек бойынша алынады. Мұның дәлелдеуі – айырымдық теңдеу мен дифференциалдық теңдеуді эквиваленттеуден шығады [7]. n -ретті нысанның екпін қисығы n экспонентаға ие. Бұл экспоненталарды білмей, олардың санын былай табуға болады. Екпін қисығының графигінен алдымен тұрақталған x'_{cm} құраушыны алып тастап, содан соң кез келген интервал аралықпен $x_1, x_2, \dots$ ординаталарды белгілеу керек. Мысалы n саны белгілі болғанда:

$$\left. \begin{aligned} x_{n+1} &= A_1 \cdot x_n + A_2 \cdot x_{n-1} + \dots + A_n \cdot x_1, \\ x_{n+2} &= A_1 \cdot x_{n+1} + A_2 \cdot x_n + \dots + A_n \cdot x_n, \\ m.c.c. \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

(2.61)-тің кез келген n теңдеуі $A_1, \dots, A_n$ белгісіз коэффициенттерге ие n сызықты теңдеулер жүйесін құрайды. Бұл жүйенің анықтаушы нөлге тең емес:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} x_n & x_{n-1} & \dots & x_1 \\ x_{n+1} & x_n & \dots & x_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{2n-1} & x_{2n-2} & \dots & x_n \end{vmatrix} \neq 0. \quad (2.62)$$

Енді теңдеудің шын реті n -ге тең делік, ал біз қателесіп оны $(n+1)$ -ге тең деп алайық.

$n+1$ теңдеудің анықтауышы:

$$\Delta_{n+1} = \begin{vmatrix} x_{n+1} & x_n & x_{n-1} & \dots & x_1 \\ x_{n+2} & x_{n+1} & x_n & \dots & x_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{2n+1} & x_{2n} & x_{2n-1} & \dots & x_{n+1} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.63)$$

нөлге тең, өйткені оның бағандарының (тік қатарлар) арасында сызықты байланыс бар: мысалы бірінші баған (2.61) өрнек бойынша, басқалардың сызықты комбинациясы арқылы алынады. Қалған Δ_{n+2} , Δ_{n+3} анықтауыштар да, осы себептен, нөлге тең болады. Алдыңғы анықтауыштар нөлге тең болуы мүмкін емес.

Жоғарыда айтылғандар, белгісіз n санын анықтау үшін қажетті ереже (критерий) шығады: екпін қисығының бірдей қашықтықты ординаталары арқылы $\Delta_i (i=1,2,3,\dots)$ анықтауыштар есептеледі. Ең бірінші болып нөлге тең болатын анықтауыш n санын көрсетеді. n саны анықтауыштың ретінен бір санға аз болады.

2.3. Жиіліктік әдістер бойынша нысандар теңдеулерін анықтау

2.3.1. Нысанның беріліс функциясын оның тәжірибелік жиіліктік сипаттамаларынан табу

Тәжірибелік жиіліктік сипаттамаларды, нысанның кірісіне гармоникалық тербеліс $X_{kir}(t) = A_{kir} \cdot \sin \omega_i t$ беру арқылы алады. Гармоникалық тербелістер түрлі жиіліктерде ω_i беріледі. Нысанның шығысында, осы тербелістерге жауап, тұрақталған тербелістерді $X_{шыг}(t) = A_{шыг} \cdot \sin(\omega_i t + \varphi)$ тіркейді.

Тәжірибе нәтижесінде нысанның амплитудалы $A(\omega_i) = \frac{A_{шығ}(\omega_i)}{A_{кір}(\omega_i)}$ және фазалық-жиіліктік сипаттамаларын анықтайды [15].

Жиіліктік сипаттамалар – реттеу жүйелерінің анализі мен синтезі үшін кең қолданылады және олар нысанның теңдеулерін табуға да мүмкіндік береді. Енді солардың біреуін қарастырайық.

Технологиялық ақпараттар тізбегінің беріліс функциясын анықтау үшін, тәжірибе арқылы, тізбектің амплитудалы $A(\omega_i)$ және фазалы $\varphi(\omega_i)$ жиіліктік сипаттамаларын табамыз.

Нысанның кіріс шамасы – $X_0(t)$, ал шығыс шамасы – $X(t)$. Тәжірибенің нәтижесі 2.4-кестеде келтірілген. Кестеде $A(\omega_i)$, $\varphi(\omega_i)$ емес, ал формулалар бойынша есептелген нақты $P(\omega_i)$ және жорамал $Q(\omega_i)$ жиіліктік сипаттамалар берілген:

$$\begin{aligned} P(\omega_i) &= A(\omega_i) \cdot \cos \varphi(\omega_i); \\ Q(\omega_i) &= A(\omega_i) \cdot \sin \varphi(\omega_i). \end{aligned} \quad (2.64)$$

2.4-кесте

Тәжірибелік мәліметтер

ω_i , рад/сек	0,2	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	т.с.с.
$P(\omega_i)$ кателік, %	0,45	0,261	0,1	0,37	0,5	0,47	0,39	0,317	т.с.с.
$Q(\omega_i)$ кателік, %	0,136	-0,2	0,0	0,17	0,0	-0,15	-0,224	-0,256	т.с.с.
	0,5	0,5	0,0	1,7	0,0	1,3	0,6	0,5	

Осы берілгендер бойынша, нысанның беріліс функциясын есептеу керек. Зерттеліп отырған технологиялық тізбекті үшінші

ретті динамикалық жүйе деп есептейміз. Бұл жағдайда үшінші ретті жүйенің беріліс функциясы мынадай:

$$W(p) = \frac{X(p)}{X_0(p)} = \frac{b_1 \cdot p^2 + b_2 \cdot p + b_3}{p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3}. \quad (2.65)$$

Есеп $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ коэффициентерін анықтауда жатыр. $p \rightarrow j\omega$ ауыстырып, $W(p)$ -ны $P(\omega)$ және $Q(\omega)$ -ға түрлендіреміз:

$$W(j\omega) = \frac{-b_1 \cdot \omega^2 + jb_2 \cdot \omega + b_3}{-j\omega^3 - a_1 \cdot \omega^2 + ja_2 \cdot \omega + a_3} = P(\omega) + jQ(\omega). \quad (2.66)$$

Одан:

$$\begin{aligned} & -b_1 \cdot \omega^2 + jb_2 \cdot \omega + b_3 = \\ & , = \left(-j \cdot \omega^3 - a_1 \cdot \omega^2 + ja_2 \cdot \omega + a_3 \right) \cdot [P(\omega) + jQ(\omega)] \end{aligned} \quad (2.67)$$

Бұл теңдікті екіге бөлуге болады:

$$-\omega^2 \cdot b_1 + b_3 + P(\omega) \cdot \omega^2 \cdot a_1 + Q(\omega) \cdot \omega \cdot a_2 - P(\omega) \cdot a_3 = Q(\omega) \cdot \omega^3; \quad (2.68)$$

$$\omega \cdot b_2 + Q(\omega) \cdot \omega^2 \cdot a_1 - P(\omega) \cdot \omega \cdot a_2 - Q(\omega) \cdot a_3 = -P(\omega) \cdot \omega^3. \quad (2.69)$$

Бұл теңдіктер жиіліктің барлық мәндеріне әділетті болады.

(2.69) теңдігіне сандық мәндерді 2.4-кестеден қоя отырып, теңдеулер жүйесін аламыз ($\omega_i = 1,0; 2,0; 3,0; 4,0$):

$$\left. \begin{aligned} 1,0 \cdot b_2 + 0,0 \cdot a_1 - 0,1 \cdot 1,0 \cdot a_2 + 0,0 \cdot a_3 &= -0,1 \cdot 1,0 \\ 2,0 \cdot b_2 + 0,17 \cdot 4,0 \cdot a_1 - 0,37 \cdot 2,0 \cdot a_2 - 0,17 \cdot a_3 &= -0,37 \cdot 8,0 \\ 3,0 \cdot b_2 + 0,0 \cdot a_1 - 0,5 \cdot 3,0 \cdot a_2 + 0,0 \cdot a_3 &= -0,5 \cdot 27,0 \\ 4,0 \cdot b_2 - 0,15 \cdot 16,0 \cdot a_1 - 0,47 \cdot 4,0 \cdot a_2 + 0,15 \cdot a_3 &= -0,47 \cdot 64,8 \end{aligned} \right\}. \quad (2.70)$$

Бұдан: $b_2 = 1,0$; $a_1 = 5,89$; $a_2 = 11,0$; $a_3 = 4,85$.

Қалған b_1, b_3 коэффициенттерін есептеу үшін (2.68) теңдігіне 2.4-кестеден $\omega_i=1,0; 2,0$ болғанда анықталған сандар мен есептелген a_1, a_2, a_3 мәндерін қоямыз:

$$\begin{aligned} -b_1 + b_3 &= 0,0 \cdot 1^3 - 0,1 \cdot 1,0 \cdot 5,89 - 0,0 \cdot 1 \cdot 11,0 + 0,1 \cdot 4,85; \\ -4,0 \cdot b_1 + b_3 &= 0,17 \cdot 8,0 - 0,37 \cdot 4,0 \cdot 5,89 - 0,17 \cdot 2,0 \cdot 11,0 + 0,37 \cdot 4,85. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Бұдан: $b_1 = 3,07; b_3 = 2,96$.

Беріліс функцияның алты коэффициентін анықтау үшін төрт жиілік қажет болды. $P(\omega_i)$ және $Q(\omega_i)$ мәндері кестеде дәл берілмегендіктен, есептелген коэффициенттердің ақиқат коэффициенттерден айырмашылығы бар. Оларды дәлелдеу үшін, басқа жиіліктер үшін ($\omega_i=0,2; 0,5; 5,0; 6,0$) есептеуді қайталаймыз:

$$\left. \begin{aligned} 0,2 \cdot b_2 - 0,136 \cdot 0,04 \cdot a_1 - 0,45 \cdot 0,2 \cdot a_2 + 0,136 \cdot a_3 &= 0,45 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \\ 0,5 \cdot b_2 - 0,2 \cdot 0,25 \cdot a_1 - 0,261 \cdot 0,5 \cdot a_2 + 0,2 \cdot a_3 &= -0,261 \cdot 125 \cdot 10^{-3} \\ 5,0 \cdot b_2 - 0,224 \cdot 25 \cdot a_1 - 0,39 \cdot 5,0 \cdot a_2 + 0,224 \cdot a_3 &= -0,39 \cdot 1250 \\ 6,0 \cdot b_2 - 0,256 \cdot 36 \cdot a_1 - 0,317 \cdot 6,0 \cdot a_2 + 0,256 \cdot a_3 &= -0,317 \cdot 2160 \end{aligned} \right\} \quad (2.72)$$

Бұдан: $b_2 = 0,985; a_1 = 5,93; a_2 = 11,2; a_3 = 6,18$.

b_1, b_3 анықтау үшін, $\omega_i=0,5; 5,0$ -ке тең болғанда, аламыз:

$$\left. \begin{aligned} -0,25 \cdot b_1 + b_3 &= \\ = -0,20 \cdot 0,125 - 0,261 \cdot 0,25 \cdot 5,93 + 0,20 \cdot 0,5 \cdot 11,2 + 0,261 \cdot 0,18 \\ -25,0 \cdot b_1 + b_3 &= \\ = -0,224 \cdot 1250 - 0,39 \cdot 25,0 \cdot 5,93 + 0,224 \cdot 5,0 \cdot 11,2 + 0,39 \cdot 6,18 \end{aligned} \right\} \quad (2.73)$$

Олардан: $b_1 = 2,96; b_3 = 3,06$.

Екі есептеудің нәтижесінен коэффициенттердің орташа мәні:

$$a_1 = \frac{5,89 + 5,93}{2} = 5,91; \quad a_2 = \frac{11,0 + 11,2}{2} = 11,1;$$

$$a_3 = \frac{4,85 + 6,18}{2} = 5,515;$$

$$b_1 = \frac{3,07 + 2,96}{2} = 3,015; \quad b_2 = \frac{1,0 + 0,985}{2} = 0,9925;$$

$$b_3 = \frac{2,96 + 3,06}{2} = 3,01.$$

Бірінші және екінші есептеулерден орташа нәтиже мына түрде алынады:

$$W(p) = \frac{3,015p^2 + 0,9925p + 3,01}{p^3 + 5,91p^2 + 11,1p + 5,515}. \quad (2.74)$$

Жиіліктік сипаттамаларды тәжірибеде анықтау кезінде пайда болатын кездейсоқ кателіктердің әсерін азайтуға болады. Ол үшін бірқатар жиіліктерге арналған есептеулерді бірнеше рет қайталап, олардың орташа мәнін алу керек.

Есептеулердің басында, нысанның реті, алдын ала белгісіз ақиқат ретінен жоғары болған кезде, қайта есептеулерден алынған мәндер бір-бірінен өзгеше болатын еді.

Мысалы, нысанның реті екінші деп алайық (2.4-кестедегі берілгендер үшін):

$$W(j\omega) = \frac{jb_1 \cdot \omega + b_2}{-\omega^2 + ja_1 \cdot \omega + a_2} = P(\omega) + jQ(\omega). \quad (2.75)$$

Бұл үшін ізделетін теңдеу былай жазылады:

$$b_2 + Q(\omega) \cdot \omega \cdot a_1 - P(\omega) \cdot a_2 = -P(\omega) \cdot \omega^2; \quad (2.76)$$

$$\omega \cdot b_1 - P(\omega) \cdot \omega \cdot a_1 - Q(\omega) \cdot a_2 = -Q(\omega) \cdot \omega^2. \quad (2.77)$$

(2.77)-ге, үш жиілік үшін: $\omega_i = 0,2; 0,5; 1$, кестедегі мәндерді қоя отырып, мынаны аламыз:

$$\left. \begin{aligned} 0,2 \cdot b_1 - 0,45 \cdot 0,2 \cdot a_1 + 0,136 \cdot a_2 &= 0,136 \cdot 0,04 \\ 0,5 \cdot b_1 - 0,261 \cdot 0,5 \cdot a_1 + 0,2 \cdot a_2 &= 0,20 \cdot 0,25 \\ 1,0 \cdot b_1 - 0,1 \cdot 1,0 \cdot a_1 + 0,0 \cdot a_2 &= 0,0. \end{aligned} \right\}. \quad (2.78)$$

Бұдан: $b_1=0,1875$; $a_1=1,875$; $a_2=1,004$.

$\omega_i=1,0$ жиілігін ауыстырып, есептелген a_1 , a_2 -нің мәндерін қойып, мынаны аламыз:

$$b_2 - 0,1 \cdot 1,004 = -0,1 \cdot 1,0 \text{ немесе } b_2 = 0,0004. \quad (2.79)$$

$\omega_i=2,0$; $3,0$; $4,0$ жиіліктері үшін қайта есептеулерден алатынымыз:

$$b_1=2,59; a_1=5,18; a_2=9,62; b_2=0,10.$$

Мұндай коэффициенттердің сандық мәндері арасындағы айтарлықтай айырмашылық – нысанның реті төмен болып алынғанын көрсетеді және оны тәжірибенің қателігі деп есептеуге болмайды. Сондықтан, жоғарыда алынғандай нысанның ретін жоғарырақ қылып алу керек. Бұл мысалда, 2.4-кестедегі тәжірибелік $P(\omega_i)$ және $Q(\omega_i)$ мәндері қателікпен алынған. Олар

$$W(p) = \frac{3p^2 + p + 3}{p^3 + 6p^2 + 11p + 6},$$

беріліс функцияның дәл мәндерінен $\approx 1\%$ айырмашылықпен әдейі алынған.

Жалпы жағдайда, нысанның n ретін табу үшін, (2.70) теңдеулер жүйесінің коэффициенттерінен құралған $n=i=1,2, \dots$ болғанда Δ_i анықтауыштарды құруға болады. $i < n_{\text{нақты}}$ болғанда $\Delta_i \neq 0$, ал $i > n_{\text{нақты}}$ болғанда $\Delta_i = 0$ болады.

Ең кіші квадраттар әдісін қолданған кезде (2.70) жүйесіндегі теңдеулер санын қосымша жиіліктерді қолданып,

көбейту керек. Осыдан алынатын жүйе – нормаль түріне түрленіп, одан коэффициенттердің мүмкін мәндері табылады. Сол секілді (2.71) жүйесімен де істеу қажет.

2.3.2. Екпін қисығы бойынша кеңейтілген жиіліктік сипаттамаларын алу

Екпін қисығы бойынша кеңейтілген жиіліктік сипаттамаларын алу үшін, тәжірибелік сатылы ауыспалы сипаттаманы қолданамыз (2.7, а-сурет). Одан нысанның амплитудалы-фазалық жиіліктік сипаттамасын (АФЖС) есептейміз де, басылу декременті $2 \cdot \pi \cdot m = 2 \cdot \pi \cdot 0,22$ болғанда, кеңейтілген АФЖС есептейміз. Дағдылы жиіліктік сипаттамалар – нысан кірісіне, амплитудасы тұрақты гармоникалық тербелістер берілгенде алынады. Ал кеңейтілген жиіліктік сипаттамаларды алу үшін, амплитуда экспонент заңы бойынша өшеді:

$$X_{kip} = A_{kip} \cdot e^{-m \cdot \omega t} \cdot \sin \omega t \rightarrow A_{kip} \cdot e^{-m \cdot \omega t} \cdot e^{j \cdot \omega t} . \quad (2.80)$$

Бұдан пайда болатын шығыс шаманың тербелісі сол жиілікке ие болып, басылу декременті $2 \cdot \pi \cdot m$ тең болады, бірақ олардың амплитудасы мен фазасы басқа болады:

$$X_{шы} = A_{шы} \cdot e^{-m \cdot \omega t} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} ; \quad (2.81)$$

$$W(m, j\omega) = \frac{X_{шы}}{X_{kip}} = \frac{A_{шы}}{A_{kip}} \cdot e^{j\varphi} . \quad (2.82)$$

(2.82) қатынасын кеңейтілген АФЖС деп атайды. $m = 0$ тең болғанда, кеңейтілген АФЖС дағдылы жиіліктік сипаттамаға айналады. Бұл кезде біз нысанның екпін қисығы – оның жиіліктік сипаттамаларына ауысуды көреміз. Осындай әдістердің біразы белгілі [16].

Бір жуық әдістің мәні төменде келтірілген. Екпін қисығын бірдей қашық ординаталар арқылы бөледі, содан кейін өзі тегістелетін нысандар үшін келесі формула арқылы есептеулер жүргізіледі:

$$W(m, j\omega) = B \cdot e^{j\alpha} \cdot \left[\sum_{k=0}^n e^{mk\omega\Delta t} \cdot \Delta_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot \Delta t) - j \sum_{k=0}^n e^{mk\omega\Delta t} \cdot \Delta_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot \Delta t) \right], \quad (2.83)$$

мұндағы $\kappa = 0, 1, 2, \dots$ – ордината нөмірі; Δt – ордината арасындағы интервал; $\Delta_k = X_{\text{шбл}_{\kappa+1}} - X_{\text{шбл}_{\kappa}}$ – κ интервалындағы ординатаның өсімшесі. B және α параметрлерін 2.5-кестеден анықтайды.

Таза кешігуі τ бар болса:

$$W(m, j\omega) = W(m, j\omega) \cdot e^{m \cdot \omega \cdot \tau} \cdot e^{-j\omega \cdot \tau}, \quad (2.84)$$

мұндағы $W(m, j\omega)$ (2.83)-тен алынады.

2.7, а-суретте ордината арасындағы интервал $\Delta t = 30$ сек тең.

График бойынша таза кешігуі уақытын табамыз:

$$\tau_{\text{кеш}} = 30 \text{ сек.}$$

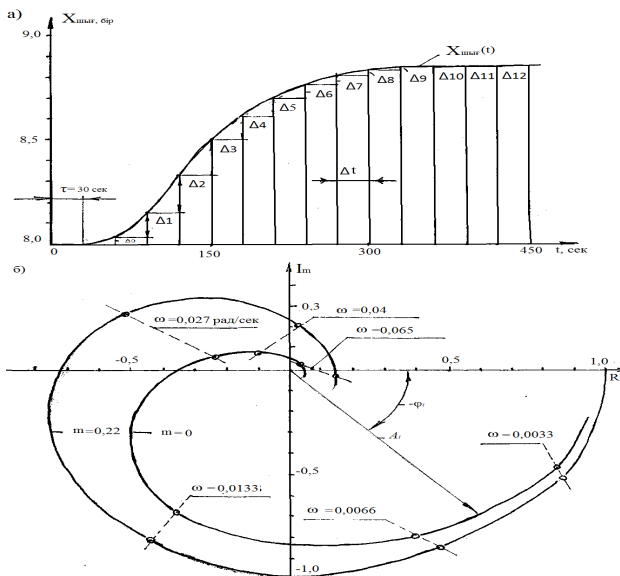
Ордината өсімшесін өлшейміз: $\Delta_0 = 0,03$; $\Delta_1 = 0,12$; $\Delta_2 = 0,18$; $\Delta_3 = 0,17$; $\Delta_4 = 0,15$; $\Delta_5 = 0,11$; $\Delta_6 = 0,08$; $\Delta_7 = 0,07$; $\Delta_8 = 0,04$; $\Delta_9 = 0,03$; $\Delta_{10} = 0,01$.

Енді (2.84) формула бойынша есептеу керек. Дағдылы АФЖС есептеу үшін (2.84) формулада $m=0$ деп алу керек. Жиіліктік $\omega_i = \omega_1, \omega_2, \dots$ деп алып $W(j\omega_1), W(j\omega_2), \dots$ есептеу керек. Кеңейтілген АФЖС есептеу үшін (2.84) теңдеуде m мен n -ді өзгерту керек.

Есептің шарты бойынша $m=0,22$ -ге тең болғанда, бір сипаттаманы тұрғызу керек екенін ескеріп, $\omega_i = \omega_1, \omega_2, \dots$ өзгертіп, $W(0,22; j\omega_1); W(0,22; j\omega_2), \dots$ табамыз. Мысалы, $\omega_1 = 0,027 \text{ рад/сек}$ тең делік. 2.5-кестеден B мен α анықтаймыз.

Есеп нәтижелері

$\frac{\omega \cdot \Delta t}{\pi}$	m	B	α	$\frac{\omega \cdot \Delta t}{\pi}$	m	B	α
0,031	0,0 0,22 0,37	1,0 0,97 0,95	$2^{\circ} 48'$ $-1^{\circ} 50'$ $-2^{\circ} 10'$	0,500	0,00 0,22 0,37	1,115 1,312 1,46	$-45^{\circ} 00'$ $-42^{\circ} 20'$ $-40^{\circ} 30'$
0,125	0,0 0,22 0,37	1,01 1,06 1,09	$-11^{\circ} 15'$ $-12^{\circ} 36'$ $-12^{\circ} 36'$	0,750	0,00 0,22 0,37	1,275 1,538 1,79	$-67^{\circ} 30'$ $-63^{\circ} 00'$ $-58^{\circ} 20'$
0,25	0,00 0,22 0,37	0,02 1,13 1,18	$-22^{\circ} 30'$ $-22^{\circ} 00'$ $-20^{\circ} 54'$	0,875	0,00 0,22 0,37	1,384 1,86 2,185	$-78^{\circ} 45'$ $-70^{\circ} 00'$ $-64^{\circ} 00'$
0,375	0,00 0,22 0,37	1,07 1,204 1,29	$-33^{\circ} 45'$ $-32^{\circ} 20'$ $-31^{\circ} 20'$	1,00	0,00 0,22 0,37	1,57 2,145 2,545	$-90^{\circ} 00'$ $-77^{\circ} 40'$ $-69^{\circ} 00'$



2.7-сурет. Екпін қисығы бойынша кеңейтілген АФЖС тұрғызу

$$\frac{\omega_1 \cdot \Delta t}{\pi} = \frac{0,027 \cdot 30}{3,14} = 0,25 \text{ -ке тең; } 2.5\text{-кестенің үшінші жолынан}$$

$m = 0,22$ -ге тең болғанда, $B = 1,13$; $\alpha = -22^\circ$ табамыз. Содан соң, квадратты жақша ішінде тұрған $W(m, j\omega)$ үшін $\sum_{k=0}^n$ қосындысын есептеу керек. Бұл есептеулер 2.6-кестеде келтірілген.

2.6-кесте

Есеп нәтижелері

κ	$\Delta \kappa$	$a = e^{0,23k \cdot 0,02730}$	$b = \cos k \cdot 0,027 \cdot 30$	$c = \sin k \cdot 0,027 \cdot 30$	$a \cdot \Delta_k \cdot b$	$a \cdot \Delta_k \cdot c$
0	0,03	1,00	1,00	0,00	0,035	0,000
1	0,12	1,19	0,71	0,71	0,102	0,102
2	0,18	1,42	0,00	1,00	0,000	0,251
3	0,17	1,69	-0,71	0,71	-0,206	0,206
4	0,15	2,00	-1,00	0,00	-0,297	0,000
5	0,11	2,39	-0,71	-0,71	-0,191	-0,191
6	0,08	2,84	0,00	-1,00	0,000	-0,230
7	0,07	3,37	0,71	-0,71	0,131	-0,131
8	0,04	4,02	1,00	0,00	0,147	0,000
9	0,03	4,76	0,71	0,71	0,079	0,079
10	0,01	5,70	0,00	1,00	0,000	0,083
					$\sum_{k=0}^{10} = -0,20$	$\sum_{k=0}^{10} = 0,169$

$m = 0,22$; $\omega = 0,027$ нүктесі үшін:

$$\sum_{k=0}^{10} e^{m \cdot k \cdot \omega \cdot \Delta t} \Delta_k \cdot \cos k \cdot \omega \cdot \Delta t = -0,200;$$

$$\sum_{k=0}^{10} e^{m \cdot k \cdot \omega \cdot \Delta t} \Delta_k \cdot \sin k \cdot \omega \cdot \Delta t = 0,169.$$

Аламыз:

$$W(0,22; j0,027) = 1,13 \cdot e^{-j22^\circ} \cdot (-0,200 - j0,169).$$

Енді таза кешігуді ескеру керек.

$$e^{m \cdot \omega_1 \tau} \cdot e^{-j \cdot \omega_1 \cdot \tau} = e^{0,22 \cdot 0,027 \cdot 30} \cdot e^{-j \cdot 0,027 \cdot 30} = 2,00 \cdot e^{-j \cdot 0,81 \text{ рад}} = 2,00 \cdot e^{-j \cdot 46^\circ}$$

есептеп, оны (2.84) теңдеуге қоямыз. $\omega_1=0,027$ рад/сек, $m=0,2$ үшін, таза кешігуді ескере отырып, мынаны аламыз:

$$W_{\text{кеш}} = (0,22; j0,027) = 1,13 \cdot e^{-j22^\circ} \cdot (-0,200 - j0,169) \cdot 2,00 \cdot e^{-j46^\circ} = \\ = 2,26 \cdot e^{-j68^\circ} \cdot (-0,2 - j0,169) = 2,26 \cdot e^{-j68^\circ} \cdot \sqrt{(0,20)^2 + (0,169)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{0,169}{0,200}} = 0,59 \cdot e^{-j207^\circ},$$

мұндағы $A(m, \omega) = \frac{A_{\text{шығ}}}{A_{\text{кір}}} = 0,59$; $\varphi(m, \omega) = -207^\circ$ ($m = 0,22$;

$\omega = 0,027$ болғанда). Басқа жиіліктер үшін жиіліктік сипаттамалардың мәндері ұқсас есептеледі.

Берілген екпін қисығы бойынша, есептеулердің нәтижесі 2.7-кестеде берілген. A -ның өлшемділігі нысанның шығысы мен кірісі өлшемділіктерінің қатынасына тең.

2.7, б-суретінде ізделген АФЖС-ның (дағдылы және кеңейтілген) графиттік суреті берілген.

2.7-кесте

Есеп нәтижелері

ω , рад/сек	0,0033		0,0066		0,0133		0,027		0,04		0,065	
m	0,0	0,22	0,0	0,22	0,0	0,22	0,0	0,22	0,0	0,22	0,0	0,22
$A(m, \omega)$	0,96	1,0	0,88	0,97	0,77	0,94	0,24	0,59	0,12	0,2	0,12	0,15
$\varphi(m, \omega)$, град	331	329	296	298	242	236	166	153	144	84	37	351

2.4. Нысанның математикалық моделін статистикалық динамика әдістерімен анықтау

Нормальды стационарлы жұмыс режимі кезінде нысанның кіріс шамасы уақыт аралығында өзгеріссіз қалмайды, керісінше кездейсоқ $X_1(t)$ сипатты өсімшені алады. Шығыс шамада, сол сияқты кездейсоқ $X_2(t)$ сипатты өсімшені алады. Шығыс шаманың өсімшесі кіріс шаманың өсімшесіне байланысты деген ұйғарымды алуға болады. Онда олардың арасында, Винер-Хопф теңдеуімен анықталатын статистикалық байланыс бар [17,18] :

$$R_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot R_1(\tau - t) \cdot dt, \quad (2.85)$$

мұндағы $h(t)$ – нысанның импульсті өтпелі функциясы – кірістің импульстік өзгеруіне реакциясы.

$$\left. \begin{aligned} R_1(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_{-T}^T x_1(t) \cdot x_1(t + \tau) \cdot dt; \\ R_{21}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T x_1(t) \cdot x_2(t + \tau) \cdot dt, \end{aligned} \right\} \quad (2.86)$$

шамалары кіріс $X_1(t)$ кездейсоқ үрдістің автокоррекциялық функциясы және шығыс $X_2(t)$ пен кіріс $X_2(t)$ кездейсоқ үрдістер арасындағы өзара корреляциялық функция. R_1 және R_{12} біле отырып, нысанның динамикалық сипаттамасын $h(t)$ есептеуге болады. R_1 мен R_{12} анықтау – нысанды тәжірибелік (экспериментті) бақылау нәтижелері бойынша жүргізіледі. Ол үшін $X_1(t)$ мен $X_2(t)$ үрдістерін тіркеп, оларды содан соң өңдейді.

Автокорреляциялық $R_1(\tau)$ функция (АКФ) мен өзара $R_{12}(\tau)$ корреляциялық (ӨКФ) функцияның есептелуі төменде көрсетілген. R_{21} -де есептеудің айырмашылығы келесіде қорытылады. Есептеу кестесінде (2.8-кесте) бір $X_1(t)$ бағанының орнына екі: $X_1(t)$ пен $X_2(t)$ бағандарын енгізеді. АКФ есептеген кезде $X(t)$ бағаны өзіне тиісті жылжиды, ал ӨКФ есептеген кезде $X_2(t)$ бағаны $X_1(t)$ бағанына тиісті жылжиды. Қалған есептеулер (2.86) формула бойынша жүргізіледі. АКФ мен ӨКФ-ін анықталуы, нысанның динамикалық сипаттамасын (импульсті өтпелі үрдісін спектральды тығыздығын) анықтауға мүмкіндік туғызады.

2.4.1. Автокорреляциялық функцияны есептеу

Зерттеліп отырған құралдың көмегімен температураны өлшеу қателігін бағалау үшін, термостаттағы температураны 2,5 сағ аралығында тіркеді. Егер соңғы шаманың мәні тұрақты

болып ұсталып, алдын ала белгілі болса, онда осы контрольды деңгейден құралдың көрсетуінің ауытқуы $n(t)$, ^0C , кестеде $\Delta=3$ мин уақыт интервалымен жазылған (2.8-кестеде үшінші баған). $n(t)$ қателікті стационарлы кездейсоқ үрдіс деп есептеп, үш аргументтің мәні үшін: $\tau=0$; $\tau=3$; $\tau=30$ мин, АКФ $R_n(\tau)$ мәнін есептеу қажет. Бұл мысалда, орта $\bar{n}(t)$ мәннен кездейсоқ ауытқулар $n(t)$, Гаусстың нормальды ықтималдықтар үлестіріміне қанағатты етіп алынғанын айта кету керек.

Үрдістің АКФ келесі интегралмен анықталады:

$$R_n(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} n(t) \cdot n(t + \tau) \cdot dt. \quad (2.87)$$

Тәжірибелік жағдайда, интегралдау аралығын шексіздік емес қылып алады:

$$R_n(t) \approx \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T n(t) \cdot n(t + \tau) \cdot dt \quad (2.88)$$

және интегралды есептеу жуық шамада жүргізіледі: T шамасын таңдау және тәжірибелік берілістерді өндеу мен дайындаудың басқа да моменттері әдебиетте толық қарастырылған [19].

Интегралдау N аралығы кіші Δ интервалдарға бөлінеді. Қарастырылып отырған мысал үшін $\Delta=3$ мин, ал $N=50$ -ге тең. t мен τ -ға, Δ еселі дискретті мәндерді береді:

$$\begin{aligned} \tau &= \kappa \cdot \Delta; \quad \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots; \\ t &= \kappa_1 \cdot \Delta; \quad \kappa_1 = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

Онда интегралды қосындымен ауыстыруға болады:

$$R_n(\tau) = R_n(\kappa \cdot \Delta) \approx \frac{1}{2N+1} \sum_{\kappa_1=-N}^N n(\kappa_1 \cdot \Delta) \cdot n[(\kappa_1 + \kappa) \cdot \Delta]. \quad (2.89)$$

T -ның тек оң аралығын қарастыра отырып, $\kappa_1 > N$ болғанда $\kappa \cdot n \cdot [(k_1 + k) \cdot \Delta] = 0$ екенін ескеріп, мынаны аламыз:

$$R(k \cdot \Delta) \approx \frac{1}{N-k} \cdot \sum_{k_1=1}^{N-k} n(k_1 \cdot \Delta) \cdot n[(k_1 + k) \cdot \Delta].$$

2.8-кестеде бұл формула бойынша орталықтандырылмаған корреляциялық $R_H(0)$, $R_H(3)$ және $R_H(30)$ функцияларының мәндері есептелген.

$\tau = 0$ тең болғанда $\kappa=0$ және:

$$R_H(0) = \frac{1}{50} \cdot \sum_{k_1=1}^{50} n(k_1 \cdot \Delta) \cdot n(k_1 \cdot \Delta) = \frac{1}{50} \sum_{k_1=1}^{50} n^2(k_1 \cdot \Delta).$$

Бұл дегеніміз – үшінші бағандағы сандардың квадратын есептеп, оларды қосындылауды, ал осы $\sum=1256554$ қосындыны 50-ге бөлу керектігін білдіреді. Мұның бәрі төртінші бағанда жасалған, ал $R_H(0)=2513$, (^0C)Қ тең. Бесінші бағанға $n \cdot (t+3)$ -тің мәндері енгізілген; ол үшін үшінші баған бір Δ қадам жоғары жылжытылған. Алтыншы бағанда $k_1 = 1, 2, 3, \dots, N-1$ болғанда, $n(t) \cdot n(t+3) = n(k_1 \cdot \Delta) \cdot n(k_1 \cdot \Delta + 3)$ көбейтінділер есептелген және олардың қосындысы табылған $\sum=123005$. Осы қосындыны $N-1=49$ -ға бөлгенде, ізделген $R_H(3)=2510$, (^0C)Қ санын аламыз. Жетінші бағанда $n(t+30) = n(t+10 \cdot \Delta)$ мәндері жазылған; ол үшін үшінші баған он Δ қадам жоғары жылжытылған. Содан соң, $k_1 = 1, 2, 3, \dots, N-1$ болғанда, $n(t) \cdot n(t+3) = n(k_1 \cdot \Delta) \cdot n(k_1 \cdot \Delta + 30)$ көбейтінділер есептелген және олардың қосындысы $\sum=100151$ -ге тең. Осы қосындыны $N-10=40$ -қа бөлгенде, $R_H(30)=2504$, (^0C)Қ санын аламыз.

Сонымен, $R_H(0)=2513$; $R_H(3)=2510$; $R_H(30)=2504$, (^0C)Қ алынды. Олар үшін, есептеулердің бастапқы материалы болып, үшінші бағандағы $n(t)$ сигналы алынды.

2.4.2. Кездейсоқ сигналдың математикалық үмітін, орталықтандырылған АКФ, орташа квадратты ауытқуын және эквивалентті спектральды тығыздығын есептеу

Жоғарыда табылған АКФ $\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_H(\tau) = 2500, (^0C)$ Қ үшін, кездейсоқ $n(t)$ үрдістің математикалық $\bar{n}$ үмітін $\tau=0$ және $\tau=3$ мин болғанда, $n(t) - \bar{n}$ үрдісінің орталықтандырылған АКФ-сын $R_H(\tau)$ және орталықтандырылған $n_H(t) = n(t) - \bar{n}$ шаманың орташа квадраттық ауытқуын σ_H анықтаймыз.

Ол үшін келесі өрнекті қарастырамыз:

$$\begin{aligned} R_H(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T [\bar{n} + n_H(t)] \cdot [\bar{n} + n_H(t + \tau)] \cdot dt = \\ &= \bar{n}^2 + \bar{n} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T [n_H(t) + n_H(t + \tau)] \cdot dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T n_H(t) \cdot n_H(t + \tau) \cdot dt. \end{aligned}$$

Екінші қосылғыш нөлге тең, ал үшіншісі – орталықтандырылған АФК, сондықтан келесі теңдікті аламыз:

$$R_H(\tau) = \bar{n}^2 + R_H(\tau). \quad (2.90)$$

$\tau \rightarrow \infty$ кезінде, орталықтандырылған кездейсоқ үрдістердің АКФ-сы нөлге ұмтылады, сондай-ақ $\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_H(\tau) = \bar{n}^2 + 0$.

Есептің шарты бойынша $\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_H(\tau) = 2500, (^0C)$ болғандықтан, $\bar{n} = \sqrt{\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_H(\tau)} = \sqrt{2500} = +50^0C$ болады.

«+» белгісінің алынуы, 2.8-кестеде $n(t)$ -ың оң ауытқулары көптігіне байланысты. Содан соң белгілі $\bar{n}^2 = 2500$ шамасынан және белгілі $R_H(0) = 2513$ мен $R_H(3) = 2510$ -тен табамыз:

$$R_H(0) = R_H(0) - \bar{n}^2 = 2513 - 2500 = 13 (^0C) \text{ Қ};$$

$$R_{\text{ц}}(3) = R_{\text{н}}(3) - \bar{n}^2 = 2510 - 2500 = 10 \text{ } (^{\circ}\text{C})\text{К}.$$

$R_{\text{ц}}(0) = 13$ шамасы орталықтандырылған кездейсоқ $n_{\delta}(t)$ шаманың дисперсиясы. Оның орташа квадраттық ауытқуы:

$$\sigma_n = \sqrt{R_{\delta}(0)} = \sqrt{13} = 3,6^{\circ}\text{C} \text{ -ға тең.}$$

Сонымен, кездейсоқ $n(t)$ шамасында тұрақты $\bar{n} = +50^{\circ}\text{C}$ пен кездейсоқ $\sigma_H = 3,6^{\circ}\text{C}$ бөліктері бар деп есептеуге болады.

$R_{\text{ц}}(\tau)$ үшін аналитикалық өрнек $\sigma_n^2 \cdot e^{-\beta^2 \cdot \tau^2}$ түріне жатады деп есептеп, $R_{\text{ц}}(\tau)$ мен эквивалентті спектрлік тығыздық $S_{\text{н}}(\omega)$ үшін сандық түрдегі өрнекті аламыз.

σ_n^2 пен β^2 константаларын (тұрақтыларын) анықтау үшін келесі теңдіктерді қолданамыз:

$$R_{\text{ц}}(0) = \sigma_n^2 \cdot e^{-\beta^2 \cdot 0} = 13; \quad R_{\text{ц}}(0) = \sigma_n^2 \cdot e^{-\beta^2 \cdot 3^2} = 10.$$

$$\text{Бұлардан: } \sigma_n^2 = 13 \text{ және } \beta^2 = -\frac{1}{3^2} \ln \frac{10}{13} = 0,029\text{-ға тең}$$

немесе $\sigma_n = 3,6^{\circ}\text{C}$ және $\beta = 0,17$ рад/мин болады. Сонымен $R_{\text{ц}}(\tau)$ үшін ізделген аналитикалық өрнек келесі түрге ие:

$$R_{\text{ц}}(\tau) = 13 \cdot e^{-0,029 \cdot \tau^2}; \quad [R_{\text{ц}}(\tau)] = (^{\circ}\text{C})^2; \quad [\tau] = \text{мин.}$$

Енді спектрлік тығыздықты анықтауға көшейік.

Бір ретгі өлшеулер үшін кездейсоқ n шама математикалық үмітпен $\bar{n}$, m_n және ықтималдықтар үлестірімімен $f(n)$ бағаланады. Көп ретгі және үздіксіз өлшенулер кезінде кездейсоқ стационарлы $n(t)$ үрдіс корреляция функциясымен:

$$R_n(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T n(t) \cdot n(t + \tau) \cdot dt$$

немесе эквиваленттік спектрлік тығыздықпен $S_n(\omega)$ сипатталады:

$$S_{II}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{II} \cdot \cos \omega \tau \cdot d\tau. \quad (2.91)$$

Қарастырылып отырған мысал үшін:

$$S_{II}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_n^2 \cdot e^{-\beta^2 \cdot \tau^2} \cdot \cos \omega \tau \cdot d\tau = \frac{\sigma_n^2 \cdot \sqrt{\pi}}{\beta} \cdot e^{-\frac{\omega^2}{4\beta^2}} = \frac{13\sqrt{\pi}}{0,17} \cdot e^{-\frac{\omega^2}{4 \cdot 0,029}} = 136 e^{-8,64\omega^2}$$

$$[S_{II}(\omega)] = (^\circ C) K \cdot \text{мин}; \quad [\omega] = \text{рад/мин}.$$

Спектрлік тығыздықтың физикалық мәні, Рэлей теоремасымен түсіндіріліп, электрлік сигналдарды $n(t)$ – (кернеу немесе ток) қарастырғанда оңай анықталады.

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_{\delta}(\omega) \cdot d\omega = 2 \cdot \int_0^{\infty} S_{\delta}(\omega) \cdot d\omega,$$

шамасы – 1 Ом-ға тең кедергіде шығатын толық электрлік қуат.

$$2 \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{II}(\omega) \cdot d\omega,$$

шамасы – $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ жиілік жолағындағы – $n(t)$ сигналының қуаты. Басқа сөзбен айтқанда, спектрлік тығыздық, $n(t)$ сигналының гармоникалық құрамдарының жиіліктері бойынша қуаттың үлестірім тығыздығын сипаттайды.

Бұл жағдай тек электрлік сигналдарға ғана емес, кез келген сигналдарға тарайды, бірақ физикалық қуат эквиваленті әрқашан орынды болмайды. Егер $S(\omega)$ графигі көлденең (гозизонтальды) түзуден координат басындағы импульсқа дейін түрін өзгертсе, онда сәйкес келетін $R(\tau)$ графигі керісінше, импульстан көлденең (горизанталь) түзуге дейін өзгереді.

2.4.3. Импульсті өтпелі функцияны есептеу

Зерттеліп отырған нысанда, біршама уақыт аралығында, нысанның стационарлы жұмыс режимі кезінде кіріс $X_1(t)$ пен шығыс $X_2(t)$ шамаларының орта мәнінен ауытқуын тіркеген.

Содан соң, АКФ $R_1(\tau)$ мен ӨКФ $R_{21}(\tau)$ есептеген (2.4.1).

Олардың мәндері 2.9-кестеде келтірілген.

2.9-кесте

АКФ мен ӨКФ мәндері

τ , мин	0	1	2	3	4	5	6	∞
$R_1(\tau)$	1,0	0,37	0,16	0,05	0,02	0,01	0,005	0,00
$R_{21}(\tau)$	0,20	0,47	0,39	0,26	0,14	0,06	0,03	0,00

Нысанның импульсті өтпелі $h(t)$ функциясын (ИӨП) есептейміз. Осы есепті шешу үшін, Винер-Хопфтың интегралды (2.85) теңдеуін қолданамыз:

$$R_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot R_1(\tau - t) \cdot dt.$$

Интегралдаудың соңғы шектерімен теңеліп, ол $t < 0$ болғанда, $h(t) = 0$ тең екенін ескеріп, теңдеуді жуық шамада мына түрде жазуға болады:

$$R_{21}(\tau) \approx \int_0^T h(t) \cdot R_1(\tau - t) \cdot dt. \quad (2.92)$$

Осы теңдеу бойынша $h(t)$ -ны есептеуді, сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін шешуге келтіруге болады. Ол үшін интегралды алдын ала қосындымен ауыстыру керек:

$$R_{21}(\tau) \approx \sum_{n=0}^N h(n \cdot \Delta) \cdot R_1(\tau - n \cdot \Delta) \cdot \Delta, \quad (2.93)$$

мұндағы Δ – 0-ден T -ға дейінгі интегралдау аралығы бөлінген кіші интервалдар; $n\Delta$ – дискретті уақыт; N – кіші интервалдардың толық саны.

Соңғы теңдік τ -дың кез келген мәні үшін қанатты болуы тиіс, соның ішінде $\tau = \Delta, \dots, N\Delta$ болғанда. Теңдікке τ -дың N мәнін қойып, N теңдіктен тұратын жүйені аламыз. Ол теңдіктер, уақыттың дискретті моменттері $t = \Delta, 2\Delta, 3\Delta, \dots, N\Delta$ ($n = 1, 2, 3, \dots, N$) кездегі ИӨФ-ның белгісіз мәндері бойынша сызықты алгебралық теңдеулер.

$\tau = 0$ болғанда:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta} R_{21}(0) &= R_1(0) \cdot h(0) + R_1(-\Delta) \cdot h(\Delta) + \\ &+ R_1(-2\Delta) \cdot h(2\Delta) + \dots + R_1(-N\Delta) \cdot h(N\Delta); \end{aligned} \quad (2.94)$$

$\tau = \Delta$ болған кезде аламыз:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta} R_{21}(\Delta) &= R_1(\Delta) \cdot h(\Delta) + R_1(0) \cdot h(\Delta) + \\ &+ R_1(-\Delta) \cdot h(2\Delta) + \dots + R_1((-N+1)\Delta) \cdot h(N\Delta). \end{aligned} \quad (2.95)$$

Сол сияқты τ -ды белгілеп, t -ны өзгертіп, сызықты теңдеулер жүйесінің қалған жолдарын алады.

$R_1(\tau) = R_1(-\tau)$ ескере отырып, тек $\tau > 0$ қарастырамыз.

Нақты нысандарда әрқашан $h(0)=0$ тең және теңдіктердің оң бөліктеріндегі бірінші мүшелерін алып тастауға болады. Жүйе анықтаушының диагональдық симметриясын сақтау үшін $R_{21}(\tau)$, кейбір жағдайларда, бір қадамға жылжытады. Сонымен, $R_{21}(0)$ -дың орнына $R_{21}(\Delta)$ -ны, $R_{21}(\Delta)$ -ның орнына $R_{21}(2\Delta)$, т.с.с. немесе теңдеулерді бірінші жолдан емес, екінші жолдан бастап құрастырады. Δ қадам кішкентай болған кезде, қателік аз болады. Төменде берілген сандық мысалда бұл ығысулар, теңдеулерді құрастыру үрдісін түсіндіру оңай болу үшін жасалмаған.

2.9-кестедегі берілгендерді қолданып, теңдеулер жүйесін құрастырамыз. Интервал $\Delta=1$ мин тең деп алынған. $\tau > 5$ мин болғанда корреляциялық функциялар тез азаятындықтан, 0-ден 5 мин дейін интервалмен шектелеміз. $\tau=0$ болғанда, (2.94) теңдеу бойынша жүйенің бірінші жолын құрастырамыз:

$$\frac{1}{1} \cdot 0,20 = 1 \cdot h(0) + 0,37 \cdot h(\Delta) + 0,16 \cdot h(2\Delta) + \\ + 0,05 \cdot h(3\Delta) + 0,02 \cdot h(4\Delta) + 0,01 \cdot h(5\Delta),$$

мұнда:

$$\begin{aligned} R_{21}(0)=0,20; \quad R_1(0)=1; \quad R_1(-\Delta)=R_1(1)=0,37; \\ R_1(-2\Delta)=R_2(2)=0,16; \quad R_1(-3\Delta)=R_1(3)=0,05; \\ R_1(-4\Delta)=R_1(4)=0,02; \quad R_1(-5\Delta)=R_1(5)=0,01. \end{aligned}$$

$\tau=\Delta=1$ мин болғанда, (2.95) теңдеу бойынша, жүйенің екінші жолын құрастырамыз:

$$\frac{1}{1} \cdot 0,47 = 0,37 \cdot h(0) + 1 \cdot h(\Delta) + 0,37 \cdot h(2\Delta) + \\ + 0,16 \cdot h(3\Delta) + 0,05 \cdot h(4\Delta) + 0,02 \cdot h(5\Delta)$$

мұнда:

$$\begin{aligned} R_{21}(\Delta)=0,47; \quad R_1(\Delta)=h(1)=0,37; \quad R(0)=1,0; \\ R_1(-\Delta)=R_1(1)=0,37; \quad R_1(-2\Delta)=R_1(2)=0,16; \\ R_1(-3\Delta)=R_1(3)=0,05; \quad R_1(-4\Delta)=R_1(4)=0,02. \end{aligned}$$

Сол сияқты, $\tau=2\Delta=2$ мин; $\tau=3\Delta=3$ мин; $\tau=4\Delta=4$ мин болғанда жүйенің жолдарын құрастырамыз:

$$\begin{aligned} 0,39 &= 0,16h(0) + 0,37h(\Delta) + 1,0 \cdot h(2\Delta) + 0,37h(3\Delta) + 0,16h(4\Delta) + 0,05h(5\Delta); \\ 6 &= 0,05h(0) + 0,16h(\Delta) + 0,37h(2\Delta) + 1,0h(3\Delta) + 0,37h(4\Delta) + 0,16h(5\Delta); \\ 0,14 &= 0,02h(0) + 0,05h(\Delta) + 0,016h(2\Delta) + 0,37h(3\Delta) + 1,0h(4\Delta) + 0,37h(5\Delta). \end{aligned}$$

$h(0)=0$ болғандықтан, алынған жолдар мына түрде жазылады:

$$\begin{aligned}
 &0,37 \cdot h_1 + 0,16 \cdot h_2 + 0,05 \cdot h_3 + 0,02 \cdot h_4 + 0,01 \cdot h_5 = 0,20; \\
 &1,00 \cdot h_1 + 0,37 \cdot h_2 + 0,16 \cdot h_3 + 0,05 \cdot h_4 + 0,02 \cdot h_5 = 0,47; \\
 &0,37 \cdot h_1 + 1,00 \cdot h_2 + 0,37 \cdot h_3 + 0,16 \cdot h_4 + 0,05 \cdot h_5 = 0,39; \\
 &0,16 \cdot h_1 + 0,37 \cdot h_2 + 1,00 \cdot h_3 + 0,37 \cdot h_4 + 0,16 \cdot h_5 = 0,26; \\
 &0,05 \cdot h_1 + 0,16 \cdot h_2 + 0,37 \cdot h_3 + 1,00 \cdot h_4 + 0,37 \cdot h_5 = 0,14,
 \end{aligned} \quad (2.96)$$

мұндағы $h_n = h(n \cdot \Delta)$

Енді есепті шығару, сызықты теңдеулер жүйесінің түбірлерін есептеуде жатыр. Есептің осы бөлігіне есептеудің ең көп операциялары кіреді, өйткені теңдеулердің саны өте көп болуы мүмкін. Есептеулерді, анықтауыштарды қолданып, Крамер ережелері бойынша емес, тәжірибелік әдістердің біреуімен есептеу қажет. Мысалы, белгілі Гаусс әдісімен – белгісіздерді бірінен кейін бірін жою арқылы. Ретімді итерациялық әдістермен дәлдеуге болады [20].

Итерациялық әдістерді қолдану – сонымен қатар, нысанды зерттеген кезде априорлық хабардарлықтар бойынша ауыспалы функцияның түрін өрескел бағалауға (қателік 30-50 %) мүмкіндік береді, ал бұл өз кезегінде, ізделіп отырған түбірлердің бастапқы өрескел мәндерін беруге мүмкіндік туғызады. Содан соң, түбірлерді итерациялық есептеулермен дәлелдейді.

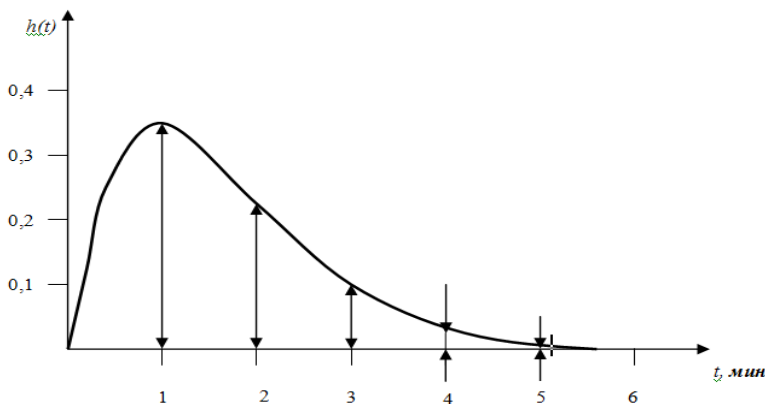
Алынған жүйе үшін түбірлер былай есептеледі:

$$\begin{aligned}
 h_1 &= h(\Delta) = h(1) \approx 0,38; & h_2 &= h(2\Delta) = h(2) \approx 0,20; \\
 h_3 &= h(3\Delta) = h(3) \approx 0,10; & h_4 &= h(4\Delta) = h(4) \approx 0,05; \\
 & & h_5 &= h(5\Delta) = h(5) \approx 0,02.
 \end{aligned} \quad (2.97)$$

Бастапқы жүйеге қойған кезде, алшақтықтар (тексеру) пайда болады:

$$\begin{aligned}
 &0,20 - 0,1787 = 0,0213 - \text{бірінші теңдеу үшін;} \\
 &0,47 - 0,4729 = -0,0029 - \text{екінші теңдеу үшін;} \\
 &0,39 - 0,3865 = 0,0035 - \text{үшінші теңдеу үшін;} \\
 &0,26 - 0,2565 = 0,0035 - \text{төртінші теңдеу үшін;} \\
 &0,14 - 0,1454 = -0,0054 - \text{бесінші теңдеу үшін.}
 \end{aligned}$$

Ізделген ИӨФ графигі 2.8-суретте құрылған.



2.8-сурет. Винер-Хопф теңдеуін есептеу арқылы алынған импульсті өтпелі функция

2.4.4. Кездейсоқ сигналдың спектрлік тығыздығын есептеу

Кездейсоқ үрдістің спектрлік тығыздығын есептеуді қарастырамыз. Тәжірибе берілістері 2.10-кестеде келтірілген. $\Delta t=1$ мин интервал аралықпен $X(t)$ шамасының орта мәнінен ауытқуы тіркелген. 2.10-кестенің бірінші бағанында өлшеу уақыты берілген, ал екінші бағанда – өлшенген $X(t)$ ауытқулардың мәндері, $[x]=\text{бір}$.

Бұл есепті шешудің бір мүмкін болатын әдісі ретінде, 0-ден T -ға дейінгі аралықта $X(t)$ -ны гармоникалық Фурье қатарына жуықтау табылады. Бұл кезде қатардың, a_i , b_i коэффициенттерін есептеу қажет. Егер коэффициенттер есептелген болса, онда ізделген спектрлік тығыздық, дискретті нүктелерде қарапайым теңдеулер арқылы табылады:

$$S(\omega_i) \approx \frac{1}{T} (a_i^2 + b_i^2), \quad (2.98)$$

ω_i жиілігі $x(t)$ үшін Фурье қатарының i -ші гармоникасына сәйкес.

Біз қарастыратын басқа әдіс ретінде, Н. Винер ұсынған, Лаггердің арнайы функциялары арқылы $x(t)$ -ны қатарға жіктеу табылады [21]. Бұл әдістің ыңғайлығы – әдіс, спектрлік тығыздық үшін аналитикалық өрнекті шапшаң алуға мүмкіндік береді. Ал, Фурье қатарына жіктеу тек кейбір нүктелердегі $S(\omega_i)$ мәнін береді және $S(\omega_i)$ -ді аналитикалық өрнек ретінде жуықтау үшін қосымша есептеулер қажет.

Әдістің мәні мынада: сигналды қатар түрінде көрсетеді және ол қатардың бірнеше ғана мүшесін алады:

$$x(t) = C_0 \cdot l_0(t) + C_1 \cdot l_1(t) + C_2 \cdot l_2(t) + \dots, \quad (2.99)$$

мұндағы C_0, C_1, C_2 – есептелетін коэффициенттер; $l_1(t), l_2(t), l_3(t)$ – Лаггер функциялары.

Лаггер функциясы үшін аналитикалық өрнектерден [21]:

$$l_n(t) = e^{-t} \cdot \left[\frac{2^{\frac{n+1}{2}}}{n!} \cdot t^n - \frac{2^{\frac{n-1}{2}} \cdot n}{(n-1)!} \cdot t^{n-1} + \dots + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1)^n \right] \quad (2.100)$$

кестелер есептелген, сондықтан есептегі бұл функциялар бізге белгілі.

$C_0, C_1, C_2, \dots$ коэффициенттерін есептеулер, келесі формулалар бойынша жүргізіледі:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \int_0^T x(t) \cdot l_0(t) \cdot dt \approx \sum_{i=0}^N x(t_i) \cdot l_0(t_i) \cdot \Delta t, \\ C_1 &= \int_0^T x(t) \cdot l_1(t) \cdot dt \approx \sum_{i=0}^N x(t_i) \cdot l_1(t_i) \cdot \Delta t, \\ C_2 &= \int_0^T x(t) \cdot l_2(t) \cdot dt \approx \sum_{i=0}^N x(t_i) \cdot l_2(t_i) \cdot \Delta t, \\ m.c.c. \end{aligned} \right\} \quad (2.101)$$

Бұл формулалар Фурье коэффициенттерді есептеген формулаларға ұқсас, бірақ бұл жерде $\sin$ пен $\cos$ функциялары $l_0, l_1, \dots$ -мен ауыстырылған. Бұл дегеніміз – $\sin$ пен $\cos$ функциялары, l_n – функциялары сияқты, толық ортогональды функциялар жүйесін құрайтындығына байланысты [12].

2.10-кестеде бірінші алты $C_0, C_1, C_2, \dots, C_5$ коэффициенттерінің жуық есептеулері келтірілген. Ол үшін 3,4,5,6 және 8 бағандарда, сәйкес келетін Δt_i уақыт моменттері үшін, Лаггер функцияларының кестелік мәндері жазылған. Мысалы, $l_4(7) = 0,392$ -ге тең. Қалған алты бағандарда $x(t_i) \cdot l_0(t_i); x(t_i) \cdot l_1(t_i)$ және олардың қосындысы есептелген:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &\approx \sum_{i=0}^{24} x(t_i) \cdot l_0(t_i) \cdot 1 = 2,705; \\ C_1 &\approx \sum_{i=0}^{24} x(t_i) \cdot l_1(t_i) \cdot 1 = 1,146; \\ C_2 &\approx \sum_{i=0}^{24} x(t_i) \cdot l_2(t_i) \cdot 1 = 1,855; \\ C_3 &\approx \sum_{i=0}^{24} x(t_i) \cdot l_3(t_i) \cdot 1 = -7,513; \\ C_4 &\approx \sum_{i=0}^{24} x(t_i) \cdot l_4(t_i) \cdot 1 = -5,475; \\ C_5 &\approx \sum_{i=0}^{24} x(t_i) \cdot l_5(t_i) \cdot 1 = -9,489. \end{aligned} \right\} \quad (2.102)$$

Сонымен, талданып отырған сигналдың жуықтауы, Лаггердің еселі функцияларының қосындысы ретінде алынды:

$$\begin{aligned} x(t) &\approx 2,705 \cdot l_0(t) + 1,146 \cdot l_1(t) + 1,855 \cdot l_2(t) - \\ &- 7,513 \cdot l_3(t) - 5,475 \cdot l_4(t) - 9,489 \cdot l_5(t). \end{aligned} \quad (2.103)$$

$x(t)$ сигналы мен оның спектрлік тығыздығы арасындағы байланыс бар екені белгілі [18, 414 - б.]:

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_0^T x(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt \right|^2 \approx \frac{1}{T} \left| \int_0^T x(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt \right|^2. \quad (2.104)$$

Бұл байланыста бастапқы сигналдың Фурье түрлендіруі бар.

Сонымен қатар, Лаггер функциясы үшін Фурье түрлендіруі мына түрде ие болатыны дәлелденген:

$$L_n(j\omega) = \int_0^T l_n(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt = \sqrt{2} \cdot \frac{(1-j\omega)^n}{(1+j\omega)^{n+1}},$$

$$(n = 0, 1, 2, 3, 4, 5). \quad (2.105)$$

Сондықтан, X(t) сигналы Лаггердің еселі функцияларының қосындысы екенін ескере отырып, жазуға болады:

$$S(\omega) \approx \frac{1}{T} \left| 2,705 \cdot L_0(j\omega) + 1,146 \cdot L_1(j\omega) + 1,855 \cdot L_2(j\omega) - \right.$$

$$\left. - 7,513 \cdot L_3(j\omega) - 5,475 \cdot L_4(j\omega) - 9,489 \cdot L_5(j\omega) \right|^2 =$$

$$= \frac{1}{25} \cdot \left| \frac{2,705 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-j\omega)^0}{(1+j\omega)} + \frac{1,146 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-j\omega)}{(1+j\omega)^2} + \frac{1,855 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-j\omega)^2}{(1+j\omega)^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{7,513 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-j\omega)^3}{(1+j\omega)^4} - \frac{5,475 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-j\omega)^4}{(1+j\omega)^5} - \right.$$

$$\left. - \frac{9,489 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-j\omega)^5}{(1+j\omega)^6} \right|^2, \quad (2.106)$$

мұнда T= 25 мин (2.10-кесте).

Егер (2.103) қатардың алты емес, екі мүшесін ғана алсақ, онда ізделген спектрлік тығыздық, өрескел болса да, келесі өрнекпен бағаналады:

$$S(\omega) \approx \frac{1}{25} \left| \frac{3,82}{1+j\omega} + \frac{1,62 \cdot (1-j\omega)}{(1+j\omega)^2} \right|^2. \quad (2.107)$$

Бұл өрнекті, көрнекілік үшін төменде қолданамыз.

(2.107) түрлендіру өте қарапайым және күрделі (2.106) өрнегін түрлендіруді түсінуге мүмкіндік береді.

Одан арғы есептеулер, $S(\omega)$ -ны ыңғайлы түрде жазу үшін қажетті тепе-теңдік түрлендірулерді жүргізуге негізделген. Бұл кезде біз жорамал сандардан толық босатыламыз.

(2.107) өрнектегі ω бойынша кешендік функция модулінің квадратын табу қажет. Бөлшектің бөліміндегі жорамал саннан босатылып, нақты және жорамал бөліктерге бөліп, модульді анықтап, оны квадрат дәрежеге шығарамыз:

$$\begin{aligned}
 S(\omega) &\approx \frac{1}{25} \left| \frac{3,82 \cdot (1 - j\omega)}{1 + \omega^2} + \frac{1,62 \cdot (1 - j\omega)}{(1 + \omega^2)^2} \right|^2 = \\
 &= \frac{0,04}{(1 + \omega^2)^4} \cdot \left| 3,82 \cdot (1 - j\omega) \cdot (1 + \omega^2) + 1,62 \cdot (1 - j\omega)^3 \right|^2 = \\
 &= \frac{0,04}{(1 + \omega^2)^4} \cdot \left| 3,82 \cdot (1 + \omega^2) - 3,82 \cdot j\omega \cdot (1 + \omega^2) + 1,62 \cdot (1 - 3j\omega - 3\omega^2 - j\omega^3) \right|^2 = \\
 &= \frac{0,04}{(1 + \omega^2)^4} \cdot \left| (5,44 - 1,04 \cdot \omega^2) - j(8,68 \cdot \omega + 5,44 \cdot \omega^3) \right|^2 = \\
 &= \frac{0,04}{(1 + \omega^2)^4} \cdot \left[(5,44 - 1,04 \cdot \omega^2)^2 + (8,68 \cdot \omega + 5,44 \omega^3)^2 \right]. \quad (2.108)
 \end{aligned}$$

Мұнда белгілі қатынас қолданылған:

$$|A(\omega) + jB(\omega)|^2 = \left[\sqrt{A^2(\omega) + B^2(\omega)} \right]^2 = A^2(\omega) + B^2(\omega).$$

Табылған спектрлік тығыздық ω бойынша жұп функция, оның графигі – ординат осі бойынша симметриялы. Кездейсоқ сигналдардың спектрлік тығыздықтары, корреляциялық функциялар сияқты ақпарат беріп, нысанның динамикалық қасиеттерін бағалау үшін қолдануы мүмкін. Мысалы:

$$|W(j\omega)| = \frac{S_2(\omega)}{S_1(\omega)}. \quad (2.109)$$

Бұл формула нысанның кешенді беріліс коэффициентінің модулін шығыс $S_2(\omega)$ пен кіріс $S_1(\omega)$ спектрлік тығыздықтар арқылы бағалайды.

Біз қарастырып отырған статистикалық динамика әдістерінде есептеу процедуралары күрделі, өйткені Винер-Хопфтың интегралды теңдеулерін есептеу керек. Ал бұл өз кезегінде импульсті өтпелі функцияны $h(t)$ береді. Содан соң, $h(t)$ -дан нысанның беріліс функциясын анықтайды. Осы процедураларды $h(t)$ -ны есептемей, қарапайым етуге бола ма деген сұрақ туады.

Теңдеуі мына түрге ие нысан үшін:

$$a_0 x_2^{(n)} + a_1 x_2^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} x_2^{(1)} + x_2 = \vartheta_0 x_1 + \vartheta_1 x_1^{(1)} + \dots + \vartheta_m x_1^{(m)};$$

келесі теңдік әділетті:

$$\begin{aligned} a_0 \cdot R_{21}^{(n)}(\tau_i) + a_1 \cdot R_{21}^{(n-1)}(\tau_i) + \dots + a_n \cdot R_{21}(\tau_i) = \\ = \vartheta_0 \cdot R_1(\tau_i) + \vartheta_1 \cdot R_1^{(1)}(\tau_i) + \dots + \vartheta_m \cdot R_1^{(m)}(\tau_i); \end{aligned}$$

немесе:

$$\begin{aligned} a_0 \cdot R_2^{(n)}(\tau_i) + a_1 \cdot R_2^{(n-1)}(\tau_i) + \dots + a_n \cdot R_2(\tau_i) = \\ = \vartheta_0 \cdot R_{12}(\tau_i) + \vartheta_1 \cdot R_{12}^{(1)}(\tau_i) + \dots + \vartheta_m \cdot R_{12}^{(m)}(\tau_i) \end{aligned}$$

(соңғы жолда сигнал кері бағытта жүреді).

Бұл теңдіктер мынадай ереже береді: егер корреляциялық функцияның кірісі болса, өзара корреляциялық функция – сызықты теңдеудің шығысы болады. Оларды нысан теңдеуінің ізделетін коэффициенттерін анықтау үшін қолдануға болады. Ол үшін тәжірибе арқылы $R_2(\tau)$ мен $R_{12}(\tau)$ -ды (немесе R_1 мен R_{21} -ні) табады, содан соң R_1 мен R_{12} мәндерін түрлі τ_i кезінде теңдіктердің біреуіне қояды. Осы операцияны белгісіз коэффициенттер неше болса, сонша рет қайталайды. Бұл, a_i , ϑ_i коэффициенттерін анықтайтын, сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін береді.

Теңдіктерде, белгісіз коэффициенттердің санына тең, τ_i нүктелерін алу керек. Дәлдікті жоғарылату үшін, ең кіші квадраттар әдісін қолданып, τ_i санын көбірек алуға болады. Және, дискретті нүктелерді емес, $\tau_{\min} < \tau < \tau_{\max}$ интервалында корреляциялық функциялардың үздіксіз кесінділерін қолдануға болады. Бұл кезде ең кіші квадраттар әдісіндегі қосындылау операциясын – интегралдау операциясымен ауыстырады.

2.4.5. Спектрлік тығыздықтарды қолданып, нысанның кешендік күшейту коэффициентін (беріліс функциясын) есептеу

Нысанның стационарлы жұмыс режимінде біршама уақыт аралығында, кіріс $x_1(t)$ пен шығыс $x_2(t)$ сигналдарының орта мәннен ауытқулары тіркелген және кіріс сигналының спектрлік тығыздығы $S_1(\omega)$ (ω бойынша жұп нақты функция) мен кіріс пен шығыс сигналдарының арасындағы өзара спектрлік тығыздық $S_{21}(j\omega)$ (ω бойынша кешендік функция) есептелген; $S_{21}(j\omega) = K(\omega) + jM(\omega)$.

$S_1(\omega)$, $K(\omega)$, $M(\omega)$ графиктері 2.9, а, ә-суреттерінде көрсетілген.

Берілген графиктер бойынша нысанның кешендік күшейту коэффициентін $W(j\omega)$ (беріліс функциясын) есептеу қажет. $S_1(\omega)$ -ны есептеуді (2.4.2)-ден қара.

Кешендік күшейту коэффициентін нақты және жорамал жиіліктік сипаттамалар арқылы көрсетеміз [13]:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega).$$

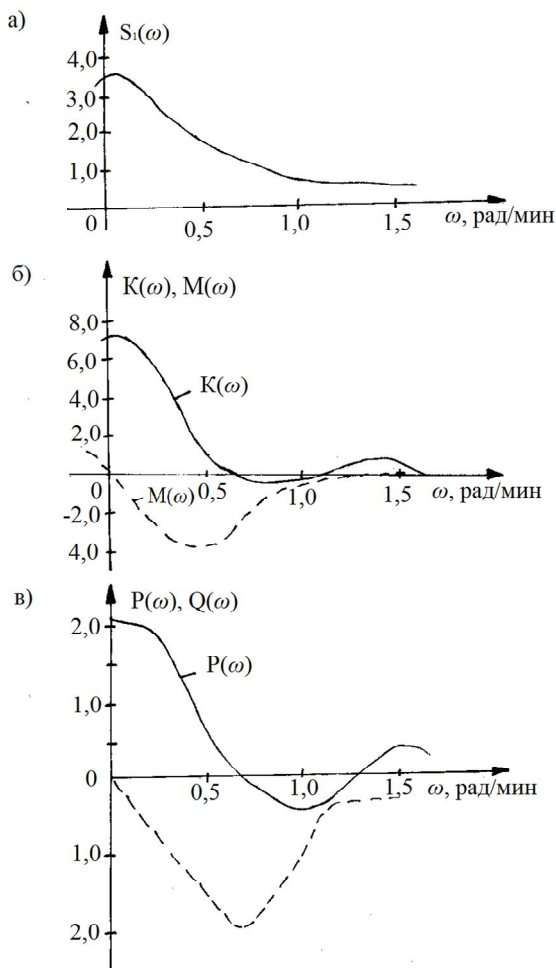
Есептеулерді төмендегі формулалар бойынша жүргізуге болады:

$$P(\omega) = \frac{K(\omega)}{S_1(\omega)}; \quad Q(\omega) = \frac{M(\omega)}{S_1(\omega)}. \quad (2.110)$$

Есептеу нәтижелері 2.11-кестеде келтірілген. Кестенің бірінші жолында ω_i жиіліктері берілген. ω_i жиіліктер кезінде, 2.9, а, ә-

суреттегі графиктерден $K(\omega)$, $M(\omega)$, $S_I(\omega)$ ординаталары алынған. Олар кестенің екінші, үшінші және төртінші жолдарына жазылған. Кестенің екі соңғы жолында $P(\omega)$, $Q(\omega)$ есептеу нәтижелері жазылған. Олардың графиктері 2.9, б-суретте көрсетілген.

$P(\omega_i)$ мен $Q(\omega_i)$ біліп, нысанның беріліс функциясын онай табуға болады.



2.9-сурет. Статистикалық әдістер бойынша жиіліктік сипаттамаларды есептеу

Бақылау сұрақтары мен жаттығулар

1. Ең кіші квадраттар әдісінің мағынасы (ЕККӨ).
2. Сызықты нысанның статикалық тәуелділігін анықтау.
3. Бейсызықты нысанның статикалық тәуелділігін анықтау.
4. Нысанның математикалық моделінің құрылымы мен параметрлерін олардың екпін қисықтары бойынша анықтау әдісінің мағынасы.

5. Экспоненттік түрдегі екпін қисығы бойынша нысанның динамикалық моделін анықтау.

6. S-түріндегі екпін қисығы бойынша нысанның динамикалық моделін анықтау.

7. Тербеліс түріндегі қисық бойынша нысанның динамикалық моделін анықтау.

8. Номограммалар көмегімен екпін қисығы бойынша нысанның сандық беріліс функциясын анықтау.

9. Екпін қисығы көмегімен нысан тендеуі ретін анықтау әдістемесі.

10. Жиіліктік әдістер көмегімен нысан моделін анықтау.

11. 5, 6, 7 сұрақтарға сәйкес екпін қисықтары беріледі және солар бойынша математикалық модельдің құрылымы мен параметрлерін анықтау.

12. $W(p) = \frac{b_0 p + b_1}{p^2 + a_1 p + a_2}$ түріндегі беріліс функциясына ие

нысан (жүйе) үшін, алдын-ала АЖС мен ФЖС мәндерін ала отырып, b_0 , b_1 , a_1 , a_2 коэффициенттерінің мәндерін анықтау.

13. Кеңейтілген жиіліктік сипаттама дегеніміз не? Екпін қисығынан оны қалай алуға болады?

14. Статистикалық динамика әдістерімен нысанның математикалық моделін анықтау.

15. Кездейсоқ айнымалылардың авто- және өзара корреляциялық функцияларын есептеу әдістемесі.

16. Лаггердің арнайы функциялары бойынша кездейсоқ сигналды ыдырату арқылы спектрлік тығыздықты есептеу.

17. Кіріс және шығыс кездейсоқ сигналдардың спектрлік тығыздықтары бойынша стохастикалық нысанның беріліс функциясын анықтау.

3. ӨНДІРІС НЫСАНДАРЫНЫҢ СТАТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ДИНАМИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН ИНЖЕНЕРЛІК АКУСТИКАЛАУ

3.1. Басқару нысандары және олардың математикалық модельдерінің түрлері

Өндірістік өндіру үрдістері, осы үрдістерге әсер ететіндер көп және олар әртүрлі факторлармен анықталады.

Басқару нысаны ретінде, бұл үрдістер анализінің күрделілігін зерттеу кезінде белгілі бір иерархиялық құрылымды сақтау – табиғи және қажетті болып табылады. Арасында бағынушылық қатынас құрылатын үстеме, жүйе ретімен бөлшектенетін техникалық жүйе иерархиялық құрылымның негізі болып саналады.

Басқару мәселелері тарапынан өндіріс нысандарының иерархиялық құрылымы үш сатыдан тұрады:

- *Төменгі саты* – типтік үрдістер, мысалы, тау-кен технологиясы (бұрғылау, жару, жеткізу, ұсактау, ұнтақтау, сепарация, т. б.);

- *Ортаңғы саты* – пайдалы қазба өндіру және қайта өңдеудің технологиялық қызметтерін орындайтын аппарат немесе үрдістер тобы;

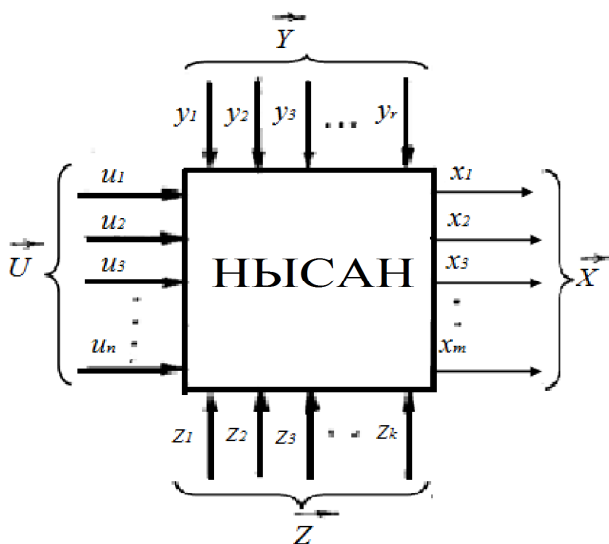
- *Жоғарғы саты* – жалпы қарастырылатын шикізатты алу және өндіру технологиялық тізбегі.

Өндіріс технологиясының әрбір сатысы үшін өзінің бағытталған функциясына басқару міндеттері тән, олар әрбір нысанның қалыптасу үрдісін бейнелейтін математикалық модель түрін анықтайды. Жалпы жағдайда әрбір сатының математикалық моделін, өндіріс технологиясының күрделі нысаны ретінде қарастыруға және 3.1-суретте келтірілген айнымалылардың кейбір функциялары ретінде ұсынуға болады. Мұндай нысанның кірісіне ықпалдың 3 түрлі әсері бар:

1. Басқарылмайтын (бірақ бақыланатын) кіріс айнымалылары $\vec{Y} = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_r\}$ негізгі шикізаттың сапалы көрсеткіштерін сипаттайды, ауытқу векторы түрінде келеді.

2. Басқарылатын кіріс айнымалылары $\vec{U} = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ энергетикалық және материалдық ағымдардың басқару векторы түрінде сандық көрсеткішін сипаттайды.

3. Бақыланбайтын факторлар $\vec{Z} = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ бөгеу векторы ретінде келеді. Бұл – мәні бойынша ауытқу векторы тәріздес. Бірақ, зерттеушілерде бұл туралы мәлімет өте аз немесе мүлдем белгісіз.



3.1-сурет. Күрделі басқару нысанының құрылымы

Кез келген технологиялық үрдістердің маңызы кіріс $\vec{Y}, \vec{U}$ ықпалдарын, шығыстағы $\vec{X}$ -ке түрлендіруден тұрады. $\vec{X}$ векторы – күй-жағдай векторы деп аталады және шығыстағы өнімнің сандық-сапалық белгісін сипаттайды.

Тау-кен байыту технологиясының нысандарын, типтік үрдістерді бейнелейтін модельдер түрінде ұсынған ыңғайлы. Типтік операцияның 4 түрін бөліп қарастыруға болады:

1. қарапайым;
2. аралас;

3. бөлінгіш;

4. күрделі.

Бір кіріс Y өнімнің шығыс X өніміне қайта өңделуі – *қарапайым операцияның* ерекшелігі болып табылады. Бұл операцияны мына теңдеумен жазуға болады:

$$X = f(Y, \vec{U}). \quad (3.1)$$

Мысалы, қарапайым операцияға кенді ұсақтау үрдісін жатқызуға болады. Себебі, мұнда ұсатқышқа келіп түсетін ірі-кесекті материалды тиеу ағыны – кірістегі айнымалыға жатады. Шығыстағы айнымалыға X кесектер көлемімен бақыланатын ұсақталған материал; ал басқаруға әсер етушілерге – түсіру саңылауының ені h (мм), ұсатқыш кірісіндегі Q (т/жыл) ағынның өнімділігі, артудағы кесектердің ірілігі d (мм) болып табылады, яғни $\vec{U} = \{h, Q, d\}$.

Аралас операция – бір шығыс X ағынымен және нысан кірісіндегі n технологиялық ағынмен $\vec{Y} = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_n\}$ сипатталады. Осы операцияны мына теңдеумен жазуға болады:

$$X = f(\vec{Y}, \vec{U}). \quad (3.2)$$

Бөлінгіш операция – бір кіріс Y технологиялық ағынымен және шығыстағы m технологиялық ағынымен $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ сипатталады. Бұл операцияны келесі теңдеумен жазуға болады:

$$\vec{X} = f(y, \vec{U}). \quad (3.3)$$

Мысалы, сепаратор ұнтақталған кен ағынын, ірілігі бойынша екі ағынға бөледі (тор асты өнімі x_1 , тор үсті өнімі x_2). Мұндағы басқарушы ықпалға H – желдеткіштен туындайтын қысым, φ – қалақшалардың қондырылу бұрышы, желдеткіш жетегінің айналу n жиілігі, яғни $U = \{H, \varphi, n\}$ жатады.

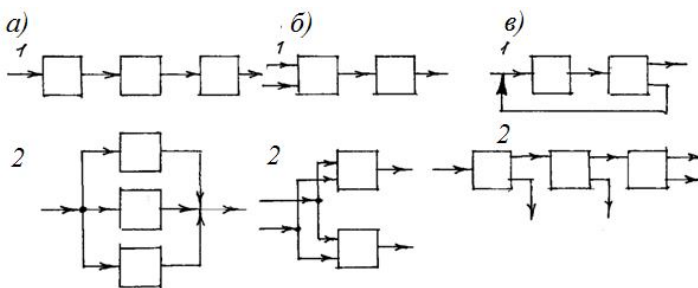
Күрделі операция – n -кіріс технологиялық кіріс ағынымен және m технологиялық шығыс ағынмен сипатталады (3.1-сурет).

Күрделі операцияның басқарылуын мына теңдеумен келтіруге болады:

$$X_i = f_i(\vec{U}, \vec{Y}), i = 1, \dots, m. \quad (3.4)$$

Әдетте күрделі операция, құрамында бірнеше операциялардан тұратын технологиялық сұлбаға сәйкес келеді. Мысалы: аралас және бөлінгіш операциялардың тізбектей қосылуы (шар тәріздес диірмен және классификатор).

Тау-кен технологиясында типтік операциялар, олардың параллельді және тізбектелген қосылыстарынан құралады (3.2-сурет).



3.2-сурет Типтік операцияның түрлері:

а – қарапайым операциялар (1 – тізбектей қосылған; 2 – параллель қосылған); б – аралас операциялар (1 – қарапайым операциямен тізбектей қосылған; 2 – параллель қосылған); в – бөлінгіш операциялар (1 – рецикльді сұлба; 2 – тізбектей қосылыс)

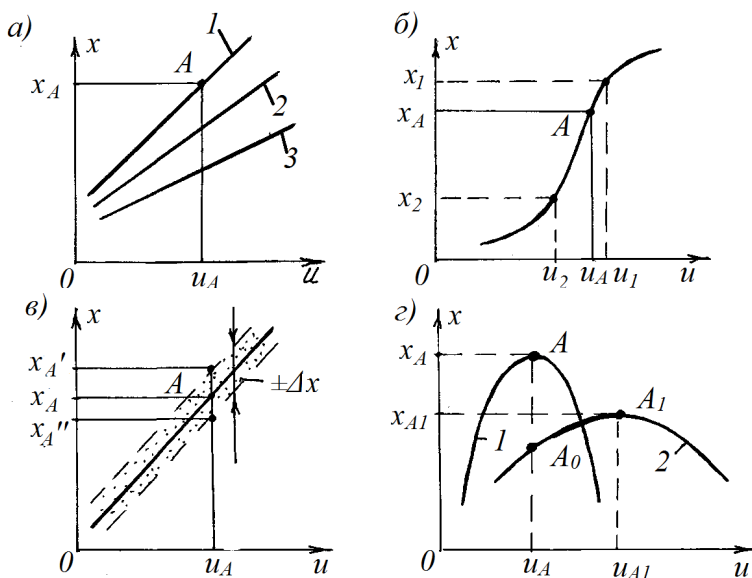
Агрегаттың қалыптанған жұмыс режимінде (3.1 – 3.4) тәуелділіктері, статикалық жұмыс режиміндегі математикалық модельдерін немесе нысанның статикалық сипаттамаларын келтіреді (3.3-сурет).

Жалпы жағдайда, статикалық сипаттамалар – басқарылатын және басқарылмайтын $\vec{U}$, $\vec{Y}$ кіріс айнымалыларынан шығыс $\vec{X}$ айнымалылардың, сызықсыз түрде тәуелділігімен

сипатталады. Тәжірибелік материал негізіне статикалық сипаттамалар – дәрежелік көпмүше түрінде жиі ұсынылады:

$$X_k = a_0 + \sum_{i=1}^{n+r} a_i \cdot U_i + \sum_{i \neq j}^{n+r} a_{ij} \cdot U_i \cdot U_j + \sum_{i=1}^{n+r} a_{ii} \cdot U_i^2, \quad (3.5)$$

мұндағы a_0 – бос мүше; a_i , a_{ij} , a_{ii} – шығыстағы X_k мәніне параметрлердің, олардың өзара әсері мен олардың квадраттарының әсер етуін сипаттайтын коэффициенттер.



3.3-сурет. Өнеркәсіптік нысандардың статикалық сипаттамалары

(3.5) теңдеуінде $\vec{U}$ және $\vec{Y}$ кіріс айнымалылары бір әріппен, яғни u_i мен белгіленген (3.1-сурет), сондықтан қосынды

белгісінің жоғарғы шегі n және r индекстерінің қосындысы болады. Мысалы, екі басқару ықпалына u_1 , u_2 ($n=2$) ие болатын қарапайым операцияның статикалық сипаттамасын былай суреттеуге болады:

$$x_{\kappa} = a_0 + a_1 y + a_2 u_1 + a_3 u_2 + a_{12} y u_1 + a_{13} y u_2 + a_{23} u_1 u_2 + a_{22} u_1^2 + a_{33} u_2^2 + a_{11} y^2. \quad (3.6)$$

(3.4) теңдеуіне сәйкес бөлінгіш операцияда әркашан статикалық сипаттамалау жүйесі орын алады. Мысалы, $m = 2$, $n = 1$, $r = 1$ жағдайында:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a_0 + a_1 y + a_2 u + a_{12} y u + a_{11} y^2 + a_{22} u^2 \\ x_2 &= e_0 + e_1 y + e_2 u + e_{12} y u + e_{11} y^2 + e_{22} u^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Кейбір жағдайларда статикалық сипаттамалар сызықты болып келуі мүмкін. Онда (3.5) теңдеуіндегі a_{ij} және a_{ii} коэффициенттері нөлге тең болады. Бұл мына жағдайды көрсетеді, мысалы қарапайым операцияның (3.6) статикалық сипаттамасы былай түрленеді:

$$x_{\kappa} = c_0 + c_1 y + c_2 u + c_3 u_2. \quad (3.8)$$

Сонымен қатар, жалпы жағдайда сызықтық емес статикалық (3.6) мінездеменің a_0, a_1, a_2, a_3 коэффициенттері c_0, c_1, c_2, c_3 коэффициенттеріне тең емес.

Статикалық сипаттамалар. Автоматты басқару есептерінде статикалық сипаттамаларды, қондырғының жұмыс режимін анықтайтын A жұмыс нүктесін таңдау үшін қолданады. Осы құрылғының жұмыс режимінің тұрақтылығын, автоматты реттеу жүйесі жүзеге асырады. Сондықтан төңіректік сызықтық статикалық сипаттамалар маңызды орын алады. Олар A таңдалған жұмыс нүктенің жақын маңында, $\vec{X}$ шығыс көрсеткіштерінің басқаратын $\vec{u}$ ықпалынан тәуелділігін белгілейді.

Тәжірибеде, техникалық себептерге байланысты, Y айнымалының шығыс X шамасына әсерін, сандық түрде тура анықтау – өте көп жағдайларда мүмкін емес. Онда статикалық сипаттаманы тәуелділік түрінде көрсетуге болады:

$$X = e_0 + e_{1f} u. \quad (3.9)$$

Бұл 1, 2, 3 сызықтарымен (3.3, а-сурет) көрсетілгендей, у-тің әртүрлі шамасы үшін берілген. у айнымалы жеткілікті нысан шекте өзгеріп, ал оның X айнымалыға әсерін ескеру мүмкін болмаса, онда қарапайым операцияның статикалық $X=f(u)$ сипаттамасын мына түрде бейнелеуге болады:

$$X \pm \Delta X = a_0 + a_1 u, \quad (3.10)$$

мұндағы $\Delta X = t_p \cdot \sigma_{ocm}$ – шығыс айнымалының сенімді аралығы (3.3, в-сурет).

$$\sigma_{ocm} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^q (x_i - x_i^*)^2}{q-1}},$$

σ_{ocm} – есептелген X_i^* мәнінен X_i дәл мәнінің қалдық орташа ауытқуы (ВС сызығы); q – мүшелердің тәжірибелік саны; t_p – еркіндік дәрежесі $(q-1)$ кезіндегі, берілген p сенімді ықтималдық үшін алынған студент коэффициенті. Математикалық статистика курсынан (3.10) өрнегіндегі a_0 , a_1 коэффициенттерін, ΔX -ты есептеу әдісі белгілі.

Өнеркәсіптік нысандар әртүрлі статикалық сызықтық емес сипаттамалармен сипатталады. Бірқалыпты сызықтық емес сипаттамалардың кейбір түрлері, бірқатар ұйғарымдарды ескере отырып, сызықты тәуелділікпен ауыстырылуы мүмкін. Мысалы, A нүктесінің айналасында u айнымалының u_1 -ден u_2 -ге дейін өзгеруі кезінде, (3.3, б-сурет) сызықтық емес тәуелділікті түзу сызықпен ауыстыруға болады. Бұл сызық A нүктесіндегі жанама түзу. Мұнда:

$$x_1 - x_2 = k(u_1 - u_2) \quad \text{немесе} \quad \Delta x = k \cdot \Delta u. \quad (3.11)$$

Пропорционалдық k коэффициентін, A нүктесі үшін ғана әділетті болатын беріліс коэффициенті (күшейту коэффициенті) деп атайды.

Жұмыс нүктесі статикалық сипаттаманың бойымен жылжыса (технологиялық агрегаттың жұмыс тәртібі өзгерсе), k коэффициентінің мәні де өзгереді.

Егер нысанның статикалық сипаттамасы аналитикалық түрде берілсе, онда A нүктесінің айнаымалысындағы сызықтандыру $x = f(y, u)$ тәуелділігін, нүктенің айналасында Тейлор қатарына жіктеу және де екінші мен жоғарғы дәрежелі мүшелерді есепке алмау керек.

Статикалық сипаттамалардың кейбір түрлері сызықтандырылмайды. 3.3, z -суретінде кіріс айнаымалының y әртүрлі мәндері кезіндегі (1 және 2 қысық) экстремалды статикалық сипаттамалар келтірілген. Көрсетілген түрлі сипаттамалар бірқатар нысандар үшін (бұрғылау, ұсақтау үрдістері) әдетті болып келеді. A жұмыс нүктесі x шығыс айнаымалысының экстремалды мәнінің аумағында болса, мұндай құрылғыларда тәртіптің тиімдісі болып – y кіріс айнаымалысы өзгерсе, онда $x_0 u$ жазықтығында, $x = f(u)$ статикалық сипаттамасы да, жылжиды (3.3, v -сурет). y_1 мәнінде жұмыс нүктесі, 1-ші статикалық сипаттаманың A нүктесінде болса, онда y_2 мәнінде, $x = f(u)$ статикалық сипаттама 2-ші күйге ауысады. Бұл жағдайда, басқару ықпалы u_A болса, жұмыс нүктесі A_0 күйінде болады. 2-ші қысықтың экстремумына сәйкес келетін A_1 нүктесіне, A_0 жұмыс нүктесінің ауыстырылуы, экстремалды басқарудың қызметі болады. Бұл жағдайда, u басқару ықпалы u_{A_1} шамасына сәйкес келу керек.

Бақыланбайтын Z ықпалының үздіксіз өзгеруі кезінде (3.3, v -сурет), 1-қысық акырындап ығысады. Бұл дегеніміз – $x = f(u)$ теңдеуіндегі a_0 , a_1 , a_2 коэффициенттері уақыт аралығында өзгеруі. Ал тәжірибелік статикалық сипаттаманың теңдеуі төмендегідей:

$$x = a_0(t) + a_1(t) Hu + a_2(t) Hu^2. \quad (3.12)$$

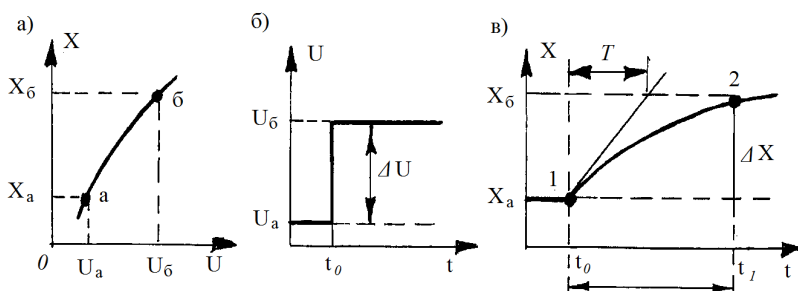
Математикалық модельдері, уақыт функциясындағы a_i – коэффициенттерінен тұратын технологиялық нысандарды *стационарлы емес нысан* деп атайды. Стационарлы емес жағдайлар, сонымен бірге тұрақты тозуда, деформацияда, технологиялық элементтердің кейбір элементтерінің қасиеттері өзгеруінде байқалады.

Кейбір жағдайларда, статикалық сипаттамаларды нақты түрде келтіру, яғни шығыстағы X айнымалысын салыстырмалы түрде шешу мүмкін емес, онда олар нақты болмайды. Мысалы, қарапайым операцияның статикалық сипаттамасы ретінде:

$$\varphi(x, y, \vec{U}) = 0. \quad (3.13)$$

Типтік технологиялық операциялардың динамикалық сипаттамалары

Статикалық сипаттамада нысанның басқарылатын кіріс $\vec{U}$ айнымалысының әсерімен, a нүктесінен b жұмыс нүктесі орын ауыстырады (3.4, a -сурет). b нүктесінде нысанның жаңа қалыптасқан жұмыс тәртібі орнатылуы мүмкін. Кірістегі әсердің сатылы түрде өзгеруінде, мысалы $\Delta U = U_\delta - U_\alpha$ шамасына, t_0 уақыты кезінде (3.4, $б$ -сурет), шығыс x шамасы қалыптасқан x_δ мәніне (97 %-ға) жедел емес $T_1 = t_1 - t_0$ уақытында жетеді (3.4, $б$ -сурет). Бұл уақыт – ауыспалы үрдіс уақыты болып табылады, яғни $X(t)$ айнымалысының нөлден (1-нүктесінде) $\Delta x(t) = x_\delta - x_\alpha$ (2-нүктесіне) мәніне дейін өзгеруі. T_1 – нысанның динамикалық қасиетін көрсетеді. Егер $T_1 = 0$ болса, онда нысан инерциясыз деп саналады және керісінше, ауыспалы үрдістің T_1 уақыты көп болған сайын, нысан инерциялы болады.



3.4-сурет. Сатылы кіріс (б) ықпалы кезіндегі нысандардың статикалық және динамикалық сипаттамалары

Бірінші жуықтауда, нысан кірісіне сатылы түрдегі $\Delta U(t)$ басқару ықпал берілген кезде, $x(t)$ айнымалының статикалық сипаттамасы a нүктесінен b нүктесіне дейінгі аралықтағы өзгерісін, бірінші ретті инерциялық буынның дифференциалды теңдеуі түрінде жазуға болады:

$$T \frac{d(\Delta x)}{dt} + \Delta x = \kappa \cdot \Delta U, \quad (3.14)$$

мұндағы $T - t_0$ моментінен, x айнымалының жаңа қалыптасқан 3 сызығымен 1 – 3 жанаманың (3.4, в-сурет) қиылысқан 3 нүктесіне дейінгі уақыт бөлігіне тең, уақыт тұрақтылығы;

$$\kappa = \frac{\Delta x}{\Delta U} = \frac{\Delta x(\infty) - \Delta x(0)}{\Delta U} - \text{беріліс коэффициенті.}$$

Нысанның қалыптасқан жұмыс тәртібіндегі ($\frac{d\Delta x}{dt} = 0$ болса) (3.14) теңдеуі, a нүктесінен b нүктесіне дейінгі аралықтағы (3.4, а-сурет) сызықтандырылған $\Delta x = \kappa \cdot \Delta U$ статикалық сипаттамасына түрленеді.

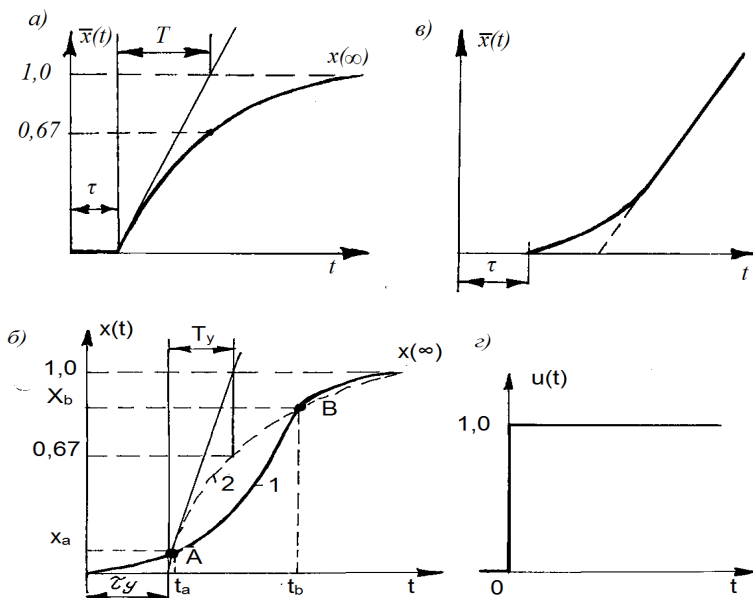
(3.14) дифференциалдық теңдеуін нормальдық формада ұсынуға болады (Коши формасы):

$$\frac{d\Delta x}{dt} = \frac{1}{T}(\kappa \cdot \Delta U - \Delta x). \quad (3.15)$$

Жалпы жағдайда, уақыт тұрақтылығы нысанның затты немесе энергияны жинау және тарату қабілеттілігін сипаттайды.

Нысанның инерциялық қасиетін сипаттайтын басқа бір параметрге таза немесе транспорттық кешігу τ жатады. 3.5, а, б, в-суретінде транспорттық кешігуі бар және кірісіне сатылы ықпал берілген кездегі (3.5, г-сурет) технологиялық нысандардың ауыспалы функцияларының типтері көрсетілген. Мұнда айнымалылар салыстырмалы түрде ұсынылған, яғни:

$$\bar{x}(t) = \frac{\Delta x(t)}{\Delta x(\infty)} \quad \text{және} \quad \bar{x}(t) = \frac{\Delta x(t)}{\Delta x(\infty)}.$$



3.5-сурет. Технологиялық нысандардың өтпелі функцияларының сипаты жағынан ұқсас типтері

Кешігуі бар бірінші ретті инерциялы буынның дифференциалдық теңдеуін былай көрсетеміз:

$$T \frac{d\bar{x}(t)}{dt} + \bar{x}(t) = \kappa \cdot \bar{u}(t - \tau). \quad (3.16)$$

Кейбір нысандар көпсыйымдылықты болады, яғни жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеумен бейнеленеді. Оларда коэффициент ретінде бірнеше уақыт тұрақтылары комбинациясы болады. Таза транспорттық кешігуі бар нысанның динамикасы мына түрдегі сызықтық дифференциалдық теңдеумен бейнеленеді:

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = \epsilon_m \frac{d^m U(t - \tau)}{dt^m} + \epsilon_{m-1} \frac{d^{m-1} U(t - \tau)}{dt^{m-1}} + \dots + \epsilon_1 \frac{dU(t - \tau)}{dt} + \epsilon_0 U(t - \tau), \quad (3.17)$$

мұнда әрқашан $n \geq m$.

(3.17) дифференциалдық теңдеулерге статикалық нысандардың S-түрлі ауыспалы үрдіс қисықтары (3.5, б-сурет) сәйкес келеді.

Астатикалық нысандардың динамикалық қасиеттерін суреттеу кезінде де дифференциалдық теңдеулер қолданылады, бірақ бұл теңдеудің сол жақ бөлігінде $a_0 x(t)$ мүшесі болмайды, ал оң жақ бөлігінде статикалық беріліс коэффициенті жоқ. Себебі, астатикалық нысандар статикалық сипаттамаға ие болмайды (3.5, в-сурет).

Тау-кен өнеркәсібінің түрлі нысандардың динамикалық сипаттамаларын іс жүзінде бағалау тәжірибесі, олардың төменде берілген дифференциалдық теңдеулердің бірімен ұсынылады:

$$\begin{aligned}
 a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) &= \varepsilon_0 \cdot u(t); \\
 a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) &= \varepsilon_0 u(t - \tau); \\
 a_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) &= \varepsilon_0 \cdot u(t - \tau); \\
 a_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) &= \varepsilon_1 \frac{du(t - \tau)}{dt} + \varepsilon_0 \cdot u(t - \tau); \\
 a_3 \frac{d^3 x(t)}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 \cdot x(t) &= \varepsilon_0 \cdot u(t - \tau); \\
 a_3 \frac{d^3 x(t)}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 \cdot x(t) &= \varepsilon_1 \frac{du(t - \tau)}{dt} + \varepsilon_0 \cdot u(t - \tau).
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Егер жұмыс нүктесінің маңайында нысандардың статикалық сипаттамасын сызықтандыру мүмкін болмаса, онда оны $f(x, U)$ түрінде $x = \Delta x$ және $U = \Delta U$ айнымалылардың сызықтық емес функциясы ретінде көрсету керек. Ол жағдайда (3.16) дифференциалдық теңдеу Коши формасында жазылғанда мына түрге енеді:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = f(\bar{x}, \bar{U}). \tag{3.19}$$

Көп өлшемді нысандардың динамикасы, кейбір жергілікті аумақта, нормальды формада дифференциалдық теңдеулердің жүйесі ретінде жазылуы мүмкін:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= f_1(x_1, \dots, x_n; U_1, \dots, U_m); \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= f_2(x_1, \dots, x_n; U_1, \dots, U_m); \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dx_m(t)}{dt} &= f_m(x_1, \dots, x_n; U_1, \dots, U_m). \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Осылайша, технологиялық операциялардың статикалық тәртібін сипаттайтын математикалық модельдер, (3.5) түріндегі алгебралық теңдеумен анықталады. Ал, осы операциялардың динамикалық моделін, (3.18) түріндегі дифференциалдық теңдеумен немесе (3.20) түрінде көрсетуге болады. Технологиялық нысанның математикалық моделін осылайша келтіру, автоматты басқару жүйелерін синтездеуге мүмкіндік береді.

3.2. Өндірістік басқару нысандарының модельдерін алу әдістері

Тау-кен технологиясының нысандары ретінде технологиялық аппаратты немесе олардың бірден-бір типтік операциясын жүзеге асыратын жиынтығын түсінуге болады. Егер нысан үшін басқару жүйесі құрылса, онда оны – *басқару нысаны* деп атайды. Бұл жағдайда нысанға сезімтал элементтер (бергіштер) жатады. Бұл элементтер шығысы басқарылатын айнымалылар $\vec{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$ векторының жағдайын бақылайды. Сонымен қатар, кіріс басқарылатын $\vec{U} = \{U_1, \dots, U_m\}$ айнымалы векторының жағдайын өзгертетін реттеуші органдар жатады (3.1-сурет).

Басқару нысанының контурлары, басқару жүйесін құрастырушының алдына қойған негізгі мақсатына тәуелді.

Технологиялық үрдістің басқару жүйесін құру, басқару нысандарының моделімен тығыз байланысты. Технологиялық үрдісті басқарудың жергілікті (қарапайым) жүйесін құру кезінде, басқару нысандарының моделі ретінде статикалық және динамикалық сипаттамалар тұрады. Барлық технологиялық тізбекті басқаруда, нысандар арасындағы байланысты, басқару нысанының модель жиынтығын өзіне енгізетін күрделі модельдерді қолдану қажет.

Басқару нысанының әрбір нақты моделі – жүріп жатқан физикалық үрдістердің көрінісі. Басқару нысанының моделін шартты түрде 2-ге бөлуге болады: физикалық және математикалық.

Физикалық модельдерде – басқару нысанына тән құбылыстар жүруі қажет. Әдетте, модель нысаннан геометриялық шамаларымен және $\vec{x}, \vec{U}, \vec{Y}$ айнымалыларының өзгеру диапазонымен ерекшеленеді. Осындай модельдерді құру, нысан мен модельде өтетін үрдістердің сәйкес келу деңгейін бағалауға байланысты белгілі бір қиындықтарды жеңуді талап етеді. Бұл бағалау ұқсастық теориясының теоремаларына негізделеді.

Физикалық модельдердің басқа тобына, нысанның физикалық табиғатына қарағанда, басқаша физикалық табиғатқа ие модельдер жатады. Бұл жағдайда, ұқсастық принципінің орнына, эквиваленттік принципі қолданылады. Эквиваленттілік шарттар орындалса, нысан теңдеуі мен модель теңдеуі сәйкес келеді. Мұндай модельдер – *аналогтық* деп аталады.

Басқару нысанының математикалық моделі ретінде, нысанда өтіп жатқан құбылыстың маңыздылығын көрсететін алгебралық немесе дифференциалдық теңдеулер, теңсіздік, логикалық шарттар, операторлар, т. б. түріндегі жүйе қабылданады. Олар нақты бір алгоритмнің көмегімен, кірістегі $\vec{Y}$ басқарылмайтын және $\vec{U}$ басқарылатын айнымалылар өзгерген кезде, нысанның жағдайын көрсететін $\vec{X}$ векторының өзгерісін болжауға мүмкіндік береді.

Математикалық модельдің ең негізгі қасиетіне, оның мағыналылығы жататынын көреміз, яғни зерттелетін нысанның маңызды жағын көрсету қабілеттігі.

Басқару нысандарын математикалық модельдеу кезінде, математикалық модельді құрастырады, оның шешімін табады және зерттелетін үрдіске модельдің адекваттығын тексереді.

Модель алудың аналитикалық әдісі – модельделетін нысанда жүретін үрдістерді сандық және сапалық түрде бағалауға негізделген. Бұл әдіс – үрдістің физика-механикалық (немесе басқа) маңызын білуге үрдістегі байланысты көрсететін математикалық теңдеулер жиынтығын математикалық модель түрінде көрсетуге мүмкіндік береді; математикалық модельдің сәйкестену деңгейін анықтауға мүмкіндік береді. Мұндай модельдер үлкен ортақтықпен ерекшеленеді, олар тек бір ғана нақты нысан жөнінде емес, жалпы осындай нысандар класынан басқару жүйелерін жобалау кезінде аса құнды болады.

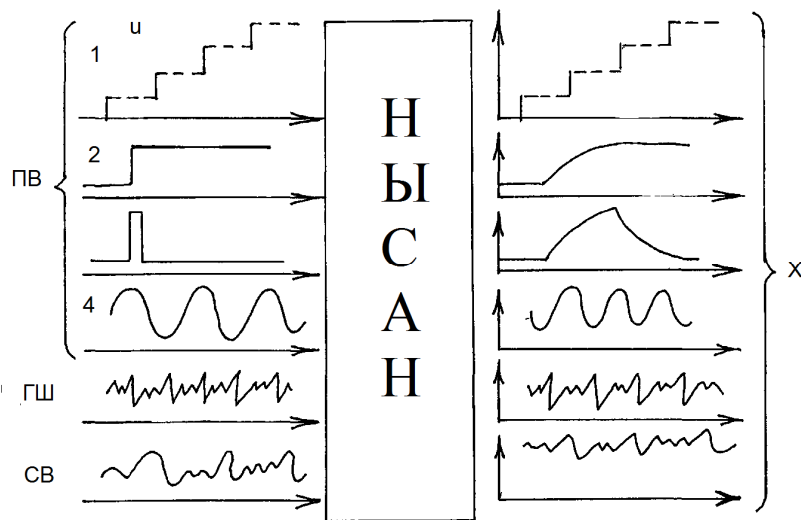
Тау-кен технологиясының математикалық модельдерін аналитикалық әдіспен алу, тәжірибеде қолайлы емес. Себебі, тау-кен өнеркәсібінің үрдістері әдетте сызықсыз, көп шамалы, стационарлы емес. Көп жағдайда, нысан жұмысының динамикалық және статикалық режимінде, кіріс пен шығыстағы айнаымалылар арасындағы байланыс формасы жайлы ақпарат түспейді. Осының барлығы, аналитикалық әдіспен үйлес моделін алуды қиындатады.

Математикалық модельдерді анықтаудың тәжірибелік әдісі екіге бөлінеді: **активті** және **пассивті**. Активті тәжірибені жүргізу кезінде зерттеліп отырған нысанның кірісіне белгілі бір түріндегі *и* басқару сигналдары беріледі, ал содан кейін шығыстағы айнаымалылардың өзгерісі (3.6-сурет) белгіленеді. Мұндай сигналдарға нысанның кірісіне қолмен немесе техникалық құрылғының көмегімен берілетін *жоспарланатын ықпал* (ЖЫ) жатады. Кіріс *и* сигналдары – *кездейсоқ* және *ұдайы* болып бөлінеді. Ұдайы сигналдарға – аperiodтық (сатылы функция 2 және импульстік ықпал 3) және периодтық (синусоидалық ықпал 4 немесе тік бұрышты толқын 1) жатады. Берілген жоспарланатын ықпал – нысанның динамикалық сипаттамаларын анықтауға, ал ықпал 1-статикалық сипаттамаларын анықтау үшін қолданылады. Кірістегі кездейсоқ әсер етуші *и* арнаулы шу генераторымен құрылады. Оларды қолдану арқылы нысандардың динамикалық сипаттамаларын анықтау әдісі жеңілдейді.

Нысанның кірісінде активті тәжірибе нәтижесінде оның шығысында X -тың тәжірибелік мәнін алады, одан кейін аналитикалық түрде, математикалық әдістермен үйлестілігі анықталады.

Пассивті тәжірибені жүргізу кезінде нысанның шығысындағы айнымалы шаманың және кірісіндегі айнымалы u шаманың кездейсоқ ықпалын (КЫ) ұдайы белгілеп отырады. u және X тәжірибелік шамаларын өңдеу – кіріс пен шығыс кездейсоқ сигналдарының статикалық сипаттамаларын анықтауға, солар арқылы нысанның динамикалық және статикалық сипаттамаларын есептеуге әкеледі.

Тәжірибелік-аналитикалық әдіс кезінде, біріншіден, аналитикалық модельді құрады, содан кейін математикалық модельге кіретін коэффициенттерді дәлелдеу үшін, нақты бір нысанда тәжірибелік зерттеу жүргізеді.



3.6-сурет. Активті және пассивті тәжірибе арқылы тәжірибелік әдіспен нысанның математикалық модельдерін алу сұлбасы

3.2.1. Математикалық модельдерді алудың аналитикалық әдісі

Математикалық модельдердің аналитикалық әдісін құру – бізге белгілі материалды дүниенің заңдарына негізделген. Осындай модельдерді құру кезінде, технологиялық үрдісті айтарлықтай дәріптеу қажет, өйткені ол технологиялық үрдісті құрайтын элементар құрамаларға бөліп, олар жайлы салыстырмалы түрде математикалық суреттеу және зерттеу гипотезасы жүргізіледі. Нысандарды аналитикалық түрде модельдеу әдісі мына сатыдан тұрады:

1) үрдісті зерттеу;

2) жеткілікті түрде оны дәріптеу;

3) материалдық және энергетикалық баланс теңдеуін, үрдістің кинетикалық теңдеуін, гидравликалық, т. б. теңдеулерін құру;

4) теориялық модель мен үрдістің үйлестігін анықтау.

Нысанның статикалық сипаттамасын анықтау үшін материалдық және энергетикалық баланс теңдеуін жиі қолданады:

$$\sum_j Q_j - \sum_i Q_i = 0; \quad \sum_j P_j - \sum_i P_i = 0, \quad (3.21)$$

мұндағы Q_j , Q_i және P_j , P_i – нысанға берілетін, әрі одан алынатын заттардың шығын энергиясы ағындары. (3.21) теңдеуі (3.5) немесе (3.13) түріне айналады.

Нысанның дифференциалдық теңдеуін алу үшін:

$$\frac{dG_B}{dt} = \sum_j Q_j - \sum_i Q_i; \quad \frac{dG}{dt} = \sum_j P_j - \sum_i P_i, \quad (3.22)$$

қалыптанбаған режимдегі энергияның немесе заттың жиналу үрдісін сипаттайтын өрнек қолданылады. Бұл дегеніміз – нысандағы шығын (Q_j) өзгерсе, нысанда G_B затын жинау үрдісі басталып, шығу координаттары өзгеріске ұшырайды, мысалы Q_i . (3.22) теңдеуі (3.17) немесе (3.20) түріне келтіріледі.

3.7-суретінде құбырдан (1) ағатын сұйықтың шығынын қалыптандыратын автоматты жүйе келтірілген.

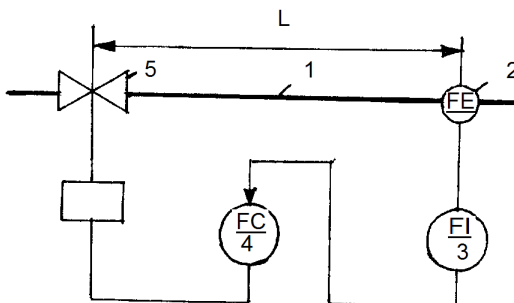
Автоматтандыру нысанына L ұзындықты құбырдың (1) саласы жатады. Осы нысанның динамикалық және статикалық сипаттамаларын аналитикалық әдіспен анықтаймыз. ΔP қысымның түсуі мен құбырдағы сұйықтың Q жылдамдығы арасындағы байланыс белгілі, ол:

$$Q = K_p \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{\Delta P}{\gamma}}, \quad (3.23)$$

мұндағы g – еркін құлау үдеуі;

γ – сұйық тығыздығы;

K_p – шығыс коэффициенті.



3.7-сурет. Сұйықтық шығынын тұрақтандыру жүйесі

1 – құбыр; 2 – өлшеу құрылғысы; 3 – екінші аспап,

4 – реттегіш; 5 – реттеуші орган

Q жылдамдығы кесінді S ауданының кері көлеміне тең болатын коэффициенті мен құбырдан өтетін сұйықтың шығынына (Q) пропорционал болғандықтан, қысым күшінің балансын $\Delta P \cdot S$ және гидродинамикалық қарсыластықтың теңдеуін былай жазуға болады:

$$\Delta P \cdot S = \frac{Q^2 \gamma}{2g \cdot S \cdot K_p^2}. \quad (3.24)$$

(3.24) өрнегі – құбырдың статикалық сипаттамасы, өйткені ол құбыр мен сұйықтың сипаттамалары – γ , S , K_p , кірістегі ΔP , шығыс Q айнымалысы арасындағы өзара тәуелділікті көрсетеді.

Егер түсірілетін $\Delta P f S$ күші құбырдың гидродинамикалық кедергісінен басым түссе, онда ағын үдеумен қозғала бастайды. Сондықтан, жұмыстың қалыптанбаған тәртібі кезіндегі күш теңдеуі былай жазылады:

$$\Delta P \cdot S = \frac{Q^2 \gamma}{2gS \cdot k_p^2} + m \frac{d\vartheta}{dt}, \quad (3.25)$$

мұндағы $m = \frac{L \cdot S \cdot \gamma}{g}$ – құбырдағы сұйықтың массасы, кг.

ϑ -ның орнына сұйықтың Q шығынын қойсақ, түрлендіргеннен соң мына өрнекті аламыз:

$$T \frac{dQ}{dt} + Q = K \cdot \Delta P, \quad (3.26)$$

мұндағы $T = \frac{2 \cdot L \cdot S \cdot K_p^2}{Q}$ – уақыт тұрақтысы;

$$k = \frac{2g \cdot S^2 \cdot K_p^2}{Q \cdot \gamma} - \text{беріліс коэффициенті.}$$

(3.26) теңдеудегі динамикалық қатынаста құбыр саласы бірінші ретті сызықтық емес, инерциялық тобы болып саналады. Оның сызықтық еместігі сұйықтың Q шығысы T мен K -ның тәуелділігімен сипатталады.

Егер (3.24) теңдеуінен алынған K_p мәнін қолдансақ, онда (3.26) өрнегіндегі T уақыт тұрақтылығын мына түрде жазуға болады:

$$T = \frac{L \cdot \gamma \cdot Q}{g \cdot S \cdot \Delta P}. \quad (3.27)$$

Бұл теңдеу номиналды шығысындағы құбырдың уақыт тұрақтылығын T есептеуге мүмкіндік береді. Ал, басқадай

сұйық шығысында оны тек сапалы түрде бағалауға болады, себебі ол (3.24) теңдеуіндегі өзара квадратты түрде тәуелділіктегі шығыс Q пен қысымның ΔP құлауынан тәуелді болады.

3.2.2. Екпін қисығы бойынша сызықтық нысандардың динамикалық сипаттамаларының инженерлік идентификациясы

Жеңілдетілген есеп. Нысандардың динамикалық сипаттамаларын идентификациялау үшін, кіріс $u(t)$ айнымалының сатылы 2 ауытқуы (3.6-сурет) жиі жүзеге асырылады. Осындай ауытқуға нысанның реакциясы – екпін қисығы деп аталады. Ол $t = 0$ уақыты кезіндегі $u(t) = u_0$ мәнінен $u_0 = B$ шамасына дейінгі $u(t)$ -дің шапшаң өзгерісімен себептелінетін шығыс $x(t)$ шамасының $\Delta x(t)$ өсімшесі болып есептеледі, мұндағы B – тұрақты шама (3.5-сурет).

Нысанның динамикалық коэффициенттерін анықтау әдістемесін жеңілдету үшін, екпін қисығын (3.5-сурет) төменде көрсетілген (3.37) тәуелділікті қолдана отырып, мөлшерсіз түрде ұсынған дұрыс:

$$\bar{x}(t_i) = \frac{x(t_i) - x(0)}{x(\infty) - x(0)}, \quad (3.37)$$

мұндағы $\bar{x}(t_i) - t_i$ уақыты кезіндегі шығыс шаманың ағындағы мөлшерсіз мәні; $x(t_i)$ – сол уақыттағы сол шаманың тәжірибелік мәні.

Сатылы ауытқуға нысанның реакциясы шығыс ықпалы және белгілі бастапқы шарттар кезінде кейбір дифференциалдық теңдеудің шешімі ретінде ұсынылатындықтан, олардың түрі бойынша (3.18) теңдеу сыныбында табылатын дифференциалдық теңдеудің өзін анықтауға болады.

Егер екпін қисығы 3.5, а-суретте көрсетілген түрге ие болса, онда суретте көрсетілгендей, нысанның T , τ динамикалық

параметрлерін графиктен, ал беріліс коэффициентін келесі формуламен анықтайды:

$$\kappa = \frac{x(\infty) - x(0)}{u(\infty) - u(0)} = \frac{\Delta x}{\Delta u} = \frac{\Delta x}{B}. \quad (3.38)$$

Ал, негізгі дифференциялық теңдеу (3.18) теңдеуіне сәйкес келеді және оны мына түрде жазуға болады:

$$T \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = k \cdot u(t - \tau), \quad (3.39)$$

мұндағы $T = \frac{a_1}{a_0}$, c ; $K = \frac{b_0}{a_0}$.

Егер екпін қиысығы S – сияқты түрге ие болса (3.5, б-сурет), онда оның дифференциалдық теңдеуін (3.39) теңдеуімен көрсетуге болады. Осындай жуық көріністі былай жүргізеді: яғни нормаланған қисықта $\overline{x_A}, \overline{t_A}, \overline{x_B}, \overline{t_B}$ координаттары бар A және B нүктелерін таңдайды. A нүктесі қисықтың иілімінде алынады, ал $\overline{x_B}$ ординаты – $0,8 \div 0,9$ -ға тең қабылданады. Осы нүктелер, 3.5, б-суретінде үзік сызықпен көрсетілген, жеңілдетілген екпін қисығының интерполяциялық торабы ретінде қарастырылады.

Шартты таза кешігу τ_y және уақыт тұрақтылығы T_y таңдалған A мен B координаттарының негізінде келесі теңдеулермен анықталады:

$$\tau_y = \frac{t_A \cdot \ln(1 - \overline{x_A}) - t_B \cdot \ln(1 - \overline{x_B})}{\ln(1 - \overline{x_A}) - \ln(1 - \overline{x_B})}; \quad (3.40)$$

$$T_y = \frac{t_A - \tau_y}{\ln(1 - \overline{x_A})}. \quad (3.41)$$

Осылайша, екпін қисығы S -түрге ие болатын нысанның беріліс функциясын мына түрде көрсетуге болады:

$$W(p) = \frac{ke^{-\tau_y p}}{T_y p + 1}, \quad (3.42)$$

мұндағы k – (3.38) теңдеуіне сәйкес беріліс коэффициенті.

Аудандар әдісі. Біріншісінен үлкен ретті (3.18) дифференциалдық теңдеуді сипаттайтын параметрлерді есептеу үшін, көлемдік әдіс қолданылады. (3.18) теңдеуіне енетін a_i , b_i коэффициенттері, келесі теңдеу жүйесімен анықталады:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= F_1 + b_1; \\ a_2 &= F_2 + b_2 + b_1 F_1; \\ a_3 &= F_3 + b_3 + b_2 F_1 + b_1 F_2, \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

мұндағы F_1 , F_2 , F_3 шамалары, екпін қисығымен интегралды қатынастармен байланысты:

$$F_1 = \int_0^{\infty} (1 - \bar{x}) dt; \quad (3.44)$$

$$F_2 = F_1^2 \int_0^{\infty} (1 - \bar{x}) \cdot (1 - \theta) d\theta; \quad (3.45)$$

$$F_3 = F_1^3 \int_0^{\infty} (1 - \bar{x}) \cdot \left(1 - 2\theta + \frac{\theta^2}{2}\right) d\theta, \quad (3.46)$$

мұндағы $\theta = \frac{t}{F_1}$ – салыстырмалы уақыт.

Нақты жағдайларда бұл интегралдар келесі теңдеуден анықталады:

$$F_1 \approx \Delta t \left\{ \sum_{i=0}^n (1 - \bar{x}_i) - 0,5 \cdot [1 - \bar{x}(0)] \right\}; \quad (3.47)$$

$$F_2 \approx F_1^2 \Delta \theta \left\{ \sum_{i=0}^n (1 - \bar{x}_i) \cdot (1 - \theta_i) - 0,5 \cdot [1 - \bar{x}(0)] \right\}; \quad (3.48)$$

$$F_3 \approx F_1^3 \Delta \theta \left\{ \sum_{i=0}^n (1 - \bar{x}_i) \cdot \left(1 - 2\theta_i + \frac{\theta_i^2}{2} \right) - 0,5 \cdot [1 - \bar{x}(0)] \right\}. \quad (3.49)$$

Есептеу үрдісі кезінде шамалардың біреуі теріс шама болуы мүмкін, мысалы $F_3 < 0$. Бұл дегеніміз – S-түрлі мөлшерсіз екпін қисығына сәйкес келетін дифференциалдық теңдеуде:

$$a_3 \frac{d^3 \bar{x}(t)}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 \bar{x}(t)}{dt^2} + a_1 \frac{d \bar{x}(t)}{dt} + \bar{x}(t) = u(t), \quad (3.50)$$

a_3 коэффициенті теріс шама, яғни нысан тұрақсыз. Осындай шешім дәл емес, себебі алынған тәжірибедегі қисық, нысанның тұрақтылығын көрсетеді. Осыдан мына жағдайды білу қажет: яғни дифференциалдық теңдеудің сол бөлігінің дәрежесі туралы жасалған априорлық ұсыныс дұрыс емес. Қарастырылған жағдайда (3.50) теңдеуінің сол жағының тәртібін бірлікке азайтып, ал оң жағын – бірлікке көбейту қажет, яғни мынаны қосу керек:

$$b_1 \frac{dU(t)}{dt}.$$

a_1, a_2, b_3 коэффициенттерін, $a_3 = a_2 = b_2 = b_3 = 0$ деп алып, (3.49) теңдеулер жүйесінен анықтайды. Егер $F_2 > F_3 > 0$ болса, онда дифференциалдық теңдеудің сол жағының тәртібін, оң жағына туындыны қоспай, бірлікке азайту керек.

Аудандар әдісімен есептеу бағдарламасы 3.8-суретте ұсынылған.

Мысал ретінде ОК-дегі $Q_b - \alpha$ арнасы бойынша флотомашина есебінің нәтижесін қарастырамыз. Осы арна бойынша нысанның екпін қисығы (3.9, а-сурет) берілген. Одан $\tau = 5$ сек екенін анықтаймыз.

Уақыт осінің нөлін координатаның бастапқы басынан 5 сек қашықтағы нүктеге ауыстырып, екпін қисығын нормалаймыз (3.9, б-сурет).

Дискреттеу интервалы $\Delta T=3$ сек кезінде, есептеу үшін бастапқы массивтер:

$$T = \{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33\};$$
$$X = \{0;0,04;0,09;0,17;0,31;0,47;0,64;0,8;0,9;0,97;0,99;1\},$$

бұл кезде $N=12$.

Есептеу нәтижесінде мынаған ие боламыз:

$$F_1 = 15,33 f10^2; \quad F_2 = 97,21889998 f10^2;$$
$$F_3 = 295,3700364 f10^3; \quad F_4 = 32,82076808 f10^2.$$

$0 < F_4 < F_3$ болғандықтан, нысанның дифференциалдық теңдеуінің сол жағы $n=3$; ал оң жағында туынды жоқ және $a_3 = F_3$, $a_2 = F_2$, $a_1 = F_1$. Нысанның беріліс коэффициенті (3.9, а-сурет):

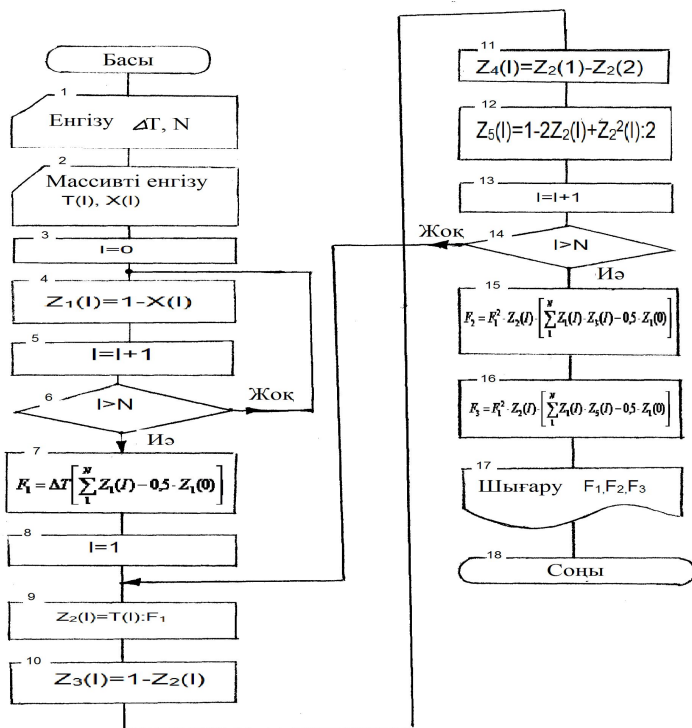
$$\kappa = \frac{0,15}{1} = 0,15 \text{ мин/м}^3.$$

Алынған есептік нәтижені есепке алып, флотомашинаның дифференциалдық теңдеуі (3.50)-ге сай мына түрге ие болады:

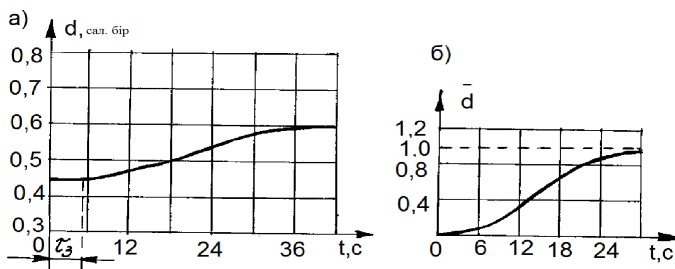
$$295 \frac{d^3 x(t)}{dt^3} + 97,2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 15,3 \frac{d(t)}{dt} + x(t) = 0,15 \cdot u(t-5),$$

мұндағы $x(t) = \Delta \alpha(t)$; $u(t) = \Delta Q_B$.

F_1, F_2, F_3 аудандарын есептеу алгоритмінің блок-сұлбасы



3.8-сурет F_i аудандарды есептеу бағдарламасы



3.9-сурет. Аэратор кірісіндегі ауаның жұмсалудың өзгеру каналы бойынша флотациялық машинаның екпін қисығы (а) және нормаланған екпін қисығы (б). $\Delta Q_B = 1 \text{ м}^3 / \text{с} \text{ аг}$ – флотацияға келетін ұлпаның жұмсалуды кезінде α көмір ұлпасы аэрация дәрежесінің өзгеруі. $Q_{II} = 6,75 \text{ м}^3 / \text{мин}$

3.2.3. Өндірістік үрдістердің динамикалық сипаттамаларын идентификациялауда статистикалық әдістерді қолдану

Бұл әдістер Винер-Хопфтың интегралды теңдеуіне негізделген:

$$R_{ux}(\tau) = \int_0^{\infty} R_{uu}(\tau - t) \cdot W(t) dt, \quad (3.52)$$

мұндағы $R_{ux}(\tau)$ – нысанның кіріс және шығыс айнымалыларының арасындағы өзара корреляциялық функциясы; $R_{uu}(\tau)$ – кіріс айнымалының автокорреляциялық функциясы; $W(t)$ – зерттелетін канал бойынша нысанның импульсті ауыспалы функциясы.

(3.52) теңдеуі 3 түрлі тәртіппен шешіледі:

1) T уақыт интервалында нысанның кірісі мен шығысындағы $u(t)$, $x(t)$ кездейсоқ үрдістерді жазады;

2) алынған тәжірибені $R_{uu}(\tau)$, $R_{ux}(\tau)$ берілгендері бойынша есептейді;

3) (3.52) теңдеуін басқарудың берілген $W(j\omega)$ каналы үшін сәйкес жиіліктік ауданында – АФЖС немесе $W(t)$ сәйкес уақытты ауданында немесе АЕМ қолданып есептейді және берілген басқару каналы бойынша нысан – сызықты, ал кездейсоқ $u(t)$, $x(t)$ үрдістері – стационарлы және эргодиялық болып саналады.

Нысанның кірісі мен шығысындағы екі стационарлы кездейсоқ үрдістерінің $u(t)$ және $x(t)$ өзара корреляциялық функциясы:

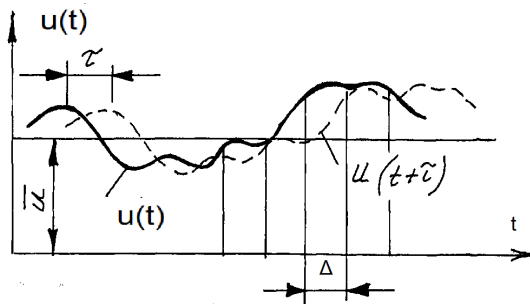
$$R_{ux}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} [u(t) - \bar{u}] \cdot [x(t + \tau) - \bar{x}] dt. \quad (3.53)$$

Егер $u(t)$ функциясының (немесе $x(t)$ функциясы) корреляциялау үрдісін өз-өзіне аударса, онда автокорреляциялық функцияны аламыз:

$$R_{uu}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \cdot \int_0^{T-\tau} [u(t) - \bar{u}] \cdot [u(t + \tau) - \bar{u}] d\tau, \quad (3.54)$$

мұнда $\bar{u} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot dt$; $\bar{x} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x(t) \cdot dt$.

Тәжірибеде қолданғанда (3.53) және (3.54) интегралдарын қосындылармен ауыстырады. Ол үшін кездейсоқ функцияның іске асыру интервалының $T = \Delta \cdot N$ дискреттеуін жүзеге асырады. Мұнда N – тұрақты, Δ – интервалды, белгіленетін ординаттардың саны (3.10-сурет).



3.10-сурет. $R_{uu}(\tau)$ автокоррекциялық функцияны анықтау

Ағымды уақытта, t және τ , дискретті түрде ұсынылады: $t = \nu \cdot \Delta$, мұнда $\nu = 1, 2, 3, \dots, i$; $\tau = \mu \cdot \Delta$, мұнда $\mu = 0, 1, 2, \dots$. Осыларды ескере отырып, (3.54) теңдеуін былай жазуға болады:

$$R_{uu}(\mu) \approx \frac{1}{N - \mu} \cdot \sum_{\nu=1}^{N-\mu} u_{\nu} \cdot u_{\nu+\mu}; \quad (3.55)$$

$$R_{uu}(\mu \cdot \Delta) = R_{uu}(\mu); \quad u(\nu \Delta) = u_{\nu}; \quad u[(\nu + \mu) \cdot \Delta] = u_{\nu+\mu}.$$

Өзара корреляциялық функцияны төмендегі теңдеу бойынша есептейді:

$$R_{ux}(\mu) \approx \frac{1}{N - \mu} \cdot \sum_{\nu=1}^{N-\mu} u_{\nu} \cdot x_{\nu+\mu}. \quad (3.56)$$

(3.55) және (3.56) теңдеулері, $R_{uu}(\tau), R_{xu}(\tau)$ функцияларын T ұзындықты $u(t)$ және $x(t)$ үрдістердің бір таратуын, осы таратулардың ординаталарын Δ уақыт аралықтарында өлшеу арқылы есептеуге мүмкіндік береді. Берілген функциялардың бірін құру үшін, $R_{uu}(\tau)$ -ты, $u(t)$ -ны τ интервалына қозғалтып, $u(t + \tau) - \bar{u}$ функциясын құру қажет (3.10-сурет). Сонымен қатар, зерттелетін $0 \div (T - \tau)$ интервалында, $u(v)$ және $u_{v+\mu}$ ординаттарын көбейту қажет. Содан кейін, алынған көбейтінділерді қосады да $(N - \mu)$ -ге бөліп, қосындының ортақ мәнін табады.

Есептеудің нәтижесінде, $\tau = \mu \cdot \Delta$ өзгерісіне сәйкес келетін, автокорреляциялық функциясының қисығының бір нүктесін аламыз. μ шамасын өзгертіп, көрсетілген операцияларды жүзеге асыра отырып, $R_{uu}(\tau)$ -дың барлық нүктелерін табамыз.

Корреляциялық функцияны есептеудің нақтылығы, тарату T ұзақтылығына тәуелді. $T \geq 10 \cdot \tau_{\max}$ жартылай эмпирикалық тәуелділік бойынша, T шамасын таңдаған кезіндегі қате 2 %-дан аспайды. Мұнда $\tau_{\max} - \tau$ уақыт интервалы. Бұл уақыттан кейін $|R_{uu}(\tau) \leq 0,05 \cdot R_{uu}(0)|$ теңсіздігі орындалады. Екінші жағынан, егер $u(t)$ кездейсоқ үрдіс спектрінің минимал (төменгі) жиілігі ω_n белгілі болса, онда:

$$\tau_{\max} \geq \frac{2\pi}{\omega_n}.$$

Δ дискретизация интервалын, жартылай эмпирикалық формула бойынша таңдайды:

$$\Delta = \frac{\pi}{10 \cdot \omega_B},$$

мұндағы $\omega_b - u(t)$ кездейсоқ үрдіс спектрінің максимал (үстіңгі) жиілігі. Δ интервалын осы аралықта, $u(t)$ функциясы аз өзгертіндей етіп таңдайды. Осындай есептеулер, әдетте ЭЕМ-да жүргізіледі.

Жиіліктік облыста есептеу. Ол үшін (3.52) теңдеудің екі жағын $e^{-j\omega\tau}$ көбейтіп, $-\infty$ -тен $+\infty$ -ке дейін τ бойынша интегралдаймыз:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} \cdot R_{ux}(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} W(t) dt \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} \cdot R_{uu}(\tau - t) d\tau. \quad (3.57)$$

Келесі теңдеулермен белгілейміз:

$$S_{ux}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} \cdot R_{ux}(\tau) d\tau; \quad (3.58)$$

$$S_{uu}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} \cdot R_{uu}(\tau) d\tau. \quad (3.59)$$

(3.58) және (3.59) – $R_{ux}(\tau)$ және $R_{uu}(\tau)$ корреляциялық функцияларынан Фурье түрлендіруі. Олар сәйкес келетін кездейсоқ үрдістердің спектрлік тығыздықтары.

Автоматты басқару теориясынан мына жағдай белгілі, яғни нысанның беріліс $W(p)$ функциясы мен импульстік сипаттамасы өзара бір қатарлы Лапластың тікелей және кері түрлендіруімен байланысты:

$$W(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot W(t) dt; \quad (3.60)$$

$$W(t) = \frac{1}{2\pi j} \cdot \int_{-j\infty}^{+j\infty} W(p) \cdot e^{pt} dp, \quad t > 0. \quad (3.61)$$

Онда (3.57) – (3.60) негізінде $p = j\omega$ мәнін есепке алып, мынаны аламыз:

$$S_{ux}(\omega) = W(j\omega) \cdot S_{uu}(\omega), \quad (3.62)$$

мұндағы $W(j\omega)$ – нысанның амплитудалы-фазалық жиіліктік сипаттамасы. Сондықтан, $W(j\omega)$ анықтау үшін, кіріс пен шығыс кездейсоқ сигналдарының $S_{ux}(\omega)$ және $S_{uu}(\omega)$ спектрлік тығыздықтарының арасындағы қарым-қатынасты табу маңызды.

Екінші жағынан, бізге белгілі, шығыс және кіріс сигналдарының $S_{xx}(\omega)$ және $S_{uu}(\omega)$ спектрлік тығыздықтары АФЖС модулінің квадратымен байланысты:

$$S_{xx}(\omega) = |W(j\omega)|^2 \cdot S_{uu}(\omega) \quad (3.63)$$

немесе:

$$|W(j\omega)| = A(\omega) = \sqrt{\frac{S_{xx}(\omega)}{S_{uu}(\omega)}}.$$

Автоспектрлік тығыздықтар $S_{xx}(\omega)$, $S_{uu}(\omega)$ өзараспектрлік тығыздыққа $S_{ux}(\omega)$ қарағанда оңай есептелетіндіктен, тәжірибелік көзқарастан алғанда, (3.63) теңдеуі (3.62) теңдеуіне қарағанда ыңғайлы.

Автоспектрлік тығыздықты мына теңдеу бойынша есептеуге болады:

$$S(\nu \cdot \Delta\omega) = 0,54 \cdot \Phi_\nu + 0,23 \cdot (\Phi_{\nu-1} + \Phi_{\nu+1});$$

$$\nu = 1, 2, 3, \dots, m, \quad (3.64)$$

мұнда
$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{(2m+1) \cdot \Delta};$$

$$\Phi_\nu = \left[R(0) + 2 \sum_{\mu=1}^m R(\mu \cdot \Delta) \cdot \cos \frac{2\pi}{2m+1} \cdot \nu\mu \right] \cdot \Delta.$$

Мысал. Шығыс материалдың шығыс өзгеріс арнасы бойынша, електің динамикалық моделін анықтау керек. Q_1 – бастапқы материал, Q_2 – тор асты өнім шығынының өзгерісі.

Егер $\omega_n = 0,1 \text{ с}^{-1}$; $\omega_B = 0,5 \text{ с}^{-1}$ болғанда, онда:

$$\tau_{\max} \geq \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{0,1} \approx 63 \text{ с.}$$

Бақылау уақыт интервалы $T \geq 10\tau_{\max} = 10 \cdot 63 = 630 \text{ с}$ және дискретизация интервалы: $\Delta = \frac{\pi}{10 \cdot \omega_B} = \frac{\pi}{10 \cdot 0,5} = 0,63 \text{ с.}$

(3.55) теңдеу бойынша, $T \geq 630 \text{ с}$ кезіндегі салмақ өлшеуіш сигналдарын таратуды қолдана отырып, автокорреляциялық функциялар $R_{Q_1 Q_1}(\tau)$, $R_{Q_2 Q_2}(\tau)$ есептеледі (3.11, а-сурет), содан кейін (3.64) теңдеу бойынша $S_{Q_1 Q_1}(\omega)$, $S_{Q_2 Q_2}(\omega)$ спектрлік тығыздықтарын аламыз (3.11, б-сурет).

$Q_1 - Q_2$ басқару арнасы бойынша берілу функцияның $|W_{Q_1 Q_2}(j\omega)|$ модулі (3.63) теңдеуі бойынша анықталып көрсетілген (3.11, в-сурет).

Беріліс функциясының модулі негізінде логарифмдік амплитудалы-жиіліктік сипаттама (ЛАЗС) табылған (3.11, з-сурет).

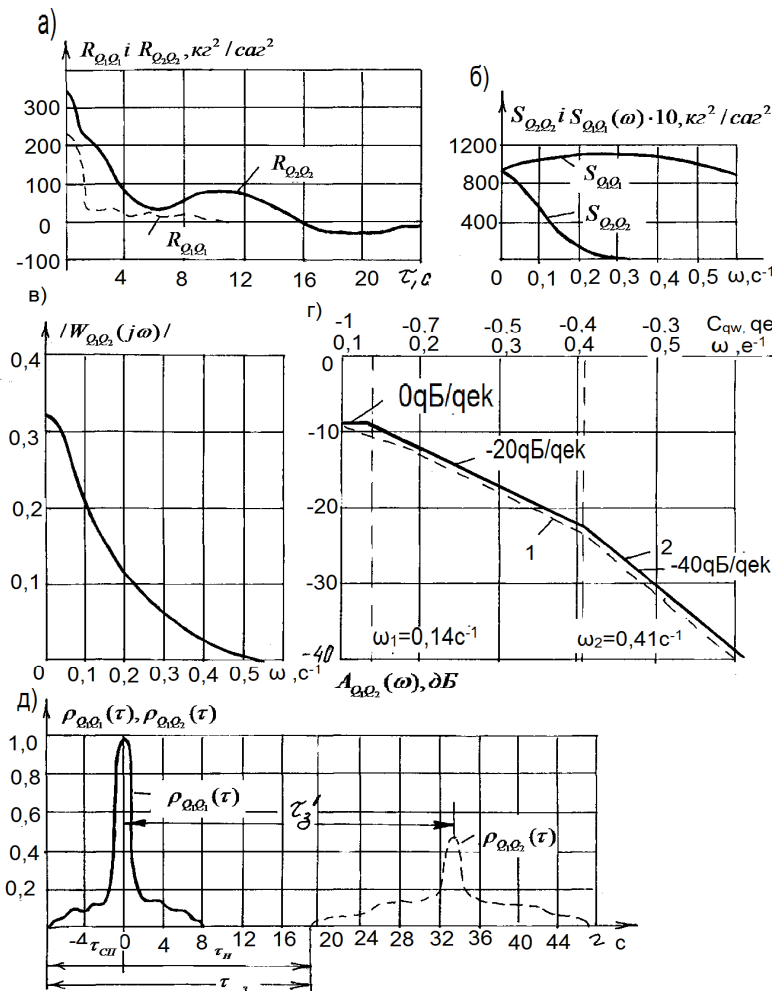
$$A_{Q_1 Q_2}(\omega) = 20 \lg |W_{Q_1 Q_2}(j\omega)|. \quad (3.65)$$

1 қисығын 3 кесіндімен аппроксимациялау ыңғайлы: горизонталь және екі көлбеу, яғни бір декадада – 20 және – 40 (дБ) көлбеу кесінді. Онда:

$$W_{Q_1 Q_2}(p) = \frac{k_{Q_1 Q_2} \cdot e^{-\tau_3 p}}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}. \quad (3.66)$$

T_1 және T_2 мәндерін $\omega_1 = 0,14 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 0,41 \text{ с}^{-1}$ түйіндес жиілік бойынша анықтайды (3.11, з-сурет).

$k_{Q_1 Q_2}$ және τ_3 есептеу үшін, автокорреляциялық $R_{Q_1 Q_1}(\tau)$ функциядан басқа (3.55), (3.56) теңдеулер бойынша өзара корреляциялық $R_{Q_1 Q_2}(\tau)$ функцияны анықтау қажет. Содан кейін, оны келесі формулалар бойынша нормалау керек:



3.11-сурет. Електің беріліс функцияларын статистикалық әдіспен анықтауға арналған графиктер: а – бастапқы материал Q_1 мен тор үстіндегі өнім Q_2 жұмсалудың автокорреляциялық функциялары; ә – спектрлік тығыздықтар; б – берілістік функция модулінің өзгеру графигі; в – нысанның логарифмдік амплитудалы-жиіліктік сипаттамасы; г – нормаланған өзара- және автокорреляциялық функциялардың графиктері

$$\rho_{Q_1 Q_2}(\tau) = \frac{R_{Q_1 Q_1}(\tau)}{R_{Q_1 Q_1}(0)}; \quad (3.67)$$

$$\rho_{Q_1 Q_2}(\tau) = \frac{R_{Q_1 Q_2}(\tau)}{\sqrt{R_{Q_1 Q_1}(0) \cdot R_{Q_2 Q_2}(0)}}. \quad (3.68)$$

3.11, ∂ -суретінде нормаланған автокорреляциялық $\rho_{Q_1 Q_1}(\tau)$ және өзара корреляциялық $\rho_{Q_1 Q_2}(\tau)$ функциялары келтірілген.

Нысанның күшейту коэффициентін, $\rho_{Q_1 Q_1}(\tau)$ және $\rho_{Q_1 Q_2}(\tau)$ қисықтарының астындағы ауданның қатынасынан анықтайды:

$$k_{Q_1 Q_2} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{Q_1 Q_2}(\tau) d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{Q_1 Q_1}(\tau) d\tau}, \quad (3.69)$$

ал кешігуі – $\rho_{Q_1 Q_1}(\tau)$ және $\rho_{Q_1 Q_2}(\tau)$ функциясы нөлден өзгеше болатын кездегі, уақыт мезгілдердің арасындағы айырмашылық:

$$\tau_3 = \tau_{СПQ_1 Q_1} - \tau_{HQ_1 Q_2}, \quad (3.70)$$

мұндағы – $\tau_{СПQ_1 Q_1}$ автокорреляциялық функцияның төмендеуі кезіндегі уақыт; $\tau_{HQ_1 Q_2}$ – өзара корреляциялық функцияның басынан координат басына дейінгі уақыт интервалы.

Бізге белгілі: $k_{Q_1 Q_2} = 0,78$; $\tau_3 = 27c$.

Осылайша, електің ізделінген берілу функциясы келесі түрде болады:

$$W(p) = \frac{0,78}{(7,14p + 1) \cdot (2,44p + 1)} e^{-27p}.$$

Кейде кешігуді, эквивалентті деп аталатын τ'_3 деп қабылдайды, себебі ол нысанның инерциялық қасиетін ескереді (3.11, δ -сурет).

Лаплас бойынша кескін аймағында есептеу

Бұл мақсатпен (3.52) теңдеуінің оң бөлігіне Лаплас түрлендірулерін қолданамыз. Нәтижесінде (3.66) ұқсас, беріліс функцияның теңдеуін аламыз:

$$W(p) = \frac{R_{ux}^*(p)}{R_{uu}^*(p)} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-p\tau} \cdot R_{ux}^*(\tau) \cdot d\tau}{\int_0^{\infty} e^{-p\tau} \cdot R_{uu}^*(\tau) \cdot d\tau}, \quad (3.71)$$

мұндағы $R_{ux}^*(p)$ пен $R_{uu}^*(p)$ – корреляциялық функциялардың кескіндері.

Егер тәжірибелік корреляциялық $R_{uu}(\tau)$ пен $R_{ux}(\tau)$ функцияларын белгілі уақыттық функцияларымен жуықтаса, содан кейін Лаплас бойынша олардың кескінін алып (3.71), көмегімен кескіндердің қатынасын тапса, онда басқару каналы бойынша беріліс функциясын аламыз.

Жеткілікті дәлдікпен $R_{uu}^*(\tau)$ -ті экспонентамен:

$$R_{uu}^*(\tau) = A_1 \cdot e^{-\alpha_1 \cdot \tau} \quad (3.72)$$

немесе сөнетін (өшетін) периодтық функциямен жуықтауға болады:

$$R_{uu}^*(\tau) = A_2 \cdot e^{-\alpha_1 \cdot \tau} \cdot \left(\cos \omega \tau + \frac{\alpha_2}{\omega} \cdot \sin \omega \tau \right), \quad (3.73)$$

мұнда $\alpha_1 = \frac{3}{\tau_k}$; $\alpha_2 = \omega \cdot tg \gamma$; $\omega = \frac{\pi}{\tau_2 - \tau_1}$;

$$\gamma = \arctg \frac{\alpha_2}{\omega} = \frac{\pi \cdot (3\tau_1 - \tau_2)}{2 \cdot (\tau_2 - \tau_1)}. \quad (3.74)$$

Берілген функцияның бастапқы берілулерін есептеу үшін, қажетті коэффициенттер, графиктер бойынша анықталады (3.12, а, ә-сурет).

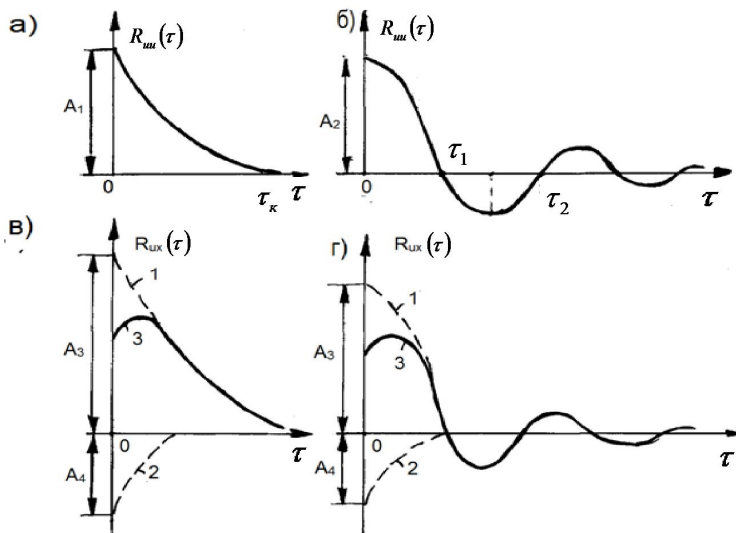
Өзара корреляциялық функциялар, жеткілікті дәлдікпен, келесі өрнектермен жуықталады:

$$R_{ux}^*(\tau) = A_3 \cdot e^{-\alpha_1 \cdot \tau} - A_4 \cdot e^{-\alpha_2 \cdot \tau}; \quad (3.75)$$

$$R_{ux}^*(\tau) = A_3 \cdot e^{-\alpha_1 \cdot \tau} \cdot \left(\cos \omega \tau + \frac{\alpha_1}{\omega} \cdot \sin \omega \tau \right) - A_4 \cdot e^{-\alpha_2 \tau}, \quad \tau > 0. \quad (3.76)$$

Егер тәжірибелік өзара корреляциялық $R_{ux}(\tau)$ функция, τ өскен сайын, тербеліссіз өшсе (сөнсе), онда оны (3.75) өрнек бойынша 1 және 2 экспоненталардың (3.13, б-сурет) алгебралық қосындысы ретінде жуықтау қолайлы. Егер τ өскен сайын, $R_{ux}(\tau)$ сөнетін (өшетін) үрдіс болса, онда оны (3.76) өрнек бойынша, сөнетін (өшетін) периодтық функциямен 1 және экспонентамен 2 (3.12, в-сурет) жуықтау қолайлы. (3.75), (3.76) кіретін A_3 , A_4 , α_1 , α_2 коэффициенттерін ең кіші квадраттар әдісімен есептейді.

Нысанның зерттеліп отырған басқару каналы бойынша мөлшерсіз беріліс k коэффициентін, тұрақталған режимде $p = 0$ деп алып, нысанның беріліс функциясы $W(0)$ ретінде анықтауға болады.



3.12-сурет. Автокорреляциялық $R_{uu}(\tau)$ (а, б) және өзаракорреляциялық $R_{ux}(\tau)$ (в, г) функцияларын жуықтау

Операциялық күшейткіште есептеу

Егер нысанның динамикалық құрылымының априоры белгілі болса:

$$T \cdot \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = k \cdot u(t - \tau) \quad (3.77)$$

және нысанның кірісі мен шығысындағы стационарлы кездейсоқ $u(t)$, $x(t)$ үрдістерді статистикалық өндеу арқылы алынған корреляциялық функциялар $R_{ux}(\tau)$ мен $R_{uu}(\tau)$ белгілі болса, онда келесі байланыс дұрыс:

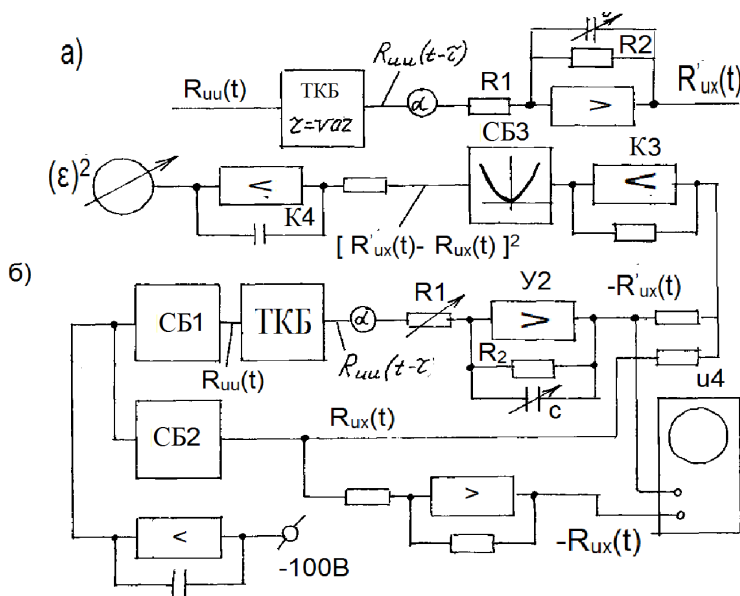
$$T \cdot \frac{dR_{ux}(t)}{dt} + R_{ux}(t) = k \cdot R_{uu}(t - \tau). \quad (3.78)$$

Бұл дегеніміз – бірінші ретті инерциялы буын мен кешігуі бар буыннан тұратын жүйенің кірісіне белгілі автокорреляциялық функция $R_{uu}(t)$ түрге ие сигналын берсе, онда жүйенің шығыс сигналы, өзаракорреляциялық $R_{ux}(t)$ функция болады.

ОК-де нысанның динамикалық сипаттамаларын идентификациялау үрдісі төмендегідей орындалады:

- нысанның кірісі мен шығысындағы кездейсоқ $u(t)$, $x(t)$ сигналдарды тіркеп және $R_{uu}(t)$ автокорреляциялық пен $R_{ux}(t)$ өзаракорреляциялық функцияларды анықтайды;

- жүйенің динамикалық (3.78) моделін құрастырады және оны ОК-де, T , τ , k коэффициенттерін өзгертуге болатындай етіп жинайды (3.13, а-сурет). Алдымен бұл коэффициенттерді зерттелетін нысанның априорлы берілістері (берілулері) бойынша алады;



3.13-сурет. ОК көмегімен бірінші ретті инерциялық және кешігу буынымен аппроксимацияланған нысанның идентификациясы

- жіктелетін модельдің кірісіне автокорреляциялық $R_{uu}(t)$ функцияға сәйкес келетін сигнал беріледі. Шығысындағы сигнал алынған T , τ , k коэффициенттердің мәндеріне байланысты. Модельдің шығысындағы сигналды қайта есептегеннен кейін, алынған $R'_{ux}(t)$ функцияның мәнін алдын ала есептеген $R_{ux}(t)$ функциялары сапалы максималды жақын болғанға дейін өзгертеді. Қисықтардың жақындағанын бағалау үшін, әдетте, $R'_{ux}(t)$ және $R_{ux}(t)$ ауытқудың квадраттық орта мәнінің критерийін қолданады:

$$\left(\varepsilon\right)^2 = \frac{1}{T_k} \cdot \int_0^k [R'_{ux}(t) - R_{ux}(t)]^2 \cdot dt, \quad (3.79)$$

мұндағы $T_k - R_{ux}(t)$ бойынша анықталатын, корреляция уақыты.

Модельдеудің толық сұлбасы 3.13, б-суретте келтірілген. Кешігу τ -дың мәні, тұрақты кешігу блогы (ТКБ) арқылы өзгертіледі. T коэффициентін, $R2$ тұрақты болған кезде, конденсатордың сыйымдылығы арқылы (сыйымдылық магазинінің көмегімен) өзгертуге болады. Өйткені, $T = R_2 \cdot C$. k коэффициентін α коэффициенттің мәні арқылы немесе $R1$ кедергінің мәнін дискретті өзгерту арқылы өзгертуге болады ($R2 = 1 \text{ МОм}$ болғанда $k = \frac{\alpha}{R1}$).

$R_{ux}(t)$ мен $R_{uu}(t)$ функцияларын сызықсыз СБ1 мен СБ2 блоктарында жинайды. К1 күшейткіш уақытқа пропорционалды сызықты кернеуді шығарады. Қосушы К3 күшейткіш сызықсыз СБ3 блогымен (квадратор) және интегралдаушы К4 күшейткішпен бірге (3.79) өрнек бойынша ауытқудың орта квадраттық мәнін жүзеге асыратын сұлбасын құрайды. И4 интеграторы $R'_{ux}(t)$ пен $R_{ux}(t)$ қисықтарын сапалы бағалау үшін қажет.

Әдетте, T мен k коэффициенттерінің өзгеру диапазоны үлкен болғандықтан, қажетті T , k , τ коэффициенттерін тез табу үшін, экстремалды тәжірибелерді жоспарлау әдісін қолдану қажет.

Сол сияқты, екінші ретті буынмен жуықталған нысанды идентификациялауға болады. Бұл жағдай үшін, теңдеу келесі түрде болады:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 R_{ux}(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \cdot \frac{dR_{ux}(t)}{dt} + R_{ux}(t) = k \cdot R_{uu}(t - \tau). \quad (3.80)$$

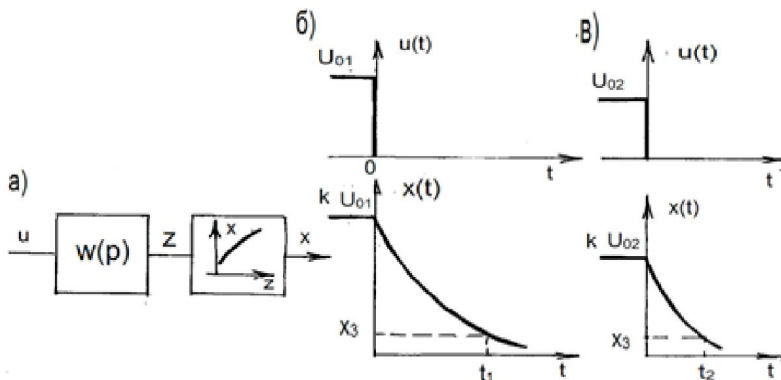
Бұл кезде модельде төрт T_1 , T_2 , τ , k коэффициентті анықтау қажет. Экстремалды тәжірибелерді жоспарлау әдісін қолданбаса, коэффициенттерді табу өте қиын.

3.3. Елеулі сызықсыз нысандар динамикасының идентификациясы

Кен-байыту технологиясының көп нысаны инерциялы және елеулі сызықсыз статикалық сипаттамаларға ие. Олардың құрылымдық сұлбасы, тізбектеп қосылған сызықты инерциялы буын және сызықсыз инерциясыз $x = f(z)$ статикалық сипаттамаға ие буынмен көрсетілуі мүмкін (3.14, a -сурет). Инерциялы буынның беріліс функциясы:

$$W(p) = \frac{z(p)}{u(p)}.$$

Елеулі сызықсыз инерциялы нысанның мысалы ретінде, барабанды диірменді қарастыруға болады. Ол үшін $u \rightarrow Q$ (m/cag) – кен бойынша өнімділік; $z \rightarrow \varphi_p$ (%) – ұнтақталған материалмен барабанның толу дәрежесі; $x \rightarrow P_d$ ($кВм$) – диірменнің жетекші қозғалтқышының активті қуаты. Осы сияқты динамикалық құрылымға ұсатқыш, кептіргіш барабан, т. б. аппараттар кіреді.



3.4-сурет Кірісінде u_0 (б) және u_0 (в) сатылы ықпалдардың екі мәндері кезіндегі уақыт бойынша динамикалық сызықсыз нысандардың құрылымы (а) мен шығыстық айнымалыларының өзгеруі

Сызықты инерциялы буынды жуық түрде бірінші ретті апериодтық буын ретінде жазуға болады. Онда оның беріліс функциясы, z айнымалысының нөлге дейін азаюын тудыратын кірісіне сатылы қобалжу берілген кезде, мынадай болады:

$$z(t) = k \cdot u_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}}, \quad (3.81)$$

мұндағы T мен k – буынның уақыт тұрақтысы, күшейту коэффициенті; u_0 – сатылы қобалжу бергенге дейінгі кіріс айнымалының бастапқы мәні.

Технологиялық аппараттардың көбісі үшін сызықсыз буын параболаның теңдеуімен суреттелуі мүмкін:

$$x = az^2 + bz + c. \quad (3.82)$$

Онда нысанның ауыспалы функциясы (3.81)-ден z мәнін (3.82)-ге қою арқылы алынады:

$$x = a \cdot k^2 \cdot u_0^2 \cdot e^{-\frac{2t}{T}} + b \cdot k \cdot u_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} + c. \quad (3.83)$$

Ал z бойынша x туындысы:

$$\frac{dx}{dz} = 2 \cdot a \cdot z + b = 2 \cdot a \cdot k \cdot u_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} + b. \quad (3.84)$$

(3.82) мен (3.84) теңдеулерінде X -тың әр мәніне бір $\frac{dx}{dz}$

тың мәні сәйкес. Сондықтан, $X = X_{\text{бер}}$ айнималының мәні үшін (3.14, б, в-сурет), нысан кірісімен түрлі дәрежелі қобалжулар, u_{0_1} мен u_{0_2} берілген кезде әртүрлі t_1 мен t_2 уақыт моменттеріне, келесі теңдікті жазуға болады:

$$u_{0_1} \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} = u_{0_2} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}}. \quad (3.85)$$

(3.85)-ті T бойынша есептейміз:

$$T = \frac{t_1 - t_2}{\ln u_{0_1} - \ln u_{0_2}}. \quad (3.86)$$

(3.86) өрнегін нысанда тұрақты транспорттық τ кешігу бар болғанда қолдануға болады, өйткені бұл жағдайда: $t_1 = t_1' - \tau$; $t_2 = t_2' - \tau$.

(3.86) өрнегінің алымы келесідей теңдікпен өрнектеледі: $t_1 - t_2 = t_1' - t_2'$.

Бұдан көрініп тұрғандай, транспорттық кешігуді есепке алудың қажеті жоқ. Сонымен, уақыт T тұрақтысын анықтау үшін мынаны орындау қажет:

- кіріс u_{0_1} айнималының белгілі деңгейін орнатады;

- x төмендейтіндей етіп сатылы қобалжуды береді де, t_1 уақытын өлшейді. t_1 уақыт арасында шығыс айнималы берілген $X_{\text{бер}}$ деңгейге жетуі қажет;

- t_2 уақытын анықтау үшін, жаңа u_{0_2} деңгейін қойып, 2-пунктті қайталайды;

- (3.86) және $t_1, t_2, u_{0_1}, u_{0_2}$ қолданып, T есептейді.

Егер диірменнің түсіргіші өшкен кезде P_D қуаты берілген $P_{D\text{ бер}}$ мәніне жету үшін қажетті уақыт $t_1 = 12,5$ мин және $t = 9$ мин сәйкес болса (түсіргіште алдын-ала өнімділіктің екі деңгейі қалыптасқан: $Q_{0_1} = 85 \text{ м/сғ}$ және $Q_{0_2} = 65 \text{ м/сғ}$), онда диірменнің уақыт тұрақтысы $T = 12,9$ мин тең болады. Таза кешігуді τ ауыспалы үрдістердің осциллограммасы бойынша табуға болады.

Осылайша, елеулі сызықсыз инерциялы нысанды кіріс шаманың өзгеруінің $u_{0_1} - u_{0_2}$ белгілі бір диапазонында жуық түрде сызықты етіп көрсетуге болады және мына түрдегі дифференциалдық теңдеу ретінде жазуға болады:

$$T \cdot \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = k \cdot u(t - \tau). \quad (3.87)$$

3.4. Басқару нысандарының математикалық модельдерін нормаль түріне келтіру

Дифференциалдық теңдеулердің әрқайсысы фазалық аумақ бойынша, эквивалентті жазу арқылы көрсетуге болады. Бірінші ретті инерциялық буынның дифференциалдық теңдеуі:

$$T \cdot \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = k \cdot u(t), \quad (3.88)$$

нормаль түрде былай жазылады:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{k \cdot u(t) - x(t)}{T} \quad \text{немесе} \quad \dot{x} = -x \cdot \frac{1}{T} + \frac{k}{T} \cdot u. \quad (3.89)$$

Екінші ретті инерциялық буынның дифференциалдық теңдеуіне:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt} + (T_1 + T_2) \cdot \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = k \cdot u(t),$$

нормаль түріндегі теңдеулер жүйесі сәйкес келеді:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -\frac{T_1 + T_2}{T_1 \cdot T_2} \cdot x_2 - \frac{1}{T_1 \cdot T_2} \cdot x_1 + \frac{k}{T_1 \cdot T_2} \cdot u, \end{aligned} \right\} \quad (3.90)$$

мұнда $x = x_1$.

n -ретті дифференциалдық теңдеу үшін:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + a_0 \cdot x(t) = b_0 \cdot u(t), \quad (3.91)$$

нормаль түрде теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= x_3; \\ &\dots\dots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n; \\ \dot{x}_n &= -\frac{a_{n-1}}{a_n} \cdot x_n - \frac{a_{n-2}}{a_n} \cdot x_{n-1} + \dots + \left(-\frac{a_1}{a_n}\right) \cdot x_2 - \frac{a_0}{a_n} \cdot x_1 + \frac{b_0}{a_n} \cdot u. \end{aligned} \right\} \quad (3.92)$$

Егер нысанның дифференциалдық теңдеуі u бойынша туындыларға ие болса, нормаль теңдеулер жүйесін құру қиындайды.

$$\begin{aligned} &\frac{d^n x(t)}{dt} + a_n \cdot \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \cdot x(t) = \\ &= b_m \cdot \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \cdot \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 \cdot u(t). \end{aligned} \quad (3.93)$$

Бұл жағдайда нормаль теңдеулер жүйесін келесі түрде жазады:

$$\left. \begin{aligned} \bullet \\ x_1 &= a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n + c_1 \cdot u; \\ \bullet \\ x_2 &= a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n + c_2 \cdot u; \\ &\dots\dots\dots \\ \bullet \\ x_n &= a_{n-1} \cdot x_1 + a_{n-2} \cdot x_2 + \dots + a_{nn} \cdot x_n + c_n \cdot u, \end{aligned} \right\} \quad (3.94)$$

мұндағы a_{ij} және c_i – ізделетін коэффициенттер. Оларды бастапқы (3.93) теңдеуі мен (3.94) жүйесінің шешімдері эквивалентті болатындай етіп анықтайды. a_{ij} есептеу үшін, (3.94) жүйенің сипаттамалық анықтауышын құрастырады:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} - \alpha & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \alpha & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \alpha \end{vmatrix}. \quad (3.95)$$

(3.95) анықтауышты аша отырып және алынған сипаттамалық полиномның α бойынша бір дәрежелі коэффициенттерін (3.93) өрнегінің сол бөлігіндегі сипаттамалық полиномның сәйкес келетін коэффициенттеріне теңестіре отырып a_{ij} мәнін анықтайды. c_i -нің мәнін табу үшін Δ_1 қосалқы анықтауышын құрайды. Δ_1 қосалқы анықтауыштың Δ анықтауышынан айырмашылығы: бірінші тік жолдың a_{ij} элементтері c_i элементтерімен ауыстырылады:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -c_1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ -c_2 & a_{22} - \alpha & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -c_n & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \alpha \end{vmatrix}. \quad (3.96)$$

(3.96) анықтауышын аша отырып, бір дәрежелі коэффициенттерді (3.93) өрнегінің оң жағындағы коэффициенттермен теңестіреміз, ал a_{ij} белгілі деп аламыз.

(3.93) теңдеу түріне ие дифференциалдық теңдеулер, кенбайыту технологиясының транспорттық кешігуі бар нысандары үшін қолданылады. Шынында, таза кешігуі бар буынның беріліс функциясын Пад қатарына жіктеуге болады:

$$\begin{aligned} e^{-\tau_3 p} &= \frac{1 - \frac{\tau_3}{2} \cdot p + \frac{\tau_3^2}{8} \cdot p^2 - \frac{\tau_3^3}{48} \cdot p^3 + \dots}{1 + \frac{\tau_3}{2} \cdot p + \frac{\tau_3^2}{8} \cdot p^2 + \frac{\tau_3^3}{48} \cdot p^3 + \dots} = \\ &= \frac{1 - k_1 p + k_2 p^2 - k_3 p^3 + \dots}{1 + k_1 p + k_2 p^2 + k_3 p^3 + \dots}, \end{aligned} \quad (3.97)$$

бұл – дифференциалдық теңдеудің оң бөлігінде туындының пайда болуына әкеледі. Тәжірибелік жағдайда (3.97) жіктеудің екі немесе бір мүшесін ғана қалдырады.

Мысалы, диірменнің кірісіндегі өнімділіктің өзгеруі Q ($m/ca\bar{z}$) – жетекші қозғалтқыш P_a (κBm) қуатының өзгеру каналы бойынша $T = 12,5$ мин, $\tau_3 = 10$ мин, $k = 8,5 \frac{\kappa Bm}{m/ca\bar{z}}$ болса, дифференциалдық теңдеуін нормаль түрінде жазамыз.

e^{-10p} Пад қатарына жіктеп, бір мүшесін ғана алып, диірменнің беріліс функциясын мына түрде аламыз:

$$W(p) = \frac{P_a(p)}{Q(p)} = \frac{8,5}{(12,5p+1)} \cdot e^{-10p} =$$

$$= \frac{8,5 \cdot (1-5p)}{(12,5p+1) \cdot (5p+1)} = \frac{-42,5p+8,5}{62,5p^2+17,5p+1}. \quad (3.98)$$

Онда оның дифференциалдық теңдеуі (62,5- ке бөліп):

$$\ddot{P}_a + 0,28 \cdot \dot{P}_a + 0,016 \cdot P_a = -0,68 \cdot \dot{Q} + 0,136 \cdot Q \quad (3.99)$$

немесе жалпы түрде:

$$\ddot{x} + a_2 \cdot \dot{x} + a_1 \cdot x = b_1 \cdot \dot{u} + b_2 \cdot u. \quad (3.100)$$

Ізделген нормаль теңдеулердің жүйесі былай болады:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + c_1 \cdot u; \\ \dot{x}_2 &= a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + c_2 \cdot u \end{aligned} \right\} \quad (3.101)$$

a_{ij} анықтау үшін, сипаттамалық анықтауышты құрамыз:

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_{11} - \alpha & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \alpha \end{vmatrix} = (a_{11} - \alpha) \cdot (a_{22} - \alpha) - a_{21} \cdot a_{12} =$$

$$= \alpha^2 - \alpha \cdot (a_{22} + a_{11}) - a_{22} \cdot a_{12} + a_{11} \cdot a_{22}. \quad (3.102)$$

(3.102) сипаттамалық теңдеу коэффициенттерін (3.100) өрнектің сол бөлігінің коэффициенттерімен теңестіреміз:

$$a_2 = -(a_{11} + a_{22}); \quad a_1 = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}. \quad (3.103)$$

Екі коэффициентті кез келген сан ретінде алуға болады, сонда $a_{11} = 0$, $a_{21} = 1$, ал $a_{22} = -a_2$, $a_{12} = -a_1$.

(3.96)-дан қосалқы анықтауышты табамыз:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -c_1 & a_{12} \\ -c_2 & a_{22} - \alpha \end{vmatrix} = c_1 \cdot a_{22} + c_1 \cdot \alpha + c_2 \cdot a_{12}. \quad (3.104)$$

(3.100)-дің оң бөлігімен (3.104) өрнегін салыстырып жазамыз:

$$c_1 = b_1; \quad c_2 = \frac{b_2 \cdot a_2 - b_1}{a_1}. \quad (3.105)$$

(3.99)-дан a_1 , a_2 , b_1 , b_2 коэффициенттерінің белгілі мәндерін c_1 , c_2 , a_{12} , a_{22} үшін өрнектерге қоямыз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -0,016 \cdot x_2 - 0,68 \cdot u; \\ \dot{x}_2 &= x_1 - 0,281 \cdot x_2 + 44,34 \cdot u. \end{aligned} \right\} \quad (3.106)$$

Егер нысан кірісіне бірнеше u_1 , u_2 , ..., u_k айнымалылар мен олардың туындылары әсер етсе, онда қосалқы анықтауыш келесі түрде жазылады:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -(c_{11} \cdot u_1 + \dots + c_{1k} \cdot u_k) \cdot a_{12} & \dots & a_{1n} \\ -(c_{21} \cdot u_1 + \dots + c_{2k} \cdot u_k) \cdot a_{22} - \alpha & \dots & a_{2n} \\ -(c_{n1} \cdot u_1 + \dots + c_{nk} \cdot u_k) \cdot a_{n2} & \dots & a_{nn} - \alpha \end{vmatrix}. \quad (3.107)$$

Коши түріне тұрақты ток қозғалтқышының дифференциалдық теңдеуін қоямыз:

$$\left(p^2 + \frac{1}{T} \cdot p + \frac{1}{T \cdot T_M} \right) \cdot x_1 = \frac{1}{T \cdot T_M} \cdot u_1 - \left(\frac{1}{T_M} \cdot p + \frac{1}{T \cdot T_M} \right) \cdot u_2, \quad (3.108)$$

мұндағы $x_1 = c \cdot \omega$ – қозғалтқыш якорының ЭҚК. Ол бұрыштық жылдамдыққа ω пропорционал; c – қозғалтқыш моменті мен тогы арасындағы (немесе ЭҚК пен бұрыштық жылдамдық арасындағы) пропорционал коэффициенті; u_1 – қозғалтқыш якорындағы кернеу; $u_2 = I_c \cdot R_d$ – қозғалтқыш якорындағы кернеудің түсуі; I_c – қозғалтқыш якорының тогы. Ол қозғалтқыш білігіндегі статикалық жүктеменің моментіне байланысты; R_d – қозғалтқыш якорының кедергісі; $T_M = \frac{J \cdot R_d}{c^2}$ – қозғалтқыштың электромеханикалық уақыт тұрақтысы; $T = \frac{L_d}{R_d}$ – қозғалтқыш якорының электромагниттік уақыт тұрақтысы; L_d – қозғалтқыш якорының индуктивтілігі; J – инерция моменті.

Тұрақты ток қозғалтқышының кіріс әсері ретінде u_1 , u_2 айнымалылары, ал шығыс координат ретінде – бұрыштық жылдамдық ω (немесе x_1) алынған.

Берілген мысал үшін:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + c_{11} \cdot u_1 + c_{12} \cdot u_2; \\ \dot{x}_2 &= a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + c_{21} \cdot u_1 + c_{22} \cdot u_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.109)$$

жүйенің бас және қосалқы анықтауыштары:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} - \alpha & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \alpha \end{vmatrix} = \alpha^2 - (a_{11} + a_{22}) \cdot \alpha + a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} \quad (3.110)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -c_{11} \cdot u_1 - c_{12} \cdot u_2 & a_{12} \\ -c_{21} \cdot u_1 - c_{22} \cdot u_2 & a_{22} - \alpha \end{vmatrix} =$$

$$= (-c_{11} \cdot a_{22} + c_{21} \cdot a_{12}) \cdot u_1 + (-b_{12} \cdot a_{22} + c_{22} \cdot a_{12}) \cdot u_2 + (c_{11} \cdot u_1 + c_{21} \cdot u_2) \cdot \alpha. \quad (3.111)$$

(3.110)-ың коэффициенттерін, (3.108) теңдеудің сол бөлігінің коэффициенттеріне теңестіріп табамыз:

$$a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} = \frac{1}{T \cdot T_M}; \quad -(a_{11} + a_{22}) = \frac{1}{T}. \quad (3.112)$$

Мұнда екі коэффициент кез келген мән ретінде алынады, сонымен $a_{11} = 0$, $a_{21} = 1$, онда:

$$a_{22} = -\frac{1}{T}; \quad a_{21} = \frac{1}{T \cdot T_M}. \quad (3.113)$$

Енді (3.111)-дегі бір дәрежелі α және p коэффициенттері мен (3.108) өрнектің оң жағындағы коэффициенттерді, (3.113)-ті ескере отырып, теңестіреміз:

$$c_{11} = 0; \quad c_{12} = -\frac{1}{T_M}; \quad c_{21} = \frac{1}{T \cdot T_M}; \quad c_{22} = 0.$$

Сонымен мынаны аламыз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - \frac{1}{T_M} \cdot u_1; \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{T \cdot T_M} \cdot x_1 - \frac{1}{T} \cdot x_2 + \frac{1}{T \cdot T_M} \cdot u_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.114)$$

Бақылау сұрақтары және жаттығулар:

1. Басқару нысандарының математикалық модельдерінің негізгі түрлерін атаңыз және түсіндіріңіз.
2. Негізгі типтік үрдістер және олардың сипаттамасы.
3. Тәжірибелік материал негізінде статикалық сипаттамалар қалай ұсынылады?
4. Типтік технологиялық операциялардың динамикалық сипаттамалары.

5. Өндірістік нысандардың динамикасын суреттеуге мүмкіндік беретін дифференциалдық теңдеулердің негізгі 6 түрін атаңыз.

6. Өндірістік басқару нысандарының модельдерін алудың негізгі әдістерін сипаттаңыз.

7. Математикалық модельдерді алудың аналитикалық әдісінің мағынасы.

8. Нысанның екпін қисығы бойынша идентификациялаудың қарапайымдатылған әдісінің мағынасы.

9. Аудандар әдісі.

10. Винер-Хопф теңдеуін шешудің негізгі сатылары.

11. Жиіліктік облыста Винер-Хопф теңдеуін шешу әдісі.

12. Уақыт облысында және операциялық күшейткіштер көмегімен Винер-Хопф теңдеуін шешу әдісі.

13. Бейсызықты нысандардың идентификациясы (шешу алгоритмі).

14. Коши түрінде математикалық модельдерді ұсыну алгоритмі.

4. ӨНДІРІСТІК НЫСАНДАРДАҒЫ ЭЛЕКТР- ЖЕТЕКТЕРІНІҢ НЕГІЗГІ ЭЛЕМЕНТТЕРІН ОЛАРДЫҢ ТЕХНИКАЛЫҚ МӘЛІМЕТТЕРІ БОЙЫНША ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАУ

4.1. Кіріспелік ескертулер

050718 «Электр энергетикасы» мамандығы бойынша оқитын студенттер, осы мамандықтың МЖМБС сәйкес, арнайы пәндерді оқу негізінен пәннің 3 циклі бойынша дайындықтан өтеді:

1. Технологиялық кешендерді автоматтандыру (таңдап алған мамандыққа сәйкес сала бойынша);

2. Өндірістік қондырғылар мен агрегаттардың автоматтандырылған электржетегі;

3. Өндірістік агрегаттар мен қондырғылардың автоматтандырылған электржетегі.

Технологиялық кешендердің автоматты басқару жүйесін жасау кезінде, көбінесе негізгі қарастырылатын сұрақ – басқару нысанының идентификациясы болып табылады. Бұл сұрақтың шешімінің жолдары жоғарыдағы бөлімдерде қарастырылған.

7 пәннен тұратын үшінші цикл бойынша оқу жобалаулар кезінде (курстық, дипломдық) студенттер 5 курстық жұмысты және жобаларды орындайды. Оларда студенттер негізінен электржетектерінің элементтерін арнайы әдебиеттерден (анықтамалық) алады.

Жобалаудың берілген технологиялық жағдайы бойынша технологиялық қондырғының электржетегін басқару жүйесін анализдеу мен синтездеу кезінде, таңдап алынған электржетегі жүйенің динамикалық моделінің құрылымы мен өлшемдерін (параметрлерін) білу қажет, сондай-ақ осы жүйенің негізгі элементтерінің идентификациясын жүргізу қажет.

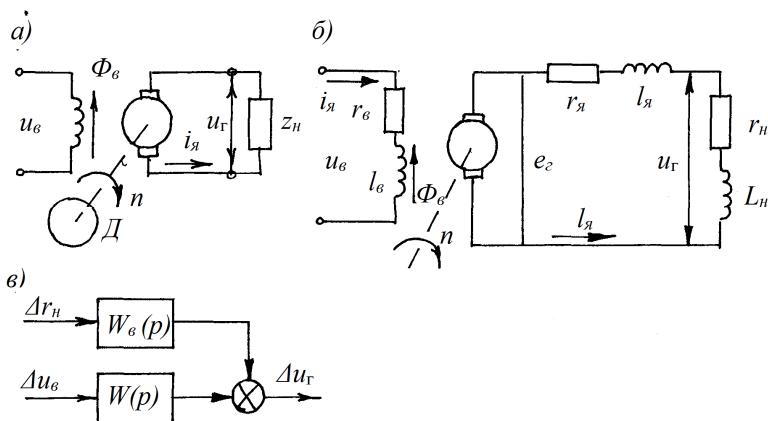
Техникалық сипаттамалары (орама берілістері, конструктивтік өзгешеліктер, статикалық сипаттамалар, т.б.) бойынша, автоматтандырылған электржетегі элементтерінің идентификациясы оқу әдебиеттерде жақсы (жөнді) қарастырылмаған, ал кейбір әдебиеттер жалпы сипаттағы түсіндірулермен шектелген.

Жоғарыда айтылғанға байланысты, электржетектерінің негізгі элементтерін, олардың техникалық сипаттамалары бойынша идентификациялау мәселелері осы бөлімде қарастырылған.

Қолданылатын (эксплуатацияланатын) электржетегі жүйелерінің динамикалық параметрлерін, олардың техника-экономикалық көрсеткіштерін жоғарылату мақсатымен дәлдеу – автоматтандырылған электржетегін қалыптастыру мен баптау облысына жатады.

4.2. Тұрақты ток генераторын идентификациялау

Әдетте, автоматты реттеу жүйелерінде тәуелсіз қоздырылатын генераторлар қолданылады (4.1-сурет). Осындай активті-индуктивті жүктелген $z_n = r_n + jx_n$ генератордың қағидалық сұлбасы 4.1, а-суретте көрсетілген.



4.1-сурет. Тәуелсіз қоздырылатын тұрақты ток генераторы

Енді статикалық тәртіпте жұмыс істейтін генераторды қарастырамыз. Бұл жағдайда, якорь реакциясын есептемегенде, генератор шығысындағы кернеу мынандай болады:

$$u_{\Gamma} = e_{\Gamma} - r_{\text{Я.Ц}} \cdot i_{\text{Я}} = c \cdot n \cdot \Phi_B - r_{\text{Я.Ц}} \cdot i_{\text{Я}}, \quad (4.1)$$

мұндағы $e_{\Gamma} = c \cdot n \cdot \Phi_B$ – генератордың ЭҚК, В; Φ_B – генератордың қоздыру ағыны, Вб; $c = \frac{p \cdot N}{(\alpha \cdot 60)}$ – конструктивті тұрақты

[мұндағы p – жұп полюстер саны, N – якорьдың активті өткізгіштер саны (екі еселенген якорь w орамалары санына тең); α – якорь орамаларының параллельді қос тармақтарының саны]; n – якорьдың айналу жылдамдығы, айн/мин; $r_{\text{Я.Ц}}$ – якорь тізбегінің кедергісі, Ом; $i_{\text{Я}}$ – якорь тогы, А.

Генератордың конструктивтік тұрақтысын оның қалыпты берілулері бойынша табуға болады:

$$c = \frac{e_{\Gamma.\text{НОМ}}}{\Phi_{B.\text{НОМ}} \cdot n_{\text{НОМ}}} = \frac{U_{\Gamma.\text{НОМ}} + I_{\text{Я.НОМ}} \cdot r_{\text{Я.Ц}}}{\Phi_{B.\text{НОМ}} \cdot n_{\text{НОМ}}}. \quad (4.2)$$

(4.1) теңдеуінен жүктеме тогы көбейген сайын, генератордың кернеуі төмендейтінін көреміз. Кернеу және қоздыру тогының сәйкес келетін мәндерін, магниттік қоздыру ағынының Φ_B шамасын өзгерту арқылы, генератордың кернеу деңгейін бақылауға болады.

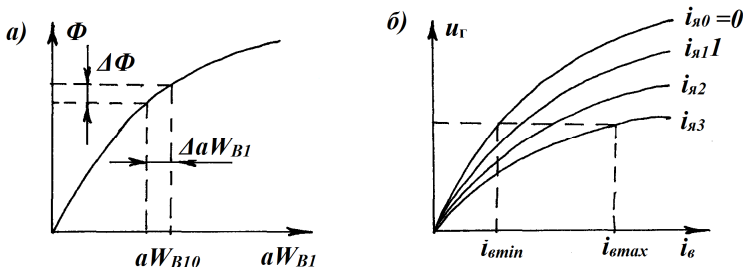
Генератордың қоздыру ағыны Φ_B , магниттік қозғалтқыш күшінің F (МҚК) сызықсыз функциясы болып табылады. Генератордың техникалық берілулерінде, бұл байланыс, әдетте бір полюстің магниттелу қисығы түрінде келтіріледі:

$$\Phi_B = f(F) = f(aw_{B1}), \quad (4.3)$$

мұндағы $F = aw_{B1}$ – бір полюстің МҚК, А.

4.2, а-суретінде гистерезис әсерін есептемегендегі магниттелу қисығы көрсетілген.

(4.1) теңдеуі бойынша магниттелу қисығын қолдана отырып генератордың жүктемелі сипаттамаларын құруға болады (4.2, б-сурет). Бұл сипаттамалар жүктеме тогы өзгерген кезде, генератордың кернеуін берілген деңгейде демеу үшін қажет қоздыру тогының i_B диапазон өзгерісін анықтауға мүмкіндік туғызады. Анықталған мәндері $i_{B \min}$ және $i_{B \max}$ мұндағы автоматты жүйенің орындаушы элементін есептеу үшін бастапқы берілулер болып табылады. Бұл жүйеде генератор – басқару нысаны болып табылады.



4.2-сурет. Тәуелсіз қоздырылатын генератордың магниттелу қисығы және жүктемелі сипаттамалары

Жоғарыда қарастырылған сипаттамалардан генератор сызықсыз буын екені көрініп тұр, сондықтан оның динамикасы сызықсыз дифференциалдық қ теңдеу болып табылады.

$n=const$ жағдай үшін жуық шамада генератор динамикасының сызықты теңдеуін құрастырамыз. Мұнда u_B – қоздыру кернеу бастапқы (басқару) шамасы деп, ал шығыс шамасы ретінде – жүктеме кернеуі деп қарастырамыз.

Есебімізді қысқарту үшін гистерезис, құйынды токтар және якорь әсерін есептемейміз, сонымен қатар, шашырау ағыны қоздыру ағынымен Φ_B бір заң бойынша өзгереді деп қарастырамыз. Генератор теңдеуін құрған кезде эквиваленттік сұлбаны қолданамыз (4.2, б-сурет).

Жұмыс нүктесінде сызықсыз (4.3) байланысты сызықтандыра отырып мынаны аламыз:

$$\Delta \dot{\Phi}_B = c_{\Gamma 1} \Delta a w_{B1} = c_{\Gamma 1} w_{B1} \Delta i_B$$

немесе кескін түрінде (келесі кескіндегі теңдеулерде Δ белгісі жазылмайды):

$$\Phi_B(p) = c_{\Gamma 1} \cdot w_{B1} \cdot I_B(p), \quad (4.4)$$

мұндағы $c_{\Gamma 1} = \left[\frac{\partial f(a w_{B1})}{\partial (a w_{B1})} \right]_{a w_{B10}} \approx \left(\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta a w_{B1}} \right)_{a w_{B10}}$ – аналитикалық

немесе графикалық формада берілген $\Phi_B = f(a w_{B1})$ байланысы

бойынша анықталатын коэффициент; w_{B1} – бір полюске берілген қоздыру орамаларының орам саны.

Қоздыру тізбегі үшін тендеуді кескін түрде жазамыз (полюстер орамдары тізбектеп қосылған кезінде):

$$U_B(p) = r_B \cdot I_B(p) + 2p \cdot \sigma_\Gamma \cdot w_{B1} \cdot p \cdot \Phi_B(p) \quad (4.5)$$

немесе (4.4) ескеріп:

$$U_B(p) = r_B \cdot I_B(p) + L_B \cdot p \cdot I_B(p), \quad (4.6)$$

мұндағы r_B – қоздыру тізбегінің кедергісі, Ом;
 $L_B = 2p \cdot \sigma_\Gamma \cdot c_\Gamma \cdot w_{B1}^2$ – қоздыру тізбегінің индуктивтілігі, Гн;
 $\sigma = 1,15 - 1,2$ – генератордың магнит ағынының шашырауын ескеретін коэффициент.

(4.4) байланысын қолдана отырып генератордың ЭҚК кескінін табамыз:

$$E_\Gamma(p) = c \cdot n \cdot \Phi_B(p) = c_\Gamma \cdot c_{\Gamma1} \cdot w_{B1} \cdot I_B(p), \quad (4.7)$$

мұндағы $c_\Gamma = c \cdot n = \frac{p \cdot N}{a \cdot 60} \cdot n$.

Якорь және жүктеменің тізбегі үшін мына тендеулерді жазуға болады:

$$E_\Gamma(p) = (r_{я.ц} + L_{я.п}) I_{я}(p) + U_\Gamma(p); \quad (4.8)$$

$$U_\Gamma(p) = (r_n + L_{н.п}) I_{я}(p), \quad (4.9)$$

мұндағы $I_{я}(p)$ – якорь тізбегіндегі жүктеме тогы өсуінің кескіні;
 $U_\Gamma(p)$ – генератор кернеуі жоғарылауының (өсу) кескіні;

$$L_{я} = \frac{30}{\pi} \cdot \beta \cdot \frac{U_{\Gamma.ном}}{p \cdot n_{ном} \cdot I_{я.ном}} - \text{якорь орамының индуктивтілігі}$$

(компенсациялау (тұрақтандырушы) орамы бар генераторлар үшін $\beta = 0,25 - 0,4$); r_n – жүктеменің кедергісі; L_n – жүктеменің индуктивтілігі.

(4.6) – (4.9) теңдеулерін бірге шеше отырып, генератор динамикасының теңдеуін аламыз. Ол мына түрде болады:

$$(T_B p + 1) \cdot (T_{яH} p + 1) \cdot U_{\Gamma}(p) = \frac{r_H}{r_{я.ц} + r_H} \cdot k_{\Gamma} \cdot (T_H p + 1) \cdot U_B(p), \quad (4.10)$$

мұндағы $T_B = L_B / r_B$ – қоздыру тізбегінің уақыт тұрақтылығы, сек; $T_{яH} = (L_{я} + L_H) / (r_{я.ц} + r_H)$ – якорь тізбегінің уақыт тұрақтылығы, сек; $T_H = L_H / r_H$ – жүктеме тізбегінің уақыт тұрақтылығы, сек; $k_{\Gamma} = C_{\Gamma} \cdot C_{\Gamma 1} \cdot \omega_{B1} / r_B$ – генератордың беріліс коэффициенті.

Активті жүктеме $z_H = r_H$ кезінде $T_H = 0$ тең болады. Көп жағдайда $T_{яH}$ шамасы аз болады, сондықтан оны есептемеуге болады, мұндай жағдайда генератор теңдеуі мынандай түрде болады:

$$(T_B p + 1) \cdot U_{\Gamma}(p) = \frac{r_H}{r_{я.ц} + r_H} \cdot k_{\Gamma} \cdot U_B(p). \quad (4.11)$$

Активті жүктемелі генератордың теңдеуін құрастырамыз. Бұл жағдайда жүктеме кедергісі Δr_H шамасына секірме түрде өзгереді деп есептейміз. Жүктеме тізбегі үшін мынаны жазуға болады:

$$u_{\Gamma 0} + \Delta u_{\Gamma} = (r_{H0} + \Delta r_H)(i_{я0} + \Delta i_{я}), \quad (4.12)$$

мұндағы $u_{\Gamma 0}$, r_{H0} – ауытқуға дейінгі, $t = 0 - |\varepsilon|(\varepsilon \rightarrow 0)$ болғанда, генератор кернеуі және жүктеме кедергісі; $i_{я0} = u_{\Gamma 0} / r_{H0}$ – ауытқуға дейінгі $t = 0 - |\varepsilon|(\varepsilon \rightarrow 0)$ болғанда, жүктеме тогы; $\Delta r_H = r_H - r_{H0}$ – ауытқуға дейінгі $t = 0 + |\varepsilon|(\varepsilon \rightarrow 0)$ болғанда, жүктеме кедергісінің өсуі.

Кескінге келгенде, шамалардың өсуі үшін мынаны аламыз:

$$U_{\Gamma}(p) = r_H \cdot I_{\gamma}(p) + \frac{u_{\Gamma 0}}{r_{H0}} \cdot R_H(p) \quad (4.13)$$

немесе

$$U_{\Gamma}(p) = E_{\Gamma}(p) - r_{\gamma, \gamma} \cdot I_{\gamma}(p). \quad (4.14)$$

$r_H = \infty$ қабылдай отырып, (4.11) теңдеуінен генератордың ЭҚК-і үшін мынандай теңдеу табамыз:

$$(T_B p + 1) \cdot E_{\Gamma}(p) = k_{\Gamma} \cdot U_B(p). \quad (4.15)$$

(4.13) – (4.15) бірге жүктеменің әсерін есептей отырып, генератордың кернеуі үшін мына теңдеуді аламыз:

$$\begin{aligned} & (T_B p + 1) \cdot U_{\Gamma}(p) = \\ & = \frac{r_H}{r_{\gamma, \gamma} + r_H} \cdot k_{\Gamma} \cdot U_B(p) + \frac{r_{\gamma, \gamma}}{r_{\gamma, \gamma} + r_H} \cdot \frac{u_{\Gamma 0}}{r_{H0}} \cdot (T_B p + 1) \cdot R_H(p). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Кернеу көзі болып табылатын генератор үшін, басқару және ауытқу әсерлері үшін беріліс функциялар мына байланыстардан анықталады:

$$\begin{aligned} W(p) &= U_{\Gamma}(p) / U_B(p); \\ W_B(p) &= U_{\Gamma}(p) / R_H(p). \end{aligned} \quad (4.17)$$

(4.16) және (4.17)-дегі негіз бойынша генераторды құрылымдық сұлба ретінде келтіруге болады (4.1, в-сурет).

Енді генератордың динамикасын, оны ток көзі ретінде қолданған кезде қарастырамыз, мысалы, электромагнитті құнарландыру үшін. Бұл жағдайда жүктеме үлкен индуктивтілікпен сипатталады. Шығыс шама ретінде – ток, ауытқу әсері ретінде – жүктеменің активті кедергісінің өзгеруі болған кездегі генератордың динамикасының сызықтық теңдеуін құрамыз.

Генератордың якорь тізбегі қобалжу жағдайда болғанда, мынаны жазуға болады:

$$e_{r0} + \Delta e_r = (r_{я.ц} + r_{H0} + \Delta r_n)(i_{я0} + \Delta i_я) + (L_я + L_H) \frac{d\Delta i_я}{dt} \quad (4.18)$$

немесе кескін түрінде жазған кезде:

$$E_r(p) = i_{я0} \cdot R_H(p) + (r_{я.ц} + r_H + L_я p + L_H p) \cdot I_я(p). \quad (4.19)$$

(4.19) теңдеуі мен (4.15) теңдеуін бірге есептеп генератор тогы үшін мына теңдеуді аламыз:

$$\begin{aligned} & (T_B p + 1) \cdot (T_{я.н} p + 1) \cdot I_я(p) = \\ & = \frac{k_r}{r_{я.ц} + r_H} \cdot U_B(p) - (T_B p + 1) \cdot \frac{i_{я0}}{r_{я.ц} + r_H} \cdot R_H(p), \end{aligned} \quad (4.20)$$

мұндағы $i_{я0} = u_{Г0} / r_{H0} - t = 0 - \varepsilon (\varepsilon \rightarrow 0)$ кезіндегі ауытқуға дейінгі генератордың якорь тізбегіндегі жүктеме тогы; $r_H = r_{H0} + \Delta r_H - t = 0 + \varepsilon (\varepsilon \rightarrow 0)$ кезіндегі ауытқудан кейінгі жүктеменің активті кедергісі; $T_{я.н} = (L_я + L_H) / (r_{я.ц} + r_H)$ – ауытқудан кейінгі якорь тізбегінің уақыт тұрақтысы.

(4.20) теңдеуден басқару және ауытқу әсерлері бойынша, генератордың беріліс функцияларын табуға болады:

$$W(p) = I_я(p) / U_B(p); \quad W_B(p) = I_я(p) / R_H(p). \quad (4.21)$$

Компенсациялайтын орамның әсерін және якорь реакциясын ескере отырып генератор теңдеуінің құру мысалдары әдебиетте берілген [23].

$n_{ном} = 1450$ айн/мин үшін П сериялы тұрақты ток генераторлардың кейбір түрлерінің техникалық берілулері 4.1-кестеде келтірілген. Мұнда мынадай белгілер енгізілген: $U_{ном}$, $i_{ном}$, $P_{ном}$ – кернеу, ток және қуат бойынша генератордың номиналды берілулері; P_1 – номиналды тәртіптегі генератордың білігіндегі қолданылатын қуат; $r_я$, $r_{д.п}$ – якорь орамының және қосымша полюстердің кедергісі; $r_{ст}$ – тізбекті (тұрақтандырушы) орамның кедергісі; $w_{в1}$ және $r_в$ – (бір полюс үшін) орамдар саны және қоздыру орамның кедергісі (жалпы).

Орамдардың кедергісі температура 15°C тең кездегі салқындаған жағдай үшін келтірілген. Орамдар кедергілерінің шамалары есептегенде қыздырылған жағдай үшін алынады:

$$r_{\text{нагр}} = \alpha \cdot r, \quad (4.22)$$

мұндағы $\alpha = 1 + 0.004\tau$ ($\tau - 15^{\circ}\text{C}$ температурамен салыстырғандағы орамның қызып кетуі); жуық шамада $\alpha \approx 1,2$ – тең деп аламыз.

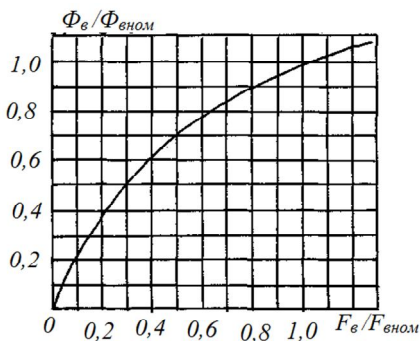
Генератордың қосымша полюстерінің орамдары щетка мен коллектор арасындағы ұшқындарды болдырмайды, тізбектелген орам якорь реакциясын азайтады. Қарастырылған әдіс бойынша есептеулерде, бұл орамдардың кедергісі, келесі шаманы есептегенде ғана есепке алынады:

$$r_{\text{я.ц}} = r_{\text{я}} + r_{\text{Д.П}} + r_{\text{ст}}. \quad (4.23)$$

Егер генератордың номиналды қоздыру тогы анықтамалық берілулерде көрсетілмесе, жуық шамада былай анықталады:

$$I_{\text{В.НОМ}} \approx 0,8 \cdot U_{\text{Г.НОМ}} / (\alpha \cdot r_{\text{Б}}). \quad (4.24)$$

4.3-суретте II сериялы генератордың эмбебап магниттелу қисығы көрсетілген. Ол жуық шамада есеп үшін өнеркәсіп шығаратын генераторлар туралы мағлұмат анықтамада келтірілген [26].



4.3-сурет. II сериялы тұрақты ток генераторының эмбебап магниттелу қисығы

Мысал. 4.1-кесте бойынша $n=n_{\text{НОМ}}$ кезінде тәуелсіз қоздырылатын П-32 типті ($U_{\text{НОМ}}=230$ В) тұрақты ток генераторының жуық беріліс функциясын анықтаймыз. Жүктемені активті деп есептейміз, якорь орамының индуктивтілігін есепке алмаймыз. Бастапқы қоздыру ағынын номиналды деп аламыз, қоздыру көзінің ішкі кедергісін есепке алмаймыз.

Кестеден: $U_{\text{НОМ}} = U_{\Gamma.\text{НОМ}} = 230\text{ В}$; $I_{\text{НОМ}} = I_{\text{я.НОМ}} = 6,5\text{ А}$;
 $n_{\text{НОМ}} = 1450$ айн/мин $p=1$; $a = 1$; $N=2w_{\text{я}}=1440$; $r_{\text{я.ц}}=3,75$ Ом;
 $w_{\text{Б1}}=3400$; $r_{\text{Б}}=480$ Ом. Құрылымдық тұрақтыны аламыз:

$$c = \frac{p \cdot N}{a \cdot 60} = \frac{1 \cdot 1440}{1 \cdot 60} = 24,$$

одан: $c_{\Gamma} = c \cdot n_{\text{НОМ}} = 24 \cdot 1450 = 3,48 \cdot 10^4$.

(4.2) негізі бойынша номиналды қоздыру ағыны мынаған тең:

$$\Phi_{\text{В.НОМ}} = \frac{U_{\Gamma.\text{НОМ}} + I_{\text{я.НОМ}} \cdot \alpha \cdot r_{\text{я.ц}}}{c \cdot n_{\text{НОМ}}} = \frac{230 + 6,5 \cdot 1,2 \cdot 3,75}{3,48 \cdot 10^4} = 7,45 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Бір полюстің номиналды қоздыру тогын және МҚК анықтаймыз:

$$I_{\text{В.НОМ}} \approx \frac{0,8 \cdot U_{\Gamma.\text{НОМ}}}{\alpha \cdot r_{\text{Б}}} = \frac{0,8 \cdot 230}{1,2 \cdot 480} = 0,32\text{ А};$$

$$F_{\text{НОМ}} = a \cdot w_{\text{Б1.НОМ}} = I_{\text{В.НОМ}} \cdot w_{\text{Б1}} = 0,32 \cdot 3400 = 1080\text{ А.}$$

Табылған $\Phi_{\text{В.НОМ}}$, $F_{\text{НОМ}}$ мәндерінен эмбебап магниттелу қисығының осі бойынша масштаб коэффициенттерін аламыз (4.3-сурет):

$$m_{\Phi} = 7,45 \cdot 10^{-3}; \quad m_F = 1080.$$

4.1-кесте

II сериялы тұрақты ток генераторларының
техникалық берілістері

Генера- тор типі	$U_{ном}, В$	$P_{ном}, кВт$	$I_{ном}, А$	$P_1, кВт$	$2p$	$2a$	W_{40}	$\Gamma_a + \Gamma_{д.п.}, Ом$	$\Gamma_{сг}, Ом$	W_{B1} (бір полюске)	$\Gamma_B, Ом$
П-21	115	0,37	3,2	0,53	2	2	1080	5,56	0,96	2500	320
	230	0,37	1,6	0,53			2160	22,55	3,3	4600	1160
П-22	115	0,6	5,2	0,8	2	2	630	2,3	0,6	1600	152
	230	0,6	2,6	0,8			1296	10,0	2,16	3500	770
П-31	115	1,0	8,7	1,3	2	2	576	1,56	0,34	2400	188
	230	1,0	4,4	1,3			1152	6,9	1,32	5400	980
П-32	115	1,5	13,1	1,8	2	2	360	0,76	0,17	1800	122
	230	1,5	6,5	1,8			720	3,17	0,58	3400	480
П-41	115	2,7	23,4	3,6	4	2	351	0,558	0,136	900	68,8
	230	2,7	11,7	3,6			702	2,23	0,488	1600	214
П-42	115	3,2	27,8	4,1	4	2	270	0,39	0,0534	750	50
	230	3,2	13,9	4,1			513	1,56	0,3	1350	180
П-51	115	5,0	43,4	6,2	4	2	217	0,191	0,03	700	32
	230	5,0	21,7	6,2			434	0,78	0,112	1300	120
П-52	115	6,5	56,4	7,9	4	2	186	0,15	0,0096	600	28,3
	230	6,5	28,2	7,9			341	0,6	0,074	1250	152
П-61	115	9,0	78,0	10,7	4	2	186	0,111	0,0088	800	35,0
	230	9,0	39,1	10,7			341	0,35	0,04	1500	120
П-62	115	11,5	100	13,6	4	2	124	0,061	0,009	650	25
	230	11,5	50	13,6			248	0,222	0,028	1150	80
П-71	230	16	69,5	21,8	4	2	297	0,30	0,0115	950	43
П-72	230	21	91,0	25,4			210	0,1745	0,00725	950	50
П-81	230	27	117	32,0	4	2	222	0,1445	0,00475	1350	69,5
П-82	230	35	152	40,5			155	0,863	0,00308	1600*	27,2
П-91	230	50	217	57,5	4	2	145	0,0504	0,00304	870	35,8
П-92	230	70	304	78,5			105	0,0278	0,0018	1000	48,4
П-101	230	90	391	110	4	2	93	0,0187	0,00072	950*	37,8
П-102	230	110	478	123		4	138	0,0128	0,00061	840	32,5
П-111	230	150	653	167	4	4	126	0,00963	0,00077	850	28
П-112	230	190	826	208			100	0,00624	0,00045	750	24

Бас полюстердің параллель жалғасқан орамдары

$\Phi_B = \Phi_{B,ном}$ кезінде магниттелу қисығынан табатынымыз:

$$c_{Г1} = \frac{m_{\Phi}}{m_F} \cdot \left(\frac{\Delta \bar{\Phi}_B}{\Delta a \cdot \bar{w}_{B1}} \right)_{aw_{B1ном}} \approx \frac{7,45 \cdot 10^{-3} \cdot 0,04}{1080 \cdot 0,1} = 2,7 \cdot 10^{-6}.$$

$\sigma_{Г} = 1,2$ -ге тең деп алып анықтаймыз:

$$L_B = 2 \cdot p \cdot \sigma_{Г} \cdot c_{Г1} \cdot w_{B1}^2 = 2 \cdot 1,2 \cdot 2,7 \cdot 10^{-6} \cdot 3400^2 = 75 \text{ Гн};$$

$$T_B = \frac{L_B}{\alpha \cdot r_B} = \frac{75}{1,2 \cdot 480} = 0,13 \text{ сек.}$$

Генератордың беріліс коэффициенті:

$$k_{Г} = \frac{c_{Г} \cdot c_{Г1} \cdot w_{B1}}{\alpha \cdot r_B} = \frac{3,48 \cdot 10^4 \cdot 2,7 \cdot 10^{-8} \cdot 3400}{1,2 \cdot 480} = 0,55.$$

(4.11) және (4.17) негіздерінен генератордың беріліс функциясы мынаған тең:

$$W(p) = \frac{U_{Г}(p)}{U_B(p)} = \frac{r_H}{\alpha \cdot r_{я.ц} + r_H} \cdot \frac{k_{Г}}{T_B p + 1} = \frac{r_H}{\alpha \cdot r_{я.ц} + r_H} \cdot \frac{0655}{0,13 p + 1}.$$

4.3. Тұрақты ток қозғалтқышын идентификациялау

Тұрақты токта жұмыс істейтін автоматты басқару жүйелерінде тәуелсіз қоздырылатын қозғалтқыштар кең пайдаланылады. Якорьдағы кернеу өзгеру аралығы басқарылатын сондай қозғалтқыштар айналу жылдамдығын кең диапазонда реттеуге мүмкіндік туғызады. Сондықтан олар өнеркәсіптік механизмдердің реттеу жетегінің орындаушы элементі ретінде және күштік қадағалау жүйелерінде кең қолданылады.

Тәуелсіз қоздырылатын тұрақты ток қозғалтқыштың қағидалық сұлбасы 4.4-суретте көрсетілген. Қозғалтқыш жұмысының статикалық тәртібін қарастырамыз. Бұл жағдайда, якорь реакциясын есептемегенде, қозғалтқыш үшін мынаны аламыз:

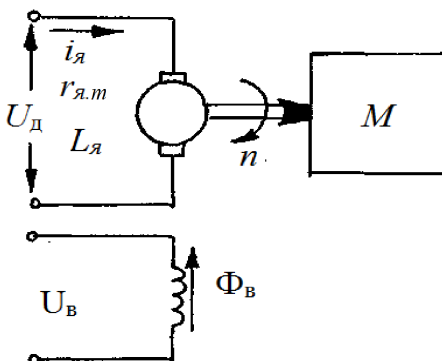
$$u_d = e_d + r_{я.ц} i_{я}; \quad (4.25)$$

$$e_d = c_e \Phi_B n ; \quad (4.26)$$

$$M = c_m \Phi_B i_{я} . \quad (4.27)$$

(4.25) – (4.27) тендеулерінде келесі белгілер енгізілген: U_d – қозғалтқыш якорындағы кернеу, B ; $i_{я}$ – якорь тогы, A ; $r_{я.т}$ – якорь тізбегінің кедергісі, Ω ; e_d – айналу ЕҚК, B ; Φ_B – қоздыру ағыны, $Вб$; n – қозғалтқыштың айналу жылдамдығы, $айн/мин$; M – қозғалтқыш тудыратын момент, $H \cdot m$; $c_e = \frac{p \cdot N}{\alpha \cdot 60}$;

$c_m = \frac{p \cdot N}{2\pi \cdot a}$ – конструктивтік тұрақтылар (мұнда p – қозғалтқыштың жұп полюстер саны; N – якорьдағы активті өткізгіштің саны (якорь орамдарының $w_{я}$ еселенген санына тең); a – якорь орамының параллельді тарауының жұп саны).



4.4-сурет. Тәуелсіз қоздырылатын тұрақты ток қозғалтқышы

Тұрақталған тәртіпте, қозғалтқыштың моменті білікке келтірілген жұмыс механизмінің статикалық кедергі M_c моментімен теңестіріледі, яғни бұл жағдайда $M=M_c$ болады.

Мына қатынасқа көңіл аудару қажет:

$$\frac{c_e}{c_m} = \frac{2\pi}{60} = 0,105, \quad (4.28)$$

мұны есептеулерде қолдануға болады.

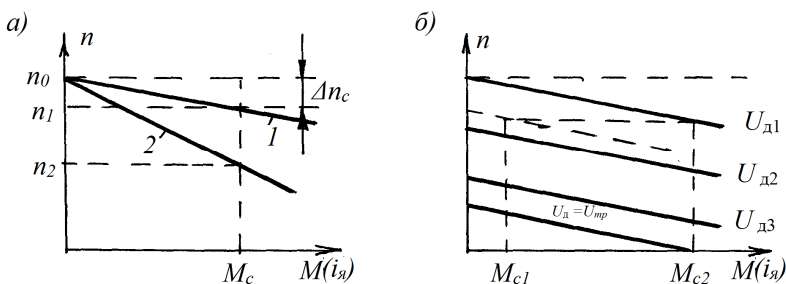
(4.25) – (4.27) теңдеулерінен қозғалтқыштың механикалық сипаттамасын мына түрде аламыз:

$$n = \frac{u_{\text{д}}}{c_e \cdot \Phi_B} - \frac{r_{\text{я.ц}} \cdot i_{\text{я}}}{c_e \cdot \Phi_B}, \quad (4.29)$$

$$n = \frac{u_{\text{д}}}{c_e \cdot \Phi_B} - \frac{r_{\text{я.ц}} \cdot M}{c_e \cdot c_m \cdot \Phi_B^2}. \quad (4.30)$$

(4.29), (4.30) теңдеулерінде оң жақтағы бірінші мүше идеалды бос жүріс кезіндегі айналу жылдамдығына сәйкес келеді $M=0$, $i_{\text{я}}=0$, ал екінші мүше – жүктемелі қозғалтқыштың айналу жылдамдығының төмендеуі.

$\Phi_{\text{в}} = \text{const}$ және $u_{\text{д}} = \text{const}$ болғанда, қозғалтқыштың механикалық сипаттамасы түзу теңдеуі болып өрнектеледі (4.5, а-сурет, 1-түзу).



4.5-сурет. Тәуелсіз қоздырылатын қозғалтқыштың механикалық сипаттамалары

Якорь тізбегінің кедергісі өскен кезде, қозғалтқыштың механикалық сипаттамасының қатаңдығы әлсірейді (4.5, а-сурет, 2-түзу).

Қозғалтқыштың конструктивті тұрақтылықтарын, оның номиналды берілістері бойынша анықтауға болады. (4.29) теңдеуінен аламыз:

$$c_e = \frac{u_{Д.НОМ} - r_{я.ц} \cdot I_{я.НОМ}}{\Phi_{В.НОМ} \cdot n_{НОМ}}. \quad (4.31)$$

c_e -ні анықтау үшін мына формуланы да қолдануға болады:

$$c_e = \frac{u_{Д.НОМ}}{\Phi_{В.НОМ} \cdot n_0}, \quad (4.32)$$

мұндағы $n_0 - u_{Д.НОМ}$ болғанда, механикалық сипаттамадан анықталған, идеалды бос жүріс кезіндегі айналу жылдамдығы.

(4.27) теңдеуінен келесі теңдеу алынады:

$$c_m = \frac{M_{НОМ}}{\Phi_{В.НОМ} \cdot I_{я.НОМ}}. \quad (4.33)$$

$M_{НОМ}$ моментін, $n=n_{НОМ}$ кезінде, механикалық сипаттама бойынша немесе келесі формула бойынша анықтауға болады:

$$M_{НОМ} = 9,55 \cdot \frac{P_{НОМ}}{n_{НОМ}}, \quad (4.34)$$

мұндағы $P_{НОМ}$ – қозғалтқыштың білігіндегі номиналды қуат, *Вт*.

(4.31) – (4.33) теңдеулері c_e және c_m тұрақтыларын жуық шамамен есептеу үшін қолданылады, өйткені қозғалтқыш үшін номиналды берілістері орта шама болып табылады.

Қозғалтқыштың айналу жылдамдығын, якорьдағы кернеуді өзгерту арқылы реттеуді қарастырамыз.

Якорьдағы кернеу әртүрлі болған жағдайда, (4.30) теңдеуі бойынша құрылған қозғалтқыштың механикалық сипаттамасы 4.5, б-суретінде бейнеленген. Кернеу азайған кезде механикалық сипаттама кернеу шамасына пропорционал төмен қарай параллель жылжиды. Статикалық сипаттамалар қозғалтқыштың якорындағы кернеудің өзгеру диапазонын анықтауға мүмкіндік туғызады. Бұл диапазон статикалық M_c моменті, берілген өзгеру шектігінде, берілген айналу жылдамдығын қолдау үшін қажет. (1.36) қатынасын қолдана отырып, якорь тогының мәнін табуға

болады. 4.5, б-суретінде келтірілген график, қозғалу ($u_d=U_{d,mp}$) кернеуімен анықталатын қозғалтқыштың төзімділік аймағын анықтауға мүмкіндік береді. Бұл кернеу, қозғалтқыш айналған кезге сәйкес, және біліктегі M_c кедергі моментіне байланысты.

$n = 0$ және $M=M_c$ болған жағдайда $U_{d,mp}$ шамасын (4.29) және (4.30) теңдеуінен табылуы да ықтимал.

Якорь реакциясын есепке алмағанда, $\Phi_e=const$ болған жағдайда, қозғалтқыштың динамика теңдеуін құрамыз. Кіріс шама ретінде – якорьдағы кернеуді, ал шығыс шама ретінде – айналу жылдамдығын аламыз.

Қозғалтқыштың білігіндегі кедергі моменті айналу жылдамдығынан тәуелсіз болған жағдайды қарастырамыз. Бұл жағдайда мынандай мәндер енгіземіз:

$$c_e \cdot \Phi_B = c_{ед} ; \quad c_e \cdot \Phi_B = c_{мд} . \quad (4.35)$$

Нөлдік бастапқы шама кезінде $e_d = c_{ед}n$ болғанда, якорь тізбегі үшін жазамыз:

$$U_d(p) = c_{ед} \cdot n(p) + r_{я.у} \cdot I_y(p) + L_y \cdot p \cdot I_y(p) . \quad (4.36)$$

Қозғалтқыштың динамикалық моментінің формуласында $M_{дин} = J \cdot d\omega_d / dt$, бұрыштық ω_d (рад/сек) жылдамдықты n (айн/мин)-ге ауыстырып, моменттердің тепе-теңдік теңдеуін аламыз:

$$M(p) = \frac{1}{9,55} \cdot J \cdot p \cdot n(p) + M_c(p) , \quad (4.37)$$

мұндағы $J = J_d + J_{н.нр}$ – қозғалтқыш білігіндегі инерция моменті, $кг \cdot м^2$. Мұнда J_d – қозғалтқыш якорының инерция моменті; $J_{н.нр} = k_p^2 \cdot J_H$ – қозғалтқыш білігіне келтірілген жүктеменің инерция моменті (k_p – қозғалтқыш бірлігін және жүктемені қосатын редуктордың беріліс коэффициенті).

Мына байланысты қолданамыз:

$$M(p) = c_{м.д} \cdot I_y(p) . \quad (4.38)$$

(4.36) – (4.38) теңдеулерін бірге есептегеннен кейін қозғалтқыш теңдеуін жазамыз:

$$\begin{aligned} & (T_{я} \cdot T_{эм} p^2 + T_{эм} p + 1) \cdot n(p) = \\ & = k_{д} \cdot U_{д}(p) - (T_{я} p + 1) \cdot k_{д.В} \cdot M_c(p), \end{aligned} \quad (4.39)$$

мұндағы $T_{я} = L_{я} / r_{я.ц}$ – якорь тізбегінің уақыт тұрақтысы, сек;

$T_{эм} = \frac{1}{9,55} \cdot J \cdot \frac{r_{я.ц}}{c_{е.д} \cdot c_{мд}}$ – электромеханикалық уақыт тұрақтысы,

сек; $k_{д} = 1 / c_{е.д}$ – қозғалтқыштың басқару әсері бойынша беріліс коэффициенті, айн/мин·В; $k_{д.В} = r_{я.ц} / (c_{е.д} \cdot c_{м.д})$ – қозғалтқыштың қобалжу әсері бойынша беріліс коэффициенті, айн/(Н·м·мин).

Якорьдың $L_{я}$ индуктивтілігін есептеу қиын, сондықтан іс жүзінде оны тәжірибе түрінде анықтайды. Жуық шамада [22] $L_{я}$ шамасы мынаған тең, Гн:

$$L_{я} \approx \frac{30}{\pi} \cdot \beta \cdot \frac{U_{д.НОМ}}{p \cdot n_{НОМ} \cdot I_{я.НОМ}}, \quad (4.40)$$

мұндағы $\beta = 0,25 \div 0,6$ (төменгі мән – компенсацияланған машина үшін, ал жоғарғы мән – компенсацияланбаған машина үшін).

$T_{эм}$ анықтау үшін мына байланыс бар:

$$T_{эм} = \frac{1}{9,55} \cdot J \cdot \frac{\Delta n_c}{M_{НОМ}}, \quad (4.41)$$

мұндағы $\Delta n_c = \frac{r_{я.ц} \cdot I_{я.НОМ}}{c_{ед}}$ – номиналды режимдегі

қозғалтқыш жылдамдығының төмендеуі.

(4.39) теңдеуін анализдеген кезде $T_{эм} \leq 4T_я$ болғанда, қозғалтқыш тербеліс қасиетіне ие болатынын анықтауға болады. Ал бұл тербелістер қажетті емес. Сондықтан қозғалтқыштарды құрастыру кезінде $T_{эм} \geq 4T_я$ қатынасты орындауға ұмтылады. Бұл жағдайда қозғалтқыштың динамика теңдеуін мына түрде жазуға болады:

$$(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1) \cdot n(p) = \\ = k_d \cdot U_d(p) - (T_я p + 1) \cdot \kappa_{д.в} M_c(p), \quad (4.42)$$

мұнда $T_1 = \frac{T_{эм}}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{T_я}{T_{эм}}} \right); \quad T_2 = \frac{T_{эм}}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{T_я}{T_{эм}}} \right).$

$T_{эм} \gg T_я$ болған жағдайда, $T_я$ шамасын есепке алмай, қозғалтқыштың теңдеуін жуық шамада бірінші ретті теңдеуге келтіруге болады.

Басқару және қобалжу әсерлері бойынша қозғалтқыштың беріліс функциялары мынаған сәйкес:

$$W(p) = n(p)/U_d(p); \quad W_B(p) = n(p)/M_c(p). \quad (4.43)$$

Қозғалтқыштың шығыс шамасы ретінде біліктің бұрылу бұрышы жиі алынады (әдетте, радианда өлшенеді). Сонымен қатар $\alpha_d(p) = \frac{1}{p} \omega_d(p)$, ал $\omega_d = \left[\frac{рад}{сек} \right] = \frac{1}{9,55} \cdot n \left[\frac{айн}{мин} \right]$ есептей отыра, (4.43) теңдеудің орнына, қозғалтқыштың басқа беріліс функцияларын аламыз:

$$\left. \begin{aligned} W_\alpha(p) &= \frac{\alpha_d(p)}{U_d(p)} = \frac{1}{9,55} \cdot \frac{1}{p} W(p) \\ W_{B\alpha}(p) &= \frac{\alpha_d(p)}{M_c(p)} = \frac{1}{9,55} \cdot \frac{1}{p} W_B(p) \end{aligned} \right\}. \quad (4.44)$$

Біліктегі статикалық момент айналу жылдамдығына байланысты болған жағдай үшін, қозғалтқыштың динамика теңдеуін құрамыз.

Мысалы, қозғалтқыштың жүктемесі болып, тұрақты кедергіге қамтылған, тәуелсіз қоздырылатын тұрақты ток генераторы болса, онда осындай түрлі сызықты байланыс бар болады. Желдеткіш моменті деп аталатын механизмдерде біліктегі статикалық момент айналу жылдамдығының квадратына тәуелді болады.

Жалпы жағдайда, аз өзгеретін айналу жылдамдығы үшін статикалық моменттің өсу шамасы:

$$\Delta M_c(t, n) = \Delta M_{c0}(t) + k_c \cdot \Delta n(t), \quad (4.45)$$

мұндағы M_{c0} – кедергі моменттің тұрақты құрамасы;

$$k_c = \left[\frac{\partial M_c(t, n)}{\partial n} \right] \cdot \Delta n \quad - \quad \text{берілген нүктеде} \quad M_c(t, n)$$

байланысы сызықтандырылған кезде алынатын коэффициент.

(4.45) байланысын ескере отырып, қозғалтқыштың теңдеуі мына түрге келтіріледі:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{T_y \cdot T_{эм}}{1 + k_B k_c} p^2 + \frac{k_B k_c T_y + T_{эм}}{1 + k_B k_c} p + 1 \right) \cdot n(p) = \\ & = \frac{k_D}{1 + k_B k_c} U_D(p) - \frac{k_B}{1 + k_B \cdot k_c} (T_y p + 1) \cdot M_{c0}(p). \end{aligned} \quad (4.46)$$

4.2, 4.3, 4.4-кестелерде кейбір тұрақты ток қозғалтқыштардың техникалық сипаттамалары келтірілген.

Кестелерде мына шамалар енгізілген: $U_{НОМ}$, $I_{НОМ}$, $P_{НОМ}$, $\eta_{НОМ}$ – кернеу, ток, қуат, ПӘК бойынша қозғалтқыштың номиналды берілулері ($I_{НОМ} = I_{Я.НОМ} + I_{В.НОМ}$); r_y және $r_{ДП}$ – якорь орамының және қосымша полюстердің кедергісі; $r_{ст}$ –

тізбектелген орамның кедергісі; GD^2 – қозғалтқыштың айналдыру моменті; M_{π} – іске қосу моменті.

Орамның кедергісі салқындаған жағдай үшін келтірілген. (4.22) байланысын пайдалана отырып, жылу кезіндегі кедергінің кеңеюін ескеруге болады. Қозғалтқыштың якорь тізбегінің кедергісін (4.23) теңдеуі бойынша есептеуге болады. Қозғалтқыш якорының инерция моменті:

$$J_D = m\rho^2 = mD^2 / 4, \quad (4.47)$$

мұндағы J_D – инерция моменті, $кг \cdot м^2$; m – якорь массасы, $кг$; ρ және D – инерцияның радиусы және диаметрі, $м$.

Анықтамалық әдебиеттерде және каталогтарда инерция моментін, айналдыру моменті арқылы білдіреді. Бұл жағдайда инерция моменті $кг \cdot м \cdot сек^2$ өлшенеді:

$$J_D = \frac{G}{g} \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{GD^2}{4g},$$

мұндағы $\frac{G}{g} = m$ – якорь массасы, $кг \cdot сек^2 / м$; g – ауырлық күшінің үдеуі $9.81 м/сек^2$ -қа тең; $G=mg$ – якорь салмағы (ауырлық күші), $кг$ ($1 кг = 9,81 кг \cdot м / сек^2$).

СИ бойынша – инерция моментін сан түрінде $GD^2 [кг \cdot м^2]$ айналдыру моменті арқылы көрсету үшін, мына байланысты қолдануға болады:

$$J_D = \frac{GD^2}{4}. \quad (4.48)$$

Қозғалтқыштың номиналды тогы:

$$I_{я.НОМ} = I_{НОМ} - I_{В.НОМ} \approx I_{НОМ} - \frac{U_{НОМ}}{\alpha r_B}.$$

II сериялы тұрақты ток қозғалтқыштардың техникалық
берілістері, $n_{ном} = 1500$ айн/мин

Қозғалтқыш түрі	$U_{ном}, В$	$I_{ном}, А$	$\eta_{ном}, \%$	2р	2а	$W_{я}$	$I_{я} + I_{дп} (15^{\circ}C$ кезінде), Ом	$I_{ет}, Ом$	$W_{вп}$ (на полюс)	$I_{в} (15^{\circ}C$ кезінде), Ом	$GD, кг \cdot м^2$	$P_{ном}, кВт$
П-11	110 220	4,3 2,06	63,5 66,0	2	2	826 1652	5,14 22,6	0,236 0,88	2700 4000	300 670	0,012	0,3
П-12	110 220	5,2 2,88	78,5 71,0	2	2	574 1176	2,97 11,75	0,125 0,25	1850 4000	158 785	0,015	0,45
П-21	110 220	8,9 4,4	72,0 72,0	2	2	558 1188	1,52 6,59	0,063 0,24	2000 4800	107 600	0,045	0,7
П-22	110 220	11,7 5,9	77,0 77,0	2	2	414 864	0,96 4,17	0,062 0,25	2400 4800	175 712	0,055	1,0
П-31	110 220	17,4 8,6	78,0	2	2	342 756	0,594 2,455	0,026 0,212	2600 4600	130 470	0,085	1,5
П-32	110 220	24,5 12,2	80,5 81,5	2	2	234 468	0,285 1,35	0,02 0,092	1700 3600	78 358	0,105	2,2
П-41	110 220	36,1 18,1	80,5 80,5	4	2	243 540	0,2826 1,41	0,007 0,0328	1400 2700	118 470	0,15	3,2
П-42	110 220	50,6 25,3	81,0 81,0	4	2	162 351	0,153 0,65	0,0048 0,0392	760 1500	41,4 172	0,18	4,5
П-51	110 220	66 33	82,5 82,5	4	2	155 372	0,1026 0,565	0,0044 0,0073 6	900 1800	45,2 262	0,35	6,0
П-52	110 220	86 42,6	84,5 85,5	4	2	124 248	0,0656 0,298	0,0022 0,0068	800 1800	41,8178	0,40	8,0
П-61	220	57,3	87,0	4	4	248	0,199	0,006	1950	178	0,56	11
П-62	220	73	86,0	4	4	186	0,1183	0,004	1700	146	0,56	14

Мысал. Номиналды қоздыру ағыны кезіндегі және $M_c = M_c(t)$, $J_{н.пр} = 0,014 кг \cdot м^2$ болғанда П-22 типті қозғалтқыштың ($U_{ном} = 220В$, $n_{ном} = 1500$ айн/мин) динамика теңдеу коэффициенттерін анықтаймыз.

4.3-кесте

МИ сериялы тәуелсіз қоздырылатын тұрақты ток
қозғалтқыштардың техникалық берілістері

Қозғалтқыш түрі	$U_{ном}, В$	$n_{ном}, об/мин$	$P_{ном}, кВт$	$I_{я, ном}, А$	$I_{в, ном}, А$	$\eta_{ном}, \%$	$\Gamma_{я, л} (20^0C$ кезінде), Ом	$\Gamma_{в} (20^0C$ кезінде), Ом	$M_{ном} \times$ $9,81 \times$ $10^{-2},$ $н \cdot м$	$M_{с} \times$ $9,81 \times$ $10^{-2},$ $н \cdot м$	$GD, кГ \cdot м^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
МИ-11	60	3000	0,12	2,86	0,27	62	0,46	223	3,9	1,0	0,006
	60	2000	0,1	2,27	0,27	-	0,94	223	-	1,0	0,006
	110	3000	0,12	1,53	0,17	62	1,48	642	3,9	1,0	0,006
	110	2000	0,1	1,22	0,17	-	3,0	642	-	1,0	0,006
МИ-12	60	3000	0,2	4,57	0,28	66	0,23	218	6,4	1,0	0,008
	60	2000	0,12	2,72	0,28	-	0,52	218	-	1,0	0,008
	110	3000	0,2	2,46	0,2	66	0,765	560	6,4	1,0	0,008
	110	2000	0,12	1,46	0,2	-	1,74	560	-	1,0	0,008
МИ-21	60	3000	0,25	5,6	0,2	67	0,284	306	8,0	1,5	0,014
	60	2000	0,2	4,3	0,2	-	0,645	306	-	1,5	0,014
	110	3000	0,25	3,05	0,13	67	0,945	827	8,0	1,5	0,014
	110	2000	0,2	2,33	0,13	-	2,2	827	-	1,5	0,014
МИ-22	60	3000	0,37	8,2	0,23	71	0,195	264	11,9	1,5	0,016
	60	2000	0,25	5,5	0,23	-	0,36	264	-	1,5	0,016
	60	1000	0,12	2,6	0,23	64	1,44	264	11,6	1,5	0,016
	110	3000	0,37	4,4	0,14	-	0,546	934	-	1,5	0,016
	110	2000	0,25	2,9	0,14	69	1,29	790	12,0	1,5	0,016
	110	1000	0,12	1,4	0,14	-	4,58	790	-	1,5	0,016
МИ-31	60	3000	0,45	10,3	0,41	68	0,204	145	14,5	2,5	0,036
	60	2000	0,37	8,2	0,41	-	0,405	145	-	2,5	0,036
	60	1000	0,2	4,4	0,41	-	1,32	145	-	2,5	0,036
	110	3000	0,45	5,6	0,24	68	0,585	460	14,5	2,5	0,036
	110	2000	0,37	4,4	0,24	-	1,16	460	-	2,5	0,036
	110	1000	0,2	2,4	0,24	66	3,93	460	19,4	2,5	0,036
МИ-32	110	2500	0,76	8,2	0,43	80	0,391	258	29,5	2,5	0,053
	110	1500	0,45	5,0	0,43	-	0,975	258	-	2,5	0,053
	110	1000	0,37	4,2	0,43	72	2,21	258	35,9	2,5	0,053
	220	2500	0,76	4,1	0,23	-	1,36	950	-	2,5	0,053
	220	1500	0,45	2,5	0,23	75	3,81	950	29,1	2,5	0,053
	220	1000	0,37	2,1	0,23	-	8,57	950	-	2,5	0,053

4.3-кестенің жалғасы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
МИ-41	110	2500	1,6	19,2	0,43	73	0,249	255	62,0	6,0	0,016
	110	1500	1,1	13,0	0,43	-	0,67	255	-	6,0	0,016
	110	1000	0,76	9,0	0,43	-	1,3	255	-	6,0	0,016
	220	2500	1,6	9,5	0,33	73	0,93	670	62,0	6,0	0,016
	220	1500	1,1	6,4	0,33	-	2,63	670	-	6,0	0,016
	220	1000	0,76	4,5	0,33	72	5,32	670	73,7	6,0	0,016
МИ-42	110	2500	3,2	36,3	0,62	78	0,1	178	121,0	6,0	0,026
	110	1500	1,6	18,2	0,62	-	0,32	178	-	6,0	0,026
	110	1000	1,1	12,6	0,62	75	0,75	178	106,7	6,0	0,026
	220	2500	3,2	18,0	0,31	-	0,376	715	-	6,0	0,026
	220	1500	1,6	9,1	0,31	-	1,28	715	-	6,0	0,026
	220	1000	1,1	6,3	0,31	75	2,95	715	106,7	6,0	0,026
МИ-51	220	2500	5,0	27,2	-	-	0,164	435	-	12,0	0,5
	220	1500	3,2	17,1	-	-	0,46	435	-	12,0	0,5
	220	1000	1,6	8,7	-	-	1,1	435	-	12,0	0,5
МИ-52	220	2500	7,0	37,0	-	-	0,088	312	-	12,0	0,6
	220	1500	4,5	23,3	-	-	0,26	312	-	12,0	0,6
	220	1000	2,5	13,1	-	-	0,569	312	-	12,0	0,6

4.4- кесте

СЛ типті аз қуатты тұрақты ток қозғалтқыштардың техникалық берілістері

Қозғалтқыш түрі	U _{ном} , В	n _{ном} , айн/мин	P _{ном} , кВт	I _{я.ном} , А	I _{в.к.з} , А	I _{в.ном} , А	I _{я.п} (20°C кезінде), Ом	M _{ном} M _п M _с × 9,81 · 10 ⁻⁴ , Н · м			J _д × 9,81 × 10 ⁻⁵ , кгс · м ²	L _д , мГн
СЛ-121	110	4500	7,5	0,16	0,45	0,07	240	14	42	4	0,039	130
СЛ-161	110	400	8,6	0,17	0,64	0,08	170	21	80	4	0,053	125
СЛ-221	110	3600	13	0,25	0,9	0,05	117	35	90	8	0,14	230
СЛ-221А	110	3600	13	0,25	-	0,05	117	35	90	8	0,14	230
СЛ-261	110	3600	24	0,41	1,74	0,08	51	65	200	8	0,2	140
СЛ-281	24	5200	26	2,16	16,0	0,24	1,15	50	125	8	0,2	0,5
СЛ-321	110	3000	38	0,58	3,3	0,11	25,8	125	310	13	0,6	130
СЛ-361	110	3000	50	0,75	4,35	0,1	20,5	160	400	13	0,7	115
СЛ-369	110	3600	55	0,8	5,85	0,1	15,2	150	450	13	0,7	90
СЛ-521	110	3000	77	1,07	10,0	0,13	8,5	250	650	35	1,7	58
СЛ-521К	110	1000	20	0,37	1,1	0,13	74	200	635	35	1,7	360
СЛ-569	110	3600	175	1,96	24,0	0,11	3,6	475	925	35	2,7	30
СЛ-569К	110	850	36	0,58	2,25	0,22	40	420	1020	35	2,7	290
СЛ-571К	24	2200	95	6,15	62,0	0,85	0,31	420	750	35	2,7	2
СЛ-621	110	2400	172	2,08	30,0	0,16	3,0	700	1250	38	6,75	35
СЛ-661	110	2400	230	2,66	54,0	0,18	1,73	925	1550	38	9,35	25

4.2-кестеден мынандай мәндерді аламыз:

$$U_{Д.НОМ} = 220 \text{ В}; I_{я..НОМ} = I_{НОМ} - I_{В.НОМ} = 5,64 \text{ А}; p=1;$$

$$r_{я.ц} = r_{я} + r_{Д.П} + r_{ст} = 4,43 \text{ Ом}; J_{Д}=0,0138 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

(4.35), (4.31), (4.28) қатынастарын қолдана отырып мына тұрақтыларды аламыз:

$$c_{ед} = \frac{u_{Д.НОМ} - \alpha \cdot r_{я.ц} \cdot I_{я.НОМ}}{n_{НОМ}} = \frac{220 - 1,2 \cdot 4,42 \cdot 5,64}{1500} = 0,126;$$

$$c_{мд} = \frac{1}{0,105} \cdot c_{ед} = \frac{0,126}{0,105} = 1,2.$$

II сериялы қозғалтқыштарда жеңіл компенсациялау орамы бар екенін ескере отырып $\beta = 0,3$ деп алып, (4.40) тендеуі бойынша мынаны табамыз:

$$L_{я} = \frac{30}{\pi} \cdot \beta \cdot \frac{u_{Д.НОМ}}{p \cdot n_{НОМ} \cdot I_{я.НОМ}} = \frac{30}{\pi} \cdot 0,3 \cdot \frac{220}{1 \cdot 1500 \cdot 5,64} \approx 0,075 \text{ Гн}.$$

Қозғалтқыш білігіндегі инерция моменті:

$$J = J_{Д} + J_{Н.пр} = 0,0138 + 0,014 = 0,028 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Параметрлердің сандық мәндерін қойып, мынаны аламыз:

$$k_{Д} = \frac{1}{c_{ед}} = \frac{1}{0,126} \approx 8 \text{ айн/мин} \cdot \text{В};$$

$$k_{В} = \frac{\alpha \cdot r_{яц}}{c_{ед} \cdot c_{м.д}} = \frac{1,2 \cdot 4,42}{0,126 \cdot 1,2} = 35 \text{ айн/Н} \cdot \text{м} \cdot \text{мин};$$

$$T_{я} = \frac{L_{я}}{\alpha \cdot r_{я.ц}} = \frac{0,075}{1,2 \cdot 4,42} = 0,014 \text{ сек};$$

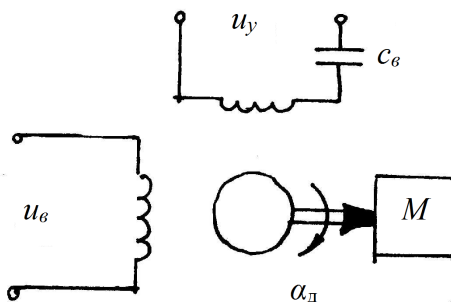
$$T_{эм} = \frac{1}{9,55} \cdot J \cdot \frac{\alpha \cdot r_{яц}}{c_{ед} \cdot c_{м.д}} = \frac{0,028}{9,55} \cdot \frac{1,2 \cdot 4,42}{0,126 \cdot 1,2} = 0,1 \text{ сек}.$$

4.4. Екі фазалы асинхронды қозғалтқышты идентификациялау

Екі фазалы асинхронды қозғалтқыштар автоматты жүйелерде көп қолданылады. Олар көбіне орындаушы элементтер ретінде, аз қуатты бақылау жүйелерінде қолданылады. Осындай қозғалтқыштардың артықшылығы – оларда коллектор болмайды, сондықтан олар жоғары сенімділікке ие.

Негізінде, екі фазалы асинхронды қозғалтқыштар екі типті болады. Бірінші типі – роторы қуыс магнитті емес (электр өткізгіштігі жақсы материалдардан жасалған (әдетте алюминийден Al)) екі фазалы асинхронды қозғалтқыш, екінші типі – ферромагнитті ротордың орамдары қысқа тұйықталған екі фазалы асинхронды қозғалтқыш. Бірінші типті қозғалтқыштардың ПЭК-і азырақ болғанымен, ротор инерциясы аз және реттеу қасиеті жақсырақ. Мұндай типті қозғалтқыштардың қуаты 100-200 Вт-тан аспайды. Екі фазалы асинхронды қозғалтқыштың қағидалық сұлбасы 4.6-суретте көрсетілген. Басқару орамы ω_y және қоздыру орамы ω_B бір-біріне перпендикуляр орналасқан. 90° -тан орамдардағы кернеу арасындағы фазалық ығысу, қоздыру орамының тізбегіне қосылған C конденсатордың көмегімен қамтамасыз етіледі. Орамдар қосылуының басқа да сұлбалары қолданылуы мүмкін [27].

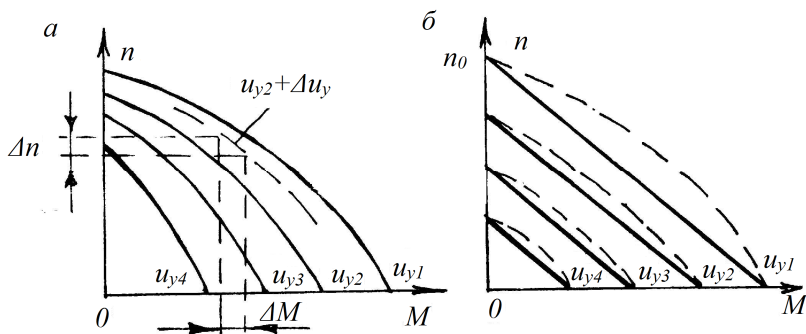
Асинхронды қозғалтқыштың механикалық сипаттамалары сызықты емес және өз параметрлерінен ғана тәуелді емес болады. Сонымен қатар, күшейткіштің шығыс каскадының параметрлерінен және орамдардың қосылу сұлбасынан тәуелді болады. Сондықтан есептеулерде қолданылатын механикалық сипаттамалар, қозғалтқыштың нақты жұмыс шартына сәйкес келуі міндет. Ережеде, ондай сипаттамалар тәжірибе түрінде анықталады. Әдетте анықтамаларда орамдары 4.6-суретте көрсетілген сұлба бойынша қосылған қозғалтқыш үшін техникалық берулер келтіріледі.



4.6-сурет. Екі фазалы асинхронды қозғалтқыш

$n = f(U_d, M)$ механикалық сипаттамалардың (4.7-сурет) көмегімен, білікте статикалық кедергі момент кезінде, басқару кернеуін және қозғалтқыштың қозғау кернеуін табуға болады.

Механикалық сипаттамаларын сызықтандыра отырып, қозғалтқыш динамикасының сызықты теңдеуін құрамыз.



4.7-сурет. Асинхронды қозғалтқыштың механикалық сипаттамалары

Басқару орамындағы кернеуді кіріс шамасы ретінде, ал шығыс шама ретінде – біліктегі бұрылу бұрышын аламыз. Мұнда кедергі моментін айналу жылдамдығына тәуелді емес деп есептейміз, бұл екі фазалы асинхронды қозғалтқыштарды пайдаланудың көп жағдайына сәйкес келеді.

Нақты сипаттамаларда жанама құру арқылы қозғалқыштың механикалық сипаттамасын жұмыс тәртібінің нүктесінде немесе аумағында сызықтандыру қажет. Егер механикалық сипаттамалардың түрлі сызықтық сипаттамаларға жақын болса, онда оларды жуық сызықтық еңкішті параллель түзулер түріндегі сипаттамалармен ауыстыруға болады. Ол түзулердің еңкіші, берілген басқару кернеу кезінде қозғалу моментін және бос жүрістің нүктелерін қосатын түзулердің орташа еңкішісіне тең.

Кейінгі қарастыруларымызда, қозғалтқыштың тізбегіндегі басқару инерциялықты алып тастаймыз, өйткені бұл шама өте кіші. $L_{\text{я}} = 0$ болғанда тұрақты ток қозғалтқышымен аналогия жүргізгенде, (4.30) теңдеу негізгі бойынша, асинхронды қозғалтқыш үшін, қоздыру кернеуінің амплитудасы тұрақты және айнымалылардың ауытқуы аз болғанда мынаны жазуға болады:

$$\frac{d\alpha_{\text{д}}}{dt} = \frac{1}{c_e} \cdot U_y - \frac{1}{c_e \cdot c_M} \cdot M, \quad (4.49)$$

мұндағы $d\alpha_{\text{д}}/dt$ – қозғалтқыштың айналу жылдамдығы, рад/сек ; $\alpha_{\text{д}}$ – қозғалтқыш білігінің бұрылу бұрышы, рад ; U_y – басқару орамындағы кернеудің нақты мәні, В; M – қозғалтқыш моменті, $\text{Н} \cdot \text{м}$; c_e , c_M – жұмыс тәртібінің аймағынан анықталатын, қозғалтқыштың тұрақтылары.

Бұл жағдайда моменттердің тепе-теңдік теңдеуі мынандай түрде болады:

$$M = J \frac{d^2\alpha_{\text{д}}}{dt^2} + M_c. \quad (4.50)$$

(4.49), (4.50) теңдеулерін бірге есептеп кескін түрінде жазғанда, екі фазалы асинхронды қозғалтқыш теңдеуін аламыз:

$$(T_{\text{эм}} p + 1) \cdot p \cdot \alpha_{\text{д}}(p) = k_{\text{д}} \cdot U_y(p) - k_{\text{д.В}} \cdot M_c(p), \quad (4.51)$$

мұндағы $k_D=1/c_e$, $k_{D.B}=1/c_e c_m$ – басқару және қобалжу әсер бойынша қозғалтқыштың беріліс коэффициенттері; $T_{э.м}=J/(c_e c_m)$ – электромеханикалық уақыт тұрақтысы, сек; $J=J_D+J_{н.пр}$ – қозғалтқыш білігіндегі инерция моменті, $кг \cdot м^2$; J_D – қозғалтқыш роторының инерция моменті, $кг \cdot м^2$. c_e және c_m – тұрақтыларын (4.49) негізінде механикалық сипаттамалардан табуға болады. $\Delta M = 0$ ($M = const$) болғанда мынаны аламыз:

$$c_e = \Delta U_y / \Delta \omega_D. \quad (4.52)$$

$\omega_D = 0$ ($\omega_D = const$) қолдана отырып табамыз:

$$c_m = \Delta M / \Delta U_y. \quad (4.53)$$

Қозғалтқыштың механикалық сипаттамасын келтірген жағдайда (4.7, б-сурет):

$$c_e = U_y / \omega_{D0}; \quad c_m = M_{II} / U_y, \quad (4.54)$$

мұндағы ω_{D0} , M_{II} – басқару кернеу U_y кезіндегі қозғалтқыштың іске қосылу моменті және бос жүріс кезіндегі жылдамдық.

Қозғалтқыштың тұрақтыларын, механикалық сипаттамалары жоқ болса, номиналды берілістері бойынша жуықтап анықтауға болады. Егер $U_{y.ном}$ басқару кернеуінде, қозғалтқыштың механикалық сипаттамасын жұмыс орнында $\omega_{D.ном}$ номиналды айналу жылдамдығынан $\omega_D = 0$ -ге дейін сызықты деп санасақ, онда:

$$\left. \begin{aligned} c_e &= \frac{U_y}{\Delta \omega_D} = \frac{M_{II} - M_{ном}}{M_{II}} \cdot \frac{U_{y.ном}}{\omega_{D.ном}}; \\ c_m &= \Delta M / \Delta U_y = M_{II} / U_{y.ном}, \end{aligned} \right\} \quad (4.55)$$

мұндағы $\Delta U_y = U_{y.ном} - U_{тр.ном}$ (мұндағы $U_{тр.ном} = U_{y.ном} \cdot M_{ном} / M_{\Pi}$ – номиналды момент кезіндегі қозғалтқыштың орнынан қозғалту кернеуі).

Соңғы жағдайда қозғалтқыш теңдеуінің коэффициенті былай жазылады:

$$\left. \begin{aligned} k_D &= \frac{M_{\Pi}}{M_{\Pi} - M_{ном}} \cdot \frac{\omega_{Д.ном}}{U_{y.ном}}; \\ k_{Д.В} &= \frac{\omega_{Д.ном}}{M_{\Pi} - M_{ном}}; \\ T_{эм} &= J \frac{\omega_{Д.ном}}{M_{\Pi} - M_{ном}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.56)$$

Анықтамалық мәліметтерде қозғалтқыштың айналу жылдамдығы 1 мин ішінде айналымдармен берілетіндіктен, мына қатынасты ескеруіміз керек:

$$\omega_D = (рад / сек) = \frac{1}{9,55} n(айн / мин).$$

(4.51)-дегі негіз бойынша қозғалтқыштың беріліс функциясы мына түрде болады:

$$\left. \begin{aligned} W_D(p) &= \frac{\alpha_D(p)}{U_D(p)} = \frac{\kappa_D}{p \cdot (T_{эм} p + 1)}; \\ W_{Д.В}(p) &= \frac{\alpha_D(p)}{M_c(p)} = \frac{-\kappa_{Д.В}}{p \cdot (T_{эм} p + 1)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.57)$$

Механикалық сипаттамалар әртүрлі формаларға ие болған кездегі екі фазалы асинхронды қозғалтқыштың беріліс функцияларын құру мысалдары әдебиетте көрсетілген [27].

Кейбір екі фазалы роторы қуыс асинхронды қозғалтқыштардың техникалық мәліметтері 4.5-кестеде көрсетілген.

Мысал. $J_{H.нр} = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ кезіндегі АДП-262 типті қозғалтқыш үшін жуық беріліс функциясын анықтаймыз. Шығыс шамасы ретінде біліктің бұрылу бұрышын аламыз.

4.5-кестеден келесі мәліметтер белгілі:

$$U_{y.HOM} = 125B; \omega_{д.HOM} = \frac{1}{9,55} \cdot n_{HOM} = 194 \text{ рад/сек}, M_{HOM} = 49 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{II} = 88 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}; J = J_{д} + I_{H.нр} = 3,37 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Қозғалтқыштың номиналды берілістерін қолдана отырып, жуық шамадағы мәнді анықтаймыз:

$$k_{д} = 3,5 \frac{\text{рад}}{B \cdot \text{сек}}; T_{эм} = 0,017 \text{ сек}.$$

Параметрлер табылғанда, мынаны аламыз:

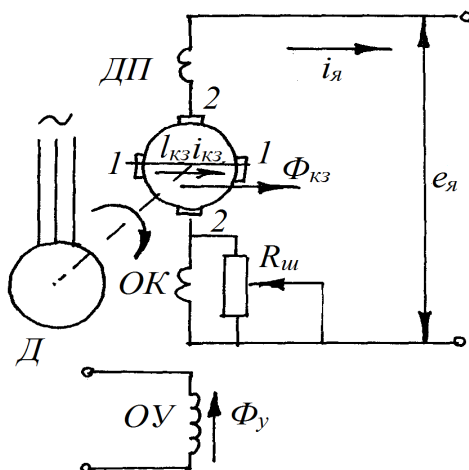
$$W_{д}(p) = \frac{3,5}{p \cdot (0,017p + 1)}.$$

4.5. Электромашиналық күшейткіштің негізгі параметрлері мен беріліс функциясы

Автоматты жүйелерде электромашиналық күшейткіштер (ЭМК) кеңінен қолданылады. Бұл, олардың қуат және кернеу бойынша күшейту коэффициенті жоғары болғандықтан, біршама тез әрекеттікке ие және бірнеше басқару орамдары болған кезде, басқару сигналдарын қосуға мүмкіндік береді.

Өндіріс бойлық өрісті (өзі қоздырылатын) және көлденең өрісті ЭМК-ді шығарады. Бірінші типті күшейткіш – екі кадамды ЭМК үлкен қуаттарға – 200 кВт-қа дейін және одан үлкен болып жасалады және олар басқарылатын электр жетектерінде қолданылады. Автоматты басқару және реттеу жүйелерінде көлденең өрісті, 10 кВт-қа дейінгі ЭМК-тер кеңінен қолданылады.

Көлденең өрісті ЭМК-нің қағидалық электрлік сұлбасы екі каскадты күшейткіштің сұлбасында келтірілген (4.8-сурет).



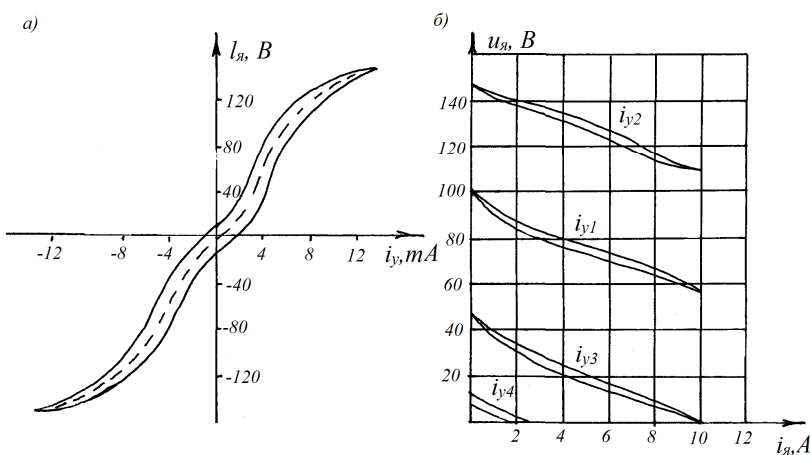
4.8-сурет. Көлденең өрісті электромашиналық күшейткіш

Күшейтудің бірінші каскады басқару орамынан және көлденең осіндегі 1-1 щеткаларға шығуы бар якорь орамынан құрылады. Басқару орамымен қоздырылатын магниттік ағын Φ_y , якорьда көлденең осьті ЭҚК-ін индукциялайды. $i_{к.з}$ тогы арқылы якорь реакциясының көлденең ағыны $\Phi_{к.з}$ пайда болады. Ол екінші каскадты қоздыру үшін пайдаланады. ЭМК-тегі қорытынды ЭҚК-ші $e_{я,y}$ бойлық 2-2 осіндегі щеткалардан алынады.

Көлденең осі бойынша якорь реакциясының ағынын көбейту үшін, якорь мен статор арасындағы ауа саңылауы бірқалыпты болады, ал қосымша полюстер бұл ось бойымен орнатылмайды. Осы мақсатпен якорь тізбегінің кедергісін көлденең ось бойымен минималды етуге ұмтылады, әдетте, осы осьте орналасқан щеткаларды қысқа тұйықтайды.

Көлденең осьтегі якорь тогының якорь реакциясын компенсациялау үшін, статорда осы ось бойымен үлестірілген компенсациялау орамы орналасқан. Бұл орамның магниттелу әсері тұйықталған кедергі $R_{ш}$ көмегімен реттеледі. Щеткалар мен коллектордың арасындағы ұшқынды азайту үшін жүктеме тізбегінде машинаның бойлық осінде қосымша полюстер (ДП) орналастырады.

Өндіріс шығаратын ЭМУ-А сериялы электромашиналық күшейткіштерінде қосымша магниттелуді азайтатын айнымалы ток орамдары және статордың көлденең тізбегінде тізбектелген орам енгізіледі. Бұл орамдар, ЭМК сипаттамасына, магнитөткізгіштің гистерезис және жүктеме тогының әсерін азайтуға мүмкіндік береді. Мысал үшін 4.9-суретте ЭМУ-12А типті электромашиналық күшейткіштің бос жүрісі (а) және сыртқы сипаттамалары (б) көрсетілген. Мұндай күшейткіште басқару орамалар саны $\omega_y = 2900$ -ге тең [27].



4.9-сурет. ЭМУ-12А типті электромашиналық күшейткіштің бос жүріс сипаттамалары (а) және сыртқы сипаттамалары (б)

Бос жүріс режимде ЭМК динамикасы басқару кернеуі аз өскен кезде, келесідей беріліс функциямен жазылады:

$$W_{\text{эму}}(p) = \frac{E_{\text{я.у}}(p)}{U_{\text{у}}(p)} = \frac{k_y}{(T_y p + 1) \cdot (T_{k.3} p + 1)}, \quad (4.58)$$

мұндағы k_y – кернеу бойынша бос жүріс сипаттамасынан анықталған ЭМК беріліс коэффициенті; T_y , $T_{k.3}$ – басқару тізбегінің және қысқа тұйықталған тізбегінің уақыт тұрақтысы, сек.

ЭМК-тер тұрақты ток қозғалтқыштардың басқару жүйелерінде қолданылады және генераторлардың қоздырғышы ретінде жиі қолданылады. 4.10-суретінде ЭМК идеалды эквивалентті сұлбасы келтірілген. Бұл ЭМК тұрақты ток қозғалтқыштың якорь тізбегіне жүктелген. Сұлбадан алынған ЭМК үшін және қозғалтқыш үшін теңдеулер мына түрде жазылады:

$$\begin{aligned} & [(T_{\Sigma} \cdot p + 1) \cdot T'_{эм} p + 1] \cdot n_d(p) = \\ & = \frac{\kappa_y \cdot \kappa_d}{(T_y p + 1) \cdot (T_{к.з} p + 1)} \cdot U_y(p) - (T_{\Sigma} p + 1) \cdot \kappa'_e \cdot M_c(p), \end{aligned} \quad (4.59)$$

мұндағы $T_{\Sigma} = \frac{L_{я.у} + L_{я.д}}{r_{я.у} + r_{я.д}}$ – ЭМК якорь тізбегінің және

қозғалтқыштың қосынды уақыт тұрақтысы, сек;

$$T'_{эм} = J \frac{r_{я.у} + r_{я.д}}{C_{e,д} + C_{м.д}} \quad - \quad \text{ЭМК-тен жұмыс істейтін}$$

қозғалтқыштың электромеханикалық уақыт тұрақтысы, сек;

$$k'_B = J \frac{r_{я.у} + r_{я.д}}{C_{e,д} + C_{м.д}} \quad - \quad \text{ЭМК-тен жұмыс істейтін қозғалт-}$$

қыштың қобалжу әсері бойынша беріліс коэффициенті, айн / $H \cdot м \cdot мин$.

$\beta \approx 0,25$ деп алып, (4.40) теңдеуі бойынша, ЭМК-тің якорь тізбегінің индуктивтілігін табуға болады.

Егер ЭМК-тің жүктемесі болып генератордың қоздыру тізбегі табылса, онда бұл тізбектің уақыт тұрақтысы мына қатынастан анықталады:

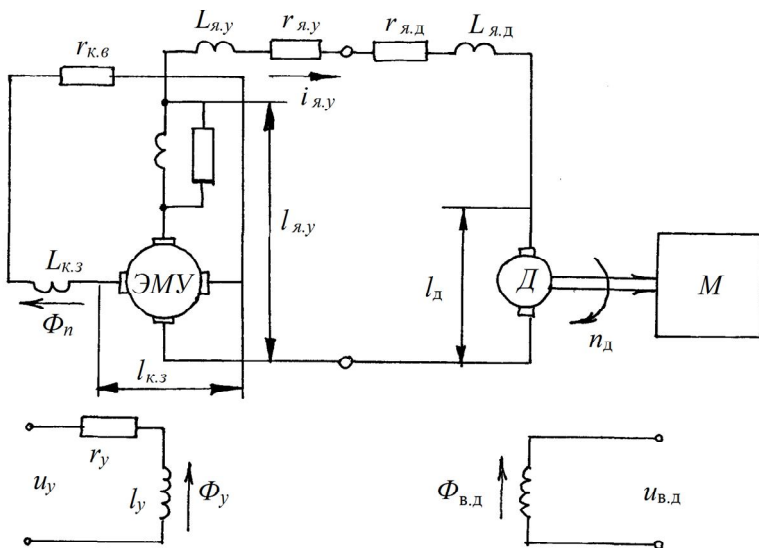
$$T'_B \approx \frac{L_B}{r_B + r_{я.у}} = \frac{T_B}{1 + r_{я.у} / r_B} \quad (\text{мұнда } T_B = L_B / r_B), \quad (4.60)$$

себебі $L_B \gg L_Y$. ЭМК пен тұрақты ток генераторы тізбектеліп қосылған кездегі беріліс функциясы мынандай болады:

$$W(p) = \frac{E_{\Gamma}(p)}{U_y(p)} \cdot \frac{\kappa_y \cdot \kappa'_{\Gamma}}{(T_y p + 1) \cdot (T_{\kappa.3} p + 1) \cdot (T'_B p + 1)}, \quad (4.61)$$

мұндағы $\kappa'_{\Gamma} = \frac{\kappa_{\Gamma}}{1 + r_{я.у} / r_B}$, κ_{Γ} – кедергісі нөлге тең болған

көзден қоздырылатын генератордың беріліс коэффициенті.



4.10-сурет. Тұрақты ток қозғалтқышпен жүктелген ЭМК-тің эквивалентті электрлік сұлбасы

Параметрлерді тұрақтандыру мақсатында, сызықтық емес-тердің және жүктеменің әсерін азайту үшін электромашиналық күшейткішті кернеу бойынша, қатаң теріс кері байланыспен жиі қамтиды, ол үшін басқару орамдардың біреуін қолданады (4.11, а-сурет).

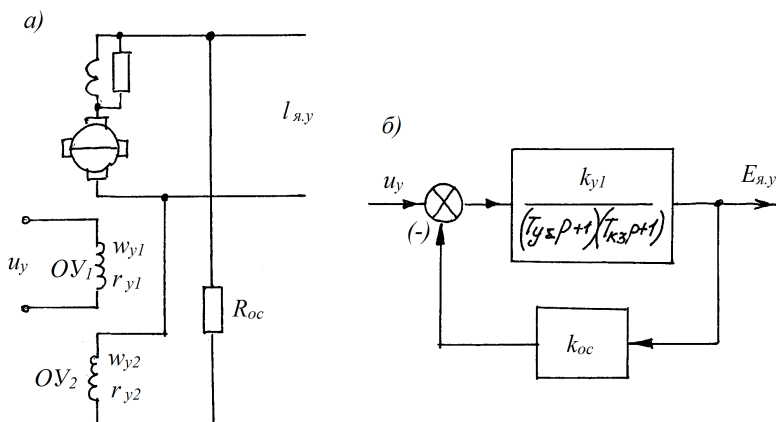
Қатаң кері байланысы бар ЭМК-тің эквивалентті сұлбасы 4.11, б-суретінде көрсетілген. Сондай ЭМК-тің динамикасы беріліс функциясымен жазылады:

$$W'_{\text{эму}}(p) = \frac{K'_{y1}}{T^2 p^2 + 2 \cdot \zeta \cdot T p + 1}, \quad (4.62)$$

$$\text{мұнда } k'_{y1} = \frac{k_{y1}}{1 + k_{y1} \cdot k_{oc}}; \quad k_{oc} = \frac{w_{y2}}{w_{y1}} \cdot \frac{r_{y1}}{r_{y2} + R_{oc}};$$

$$T = \sqrt{\frac{T_{y\Sigma} \cdot T_{K.3}}{1 + k_{y1} \cdot k_{oc}}}; \quad \zeta = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1 + k_{y1} \cdot k_{oc}}} \cdot \frac{T_{y\Sigma} + T_{K.3}}{\sqrt{T_{y\Sigma} \cdot T_{K.3}}};$$

$$T_{y\Sigma} = T_{y1} + T_{y2} = \left(1 + \frac{w_{y2}^2}{w_{y1}^2} \cdot \frac{r_{y1}}{r_{y2} + R_{oc}} \right) \cdot T_{y1}.$$



4.11-сурет. Кернеу бойынша теріс кері байланысы бар
электромашиналық күшейткіш

ЭМК-те теріс кері байланысты қолдану, оның күшейту коэффициентін азайтады. Кері байланыс, әсіресе қуат бойынша, күшейту коэффициентінің шамасына қатты әсерін тигізеді:

$$k'_{p} = \frac{k_p}{(1 + k_{y1} \cdot k_{o.c.})^2}, \quad (4.63)$$

мұндағы k_p – кері байланысы жоқ кездегі қуат бойынша күшейту коэффициенті.

ЭМУ-А сериялы электромашиналық күшейткіштердің техникалық мәліметтері 4.6-кестеде кертiрiлген [26, 28]. ЭМК-тің динамикалық қасиеттерін сипаттайтын параметрлер – нысана болып табылады. Бұл параметрлер әмбебап сипаттамалар көмегімен анықталған [28]. Әмбебап сипаттамалар, қысқа тұйықталудың уақыт тұрақтылығын басқару орамдарының меншікті индуктивтілігін ЭМК-тің номиналды қуатымен және қозғалтқыштың айналуды жылдамдығымен байланыстырады.

Электромашиналық күшейткіштер әртүрлі комплектілі басқару орамдармен орындалады (4.7-кесте). Жоғарыомды орамдар ЭМК – іш электронды күшейткіштерінен басқарылған кезде қолданылады, ал төменгі Ом-ды орамдар – ЭМК– іш шала өткізгіш күшейткіштерінен басқарылған кезде қолданылады. Жиынтықта бірнеше орамдар бар болуы, ЭМК-тің кірісіне басқару сигналын ғана емес және түзету сигналдарын да беруге мүмкіндік туғызады.

ЭМУ-А типті электромашиналық күшейткіштің көлденең тізбегінде тұрақтандыру орамы бар болғандықтан, күшейткіштің сыртқы сипаттамалары сызықтыққа жақын болады. Мұндай күшейткіштер үшін бос жүріс режимінде беріліс коэффициентін номиналды берілістер бойынша табуға болады:

$$k_y = \frac{e_{я.у}}{u_y} \approx \frac{m \cdot U_{вых.ном}}{\alpha \cdot r_y \cdot I_{у.ном}}, \quad (4.64)$$

мұндағы $\alpha = 1,15$ – басқару орамының жылуын ескеретін коэффициент; 0,2 – 1,2 кВт күшейткіштер үшін $m=1,35$; 2 – 5 кВт күшейткіштер үшін $m=1,3$; 7 – 10 кВт күшейткіштер үшін $m=1,25$.

4.6. Магниттік күшейткіштердің негізгі параметрлері мен беріліс функциялары

Магниттік күшейткіштер автоматты басқару жүйелерінде кең қолданылады. Мұндай күшейткіштердің артықшылықтары – қуат бойынша үлкен күшейтуі, жұмысының кернеу мен жиіліктің өзгеруінен аз байланысы, кірісінде сигналдарды қосудың оңайлығы, басқару тізбегінен жұмыс тізбегінің электр оқшаулау мүмкіндігі, жоғары сенімділік болып табылады.

Магниттік күшейткіштің кемшілігіне – аз кіріс кедергісі мен инерциялылық жатады.

Магниттік күшейткіштерді жоғарғы жиілікті (400-3000 Гц) жүйеден қоректенген кезде қолдану қажет. Бұл жағдайда күшейткіштің габариттері мен инерциялылығын азайтуға болады.

Магниттік күшейткіштердің сапасын төзімділік шамасы бойынша бағалайды:

$$D = k_p / T_{\Sigma} , \quad (4.65)$$

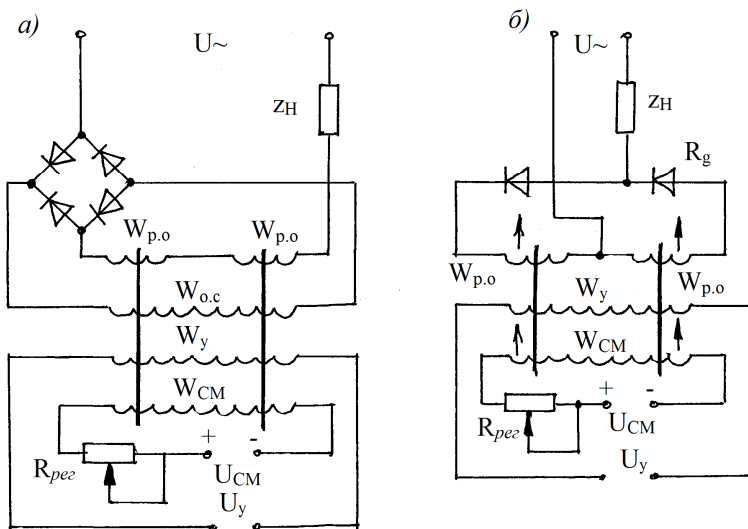
мұндағы k_p – қуат бойынша күшейту коэффициенті; T_{Σ} – басқару тізбегіне байланысы магниттік күшейткіштің уақыт тұрақтылығы.

Ереже бойынша, төзімділігін көтеру мақсатымен, магниттік күшейткіштерді жүктеме тогы бойынша оң кері байланыспен орындайды [29, 30].

4.12-суретте сыртқы (а) және ішкі (б) оң кері байланысы бар және шығысында айнымалы ток бар біртактілі магниттік күшейткіштердің ауыспалы электр сұлбалары көрсетілген. Бірінші сұлбада кері байланыс, түзету көпірі арқылы жүктеме тізбегіне z_n қосылған, арнайы $w_{o,c}$ орам көмегіне негізделген. w_{cm} орамы күшейткіштің сипаттамасын ығыстыру қызметін атқарады. Бұл күшейткіш басқару u_y сигналының полярлығына әсер етеді. $w_{p,o}$ жұмыс орамдары басқару орамындағы ЭҚК-ті компенсациялатындай етіп қосылған.

Күшейткіштің екінші сұлбасындағы оң кері байланыс – диодтар қосылған жұмыс орамдары арқылы пайда болады. Бұл жағдайдағы күшейткіштің бірінші сұлбасынан айырмашылығы –

жұмыс орамдары басқару орамдарына қатысты магнит ағынының тұрақты құраушыларын туғызады. Ішкі кері байланысы бар магниттік күшейткіштер *ішкі қанығуы бар күшейткіш* деп аталады (4.12-сурет).



4.12-сурет. Шығысында айнымалы ток бар бір тактілі магнит күшейткіші

Келесі мәндерді енгіземіз: $\omega_y, \omega_{cm}, \omega_{o.c}, \omega_{p.o}$ – басқару, ығысу, кері байланыс, жұмыс орамдарының орамалар саны; $r_y, r_{cm}, r_{o.c}, r_{p.o}$ – басқару, ығысу, кері байланыс, жұмыс орамдарының кедергісі, Ом; R_c – басқару сигнал көзінің ішкі кедергісі, Ом; R_{peg} – ығысу орамындағы токты реттеу үшін қажетті икемдеу кедергі, Ом; R_d – диодтың тура кедергісі, Ом; $\eta = R_H / R_\Sigma$ – жүктеме тізбегінің ПӘК-і; R_Σ – орамдардың және диодтардың кедергілерін ескеретін қосынды кедергі, Ом; $U_\sim$ – желі кернеуі, В; u_y – басқару кернеуі, В; U_{CM} – ығысу кернеуі, В; f – желі жиілігі, Гц.

Активті жүктеме кезінде жұмыс істейтін оң кері байланысы бар магниттік күшейткіштің беріліс функциясын жуық шамада мына түрге келтіруге болады [29, 30]:

$$W_1(p) = \frac{I_{H.cp}(p)}{U_y(p)} = \frac{k_I}{r_y + R_c} \cdot \frac{e^{-pt_3}}{T_{\Sigma} p + 1}. \quad (4.66)$$

Егер шығыс шамасы ретінде жүктеме кернеуін алсақ, онда:

$$W_U(p) = \frac{U_{H.cp}(p)}{U_y(p)} = R_H \cdot W_1(p) = \frac{k_U}{r_y + R_c / r_y} \cdot \frac{e^{-pt_3}}{T_{\Sigma} p + 1}. \quad (4.67)$$

(4.66) мен (4.67) тендеулерінде келесі мәндер қолданылған:

$I_{H.cp}$, $U_{H.cp}$ – жүктеме тогының (а) және кернеудің (в) орта мәндері; $k_I = \frac{\omega_y}{\omega_{p.o}} \cdot \frac{1}{1 - k_{o.c}}$ – ток бойынша күшейту коэффи-

циенті (кері байланыс ескерілген) (мұнда $k_{o.c}$ – кері байланыс коэффициенті; сыртқы кері байланысы бар күшейткіштер үшін $k_{o.c} = \omega_{o.c} / \omega_{p.o}$; ішкі кері байланысы бар күшейткіштер үшін $k_{o.c} = 0.95 \div 0.96$); $k_U = k_I R_H / r_y$ – кернеу бойынша күшейту коэффициенті; t_3 – кешігу уақыты (сыртқы кері байланысы бар күшейткіштер үшін $t_3 = 0$; ішкі кері байланысы бар күшейткіштер үшін $t_3 = 1/(2f)$, сек).

Магниттік күшейткіштің уақыт тұрақтысының басқару орамы, ығысу орамы және кері байланысты уақыт тұрақтыларының T_{Σ} қосындысына тең [29]. Сыртқы оң кері байланысы бар және бірнеше басқару орамы бар магниттік күшейткіш үшін:

$$T_{\Sigma} = \frac{R_H}{4f \cdot \eta} \cdot \frac{1}{\omega_{p.o}^2 \cdot (1 - k_{o.c})} \cdot \left(\sum_{i=1}^n \frac{\omega_{yi}^2}{r_{yi} + R_{ci}} + \frac{\omega_{cm}^2}{r_{cm} + R_{peg}} + \frac{\omega_{o.c}^2}{r_{o.c} + 2R_{\partial} + 2r_{p.o} + R_H} \right). \quad (4.68)$$

Ішкі кері байланысы бар магниттік күшейткіште, кері байланыс әр жарты периодта кезектесіп жұмыс істейтін жұмыс орамдардың ағыны арқылы негізделеді. Сондай күшейткіштер үшін уақыт тұрақтысы:

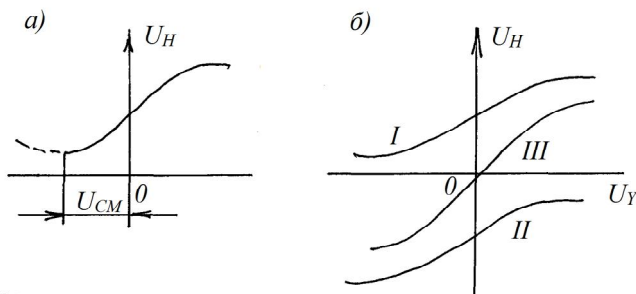
$$T_{\Sigma} = \frac{1}{4f \cdot \eta} \cdot \frac{R_H}{\omega_{p.o}^2} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\omega_{yi}^2}{r_{yi} + R_{ci}} + \frac{\omega_{cm}^2}{r_{cm} + R_{peg}} \right). \quad (4.69)$$

Ішкі кері байланысы бар магниттік күшейткіштерде таза кешігу $t_3 = 1/(2f)$ болады. Өзектегі индукцияның өзгеру үрдісі басқару сигналының әсерінен бірінші жарты периодта өтетіндіктен, ал жұмыс тізбегінде сигнал екінші жарты периодта берілетіндіктен таза кешігу пайда болады. $t \ll T_{\Sigma}$ кезінде t_3 шамасын есепке алмайды.

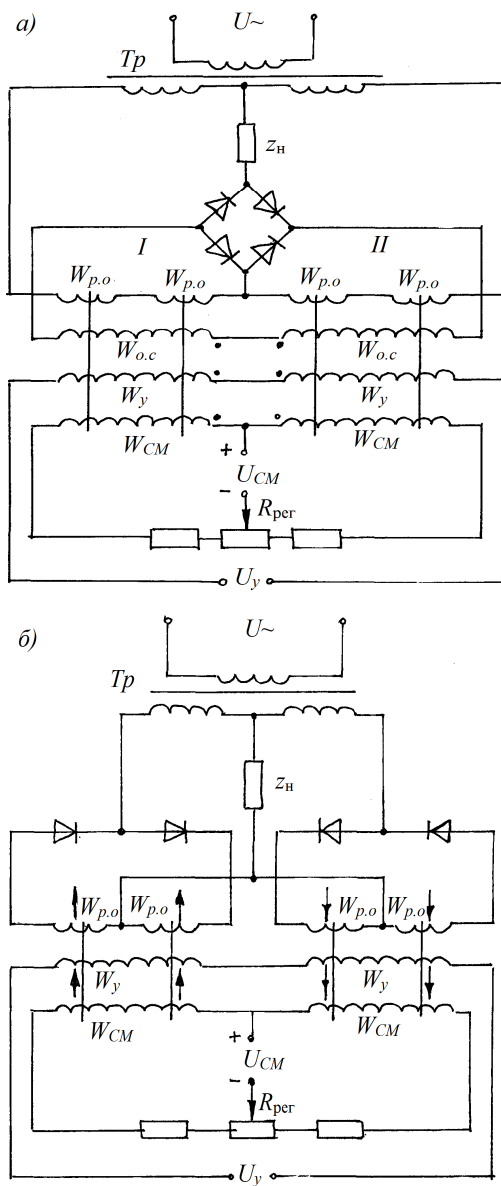
Екі бір тактілі күшейткіштерден тұратын екі тактілі магниттік күшейткіштің көмегімен реверсивті шығысты алады.

I және II сипаттамаларға ие екі бір тактілі күшейткіштерді дифференциалды етіп қосқан кезде реверсивті шығыс III сипаттаманың пайда болуы 4.13-суретте көрсетілген.

Оң кері байланысы бар және шығысында ауыспалы тогы бар дифференциалды сұлба бойынша құрылған екі тактілі магниттік күшейткіштердің мысалдары 4.14, а, б-суретінде келтірілген. Бірінші күшейткіште кері байланыс – сыртқы, ал екінші күшейткіште – ішкі. (4.66) – (4.69) есептеу теңдеулері екі тактілі күшейткіштер үшін де әділетті.



4.13-сурет. Магниттік күшейткіштердің шығыс сипаттамалары



4.14-сурет. Шығысында айнымалы тогы бар екі тактілі магниттік күшейткіш

Екі тактілі магниттік күшейткіштерді көпірлік және трансформаторлық сұлбалары бойынша жасайды [29, 30]. Шығысында тұрақты ток алу үшін, шығыс тізбегіне түзеткіш құрылғы енгізу керек. Тұрақты токты екі тактілі шығысы бар магниттік күшейткіштердің ПӘК-і төмен болады. ПӘК-ін жоғарылату үшін күшейткіштердің арнайы сұлбаларын қолданады. Бірақ көмекші активті элементтерді қолданбаса, сондай күшейткіштердің ПӘК-і 40 – 45 % -дан аспайды [30].

Шығысында айнымалы ток бар магниттік күшейткіште индуктивтік жүктеменің әсерін азайтуға болады. Ол үшін жүктемеге конденсаторды параллель қосу керек. Бұл кезде жүктеме желі жиілігімен резонанс жұмыс істейді. Магниттік күшейткішті бұл әдіспен қосу асинхронды қозғалтқышқа жұмыс істегенде қолданылады.

Индуктивтік жүктеме кезінде шығысында тұрақты ток болғанда оң кері байланысы бар магниттік күшейткіштерде кері байланыс коэффициенті өседі, ол күшейткіштің тұрақсыз жұмыс істеуіне әкелуі мүмкін. Бұл құбылысты жоққа шығару әдістері бар [30]. Оларды қолданған кезде, шығысында тұрақты ток және индуктивтік жүктеме бар кезінде магниттік күшейткіштің беріліс функциясы:

$$W_I(p) = \frac{I_{н.ср}(p)}{U_y(p)} = \frac{k_I}{(r_y + R_c) \cdot (T_{\Sigma} p + 1) \cdot (T_n p + 1)}, \quad (4.70)$$

мұндағы $T_n = L_H / R_{\Sigma}$ – жүктеме тізбегінің уақыт тұрақтылығы,

сек (L_H – жүктеменің индуктивтілігі, G_H).

Қарастырылған күшейткіштермен бірге, автоматты басқару жүйелерінде инерциялығы аз күшейткіштер қолданылады. Олар *тезәрекеттік* деп аталады. Оларда ішкі кері байланыс сұлбасы қолданылады [29, 30]. Ондай күшейткіштер тұрақты және айнымалы кернеумен басқарылуы мүмкін. Тезәрекеттік магниттік күшейткіштің беріліс функциясы:

$$W_U(p) = \frac{I_{н.ср}(p)}{U_n(p)} = k_U \cdot e^{-p\tau_3}, \quad (4.71)$$

мұнда τ_3 – кернеудің жарты периодын немесе бір периодын

құрайтын кешігу уақыты; $k_U = \frac{1}{2} \cdot \eta \cdot \frac{\omega_{p.o}}{\omega_y}$ – бір жарты периодты

сұлба үшін; $k_U = \eta \cdot \frac{\omega_{p.o}}{\omega_y}$ – екі жарты периодты сұлба үшін.

Тезерекеттік күшейткіштер реакциясының аз уақыты, қуат және кернеу бойынша күшейтуді азайту арқылы орындалады. Сондықтан осындай күшейткіштерді қолдануға шек қойылады. Тезерекеттік күшейткіштерді шалаөткізгіш күшейткіштерімен бірге күшейтуші құрылғының шығыс каскады ретінде қолдану өте қолайлы. Магниттік күшейткіштер көбіне жиілігі (400 – 500 Гц) айнымалы токта жұмыс істейтін аз қуатты жүйелерінде асинхронды қозғалтқыштарды басқару үшін қолданылады.

Бақылау сұрақтары және жаттығулар

1. $U_b=U_r$ арнасы бойынша $n=\text{const}$ болғандағы тұрақты ток генераторының динамикасының сызықты теңдеуін қалай құруға болады?

2. Активті жүктемемен жұмысы кезінде генератордың теңдеуін құрыңыз.

3. Индуктивті жүктемемен жұмысы кезінде тұрақты ток генераторының теңдеуін құрыңыз.

4. $U_d - n$ арнасы бойынша якорь реакциясын ескермей, $\Phi_b=\text{const}$ кезіндегі тұрақты ток қозғалтқышының (ТТҚ) динамика теңдеуін құрыңыз.

5. $M_c=f(n)$ кезіндегі ТТҚ динамика теңдеуі.

6. Екі фазалы асинхронды қозғалтқыштың $U_y - \alpha_d$ арнасы бойынша оның сызықтандырылған механикалық сипаттамасына сызықты теңдеу құрыңыз.

7. Екі фазалы қозғалтқыштың тұрақтыларын оның қалыпты мәліметтері бойынша қалай анықтауға болады?

8. Мына жағдайлардағы ЭМК беріліс функциясын жазыңыз:

- тұрақты ток генераторы орамымен жұмысы;

- тұрақты ток қозғалтқышы якорь тізбегімен жұмысы.

9. $U_y - I_n$; $U_y - U_n$ арналары бойынша активті жүктемемен жұмысында магнитті күшейткіштің беріліс функциясын.

10. Индуктивті жүктемемен жұмысындағы магнитті күшейткіштің беріліс функциясы (АҚ).

5. ЭЛЕКТР ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ БАСҚАРУ НЫСАНДАРЫНЫҢ ДИНАМИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН АНЫҚТАУДЫҢ ТӘЖІРИБЕЛІК ӘДІСТЕРІ

5.1. Кіріспелік ескертулер

Реттелетін нысандардың динамикалық сипаттамаларын тәжірибелік анықтаудың аналитикалық әдістері, оның қиындығына байланысты кең таралмаған. Нысандардың динамикалық сипатын тәжірибелік анықтау әдісі қазіргі уақытта тек өндірістік мекеме қызметкерлерінің пайдалануы үшін ғана ыңғайлы.

Тәжірибелік әдістер қарапайым болғандықтан, салыстырмалы түрде математикалық есептеулерді тез арада алуға болатындығына орай, автоматтандыру қажет нысандардың қасиетін айқындауда кең қолданысқа ие болып отыр.

Жылу энергетикалық нысандар, үздіксіз технологиялық үрдіс түзе отырып, тұрақты динамикалық жүйе құра алуымен ерекшеленеді. Динамикалық көзқарас тұрғысынан оларды $\omega=0$ және $\omega=0,1;-0,2$ рад/сек арасындағы инфратөменгі өткеру жиілік фильтрі ретінде қарастыруға болады.

Көрсетілген нысандар әдетте, тәжірибе жүргізу уақытынан біршама ұзақ уақыт аралығында жеткілікті дәрежеде стационарлы.

Жылу энергетикалық нысандардың статистикалық және динамикалық қасиеттерін тәжірибелік зерттеуді үш кезеңге бөліп жүргізеді:

- тәжірибелік зерттеу өткізуді жоспарлау және даярлау (нысанмен танысу, аппаратураны таңдау және құру, зерттеу әдістемесін айқындау және тәжірибе жасау тәртібі);
- тәжірибені өткізу;
- даярланған графиктерге (кесте мәліметтері) кейіннен өзгертулер енгізу мақсатында тәжірибе нәтижелерін өңдеу (анықталған сипаттамаларын түзеу және орташа көрсеткішін айқындау), автоматты түрде реттеу жүйесіне ыңғайлау.

Нысандардың динамикалық қасиеттерін тәжірибелік зерттеу «актив» түрде жүргізіліп, зерттеу жүргізуші әсер ету

күшін өзі таңдауы мүмкін. Сонымен қатар, «пассив» күйде қалып қойып, зерттеуші тек қана кездейсоқ әсер етуге қайтарылған жауап реакцияны тіркеумен шектеліп қалуы да мүмкін. Бұлардың соңынан статистикалық өңдеу тәсілі арқылы нысанның қасиетіне байланысты қажет мәліметтер қорытылады.

Нысанды «актив» тәжірибелік зерттеу апериодикалық әсер арқылы (өтпелі функцияларды анықтау) немесе оқтын-оқтын әсер ету (нысанның жиілік сипаттамасын айқындау) негізінде жүргізіледі.

Екі жағдайда да тәжірибе әдістемесі өзара ұқсас, көп жағдайда аппаратуралар да – ішінара кейбірі болмаса, көбіне бірдей, нысанды тәжірибеге даярлау және жоспар құру да өзара ұқсайды.

Төменде реттелетін нысандардың сипаттамаларын айқындаудың элементарлық негіздері қысқаша түрде қарастырылып отыр.

5.2. Тәжірибені жоспарлау және дайындау

Тәжірибе өткізуге дайындауды әдетте технологиялық үрдістерді зерттеу, пайдалану барысындағы нысан ерекшеліктерін анықтау, пайдалануды жүзеге асырушы қызметкерлер (операторлар) әрекетін қадағалау, режимдік карталар, т. б. талдау, тәжірибелік қондырғылардың сұлбасын таңдаудан бастайды.

Нысанға апериодикалық әсер кезіндегі тәжірибелік қондырғының қарапайым сұлбасы 5.1, а-суретте келтірілген.

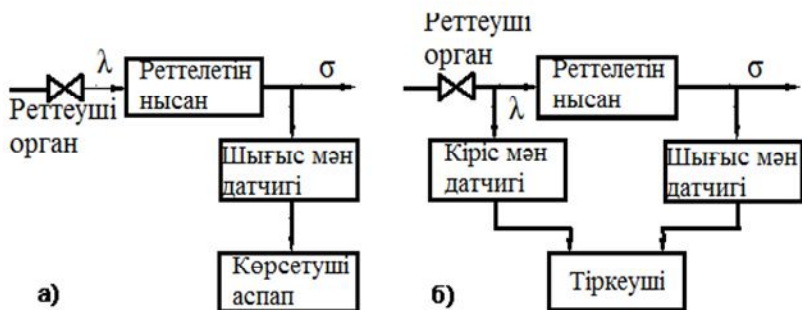
Реттеуші орган көмегімен қозғалысқа келтіретіндей әсер етіледі. Реттелетін мәнді бақылауда ұстау үшін тиісті датчик орнатылып, көрсеткіш құрал көмегімен реттелетін мәннің ауытқулары белгілі бір уақыт аралығында белгіленеді. Алынған мәліметтер негізінде уақытша сипаттамасы даярланады.

Өтпелі үрдісті жоюға арналған 5.1, б-суретте көрсетілген тәжірибелік қондырғы сұлбасы бұдан да жетілдірілген. Мұнда, жөнге келтірілетін реттелетін мөлшер ауытқулары жылдам әрекет етуші реактор көмегімен жүзеге асырылады. Оның арнайы лента жолағында арнайы құрал көмегімен өлшенген әсер етуші әрекет жазылып отырады.

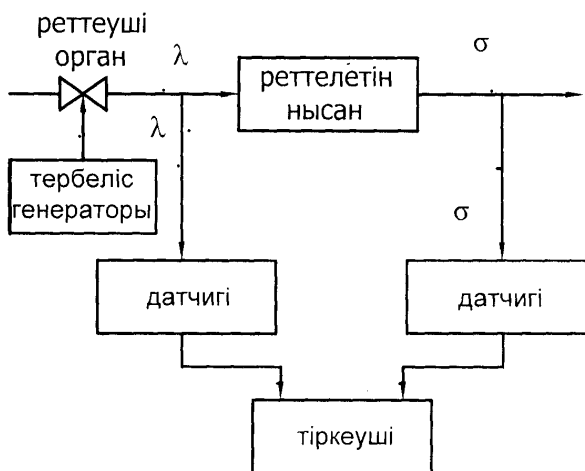
5.2-суретте қондырғының жиілік сипаттамасы келтірілген. Мұнда, синусоидтық тербелістер генераторы қойылған, ол сервомотор арқылы тікелей түрде реттеуші органға әсер етеді. 5.3, а-суретте тұйықталған автоматты реттеу жүйесіндегі тербелістер сипаттамасын айқындаушы тәжірибелік қондырғы сұлбасы берілген. ВТИ тарапынан ұсынылған бұл әдіс автоматты реттеу жүйесіндегі гармоникалық тербелістерге негізделген және зерттелетін нысан мен реттеушіден құралған. Осының арқасында – реттеуші өшірілген жағдайда нысанда тербеліс тудыруға негізделген тәсілдердің ақаулықтары мұнда орын алмайды. Тәжірибе өткізудің мұндай тәсілі кезінде реттелетін көрсеткіштің берілген орташа мәнін сақтау қамтамасыз етіледі.

Амплитудалық-фазалық сипатын айқындау жөніндегі қарастырылып отырған әдістің мәні: зерттелетін нысанға жалғанған реттеуші аузына арнайы тітіркендіруші генератордан синусоидтық тербелістер беріледі (5.3, а-сурет). Тәжірибе жүргізу кезінде реттеуші жүйесіндегі өтпелі үрдістердің саябырсуы жеткілікті мөлшерде интенсивті болатындай етіп баптау қажет.

Осылайша баптау жұмыс нәтижесінде келеді, себебі, тәжірибені бастау сәтінде нысанның динамикалық қасиеттері жөнінде мәліметтер жоқ. Осылайша, реттеуші реттелетін σ мәнінің ауытқуы мен генератордың $\sigma_{\text{горм}}$ синусоидтық сигналына жауап береді. Генератордан шыққан сигнал болмаған жағдайда, реттеуші реттелетін мәнді берілген үнемі сақталуы тиіс көрсеткіш шамасында сақтауға ұмтылады. Реттеушіге қосылған синусоидтық тербеліс генераторының функциясы негізінен алып қарағанда, синусоидтық тербеліс заңы бойынша оқтын-оқтын реттеушіге берілген тапсырманың өзгертілуіне байланысты. Осылайша, σ реттелетін мәні $\sigma_{\text{горм}}$ гармоникалық сигналын «қадағалайды».

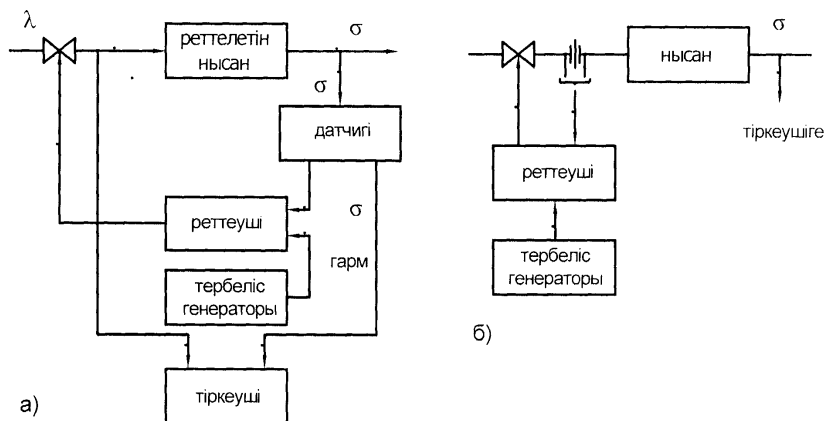


5.1-сурет. Нысан сипаттамаларын анықтауға қажет тәжірибелік кондырғылардың қарапайым сұлбасы



5.2-сурет. Тербелістер генераторын пайдалану кезінде нысанның динамикалық сипаттамасын анықтауға қажет тәжірибелік кондырғылардың сұлбасы

Мұнда, реттелетін мәннің тербеліс осінің күйі реттеуші орган сипаттамасына тәуелді болмайтынын атап өтуге болады.



5.3-сурет. Тұйықталған автоматты реттеу жүйесіндегі тербелістер сипаттамасын айқындаушы тәжірибелік қондырғы сұлбасы берілген

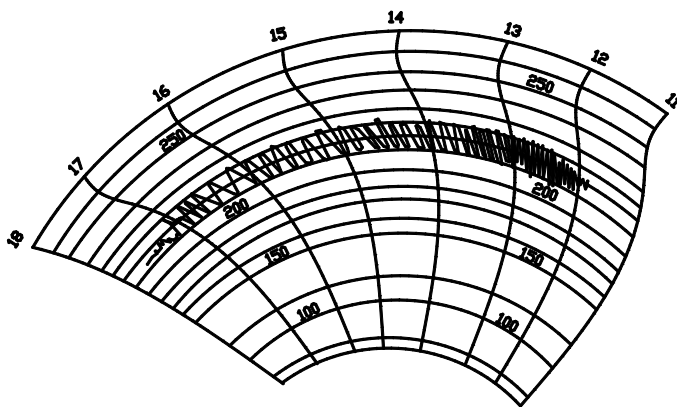
Нысандағы синусоидтық кіріс тербелістерін қоздыру келесі жолмен де атқарылуы мүмкін. Реттеуіш нысанның реттеуші органына затты (немесе энергияны) пайдалану сигналын және генератордан синусоидтық тербелістерді алғаннан кейін әсер етеді (5.3, б-сурет). Мұнда, реттеуші орган сипаттамасы соншалықты маңызды емес. Реттеуішті баптауына келтіру талаптары 5.3, а-суреттегі сұлба бойынша сипаттамаларды алу кезінде қойылатын талаптарға сәйкес.

Нысанның жиілік сипаттамаларын тәжірибелік жолмен анықтау қосымша аппаратура мен үлкен еңбек шығындарын қисық сызықты таралу графигін алуға қарағанда мол қажет етеді. Бірақ, нысанның динамикалық қасиеттері жөніндегі мәліметтер әлдеқайда дәл келеді.

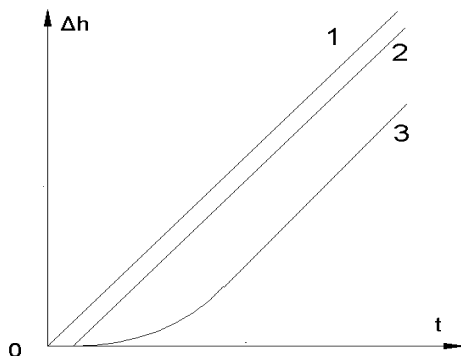
5.4-суретте тәжірибелердің біріндегі қазандықтың тіркеуші су есептеушісінің диаграмма көшірмесі келтірілген. Реттелетін мән тербелісі гармоникалық немесе соған таяу күйде болады. Қазандық агрегаттарының жиілік сипаттамаларын анықтау тәжірибесі көрсетіп отырғандай, ұсынылып отырған әдістеме нысанның динамикалық қасиетін едәуір жоғары дәлдікпен алуға көмек береді.

Реттелетін мән ауытқулары мен ауысуын өлшеу құралдары өлшенетін физикалық көрсеткіш табиғатына сай болуы тиіс және талапқа сай дәлдік класы мен қажетті өлшеу шегі де болғаны қажет. Жалпы алғанда өлшеу құралдары кез келген динамикалық сипатқа ие бола алады, олар алдын ала мәлім болуы тиіс. Себебі, шыққан мәнін өлшеу құралының көмегімен тіркей отырып, нысан сипаттамасы емес, өлшеу құралдарының нысандар жүйесі анықталады.

Бұл ахуал тарату қисық сызығы арқылы жақсы көрсетілген. Ыдыс ішіндегі су көрсеткішінің деңгейін түрлі өлшеу аспаптарымен өлшеген кезде шама әртүрлі болып шыққан. Өлшеу жұмыстары сифондық және сынаптық өлшеуішпен орындалған. Біріншісі, салыстырмалы түрдегі аз инерциялы, ал екіншісі керісінше, айтарлықтай инерциялы. 5.5-суретте су өлшеу аспабының шынысы бойымен алынған су деңгейінің қисық ауытқуы (1), сифондық (2) және (3) сынаптық мәні берілген. Өр кездегі деңгей өлшеуішінің мәні құбылмалы, шындық деңгейінен алшақ. Көрсеткіштердегі мұндай айырмашылық аспаптың инерциялық көрсеткіші (көбірек уақыт тұрақты болуы) артқан сайын көбейе түседі.



5.4-сурет. Қазандықтың жиілік сипаттамасын айқындау кезіндегі су өлшеуіш диаграммасының көшірмесі



5.5-сурет. Түрлі өлшеу құралдары арқылы тіркелген тарату қисық сызығы

Осылайша, нысанның динамикалық қасиетін бағалау тұрғысынан алғанда өлшеу құралының сипаттамасы онша маңызды болмайды, бірақ ол белгілі болуы қажет. Ал, автоматты реттеу тұрғысынан қарасак, реттеуіштің өлшеу органы барынша инерциялы емес болғаны жөн.

Нысанда орнатылған реттеуіш болған кезде сипаттаманы осы өлшеу құралының өзінің өлшеу органы көмегімен алған дұрыс. Мұндай жағдайда өлшеу органының динамикалық қасиетін білу реттеуішті баптау үшін онша маңызды бола қоймайды. Бұл жағдайда өлшеу жүйесін реттеуішке емес, нысанға жатқызу қабылданған, себебі: нысан қасиеті тәжірибе арқылы алынған нысан сипаттамасы негізінде есепке алынады.

Өкінішке орай, қазіргі кезде сериялы түрде шығарылатын динамикалық өлшеу құралдары жөніндегі мәліметтер толық емес.

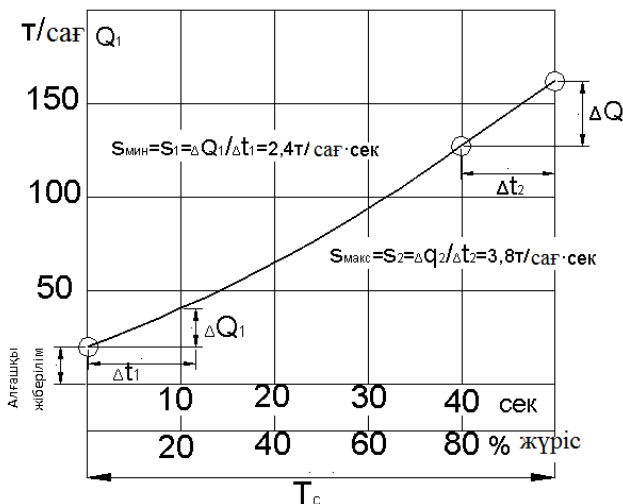
Динамикалық сипаттарын жинау кезінде датчик сигналдарын жетілдірілген сигналға айналдырушы реттеуіш, гармониялы тербеліс генераторлары және көмекші аппаратура қажет. Қорытындылау үшін тітіркендіріп әсер етуші реттеуіш органдардың сипаттамаларына назар аудару қажет.

Реттеуіш органдар реттеу жүйесінің өте маңызды бөлігі болып есептеледі. Реттеуіш орган (клапан, вентиль, бөген, шибер, жабын, т. б.) арқылы өтетін зат (сұйық, газ, бу, т. с. с)

нысанға әсер ететін реттеуіш әсер болып табылады. Әдетте, реттеуші органдар нысанға орнатылып қойылғандықтан, оны таңдап, есеп жұмыстарын жүргізудің қажеті жоқ. Алайда, тәжірибе алдында реттеуші органның шығыс сипаттамасын тексеріп алу қажет.

Сипаттама алуды төмендегі жолмен өткізуге болады. Ол үшін реттеуші орган «жабу» қалпына келтіріліп, «бастапқы өткізу» қанша болғанын өлшейді. Одан кейін реттеуші органды 10 – 15 % шамасында бұрап, шток қалпының көрсеткіш шкаласына назар аударылады да, реттеуші орган арқылы өткен зат шығыны тиісті құрал көрсеткіші бойынша жазып қойылады. Осылайша, әрбір 10 – 15 % бұраған сайын шығын тіркеуге алынып, реттеуші органның шығын сипаттамасына қажет мәлімет алынады. Содан кейін үздіксіз қозғалыс арқылы реттеуші органды қайтадан «жабу» қалпына келтіру қажет. Осы уақытта, сервомотор уақыты T_c (реттеуші орган реттеудің толық айналымына жұмсаған уақыты) қадағалауда болады.

Одан әрі қарай реттеуші органның қай қалыпта болуына қарай және реттеуші органның жылжуына байланысты әсер ету қисық сызығының өзгерісі жазылады (5.6-сурет).



5.6-сурет. Қоректік клапанның мысал сипаттамасы

Реттеуші орган сипаттамасы түзу сызыққа барынша жақын болғаны дұрыс. Реттеу диапазоны шегінде реттеу жылдамдығы 2 еседен аспағаны жөн. Мұны түсіндіру үшін 5.6-суретте кез келген учаске диапазонындағы жылдамдықты анықтауды бөліп қарастыру негізінде есептеу көрсетілген:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = s.$$

Диапазон шеңберінде реттеу жылдамдығының өзгерісі екі еседен артық болса, реттеуші орган сипаттамасын профильдік қалыпқа түсіріп немесе оның сервомотормен қосалқылануын өзгерту қажет болады.

Реттеуші орган сипаттамасын біле отырып, λ тітіркену мәнін өлшеу құралының көрсеткішінсіз-ақ бағалауға болады (егер ол нысанға қойылмаған болса), мұндай жағдайда реттеуші орган қозғалысының көрсеткішіне назар салу керек.

Нысанды қобалжыту алдында реттелетін мән номинал мәнге салыстырмалы түрде мүмкіндігінше тұрақтандырылған болуы тиіс. Сипаттама алуды қандай да болсын пайдаланудан кейін бірден бастаған жағдайда нәтиже көрсеткіші тура болмайды. Егер бұл талап орындалмайтын болса, нысан сипаттамасы бұрмаланып көрсетіледі. Шынында да, егер қобалжыту алдында реттелінетін мәnnің арту тенденциясы болса, жасалған қобалжыту нәтижесінде реттелетін мәnnің де ұлғаятыны сөзсіз. Реттелетін мән де үлкен жылдамдықпен өзгеріп, одан да көп мөлшерге бұрмаланады.

Қобалжыту мәні жеткілікті деңгейде үлкен болып, алынған сипаттама реттелетін мәnnің пайдалану кезіндегі кездейсоқ тербелісінен өзгеше болуы тиіс. Алайда, қобалжытудың үлкен мәнінде реттелетін мәnnің ауытқуы рұқсат етілетін технологиялық шектен асып түсуі мүмкін, мұндай жағдай пайдалану тұрғысынан алғанда қауіпті болуы мүмкін.

Нысанның динамикалық қасиеттері жөнінде толық мәлімет алу үшін тәжірибелер өткізуді нысан жүктемесінің бірнеше түрлі мәнінде атқару қажет (мысалы, минимал, номинал және максимал жүктеме).

Реттеуіштің баптау күйін анықтау барысында нысанды қобалжыту автоматты реттеуіш («негізгі қобалжыту» сипаттамасынан айырмасы – мұндай түрін «сыртқы» деп атайды).

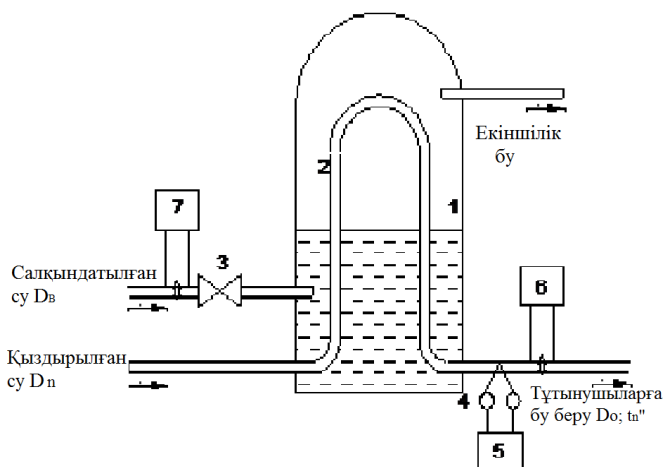
5.3. Реттелетін нысандардың уақыттық сипаттамаларын тәжірибе жолымен анықтау мысалдары

5.3.1. Реттелетін нысанның екпін қисығын алу және динамикалық параметрлерін анықтау

Тәжірибе арқылы беткейлік бу салқындатқыштың (5.7-сурет) тарату қисық сызығын анықтау және нысанның мынадай динамикалық параметрлерін анықтау қажет: T_a – уақыт тұрақтысы; k – күшею коэффициенті және реттеу жүйесіне қажетті есептеулерді бұдан кейін де пайдалануға қажет t – кешігу уақыты.

Қатты қызған бу I салқындатқышқа келіп түседі, бір бөлігі суға тиіп тұрған салқындату түтігі (2) арқылы өтіп, тұтынушыларға жеткізіледі. Салқындататын су реттеу клапаны (3) арқылы жеткізіліп, салқындатқышта буға айналады да, қаныққан қайталама буға айналады.

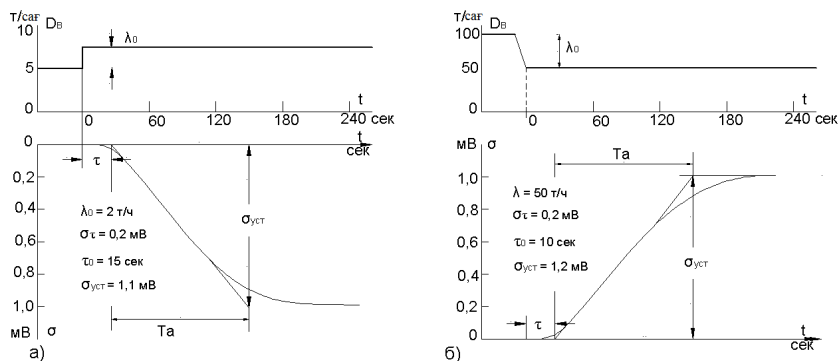
Номинал параметрлері: бу жүктемесі $D_n = 100$ т/сағ; шықпа бу температурасы (реттелетін мән) $t''_n = 400$ °C; $D_n = 5$ т/сағ;



5.7-сурет. Беткейлік бу салқындатқыш параметрі

Реттелетін температура термopapa (4) және милли-
вольтметр (5) көмегімен өлшенеді. Бу мен су шығынын өлшеу
үшін тиесілі бақылау-өлшеу құралы – су өлшеуіш (6) пен бу
өлшеуіш (7) қолданылады.

Тарату сипаттамаларын алуды 2 түрлі тәсілмен қобалжыту
арқылы жүзеге асырады: салқындататын су және бу жіберу.
Реттеуіш әсерін салқындататын су мөлшерін өлшейтін клапанға
тигізу жүргізілетіндіктен, бірінші тәсіл – негізгі, ал екіншісі
сыртқы әсер ретінде есептеледі.



5.8-сурет. Тарату қисық сызығы: *а* – салқындататын сумен
қобалжыту кезінде; *б* – бумен қобалжыту

Бу температурасының мәні номинал сан болған жағдайда
салқындататын су беру жедел өзгертіледі (мұнда $\lambda = 2 \text{ т/сағ}$)
Уақыт бойынша милливольтметр көрсеткішінің өзгерісі
тіркеледі. Алынған нәтижелер негізінде су арқылы қобалжыту
кезіндегі тарату қисық сызығы алынады.

Осындай тәжірибе салқындатқыштағы бу жүктемесін
жедел өзгерту, ал салқындататын суды қалыпты беру арқылы да
жүргізіледі.

Тарату қисық сызығы 5.8-суретте берілген. Бұларды осы
графиктегідей жасай отырып, реттелетін нысанның
динамикалық параметрлері анықталады. Нәтиже кесте арқылы
көрсетіледі.

Есептелген мәндер

Қобалжыту сипаты	Қобал жу мәні $\lambda_{\text{т/сағ.}}$	Кешігу $\tau, \text{сек}$	Уақыт тұрақтысы $Ta, \text{сек}$	Күшею коэффициенті	Қатынас $\frac{a}{Ta}$
				$k = \frac{a}{\lambda_0}, \frac{M\text{в}}{m/\text{ca}} \varepsilon$	
Сумен қобалжыту.....	2	1,5	71	0,175	0,21
Бу жүктемесімен қобалжыту	50	10	59	0,027	0,108

5.3.2. Импульстік сипаттама алу және нысанның динамикалық параметрлерін анықтау

Тәжірибе арқылы алынған импульстік сипаттама көмегімен (5.9-сурет) ток тікелей жіберілген қазандық реттеу учаскесі температурасының импульстік сипаттамасын алып, нысанның динамикалық параметрлерін анықтайық. Реттелетін σ мәні – қазандық артындағы температура алынады. Су беруді азайтып, 40 сек кейін артынша бу салқындатқышқа су беруді 10 % арттырып, қобалжыту жүзеге асырылады. Бұл – $\lambda_{\text{макс.}}=10\%$ және $F_{\lambda}=10 \cdot 40=400\% \cdot \text{сек}$. Реттелетін мән тәжірибе соңынан өзінің бастапқы қалпына келген жоқ, сондықтан, $\tau, \sigma_{\text{макс.имп}}$ және F_{λ} тәжірибелік сипаттамасы бойынша суреттелген тәртіппен жүргізіледі [3].

Нәтижесінде:

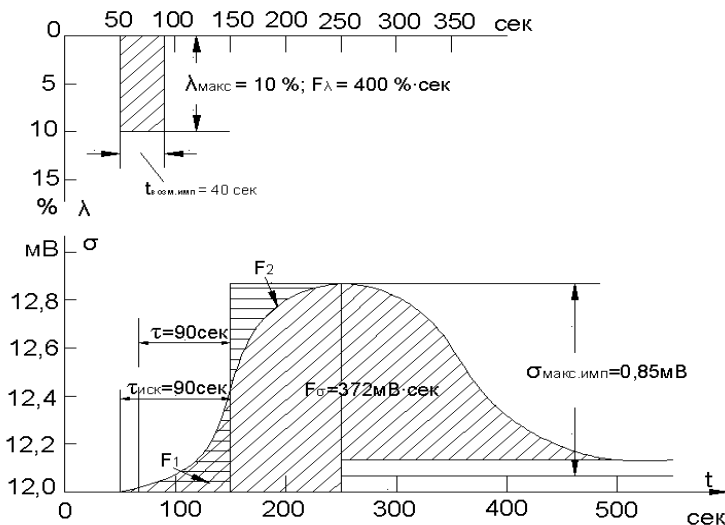
$$\tau_{\text{иск}} = 110 \text{ сек}; \quad \sigma_{\text{макс.имп}} = 0,85 \text{ мв};$$

$$F_{\lambda} = 400\% \cdot \text{сек}; \quad F_{\sigma} = 372 \text{ мв} \cdot \text{сек}.$$

$$K = \frac{F_{\sigma}}{F_{\lambda}} = \frac{372 (\text{мв} \cdot \text{сек.})}{400 (\% \cdot \text{сек})} = 0,93 \text{ мв} / \%;$$

$$Ta = \frac{F_{\lambda}}{\sigma_{\text{макс.имп}}} = \frac{400 (\% \cdot \text{сек.})}{0,85 (\text{мв})} = 470,6 \text{ \%} \cdot \text{сек} / \text{мв};$$

$$\tau = \tau_{\text{иск}} - t_{\text{ср. имп.}} = 110 - 20 = 90 \text{ сек}.$$



5.9-сурет. Импульстік сипаттаманы айқындау

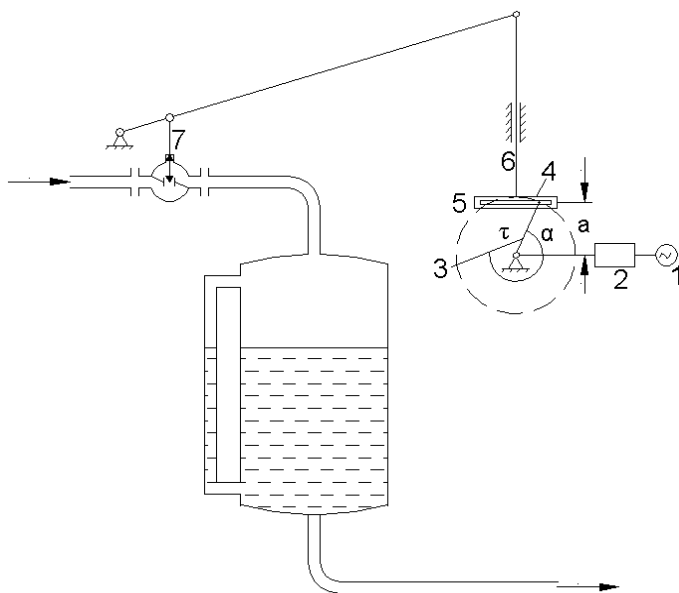
5.4. Реттелетін нысандардың жиілік сипаттамаларын тәжірибе жолымен анықтау мысалдары

5.4.1. Нысанның амплитуда-фазалық сипаттамасын реттеуші органға тікелей әсер етуші тербеліс генераторы көмегімен анықтау

5.10-суретте көрсетілген нысанның амплитуда-фазалық сипаттамасын анықтау қажет делік. Резервуардағы су деңгейінің ауытқуын өлшеу су өлшеу шынысының көмегімен атқарылады. Тербеліс тудыруды дроссельдік клапан атқарады. Оған синусоидтық тербелістер генераторы жалғанған. Электр қозғалтқышы редуктор 2 көмегімен үздіксіз түрде қисық иінді 3 айналдырады. Траверс 5 тесігінен өтетін жүгіртпе 4 қисық иінге 3 шарнир көмегімен жалғанған. Оның бірқалыпты айналуы кезінде траверс 5 өзіне мықтап жалғастырылған оқтықпен 6 біріге отырып, сызба жазықтығында синусоидтық тербеліс тудырады:

$$a = r \sin \alpha = r \sin \omega t,$$

мұндағы γ — қисық иін, a — горизонталь мен қисық иін арасындағы бұрышы.



5.10-сурет. Нысанның жиілік сипаттамасын анықтау мысалының сұлбасы

Оқтық шарнир 6 көмегімен дроссель клапанының штогымен жалғасқан. Олай болса, реттеуші орган резервуарға судың келуін синусоидтық заң көмегіне сүйеніп атқарады. Тербеліс жиілігі редуктордағы шестерняны ауыстыру арқылы орындалуы мүмкін, ал амплитуда — қисық иін 3 ұзындығын өзгерту нәтижесінде жүзеге асады.

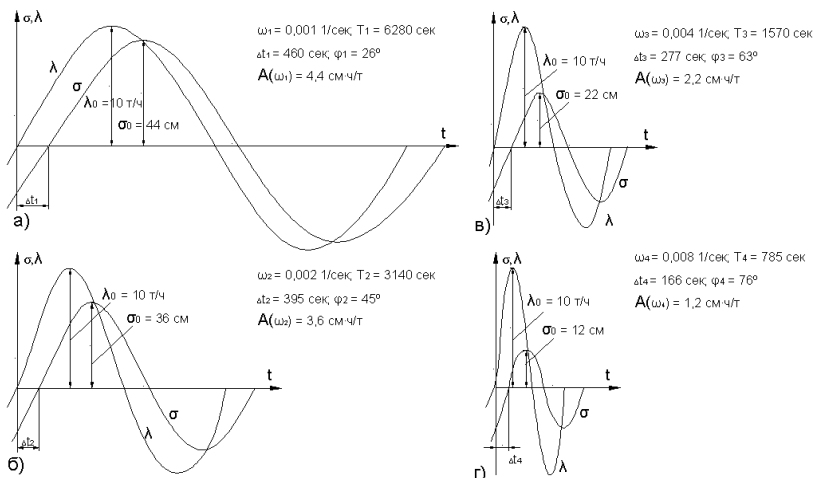
Нысан тепе-теңдік жағдайында ($\sigma = 0$) тұр деп есептейік. Бұл кезде судың келуі мен шығыны 20 т/сағ болады. Қисық иін ұзындығы алдын ала қажетті жағдайға қойылып, траверс 5 жоғарғы шектік күйінде болғанда реттеуші орган 5 (клапан) 30 т/сағ өткізетіндей, ал төменгі күйінде 10 т/сағ өткізетін болып қойылған. Сонда, $\lambda_0=10$ т/сағ.

Тәжірибе өткізуді $\omega_1 = 0,001$ 1/сек; $\omega_2 = 0,002$ 1/сек; $\omega_3 = 0,004$ 1/сек; $\omega_4 = 0,008$ 1/сек;

Есептелген мәндер

Тәжірибе №	жиілік ω_1 , 1/сек	$A(\omega) = \sigma_0 / \lambda$ 0 $\frac{\text{см}}{\text{т/сғ}}$	Δt , сек кешігу	$\varphi(\omega) =$	Δt
				$\frac{360}{T}$ град.	
1	0,001	4,4	460	26	
2	0,002	3,6	395	45	
3	0,004	2,2	277	63	
4	0,008	1,2	166	76	

Тәжірибе нәтижелері λ әсер етуі кезіндегі қисық сызықтық өзгеріс пен 5.11-суреттегі σ реттелетін мәні түрінде берілген. 5.11, а-суреттен көрініп тұрғандай, төменгі жиілік кезінде (0,001 1/сек) деңгейдің өзгеруі келіп түскен судың өзгергенінен кейін $\Delta t=460$ сек немесе $\varphi_1=26^\circ$ кешігуі, мұның өзі $T_1=2\pi/\omega_1=6280$ сек. Тербеліс периодының бар жоғы 7 % құрайды.



5.11-сурет. Тербеліс жиілігінің әртүрлі болу кезіндегі қобалжыту әсері мен реттелетін мән өзгерісінің қисық сызығы

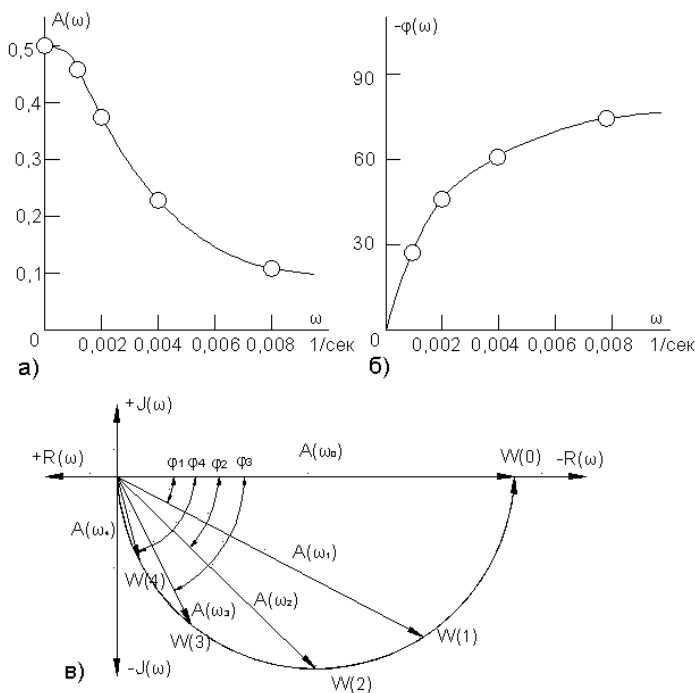
Тербеліс жиілігінің артуына қарай салыстырмалы кешігу арта түседі. (5.11 б, в-сурет) және $\omega_4=0,008$ 1/сек. Жиілікте (5.11, г-сурет) тербеліс кезеңінің 21 % алады. Былайша алғанда, фаза қозғалысы кезеңнің ширегіне татида ($\varphi=76^\circ$).

Жиілік өскендегі фазалар ығысуының ұлғаюымен бірге реттеуші орган тербелісі амплитудасы тұрақтылығына қарамастан өзгереді. $\omega_1 = 0,001$ 1/сек жиілікте $(\sigma_0)_1 = 44$ см болса, $\omega_4 = 0,008$ 1/сек жиілікте $(\sigma_0)_4 = 12$ см болады.

Тәжірибе нәтижелері 5.2-кестеде берілген.

$A(\omega)$ амплитуда-жиіліктік сипаттама 5.12, а-суретінде көрсетілген. Оның мәні $\omega=0$, $A(\omega_0)=\sigma_{\text{уст.}}/\lambda_0=k$ кезінде екпін қисығын түсіруден алынды:

$$A(\omega)=\sigma_{\text{уст.}}/\lambda_0=50/10=5 \text{ смГц/сәғ}$$



5.12-сурет. Нысанның амплитуда-жиілік (а), фаза-жиілік (б) және амплитуда-фазалық (в) сипаттамалары

5.12-суретінде $A(\omega)$ тәуелділігі сипатының монотонды түрде азайып бара жатқанын жиілік функциясының ω артқан сайын нөлге қарай ауытқуын көреміз. $\varphi(\omega)$ фаза-жиілік сипаттамасы 5.12, б-суретінде берілген. Онда φ тербелісінің реттелетін мәні σ қобалжыту әсері λ тербелісінен ω артқан сайын кешігу бұрышының үздіксіз артқанын байқаймыз.

5.12, в-суретте қарастырылған нысанның $W(i\omega)$ амплитуда-фазалық сипаттамасының сипаттамасы берілген.

5.4.2. Реттеудің тұйық жүйесінде гармониялық тербелістер туғызылғанда генератор көмегімен нысанның амплитуда-фазалық сипаттамасын анықтау

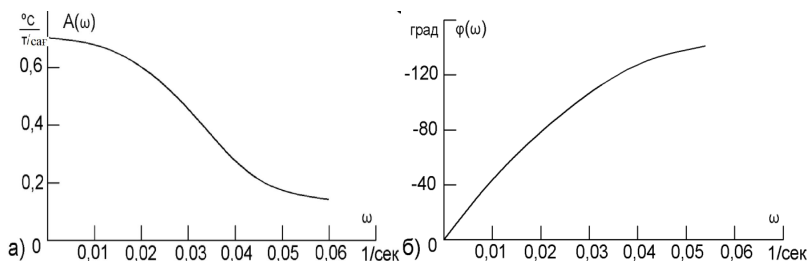
5.13-суретте синусоидтық тербеліс генераторын пайдалану арқылы тұйық реттеуші жүйедегі тікелей дәлдікті жоғары қысымдағы буысытқыштың динамикалық сипаттамасын анықтау тәжірибелік қондырғысының сұлбасы берілген. Қазандық буы буысытқыштың бірінші және екінші сатысынан өте отырып одан әрі турбиналарға келіп жетеді.

Будың берілген температурасы екінші сатыдан шығу кезінде сақталуы үшін және бірінші сатыдан кейін ысытқышты ажырату мақсатында шашыратқыш бусуытқыш іске қосылған. Салқындататын су мөлшерінің өзгертілуі ысыған будың қажетті температурасын сақтап, оның температурасы термопара 2 көмегімен алынады. Термопара 1 термо-э.д.с. электронды потенциометрге реттелетін мәнді тіркеу үшін беріледі. Термопара 2 реттеуіш датчигі есебінде, ол сервомотор $СМ$ арқылы салқындатқыш су желісіндегі реттеуші клапанға келіп түседі.

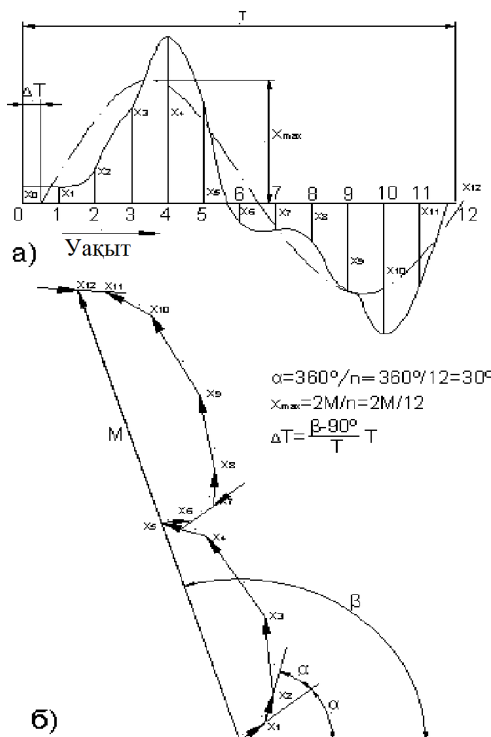
Салқындатқыш су шығыны дифманометрмен $ДМ$ өлшенеді. Ондағы кернеу де туралаушы қосалқы құрал арқылы потенциометрге келіп түседі. Генератор электр тізбегіне t -ны бақылаушы реттеуіш арқылы қосылған.

Реттелетін мәnnің тербеліс амплитудасын таңдауды төмендегілерге байланысты жүргізу керек. Егер қалыпты пайдалану барысында сынақтан өткізілетін нысандағы реттелетін мән көрсеткіші $\Delta_{\text{пайд}}$ аймағына жататын болса, технологиялық шарт бойынша рұқсат етілетін ауытқулар аймағы $\Delta_{\text{қосымш.}}$ құрайды,

Бұл жағдайлардың бәрінде де шығыс тербелістерінің негізгі гармоникасын атап өту керек. Бірінші жағдайда қалыптасқан бір тербеліспен шектелу жеткілікті.



5.14-сурет. Буысытқыштың амплитудалық және фаза-жиілік сипаттамасы



5.15-сурет. Бірінші гармониканы бөлудің графикалық тәсілі

Екінші жағдайда (кездейсоқ сипатты қобалжытушылардың әсерінен болған) берілген жиілік тербелісінің бірнеше тербеліс кезеңін өңдеу қажет және олар бойынша $A(\omega_n)$ мен $\varphi(\omega_n)$ орташа мәнін табу қажет. Бірінші гармониканы бөлуді төмендегіше атқарады: T кезеңін n жұп санға теңдей бөледі (әдетте 12) де, ординаталарын t_0, t_1, t_2, t_3 нүктелеріне $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots$ бөлу ординаталарын белгілейді. Іздеген гармоникамыз төмендегі теңдеумен анықталады.

Сонымен қатар бірінші гармониканы бөліп көрсету үшін төмендегідей қарапайым графикалық әдіс қолданылады. x_0, x_1, x_2, x_3 бөлу ординаталарын x_0, x_1, x_2, x_3 вектор модульдері мен $a_1=3600/n = a$; $a_2=2a$, $a_3=3a, \dots, a_n=na$ аргументтері деп қабылдайды. Есесіне олардың векторлық нәтижесін іздестіреміз. Ол үшін алдымен 5.15, б-суреттегідей x_1 бөлігі алынады да, оны сағат тіліне қарама-қарсы бағытта горизонталь сызыққа а бұрышқа бұрамыз. Оған x_2 бөлігі жалғанады, ол алдыңғы бөлікпен салыстырғанда а бұрышқа бұрылған. Мұндай кесте x_n бөлігіне дейін салынады.

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos \frac{2\pi}{T} t + b_1 \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

мұнда

$$a_0 = \frac{1}{12} \sum_{k=0}^{k=11} x_k;$$

$$a_1 = 1/6[x_{11} - x_5 + 0,5(x_1 + x_9 - x_3 - x_7) + 0,866(x_0 + x_{10} - x_4 - x_6)];$$

$$b_1 = 1/6[x_2 - x_8 + 0,5(x_0 + x_4 - x_6 - x_{10}) + 0,866(x_1 + x_3 + x_7 - x_9)].$$

Ордината белгісі ауысқан кезде бұрышты 180° өзгертіледі. Тұйықтаушы M векторы іздестірудегі амплитуда мен фазаны анықтайды.

Амплитуда:

$$X_{\text{макс.}} = \frac{2 \overline{M}}{n},$$

мұндағы M – тұйықтаушы вектор модулі.

Уақытты санауды бастау мен негізгі гармоника жылысуы.

$$\Delta T = \frac{\beta - 90}{360} T,$$

мұндағы β – тұйықтаушы вектор мен горизонталь арасындағы бұрыш.

Егер $\Delta T > 0$ болса, онда негізгі гармоника бастауы уақыт басталуынан біршама оң жақта орналасқан деп түсіну қажет, ал егер $\Delta T < 0$ болса, уақыт есебінен солға қарай қарастырылады.

5.4.3. Нысанның жиілік сипаттамасын периодты трапециялық үлгідегі қобалжыту нәтижесінде анықтау

Өндіріс жағдайында нысанның жиілік сипаттамасын тәжірибе арқылы анықтау кезінде синусоидтық әсер студі әрқашан жүзеге асыруға бола бермейді. Ол үшін гармоникалық тербеліс тудырушы қажет болар еді. Тік бұрышты немесе трапециялық түрдегі тербеліс тудыра отырып нысанның жиілік сипаттамасын анықтауға болады (5.16-сурет). Бұл әдіс реттеуші органдарды арнайы даярлықтан өткізуді қажет етпейді. Себебі, соңғысының қасиеттері тәжірибе нәтижелеріне мүлдем дерлік әсер етпейді.

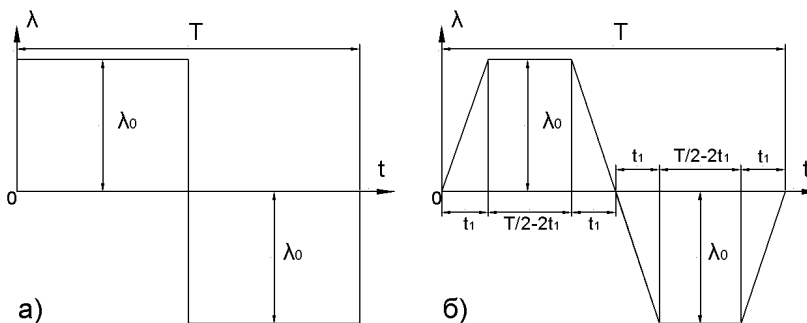
Тік бұрышты түрдегі әсерлер (5.16, а-сурет) реттеуші органның жеткілікті дәрежедегі орын алмастыруды бірдей уақыт ішінде кезегімен бірде бір жағына, келесіде екінші жағына қарай λ_0 мәніне ауысуы арқылы атқаруы мүмкін. Ыңғайлы болу үшін реттеуші органға арнайы амплитуда шектеу құралын орнатуға болады. Бұл тәжірибе өткізуді жеңілдетеді. Трапеция түріндегі әсерлер (5.16, б-сурет) әдетте дистанциялық басқару жүйесінің көмегімен орындалады. Мұндай жағдайда сервомотор реттеуші органды алдын ала белгілі болған жылдамдықпен жылжытады. Қабырғалары тең трапецияның немесе тік бұрыштың периодтық функциясын Фурье қатарына тізуге болады.

Тең қабырғалы трапеция түріндегі тербелістер бір қатарға тізбектеледі:

$$\lambda = \frac{2\lambda_0 T}{\pi^2 t_1} \left(\sin \frac{2\pi}{T} t_1 \sin \omega t + \frac{1}{3^2} \sin 3 \frac{2\pi}{T} t_1 \sin 3\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{5^2} \sin 5 \frac{2\pi}{T} t_1 \sin 5\omega t + \dots \right).$$

Ал, тік бұрышты түрдегі тербелістер қатары мынадай:

$$\lambda = \frac{4\lambda_0}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right).$$



5.16-сурет. Тік бұрышты (а) және трапеция (б) түріндегі әсерлер

Әдетте, бұл қатардың біріншіден басқа барлық гармоникалық құраушылары реттелетін нысан тарапынан жанышталады. Осының әсерінен реттелетін мән тербелісі тік бұрышты және трапециялық түрдегі әсерлер синусоидтық сипатқа ие болады.

Осылайша, өткізілген тізбектеуде тек бірінші гармониканы ғана пайдалануға болады. Ол трапециялық тербеліс:

$$\lambda = \frac{2\lambda_0 T}{\pi^2 t_1} \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \sin \omega t,$$

ал, тік бұрышты тербеліс:

$$\lambda = \frac{4\lambda_0}{\pi} \sin \omega t.$$

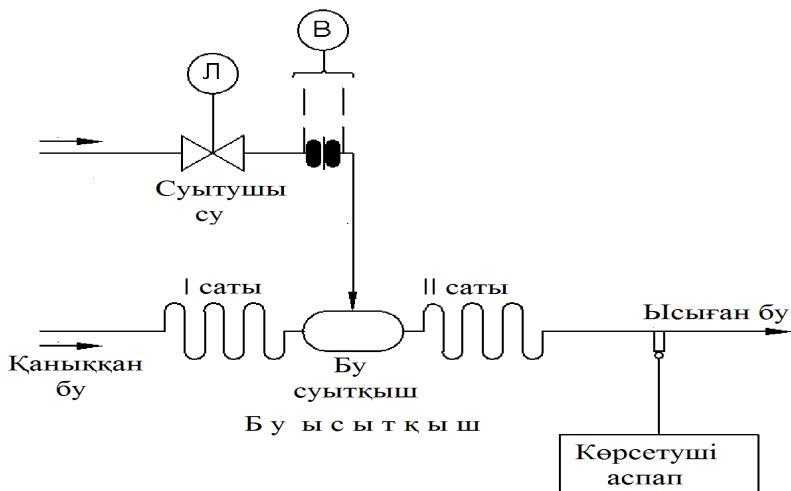
Реттелетін нысанның жиілік сипаттамасын анықтауға арналған келесі операциялар синусоидтық әсер сипатындағы операцияларға ұқсас.

Реттелетін нысанның жиілік сипаттамасын тік бұрышты немесе трапециялық түрде әсер ету кезінде алудың қарапайым

сұлбасы 5.16-суретте берілген. Бірінші тәжірибені кіріс және шығыс тербелістерінің арасындағы шамамен 180^0 болатын фаза ығысуына сәйкес келетін жиілікте өткізу ұсынылады. Ол үшін нысанды қос позициялы реттеу режиміне қояды: реттелетін мән өзінің орташа мәніне жақындағанда реттеуші органды жылжытады. Одан кейін жиілігі екі есе көп, екі есе аз және олардың аралық мәніндегі жиіліктермен тәжірибе жасалады.

Жоғары қысымды қазандық агрегатының қатты ысыған буының температурасын реттеу учаскесінің жиілік сипаттамасын тәжірибелік түрде анықтауды қарастырайық.

Реттелетін нысанның қағидалық сұлбасы 5.17-суретте берілген. Қанықтырылған бу қазандық барабанынан буысытқыштың бірінші және екінші сатысына келіп түседі де, араластырғыш (шашыратқы) типтес бу салқындатқышқа жетеді. Салқындататын су реттеуші орган – электр жетекті клапан арқылы өтіп, бу салқындатқышқа келіп түседі. Бу салқындатқыштан бу суысытқыштың екінші сатысына жетіп, одан әрі қарай турбиналарға өтеді.



5.17-сурет. Трапециялық тербеліс әдісімен тоққа тікелей қосылған қазандық буысытқышының жиілік сипаттамасын алу тәжірибесінің сұлбасы

Бу температурасын өлшеу аз инерциялық термомпара мен милливольметрмен атқарылады. Осылайша, анықталған жиілік сипаттамасы турасын айтқанда реттелетін нысанның емес, нысан – термомпара – көрсеткіш құрал жүйесінің сипаттамасы болып табылады. Әсер ету салқындатқыш су желісіндегі электр жетегі клапанын дистанциялық қосу арқылы жүзеге асырылады. Былайша айтқанда қобалжыту әсері трапециялық түрде болады. Су шығыны β су өлшеуіші көмегімен тіркеледі. Көрсеткіштерді жазу және тәжірибе нәтижесін одан әрі қарай өңдеу төмендегі өлшем бірліктері бойынша атқарылады: су шығыны – λ , т/сағ, температура – σ және МВ.

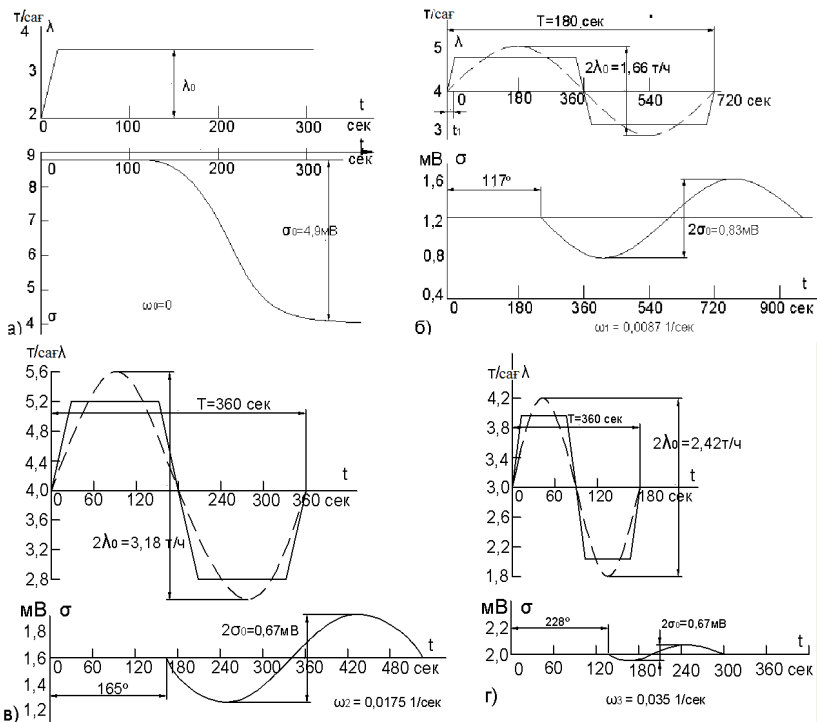
Реттелетін нысан клапанға әсер ету арқылы қоспозициялы реттеу режиміне қолмен қосу арқылы өткізіледі. Клапан жылжуы мен қатты ысытылған бу температурасының ауысуы іс жүзінде симметриялы болатындай етіп жүргізіледі. Бұл тәжірибе кіріс және шығыс тербелістерінің арасындағы шамамен 180° болатын фаза ығысуына сәйкес амплитуда-фазалық сипаттама нүктесін анықтауға мүмкіндік береді. Тәжірибе нәтижелері 5.18-суретте берілді. Іздестірілген амплитуда-фазалық сипаттама нүктесіне $(\omega_2)=0,0175$ 1/сек жиілігі сәйкес келеді, фаза жылжуы $\varphi(\omega_2) = 165^\circ$.

$$A(\omega_2) = \frac{0,67 \text{ мВ}}{3,18 \text{ м/с}} = 0,21 \text{ мВч/м.}$$

Бұл жиілікті анықтау басқа жиіліктердің мәнін таңдауға мұрсат береді де, басқа тәжірибелерді өткізуге болады. Мұндай жиіліктер ретінде төмендегі шамаларды алуға болады:

$$\omega = 0, \quad \omega = 0,5\omega_2; \quad \omega = 0,75\omega_2; \quad \omega = 2\omega_2.$$

Басқа жиіліктерде тәжірибе өткізу ω_2 жиілігіндегіден біршама өзгешелеу. ω_2 жиілігінде тәжірибе жасағанда реттелуші органның орналасуы реттелетін мән белгісі – бу температурасы арқылы анықталатын болса, басқа жиіліктегі тәжірибе барысында тәжірибе жасаушы реттеуші органды клапан ауысуы кезінде реттелетін мән қаншаға тең болса да тең уақыт аралығында реттеуші органды бір қалыптан екіншісіне ауыстырады. Тәжірибе төмендегі тәсілмен жасалады.

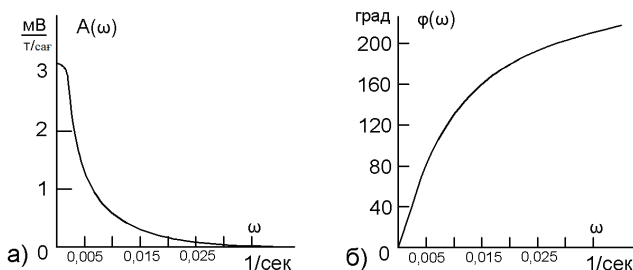


5.18-сурет. Түрлі тербеліс жиілігіндегі тітіркендіруші әсері мен реттеуші мәні өзгерісінің қысқь сызығы

Жүктеме мен қазандық агрегатының өнімділігі бірқалыпқа келтірілген соң қатты ысыған будың температурасы белгіленген мәнге жеткізіледі. Осы тепе-теңдік жағдайына сәйкес келетін реттеуші орган қалпы оның кейіннен болатын тербелістерінің осі ретінде қабылданады. Одан кейін реттеуші орган осытің екі жағына бірдей жылжып, белгілі бір мәнге қатысты тербеліс туады (клапанның максимал қозғалысының 10 – 15 %) және біршама уақыт арасында осы күйін сақтап тұрады.

Осыдан кейін реттеуші орган қарсы бағытқа тура осындай көрсеткішпен орнын ауыстырып, дәл сонша уақыт сол күйінде тағы да ұстап тұрады. Реттеуші органның мұндай кезек алмаса қозғалуы бу температурасының ауытқуы 2-3 кезек бойына

бірдей болғанша жалғаса береді. Бұдан, реттелетін нысанның белгілі болған ауытқу режиміне «енгенін» байқаймыз. Тәжірибе төрт жиілікте өткізілді: $\omega_0 = 0$, $\omega_1 = 0,0087$ 1/сек; $\omega_3 = 0,035$ 1/сек.



5.19-сурет. Нысанның амплитудалық және фазалық-жиілік сипаттамасы

Тәжірибелер нәтижесінде $\omega_3=0,035$ 1/сек жиілігінің берілген әсер амплитудасының «өшіру» жиілігіне іс жүзінде жақын екендігі анықталған. Әсер ету мен температура өзгерісінің кестесі 5.18-суретте берілді.

Тәжірибе нәтижесін өңдеу ұсыныстарға сәйкес өткізіліп, жоғарыда берілді. Салыстыру арқылы су пайдаланудың температура ауысуына байланысының бастапқы гармоникасы бойынша $\phi(\omega)$ фазасының ауытқуы мен $A(\omega)$ тербеліс амплитудасының қатысы анықталды.

Тәжірибе нәтижелері бойынша кесте даярланып, график түрінде 5.19-суретте берілді.

5.3-кесте

Есептелген мәндер

Тәжірибе №	ω_1 1/сек жиілік	Амплитуда қатысы $A(\omega) = \frac{2 \sigma_0}{2 \lambda_0}$, мВ с/см	Артта қалушылық м, сек	$\phi(\omega) = \frac{360}{T} \Delta t$ град
1	0	2,94	0	0,0
2	0.0087	0,50	334	117
3	0.0175	0,21	165	165
4	0,0350	0,01	114	228

Бақылау сұрақтары және жаттығулар

1. Өндірістік нысандарды тәжірибелік зерттеудің негізгі сатыларын сипаттаңыз.
2. Апериодтық әсерлерде тәжірибелік қондырғылардың негізгі сұлбаларын түсіндіріңіз.
3. Жиіліктік сипаттамаларды алу үшін қондырғылардың көптүрлілігі және олардың салыстырмалы анализі.
4. Екпін қисығын алу және ол бойынша энергетикалық басқару нысанының динамикалық параметрлерін анықтау әдістемесі.
5. Нысанның импульстік сипаттамасын алу және ол бойынша динамикалық параметрлерін анықтау.
6. Реттеуші органға тікелей әсер ететін тербеліс генераторы негізінде нысанның АФЖС-н анықтау.
7. Тұйық басқару жүйесінде тербелістерді қоздыратын генератор негізінде нысанның АФЖС-н анықтау.
8. Трапециялық және тікбұрышты түрдегі қобалжуларда нысанның жиіліктік сипаттамаларын анықтау әдістемесі. Тәжірибе нәтижелерін өңдеу ерекшеліктері.

БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ

1. *Льонг Л.* Идентификация систем (теория для пользователя). – М.: Наука, 1991.
2. *Грон Д.* Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979.
3. *Адамбаев М. Д.* Теория автоматического управления. Методы идентификации промышленных объектов управления: Учеб. пособие. – Алматы: КазНТУ, 2009. – 180 с.
4. *Адамбаев М. Д.* Определение динамической структуры и параметров промышленных объектов управления: Научное издание. – Алматы: TST Company, 2010.
5. *Адамбаев М. Д.* Математические методы идентификации: Учебник. – Алматы: Комплекс, 2005.
6. *Кэмпбелл Д.* Динамика процессов химической технологии. – М.: Химия, 1962.
7. *Адамбаев М. Д., Малдыбаева Т. С.* Басқару объектілерін модельдеу және идентификациялау: Оқу құралы. – Алматы: ҚазККА, 2007. – 164 б.
8. *Адамбаев М. Д.* Автоматическое управление процессами сухой рудоподготовки: Научное издание. – Алматы: Комплекс, 2004.
9. *Адамбаев М. Д.* Математические основы технических систем: Учеб. пособие. – Алматы: КазНТУ, 2008. – 192 с.
10. *Разумов К. А., Перов В. А.* Проектирование обогатительных фабрик. – М.: Недра, 1965.
11. *Дёч Г.* Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. – М.: Наука, 1965.
12. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов /*К. Хартман, Э. Лецкий, Б. Шеффер* и др. Под ред. Э. К. Лецкого. – М.: Мир, 1977.
13. *Васильев Д. В., Чуич В. Г.* Системы автоматического управления (примеры расчета). – М.: Высшая школа, 1967.
14. *Такер Г. К., Уиллис Д. М.* Упрощенные методы анализа систем автоматического регулирования. – М.: Госэнергоиздат, 1963.

15. *Вавилов А.А., Солодовников А. И.* Экспериментальное определение частотных характеристик автоматических систем. – М.: Госэнергоиздат, 1963.
16. *Стефани Е. П.* Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов. – М.: Госэнергоиздат, 1960.
17. *Марюта А. Н., Качан Ю. Г., Бунько В. А.* Автоматическое управление технологическими процессами обогатительных фабрик. – М.: Недра, 1983.
18. *Траксел Дж.* Синтез систем автоматического регулирования. – М.: Машгиз, 1959.
19. *Солодовников В. В.* Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. – М.: Физматгиз, 1960.
20. *Демидович Ю. Р., Марон И. А.* Основы вычислительной математики. – М.: Физматгиз, 1963.
21. *Джеймс Х.* Теория следящих систем. – М.: ИЛ, 1951.
22. *Андреев В. П., Сабинин Ю. А.* Основы электропривода. – М.: Госэнергоиздат, 1963.
23. *Анисимов В. И., Вавилов А. А., Фатеев А. В.* Сборник примеров и задач по линейной теории автоматического регулирования. – М.: Госэнергоиздат, 1959.
24. *Хализев Г. П., Серов В. И.* Расчет пусковых, тормозных и регулировочных устройств для электродвигателей. – М.: Высшая школа, 1966.
25. *Башарин А. В.* Примеры расчетов автоматизированного электропривода. – М.: Энергия, 1964.
26. *Справочные данные по электрооборудованию. Электрические машины общего применения, т.1.* – М.: Энергия, 1964.
27. *Котченко Ф. Ф.* Следящие системы автоматических компенсаторов. – М.: Недра, 1965.
28. *Рудаков В. В.* Электромашинные усилители в системах автоматики. – М.: Госэнергоиздат, 1961.
29. *Миловзоров В. Б.* Электромагнитная техника. – М.: Высшая школа, 1966.
30. *Аранович Б. И., Шамрай Б. В.* Электромагнитные устройства автоматики. – М.: Энергия, 1965.

МАЗМҰНЫ

Кіріспе.....	3
1. БАСҚАРУ НЫСАНДАРЫНЫҢ ЖАЛПЫ ТЕНДЕУЛЕРІ.....	5
Жалпы ережелер.....	5
1.1. Түрлі өндіріс үшін ортақ болып табылатын аппараттар мен үрдістер динамикасының негіздері.....	7
1.1.1. Материалдық ағын және қор динамикасы	7
1.1.2. Материалдар ағындарын араластыру динамикасы....	16
1.1.3. Жылу айырбастау динамикасы	20
1.2. Ұсату, ұнтақтау және жіктеу үрдістерін математикалық өрнектеу	29
Кіріспелік ескертулер.....	29
1.2.1. Ұсатқыш динамикасының теңдеулері.....	30
1.2.2. Жіктеу үрдісі технологиялық аппараттарының теңдеулері.....	33
1.2.3. Ұнтақтаушы агрегаттардың жалпы теңдеулері.....	36
1.2.4. Гидравликалық жіктегіштер теңдеуі	42
1.3. Теңдеулерді түрлендіру. Кіріспелік ескертулер.....	45
1.3.1. Теңдеулерді сызықтандыру	45
1.3.2. Сызықты дифференциалдық теңдеуді операторлық түрге немесе керісінше түрлендіру	49
2. ТӘЖІРИБЕЛІК МӨЛІМЕТТЕР БОЙЫНША НЫСАННЫҢ СИПАТТАМАЛАРЫН АНЫҚТАУ...	52
2.1. Өндірістік нысандардың статикалық сипаттамаларының идентификациясы	52
2.1.1. Ең кіші квадраттар әдісі (ККӘ) бойынша, сызықты нысандардың функциялық тәуелділігін анықтау.....	53
2.1.2. Бейсызықты нысандардың функциялық тәуелділіктерін анықтау	58
2.2. Екпін қисығы бойынша нысан теңдеулерін анықтау	63
2.2.1. Экспонента түріндегі екпін қисығы бойынша бірінші ретті нысанның теңдеуін анықтау.....	64
2.2.2. S түріндегі бірқалыпты екпін қисығына ие екінші ретті нысанның теңдеуін анықтау.....	68

2.2.3. Тербеліс екпін қисығына ие екінші ретті нысанның теңдеуін анықтау.....	73
2.2.4. Екпін қисығы бойынша нысанның беріліс функциясын анықтау.....	77
2.2.5. Екпін қисығы бойынша нысан теңдеуінің ретін анықтау	81
2.3. Жиіліктік әдістер бойынша нысандар теңдеулерін анықтау.....	82
2.3.1. Нысанның беріліс функциясын, оның тәжірибелік жиіліктік сипаттамаларынан табу	82
2.3.2. Екпін қисығы бойынша кеңейтілген жиіліктік сипаттамаларын алу	88
2.4. Нысанның математикалық моделін статистикалық динамика әдістерімен анықтау	92
2.4.1. Автокорреляциялық функцияны есептеу	93
2.4.2. Кездейсоқ сигналдың математикалық үмітін, орталықтандырылған АКФ, орташа квадратты ауытқуын және эквивалентті спектрлік тығыздығын есептеу.....	96
2.4.3. Импульсті өтпелі функцияны есептеу	99
2.4.4. Кездейсоқ сигналдың спектрлік тығыздығын есептеу.....	103
2.4.5. Спектрлік тығыздықтарды қолданып, нысанның кешендік күшейту коэффициентін (беріліс функциясын) есептеу	109
3. ӨНДІРІС НЫСАНДАРЫНЫҢ СТАТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ДИНАМИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН ИНЖЕНЕРЛІК ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАУ.....	112
3.1. Басқару нысандары және олардың математикалық модельдерінің түрлері	112
3.2. Өндірістік басқару нысандарының модельдерін алу әдістері.....	124
3.2.1. Математикалық модельдерді алудың аналитикалық әдісі.....	128
3.2.2. Екпін қисығы бойынша сызықтық нысандардың динамикалық сипаттамаларының инженерлік идентификациясы	131

3.2.3. Өндірістік үрдістердің динамикалық сипаттамаларын идентификациялаудағы статистикалық әдістерді қолдану	137
3.3. Елеулі сызықсыз нысандар динамикасының идентификациясы.....	150
3.4. Басқару нысандарының математикалық модельдерін нормаль түрінде келтіру	153
4. ӨНДІРІСТІК НЫСАНДАРДАҒЫ ЭЛЕКТР-ЖЕТЕКТЕРІНІҢ НЕГІЗГІ ЭЛЕМЕНТТЕРІН ОЛАРДЫҢ ТЕХНИКАЛЫҚ БЕРІЛІСТЕРІ БОЙЫНША ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАУ	162
4.1. Кіріспелік ескертулер	162
4.2. Тұрақты ток генераторын идентификациялау	163
4.3. Тұрақты ток қозғалтқышын идентификациялау.....	173
4.4. Екі фазалы асинхронды қозғалтқышты идентификациялау	186
4.5. Электромашиналық күшейткіштің негізгі параметрлері мен беріліс функциясы	191
4.6. Магниттік күшейткіштердің негізгі параметрлері мен беріліс функциялары	198
5. ЭЛЕКТР ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ БАСҚАРУ НЫСАНДАРЫНЫҢ ДИНАМИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН АНЫҚТАУДЫҢ ТӘЖІРИБЕЛІК ӘДІСТЕРІ.....	206
5.1. Кіріспелік ескертулер.....	206
5.2. Тәжірибені жоспарлау және дайындау.....	207
5.3. Реттелетін нысандардың уақыттық сипаттамаларын тәжірибе жолымен анықтау мысалдары.....	215
5.3.1. Реттелетін нысанның екпін қисығын алу және динамикалық параметрлерін анықтау.....	215
5.3.2. Импульстік сипаттама алу және нысанның динамикалық параметрлерін анықтау.....	217
5.4. Реттелетін нысандарының жиілік сипаттамаларының тәжірибе жолымен анықтау мысалдары	218
5.4.1. Нысанның амплитуда-фазалық сипаттамасын реттеуші органға тікелей әсер етуші тербеліс генераторы көмегімен анықтау.....	218

5.4.2. Реттеудің тұйық жүйесінде гармоникалық тербелістер туғызылғанда генератор көмегімен нысанның амплитуда-фазалық сипаттамасын анықтау.....	222
5.4.3. Нысанның жиілік сипаттасын периодты трапециялық үлгідегі қобалжыту нәтижесінде анықтау.....	228
БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ.....	233

Оқулық басылым

Мұрат Джамантайұлы Адамбаев

ЭЛЕКТР ЭНЕРГЕТИКАСЫНДАҒЫ ТЕХНИКАЛЫҚ
ТӘЖІРИБЕ ТЕОРИЯСЫ МЕН ПРАКТИКАСЫ

Оқулық

ОБО РБ бастығы

З. А. Ғұбайдулина

Редакторы

Т. С. Жақсыбаева

Компьютерде беттеген

Л. П. Өмірбекова

Басуға қол қойылды 28. 04. 2014 ж.

Пішімі 60x84 1/16. № 1 баспаханалық қағаз.

Көлемі 15,0 е.-б.т. Шартты б.т. 14,0.

Таралымы 300 дана. Тапсырыс № 22.

Бағасы келісімді.

Қ.И. Сәтбаев атындағы

Қазақ ұлттық техникалық университетінің басылымы,

Оқу-баспа орталығы.

Алматы қ., Сәтбаев көшесі, 22

ISBN 978-601-228-646-5

