ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ. И. Сәтбаев атындағы
Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті

З. М. Ярмухамедова, Г. Е. Қуандықова,
Л. Қ. Абжанова

АВТОМАТТАРДЫРУ ОБЪЕКТІЛЕРІН МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ

Университеттің Ғылыми-әдістемелік кеңесі
оқу құралы ретінде ұсынған

Алматы 2016

ӘОЖ 681.51:51.001.57(075)
ББК 24.54 я 73
Я 75

Пікір жазғандар:
Муханов Б.К., ИК кафедрасының меңгерушісі,
техн.ғыл.канд-ты, доцент, АЭжБУ
Битеев Ш.Б., техн.ғыл.док-ры, профессор, Автоматтандыру және Басқару кафедрасы, М.Тынышпаев ат-ғы КжКА
Өжікенов Қ.Ә., «Роботты техника және автоматиканың техникалық құралдары» кафедрасының меңгерушісі, техн.ғыл.канд-ты, доцент, ҚазҰТУ

Ярмухамедова З.М.
Я75 Автоматтандыру объектілерін математикалық модельдеу: Оқу құралы \ Ярмухамедова З.М., Қуандықова Г.Е., Абжанова Л.Қ. – Алматы: ҚазҰТУ, 2016. – 178 б. Сурет 17, Кесте 2.
ISBN 978-601-228-945-9

Оқу құралы 15 бөлімнен тұрады. Алдымен модел түсінігі беріледі. Содан кейін, оның түрлері қарастырылады. Соның ішінде математикалық модель түсінігінен кеңірек мәлімет беріледі.

Математикалық моделдерді құрудың классикалық әдістері мен құру қағидалары, олардың мақсаты мен функциялары, күрделі жүйелердің математикалық моделдері, моделдеуде сараптық жүйелерді, сондай-ақ нейроақпараттық технологияларды қолдану мәселелері қарастырылған. Идентификациялау теориясының негізгі түсініктері, сызықты және бейсызықты объектілерді идентификациялау әдістері, бейімделетін жүйелердегі идентификация, идентификацияның статистикалық әдістері қарастырылған.

Оқу құралының мақсаты – математикалық моделдер және оларды дұрыс құру және қолдануды жете меңгеру.

5В070200 «Автоматтандыру және басқару» мамандығының білім алушыларына арналған, дегенмен басқа мамандықтағы білім алушылар үшін де пайдалы болуы мүмкін.

ISBN 978-601-228-945-9
© Ярмухамедова З.М.., 2016
© ҚазҰТЗУ, 2016

КІРІСПЕ

Қазіргі кезде заманауи технологиялардың қарқынды дамуына байланысты еліміздің барлық өндіріс орындары жаппай жаңартудан өтіп жатыр. Осы ретте математикалық моделдеудің алатын орны ерекше. Математикалық моделдеу әртүрлі объектілерді зерттеу әдістері ретінде қолданылады, математикалық модель көмегімен оның күйін болжауға, жұмыстың жақсы шарттарын анықтауға, сондай-ақ тиімді басқару және жобалау есептерін шешуге болады. Моделдеу танып-білу және түрлендіру құралы ретінде эксперименттік және теориялық ғылыми зерттеулерде кездеседі. Соңғы кезде есептеу және көрсету мүмкіндігі кең Matlab моделдеу ортасы қолданылуда. Бұл пакет технологиялық объектілердің және процестердің математикалық формулаларымен жұмыс істейді.

Моделдеу әр түрлі жүйелерді, сонымен қатар, химия-технологиялық жүйелерді зерттеу және басқару әдісі ретінде қызмет етеді.

Бұл оқу құралында моделдердің түрлері, оларды құру жолдары мен қағидалары көрсетілген. Құру кезінде қандай негізгі химиялық және физикалық қасиеттерге көңіл бөлу керектігі де айтылады. Олардың ішінде, жылу, энергия балансы теңдеулері негізінде құрылған массаалмасу және жылу алмасу процестерінің моделдері бар. Сондай-ақ, аппаратта болатын процестер туралы, яғни гидродинамикалық моделдер туралы да айтылады.

Идентификациялау ұғымы туралы мағлұмат беріліп, олардың есеп қойылымы туралы да барынша ақпарат терілген.

Күрделі жүйенің математикалық моделі үзбелердің өзара байланысын сипаттайтын байланыс теңдеулері мен жүйенің үзбе-элементтері моделдерінен құралады. Басқарылатын жүйелердің құрылымы әр түрлі, бірақ кез келген кибернетикалық жүйеге тән ортақ белгілері бар. Осы ортақ

белгілерді ескере отырып, келесі жеке моделдерден тұратын жүйенің ортақ моделін көрсетуге болады:

«Имитациялық модельдеу» терминінің мәні нәтижесін алдын ала алуға болмайтын, сондықтан да нақты жүйені ендіруді көрсету үшін берілген шығыс мәліметтер кезіндегі тәжірибе жүргізуді қажет ететін математикалық моделдермен жұмыс жасайды.

Имитация деп берілген немесе пішінді уақыт мезетіндегі күрделі жүйені ендіруді сипаттайтын математикалық моделдер арқылы компьютерлік тәжірибелерді жүргізудің сандық әдісін айтамыз.

Қазіргі кезде түрлі сфераларда, сонымен қатар түрлі объектілерді автоматтандыруда нейронды желілерді қолдану бағытындағы зерттеулер айтарлықтай кеңейе түсті.

Жасанды нейронды желілерді зерттеу өзектілігі олардың қолдану мүмкіндігі сан алуандылығымен дәлелденеді. Нейронды желілер теориясы, 50 жылдан астам бірпроцессорлы және көппроцессорлы ЭЕМ алгоритмдік базисі болып келген буль алгебрасы секілді, нейрокомпьютерлер дамуының алгоритмдік базисі болып табылады.

Нейронды желі бұл – қабаттары арасында түрлі типті байланысы бар нейрондардың біртипті элемент-аналогтарының ішінен соңғы қабаттар саны бар желі. Оның үстіне қабаттағы нейрондар саны тапсырманы шешудің берілген сапасын қамтамасыз ету қажеттілігінен шыға отырып таңдалады, ал нейрондар қабатының саны – тапсырманы шешу уақытын қысқарту үшін мүмкіндігінше ең аз таңдалады.

Жасанды нейронды желілердің дамуы қашан да биологиямен байланысты. Алайда мидың жұмысы жөніндегі біздің біліміміз шектелген, сондықтан жасанды нейронды желілерді жасап шығарушыларға пайдалы функцияларды атқаруға мүмкіндік беретін құрылымдарды іздеуде заманауи биологиялық білім шегінен шығып кетуге тура келеді.

1. МОДЕЛДЕРДІҢ ТҮРЛЕРІ, МАҚСАТЫ ЖӘНЕ АТҚАРАТЫН ҚЫЗМЕТТЕРІ

Моделдерді жасау – адамзат зиялылығының белгісі. Моделдер түрінің үнемі кеңеюіне байланысты біздің мүмкіндігіміз артып, қоршаған ортаның күрделі құбылыстары турасында ақпарат нақтыланады.

«Модель» термині қазіргі ғылым мен адамзат тәжірибесімен тығыз байланысты. Қазіргі кезде модельдің сан-қырлы анықтамалары бар, бірақ, олардың ешбірі модель түсінігін толыққанды түсіндіре алмайды. Өйткені модельдердің түрлері де, олардың қолданылу облысы да сан-қырлы. Идентификациялау саласындағы белгілі маман П.Эйкхофф – модель түсінігін бақылау және эксперименттеумен байланыстырады. Ол келесідей анықтама береді: «Модель – нақты (немесе құрастырылатын) жүйенің маңызды қырларын, ыңғайлы түрде ақпарат беретін, бейнесі».

Жүйе деп – сыртқы ортамен және өзара байланысқан, өзара және сыртқы ортамен әсерлесуші бөлшектердің қосындысын, және кейбір жағдайларда дербес болып қалыптасатын бүтін нәрсені айтамыз. Жүйеге кірмегеннің барлығы сыртқы ортаның бөлшегі болып табылады. Жүйе – сыртқы ортамен әсерлеседі және кіріс-шығыс айнымалыларының арасындағы байланыс ретінде сипатталады. Олардың түрі жүйе мен сыртқы ортаның арасындағы шекараға байланысты болады.

Өндірістік жүйе – заттарды, энергияны және ақпаратты өңдейтін ішкі жүйелерден тұрады және берілген өнім мен бұйымдарды шығаруға арналады. Оларға мысал ретінде өндірістік бірлестіктерді, кәсіпорындарды, цехтарды алсақ болады. Өнеркәсіптің түрлі салаларындағы өндірістік жүйелер өзара ұқсас міндеттерді атқаруы мүмкін. Физикалық тұрғыдан, ішкі жүйелер түрлі технологиялық қондырғылар, механизмдер, роботтар, адамдар, автоматты жолақтар, транспортты жүйелер және ақпаратты өңдеу құрылғылары арқылы жүзеге асады.

Сыртқы орта мен өндірістік жүйенің арасындағы заттық энергия және ақпарат ағымдары уақыт бойынша өзгеретіндіктен, өндірістік жүйелер ашық болып табылады.

Технологиялық жүйе деп – өндірістік жүйенің арнайы бөлімін айтамыз. Ол бұйымды шығаруға қатысты әрекеттерді ғана жүзеге асырады және өзара функционалды ішкі жүйелерден тұрады.

Өндірістік және технологиялық жүйелердің құрылымы – ішкі жүйелер құрылымы тұрғысынан бірдей, бірақ ішкі жүйелердің атқаратын қызметтері әр-түрлі. Өндірістік және технологиялық жүйелердің атқаратын қызметіне қарай ерекшеленеді.

Модельдің негізгі қасиеттерін қарастырайық:

1) негізінде басқару жүйесіне арналып құрастырылған модель түпнұсқадан ерекшеленеді. Сондықтан, модельді құрастырған кезде және қолданар алдында модельдің объектімен адекваттылығын (сәйкестігін) тексеруіміз керек.

2) модельді жасаушының әрбірі – модельді, өзінің білімін қолданып тапқан тәжірибелік мәндер немесе әдістер негізінде, немесе басқа жобалаушылардың шешімдері негізінде жасайды. Қазіргі модельдеутехнологиялары тек ғылыми әдістерге ғана сүйенбейді, өз алдына өнер болып қалыптасқан. Яғни, модельдеу – шығармашылық процесс болып табылады, ал кез келген модельдің синтезі субъективті сипатта болады.

3. Модель ақиқаттың қарапайымдатылған елесі болып табылады. Модельді құрастыру кезіндегі жасалған қарапайымдатулар – біріншіден, білімнің шектеулігімен, екіншіден, іс-жүзілік қолданыс үшін, құрастырушының ыңғайлы математикалық өрнектелуді алуға ұмтылуымен түсіндіріледі. Модель іс жүзінде қолданыс табуы үшін, оның күрделілігі модельденетін объект күрделілігіне шамамен сәйкес болуы керек.

4. Бір анықталған объект үшін, бірнеше модель құрылуы мүмкін. Олар мақсатына, қолданылатын математикалық аппаратына, субъективті факторлар мен қабылданған қарапайымдатуларға байланысты болады.

5. Объект жайында жаңа ақпарат анықталған сайын және зерттеу әдістерінің дамуына байланысты модельдер өзгеріске ұшырайды. Бұл кезде модельдер нақтыланады, жетілдіріледі немесе керісінше, теріске шығарылады. Бұл тұрғыдан алғанда ғылымның дамуын құбылыстар мен процестерге құрылған

модельдердің эволюциясы ретінде қарастыруға болады. Модельдеу – түрлі жүйелерді зерттеу және оларды басқару әдісі ретінде қарастырылады.

1.1. Модель түрлері

Модельдер символды және физикалық болады.

Символдық модельдерде объект пен құбылысты кейбір шартты тілде сипаттаймыз.

Тіл дегеніміз – символдар мен ережелер жүйесі болып табылады. Ол хабарларды қалыптастырып, жіберуге мүмкіндік береді.

Табиғи сөйлеу тілі, ұзақ эволюция нәтижесінде, кәдімгі күрделі ақпараттық жүйеге айналды. Оның өзіндік ережелері, процедуралары және ақпаратты лингвистикалық өңдеу құралы болады. Сөйлеу тілінің үлкен ерекшелігі – көпмәнділігі және нақты еместігі. Бір жағынан модельді сан-қырлы етіп өрнектей аламыз, ал екінші жағынан мұндай модельдерге жаңа ақпаратты өңдеудің техникалық құрылғыларын қолдану қиындық туғызады.

Сондықтан, модельдеу кезінде жасанды тілдерге ерекше мән беріледі. Оларда көп мағыналы сөздер пайдаланылмайды, әрбір сөзге немесе символға белгілі бір мағына сәйкес келеді. Жасанды (формалды) тілдердің мысалы ретінде алгоритмдер тілі, машина тілдері, бағдарламалау тілдері, электрикалық және құрылымдық сұлбалар тілдері және т.б. алуға болады.

Сондай-ақ, символды тілдерді гнесеологиялық, кибернетикалық (ақпараттық, функционалды) және сенсуалды (сезгіштік) деп те бөледі.

Гнесеологиялық модельдер физика-химиялық, механикалық және т.б. заңдылықтарды табу үшін қолданылады. Яғни, зерттеліп отырған объектіні одан әрі танып, зерттеу үшін және басқару үшін керекті заңдылықтарды анықтау үшін қолданылады.

Кибернетикалық модельдерде объектінің физикалық табиғаты қарастырылмайды, тек кіріс және шығыс айнымалылардың өзгерісі зерттеледі. Сондықтан физикалық табиғаты әртүрлі объектілер кибернетикалық тұрғыдан бірдей

өрнектелуі мүмкін. Кибернетикалық моделдерді құрудағы мақсат – басқару жүйелерін жасау.

Сенсуалды модельдерге адамдардың сезіну мүшелеріне әсер ететін моделдерді жатқызамыз. Мысалы, өнер туындылары, әдебиет, табиғат, қоғам моделдері және т.б.

Объект туралы ақпараттың сипатталу пішініне байланысты моделдерді концептуалды және математикалық деп бөлеміз.

Концептуалды модельдер жүйелерді сапалық деңгейде өрнектейді. Мысалы, күрделі жүйелердің қасиеті, күйі және жеткіліксіз зерттелгені туралы пайымдаулар жүйені сапасы жағынан көрсетеді. Концептуалды модельдерді қолданған кезде жүйенің қасиеттері, басқару мүмкіндігі мен оптималды басқару алгоритмдері жайында керекті ақпаратты алуға болады және зерттеушінің шығармашылық мүмкіндігі кеңейеді.

Концептуалды модельдердің ерекшелігі – олар гипотезалық сипатта болады және табиғи (сөйлеу) тілін пайдаланады.

Математикалық модель жүйені математикалық формулалар түрінде сипаттайды.

Физикалық немесе заттық модельдер деп – натурал объектілердің натурал көшірмесін айтамыз. Оларды арнайы технологиялық объектіні тану, зерттеу үшін жасайды. Мысалы, пилотты қондырғылар, платина, қала, кеме, полигондар макеттері.

1.2. Түрлі модельдердің мақсаты мен атқаратын қызметтері

Түрлі модельдердің мақсаты мен атқаратын қызметтері сан қырлы. Модель шындықтың қарапайымдатылған көрінісі дейтін болсақ, онда модельдің қарапайымдылығы – оның басты сипаттарының бірі болып табылады.

Мақсатымызға байланысты модель арқылы объектімізді толық немесе кейбір керекті қырларын зерттесек болады, оның оптималды жұмыс режимін және қондырғының құраушы элементтерін, процестің өту бағытын болжап, оптималды басқару мен реттеу есептерін шығара аламыз.

Қазіргі кезде автоматтандыру деңгейінің жоғарылауына байланысты адам маңызы мен оның біліктілігіне қойылатын

талаптар да өсуде. Сондықтан, жаңа әдістер мен құралдар керек. Оларға мысал ретінде математикалық модельдер негзінде жасалған жаттығу кешендері. Олардың маңызы біраз салада: энергетика, металлургия және т.б. дәлелденген.

Ерекше айтып кететін жағдай, модельдеу мен модельдерді құру әдістерінің қарқынды дамығанымен, жалпытанымдық, сондай-ақ, басқару мен болжаудың нақты есептерін шешу үшін, изоморфизм және гомоморфизм түсініктері модельдеудің сипаттаушы түсініктері болып қала бермек. Олар жүйе құрылымдарының арасындағы сәйкестікті сипаттайды.

Екі жүйені изоморфты деп есептейді, егер олардың арасында өзара бірмәнді сәйкестік болатын болса. Мұндай түсінік идеалды болып келеді. Толық изоморфизм екі бірдей геометриялық фигураның арасында немесе оның формула күйінде өрнектелуінің арасында болады.

Гомоморфизм изоморфизмнен жүйелердің өзара сәйкес келмеуімен ерекшеленеді. Нақты жағдайда зерттеудің әрбір кезеңінде бірнеше гомоморфты модельді сәйкес қоюға болады. Кейбір жағдайларда құрылымдық элементтерді дұрыс таңдағандықтан, реалды объектіге жақын изоморфты қатынастарды алуға болады.

1.3. Модельдеудің құрылымы мен компоненттері

Модельдеу процесі кезінде зерттеуші, зерттеу объектісі (жүйе) және модель өзара әсерлеседі. Айта кетер болсақ, бұл кезде модельдердің көбісіне субъективизм тән болады, өйткені, зерттеулерді өткізу кезінде объектінің өзімен емес, оның моделімен жұмыс істелінеді, яғни оның бір көрінісімен.

Модельдеудің негізгі мақсаттары:

1) объект туралы жаңа мәліметтер алу;

2) түрлі идеяларды, гипотезаларды, ғылыми тұжырымдарды тексеру;

3) зерттеу уақытын қысқарту, және оларды өткізуге кететін шығындарды азайту;

4) басқарудың түрлі вариантарын салыстырмалы түрде талдау және оптималдысын таңдау;

5) объектілер мен жағдайларды шынайы уақытта зерттеу қиын немесе мүмкін емес болған жағдайда зерттеу жүргізу;

6) объектінің жұмысын болжау;

7) мамандарды оқыту.

Пайдаланылатын модельдің түріне байланысты табиғи, аналогты, аналитикалық және компьютерлік модельдеуді ажыратады.

Натурлы модельдеу деп – табиғи жүйені зерттеуді айтамыз, оның нақты объектімен табиғаты бірдей, бірақ көлемі әртүрлі.

Натурлы модельдеуді, яғни табиғи жүйені таңдаудағы жалпы критерий – минималды шығын мен ол туралы ақпаратты алудың минималды мерзімдері. Мұндай моделдеуді егер дәл және дәйекті нәтижелерді алу керек болса қолданады, қарапайымдатылған модельдер арқылы ондай нәтижеге жете алмаймыз, немесе аналитикалық модельді зерттеу мен жасауға қарағанда, табиғи жүйелер арзан да тез болғанда таңдалады.

Натурлы модель табиғи объектіге толық адекватты болады. Сондықтан, алынатын нәтижелердің сенімділігі және дәйектілігі қамтамасыз етіледі. Ондай нәтижелерді алу үшін, әдетте біраз сынақ жасалады, одан соң мәліметтерді статикалық өңдеуді жүргізеді.

Күрделі объектіні зерттеу кезінде, нақты математикалық өрнектелуді алу мүмкін емес немесе қиын боласа, ал табиғи жүйелер жоқ немесе оларды пайдаланып сынақ жүргізу мүмкін емес боғанда, физикалық модельдеу пайдаланылады, яғни, объектімен табиғаты бірдей, бірақ масштабы әртүрлі физикалық модель зерттеледі.

Объекті мен модель арасында белгілі сәйкестік болуы керек. Объект пен модельдің сәйкестік дәрежесін ұқсастық (анология) теориясы зерттейді. Ол ұқсастық критерийлерімен (сандарымен) жұмыс жасайды. Объектілердің ұқсастық ұғымы геометриядан алынып, кейін физикада да қолданылатын болды.

Екі физикалық құбылыс немесе процесс сәйкес немесе аналогиялы болып есептелінеді, егер оларды сипаттайтын барлық шамалар аппараттың кез келген нүктесінде кез келген уақыт моментінде анықталған еселі рет ерекшеленетін болса, оны масштаб деп атаймыз. Онда сәйкестік (анология) толық деп

есептелінеді. Егер бұл кейбір шамалар үшін орындалса, онда жарым-жарты деп есептеледі.

Сәйкес процестердің бірі, әдетте, зерттеліп отырғаны – модельдеу объектісі немесе оригинал деп, ал екіншісі оның моделі деп аталды. Сәйкестік теориясы сәйкестік критерийлерімен жұмыс істейді. Критерийлерді, егер оригинал теңдеуі белгілі болса, табуға болады. Егер ондай теңдеу жоқ болса, онда критерийлерді тапқан кезде – олар өлшемсіз деп есептелінеді. Кез келген физикалық процесті, басқа теңдеулер сияқты, сәйкестік критерийлерінен құрастырылған теңдеулермен өрнектеуге болады.

Кейбір критерийлер ұлы ғалымдардың атымен аталады: Рейнольдс критерийі, Архимед критерийі және т.б.

Сәйкестік теориясында келесілер негізгі болып табылады: модельдеу кезіндегі дұрыс нәтижені зерттеліп отырған объектіге физикалық сәйкестік моделін қамтамасыз ету арқылы қол жеткізуге болады. Бұл кезде тасымал процестерінің үш еселі анологиясы орындалуы керек. Яғни, жылудың таралуы, массаның тасымалдануы, электр зарядының ауысуы. Бұл процестер физикада Фурьенің жылуөткізгіштік заңы, Фик диффузиясы заңы, Ом заңы, Дарси-Вейсбах фильтрлеу заңы және т.б. деп аталады.

Қысқаша сәйкестік теоремаларының негізгілерін қарастырайық:

Бірінші теорема: сәйкес құбылыстардың бірдей сәйкестік критерийлері болады.

Салдар: сәйкес құбылыстар үшін сәйкестік критерийлерінен құрастырылған кез келген функциялар өзара тең болады.

Екінші теорема: сәйкестік критерийлерінің санын және олардың өрнектелуін өлшемдер анализінен табуға болады.

Үшінші теорема: бірмәнділік шарттары сәйкес болатын құбылыстар сәйкес болады. Бірмәнділік шарттарынан құрастырылған критерийлер сандық жағынан бірдей.

Бірмәнділік шарттары ретінде қабылдаймыз:

1) геометриялық сәйкестік – процестер өтіп жатқан аппараттың кез келген ұқсас нүктелерінің координаттары пропорционалды болады;

2) уақыттық сәйкестік – уақыттың синхронды моменттерінде сәйкес құбылыстардың физикалық шамалары сәйкестік критерийлерінің тұрақталарымен ғана ерекшеленеді;

3) модельдеу объектісі мен модельдің физикалық шамаларының сәйкестігі – сәйкес құбылыстардың физикалық шамаларының сандық мәндері тұрақты сәйкестік критерийлерін қанағаттандырады;

4) бастапқы шарттардың сәйкестігі – сәйкес құбылыстардың физикалық шамаларының қатынасы басқапқы уақыт моментінде, кез келген уақыт моментіндегідей, бірдей сәйкестік критерийлерін қанағаттандырады;

5) шекралық шарттардың сәйкестігі.

Сәйкестік әдісінің негізінде модельдеген кезде, сәйкестік критерийлері екі мағыналы болып келеді. Біріншіден, осы критерийлердің негізінде, модельдеудің шарттарын қанағаттандыратын модельдің қандай болатынын анықтап алады. Екіншіден, осы критерийлердің мәндері – модельден түпнұсқаға көшірілетін мөлшерлік өлшем болып табылады.

Аналогты модельдеудің шынайы модельдеуден ерекшелігі – объект физикалық табиғаты басқаша аналогты-модель көмегімен зерттеледі. Мұндай модельдеудің міндетті шарты – физикалық сәйкестіктің орындалуы болып табылады. Яғни, объект пен модельдің параметрлері өзара сәйкес болуы керек.

Аналогты модельдеуді жүзеге асыру үшін, жүйенің математикалық өрнектелуі керек, яғни математикалық модель керек.

Аналогты-процестер ретінде механикалық, гидравликалық, пневматикалық және жиірек электрлік аналогты модельдер пайдаланылады. Аналогты модельдер модельденетін объектінің параметрлер өзгерген кезде оңай реттеледі және бейімділігі (адаптация) оңай жүзеге асатындығымен ерекшеленеді. Аналогты модельдеудің негізгі артықшылықтары – қарапайымдылығы, қолданылатын техникалық құралдарының арзандығы, есепті реалды немесе масштабты уақытта шеше алу мүмкіндігі. Кемшіліктері ретінде – салыстырмалы төмен дәлдікті алсақ болады.

Аналитикалық модельдеу – объектінің математикалық моделін анықталған процедуралар көмегімен зерттеу. Мұндай әдістің маңызды ерекшелігі – ізделініп отырған шамалар үшін тәуелділіктерді жалпы түрде алуға болатындығында. Бірақ, математикаылқ модельдің күрделілігі аналитикалық шешімді

алуға мүмкіндік бермейді. Мұндай кезде екі негізгі жол таңдалады:

- Модельді қарапайымдату және оған жақындатылған аналитикалық әдісті қолдану;
- Шешімді алу үшін есептеу әдістерін пайдалану.

Аналитикалық модельдеу мүмкіндігі – зерттеліп отырған модельдің адекватты математикалық моделінің бар болуымен анықталады.

Компьютерлік (имитациялық) моделдеу – математикалық модельдер арқылы компьютерде эксперимент жасайтын есептеу әдісін айтамыз. Олар объектінің әрекетін берілген немесе қалыптастырылған уақыт аралығында көрсетеді.

Компьютерлік модельдеу үшін түрлі бағдарламалық құралдар шығарылды. Олардың ішінде MATLAB (матрицалық зертхана) бағдарламалық жүйесі модельдеу мен басқару есептерін шешуде кең қолданыс тапты. Ол түрлі ғылыми есептерді шығаруға және мәліметтер массивімен жұмыс істеуге негізделген интерактивті жүйе. Түрлі бағыттағы облыстар үшін бірегей принциптерден құрылған MATLAB операциялық орта және бағдарламалау тілі болып табылады.

Simulink – фундаменталді блоктар, сигнал көздері, қабылдағыштар мен өлшеу құралдарын композция түрінде көрсетілген объектілерді имитациялы модельдеу жүйесі; MATLAB EXTANTIONS – MATLAB-тың қолданылуымен жүзеге асқан зерттеулерді қарапайымдатуға және іске асуын тездетуге мүмкіндік беретін бағдарламалық құралдар жинағы (яғни, компилятор, және C, C++, т.б. тілдердегі библиотека);

GUI – қолданушының графикалық интерфейсі. Ол пәндік облыста жиі кездесетін бір бағыттық есептер үшін талдау, есептеу, жобалау құралын құрастыруға мүмкіндік береді және инженердің іс-жүзілік қызметіне анағұрлым жақындатылған. Сондай-ақ, оны меңгеру үшін минималды интеллектуалды және уақыттық шығындарды керек етеді.

Simulink-тің прототипі ретінде аналогты есептеу машиналарын қабылдауға болады. Сондықтан, Simulink-тің көмегімен модельдеген кезде объектінің математикалық моделінің құрылымы мен осы математикалық модельді жүзеге

асыратын құрылымдық модель арасындағы қатынасты көрсетеді.

Аналитикалық және компьютерлі модельдеу процесінің құрылымы келесі өзара байланысты кезеңдер арқылы көрсетілуі мүмкін:

1. Есеп қойылымы.

2. Зерттелініп отырған объектіні пішіндеу, яғни, оның математикалық өрнектелуін құрастыру.

3. Модельді зерттеу.

4. Модельді тәжірибелік жолмен сынау.

Есептің қойылымы кезеңінде мақсатты анықтап алуымыз керек, априорлы ақпаратты ескеріп, керек болса, сынақ жасауымыз керек. Бұл кезеңде объектінің (жүйенің) зерттелуі және өрнектелуі керек қырларын айқындап алуымыз қажет.

Модельді синтездеу кезеңінде, яғни, модельді таңдап, оны құру кезеңінде, зерттеушінің объект (жүйе) ерекшеліктерін білуі үлкен рөл атқарады.

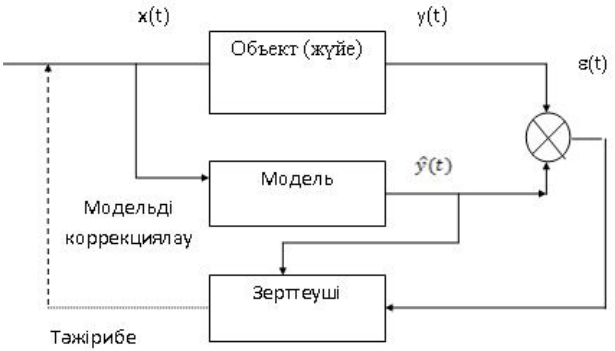
Кез келген математикалық модельдің синтезін – модельденіп отырған объектінің қалыптастырылған өрнектеуінен бастайды, яғни, объектің толық сипаты математика тіліне, кейбір теңдеулер жүйесі мен кейбір параметрлер арасындағы функционалды қатынастар түрінде ауыстырылады.

Айта кететін жағдай, объектінің негізгі физикалық және физика-химиялық заңдылықтары ескеріліп құрастырылған модель – объектіні сапа жағынан дұрысырақ сипаттайды, тіпті модельдің параметрлері нақты болмаған жағдайда.

Үшінші кезеңде, егер модель түпнұсқаға жеткілікті жақындатылған болса, бастапқыда байқалмаған қызықты нәтижелерге қол жеткізуіміз мүмкін.

Тәжірибелік сынақ кезеңі алдыңғы екі кезеңмен тығыз байланысты. Тіпті, модельдеу кезінде бір кезеңнен екінші кезеңге ауысуға тура келеді, тіпті, соңғы соңғы кезеңнен екінші немесе үшінші кезеңге қайта оралуға тура келеді.

Модель көмегімен объектіні басқару процесін – модельді үйрету процесі ретінде қарастыруға болады (1-сурет).



1-сурет. Модельді үйрету процесі

Объект (жүйе) турасында априорлы ақпараты бар зерттеуші модельдің бірінші нұсқасын синтездейді. Ол тәжірибелік мәліметтерді пайдаланып, зерттеліп отырған объектіге (жүйеге) сәйкестігін тексереді. Объектінің нақты мәндері *y(t)* мен модель көмегімен есептелген ұқсас сипаттамаларды $\hat{y}(t)$ салыстыру арқылы, моделдің параметрлері мен құрылымы коррекцияланады.

Мұндай модельді үйрету процесі *y(t)* пен $\hat{y}(t)$ сипаттамалары кейбір дәлдікпен сәйкестенгенше жүре береді.

Сонымен, модельдеуді уақыт бойынша жіктелген тәжірибелік зерттеу процесі ретінде қарастырсақ болады.

2. МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІҢ ЖІКТЕЛУІ

2.1. Математикалық модель түсінігі

Кафаров В.В. бойынша жүйенің математикалық моделі деп – жүйеде болып жатқан құбылыстардың болмысын, сондай-ақ, кіріс айнымалыларының өзгеруі кезіндегі жүйенің өзгерісін көрсететін теңдеулер мен логикалық қатынастар жүйесін айтамыз.

Математикалық модельдің нақты түрі – процесті зерттеуге қойылатын талаптармен анықталады.

Математикалық модель әрдайым идеалды болып келеді және айнымалылардың өзара байланысын тек шартты түрде және жанама көрсетеді. «Математикалық модельдеу» түсінігін шамамен XX ғасырдың 40-50 жылдарынан бері ғана қолдана бастады. Дегенмен, математикалық модельдер сол кезден ғана бастап пайда болды деп айтуға болмайды. Математикалық модельдеу өткен жүзжылдықтардағы математиктер мен физиктердің жұмыстарында бастама алған.

Математикалық модельдерді символды түрге жатқызады және олар түрлі математикалық құрылымдардың қосындысы болып табылады, яғни: формулалар, алгебралық және дифференциалды теңдеулер жүйесі, логикалық өткелдер, интегралды қатынастар және т.б.

Түрлі динамикалық объектілерді модельдеуде негізгі математикалық аппарат– дифференциалды теңдеулер болып табылады.

Дифференциалды теңдеулер заттың және энергияның сақталу заңдарының, масса- мен зат-алмасу заңдылықтарының, химиялық реакция өту процесінің, тұтас ортаның қозғалу процестерінің математикалық көрінісі болып табылады және элементарлы көлем үшін өрнектеледі. Толық көлем үшін интегралды түрде жазылады.

Сақталу заңдылықтары детерминделген және аналитикалық модельдерді құрастырғанда негіз болып алынады.

2.2. Математикалық модельдерді топқа бөлу

Математикалық модельдердің төменде қарастырылған жіктелуі шартты сипатты болып келеді және математикалық өрнектелуге кіретін теңдеулердің нақты түрімен анықталады. Автоматтандыру объектілерінің математикалық модельдерін келесі топтарға бөлуге болады:

1. Шоғырланған параметрлері бар математикалық модельдер. Олардың негізгі параметрлері тек уақыт бойынша өзгереді. Ондай модельдер алгебралық немесе қарапайым дифференциалды теңдеулермен өрнектеледі.

2. Егер, объектінің негізгі айнымалылары уақыт және кеңістік байынша да өзгеретін болса, немесе көрсетілген өзгерістер тек кеңістікте, бірақ, екі немесе одан да көп өлшемде болса, ондай модельдерді таратылған параметрлері бар модельдер деп атаймыз және оларды дербес туындылы дифференциалды теңдеулер түрінде өрнектейміз.

Автоматты басқару немесе реттеуде математикалық модельдерді басқаша классификациялаймыз:

1. Уақытқа байланысты модельдер статикалық және динамикалық деп бөлінеді. Модель статикалық деп аталады, егер оның шығыс шамасының мәні $y(t)$ кіріс шамасының мәнінен $x(t)$ тек сол уақыт мезетінде ғана тәуелді болса. Мұндай модельдерді құрастыру үшін булев алгебрасын, сәйкестік кестелерін, графтарды, жасанды нейрондарды, заттық айнымалылар функцияларын қолданады. Динамикалық модельдерде $y(t)$ мәні процестің өткеніне байланысты болуы мүмкін. Динамикалық модельдердің математикалық аппараты ретінде дифференциалды, интегралды, стохастикалық, айырымдық теңдеулер, т.б. қолданылады.

2. Кіріс X, шығыс Y айнымалылары жиындарының типіне және уақытқа τ байланысты дискретті, үздіксіз, фракталды және нақты емес модельдерге бөледі. Жиын түсінігі абстрактілі математикалық жиын түсінігін береді. Жиын толығымен өз элементтері арқылы анықталады. Сандық жиындар объект арасындағы нақты қатынастарды адекватты түрде қалыптастырады.

Дискретті деп шекті немесе санды жиынды түсінеміз. Үздіксіз деп байланысқан сандық жиынды қалыптастыратын объектілер жиынын айтамыз. Үздіксіз жиын үшін адекватты модель ретінде кесінді, сәуле немесе түзуді алсақ болады.

Фрактал дегеніміз – өлшемі топологиялық модельге қарағанда үлкен болатын объектіні айтамыз. Жиынның топологиялық өлшемі нақты санмен беріледі, ал фракталды жиынның өлшемі бөлшекпен беріледі. Фрактал кайталанбалы элементтердің шексіз санынан тұратындықтан, оның ұзындығын өлшеу мүмкін емес. Фракталды сызық бірөлшемді кеңістік шегінен шығып тұрса, эвклидті сызық толығымен бірөлшемді кеңістікке кіреді. Айта кететін жағдай, объектілердің көбісі бөлшекті өлшемді болып келеді, мысалы, ұзақ диффузия мен абсорбция нәтижесінде пайда болған объектілер, олар фракталды жиындарға ұқсайды. Мысал ретінде, адамның қан-тамыр жүйесін немесе көл жағалауын алуға болады.

Нақты емес жиындар түсінігі XX ғасырдың 60-жылдарында енгізілген болатын.

Л.Заде қарапайымдату негізінде пайда болған канторовтың классикалық жиын түсінігінің кеңейтілген түрі. Яғни, элементтің жиынға қатыстығының функциясы тек 0 немесе 1 мәндерін қабылдап қоймай, (0... 1) аралығындағы мәндерді қабылдай алады. Мұндай жиындарды ол нақты емес жиындар деп атады. Л.Заде нақты емес жиындармен бірқатар операцияларды анықтады, белгілі логикалық қорытынды әдістерін жалпылауды ұсынды, сондай-ақ, мәндер негізінде нақты емес жиындар алынатын лингвистикалық айнымалы түсінігін енгізді.

Кейбір жағдайларда X, Y және τ жиындары әртүрлі болуы мүмкін. Бұл жағдайда сәйкесінше математикалық объектілерді таңдайды. Мысалы, үздіксіз уақыт пен дискретті X, Y кезінде, модельдеудің математикалық аппарат ретінде асинхронды автоматтар, Петри тораптары, кестелер теориясы қарастырылады. Айырымдық теңдеулер уақыт бойынша дискретті және X *пен* Y бойынша үздіксіз модельдерді құру үшін қолданылады.

Кездейсоқтық факторына байланысты: детерминді немесе аналитикалық модельдерді, аналитикалы-статикалық немесе

тәжірибелі-аналитикалық және тәжірибелік (статикалық) немесе ықтималды математикалық модельдерді ажыратады. Модельдердің мұндай классификациясы объектінің табиғатына, зерттелу дәрежесіне және мақсатына байланысты.

Детерминделген модельдерді кез келген уақытта болжауға болады, маңызды айнымалылардың ішінде кездейсоқ шамалар жоқ. Соның нәтижесінде, жүйе турасындағы бізде бар априорлы ақпарат негізінде модельдің құрылымын және оның коэффициенттерінің сандық мәндерін анықтауға мүмкіндік береді.

Тәжірибелі-аналитикалық модельдер деп, жүйенің априорлы ақпараты негізінде оның құрылымын бағалауға мүмкіндік беретін, бірақ модель коэффициенттерінің сандық мәндерінің бағасын анықтауға болмайтын модельдерді айтамыз.

Тәжірибелік немесе ықтималды модельдер деп, жүйе турасында априорлы ақпарат өте аз болған жағдайда, модельдің құрылымын және коэффиценттерінің сан мәнін анықтауға мүмкіндік бермейтін модельдерді айтамыз.

Ықтималды модельдерде ықтималдылық теориясы, математикалық статистика және кездейсоқ процестер түсінігін пайдаланады.

Автоматты басқару теориясында динамикалық жүйелердің математикалық модельдерін құрудың екі жолы қалыптасқан.

Біріншісі, жүйенің кірістері мен шығыстарын байланыстыратын теңдеулерді пайдаланады. Бұл әдіс операторлық әдіс деген атқа ие болды. Операторлық модельдерді «кіріс-шығыс» айнымалы модельдер деп те атайды. Оператор түсінігін физикалық жауап беру түсінігімен байланыстыруға болады, яғни динамикалық модельдің сыртқы әсерлерге реакциясын айтамыз. Бұл кезде жүйе кейбір бастапқы шарттармен анықталады.

Екінші әдіс күй айнымалылары моделі түрінде жүзеге асады. Бұл жағдайда, жүйенің әрекеті элементтер тізбегіндегі аралық күй айнымалыларының өзгеруімен сипатталады. Олар n-өлшемді күй векторын қалыптастырады, оның мәндер жиыны жүйе күйінің векторлық кеңістігіне қатысты болады.

Сондай-ақ, модельдерді параметрлік және параметрлі емес деп бөледі.

Параметрлері бар модельдерді параметрлік модельдер деп атайды.

Параметрлік модельдерге дербес туындылармен өрнектелетін теңдеулерді (жылуөткізгіштік теңдеулері, диффузиялы теңдеулер) жатқызуға болады. Бұл теңдеулер арқылы технологиялық процестің көбісін өрнектеуге болады.

Параметрлік емес модельдер (орам тәріздес және Вольтер қатары) параметрлеу жолымен параметрлік модельге келтірілуі мүмкін. Ол үшін импульсті сипаттамалардың аппроксимациясы ортоганалды функциялар жүйесі бойынша қатарға жіктеу жолымен жүзеге асады.

Математикалық модельдер сызықты және бейсызықты болып та бөлінеді.

Егер басқару объектісінің математикалық моделін келесі теңдеулер жүйесімен өрнектейтін болсақ:

$$f(y,x,a)=0, \qquad (2.1)$$

мұндағы y - шығыс айнымалылар векторы;
x - кіріс айнымалылар векторы (коздыру және басқару әсерлері);
a - параметрлер векторы, онда жоғарыда аталып кеткен жіктеу f операторының құрылымымен жүргізіледі.
y(x,a) жүйесінің шешімі, егер ол y бойынша сызықты болса, аддитивтілік және біртектілік шарттарын қанағаттандырады:

$$y(x_1+x_2,a)= y(x_1,a)+ y(x_2,a)$$
$$y(cx,a)=c\, y(x,a)$$

мұндағы x_1,x_2 – еркін сигналдар (күй айнымалысының уақыт функциясы немесе кейбір сандар); c – кез келген нақты сан. y(x,a) шешімі a бойынша сызықты деп аталады, егер

$$y(x,a_1+a_2)= y(x,a_1)+ y(x,a_2)$$
$$y(x,ca)=cy(x,a),$$

мұндағы a_1 және a_2 – математикалық модельдің еркін параметрлері.

Егер математикалық модель үшін суперпозиция принципінің бірде-бірі орындалмаса, онда ол, бейсызықты болып табылады.

Сызықты модельдер басқару теориясында кең қолданылады. Өйткені, аналитикалық шешімді анықтау үшін, күрделі емес математикалық аппарат қолданылады. Бірақ, сызықты модельдердің қолданылу облысы шектеулі болып табылады.

Егер классификациялау кезінде математикалық модельдің әрі қарайғы күрделі жүйені зерттеуге қолданылу тәсілін ескеретін болсақ, онда мұндай модельдерді аналитикалық және иммитациялы деп бөлуге болады. Аналитикалық модельдерде жүйе элементтерінің жұмыс істеу процестері алгербалық, интегро-дифференциалдық, шекті-айырымдық теңдеулер немесе логикалық тәуелділіктер арқылы жазылады. Түрлі типті теңдеулердің аналитикалық шешімін алу үшін, мықты математикалық ақпарат (алгебра, дифференциалды, интегралды, айырымдық теңдеулер теориясы, функционалды талдау және т.б.) бар.

Иммитациялы модельдер арқылы компьютерде жүйенің жұмыс істеу процесі көрсетеді. Яғни, осы процесті құрайтын қарапайым құбылыстар иммитацияланады және олардың логикалық құрылымы және уақыт бойынша өту кезегі сақталады. Сонымен қатар, процестің басқапқы жағдайы мен оның айнымалыларын сипаттайтын бастапқы мәліметтер бойынша объект жағдайы туралы ақпаратты кез келген уақыт моменттерінде алуға мүмкіндік беретін модельдеуші алгоритм құрылады.

Иммитациялы модельдердің аналитикалық модельдерге қарағандағы негізгі артықшылығы – күрделі жүйелерді модельдеу мүмкіндігі.

3. МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІ ҚҰРУ ПРИНЦИПТЕРІ

3.1. Математикалық модельдерді құрудағы негізгі әдістер

Модельдерді құрғанда әртүрлі мәліметтерге сүйенеміз, оның ішінде нақты сандық бағалар және интуитивті түрде эксперттік қорытындылар мен ойдан алынған нақты емес бағалар бар. Бір жүйе үшін, көптеген модельдерді құра аламыз, олар нақты бір мәселені шешуде эффективті, олар құрылу әдістерімен де, өрнектелу түрімен де ерекшеленеді.

Математикалық модельді құру жүйе өрнектелуін қалыптандыруға негізделген, олар түрлі тәсілдермен орындалады. Бұл тәсілдерді 4 негізгі топқа бөлуге болады: аналитикалық (детерминделген), феноменологиялық, алгоритмдік және тәжірибелік.

Бірінші әдіс процестің механизмін зерттеуге негізделген. Оның нәтижесінде табиғаттың белгілі заңдарына негізделген модель пайда болады.

Кез-келген математикалық модельді құру – модельдеу объектісін сызықты немесе бейсызықты алгебралық және дифференциалды теңдеулер түрінде өрнектеуден басталады.

Детерминделген әдісті қолданатын болсақ, модельденетін процесс шартты түрде бірқатар қарапайым әрекеттерге бөлінеді де, бірқатар қарапайымдатылған ұсыныстар қабылданады.

Технологиялық объект үшін, мұндай элементарлы әрекет ретінде:

1) аппараттағы әсерлесуші заттардың ағын қозғалысы (фаза ағымдары, егер процесс гетерогенді және гомогенді болса), бұл кезде физика-химиялық түрленулер ескерілмейді;

2) химиялық реакциялардың кинетикасы, яғни, бір материалдық ағымдардың басқаға химиялық түрленуі (айналуы), бұл кезде химиялық реакция жүру кезінде әрбір реагенттің түрленуі қарастырылады;

3) массаауысу процестері, яғни, аппараттағы реакцияға түсуші заттардың түрлі фазаларының арасындағы массаалмасу;

4) жылу ауысу процестері;

5) заттардың агрегатты күйінің өзгеруі, егер процесте орын алса;

6) технологиялық сұлбаның басқа аппараттарына берілетін аппараттың масса- және жылутасымалдау процестері, мұнда жүріп жатқан процесс модельденеді.

Аналитикалық модельдерді құрудың мұндай жолы блоктық принципті деп аталады. Осы процеске сәйкес, элементарлы процестер тобы анықталғаннан кейін, олардың әрқайсысы бөлек зерттеледі (блок бойынша) және осы элементарлы әрекеттердің өту теңдеулері жазылады.

Әрі қарай алынған теңдеулер бір жүйеге және бірқатар айнымалылардың өзгеру диапозонына шектеулер қойылған жағдайда қосымша жүйеге біріктіріледі де, процестің математикалық моделін құрайды.

Аналитикалық әдістің артықшылығы, оны қолданған кезде, процестің өту механизмін шектен тыс қарапайымдатпайды, сондықтан, аналитикалық (детерминделген) модельдер сапа тұрғысынан зерттеу объектісін дұрыс сипаттайды, сондықтан математикалық модельді тиімді қолдану облысы кішіреймейді. Қандай да бір процестің механизмін толық білсек, әртүрлі жағдайларда процестің әрекетін анық-қанық жори аламыз.

Шешілетін мәселелер күрделенген сайын және зерттелетін объектілердің кластары кеңейген сайын, математикалық модельдерді құру әдістерін одан әрі дамытып, жетілдіру қажеттігі туындайды.

Феноменалды әдісте, модельдер нақты құбылыстар мен процестердің концептуалды өрнегінің негізінде жасалады және түрлі математикалық аппаратты пайдаланатын модельдерді құрайды. Мұндай модельдер түрлі күрделі жүйелерді қалыпты өрнектеудің құралы болып табылады. Мұндай жүйелер үшін математикалық модельді физика-химиялық құбылыстарды талдау негізінде құру қиын болып табылады. Бұл кезде дәстүрлі математикалық түсініктер (дифференциалды теңдеулер, статистикалық модельдер, геометриялық бейнелер және т.б.) пайдаланылады, математикалық бейнелеудің жаңа әдістері ұсынылады, мысалы, нақты емес логиканы қолданатындары.

Феноменаллогиялық модельдердің ерекшелігі – нақты объектіге қатысты кейбір ұқсастық дәрежесі. Олар ғылыми зерттеулердің нәтижесіне немесе объект турасында субъективті түсініктерге байланысты дербес түрде дамуы мүмкін. Соның нәтижесінде, бұл модельдер дами алады, тіпті құбылыстардың физикалық болмысын түсіндіретін немесе жоққа шығаратын заңдылықтар пішінін қабылдай алады.

Модельдеудің алгоритмдік тәсілі – модельдеу практикасында компьютерлерді кеңінен қолданумен байланысты. Мұндай модельдерді құрау негізінде объектілердің динамикасын пішіндеу әдістері бар. Олар өтіп жатқан құбылыстардың тізбектілігі ретінде ұсынылады. Алгоритмдік модельдердің екі түрін ажыратады: оқиға, яғни, жүйенің жұмыс істеу болмысын нақты құбылыстар тізбектілігі құрайды; және қадамды, яғни, оқиғаның қабылдану моменттері интегралдау қадамымен анықталады.

Қазіргі кезде алгоритмдік модельдердің келесі түрлері кең қолданыс тапқан:

1) агрегативтік модельдер. Мұндай модельдердің маңызды элементі – түрлендіргіш болып табылады. Ол уақыт бойынша жұмыс істейді және кіріс сигналдарын кейбір X жиынынан қабылдайды, ал шығыс сигналдардың мәнінY жиынынан алады, және әрбір уақыт моментінде Z жиынының кейбір күйінде болады;

2) желілік модельдер. Мұндай модельдерде негізгі базалық ақпарат ретінде жүйедегі бақыланатын құбылыстардың логикалық байланысы туралы мәліметтер пайдаланылады. Олар осы құбылыстардың басталғанын анықтайды. Мұндай модельдеудің аппараты Петри желілерінің теориясында кең қолданыс тапқан;

3) графтық модельдер. Мұндай модельдерде жүйенің жұмыс істеуін бағытталған графтар түрінде немесе арнайы логикалық ереже мен шарттар түрінде көрсетеді;

4) марковтық процестерді пайдалану негізіндегі модельдер;

5) жаппай қызмет көрсету теориясын пайдаланатын модельдер;

6) лингвистикалық модельдер;

7) нейроақпараттық технологияларды пайдаланатын модельдер;

8) ойын теориясының модельдері.

Математикалық модельдерді құрастырудың келесі тобының негізгі сипаты – математикалық пішіндеудің жоғары дәрежелілігі және объектінің физикалық болмысын толықтай дерлік қарастырудан толығымен шығару болып табылады. Бұл – объект турасында ақпарат жеткіліксіз болғанда немесе процестің күрделілігі соншалық, аналитикалық моделін құру мүмкін емес болғанда орын алады. Бұл кезде объект «қара жәшік» ретінде қарастырылады. Бұл термин кибернетикада кең қолданылады және зерттеліп отырған процестің қалай жүріп жататындығын біз нақты көре алмаймыз дегенді білдіреді. Бірақ, оның сыртқы ортамен қалай байланысқанын көре аламыз. Контактілер ретінде кірістерді, яғни, процеске әсер ету және шығыстарды, яғни, процестің жұмыс нәтижесін аламыз.

Кіріс және шығыс айнымалылар нақты объектіде тіркеледі, яғни, тәжірибе жүргізіледі, нәтижесінде алынған ақпарат бойынша шығыс айнымалыларының кіріс айнымалыларынан тәуелділігі теңдеу түрінде жазылады.

Бұл теңдеулер – қарастырылып отырған жүйенің тәжірибелік (стохастикалық) математикалық моделін құрайды. Кейін бұл модельдерді оптималды мәндерді тауып, оларды ұстап тұру үшін пайдаланады.

Тәжірибелік әдістердің негізгі артықшылығы – қарапайымдылығы.

Тәжірибелік әдістердің басқа да артықшылығы – айнымалылардың кездейсоқ өзгеруі кезінде және мақсаттық функцияға әсер ететін факторлар турасында ақпараттың толық болмаған жағдайында олардың қолданыла алуында, сондай-ақ, зерттеудің кешенділігі, өйткені математикалық модельді алудан басқа да есептерді шығаруға болады, мысалы, шығыс айнымалыларына айтарлықтай әсер етпейтін кіріс айнымалыларын алып тастау мүмкіндігі.

Тәжірибелік әдістердің негізгі кемшілігі – айнымалы өзгерісінің зерттелмеген аймақтарында процестің қалай жүретінін болжау сенімділігінің аз болуы. Бұл мұндай модельдердің қолдануының тиімділігін және облысын азайтады.

Тәжірибелік әдістерді екі топқа бөлуге болады:

1. Пассивті, бұл әдістер объектіні қалыпты жұмыс істеу режимінен ауытқытпайды. Объект айнымалыларының табиғи, кездейсоқ ауытқулары номиналды орныққан режимнің айналасында тіркеледі. Объектінің қалыпты жұмыс режимі бұзылмайтындықтан, апаттық жағдайды жасауға және жарамсыз өнім алудың да мүмкіндігі болмайды. Бірақ, процестің табиғи ауытқулары кателік есесінен болуы мүмкін, мұндай жағдайда пайдалы ақпараттың бір бөлігі маңыздылығын жояды.

2. Активті, бұл кезде кіріс айнымалыларына алдын ала жоспарланған қоздырулар салынады. Салдары ретінде объектінің шығысы тіркеледі.

Әдетте, келесі түрлі қоздырулар қолданылады:

- сатылы, яғни, бір уақыт моментінде кіріс айнымалысының Хі мәні секірмелі түрде ΔX_i шамасына өзгереді. Өзгеріс жоғары да, төмен де болуы мүмкін. Әрі қарай осы деңгейде ұсталынып тұрады;

- импульсті, яғни

$$X_i = \begin{cases} X_{1i}, & \tau < 0 \quad \text{мен} \quad \tau > 0 \text{ кезінде} \\ X_{2i}, & 0 \le \tau \le \theta \text{ кезінде} \end{cases}$$

- гармоникалық, әдетте бұл импульстер тізбектілігі.

Технологиялық объектілер үшін, қоздыруларды, әдетте, саты түрінде бір мезгілде бірнеше кірістер бойынша береді және әрбір айнымалы үшін қоздыру таңбасы кездейсоқ түрде алынады.

Қоздыру нәтижесінде шығыс айнымалыларының өзгерісі динамикалық сипаттама деп аталады, егер айнымалылардың өзгеруі уақыт бойынша болса, статикалық, егер объектінің шығыс айнымалылары туралы мәліметтерді режим орныққаннан кейін алатын болсақ және жиіліктік сипаттама, егер амплитуда максималды мәніне жетіп, шығыс айнымалыларының уақыт бойынша ығысуы байқалса (кіріспен салыстырғанда).

3.2. Математикалық модельдерге және оларды құру әдістеріне қойылатын талаптар

Автоматтандыру объектілерін сипаттайтын математикалық модельдер оларға қойылатын нақты талаптарды қанағаттандыруы тиіс.

Модельдің мақсатына баланысты, ол қатысты қарапайым және техникалық құралдар арқылы оңай жүзеге асуы керек. Өйткені, күрделі жүйелердің математикалық моделі де күрделі болуы шарт емес. Модельдің күрделілігін, тек, қарапайым модель адекватты болмаған жағдайда ғана арттырған жөн.

Модельдерге қойылатын талаптардың тағы бірі – адекваттылық (сәйкестік), үнемділік, дәлділік, жалпыландыру мүмкіндігі, әмбебаптық дәрежесі.

Модельденіп отырған процеске математикалық модель адекватты (дәл) деп аталады, егер оның көмегімен есептелген процестің сипаттамалары реалды объектіде алдын ала алынған тәжірибелік сипаттамалармен, бірілген дәлдікпен, сәйкес келетін болса.

Модельдің үнемділігі, ең алдымен, автомат уақытының шығынымен анықталады. Үнемділік көрсеткіші ретінде, сондай-ақ, модельге кіретін айнымалылар санын алуға болады. Модельге пайдаланылатын айнымалылардың саны көп болған сайын, автомат уақытының шығыны көп болады. Модельдің дәлдігі – соның көмегімен есептелген процесс көрсеткіштері мәндерінің сол көрсеткіштердің шынайы мәндерімен сәйкес келу дәрежесін көрсетеді.

Жалпыландыру мүмкіндігі модельдің жорамалдау қасиетімен байланысты және модельдің жаңа тәжірибелік мәндермен бастапқы мәндердің қасиеттерін қамтамасыз етуін көрсетеді. Әмбебаптық дәрежесі деп, модельді бір типті модельдерге қолдана алу мүмкіндігін айтамыз.

Жоғарыда аталып кеткен талаптар әртүрлі дәрежеде математикалық модельдің адекваттылығымен байланысты. Модельдің тағайындалуына байланысты модель адекваттылық дәрежесін әрқалай бағалауға болады. Әдетте, глобалды және локалды адекваттылықты ажыратады. Глобалды адекваттылық – жүйені қадағалаудың барлық кезеңінде қамтамасыз етілуі керек.

Бірақ, априорлы анықталмағандық кезінде мұндай талапты орындау қиынға түседі. Сондықтан, локалды адекваттылық шартымен қанағаттануға тура келеді. Бірақ, бұл шарттар да идентификациялық адаптивті жүйелерде жақсы іске асады. Егер модель анықталған бір жүйені зерттеу үшін құрылатын болса, онда глобалды адекваттылық қасиеті қамтамасыз етілуі керек.

Модельдің қасиеттері ақпараттық жиын қасиеттері мен модельді іске асыру әдістеріне байланысты.

Математикалық модельдерді құру әдістеріне қойылатын талаптар – сол модельдің тағайындалу мақсатына, процесс туралы барлық ақпаратты неғұрлым толық көрсету талпынысына байланысты. Құру әдістеріне қойылатын талаптар, көбіне математикалық модельдерге қойылатын талаптармен қиысады.

Қорытындылай келе, математикалық модельді құратын әдіс апаттық жағдайларға апармау керек, бірақ, модельді жеткілікті дәлдікпен құрылуын қамтамасыз етуі керек, іске асыру жағынан қарапайым, жеткілікті шапшаң жұмыс істеу мен бөгеуілге тұрақты болуы керек. Сондай-ақ, модельдерді құру әдістеріне қойылатын талаптар жүзеге асыру әдістері мен өлшеу құралдарына, т.б. байланысты қалыптасуы мүмкін.

4. ОБЪЕКТ ПЕН ОНЫҢ АҒЫМДАРЫНЫҢ ҚҰРЫЛЫМЫН ТАЛДАУ

4.1. Өндірістік объект жүйе ретінде

Өндірісте іске асатын кез келген процестерді басқарылатын кибернетикалық жүйелер түрінде өрнектеуге болады.

Жүйе деп – өзара және сыртқы ортамен байланысқан және өзара әсерлесетін элементтер (ішкіжүйелер) қосындысын түсінеміз. Олар кейбір жалпы белгілері бойынша бір бүтінге айналады. Жалпы, «жүйе» грек тілінен аударғанда, «бөлшектерден құралған бүтін» дегенді білдіреді. Түрлі табиғаты бар жүйелердің негізгі ерекшелігі – құрылымның иерархиялы болуы.

Жүйе күйін оның элементтерін өзара және сыртқы ортамен әсерлесу кезінде қарастырғанда ғана түсінуге болады.

Технологиялық жүйелер ең күрделі жүйелер қатарына жатқызылады. Технологиялық жүйе деп, жүйеде болып жатқан түрлі физика-химиялық процестер қосындысын және оларды іске асыру құралдарын айтады.

Технологиялық жүйелерді өрнектеу мен зерттеудегі жүйелік талдау декомпозицияға негізделген, яғни, күрделі жүйені құраушы элементтер мен ішкі жүйелерге бөлуге негізделген.

Технологиялық жүйені құрайтын элементарлы құбылыстар – масштабтары микродеңгейден (атом мен молекула деңгейі) макродеңгейге (технологиялық аппарат деңгейі) дейін өзгеретін облыстарда жүреді. Бұл ерекшелік объектіні иерархиялық тұрғыдан өрнектегенде көрініс табады, яғни, процесті өрнектеген кезде төменгі деңгейден (микродеңгей) жоғары деңгейге біртіндеп өтеді. Мысалы, микродейгейде, химиялық кинетика процестері қарастырылады, ал егер процесс гетерогенді немесе гетерофазды болса, онда заттардың немесе фаза ағымдарының қозғалысы сипатын агрегаттың жұмыс аумағы деңгейінде ескереді, яғни, макродеңгейде.

Әрбір деңгейдің модельдері төменгі деңгей модельдерінен және бір деңгейден екінші деңгейге өту қатынастарынан құралғаны дұрыс.

Жүйелік талдауды қолданған кезде процесс дербес блоктардан құралған жүйе ретінде қарастырылады. Бұл – күрделі жүйелердің өрнектелуін айтарлықтай жеңілдетеді және қарапайымдатады.

Шоғырланған параметрлері бар жүйелер үшін, модель блоктары – агрегаттардың дербес аумақтарына сәйкес келеді. Бұл кезде бір блокты сипаттайтын теңдеулер сипаттайтын шығыс айнымалылар, келесі блоктар үшін кіріс айнымалылар болады. Шоғырланған параметрлі модельдермен сипатталатын технологиялық жүйелерде, әдетте, келесі типтік блоктарды ажыратады: алдымен, процестің гидро-(аэро-) динамикасын зерттеп, агрегаттағы ағымдар қозғалысын өрнектейді, сосын, заттардың жылу- және масса- алмасуын зеттейді, химиялық кинетиканы қарастырады және соңында, материалды және жылулық баланс теңдеулерін құрастырады.

Таратылған параметрлері бар жүйеде бір уақытта түрлі табиғатты процестер (жылуалмасу, конвекция, диффузия және т.б.) күрделі блоктар жүйесімен бейнеленеді. Оларға, «қиыспалы» айнымалылар мен өзара байланысты айнымалылары бар теңдеулер сейкес келеді.

4.2. Объект пен оның материалды және энергетикалық ағымдарының құрылымы

Технологиялық жүйелер күрделі сипатты болып табылады. Олар үздіксіз бола тұра, бөлек-бөлек процестерден, соның ішінде периодты процестерден құралуы мүмкін. Әдетте, технологиялық процестер бір агрегатта іске асады, сондай-ақ, бұл процестер бірнеше тізбектей қосылған реакторлар да жүзеге асуы мүмкін. Кейде, бір агрегатта бірнеше процесс жүретін кездер де болады.

Дегенмен, технологиялық жүйелердің түрлі табиғатына және бірқатар ерекшеліктеріне қарамастан, олардың бірқатар жалпы қасиеттері болады. Оларды бейнелеу үшін, бір математикалық модельді қолдануға болады. Сондықтан, олардың кейбір ерекшеліктерін атап өтейік.

Ең алдымен, кез келген технологиялық жүйеде кейбір материалды ағымның физикалық немесе физика-химиялық

қасиеттерінің өзгеруі орын алады. Олар энергияның бөлінуімен немесе жұтылуымен қатар жүреді. Сондықтан, барлық технологиялық жүйе үшін, кіріс және шығыс материалды ағымдарды, кіріс және шығыс энергетикалық ағымдарды көрсетуге болады. Кіріс материалды және энергетикалық ағымдардың күйі – кіріс әсерлердің үлкен санымен сипатталады, олар шығыс айнымалыларына ықпал етеді. Барлық кіріс айнымалылардың ортақ қасиеті ретінде, процестің физикалық және физика-химиялық табиғатына олардың тәуелсіздігін айта аламыз.

Кіріс айнымалылары бақыланатын, бақыланбайтын (қоздырушы) және басқарушы айнымалыларға бөлінеді. Бақыланатын немесе өлшенетін айнымалылар деп – олардың сандық мәні туралы ақпаратты кез келген уақытта аспап немесе кейбір әдістермен алуға болатын кіріс айнымалыларды айтамыз.

Бақыланбайтын (қоздырушы) айнымалылар деп, олардың сандық мәндерін бақылай алмайтын кіріс айнымалыларын айтамыз. Сондай-ақ, оларға өлшенуіне мүмкіндік бар, бірақ өлшенбеген айнымалыларды да жатқызамыз. Әдетте, мұндай айнымалыларды процесс үшін маңызсыз деп есептейді де, оның мәнін өте кішкене болғандықтан, ескермейді.

Басқарушы әсерлер деп – сандық мәні берілген жағдай үшін таңдалып қойылатын бақыланатын айнымалыларды айтамыз.

Шығыс материалды және энергетикалық ағымдардың күйлерін шығыс айнымалылары ретінде сипаттауға болады. Олар кіріс шамаларынан және процесс режиміне байланысты болады.

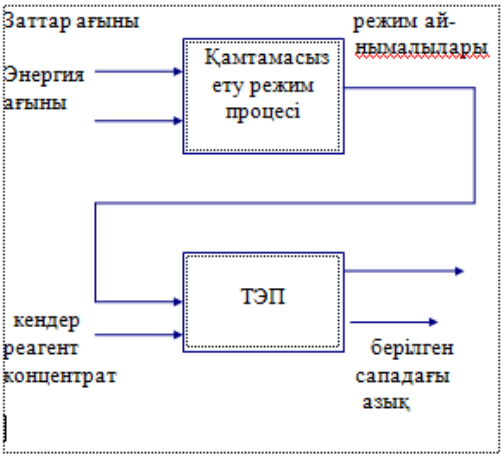
4.3. Технологиялық объектінің жалпыландырылған құрылымдық моделіне мысал

Технологиялық объектінің басқару – процесті емес, тек аппараттың жұмыс режимін басқаруды сипаттайды. Аппараттың жұмыс режимі, ол – кейбір температураны, қысымды, реагент концентрациясын, ағым жылдамдығын және т.б. тарату болып табылады. Технологиялық аппаратқа материалдық ағымдар (руда, концентраттар, реагенттер) келіп түседі, ал оның шығысында нәтижелік өнімнің шығыс ағымдары шығарылады. Бұл кезде, анықталған, яғни, үздіксіз немесе дискретті ағымдар режимі сақталынып тұрады. Ағымдар кірісте де, шығыста да

үздіксіз; шығыста үздіксіз, кірісте дискетті; кірісте үздіксіз, шығыста дискретті; кірісте де, шығыста да дискретті болуы мүмкін. Аппараттың анықталған режимін ұстап тұрғанда кіріс айнымалы ағымдарда керекті физика-химиялық айналуларды қамтамасыз етуі керек. Бұл айналулардың қосындысын технологиялық процесс деп атауға болады.

Технологиялық процестің дұрыс жүруін қамтамасыз ететін басқа да процестерді атап айтуға болады, яғни, энергетикалық, физика-механикалық, жылу алмасу, гидродинамикалық процестер. Энергетикалық процесс технологиялық аппаратқа жылулық, электрлік немесе басқа энергияны жеткізеді. Фихика-механикалық процесс, бұл – балқыту, суспензияның бөлінуі, қатты материалдардың орын ауысу процестері және т.б. Аппататтағы материалдарға жылу беру процестері жылуалмасу процестері болып саналады. Гидродинамикалық процестер – сұйықтық (балқыма) пен газдардың ағым қозғалысының процестері.

Д.А. Диомидовский металлургиялық процестің жалпыландырылған құрылымдық сұлбасы ұсынылды.



2-сурет. Технологиялық процестің жалпыландырылған құрылымдық сұлбасы

Бұл сұлба кез келген технологиялық процестер үшін қолданыла берілуі мүмкін. Өйткені, оның негізінде физикалық химия, химиялық кинетика, гидро- және аэродинамика, жылулық физика секілді ғылымдар мен жалпы принциптер бар. Бұл сұлбаның негізінде технологиялық процесті, яғни оның бар болуын қамтамасыз ететін процестерді қалай басқару керектігін зерттеуге болады.

4.4. Объектінің ең маңызды айнымалыларын таңдау

4.4.1 Априорлы ранжирлеу әдісі

Процесті математикалық өрнектеудің алдында келесі мәселелерді шешу керек: объектінің маңызды айнымалыларын таңдап, ранжирлеу, ол модельденетін жүйенің анализі негізінде іске асырылады.

Бұл кезеңнің міндеті ретінде:

а) айнымалыларды таңдау, яғни, процестің жүруіне айтарлықтай әсер ететін айнымалылардың толық тізімін жасау. Мұнда, тізімнің толық болуы– басты талап болып табылады. Өйткені, процеске жақсы әсер ететін бір ғана айнымалыны қоспағаннан, бірнеше процеске әсер етпейтін айнымалыны қосқан жақсы. Мұндай қателік – математикалық жазбаланудың тиімсіздігіне әкеледі;

б) ранжирлеу, яғни, шығыс айнымалыларына әсер ету дәрежесінің төмендеуі ретімен айнымалыларды орналастыру. Содан соң, тізімге кездейсоқ енген немесе процеске әлсін әсер ететін айнымалыларды алып тастау. Айнымалыларды іріктеу кезінде, олардың керекті дәлдікпен өлшенуі, өзара корреляциялы емес және шығыстармен байланысты екені есепке алынуы керек.

Маңызды айнымалыларды таңдауда априорлы ранжирлеу (эксперттік бағалар әдісі) және кездейсоқ баланс әдісі қолданылады.

Эксперттік бағалар немесе априорлы (тәжірибеге дейінгі) ранжирлеу бір топ эксперттерден сұрақ алу түрінде орындалатын әдісті айтады. Бұл кезде әрбір қарастырылып отырған айнымалыны маңыздылығына қарай орналастырып, оларға ранг беруді сұрайды.

Экспертті бағалар әдісі бойынша ранжирлеу – мамандардың ойын арнайы сауалнама арқылы сұрау болып табылады. Эксперттерді ақпарат көзі ретінде қарастырады, ал шешімді модельді жасаушы қабылдайды. Сауал алдында эксперттердің өзін біліктілігі жағынан бағалайды, оларға сәйкестендірілген коэффициент бойынша таңдайды.

Таңдалып алынған барлық эксперттерге жүйенің кіріс және шығыс айнымалыларының тізімін жасауға ұсыныс беріледі. Әрбір эксперттің берген тізіміне қарап, жалпы тізім құрылады. Оған аталған барлық айнымалылар енгізіледі. Содан кейін, сауалнамадағы барлық айнымалыларды шығыстағы көрсеткіштерге әсер етуі бойынша орналастыру ұсынылады. Егер маман айнымалылардың бірнешеуіне бірдей маңыздылық беретін болса, онда бөлшектік ранг енгізіледі: яғни, айнымалылардың алған орындарының қосындысын олардың санына бөлінеді, сонда шыққан орташа орынды барлығына меншіктейді.

к-шекті мәннен төмен барлық айнымалылар алынып тасталады. Соңында, эксперттер ойларын қалыптастырудың және сауалнаманың нәтижесін өндеудің соңғы кезеңі – дисперсия формуласы бойынша мамандар ойларының келісу бағасын шығару болып табылады.

Экспертті бағалар (априорлы ранжирлеу) әдісі бойынша эксперттердің субъективті бағасы объективті бағаға айналады.

Сондай-ақ, елеусіз айнымалыларды алып тастау үшін, кездейсоқ баланс әдісі қолданылады.

Ал керісінше, ең маңызды айнымалыларды таңдау үшін, айнымалылар арасында өзара корреляция талдауы қолданылуы мүмкін.

5. МАТЕРИАЛДЫ АҒЫМДАРДЫҢ ХИМИЯЛЫҚ ТҮРЛЕНУІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІ

5.1. Аналитикалық модельдерді құрастырудың кезеңдері

Алғашқы кезеңде, технологиялық объект басқару объектісі ретінде талдалады. Осы талдаудың негізінде ең маңызды кіріс және шығыс айнымалылар таңдалады. Кіріс және шығыс шамалардың таңдалуы мақсатқа немесе зерттеу мәселесіне байланысты. Ол берілген жүйе үшін сыртқы факторлармен анықталады.

Екінші кезеңдегі нысанның техникалық құрылымы зерттеледі және бірыңғай жетілдірілген аймақтар белгіленеді (декомпозиция есебінің шешімі).

Үшінші кезең – ол бірыңғай аймақтарда болатын қарапайым құбылыстарды белгілеу мен сипаттау. Әрбір белгіленген құбылыстар үшін белгілі физикалық заң сәйкестендіріледі және оның бастапқы және шекаралық өту жағдайын анықтайды.

Келесі кезеңде масса және жылу алмасу аймақтар арасындағы үдерістердің сипаттамасы жүргізіледі және математикалық модельдің ізделініп отырылған құрылымын көрсететін, барлық алынған теңдеулерді теңдеулердің бірыңғай жүйелеріне біріктіреді. Бірінші кезең алдыңғы тарауда қарастырылған.

Бірыңғай аймақтарды белгілеудің екінші кезеңі күрделі жүйелерді сипаттауда декомпозиция идеясына негізделеді. Күрделі жүйені шартты түрде шағын жүйелердің қатарына бөледі, шағын жүйелердің моделісін алады және араларындағы байланыс теңдеуін қолдана отырып, жүйенің толық үлгісін алады. Нысанды немесе жүйені сипаттаудың дәрежесі түсінігі енгізіледі. Қиындық дәрежесі біркелкі кіріс және шығыс мәндерінің санымен байланысты болып есептелінеді, оның үстіне кіріс мәндері математикалық моделінің қиындығына елеулі әсерін тигізеді. Декомпозивтік жүйенің қиындығы жеке ішкі жүйелердің қосындысына тең болады. Жетілдірілген

аймақтардың біркелкілігі белгілеуінің негізі болып табылатындар:

1. Физикалық модельдерде нысанды зерттеу.
2. Өндірістік жағдайларда нысанды зерттеу.

Үшінші кезеңді оқып білу, дәлірек айтқанда қарапайым жағдайлардың белгіленуі мен математикалық сипаттамасы біркелкі аймақтарда болып жатқан материалдық тасқындардың химиялық өзгеруін қарастырудан басталады.

Көптеген технологиялық жүйелерде заттардың химиялық айналуының, кірмелі материалдық тасқынның басқа заттарға айналуы іске асады (шықпалы материалдық тасқынға).

Технологиялық нысандардың химизмі реакцияның материалдық теңгерімін сипаттайтын, химиялық реакцияларда компоненттерінің қандай арақатынасында қатысатынын көрсететін стехиометриялық теңдеулермен сипатталады. Осы теңдеулер бастапқы заттарды және соңғы өнімдерді байланыстырады және реакцияның материалдық теңгерімінің теңдеуін көрсетеді.

Жалпы түрде химиялық реакциялардың стехиометриялық теңдеулерін келесі түрде жазуға болады:

$$a_iA_i+a_2A_2+.+a_mA_m=a_{m+1}A_{m+1}+a_nA_n \qquad (5.1)$$

мұндағы $a_i(i=1,..,n)$ – стехиометриялық коэффициенттер;

A_i $(i=m+1,..,n)$ – реакциялардың өнімдері;

A_i $(i=1,..,m)$ – бастапқы заттар.

Стехиометриялық теңдеулерді жиі матрица түрінде жазады:

$$a^T A=0 \qquad (5.2)$$

Бұл кезде реакция өнімдері оң, ал бастапқы заттар теріс стихиометриялық коэффициенттермен жазылады. a_iстехиометриялық коэффициент A_i затының қанша молекуласы қатысқандығын көрсетеді ол (5.1) қанағаттандыратын a_iтерімінің шексіз салдары бар, ол a_i-дің сондықтан стихиометриялық коэффициенттер ретінде ең кіші бүтін санды қарау қабылданған.

Әдетте реакциялардың стехиометриялық теңдеулері математикалық сипаттау процесіне қатыспайды, олар шектеулер ретінде қатысады.

5.2. Химиялық кинетиканың математикалық моделі (гомогенді жүйелер)

Гомогенді реакцияларда бастапқы заттар мен реакция өнімдері бір агрегаттық күйде (сол бір фазада, газды немесе сұйықтық) болады, бұл кезде молекулалардың, атомдардың немесе иондардың әрекеттесуі барлық көлем бойынша жүреді.

Әсер ететін массалар заңына сәйкес, гомогенді реакция кинетикасы келесі түрде сипатталады:

$$V_i = \frac{dC_j}{d\tau} = k_i n C_j^{\alpha_j}, \qquad 5.3)$$

мұндағы C_J – әрекеттесуші заттардың концентрациясы (газдар үшін) немесе заттардың белсенділігі, дәлірек айтқанда иондардың концентрациясы (ерітінді үшін);

k_i–пропорционалдық коффициенті немесе реакция жылдамдығының константасы;

α_j- j заты бойынша реакция реті.

Әдетте заттардың концентрациясын бірлік көлемге шаққандағы моль түрінде өрнектейді.

Химиялық реакцияның жылдамдық константасы молекулалардың микро деңгейде өтетін әрекеттесу процесін сипаттайды және реакцияға түсетін молекула түріне және температурасына байланысты болады. Осы түрдегі молекула үшін осы температурада k=const. Жылдамдық константасының температурадан тәуелділігін Арренниус теңдігімен көрсетіледі.

$$k_i = k_{io} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \qquad (5.4)$$

мұндағы k_{io} – экспонента алдындағы тік көбейткіш, ол әрекеттесуші молекулалардың соқтығысу санына тәуелді (k_i=const);

Е – белсенділік энергиясы, ол берілген температура кезінде молекулалардың орташа энергиясымен салыстырғандағы энергия артықтылығына тең. Бұл қасиетке заттардың молекулалары өзара химиялық әсерлесуді жүзеге асыру үшін ие болу керек;
R – әмбебап газтұрақтысы;
Т –процестің кельвин градусы бойынша температурасы;
Е/RT- өлшемі жоқ параметр;
Реакцияның α_j реті – реакцияға түсетін заттардың концентрациялары кезіндегі дәреже көрсеткіштерінің қосындысы. Ол реакцияның молекулалығына байланысты, яғни реакцияға бір мезгілде түсетін молекулалар санынан және реакция кезеңдері санынан тәуелді.

5.3. Химиялық кинетиканың математикалық модельдері (гетерогенді жүйелер)

Гетерогенді реакция бес кезеңде өтуі мүмкін. Бұл кезде, көбінесе үстіртін, аралық заттар түзіледі.

1) диффузия, яғни реакцияның белсенді бетіне реакцияға түсуші заттарды тасымалдау;

2) белсенді беттегі бастапқы заттардың адсорбциясы, бұл кезде аралық күй немесе ішінара десорбция пайда болады;

3) беттік химиялық реакция, бұл кезде адсорбциялық жағдайда нәтижелік өнім пайда болады;

4) белсенді беттен реакция өнімдерінің десорбциясы;

5) реакция өнімдерінің кері диффузиясы.

Әдетте, химиялық айналулар фаза бөлінуінің беткі қабаттарында жүреді, яғни гомогенді жүйедегі сияқты кеңістіктің кез келген нүктесінде жүрмейді.

Кейде гетерогенді реакциялар реакцияның бір тұтас аумағын құрмай өтеді.

Гетерогенді реакциялардың кинетикасын сипаттау кезіндегі басты сәт, реакция механизмін дербес кезеңдерге бөлуі болып табылады.

5.3.1 Заттардың диффузия кезеңін математикалық сипаттау (сыртқы масса жоғалту процесі)

Гетерогенді процестердің көбінде газ ағымы қатты бетті шаяды және өзара әрекеттеседі. Газдың немесе сұйықтықтың белсенді бет диффузиялы ағымы Фиктің екінші заңына негізделіп дербес туынды теңдеуімен сипатталады.

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = divД \operatorname{grad} C, \qquad (5.5)$$

мұндағы Д – диффузия коэффициенті, С – заттың концентрациясы, divD – диффузия коэффициентінің кеңістік координатасы ζ бойынша скалярлы туынды, ол белсенді бетке перпендикуляр бағытталған;
gradC – диффундендірілген реагенттің кеңістік координатасы ζ бойынша концентрацияның векторлы туындысы.

Теңдеудің нақты түрі (5.5) D диффузия коэффициентінің ζ кеңістіктік координатасы бойынша өзгеруіне байланысты және белсенді бетінің пішініне байланысты болады. Технологиялық жүйелер үшін көбінесе D=0 (ζ)=const деп қабылданады

Белсенді беттің келесі пішіндерін ажыратады:

а) сызықты белсенді бет, егер ол реакцияға түсуші заттар қалыптастыратын дербес агрегаттық фазалардың бөліну беті болып табылатын болса.Бұл жағдайда теңдеу мына түрде болады:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = Ъ\left(\frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2}\right) \qquad (5.6)$$

б) шар тәрізді белсенді бет, яғни, бұл кезде келесі қарапайымдату жүзеге асады, бір агрегаттық күйдегі дискретті бөлшектербасқа типті затта таралған кезде шар тәрізді пішінді болады және диффузия бөлшек центріне қатысты симметриялы болады. Мысалы, сұйықтықтағы немесе газдағы қатты бөлшектер; сұйық газдың көпіршіктері; басқа сұйықтықтағы немесе газдағы сұйықтықтың тамшылары;
(5.5) теңдеуі бұл жағдайда келесі түрге түрленеді:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = Д \cdot \left(\frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \cdot \frac{\partial C}{\partial \xi} \right) \qquad (5.7)$$

в) цилиндрлік белсенді бет, егер процесс алдында қатты реагенттер бөлшектері арнайы механикалық өңдеуге ұшыраған болса, мысалы, брикеттеу. Бұл жағдайда цилиндрлік бөлшектердің ұзындығы радиустан әлдеқайда үлкен деп алынып, теңдеу мынадай түрге келеді:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = Д \cdot \left(\frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial C}{\partial \xi} \right). \qquad (5.8)$$

Диффузия процесін өрнектейтін теңдеулерде міндетті түрде шектік шарттар жазылуы керек.

5.3.2 Белсенді беттегі бастапқы реагенттердің адсорбция кезеңін математикалық өрнектеу

Қатты денеге газ әсерінің бірінші кезеңі ретінде адсорбция қарастырылады. Ол вандервальс типті молекулааралық әлсіз тартылу күштерінің салдарынан болады. Адсорбциондық өзара әрекеттесудің ерекшелігі (газдағы өзара әрекеттесуге қарағанда) қатты дененің бетін жасайтын адсорбат молекуласының атомдармен тығыз жақындасуы болып табылады.

Белсенді адсорбция процесін математикалық бейнелеу кезінде, әдетте келесі қарапайымдатулар қабылданады:

1) активті беттегі газ тәрізді реагенттердің молекула адсорбциясы адсорбциалы орталық деп аталатын белсенді бетте жүреді;

2) адсорбленген молекула бір адсорбциялы орталықты алады. Бұл дегеніміз адсорбция кезінде мономолекулярлық қабат түзіледі, яғни белсенді бетті адсорбат молекулалары толықтырған кезде, орташа есеппен бір адсорбциялы орталыққа бір адсорбленген молекуладан келеді. Бұл кезде белсенді адсорбция (хемосорбция) орын алады. Яғни реагенттер молекуласы газ тәрізді (сұйық) күйде адсорбциялы орталықпен белсенді кешен құрайды.

Энергетикалық тосқауылдардан арылу ықтималдығы газ тәрізді (сұйық) молекулалардың энергиясына ғана емес, кездейсоқ түрде орналасқан адсорбция орталықтың энергиясына да байланысты болады. Сондықтан адсорбция белсенділік энергиясын кездейсоқ түрде орналасқан деп есептеп, k индексін енгізеді, ол k-шы энергетикалық типіне жатқызылады.

Адсорбат V_{ak} молекуласының адсорбция жылдамдығын (адсорбат әсерінен газ және сұйықтың молекулаларының концентрациясының өзгеруі) келесі түрде жазуға болады:

$$V_{ak} = \frac{dC_{jk}^{n}}{d\tau} = k_{ak}^{o} \cdot Q_k \cdot C_{jk}^{n} \cdot \exp\left(-\frac{E_{ak}}{RT}\right), \qquad (5.9)$$

мұндағы C_{jk} – белсенді беттегі j-шы реагенттің концентрациясы;
k_{ak} –экспонента алдындағы көбейткіш; Q_k –бірлік активті бетке сәйкес келетін k-типті адсорбциялы орталықтар саны.
E_{ak} –адсорбция активтенуінің энергиясы
R –әмбебап газ тұрақтысы
T–процестің абсолют температурасы.

Жазылған теңдеу келесі қарапайымдатуларда ғана жұмыс істейді. Адсорцияланған молекулалар бір-бірімен әрекеттеспейді және олардың концентрациялары адсорбция жылдамдығына әсер етпейді.

Егер адсорбцияланушы молекулалар өзара бәрібір әрекеттессе, мысалы, белсенді бетін ойықтарынан бірін-бірі итерсе, онда бұл процесті адсорбцияланатын молекулалардың концентрациясы өскен сайын, «энергетикалық тосқауылдың» ұлғаюы деп есептеуге болады.

Бұл процесті Тейлорқатарының сызықты құраушысын қолдана отырып жазуға болады:

$$E_{ak} = E_{ak}^{o} + \sum_{i=1}^{e} a_i C_{jk}^{\bullet}, \qquad (5.10)$$

мұндағы, E_{ak} – адсорбция белсенділігінің энергиясы, бұл кезде адсорбцияланатын молекулалардың өзара әрекеттесуі ескеріледі;

E^{o}_{ak} – адсорбция белсенділігінің энергиясы. Бұл кезде адсорбцияланатын молекулалардың өзара әрекеттесуіболмайды.

e – адсорбцияланатын реагенттердің жалпы саны;

a_i – пропорционалдық коэффициенті.

Бұл жағдай үшін адсорбция жылдамдығы келесі түрде жазылады:

$$V_{ak} = k^{o}_{ak} \cdot C^{\Pi}_{jk} \cdot Q_k \cdot \exp\left(- \frac{E^{o}_{ak} + \sum_{i=1}^{e} a_i \cdot C^{\Pi}_{jk}}{RT} \right) \qquad (5.11)$$

5.3.3. Активті бетті бастапқы заттың десорбциясынматематикалық сипаттау

k-шы энергетикалық типті адсорбция орталығынан десорбция жылдамдығын (десорбция салдарынан j-реагенттің концентрациясының уақыт бойынша өзгеруі) келесі теңдеумен жазуға болады:

$$V_{дк} = \frac{dC^{\Pi}_{ik}}{d\tau} = k^{o}_{дк} \cdot C^{n}_{jk} \exp\left(- \frac{E_{дк}}{RT} \right). \qquad (5.12)$$

Бұл теңдеу адсорбцияланушы молекулалардың өзара әрекеттесуін ескермеген жағдайда орынды. Егер әрекеттесу бар болса, онда «энергетикалық тосқауыл» азаяды, яғни энергия белсенділігі

$$E_{дк} = E^{0}_{дк} - \sum_{i=1}^{e} a_i C^{\Pi}_{jk} , \qquad (5.13)$$

мұндағы, $E_{дк}$ – бір-бірімен өзара адсорбцияланатын молекулалардың әсерлесуін ескеретін белсенділік энергиясы;

$E^{o}_{дк}$ – әсерлесуін ескерілмеген белсенділік энергиясы.

5.3.4. Беткі химиялық реакцияны математикалық сипаттау

Бұл кезеңді сипаттау кезінде келесі жорамалдар қабылданады:

1. Химиялық реакцияға тек белсенді бетке адсорбцияланатын белсенді молекулалар қатысады.

Жалпы жағдайда реакцияға газ (сұйықтық) фазасындағы молекулалар қатысады.

2. Химиялық реакцияға тек қатты заттың адсорбциялы орталықтарын адсорбциялы затпен толтырылған молекулалар ғанакіреді.

Беттік химиялық реакцияның жылдамдығы – бұл белсенді беттегі j-реагенттің концентрациясының уақыт бойынша өзгеруін айтамыз және келесі теңдеумен өрнектейміз:

$$V_{pk} = \frac{dC_{jk}^{П}}{d\tau} = K_{pk}^{o} C_{jk}^{П} \exp\left(-\frac{E_{pk}}{RT}\right). \qquad (5.14)$$

Беттік химиялық реакцияның белсенділік энергиясына абсорбцияланатын молекулалардың өзара әсерлесуі ықпал етпейді.

5.3.5. Реакцияның газ тәрізді (сұйық)десорбция өнімдерін математикалық сипаттау

Реакция өнімдерінің десорбция теңдеуі бастапқы реагенттердің десорбция теңдеуіне сәйкес сипатталады.

5.3.6. Аппарат көлеміндегі реакция өнімдерінің кері диффузиясын математикалық сипаттау

Реакция өнімдерінің диффузия теңдеуі бастапқы реагенттердің диффузия теңдеуіне сәйкес сипатталады. Бірақ бұл жағдайда реакция өнімдерінің концентрациясы градиенті белсенді беттен кері бағытталған.

5.3.7. Активті беттегі заттардың масса алмасуын математикалық сипаттау

Активті беттегі заттардың масса алмасуы келесі теңдеумен өрнектеледі:

$$\frac{dC^{\bullet}_{jk}}{d\tau} = V_{ak} - V_{Љk} - V_{pk}. \qquad (5.15)$$

Бұл теңдеу адсорбцияланатын молекулалар мономолекулалы қабат түзетін болса орынды болады.

6. АҒЫМНЫҢ ГИДРОДИНАМИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

6.1. Аппарат кеңістігінде материалдық ағындардың масса алмасуын математикалық сипаттау

Аппараттың реакциялы кеңістігінде материалды ағындардың масса алмасуы екі түрлі дербес процеспен анықталады:

1) әрекеттесетін заттардың түрлі фазаларының арасында, яғни химиялық реакцияның активті беті мен диффузиялы қабат арасында масса алмасу; және оған диффузиялы қабаттың сыртқы шекарасы мен сыртқы орта арасындағы масса алмасу шарттарын жатқызуға болады. Бұл шарттар диффузия теңдеулеріне шекаралық шарттар түрінде беріледі;

2) аппараттың реакциялы кеңістігіндегі масса алмасу, яғни заттардың қозғалыс ағыны.

Процестердің бірінші тобы алдында қарастырылған, бұл бөлімде процестердің екінші тобын қарастырамыз. Материалды ағындарды тұтас орталардың орын ауыстыруы ретінде қарастыруға болады. Тұтас орталар механикасында материалды ағымдарды масса алмасу процестерімен байланыстырады.

Масса алмасудың физикалық механизмі екі түрлі болады:

1) молекулалық араласу, яғни тұтас ортаның бөлшектерінің диффузиялы немесе кондуктивті қозғалысы;

2) массалардың айқын орын ауыстыруы, яғни массалық немесе конвективті қозғалыс салдарынан.

Масса алмасудың негізгі теңдеулерінің бірі – тұтастылық теңдеуі, ол қозғалыстағы тұтас ортаның тығыздығын ρ оның жылдамдығымен ϑ байланыстырады.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + div\ (\rho\vartheta) = 0\ , \qquad (6.1)$$

мұндағы, τ – уақыт,

div(ρϑ) - вектор дивергенциясы (ауытқуы);

$$div(\rho\vartheta) = \frac{\partial \rho\vartheta_{\text{x}}}{\partial \text{x}} + \frac{\partial \rho\vartheta_{\text{y}}}{\partial \text{y}} + \frac{\partial \rho\vartheta_{\text{z}}}{\partial \text{z}},$$

мұндағы, $\rho\vartheta_x$, $\rho\vartheta_y$, $\rho\vartheta_z$ – декартты координат осьтеріне вектор проекциясы. Бұл теңдеу кейбір қарапайымдатулармен алынған. Бұл жерде келесі жағдайлар ескерілмеген: кеңістікте белгіленген бақыланатын көлемде бастапқы масса мен нәтижелік масса болуы мүмкін. Олар химиялық және фазалық айналулармен байланысты. Сондай-ақ, орын ауыстыру векторының кондуктивті құраушысы ескерілмеген. Бастапқы және нәтижелік массаларды ескере отырып, тұтастылық теңдеуін келесі түрде жазуға болады.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + div(\rho\vartheta) = J, \qquad (6.2)$$

мұнда, J – химиялық және фазалық айналулар нәтижесіндегі масса өзгеруінің көлемдік көзі.

Орын ауыстырудың кондуктивті құраушысын ескеру үшін, $div(\rho\vartheta)$ -ны $div(\rho\vartheta - Дgrad C)$ -ке ауыстыру керек.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + div(\rho\vartheta - Дgrad C) = J, \qquad (6.3)$$

мұндағы, $Дgrad C$ – ағын векторының диффузиялы құраушысы, $Д$ – тұтас ортадағы тасымалданатын бөлшектердің диффузия коэффициенті, C – тасымалданатын бөлшектер концентрациясы, $grad C$ – концентрация градиенті.

$$grad C = \left(\frac{\partial \text{C}}{\partial \text{x}}\right)\bar{i} + \left(\frac{\partial \text{C}}{\partial \text{y}}\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial \text{C}}{\partial \text{z}}\right)\bar{k}, \qquad (6.4)$$

мұнда, $\bar{\text{i}}, \bar{\text{j}}, \bar{\text{k}}$ – бірлік векторлар, олардың ұзындығы бірге тең, олар градиент векторының бағытын анықтау үшін енгізіледі.

(6.3) теңдеу орын ауыстыру теңдеулерінің көбі үшін негізі болып табылады. Мысалы, қозғалып келе жатқан ағымдағы

массаның кондуктивті орын ауыстыруын сипаттайтын диффузия теңдеуі (Фиктің екінші заңдылығы) сәйкес түрде жазылады.

(6.3) теңдеуде келесі қарапайымдату енгізілген, яғни диффузия концентрацияға байланысты емес. Егер Д С-ң функциясы болса, онда Д(.) қосылғышын Д grad С-ға ауыстыру керек. Бір фазалы ағынның (сұйықтық, газ) қозғалысын сипаттайтын теңдеулер жүйесіне ағымның тұтастылық теңдеуімен қатар Новье-Стокс теңдеулері кіреді. Новье-Стокс теңдеулері Ньютонның екінші заңынан шығады және келесідей өрнектеледі:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \tau} + v_{\Delta} V = F - \frac{1}{p} gradp + \frac{v}{3} grad\ div\, \mathrm{V} + v\nabla^2 V\,, \qquad (6.5)$$

мұнда, V – жылдамдық векторы,

ν – сұйықтық кинематикалық тұтқырлығы

F – сыртқы көлемді күш

P – сұйықтықтағы қысым

Δ – Лаплас операторы

∇^2 – Лаплас оператор белгісі

(6.5) теңдеудің сол жақ бөлігінде локалды және конвекті үдеудің қосындысы бар, ал оң жақ бөлігінде көлемді күш, қысым және тұтқырлыққа байланысты кедергілік күштері қосылады.

(6.5) теңдеуден көрініп тұрғандай жаңа шама – қысым енгізілген. Сондықтан, бұл теңдеуді қорытындылау үшін тығыздық пен қысымның байланыс теңдеулері керек.

Керекті көлемдегі материалды баланс теңдеуі (ағымның тұтастылық теңдеуі) мен қозғалыс теңдеулерінен (Новье-Стокс) тұратын тұйықталған жүйені құрастырғаннан кейін және оған технологиялық объектінің режим ерекшеліктерін көрсететін (бастапқы және шектік шарттар) бірмәнділік шарттарын белгілеген соң, аппараттағы материалдық ағымдардың қозғалысын сипаттайтын модель құрылды деп есептеуге болады.

6.2. Ағым құрылымының типтік модельдері

Көптеген технологиялық объектілерде кандай да бір сұйық, газ немесе қатты бөлшектердің түрлі материалды ағымдарының орын ауысуы жүзеге асады.

Жоғарыда келтірілген ағымдардың құрылымын өрнектейтін теңдеулердің күрделілігіне байланысты, реакциялы аппарат кеңістігінде заттардың қарапайымдатылған масса алмасу модельдерін пайдаланады. Мұндай модельдерге, ең алдымен, идеалды ығыстыру және идеалды араластыру модельдері жатқызылады. Егер құрастырылған модель аппараттағы зат ағымының қозғалысын қанағатсыз түрде өрнектейтін болса, онда идеалды емес ағыммодельдерін (диффузиялы, бір және екіпараметрлі модельдер, ұяшықты немесе аралас модельдер) колданады.

Масса алмасудың жалпы теңдеуі масса сақталу заңына сәйкес және келесі түрде жазылады:

$$\frac{\partial C_j}{\partial \tau} = \Phi_{пр} - \Phi_{\text{р}}, \qquad (6.6)$$

C_j – j-заттың массалық концентрациясы (егер ол дербес фаза қалыптастыратын болса),

τ – уақыт,

$\Phi_{пр}$ – заттың кіріс ағымы

$\Phi_{\text{р}}$ – заттың шығыс ағымы, заттың шығыны

(6.6)-теңдеу аппарат кеңістігінің бақыланатын, алдын ала таңдалған реакциялық көлем үшін құрылған деп есептейміз.

(6.6)-теңдеу фаза қозғалысының режиміне байланысты нақтыланады.

6.2.1. Идеал ығыстыру моделі

Идеалды ығысытыру режимінде реакцияға түсуші фазалар өзара араласпайды (газ тәрізді және сұйық заттарда ламинарлы ағымға сәйкес келеді) деп есептеледі, яғни ағым бойымен араласу жүрмейтін поршеньді ағым қабылданады.

Бұл кезде қозғалыс бағытына перпендекулярлы заттың бір қалыпты таралуы орын алады.

Қозғалыстың мұндай режимін өрнектейтін теңдеу келесі түрде болады:

$$\frac{\partial C_j}{\partial \tau} = -\vartheta\left(\frac{\partial C_j}{\partial x}\right) \pm W^*(x), \qquad (6.7)$$

мұндағы, C_j – ағымдағы j- заттың массалық концентрациясы,

ϑ – j-реагенті бар ағымның сызықтық қозғалыс жылдамдығы, «-» таңбасы қозғалыс жылдамдығы мен концентрация градиентін қарама-қарсы болатынын көрсетеді.

x – аппараттың кеңістік координатасы

$W^*(x)$ – химиялық айналулардың кинетикасын өрнектейтін қосылғыш. Мысалы, j-реагенттің химиялық реакция есебінен тұтыну. «-» таңбасы бастапқы заттарға, ал «+» таңбасы нәтижелік заттарға сәйкес келеді.

(6.7) - теңдеу реагенттердің кірісі мен шығынының айырмасын өрнектейді, яғни заттың бірінші қосылғыш көмегімен масса алмасуы:

$$\Phi_{пр} - \Phi_{р} = -\vartheta \frac{\partial C_j}{\partial x}.$$

Химиялық кинетиканы өрнектейтін $W^*(x)$ екінші қосылғышты (6.7)-теңдеудің құрамына енгізеді. Бұл – процестің математикалық моделінің теңдеулер санын қысқарту мақсатында жасалады.

$$y(\tau)=x\,(\tau-\tau_{кеш})$$

Идеалды ығыстыру моделі таза кешігу үзбесіне сәйкес келеді (транспортты кешігу үзбесі), яғни бұл кезде аппарат ұзындығы бойынша заттың орын ауыстыру уақытын сипаттаймыз. Яғни, бірлік сатылы немесе импульсті кіріс сигналы кезінде пішіні бойынша шығыс сигналы кіріс сигналын қайталайды, бірақ $-\tau_{кеш}$ шамасына уақыт бойынша ығысады.

6.2.2. Идеалды араластыру моделі

Идеалды араластыру моделі реакциялық қабаттың бүкіл көлеміндегі заттардың концентрациясын бір мезетте теңестіретін режимді сипаттайды, яғни бүкіл ағым көлемінде заттың бірқалыпты таралуы орын алады.

Аппараттағы зат концентрациясы олардың кеңістік координаталарынан тәуелсіз болады, сондықтан идеалды араластыру режиміндегі масса алмасу теңдеуі келесі түрде болады:

$$\frac{dC_j}{d\tau} = \Phi_{прj} - k(\tau)C_j \pm W^* , \qquad (6.8)$$

мұндағы, C_j – j- реагент концентрациясы,

k (τ)– аппараттан шығатын заттың режимін анықтайтын коэффициент,

W^* – химиялық айналулардың кинетикасын сипаттайтын қосылғыш,

$\Phi_{прj}$ – j-заттың кіріс ағымы

Затты еркін шығару жағдайы үшін k(τ)=const

(6.8)-формула басқаша түрде жазылуы мүмкін:

$$\frac{dC_j}{d\tau} = \frac{\vartheta_c}{\overline{V}} \cdot \frac{C_{j\kappa}}{C_{j\text{ш}}} \pm W^* \qquad (6.9)$$

Идеалды араластыру моделі бірінші ретті апериодты (инерционды) үзбеге сәйкес келеді. Ол келесі теңдеумен жазылады:

$$y = kx\left(1 - E^{-\frac{\tau}{T}}\right)$$

Яғни шығыс айнымалысы апериодты (экспонента заңы бойынша) түрде жаңа орныққан мәнге ұмтылады.

Идеалды ығыстыру және идеалды араластыру режимдері нақты жағдайдың соңғы қарапайымдатылған түрі болып табылады. Мұндай қарапайымдатулар кең қолданыс тапқан. Мысалы, қайнау қабаты пештерінде болатын гидродинамика процестері идеал араластыру моделімен өрнектеледі.

6.2.3. Диффузиялы араластыру моделі

Бір параметрлі және екіпараметрлі диффузиялы модельдерді ажыратады.

Бірпараметрлі диффузиялы модель идеалды араластыру мен идеалды ығыстыру арасындағы аралық күйге сәйкес келеді. Яғни бұл жағдайда, ағымқозғалыс бағыты бойынша кішігірім араластыру жүреді. Әдетте оны молекулалы диффузия теңдеуіне ұқсас теңдеумен көрсетеді. Мұндай модельді сипаттайтын параметр ретінде бойлық (ұзындық бойынша) араластыру коэффициенті қабылданған. Ол турбулентті диффузияны ескереді.

Мұндай модельді құру кезінде келесі қарапайымдатуларды енгізеді:

- берілген қимада зат концентрациясы тұрақты;
- зат концентрациясының өзгеруі –үздіксіз арақашықтық функциясы болып табылады;
- ағымның көлем жылдамдығы және бойлық араласу коэффициенті ағымның ұзындығы мен қимасы бойынша өзгермейді.

Бір параметрлі диффузиялы модельді сипаттайтын теңдеу келесі түрде болады:

$$\frac{\partial C_j}{\partial \tau} = Д_Б \left(\frac{\partial^2 C_j}{\partial x^2} \right) - \vartheta \frac{\partial C}{\partial x} \pm W^* (\,), \qquad (6.10)$$

мұндағы, $Д_Б$ – бойлық араластыру коэффициенті

(6.10) - формуладан көрініп тұрғандай, қарастырылып отырған модель идеалды ығыстыру моделінің негізінде

жасалған, ерекшелігі – $Д_Б\left(\frac{\partial^2 C_j}{\partial x^2}\right)$ мүшесімен сипатталатын кері араластыру өрнегімен күрделендірілген. $Д_Б$ коэффициенті тәжірибелік жолмен анықталады.

Екіпараметрлі диффузиялық модельде ағымдағы араластыру бойлық және радиалды бағыттарда ескеріледі, сондықтан модель бойлық және радиалды араластыру коэффициентімен сипатталады. Бұл кезде келесі қарапайымдатулар енгізіледі:

- Ағымның қозғалыс жылдамдығы аппараттың ұзындығы мен қимасы бойынша тұрақты;
- Бойлық және радиалды диффузия коэффициенттері аппараттың ұзындығы мен қимасы бойынша өзгермейді.

Екіпараметрлі диффузиялы модель төмендегі теңдеумен жазылады:

$$\frac{\partial C_j}{\partial \tau} = -\vartheta \frac{\partial C_j}{\partial x} + Д_Б\left(\frac{\partial^2 C_j}{\partial x^2}\right) + \frac{Д_R}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \cdot \left(R \frac{\partial C_j}{\partial R}\right) \quad (6.11)$$

R- құбыр радиусы

$Д_Б$ және $Д_R$ – сәйкесінше, бойлық және радиалды араластыру коэффициенті.

Диффузиялы модельдер аппарттағы нақты ағымды бағалауда кең қолданыс тапты. Бұл кезде бойлық және радиалды араластыру – молекулалы және конвективті диффузия нәтижесінде орын алады.

6.2.4. Ұяшықтық модельдер

Ұяшықтық модельдер абсорбциялы және экстрациялы бағандарды, қайнау қабаты бар аппараттарды және т.б. өрнектейді. Бұл кезде аппарат кеңістігі шартты түрде бірқатар ұяшықтарға бөлінеді. Олар тізбектей орналасады және әрқайсысында идеалды араластыру бар деп есептеледі. Ал ұяшықтардың арасында араластыру болмайды. Мұндай

модельді сипаттайтын параметр ретінде *m*ұяшықтар саны қабылданады.

Ұяшықтық модель *m* сызықты диффиренциалды теңдеулер жүйесімен сипатталады, бұл кезде бір ұяшықтың шығысы келесі ұяшықтың кірісі болып табылады.

$$\frac{1}{m}\cdot\frac{dC_i}{dt}=\frac{1}{t_n}\left(C_{i-1}-C_i\right), \qquad (6.12)$$

мұндағы, $i = 1, 2, .., m$.

m=1 кезінде ұяшықтық модель идеалды араластыру моделіне, ал $m=\infty$ кезінде идеалды ығыстыру моделіне сәйкес келеді.

Ұяшықтық модельдің бір түрі ретінде кері ағымы бар модельді алуға болады. Мұндай модельде ұяшықтар арасындағы кері ағым ескеріледі. Бұл кезде модельді сипаттайтын параметрлері ретінде *m* ұяшықтар саны мен кері ағым үлесі L алынады. Мұндай модельдерді табақшалы типті және қондырмалы (насадочный) аппараттардағы ағымдар құрылымын өрнектеу үшін қолданамыз. Бұл кезде негізгі ағымның бағытына қарама-қарсы басқа кері ағым байқалады.

6.2.5. Аралас модельдер

Егер процесті жоғарыда қарастырылған модельдермен сипаттау мүмкін болмаса аралас модельдерді қолданамыз.

Мұндай модельдерді құру кезінде технологиялық аппаратты бірқатар аймақтарға немесе бөліктерге бөлеміз. Олар өзара тізбектей немесе параллельді қосылады. Бұл аймақтардағы ағым құрылымы әртүрлі болады: идеалды ығыстыру аймағы, идеалды араластыру режимі бар аймақ және ақырлы жылдамдықты араластыру аймағы және т.б.

Аймақтардың тізбектей, параллель немесе басқа қосылыстары туралы ақпаратты ескере отырып, бүкіл жүйенің беріліс функциясын аламыз.

Аппараттағы қозғалыс ағымдарының құрылымын математикалық өрнектеудің аппроксимациясы кезінде бірінші

ретті апериодты үзбенің және кешігу үзбесінің аралас сұлбасы қолданылады.

$$W(S) = \left(\frac{K}{TS} + 1 \right) \cdot E^{-\tau_{кеш}} \qquad (6.13)$$

Бұл жағдайда, технологиялық аппараттағы материалды ағымдар идеалды ығыстыру мен идеалды араластыру тізбектей жалғанған аймақтарымен өрнектеледі.

Кез келген күрделі технологиялық объектіні және оның жұмыс істеуінің нақты жағдайларын талдау нәтижесінде аппараттағы заттардың қозғалыс ағымын өрнектейтін математикалық модель құруға болады.

7. ТЕХНОЛОГИЯЛЫҚ ОБЪЕКТІЛЕРДЕГІ ЖЫЛУ АЛМАСУ ПРОЦЕСТЕРІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ СИПАТТАЛУЫ

7.1. Жылу алмасу процестерінің негізгі топтары

Кез келген процестердің жүруі шығынмен, сондай-ақ, жылулық немесе басқа да энергияның (мысалы, электрлік) бөлінуімен байланысты болады. Объектінің математикалық моделін құрастырған кезде жылу алмасу процестерін міндетті түрде ескеру керек. Өйткені жылу қарқындылығы процестің жүруіне әсер ететін негізгі факторлардың бірі болып табылады және химиялық реакция жүруіне – процесс температурасына әсер етеді.

Әдетте келесі жылулық ағымдар топтарын ажыратады:

1. Аппаратқа берілетін материалдардың энтальпиясы (құрамындағы жылу мен физикалық жылу) және аппараттан шығатын энергия тасушылар (отын, және оны тотықтырғыш) және өнім энтальпиясы;
2. Экзотермиялық химиялық реакциялардағы жылу бөліну және оның сыртқы ортаға жылу беруі немесе эндотермиялық химиялық айналулардағы жылуды жұту (егер процесте гомогенді реакциялар жүретін болса, онда мұндай жылу беру орын алмайды).
3. Реакцияға түсуші бөлшектерден біртекті орта ағымына берілетін жылу тасымалдау;
4. Аппараттың реакциялы көлемінің ішіндегі жылу тасымалдау;
5. Аппарат қабырғасының беттері арасындағы жылу алмасу немесе аппараттың реакциялы көлемі мен реакциялы көлемге енгізілген құрылғылары арасындағы жылу алмасу.

Технологиялық агрегаттарда жүретін жылу алмасу процестерінің барлық топтары белгілі термодинамика заңдылықтары көмегімен жазылады.

Термодинамиканың бірінші заңы энергияның сақталу заңы болып табылады және онда энергия өзінен өзі пайда болмайды және жоғалмайды,ол тек бір түрден екінші бір түрге ауысады деп тұжырымдалады.

Осы заң негізінде энергетикалық (жылулық) баланс теңдеулері сипатталады.

Термодинамиканың бірінші заңынан маңызды салдар қатары шығады, оның бірі – берілген реакцияғақатысатын заттардың жылу түзуі бойынша берілген реакцияның жылуын анықтауға (жылулық эффект) мүмкіндік беретін Гесс заңдылығы болып табылады.

Жылулық энергия (жылу) – заттың атомдардың немесе молекулаларының бей-берекет ретсіз қозғалысының энергиясы. Әртүрлі орта немесе материал арасындағы жылу алмасу жылулық тасымалдау деп аталады. Әдетте жылу тасымалдау процесі локальді термодинамикалық тепе-теңдік шарттары кезінде қарастырылады. Мұндай жағдай, мысалы, газдар үшін еркін молекула қозғалысының ұзындығы $\lambda_{\text{п}}$ қарастырылып отырған объектінің өлшемінен кіші болған жағдайда L, яғни $\lambda_{\text{п}} << L$ орын алады. Мұнда соқтығысулар арасындағы бөлшектер қозғалысының уақытынан әлдеқайда үлкен жылулық процестер уақыты кезінде қарастырылады және геометриялық өлшемі$\lambda_{\text{п}}$үлкен болатын облыстарда қарастырылады.Бұл кезде объектінің локальді облыстарында тепе-теңдік күйлер орын алады, олар тығыздық, бөлшектердің қозғалыс жылдамдығы және т.б. орташа мәндерімен сипатталады. Температура T бөлшектердің орташа кинетикалық энергиясын анықтайды:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{2}{3}kT$$

мұндағы, m – бөлшектің массасы;

v – ретсіз қозғалыстың орташа жылдамдығы;

k –Больцман тұрақтысы, k = 1,380662 10^{-23} Дж/К.

Заттың ішкі энергиясы температура арқылы салыстырмалы жылу сыйымдылық шамасымен анықталады:

$$c(\rho,T) = \frac{\partial \varepsilon(\rho,T)}{\partial T}, c(\rho T) > 0,$$

мұндағы , $\varepsilon(\rho,\theta)$ - бірлік көлемдегі массаның ішкі энергиясы.

Жылу тасымалдаудың математикалық моделі молекулярлы-кинетикалық теория негізінде алынады. Берілген нүктедегі q жылу ағымы(немесе жылулық энергия) – бірлік уақытта бірлік аудан арқылы тасымалданатын жылу көлемі болып табылады. Жылу ағымы – векторлық шама болып табылады, өйткені ол жалпы жағдайда кеңістіктегі бірлік ауданның бағытталуына тәуелді.

7.2. Жылу ағынының түрлі топтарын математикалық сипаттау

Экзотермиялық химиялық айналулардағы жылу бөліну және оның активті беттен реакция жүріп жатқан ортаға жылу тасымалдауы (реакцияға түсуші бөлшектердің сыртқы шекарасына) – белгілі жылу өткізу теңдеуі арқылы сипатталады:

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \tau} = c div\, \lambda grad T \quad , \qquad (7.1)$$

мұндағы, с – ортаның жылу сыйымдылығын ескеретін коэффициент;

λ – жылуөткізгіштік коэффициенті;

$div\lambda$ – жылуөткізгіштіктің ξ координата кеңістігі бойынша белсенді ауданға перпендекуляр бағытталған скаляр туындысы;

grad T – зат температурасының ұқсас (аналогты) координата кеңістігі бойынша векторлық туындысы.

Бұл теңдеу жылудың таралуын сипаттайды. Ол келесі қарапайымдату кезінде ғана жұмыс істейді: заттың ішкі энергиясы тек жылу өткізу механизмі салдарынан ғана өзгереді, яғни энергияның басқа түрлері елеусіз болып табылады (мысалы, химиялық реакциялар есебінен немесе қысым күштерінің жұмысы салдарынан ішкі энергия өзгермейді).

Теңдеу – тұрақсыз, параболалы типті. Ол біртекті емес, өйткені жылу сыйымдылық, жылуөткізгіштік коэффициенті заттың әртүрлі нүктесінде бір-бірінен ерекшеленеді; және бейсызықты, өйткені c және λ функциялары жалпы жағдайда температураға T тәуелді болады.

Жылу тасымалдау процесінің сипаты турасындағы қосымша ақпарат болғанда, теңдеуді қарапайымдатуға болады. Егер процесс тұрақты (стационарлы) болса, яғни температура уақыттан тәуелсіз болса, ол элипс типті теңдеуге түрленеді, ал егер c, λ функциялары температурадан тәуелсіз болса, онда сызықты параболалы теңдеуге өзгереді.

Егер жылуөткізгіштік коэффициенті ξ кеңістіктік координатасынан тәуелсіз болса, онда (7.1) теңдеудің нақты түрі белсенді беттің пішініне тәуелді болады. Алдында айтылып кеткендей, диффузия үрдісі кезінде белсенді ауданның үш түрі қарастырылады: жазық(сызықты), шар тәрізді, цилиндрлі. Онда теңдеу (7.1) келесідей болады:

1) жазық белсенді аудан үшін:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = c\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2}; \qquad (7.2)$$

2) шар тәрізді белсенді аудан үшін:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = c\lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \cdot \frac{\partial T}{\partial \xi} \right); \qquad (7.3)$$

3) цилиндрлі белсенді аудан үшін:

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \tau} = c\lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial T}{\partial \xi} \right). \qquad (7.4)$$

Жылу алмасу үрдісінің келесі бір тобы – бұл әсер етуші бөлшектен орта ағынына жылутасымалдау немесе керісінше, мыслы, эндотермиялық реакция кезіндегі жылутасымалдау. Мұндай жылулық ағындарын математикалық сипаттау кезінде жылу тасымалдаудың эмпирикалық заңы жиі қолданылады:

$$q = \alpha \Delta T$$

мұндағы, α – жылу беру коэффициенті;
ΔT – температура айырымы.

Егер, ξ=0 – ішкі шекара (бөлшектің белсенді ауданы) және ξ=δ_1 – бөлшектің сыртқы ауданы деп, шекара енгізгек, онда жылу тасымалдау теңдеуін (7.1)-(7.4) теңдеулерінің ξ=δ_1 шекарасындағы шекаралық шарты түріндежазуға болады:

$$q_{\xi=\delta_1} = \alpha S\left(T_{\xi=\delta_1} - T_{ср}\right), \qquad (7.5)$$

мұндағы q –ξ=δ_1 шекарасындағы жылу ағыны;

α – жылу беру коэффициенті;

S – бөлшектің сыртқы беті;

$T_{\xi=\delta_1}$ - бөлшектің ξ=δ_1 шекарасындағы температурасы;

$T_{ср}$ - орта температурасы.

7.2.1. Аппарат ішіндегі жылу тасымалдау процесін математикалық сипаттау

Жылу ағыны мен температура Tарасындағы байланыс Фурье заңымен көрсетіледі:

$$q = -\lambda grad T$$

мұндағы λ – жылуөткізгіштік коэффициенті, ол жалпы жағдайда заттың тығыздығы мен температурасына тәуелді болады:

$$\lambda = \frac{1}{3} pc\lambda_n,$$

мұндағы c – заттың салыстырмалы жылу сыйымдылығы.

Салыстырмалы жылу сыйымдылық c пен молекулалардың еркін жүрісінің ұзындығы λ_n температураға T және қысымға p тәуелді болады. Айтар болсақ, кәдімгі жағдайда газда жылу молекула арқылы тасымалданады, яғни молекулалық жылуөткізгіштік орын алады. Бұл жағдайда жылусыйымдылық тұрақты деп саналады.

Сонымен, Фурье заңына сәйкес жылу ағыны температура градиентіне пропорционалды болады. Сондықтан температура «ағыны» температураның градиентіне пропорционал болады. Мұндай қасиет заттың диффузия процесінде де болады.

7.2.2. Аппараттың тұтас реакциялық қауызы мен аппарат қабырғасы немесе реакциялық қауызға енгізілген басқа беттер арасындағы жылуалмасуды математикалық сипаттау

Қабырғаға және реакциялық қауызға енгізілген бетке жылуберу, келесі теңдеумен сипатталады:

$$q = \alpha S_{ст}(T - T_{ст}) \qquad (7.6)$$

мұндағы , q –жылу ағыны;
α– жылу тасымалдау коэффициенті
S – аппарат қабырғасы бетінің ауданы;
T –аппараттың реакциялы қауызының температурасы;
$T_{ст}$ – қабырға температурасы.

A коэффициенті қабырға бойымен зат ағынының жылдамдығына тәуелді болады, сондай-ақ, көпфазалы гетерогенді жүйелерде α коэффициенті ағынның жылдамдығына байланысты максимум мәнге ие болады.

Жылутасымалдау коэффициентінің технологиялық процестің режимдік айнымалыларына тәуелділігі жақсы зерттелген және техникалық әдебиетте, көбінесе критериялы формада кеңінен көрсетілген.

7.2.3. Сыртқы орта (технологиялық сұлбаның басқа аппараттары) мен модельденетін процесс жүріп жатқан аппарат арасындағы жылу алмасудың математикалық моделін сипаттау

Жылу алмасудың бұл түрі аппараттың жылу балансының теңдеуімен сипатталады:

$$mC\ \frac{dT}{d\tau} = \sum Q_{np}^{m} - \sum Q_{p}^{m} \pm \sum_{i=1}^{r} q^{(i)}\ , \qquad (7.7)$$

мұндағы m – аппараттың реакциялық қауызының массасы;

C – меншікті жылу сыйымдылығы;

$\sum Q_{np}^{m}$ – аппаратқа келетін жылу;

$\sum Q_{p}^{m}$ – аппараттан шығатын жылу.

(7.7) теңдігінің сол жақ бөлігін басқа түрде жазуға болады:

$$G_{в}\frac{d(CT)}{d\tau} = \sum Q_{np}^{m} - \sum Q_{p}^{m} \pm \sum_{i=1}^{r} q^{(i)}\ , \qquad (7.8)$$

мұндағы $G_{в}$– аппараттың реакциялық ваннасының салмағы;

CT – меншікті жылуұстағыштық.

Теңдіктің оң жақ бөлігіндегі бірінші қосылғыш химиялық реакциялардың жылуынан басқа барлық келетін шамаларды қамтиды: жылуұстағыштық және аппаратқа және энергия тасымалдаушыларға берілетін физикалық жылу (отын және оған арналған тотықтырғыш), энергетикалық процесте жылудың бөлінуі.

Аппараттан шығарылатын жылу шығыны $\sum Q_{p}^{m}$ келесі негізгі бөліктерден тұрады:

1) аппараттан шығатын технологиялық және энергетикалық процестер өнімдерінің энтальпиясы (жылу ұстағыштық, физикалық жылу);

2) жылудың аппарат қабырғалары арқылы ортаға бөлінуі;

3) энергетикалық процестің орындалуына байланысты жылу шығындары;

4) арнайы жылу алмастырушы қондырғылармен (егер олар бар болса) шығарылатын жылу.

(7.8) теңдігінің соңғы мүшесі – бұл экзо- және эндотермиялық жылулық эффекттер, мұндағы заттың агрегаттық күйін өзгертуге жұмсалатын жылу да кіреді.

8. МАССА АЛМАСУ ПРОЦЕСТЕРІН МОДЕЛЬДЕУ

8.1. Масса тасымалдау процестерін өрнектеудегі блокты принцип

Масса тасымалдау процестері ретінде өндірісте кеңінен тараған абсорбция, ректификация, адсорбция, экстракция және т.б. бөліну процестерін жатқызуға болады, яғни екі фазалы ағын әсерінен өзгеріске ұшырайтын, еркін беткі қабатқа ие процестер. Масса тасымалдау процестерінің немесе масса алмасу процестерінің едәуір маңызды сипаттамасы – заттар концентрациясының өзара әсерлесетін ағындарда байланыс аймағының ұзындығы бойынша бөлінуі болып табылады.

Мұндағы процестердің математикалық өрнегін алу үшін блоктық принцип кең қолданыс тапқан, яғни математикалық модель құрылымы зерттелініп отырған процестің жеке жақтарының математикалық өрнектерін біріктіру жолымен алынады. Математикалық өрнек негізі процестің гидродинамикалық моделі болып табылады. Сондықтан тепе-теңдік шамалар мен шек шарттары туралы мәліметтерді біле отырып, процестің материалды және жылу балансын құра отырып, процестің кинетикасы зерттеледі. Осыдан кейін барлық белгіленген блоктардың математикалық өрнектерін жалпы математикалық модельге біріктіреді. Математикалық модель теңдігінің тұйықталған жүйесін алу үшін барлық блоктардың кіріс және шығыс айнымалылары өзара сәйкестікте болуы қажет.

Жоғарыда айтылғандай, масса тасымалдау процестерінің артықшылығы физикалы-химиялық процестердің бірнеше, көбінесе екі фазада орындалуы болып табылады. Баланстар теңдігі әр фаза үшін жеке құрылуы қажет екендігін атап өту қажет. Сонымен қатар, масса алмасу жылдамдығы заттардың бір фазадан екіншісіне тасымалдану жылдамдығымен анықталады, ал периодтық теңдіктің шарты өзара заттардың әсерлесуші фазадағы химиялық потенциалдарының теңдігіне алып келеді. Фаза ішінде заттар тасымалы диффузиялық және конвективтік ағындар есебінен орындалады.

Егер екі фаза, мысалы сұйық және газды фаза тең болса, онда оларда заттар концентрациясы тұрақты болады. Егер зат

концентрациясы газды фазада C_{ir} тең болса, ол әдетте осы заттың сұйық фазадағы тепе-теңдік концентрациясын анықтайды, яғни,

$$C^*_{iж} = f(C_{ir})$$

Тепе-теңдік теңдеуінің түрі температура өзгеруімен өзгереді және сол бойынша заттың тасымалдану бағыты туралы айтуға болады. Егер $C_{iж} < C^*_{ir}$ болса, онда зат газды фазадан сұйық фазаға өтеді, егер $C_{iж} > C^*_{ir}$ болса, онда керісінше болады. $C_{iж} - C^*_{ir}$ концентрациялар айырымы процестің қозғалыс күші деп аталады және бір фазадан екінші фазаға масса берілудің жылдамдығын анықтайды.

Жылулық тепе-теңдік Масса тасымалдау процестерінде жылдам орнатылады, сондықтан кейде фаза температураларын бірдей етіп алады. Бұл математикалық өрнектен жылулық баланс теңдігін шығарып тастауға мүмкіндік береді. Масса алмасудың кейбір сипаттық процестерінің математикалық өрнегін қарастырайық және бұл процестерді компоненттердің фазалық күйі бойынша бөлеміз: газ – сұйық (абсорбция, ректификация), газ – қатты, сұйық – сұйық (экстракция), сұйық – қатты(кристалдану).

8.2. Сорбенттің қозғалыссыз қабатындағы адсорбция процесінің математикалық өрнегі

Бұл процесс жалпы тұрақсыз болып табылады, себебі сорбент қасиеті оның беткі қабатында сорбаттың жиналуы салдарынан үнемі өзгеріп отырады. Баланс теңдігі қарапайым көлем үшін қарапайым уақыт аралығында қозғалыстағы және қозғалыссыз фазалар үшін жазылады.

Қозғалыстағы фаза қозғалысы бойлай араласу моделімен өрнектеледі деп алуға болады (бұрын келтірілген теңдіктер). Материалды және жылулық баланстар теңдігін физикалы-химиялық процесс кезіндегі компоненттің шығындалу жылдамдығын өрнектейтін өрнекпен толықтыру қажет

$$\nu = \frac{S}{V}\beta_c(C - C^*)$$

С* шамасы тепе-теңдік теңдігінде орын алған. Адсорбция процесін өрнектеу үшін көбінесе Лангмюр адсорбциясының изотерма теңдігі қолданылады.

Нақты баланс теңдігіне қозғалыстағы фазада адсорбцияланатын зат үшін адсорбция процесі есебінен болатын жеткізілуді және оның сорбентте жинақталуын есептейтін мүшелері ғана кіреді. Жылулық баланс теңдігіне сорбент үшін көлемде жылу жинақталуын, қарастырылған уақыт аралығында қарапайым көлемге сыртқы жылу тасымалдағыштан қабырға арқылы келетін жылу мөлшерін және қарастырылған көлемнен қарастырылған уақыт аралығында физикалы-химиялық процеспен жұтылу кезінде шығарылатын жылу мөлшерін есептейтін мүшелері ғана кіреді. Шектік және бастапқы шарттар әр түрлі жолмен берілуі мүмкін. Изотермиялық процестің математикалық өрнегі жан-жақты зерттелінген.

8.3. Саптамалы колоннадағы экстракцияның математикалық өрнегі

Экстракция өзара ерімейтін немесе аздап араласатын екі фазалар арасында компоненттердің қайта бөлінуі жүретін масса алмасу процестеріне жатады. Қандай да бір деңгейде белгілі мақсатқа арналған компонент шығарылатын бастапқы ерітінді рафинат деп аталады, ал компонент түсетін фаза – экстракт деп аталады. Алынған сұйық фазалар бір-бірінен артта қалып қоюмен немесе басқа да жолдармен бөлінеді. Кейін экстрактан белгілі мақсатқа арналған компоненттің шығарылуы және рафинаттан экстрагент регенерациясы жүзеге асырылады.

Экстракция процесінің артықшылығы процестің жұмысшы температурасының төмендігі болып табылады (15-20^{0}С), осының салдарынан ерітіндіні буландыруға энергия жұмсаудың қажеттілігі болмайды. Алайда, қарастырылған процестерде экстрагенттің және оның регенерациясын қолдану өз кезегінде

аппараттың күрделенуіне және процестің қымбаттауына алып келетіндігін айта кету керек.

Экстракция процесінің математикалық өрнегі масса тасымалдау жылдамдығының теңдігімен және масса тасымалдау коэффициенттерін есептеуге арналған теңдіктермен толықтырылған нақты баланстар теңдігінен тұрады.

Теріс вертикалды колоннадағы экстракция процесін қарастырайық, мұндағы еріткіш пен рафинат өзара ерімейді. Масса тасымалдау коэффициенті β экстракциялық колоннаның барлық биіктігі бойынша тұрақты деп алайық.

Ағындардың сипаты колонна биіктігі бойынша өзгеріп тұратындықтан, баланс теңдігін колоннаның биіктігі H болатын аймағы үшін жазамыз. Бұл аймақта тепе-теңдік сызығын түзу деп есептейміз, ал масса тасымалдау жылдамдығы таңдалған аймақ үшін шынайы (C) және тепе-теңдіктегі (C^*) концентрациялардың орта айырымына пропорционал. Осылайша, экстракциялық колонна әдетте идеалды араластыру аймағының каскады ретінде қарастырылады, ал аймақтар саны

$$N = L/H,$$

мұндағы L- колоннаның жалпы биіктігі; H – колонна аймағының биіктігі. H-бағалану үшін әр түрлі қатынастар берілген, мысалы, келесі өрнек:

$$\sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} (a_0 + a_1 x_i) = 0,,$$

мұндағы $\nu_л$ - жеңіл фаза қозғалысының жылдамдығы; g –ауырлық күшінің үдеуі; d_H – саптама диаметрі; d –колонна қимасының диаметрі.

Егер жеңіл фазаны – Ж индексімен, ал ауыр фазаны – А индексімен белгілесек, келесі теңдікті аламыз:

$$G_A(C_{Aj} - C_{A,j+1}) - \beta H(C_A - C_A^*) = 0$$
$$G_Ж(C_{Ж,j+1} - C_{Жj}) + \beta H(C_A - C_A^*) = 0$$

Кіру ағындары үшін бастапқы шарттар келесідей болады:

$$C_Ж(0) = C_{ЖО}, \quad C_A(L) = C_{AO}$$

8.3.1. *Қатты бөлшектердің еріткіште өсу процесінің математикалық өрнегі*

Мұндағы процестердің есебі баланстар теңдігін пайдалануға, сонымен қатар бөлшектерді өлшемдері бойынша бөлу функцияларына негізделген. Егер үлестіру функциясын сипаттайтын мәндерді анықтайтын болсақ, және оған процесті жүргізу шарттарының әсерін зерттейтін болсақ онда қатты бөлшектердің санын және олардың бөлінуін есептеуге болады.

Бірқатар еңбектерде бөлу функциясы туралы мәліметтер осындай процестердің тұрақтылығын бағалауға қолданылады.

Масса алмасу процестерінің көптеген түрлері бар екенін айта кету керек және мұндағы процестердің математикалық өрнегін алуға жалпы қадам бірдей және мүмкін болған математикалық модельдер түрі әдебиетте келтірілген.

9. ШОҒЫРЛАНҒАН ПАРАМЕТРЛЕРІ БАР МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІ СИНТЕЗДЕУ

9.1. Шоғырланған параметрлері бар математикалық модельдерді синтездеудің артықшылығы

Шоғырланған параметрлері бар математикалық модельдер құру кезінде әдетте келесі болжамдар қолданылады:

1) заттар ағынының қозғалыс режимі аппаратта идеалды араласу моделі бойынша өрнектеледі. Бұл дегеніміз, реагенттердің масссалық концентрациялары (парциалдық қысым) технологиялық нысанның кез-келген нүктесінде бірдей. Сондықтан нысан ішінде кез-келген реагенттің орташа концентрациясы осы заттың шығыс нақты ағынындағы концентрациясына тең деп есептелінеді;

2) процесс жүріп жатқан аппаратта температуралар аппараттың кез-келген нүктесінде және кез-келген қиылысында бірдей;

3) шығыс өнімдерімен бірге аппараттан шығарылатын заттар мөлшері (концентрациялар) аппараттың реакциялық кеңістігінде олардың мөлшеріне (концентрацияларына) пропорционал.

Егер процесс – периодты қайталанатын болса, яғни процестің жүруі барысында аппараттан өнімдер шығарылмаса, онда үшінші болжам болмайды. Сонымен қатар, бұл болжам шығыс өнімдері аппараттан өзіндік ағынмен шығатын жағдайда ғана мүмкін болады. Барлық басқа жағдайларда аппараттан шығатын заттар мөлшері арнайы қондырғылар көмегімен тартып шығару немесе сору режимдері көмегімен анықталады.

Шоғырланған параметрлері бар математикалық модельдерді құру кезінде технологиялық объектілердің дербес элементарлы өзара байланысқан процестерінде заңдылықтардың ескерілуін қарастырайық.

Технологиялық нысандардың математикалық өрнегін жазу кезінде нақты баланс теңдігі үлкен орынға ие және баланс аппаратқа ендірілетін, сондай-ақ одан шығарылатын бастапқы материалдар ағыны үшін, агрегатқа келіп түсетін жеке химиялық қосылыстар ағындары үшін, жеке химиялық

элементтер ағыны үшін («еркін» күйдегі, сондай-ақ химиялық қосылыстар құрамындағы) жазылуы мүмкін.

Кіріс және шығыс нақты ағындар балансын әдетте статикада жазады, аппарат үшін жалпы осындай тек бір теңдік жазуға болады.

Бізде ағындар қозғалысының құрылымын өрнектейтін модель таңдалды, ал бұл идеалды араласу, олай болса, осы моделдің теңдігін қолдана отырып, заттардың аппараттағы масса алмасуын өрнектейміз

$$\frac{d\mathrm{m}}{\mathrm{d}\tau} = \sum Q_{n\mathrm{p}} - \sum Q_{\mathrm{p}} \pm Q^{*}, \qquad (9.1)$$

мұндағы m – аппараттың реакциялық ваннасындағы материалдың массасы (салмақ, концентрация, парциалдық қысым), $\sum Q_{n\mathrm{p}}$ – материалдың (заттың) аппаратқа кіру ағыны, яғни оның бірлік уақыт аралығындағы аппаратқа келетін саны; $\sum Q_{\mathrm{p}}$ – осы заттың шығыс өнімдерімен бірге шығарылатын шығыс ағындары; Q^{*} – аппаратта химиялық реакциялар немесе химиялық түрленулерге жұмсалған реакциялар нәтижесінде пайда болатын заттар мөлшері.

(9.1) теңдігі өте аз көлемге арналған шұғыл нақты баланс теңдігі болып табылады.

Q^{*} функциясын ашу үшін химиялық әсер кинетикасын қарастыру қажет және мұндағы шектеуші деңгейлер мен температура әсері ескерілуі керек.

Қарастырылып отырған химиялық реакцияға қатысатын барлық заттар үшін химиялық кинетика теңдігі бірдей болады және Q_{*} шамасы әр түрлі заттар үшін тек стехиометриялық коэффициенттермен ғана өзгешеленетін болады.

Лездік жылу балансының теңдігін жалпы түрде келесідей жазуға болады:

$$mC\left(\frac{dT}{d\tau}\right) = \sum Q_{n\mathrm{p}}^{T} - \sum Q_{\mathrm{p}}^{T} \pm \sum_{i=1}^{\mathrm{p}} q^{(i)}, \qquad (9.2)$$

мұндағы m – аппараттың реакциялық ваннасының массасы;

C – ваннаның меншікті жылу сыйымдылығы;

T - процесс температурасы;

$\sum Q_{n\text{р}}^{T}$ – аппарат ваннасына сырттан берілетін жылу мөлшері (келген материалдардың физикалық жылуы, енгізілетін оттықтан келетін жылу, жылытулар және т.с.с.);

$\sum Q_{\text{р}}^{T}$ – аппараттан жылудың шығарылуы (шығыс материалдарымен кететін жылу, қабырғалар арқылы шыққан жылу шығыны және т.б.);

$\sum_{i=1}^{p} q^{(i)}$ – р химиялық реакциялардың суммалық жылу эффектісі, ол егер реакция экзотермиялық болса «плюс» таңбасымен алынады, ал егер аппаратта жүретін химиялық реакциялар – эндотермиялық болса «минус» таңбасымен алынады.

Осылайша, технологиялық нысанның жинақталған мәндерге ие математикалық моделі әрбір реагент бойынша $\sum Q_{n\text{р}}$, $\sum Q_{\text{р}}$ *и* $\text{Q}*$ тәуелділер есепке алатын шұғыл нақты баланс теңдігінен және ашық түрде $\sum Q_{n\text{р}}$, $\sum Q_{\text{р}}$ мәндерін есепке алатын шұғыл жылу балансы теңдігінен, сондай-ақ суммалық жылу эффектісінен тұрады.

(9.1)-(9.2) теңдіктер жүйесі аппарат ваннасындағы заттар мөлшері (концентрациялар, парциалдық қысым), температуралар және процесс жүруінің гидродинамикалық шарттары кез-келген уақыт аралығында аппараттың кез-келген нүктесі үшін бірдей болатын және тек уақыт өтуімен өзгеретін процестің математикалық моделі болып табылады.

Нағыз технологиялық нысандарда температура, реагенттер концентрациясы және т.б. аппарат кеңістігінің әр түрлі нүктесінде үлкен айырмашылыққа ие болады. Сондықтан жоғарыда келтірілген теңдік жүйесі, жалпы айтқанда, аппараттың шексіз кіші көлемі үшін ғана мүмкін. Шынайы процестің математикалық өрнегіне қол жеткізу үшін осы жүйенің теңдігін реакциялық кеңістік аймағының көлемі бойынша немесе аппараттың барлық көлемі бойынша интегралдау қажет.

Шоғырланған параметрлері бар математикалық модельдегі гетерогенді реакциялардың кинетикасы есебінің артықшылықтары

Бұл жағдайда гетерогенді химиялық реакциялардың диффузиялық деңгейін есептеу үшін Фиктің бірінші заңы пайдаланылады

$$Q = \frac{dM}{d\tau} = \beta S_1 \left(c^{\nu} - c \right), \tag{9.3}$$

мұндағы Q – заттың диффузиялық ағыны;

M – газдың немесе сұйықтықтың ішін диффузиялық қабаттың сыртқы шекаралары арқылы диффузиялаған масса;

β –диффузия жылдамдығының коэффициенті, ол диффузия коэффициентінің диффузиялық қабатының орташа қалыңдығының қатынасына тең,

$$\beta = \frac{\mathrm{D}}{\delta};$$

S_1 – концентраттың бір бөлшегі айналасындағы диффузиялық қабаттың беті;

c^{ν} – аппараттың реакциялық кеңістігіндегі белсенді беткі қабатқа диффузияланатын реагент концентрациясы;

C – осы заттың диффузиялық қабаттағы орташа концентрациясы.

Диффузиялық ағын шамасы көбінесе аппараттың көлем бірлігінде анықталады. Онда

$$S = S_1 \cdot \rho, \tag{9.4}$$

мұндағы S – қатты фаза диффузиясының жалпы беткі қабаты;

ρ – аппараттың көлем бірлігіндегі әсер беретін бөлшектер саны.

(9.4) өрнегін есепке ала отырып, аппараттың реакциялық кеңістігінде затты диффузиялайтын жалпы диффузиялық ағынға арналған теңдік мына түрде жазылады:

$$Q = \frac{dc}{d\tau} = \rho \cdot \frac{dM}{d\tau} = \beta \cdot S_1 \cdot \rho \left(C^V - C \right) \qquad (9.5)$$

Реакция өнімдерінің диффузиясын да ескеруге болады.

9.2. Глиноземді (топырақтағы алюминий тотығын) автоклавтық сілтісіздендіруге арналған жинақталған мәндерге ие математикалық модель

Сілтісіздендіру- гидрометаллургиядағы негізгі процесс. Процесс қатты фазаның шығарылатын компонентінің басқа реагенттерге қарағанда сұйық реагентте жақсырақ еру қабілетіне негізделген. Реагенттер келесідей болуы мүмкін: нейтралды (су, CuCl 2, FeCI 3, KCN тұздарының ерітінділері), қышқылды (H2SO4,HC1), сілтілік (NaOH). Процесс мысалы ретінде: алтынның цианды ерітінділерден (KCN) сілтісіздендірілуі, глиноземді бокситтерден күйдіргіш сілті ерітіндісінде сілтісіздендіруді алуға болады.

Процесс барысында қатты зат пен сұйық реагенттің өзара әрекеті салдарынан қатты бөлшектердің беткі қабатында қаныққан (ерігіш затпен) ерітінді қабаты түзіледі. Сондықтан түзілген қаныққан қабаттан арылу үшін қойыртпақты (пульпа**)** бөшкеде және автоклавта механикалық араластыру қажет (не болмаса қатты фаза қабаты арқылы сұйықтықты сорып алу қажет).

Сілтісіздендірудің физикалы-химиялық негіздері

Сілтісіздендіру процесі гетерогенді процесс болып табылады, ол екі деңгейде қарастырылады. Бірінші деңгей – еріткіш молекуланың қатты бөлшектердің беткі қабатына, ал реакцияның сұйық өнімдерінің – беткі қабаттан сұйықтық массасына диффузиясы болып табылады; екінші деңгей – химиялық реакция. Екі деңгей де уақыт бойынша параллель, бірақ әртүрлі жылдамдықпен жүреді.

Ерітінді қабатында қатты бөлшектің беткі қабатында еріткіштің концентрациясы азаяды, ал еріген заттың концентрациясы қаныққанға дейін өседі. Қабаттағы еріткіштің кемшілігі сұйық фаза көлемінен келетін құйылулармен толуы болып табылады**.** Бұл құйылу екі құраушыдан тұрады: қойыртпақта (пульпада) температура градиентімен немесе араластырылумен пайда болатын сұйықтық қозғалысы (конвекция) және қабатта концентрация градиентімен пайда болатын диффузия.

Диффузиялық ауданда сілтісіздендіру жылдамдығы Фиктің бірінші заңымен анықталады

$$\frac{dm}{d\tau} = S \cdot D \cdot \frac{(C - C_{нас})}{\delta_{пл}},$$

мұндағы $\frac{dm}{d\tau}$ – 1с ішінде әсер берген реагент саны;

S– «қатты-сұйық» шекарасының ауданы;

D–диффузия коэффициенті;

C – реагенттің көлемдегі концентрациясы;

$C_{нас}$–қатты фазаның беткі қабатындағы реагенттің тепе-теңдік концентрациясы;

$\delta_{пл}$–қабат қалыңдығы.

Диффузия коэффициентін Эйнштейн теңдігін пайдаланып есептеуге болады:

$$\frac{b^2}{2 \cdot \tau} = \frac{RT}{fN}$$

мұндағы *b* – бөлшектің (молекуланың) τ уақыт аралығындағы орташа жүрісі;

R – газ тұрақтысы;

T – абсолюттік температура;

N– Авогадро саны;

F–ортаның сфера қозғалысына кедергісі;

Стокс заңы бойынша

$$f = 3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot d$$

d- бөлшек диаметрі; μ- еріткіш тұтқырлығы.

$$D = \frac{b^2}{2\tau}$$

деп есептей отырып, келесіні аламыз:

$$D = \left(R \frac{T}{N} \right) \cdot \frac{1}{3 \cdot \pi \cdot m \cdot d}$$

Кинетикалық ауданда сілтісіздендіру жылдамдығы химиялық кинетикамен анықталады.

Глиноземді автоклавтық сілтісіздендіру процесінің моделі

Боксит (қатты фаза) және сілті ерітіндісі, сондай-ақ натрий алюминаты (сұйық фаза) құрамынан тұратын қойыртпақты (пульпаны) сілтісіздендіру үздіксіз әрекеттегі қыздырылатын автоклавтар арқылы жүреді. Бұл кезде боксит құрамындағы глинозём сілтімен келесі реакция бойынша әсерлесіп, сұйық фазаға өтеді

$$Al2O3 \cdot H2O + 2NaOH = 2Na2O \cdot Al2O3 + 4H2O.$$

қатты еріткіш ерітіндідегі өнім

Еріген сілтісіздендірілген материал бойынша автоклав балансы:

$$V = \frac{dC}{d\tau} = Q_1 \cdot C_1 - Q_2 \cdot C_2 + V \cdot f_{хим}$$

$$\frac{dV}{d\tau} = Q_1 - Q_2$$

мұндағы *V*– автоклавтағы пульпа көлемі;

Q1 ,Q2–келтірілетін және шығарылатын ағындар бойынша өнімділік;

C, C1, C2 – сәйкесінше автоклавтың жұмысшы аймағына алып келінетін және шығарылатын ағындардағы натрий алюминатының концентрациясы;

$f_{хим}$–сілтісіздендіру жылдамдығы.

Кейбір жағдайда *Q1 =Q2=Q*.

Сілтісіздендіру жылдамдығы (диффузиялық ауданда) мынаған тең деп алуға болады

$$f_{хим} = f(T, S_{уд})[C_{насAl}(T) - C(\tau)],$$

мұндағы Sуд–қатты фазаның меншікті беткі қабаты (1т қатты фазада).

Идеалды араластыру кезінде, *C2 (τ)=C(τ)* және *Q1=Q2=Q* болған кезде, сілтісіздендіру моделі сызықты болады, егер кіру $C1^{(\tau)}$ болса

$$V\frac{dC}{d\tau} = QC_1 - QC + Vk[C_{насAl} - C]$$

немесе

$$\left[\frac{V}{(Q + k \cdot V)}\right] \cdot \frac{dC}{d\tau} + C = \left[\frac{Q}{(Q + k \cdot V)}\right] \cdot C_1 + (V \cdot k \cdot C_{насAl})/(Q + k \cdot V);$$

$$k = \frac{n \cdot D \cdot m_{мв}}{\delta_{пл}} \int_0^{l\max} \frac{6 \cdot \gamma(l) dl}{\rho \cdot l}$$

Егер *C1* және *C* мәндерін тепе-теңдік режим үшін тәжірибелік түрде өлшейтін болсақ, онда *k* мәнін мына формуламен есептеуге болады

$$k = \frac{Q \cdot (C - C_1)}{V \cdot (C_{нас} - C)} \qquad (9.6)$$

(9.6) теңдігі автоклавтар батареясын 1-ші реттік апериодтық топтардың реттік тізбегі ретінде қарастыруға мүмкіндік береді:

$$T \cdot \frac{dC_2}{d\tau} + C_2 = k \cdot C_1 + C_0 = T \cdot \frac{dC_{n+1}}{d\tau} + C_{n+1} = k \cdot C_n + C_0,$$

мұндағы

$$T = V/(Q + k \cdot V); K = Q/(Q + k \cdot V); C_0 = [k \cdot V/(Q + k \cdot V)]C_{уфс}$$

Батарея бойындағы концентрацияның бөлінуі экспоненциалды заңға бағынады.

Бір автоклав үшін жылулық баланс теңдігі мына түрде жазылады:

$$V \cdot C \cdot (dT/d\tau) = C \cdot Q \cdot (T_1 - T_2) + Q^T ,$$

мұндағы *С*- пульпаның меншікті жылу сыйымдылығы;

Т1, Т2, Т – қойыртпақты (пульпаны) токпен қанықтырудағы, жүктен босатудағы және автоклав аймағындағы температуралары;

Q^T– сыртқы жылу ағыны.

Идеалды араласу кезінде $T_2 = T$, онда

$$[V \cdot C/(Q \cdot C)] \cdot dT/d\tau + T = [1/C \cdot Q] \cdot Q^T + T_1$$

Автоклавтар батареясы үшін осындай теңдіктер жүйесі орын алады және сыртқы жылу ағыны әрбір автоклав үшін әр-түрлі болуы мүмкін (кіріс әсері болып табылатындықтан). Қойыртпақ температурасы шығыс шамасы болып табылады, *Т* қойыртпақ температурасының жоғарылауымен $C_{нас}$ және *k* мәндері өседі.

NaOH еріткішінің концентрациясы шекті фактор болмаса, глиноземді сілтісіздендіру процесін модельдеуге болады.

Жалпы алғанда, химиялық реакцияларды сілтісіздендіруге концентрацияның бірнеше сатылары қатысады, яғни жылдамдық концентрацияның сатылары арқылы анықталады. Мысалы, алтынды цианидпен сілтісіздендіруде оттегі үлкен мәнге ие болып, электрондары бөлініп алынған қою ерітіндінің реакциялық түрі:

$$Au + 2CN \rightarrow Au(CN)_2 + e ,$$

сілтісіздендіру реакциясының үдеуіне әкеліп соғады.

Сілтісіздендіру реакциясының жылдамдығына сонымен қатар гранулометрлік сипаттама γ те әсер етеді.

$V_{лин} = dI / d\tau$ жекелеген қатты бөлігінің сызықты жылдамдығының азаюын анықтайық. $\frac{dm}{d\tau} = d(\pi I^3 / 6)d\tau$, $S = \pi d^2$ деп есептесек, кез келген өлшемдегі бөлікке мына түрді қабылдайды

$$\frac{d\left(\pi \cdot \frac{I^3}{6}\right)}{d} = \pi \cdot I^2 \cdot D \cdot \frac{C - C_{нас}}{\delta},$$

онда

$$V_{лин} = dI / d\tau = (3 \cdot D / \delta) \cdot (C - C_{нас}).$$

$V_{лин}$ жылдамдығы концентрацияға байланысты болады, бірақ қатты қабат арқылы еріткіштің сұйықтығын сіңіру кезінде $C = const$, $V_{лин} = const$. Онда егер жаңа еріткіш сіңсе, онда $C = 0$, $V_{лин} = 3 \cdot D \cdot C_{нас} / \rho \cdot \delta$, егер $C_{об}$ концентрациясымен керісінше болса, онда $V_{лин} = 3 \cdot D \cdot (C_{об} - C_{нас}) \cdot \rho \cdot \delta$

10. МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІ БЕРІЛГЕН ПАРАМЕТРЛЕРІ АРҚЫЛЫ СИНТЕЗДЕУ

10.1. Берілген параметрлері арқылы модельдерді синтездеудің негізгі әдістері

Берілген параметрлері арқылы объектілерді сипаттау әдістерін келесі топтарға бөлуге болады:

1. Объектінің шығыс айнымалылары теңдік дәрежесіндегі процесте физикалы және физикалы-химиялық заңдылықтардың элементарлы пайда болуымен емес, олардың тек бірнешеуімен ғана анықталуға негізделген әдістер. Сонымен қатар технологиялық объектінің сипаттаушы теңдеуі бір-бірінен тәуелсіз түрде шешіледі. Осыған байланысты математикалық модельдерді есептеудің шығыс мәндері физикалық мағынада сәйкес келумен нақтылықтан айтарлықтай ерекшеленеді. Бұл әдіс математикалық модельдің тәуелсіз координаттары ретінде негізгі заңдылықтардың координатын таңдауға мүмкіндік береді немесе жекеленген элементарлық заңдылықтардың координаттарын қосады.

Мысалы, егер шығыс көрсеткіштеріне әсер етуші негізгі заңдылықтар ретінде аппараттың екі кеңістіктегі координаты бойынша дербес туындысының дифференциалдық теңдеуімен сипатталған аппараттың реакциялық зонасындағы масса алмасу алынса, онда математикалық модельдің тәуелсіз координаты ретінде сол екі кеңістіктегі координат алынады.

Берілген параметрлері арқылы математикалық модельдердің тапсырмасын шешудің жолы – көпөлшемді фазалық кеңістік әдісі болып табылады. Бұл әдісте аппараттың кеңістіктегі координаталары мен әсер етуші дисперсиялы бөліктің ішкі координаталары модельденуші процестің тәуелсіз координаталары ретінде қабылдануға рұқсат етіледі. Процестің шығыс айнымалылары тек координат пен уақытқа тәуелді болып есептелінеді. Заттардың физикалық және химиялық ауысуы шартты бейнеленген $M(x_1,y_1,z_1,R_1,r_1)$ нүкте қозғалысымен модельденеді, есептелудің басында R_1 сыртқы

радиус және r_1 активті бет радиусы бөлшектері үшін қабылданған нүктеден x_1–ұзындығы бойынша, y_1–ені бойынша, z_1–биіктігі бойынша қашықтықтағы аппараттың элементарлы көлеміндегі технологиялық объектінің айнымалыларының мәндері қарастырылады. Осыған байланысты аппараттың көпөлшемді фазалық кеңістігін біртекті зоналар қатарына бөледі. Әр зонаның шегінде айнымалының орта мәні алынады, ол әр зонаның элементарлық көлемі бойынша интегралдау жолымен алынады.

Әдетте анықталған параметрлері арқылы математикалық модельдерді құруда жеңіл әрі ыңғайлы әдістер таңдалады.

10.2. Анықталған параметрлерімен көміртексіздендіру процесін сипаттаушы математикалық модель

Әдебиетте көміртексіздендіру процесінің моделі келесі қатардағы болжамдарды қабылдауда келтірілген:

1. Процесс Fe – C – O жүйесіндегі изотермиялық шарттарда өтеді.

2. Көміртегінің қышқылдану реакциясы балқытпаның бетіне оттегіні жеткізу жылдамдығының тез болуына байланысты болады.

Қажет жағдайларда көміртексіздендіру процесі

$C+0.5O^{2} \Leftrightarrow CO$ негізгі реакциясымен анықталады.

Қоймалжыңдағы компоненттердің анықталуын параболалық типті дербес туындының дифференциалдық теңдеулерімен сипаттауға болады:

$$\frac{\partial c_{O2}}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi}(Д_1 * \frac{\partial c_{O2}}{\partial \xi}) + f_1$$

$$\frac{\partial c_c}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi}(Д_2 * \frac{\partial c_c}{\partial \xi}) + f_2$$

,

мұндағы $C_{O2} = C_{O2}(\xi, \tau), C_C = C_C(\xi, \tau)$ – көміртегі мен оттегінің анықталу коэффициенттері;

$Д_1$ және $Д_2$ – қоймалжыңдағы компоненттердің диффузиялық коэффициенттері;

f_1 және f_2 – әсер етуші заттардың жалпы санының өзгеруін анықтайтын мүшелер.

Бастапқы анықтау келесі түрде беріледі:

$$C_{O2}(\xi, O) = C_{O2}{}^{O}(\xi); C_C(\xi, O) = C_C{}^{O}(\xi).$$

Газды фазаның көпіршігінің пайда болуы мен өсуінің қажетті және жеткілікті шарты келесі теңсіздік болып табылады:

$$P_{CO} \geq P_O + \gamma_P (l - \xi) + \frac{2\sigma}{R}$$

мұндағы, P_{co}– реакция өнімдерінің парциалды қысымы;

P_o - атмосфералық қысым;

$\gamma_P (l - \xi)$ -металл бағанының ферростатикалық қысымы;

ξ - тигель түбіндегі координаттың басына дейінгі аралық;

l - тигель түбінен металл бетіне дейінгі аралық;

σ - фазааралық беттік керіліс;

R - беттің қисықтықтарының радиусы.

Көміртекті қышқылдандыру процесі мына шартта өтеді:

$$C_{o_2} * C_c > \frac{P_{CO}}{k_p} .$$

мұндағы, k_P - көміртексіздендіру реакциясындағы теңдік тұрақтысы.

Сосын мәндерді алмастыра отырып, келесі теңсіздікті аламыз

$$k_P * C_{O2} * C_C > P_O + \gamma_P (l - \xi) + \frac{2\sigma}{R} \qquad (10.1)$$

Осы теңсіздікті орындау нәтижесінде реакция өнімдері газдалған фазаларға бөлінеді.

Процестің жылдамдығы келесі теңдеумен анықталады:

$$V = k * Sf(C^{O2}, C^{C}) ,$$

мұндағы k – реакция жылдамдығының тұрақтысы;

S – реакциялық зона бетінің ауданы:

$$S = \begin{cases} 0, если C_{CO} = 0, k_p C_{CO2} \cdot C_C < A \\ 4\pi N \left(\dfrac{3 C_{CO} \cdot \gamma_p}{4\pi \cdot N \cdot \gamma_p} + R_H^3 \right), если C_{CO} > 0, k_p C_{CO2} \cdot C_C \geq A \end{cases}$$

мұндағы, A - (10.1) теңсіздіктің оң жақ бөлігі (10.1),

γ_{CO}, γ_P - қоймалжың мен көміртек оксидтерінің тығыздықтары;

N - бастапқы радиустағы көпіршіктердің концентрациясы;

$C_{CO} = C_{CO}(\xi, \tau)$, көміртек оксидінің концентрациясын анықтау.

Көміртек пен оттегінің қатынасы жүріп жатқан беттен көтерілген көпіршіктің жылдамдығы сфералық бөлік үшін келесі теңдікпен анықталады

$$W = \frac{g}{9\nu} \frac{R^3 - R_H^3}{\nu}$$

мұндағы R - көпіршік радиусы;

g - ауырлық күшінің үдеуі;

ν - кинематикалық тұтқырлық.

Көміртек оксидінің C_{co} концентрациясы келесі түрде анықталады:

$$C_{CO} = \frac{4}{3} \pi N \frac{\gamma_{CO}}{\gamma_P} (R^3 - R_H^3)$$

Газ фазасын сипаттау үшін теңдікті ауыстырамыз

$$\frac{\partial c_O}{\partial \tau} = -W \frac{\partial c_O}{\partial \xi} + f_3 .$$

Бастапқы шарттары $C_{CO}(\xi, O) = C_{CO}{}^{O}(\xi)$. болады.

Бірдей көлем үшін бастапқы мүшелер стехнометриялық коэффициенттерді қолданумен анықталады.

Ары қарай шекаралық шарттары анықталады. Төменгі ($\xi = 0$) шекарада:

$$\frac{\partial C_{O2}}{\partial \tau}\Big|_{\xi=0} = \frac{\partial C_C}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0} = \frac{\partial C_{CO}}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0} = 0$$

Көміртексіздендіру процесі жүріп жатқан бет қабатының жоғарғы шекарасында ($\xi = 1$) шекаралық шарттар келесідей болады:

$$Д_1 * \frac{\partial C_{O2}}{\partial \tau}\Big|_{\xi=l} = \frac{U - a_2 V}{F\gamma_P}; Д_2 * \frac{\partial C_c}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0} = 0,$$

мұндағы, U - қышқылдың түсу интенсивтілігі;

a_2 - стехнометриялық коэффициент;

F - қоймалжың бетіндегі қышқыл ағынының ауданы. Сонда жекеленген туындылардың дифференциалдық теңдеулер жүйесі шығады:

$$\frac{\partial c_{O2}}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi}(Д_1 * \frac{\partial c_{O2}}{\partial \xi}) + f_1,$$

$$\frac{\partial c_c}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi}(Д_2 * \frac{\partial c_c}{\partial \xi}) + f_2,$$

$$\frac{\partial c_O}{\partial \tau} = -W \frac{\partial c_O}{\partial \xi} + f_3,$$

Бұл теңдеулер жүйесі алдында алынған қатынастармен бірге металдық ваннаны көміртексіздендіру процесінің моделі болып табылады.

11. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕОРИЯСЫНЫҢ НЕГІЗГІ ТҮСІНІКТЕРІ

11.1. Басқарушылық, бақылаушылық, идентификациялық

Аталған ұғымдарды ең алғаш Р. Калман енгізген. Егер кез-келген бастапқы жағдайдан $x_o(t_0)$ ол кез келген алдын ала белгіленген жағдайға-$x_d(t)$ соңғы уақытта $t - t_0 \geq 0$ қандай да бір басқарудың-$u(t)$ көмегімен алмасатын болса, онда ол жүйе толықтай басқарылатын болып табылады. Бөлшектеніп басқарылатын жүйе күйі де болуы мүмкін, онда соңғы уақытта еркін қажетті жағдайға жету мүмкін болмайтын бірнеше бастапқы жағдайлардан құралады. Жоғарыда келтірілген анықтама жүйенің соңғы уақытта бір жағдайдан екінші жағдайға түбегейлі өтуі мен қозғалыс траекториясын есепке алмау мүмкіндігін сипаттайды. Сондықтан көптеген бірқатар тәжірибелік қосымшаларда басқарушылықты бағалауда ықпал ету басқарушылығы мен қозғалыс траекториясының сипаты нақтыланады.

Жүйені басқару айнымалы күйлердің өзгерістерінің нәтижелері негізінде жүзеге асырылады. Жүйенің бақылаушылығы ұғымын жүйенің күйін оның бақылаушы координаталары арқылы вектор орнату құрылымымен түсіндіреді.

Егер объектінің күйлер координаталарын өлшеу бойынша А жүйесінің коэффициенттерінің матрицасын анықтау мүмкін болса, онда ол жүйе идентификацияланатын жүйе деп аталады. Егер матрица $\left[x_0(t_0) \vdots Ax_0(t_0) \vdots \cdots \vdots A^{n-1}x_0(t_0)\right]$ n дәрежені иемденетін болса, онда бастапқы жағдайдың $x_0(t_0)$ анықталған векторында жүйе теңестірілген жүйе болып табылады.

Қарастырылған объектіде өтіп жатқан процестердің жүйелік анализінің негізгі міндеті кіретін сигнал мен обьект сипаттамалары бойынша шығатын сигналды анықтау болып саналады. Идентификацияның негізгі міндеті жүйелік анализдің міндеттерін керісінше шешу – анықталған кіретін және шығатын сигналдар бойынша құрылымын, яғни обьектінің тәртібін сипаттайтын теңдеулерді анықтау болып табылады.

11.2. Идентификация есептерінің қойылымы

Идентификация міндеттерін қою әдебиеттерде көрсетілгендей бірнеше анықтамаларға ие болып табылады. Ол міндет қазіргі басқарушылық теориясына негізделеді және оны шешу үшін қазіргі заманғы компьютерлер қолданылады.

Эйкхоффқа сәйкес, идентификация міндеттерін қою төмендегі модельмен жүзеге асырылады: жүйенің кіретін және шығатын айнымалыларын бақылау ғылыми тәжірибелері нәтижелеріне сәйкес ең қолайлы математикалық модельді құрастыру қажет.

Заде идентификация міндеттеріне келесідей анықтамалар береді: ол сынақтан өткізілуші жүйе баламасы болып келетін қандай да бір жүйелер тобының жүйесінің кіретін және шығатын сигналдарын анықтау процесі.

Математикалық модельді құрастырудың екі кезеңі қарастырылады. Бірінші кезең – құрылымдық идентификация (құрылымдық синтез) немесе идентификация міндетін кең мағынада шешу. Осы кезеңде математикалық модель құрылымы анықталады, яғни математикалық модель құрамына кіретін теңдеулер (сан, осы теңдеулердің нақты түрі), объектінің және динамикалық айнымалылардың тұрақтылық дәрежесі мен сызықтығы, сонымен қатар кіретін айнымалылардың басқа кіретін айнымалыларға ықпал ету формалары және т.б. бағаланады.

Модель тобын, кіретін сигналдар тобын және критерийді таңдауда объект туралы дәлелсіз ақпарат пен идентификация мақсаты қатты әсер етеді.

Екінші кезең – параметрлік идентификация немесе идентификация міндеттерін тар мағынада шешу. Идентификация міндеттерін тар мағынада шешу параметрлерді (коэффициенттерді) және объектінің қалыпты функция ету шарттарынан алынған кіретін және шығатын айнымалыларды бақылау нәтижелері бойынша жүйенің күйін бағалаудан тұрады. Онда модель құрылымы белгілі болады, объект туралы априорлы ақпарат жоғары болады.

11.3. Идентификация мен бағалаудың міндеттерінің түрлерге бөлінуі

Математикалық модельдің параметрлерінің (коэффициенттерінің) жиынтығын анықтау міндеті параметрлік идентификация деген атауға ие болып табылады. Ал бірқатар үзіліссіз уақыт і функцияның (айнымалы сипаттама) немесе жиіліктің (жиіліктік сипаттама) міндеттерін анықтау параметрлік емес идентификация деген атауға ие болып саналады. Негізінен осы сипаттамаларға ие болғаннан кейін оны бірқатар аналитикалық формулалармен дәлелсіздендіреді, осы кезеңде оның параметрлері мен кейбір жағдайларда құрылымдарды жинақтау жүргізіледі.

Айнымалыларды бағалау міндеттерінің күйлері үш топқа бөлінеді:

а) сүзгілеу міндеті немесе өзіндік бағалау, яғни кездейсоқ бақыланбаған сигналды ағымдағы уақытта анықтау арқылы бақыланатын шығатын сигнал бағаланады, ол объектідегі өзгерістер нәтижесінде немесе бақыланатын кіретін сигнал жүйе операторын тіркеу арқылы алынады;

б) у келер уақытта бағалау, $\Delta\tau$ - ағымдағы уақытқа қатысты шегертілген – ол болжау, күту, экстраполяциялау міндеті;

в) тегістеу міндеті (интерполяция), яғни өткен уақыттағы бағалау.

Міндеттерді қою параметрлік идентификациямен және бағалаумен қатар уақытта жүргізілуі мүмкін.

Идентификация міндеттерінің негізгі түрлерін қарастырайық.

Өндірістік шарттарда бақыланатын сигналдар бақыланатын кіретін сигналдардың әсерінен өзгерумен қатар, оларға басқа да бақыланбайтын кедергілер әсер етеді.

Кедергілер өте аз немесе мүлдем болмайтын жағдайларда шығатын сигнал толығымен тек қана бақыланатын кіретін сигналмен анықталады. Осындай жүйе детерминделген жүйе деп аталады, оның ықтималды жүйеден айырмашылығы кедергілер шығатын сигналдарға әсер етеді.

Идентификация кезіндегі кедергілер детерминделген жүйеге қарағанда берілген мәндердің ең үлкен жинағын қажет

етеді. Әдетте идентификацияны құру алгоритмінің екі жолы болады. Бірінші жолы бейімделмеген (адаптивті емес) деп аталады, оны пайдаланардың алдында мәліметтердің жинағын жүргізеді, ал параметрлердің бағалануын осы мәліметтердің толықтай өңделуінен кейін алады.

Келесі жол параметрлерді жаңа өлшемдер түскен сайын, яғни процесс барысында бағалауды және осы процесс барысында параметрлерді нақтылауды қарастырады. Осындай алгоритм түрлері бейімделген (адаптивті) (рекурентті немесе қадам бойынша) деп аталады.

Рекурентті алгоритмдер бейімделген басқару жүйелеріне тән, себебі параметрлердің бір орында қалқып тұруының нәтижесінде немесе қажетті емес нақтылық мөлшерінде параметрлердің нақтылығын процесс барысында анықтау қажет болады.

Идентификация тәсілдері бейімделген алгоритммен қатар, бейімделмеген алгоритм арқылы да құрастырылуы мүмкін.

Алайда кейбір әдістер, мысалы, стохастикалық аппроксимация немесе байестік бағалау әдістері рекуренттік формаға біршама бейімделген болып табылады.

11.4. Идентификация міндеттерін шешу үшін қолданылатын ақпараттық жиынтық

Идентификация процесінде қолданылатын бастапқы мәліметтер (ақпараттық жиынтық) екі топқа бөлінеді:

1. Априорлық ақпарат, объектіде тәжірибелер жасалмас бұрын қалыптасады, негізінен өзі функция атқаратын объектіде аталған қарастырылатын объект пен орта туралы және оның құрылымы туралы әртүрлі мәліметтерді жинақтайды. Ғылыми әдебиеттерде негізінен қарастырылатын объектіні сипаттайтын келесі сипаттамаларды қарастырады.

а) динамикалық сипаты (инерциялық);

б) ықтималдық сипаты. Объект егер оның шығатын айнымалыларының түрі объектінің бақыланбайтын кіретін айнымалыларына тәуелді болса немесе объект кездейсоқ жағдайларда бақыланбайтын мәндерге байланысты немесе

ықпалына тәуелді болатын болса, онда ол объект ықтималды болып саналады;

в) сызықты емес сипаты. Объектіде суперпозиция сипаты орындалмаса, онда ол объект сызықты емес сипатта болып саналады;

г) дискреттілік сипаты. Объект егер ол дискретті элементтерден құралса немесе егер оның кіретін және шығатын айнымалылары объектінің тек қана дискретті уақыт мезгілдерінде ғана өлшенетін болса, онда ол объект дискретті сипатта болып табылады. Керісінше, егер кіретін және шығатын айнымалылар үзіліссіз өлшенетін болса, онда объект үзіліссіз деп аталады. Осылайша, өлшеу тәсілдері осы қарастырылып отырған объектінің сипатын өзгерту мүмкіндігіне ие болып табылады.

Осы аталған сипаттамалардың бірқатар бөлігі процестің физикалық және химиялық, физикалық заңдылықтарының анализі мен сараптаулары нәтижесінде алынуы мүмкін. Басқа сипаттамалар алдын ала тәжірибелік мәліметтерді толықтай өңдеу негізінде анықталады.

2. Апостериорлық ақпарат объектінің кіретін және шығатын айнымалыларын бақылауды жүзеге асырады. Ол объектінің кіретін және шығатын айнымалылары, кедергілері, объектінің функция жасай алатын қолжетімді салалары туралы көптеген ақпараттарды өзіне жинақтайды.

Сыртқы қосымшаның және толықтырушының рөлін атқаратын априорлық ақпаратқа қарағанда тәжірибелік ақпарат жалпылық түрде объектінің аталған және басқа да функция ету жақтары және де сипаттық ерекшеліктерін бейнелейтін функция атқарады.

Сондықтан тәжірибелік ақпарат объект туралы нақты мәліметтерді жинақтайтын және беретін негізгі көз болып табылса, ал априорлық ақпарат идентификация нәтижелерін нақтылауға мүмкіндік береді және егер қажет болса, оларды объектінің құрамындағы мәліметтермен салыстырады.

Идентификация мәселесін жүйелі түрде қарастыру

Идентификация мәселесіне байланысты жүйелік әдіс барысында «объект қосу орта» жүйесі жіті қарастырылады. Осы жағдайда объектіні идентификация кең мағынадағы идентификация ретінде қарастырады. Осы жағдайда идентификация міндеттері мен мәселесін шешу үшін модельдің құрылымын анықтау, объектінің сызықты емес дәрежесін бағалау, объектінің параметрлерін бағалауды анықтау, қарастырылып отырған жүйені басқару объектісі ретінде ұсынып, оның тұрақтылығы аралығын бағалау функциялары жүзеге асырылады. Сонымен қатар, оған математикалық бейнелеуге арналған талаптар жатады, ол қарастырылып отырған талаптар зерттеу міндеттерінен алынуы қажет; сонымен қоса алдын ала тәжірибелік зерттеулер мен айнымалылардың күйін таңдаудағы зерттеу нәтижелері; тәжірибеден алынған математикалық модельдің анализі мен зерттеулер; модельденуші объектінің оның баламалылығына сәйкестілігін тексеру (таңдалған критерий ретінде); модельдің нақтылау қажеттілігін анықтау; идентификация жүйесін құрудағы қажетті техникалық амалдардың сәйкестілігі жатады.

Идентификация мәселесін жүйелі түрде қарастыру объектінің ортақ міндеттерін құрастыру мен математикалық талаптарды қамтамасыз етуді қарастырады, олар өз кезегінде ақпараттық жиынтықтың мақсаттары мен оларды қолжетімді бақылау үшін қолайлы болып табылады.

12. СЫЗЫҚТЫ ЖӘНЕ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ОБЪЕКТІЛЕРДІ ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАУ

12.1. Сызықты детерминделген объектілерді идентификациялау

Обьектінің кіретін және шығатын айнымалыларының арасындағы байланыс сызықты теңдеулермен сипатталады, сонымен қатар шығатын айнымалылар тек бақыланатын кіретін айнымалылар әсерінен ғана өзгереді, ал бақыланбайтын кедергілер болмайды немесе оның әсері ол қатты болмаған жағдайда сипатталады.

Кіретін және шығатын айнымалылардың арасындағы байланыс теңдеуін әртүрлі формада жазуға болады. Ең әмбебап формасы ретінде обьектінің дифференциалды теңдеуін айтуға болады. Егер уақытты есептеу дискретті уақыт бөлшектерінде болса, онда дифференциалдық теңдеулер айырма теңдеулерге алмастырылады.

Сызықты жүйелердің беріліс функциялары, уақытша және жиіліктік сипаттамалары

Беріліс функцияларының математикалық аппараты және олармен байланысты жиіліктік сипаттамалары қазіргі уақытта сызықтандырылған жүйелердің анализі мен синтезінің ең тиімді құралы болып табылады. Сызықты жүйелердің негізгі динамикалық сипаттамаларын қарастырайық.

Жүйенің импульстік сипаттамасы – $\delta(t)$ дельта функциясы бар кіретін сигнал кезіндегі шығатын сигналы бар сызықты жүйенің уақытша сипаттамасы.

Жүйенің өтпелі функциясы– 1*(t)* бірыңғайлық функцияның түрі болатын кіретін сигнал кезіндегі шығатын сигналы бар сызықты жүйенің уақытша сипаттамасы. Басқаша сөзбен айтқанда жүйенің кіре берісінде (3-сурет)

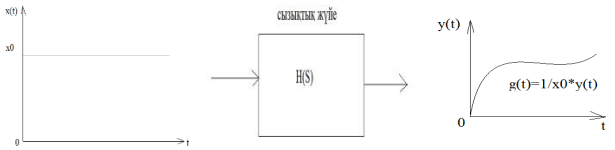
$$x(t) = x_0 \cdot I(t) \qquad 1(t)$$

сигналы функция жасайды, мұндағы x_0 – пропорциялық коэффициенті, ол кіріс шамасының өлшемімен бірдей;

$$1(t) = \begin{cases} 0,\ t<0 \text{ болғанда,} \\ 1,\ t\geq 0 \text{ болғанда.} \end{cases}$$

Шығатын сигнал *y(t)* өтпелі сипаттамаларға пропорционал:

$$g(t) = \frac{1}{x_0} y(t)$$



3-сурет. Жүйенің өтпелі функциясының анықталуы

Жүйенің өтпелі функциясының өлшемділігі кіретін және шығатын шаманың қатынасына тең болады, яғни

$$[g(t)] = \frac{[y(t)]}{[x(t)]}$$

Егер жүйенің кіретін және шығатын айнымалылары бірдей көлемде болса, мысалы электр кернеуі, онда өтпелі функциясы көлемсіз болып есептеледі.

Жүйенің импульстік және өтпелі функциясы келесі арақатынаспен байланысты

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt};\ g(t) = \int_0^t h(t)\,dt\ ,$$

Жүйенің өтпелі функциясы – жүйенің импульстік сипаттамасының Лаплас түрлендіруін беретін сызықты жүйе сипаттамасы:

$$H(s) = L\{h(t)\} = \int_0^\infty h(t)e^{-st}dt,$$

мұндағы $s = j\omega + \alpha$

Жүйенің өтпелі функциясының басқа да анықтамалары бар. Сызықты жүйенің өтпелі функциясы Лаплас мәндері бойынша (уақытқа тәуелді болып табылатын) жүйенің шығатын және кіретін айнымалыларының бастапқы нөлдік шарттарындағы қарым-қатынас болып табылады:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

Кешенді жиіліктік сипаттама (КЖС)–жүйенің импульстік сипаттамасының Фурье түрлендіруіне тең болатын сызықты жүйенің сипаттамасы болып табылады:

$$K(j\omega) = F\{h(t)\} = \int_{-\infty}^\infty h(t)e^{-j\omega t}dt$$

КЖС бірқатар ерекшеліктерге ие:

1. КЖС – жиіліктің кешенді функциясы, мұндағы $\omega \in (-\infty, \infty)$. Нәтижесінде, белгілі КЖС бойынша импульстік сипаттаманың анықталуы келесі формула бойынша есептеледі

$$h(t) = F^{-1}\{K(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty e^{j\omega t}K(j\omega)d\omega.$$

2. Импульстік сипаттама нақты болып табылады, ал белгілі формуланың көмегімен ол жиіліктің кешенді функциясына *K(jω)* айналады. Ол уақыт функциясы шексіз кішкентай вектор амплитудаларының шексіз суммасынан көрініс табады, ол кешенді бетте әртүрлі ω бұрыштық жылдамдықтарда (жиіліктерде) айналады.

Кешенді бетте орналастырылған кешенді жиіліктік сипаттама екі бағыттан тұрады, оның біреуі оң жиіліктерге, екіншісі теріс жиіліктерге сәйкес келеді. Сонымен қатар, теріс

жиіліктерге сәйкес келетін КЖС бағыты нақты оське қатысты оң жиіліктер бағытының айнадағы бейнесімен пара-пар болып табылады. Сондықтан КЖС графикалық көріністерде көбінесе теріс жиіліктер бағыты көрсетілмейді.

Кешенді жиіліктік сипаттама келесі формуламен беріледі:

$$K(j\omega) = \mathrm{Re}\ K(j\omega) + j\ \mathrm{Im}\ K(j\omega) = \left|K(j\omega)\right| e^{-\arg K(j\omega)},$$

мұндағы *ReK(jω)*- КЖС-ның нақты бөлігі;

ImK(jω) - КЖС-ның жалған бөлігі;

|K(jω)| - КЖС модулі болып табылатын жүйенің амплитудалық жиіліктік сипаттамасы (АЖС);

$$\left|K(j\omega)\right| = \sqrt{\left[\mathrm{Re}\ K(j\omega)\right]^2 + \left[\mathrm{Im}\ K(j\omega)\right]^2};\ \arg K(j\omega) = \varphi(\omega)$$

- КЖС аргументі болып табылатын жүйенің фазалық жиіліктік сипаттамасы (ФЖС).

$$\arg K(j\omega) = arctg \frac{\mathrm{Im}\, K(j\omega)}{\mathrm{Re}\, K(j\omega)}.$$

ReK(jω), *ImK(jω), |K(jω)|* өлшемдері жүйенің кіретін және шығатын айнымалыларының өлшемдерінің қатынасына тең болады. ФЖС өлшем бірлігі радиан (немесе градус) болып саналады.

Негізінен КЖС жүйелерін *H(s)* беріліс функциясының өрнегі бойынша *jω* мәнін *s* мәнімен алмастырып қою арқылы анықтауға болады. Қарапайым жүйелердің беріліс функцияларын және кешенді жиіліктік сипаттамаларын олардың уақыттық ерекшеліктері бойынша аналитикалық анықтау үшін Лаплас түрлендірулер кестесі қолданылады. Импульсті сипаттама бойынша жүйенің КЖС-н есептеу үшін дикретті Фурье түрлендірілуі (ДФТ) қолданылады:

$$K(jk\Delta\omega = \sum_{m=0}^{N-1} h(m\Delta t) W^{mk}.$$

Өтпелі функциялар көмегімен идентификациялау

Дифференциалдық теңдеу мен беріліс функциясы сызықты жүйенің кіретін және шығатын күйінде айнымалылар арасындағы байланыс теңдеуінің жалпы формалары болып табылады. Тәжірибе жасаушы кіретін және шығатын айнымалылардың мәндерін бақылап отырады, сосын одан байланыстардың теңдеуі алынады. Тәжірибе барысында кіретін сигналдардың әртүрлі формалары қолданылуы мүмкін. Олардың бірқатарын таңдай отырып, берілген идентификация критерийлерінің зерттеу нақтылығын арттыруға болады.

Өтпелі функция көмегімен идентификация әдістерінің негізгі кемшіліктері келтірілген кіретін ықпалдар түрі аса жоғарғы жиілікте өте аз энергия тасымалдайды. Сонымен қатар шынайы өнеркәсіптік объектілер әдетте төменгі жиіліктегі сүзгі болып табылады, яғни жоғарғы жиілікті жағдайларда амплитуданы айтарлықтай төмендетеді.

Сондықтан объектілердің сипаттамаларының нақтылығын жоғарғы жиілікте анықтау өтпелі функцияның көмегімен төмен дәрежеде жүзеге асырылады.

Өтпелі функциялар көмегімен идентификация тағы да кездейсоқ кедергілерде, объект реакциясын төмендететін жағдайларда және сызықты модельді объектінің аппроксимациясы төмен кездерде қажетті дәрежеде жүзеге аспайды.

Жоғарыда көрсетіліп өткен кемшіліктерді идентификация объектісіне жиіліктік әдістерді қолдану арқылы жоюға болады.

Жиіліктік әдістер арқылы объектілерді идентификациялау

Жиіліктік сипаттамалар объектінің динамикалық құрылымдарын сипаттайды. Объектінің берілген аналитикалық немесе графикалық жиіліктік сипаттамалары тұрақтылық контурын стандартты реттегіш арқылы есептеуге мүмкіндік береді.

Айта кететін жайт, жиіліктік сипаттамалар зерттелетін тәжірибелер құрылғылар мен уақыты жағынан өтпелі сипаттамалармен салыстырғанда көлемдірек болып табылады.

12.2. Күйлер кеңістігіндегі детерминденген жүйенің математикалық сипаттамасы

Жүйенің немесе процестің математикалық моделінің күйі көптеген мүмкін болатын *X* күйлердің жиыны *x* элементі түрінде көрініс табуы мүмкін.

Өлшеулі кеңістік дегеніміз берілген әрбір екі $x \in X$, $y \in X$ элементтердің арасындағы арақашықтық шынайы функциямен $\rho(x, y) = 0$ анықталады, ол үш аксиомамен қанағаттандырылады:

$\rho(x,y) = 0$, $x = y$ болған жағдайда ғана;

$\rho(x, y) = \rho(y, x)$ (симметрия аксиомасы);

$\rho(x, z) \leq \rho(x,y) + \rho(x, z)$ (үшбұрыш аксиомасы).

Күйлер кеңістігі – әрбір элементі қарастырылып отырған жүйенің күйін (процесс) ағымдағы уақытта немесе белгілі бір уақыт бөлігінде, яғни шұғыл жағдайда толықтай анықтайтын өлшеулі кеңістік. Уақыт бойынша өтіп жатқан процесс күйлер кеңістігіндегі элементтің қозғалысы ретінде бейнеленеді. Өлшеулі кеңістік ұғымы топологиялық кеңістіктің жалпы ұғымының жеке бөлшегі болып табылады. Күйлер кеңістігі тиімділеуде тұрақтандыру, т.б.зерттеулерде қолданылады. Осы күйлердің барлығында осы кеңістікте қажетті өлшемдер (арақашықтықты анықтау) енгізіледі.

Күйлер кеңістігі автономдық жүйелер мен процестерді сипаттауда қолданылуымен қатар, басқа да жүйелермен, процестермен өзара байланысты жүйелер мен процестерде пайдаланылады. Осы жағдайда қосымша жиындарды енгізу қажет, мысал үшін $u \in U$ элементтері бар басқару жиынтықтары, $u \in U$ элементтері бар ықпал етуші жиынтықтар қолданылады. Аталған жиынтықтар әртүрлі өлшемдері бар өлшеулі кеңістікті білдіруі мүмкін.

Күйлер кеңістігінің элементтеріне реттелген сандардың жиынтығы (соңғы өлшемді векторлар) жатады. Сонымен қатар

күйлер кеңістігінің элементтері қатарына тағы да сандардың шексіз жиынтығы (есептік жиын), шексіз өлшемді векторлар кіреді.

Ол әдетте дискретті математикалық модельдерді үзіліссіз физикалық жүйе кеңістігінде сипаттауда кездеседі (бөлініп таратылған параметрлер жүйесі).

Күйлер кеңістігінде жүйенің (процестің) қозғалысын қарастырған уақытта күйлер векторы үзіліссіз немесе дискретті уақыттың функциясы болып табылады.

Әдетте кездесетін күйлерде қайталану аралығы тұрақты $(t_k - t_{k-1} = \tau = \text{const})$ және күйлер векторының барлық бөлшектері үшін бірдей болып табылады. Осы жағдайда $t_0 = 0$ болғанда көлем t_k $\kappa\tau$-ға тең болады. Алайда компьютерлер әртүрлі қайталау аралықтарында жұмыс жасайтындықтан әртүрлі топтар үшін айнымалылар мәні де әртүрлі болады (жылдам өзгеретін, баяу өзгеретін). Осы жағдайда күйлер кеңістігі құрылымы дискретті уақытпен күрделенеді (кеңістік субкеңістіктерге бөлінеді). Уақыттың дискреттілігіне қарамастан деңгей дискреттілігі орын алуы мүмкін. Ол көбінесе бірнеше дәрежелер саны бар автоматтандырудың аз бақыланушы жүйелеріне тән. Ол өз кезегінде күйлер кеңістіктерінің және ондағы процестердің көптеген нұсқалар санының болуын көрсетеді. Басқару жүйелерін зерттеулерде күйлер кеңістігі келесі түрлерге бөлінеді.

R^n үзіліссіз соңғы өлшемді жүйенің Евклидтік күйлер кеңістігі. Жүйенің немесе процестің үзіліссіздігін мүмкін болатын күйлердің жиынтығының үзіліссіздігі ұғымымен түсіндіреміз. R^n күйлер кеңістігінің элементтеріне векторлар жатады, ал p арақашықтық векторлар айырмасының евклидтік нормасы деп аталады. $\boldsymbol{x'} = (x'_1, x'_2, ..., x'_n)$, $x'' = (x^n_1, x^n_2, ..., x^n_n)$ векторлары үшін арақашықтық $p(x',x'') = [(x' - x^n)^m(x' - x^n)]^{1/2}$ формуласымен есептелінеді.

Абстрактілі евклидтік кеңістік аса қарапайым болып табылады, онда $n=3$ болғанда ол шынайы үшөлшемді кеңістікке (евклидтік жақындық) тең болады.

Дискретті уақыты бар соңғы өлшемді жүйенің Евклидтік күйлер кеңістігі бұрынғысына ұқсас болады. Алайда бейнелеуші

нүктелер бөлініп орнатылады, сондықтан *x[k]* - $x(t_k)$ күйлер векторы уақыттың тек дискретті бөлшектерінде ғана анықталады, үзіліссіз соңғы өлшемді жүйе үшін басқа өлшемдері бар күйлер кеңістігі енгізілуі мүмкін.

Деңгейі мен уақыты бойынша соңғы өлшемді жүйелердің күйлер кеңістіктері берілген өлшемдері бар дискретті жиынтықты элементтерден (нүктелерден, векторлардан) құралады. Көптеген жағдайларда үзіліссіз және дискретті ішкі жүйелердің бірігуі орын алуы мүмкін. Осындай жүйелерде процестерді сипаттау күйлер кеңістігінде жүргізіледі, олар үзіліссіз және дискретті ішкі кеңістіктерден құралады. Шешімді табуды оңтайландыру үшін көбінесе ішкі кеңістіктерді бірдей категориямен алады (үзіліссіздерді үзіліссіз уақыты бармен, үзіліссіздері дискретті уақыты бармен, дискреттілерді үзіліссіз уақыты бармен, дискреттілерді дискретті уақыты барлармен).

Шексіз өлшемді жүйенің R^{∞} күйлер кеңістігі бөлініп қарастырылатын жүйелердің дискретті модельдерін зерттеуде қолданылады.

Детерминделген жүйенің *n* қарапайым дифференциалдық теңдеу түріндегі математикалық сипатталуы Коши формасымен векторлық формада жазылады

$$x = f(x,u,t) \qquad (12.1)$$

мұндағы $x \in R^n$; $u \in R^r$.

f векторлық функциясы *x, u* векторлық аргументтерінен және *t* скаляр аргументінен тұрады, берілген $x(t_Q)$, *u(t)* немесе *u(x, t)* кейбір функциялардың күйлер кеңістігіндегі теңдеулерін шешудің жолдары беріледі. Көптеген тәжірибелік маңызды жағдайларда күйлер векторының барлық бөлшектері емес, ал олардың бірқатар бөлігі ғана, мысалы шығатын айнымалылары маңызды болып табылады. Шығатын айнымалылардың векторы $x(t_0)$ мен $u(t)$ функциялық тәуелділігімен байланысты

$y = g(x, u, t)$

Бастапқы шарттарда $x(t_Q)$ және берілген басқаруда *u(x,t)* теңдеудің шешімі $\varphi_1(t)$, $\varphi 2(t)$,..., $\varphi_n(t)$ функцияларының

жиынтығы болып табылады, олар теңдеу шарттарын қанағаттандыруы тиіс. Векторлық формада шешімнің түрі

$$\varphi(t) = [\varphi 1(t), \varphi 2(t), \dots, \varphi \mathbf{n}(t)]$$

Шешімді қарапайымдау үшін шешім $t \in R$ болып табылады, ал теңдеудің оң жағындағы функциялары тиімді болады.

$x_1=\varphi_1(t), x_2(t)=\varphi_2(t),\dots,x_n(t)=\varphi_n(t)$, $t \in R$ теңдеуі R^n сызығындағы параметрлік теңдеулерді білдіреді. Ол сызық теңдеулер жүйесінің шешім траекториясы болып табылады. Траекториялардың көпшілігі R^n жүйесінде күйлер кеңістігінің жүйесін немесе жүйенің жалпы кеңістіктік сипатын білдіреді. Егер $G \in R''$аумағының әрбір нүктелерінде *n*-өлшемді вектор $f(x)$, $x \in G \subset R^n$ берілген болса, онда *G* аумағында *векторлық аумақ* қалыптасты деп есептейміз. Әрбір нүктеде векторлық аумақ $f(x)$ фазалық жүйенің қатысты бағытына беріледі. $f(x)$ векторы нөлге тең, векторлық аумақтың нүктелері векторлық аумақтың ерекше нүктелері деп аталады.

Дифференциялық теңдеуді геометриялық әдіспен шешу динамикалық жүйелердің сапалық теориясының негізгі әдістерінің бірі болып табылады. Егер күйлер векторының элементтері *q* координатасы мен *p* импульсі жалпыланатын болса, онда күй беті *фазалық бет* деп аталады.

$n = 2$ болған кезде жүйеде геометриялық бет тікбұрышты декарттық координаталарда динамикалық жүйенің әрбір күйіне координаталары *x, y*-ке тең беттегі нүкте сәйкес болады, керісінше беттің әр нүктесіне зерттелініп отырған жүйенің бір ғана күйі сәйкес келеді. Жүйенің күйінің өзгеруі бейнеленетін нүктенің қозғалысынан көрініс табады. Фазалық беттің әрбір нүктесі арқылы тек бір ғана фазалық траектория өтеді. Траекториялардың жиынтығы жүйенің фазалық портреті болады, ол барлық мүмкін болатын жүйелер мен оның ішіндегі қозғалыстардың жиынтығынан құралады. Ерекше нүктелердің саны, түрі мен сипаты траекторияларда бастапқы шарттарда жүйенің динамикалық сипатында қозғалыстардың жиынтығын айқындап көрсетеді.

Ерекше нүктелер мен циклдар стационарлық шешімдерді білдіреді. Бастапқы шарттар ерекше нүктелермен сәйкес келеді немесе шеткі циклда орналасқандығын көрсетсе, онда теориялық жағынан жүйе ұзақ уақыт қалады. Тәжірибе жағынан ол тұрақтылық күйінде ғана жүзеге асуы мүмкін, бастапқы шарттарда осы кезде жүйе стационарлық тәртіпке қайта қайтарылады.

12.3 Сызықты стохастикалық объектілерді идентификациялау

Көп жағдайларда шығатын айнымалылар бақыланатын кіретін айнымалылар арқылы ғана емес, сонымен қатар бақыланбайтын және басқарылмайтын әсерлер (шумен) арқылы да анықталынады.

Объектінің нағыз сипаттамасын алу үшін, шығатын сигналдан шу арқылы анықталатын құрастыруларды алып тастап, кіріс әсерге деген реакцияны қалдырып, шығатын сигналды сүзгілеу қажет. Басқа жағынан алып қарағанда, дұрыс эксплуатациялаған кезде шулар берілген мәндерден шығатын айнымалылардың ауытқуын тудырады.

Кездейсоқ стационарлық эргодикалық сигналдардың кіріс және шығыс сипаттамалары арасындағы байланыс теңдігін алу үшін олардың корреляциялық функциялары немесе спектральды тығыздықтары қолданылады. Сигналдардың өзара корреляциялық функциясы x(t), y(t) келесідегідей жазылады:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)\, y(t+\tau)\, dt .$$

Корреляциялық функцияны есептеу өрнегінде бір айнымалы қолданылады, яғни интегралдық өрнекте туынды болады

$$x(t)x(t+\tau)d\tau$$

Негізінде объектінің әр түрлі бөліктеріне әсер ететін, барлық бақыланбайтын кедергілер объектінің шығысына әкелінеді және аддитивті шу түрінде ұсынылады.

Сызықты стохастикалық объектілердің математикалық сипаттамасы үшін Винер-Хопф теңдеуін қолданады.

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} \omega(t) R_{xx}(t-\tau) dt ,$$

мұндағы $\omega(t)$ – объектінің импульсті өтпелі функциясы,

$R_{xx}(t)$- $x(t)$ сигналдың корреляциялық функциясы

12.4. Сызықты емес объектілерді идентификациялау

Нақты объектілерді сипаттау мақсатындағы тәжірибеде сызықты модельдер класымен шектелмеу керек, себебі бұл модельдер өндірістік объектілерге адекватты болмайды және болжау, басқару және т.б. тапсырмаларды шешу үшін қолданылмай қалуы мүмкін.

Тәжірибеде өз қолданысын тапқан, сызықты емес объектілерді идентификациялау әдістері бар. Мұндағы әдістерге статистикалық сызықтандыру, Вольтер қатарлары, дисперсиялық әдістер жатады.

12.4.1. Статистикалық сызықтандыру әдісі арқылы идентификациялау

Статистикалық сызықтандыру әдісінің маңызы орталықтандырылған кездейсоқ кіріс айнымалысына қатысты сызықты объектіге сызықты емес объектінің шығыс және кіріс айнымалыларының арасындағы байланысты ауыстыру болып табылады.

$$y^* = \varphi_0 + k_1 \overset{0}{x}$$

мұндағы φ_0 - сызықты емес объектінің статистикалық сипаттамасы,

$$\varphi_0 = m_y = k_0 m_x$$

k_0- математикалық күту бойынша сызықты емес объектінің статистикалық күшейту коэффициенті; k_1-кездейсоқ құрам

бойынша күшейту коэффициенті; *x*-орталықтандырылған кіріс сигналы.

Статистикалық сызықтандырудың екі әдісіне сәйкес, φ_0, k_0, k_1 келесідегідей анықталынады:

$$\varphi_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\psi(x)\,dx \qquad (12.2)$$

$$k_0 = \frac{1}{m_x}\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\psi(x)dx \qquad (12.3)$$

$$k_1^{(1)} = \pm\frac{1}{\sigma_x}\left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(x)\psi(x)dx - \varphi_0^2\right]^{1/2} \qquad (12.4)$$

$$k_1^{(2)} = \frac{1}{\sigma_x^2}\int_{-\infty}^{\infty}(x - m_x)\varphi(x)\psi(x)dx\,, \qquad (12.5)$$

мұндағы $\psi(x)$- х кіріс айнымалысының бірөлшемді ықтималдық тығыздығы;

σ_x - х айнымалысы арқылы орташа квадраттық ауытқу. Формулада "+" белгісі $\varphi(x)$ функциясы $x\text{-}m_x$ нүкте жанында өскен жағдайда алынады, басқа жағдайда "минус"болады.

Осылайша, сызықты емес объектіні идентификациялау кезінде статистикалық сызықтандыру әдісін қолдану кіріс және шығыс айнымалыларын тарату бойынша m_x, m_y математикалық күту және D_x, D_y дисперсиялар сипаттамаларын бағалауды анықтауға алып келеді.

$\varphi(x)$ функциясын бағалау ретінде, *У*-тің *Х-ке* қатынасы болатын шартты математикалық күту қабылдаданады:

$$\varphi(x) = m_{y/x}\,.$$

Статистикалық сызықтандыру нәтижелерінің бағасы идентификациялау кезінде сипаттамаларды тікелей есептеу

жолымен және оларды сызықтандыру арқылы анықтау жолымен алынған негізгі арақатынастардың орындалуын тексеру жолымен жүзеге асырылуы мүмкін.

12.4.2. Вольтер қатарларын қолдану арқылы идентификациялау

Вольтер қатары кіретін және шығатын айнымалылар арасындағы байланысты сипаттайды және сызықты емес объекті моделі ретінде жиі қолданылады.

Стационарлық объект үшін Вольтер қатары келесідегідей болады:

$$y(t) = v_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} v_1(t_1,\dots,t_i)\, x(t-t_1)\dots x(t-t_i)\, dt_1 \dots dt_i \qquad (12.6)$$

Тәжірибеде негізінде бірінші екі ретті мүшелері бар қатардың бөлігі қолданылады. Онда бақылаудың соңғы аралығында Вольтер қатары келесі формула түрінде жазылады:

$$y(t) = v_0 + \int_0^T v_1(\tau) x(t-\tau) d\tau + \int_0^T \int_0^T v_2(\tau_1,\tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \qquad (12.7)$$

Бұл теңдеуден Вольтер қатарын жіктеу кезінде бірінші қатар объектінің сызықты моделін беретінін көруге болады. Сызықты емес модельді алу үшін өлшемі қабылданған қатар мүшелерінің санымен анықталатын интегралды теңдеулер жүйесін шешу керек. Мысалы, егер (12.7) өрнегімен шектелсек, онда қатенің орташа квадратының минимум критерийі бойынша

$$\min m \left\{ \left[y(t) - v_0 - \int_0^T v_1(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau - \int_0^T v_2(\tau_1,\tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right]^2 \right\} \qquad (12.8)$$

$v_0, v_1(\tau), v_2(\tau_1,\tau_2)$: салмақ функциясын анықтауға арналған келесідегідей теңдеулер жүйесін алуға болады

$$\int_0^T v_1(t) R_{xx}(\tau - t)d\tau = R_{yx}(\tau), t \in [0, T]; \qquad (12.9)$$

$$v_0 R_{xx}(\tau_1 - \tau_2) + \int_0^T \int_0^T v_2(t_1, t_2) R_x(\tau_1, \tau_2, t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \qquad (12.10)$$
$$= R_{yxx}(\tau_1, \tau_2), \tau_1 \tau_2 \in [0, T];$$

$$v_0 + \int_0^T \int_0^T v_2(t_1, t_2) R_{xx}(t_1, t_2) = m_y(t); . \qquad (12.11)$$

мұндағы

$$R_{yx}(\tau) = m[y(t)x(t - \tau)];$$
$$R_{yxx}(\tau_1, \tau_2) = m[y(t)x(t - \tau_1)x(t - \tau_2)];$$
$$R_x(\tau_1, \tau_2, t_1, t_2) = m[x(t - t_1)x(t - t_2)x(t - \tau_1)x(t - \tau_2)]$$

Алдымен (12.9) теңдеуі бойынша сызықты жүйенің салмақ функциясы анықталады, одан кейін бірлесіп (12.10) және (12.11) теңдеулері шешіледі, осылайша $v_0, v_2(\tau_1, \tau_2)$. есептеледі.

Тапсырмаларды компьютерде шешу кезінде бақылау интервалы *[0,T]* n бөліктерге бөлінеді және салмақ функциясын анықтау үшін $v_1(\tau)$ сызықты *n* алгебралық теңдеулер жүйесін шешу қажет.

12.4.3. Идентификацияның дисперсиялық әдістері

Сызықты емес динамикалық объектілерді идентификациялау есептерін шешу мақсатында корреляциялық функциялардың орнына екінші ретті шартты сол мезеттегі функцияларға негізделетін кездейсоқ функциялардың басқа да сипаттамалары енгізіледі. Кездейсоқ функциялардың мұндағы сандық сипаттамалары дисперсиялық функциялар деп аталынады және тек қана сызықты тәуелділіктер байланыстарын сипаттайтын корреляциялық функцияларға қарағанда аргументтерінің белгіленген мәндері кезіндегі кездейсоқ

функциялар мәні мен сызықты емес тәуелділік арасындағы байланысты сипаттайды.

Корреляциялық теорияның ары қарай дамуы дисперсиялық тәсіл болып табылады және сондықтан да корреляциялық тәсілдің бірнеше әдістері міндетті түрде сызықты емес модельдер синтезінде қолданылуы мүмкін.

Келесі екі аргументтің функциясы $D_{xx}(t,)$ дисперсиялық (автодисперсиялық) функция деп аталынады:

$$D_{xx}(t,\theta) = m\left\{\left[m_{x_t/x_\theta} - m_{x_t}\right]^2\right\}, \qquad (12.12)$$

мұндағы m-математикалық күту символы;

m_{x_t/x_θ} - кез келген $\tau\ (\tau \neq \theta)$ аргументі мәні бар x_t кездейсоқ функциясы мәнінің кез келген $\theta\ (\tau \neq \theta)$ аргументі мәні бар x_θ мәніне қатысты шартты математикалық күтуі. Дисперсиялық функцияларды ықтималдық тығыздық арқылы жазуға болады:

$$D_{xx}(t,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} x_t \varphi\left(x_t / x_\theta\right)dx_t - \int_{-\infty}^{\infty} x_t \varphi\left(x_t\right)dx_t\right]^2 dx_\theta \qquad (12.13)$$

Мұндағы $\varphi\ (J_\tau) - J\ (\tau)$ кездейсоқ функциясының бірөлшемді ықтималдық тығыздығы; $\varphi\left(x_t / x_\theta\right)$ - t аргумент мәні бар x_t кездейсоқ функциясы мәнінің θ аргумент мәні бар x_θ мәніне қатысты шартты ықтималдық тығыздығы.

Дисперсиялық $D_{xx}(t,\theta)$ (автодисперсиялық) функция автокорреляциялық $R_{xx}(t,\theta)$ функцияға ұқсас және x кездейсоқ шамасының t және θ уақытының кез-келген мезетіндегі байланыстарының тығыздығын сипаттайды, алайда дисперсиялық функция корреляциялық функцияға қарағанда әр-түрлі уақыт мезетіндегі x мәндер арасындағы сызықты емес тәуелділіктің байланыс сипаттамасы болып табылады. Корреляциялық және дисперсиялық функциялардың абсолютті мәндері $x(t)$ кездейсоқ процестің сызықты құрылымы кезінде ғана сәйкес келеді.

Өзара дисперсиялық функция келесі формула бойынша есептелінеді:

$$D_{yx}(t,\theta) = m\left\{\left[m(y_t / x_\theta) - m_{y_t}\right]^2\right\}, \qquad (12.14)$$

немесе сәйкес ықтималдық тығыздық арқылы:

$$D_{yx}(t,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} y_t \ (y_t / x_\theta)dy_t - \int_{-\infty}^{\infty} y_t \ (y_t)dy_t\right]^2 \ (x_\theta)dx_\theta, \qquad (12.15)$$

мұндағы $m(y_t / x_\theta)$ – кез-келген t мәні бар y_t кездейсоқ функциясының кез-келген θ мәні бар x_θ кездейсоқ функциясынақатысты шартты математикалық күтуі;

$\varphi(y_t)$ және $\varphi(x_\theta)$ $y(t)$ және $x(\theta)$ кездейсоқ функцияларының бірөлшемді ықтималдық тығыздығы;

$\varphi(yt/x(\theta)$ – $x(\theta)$ – ға қатысты $y(t)$-ның шартты ықтималдық тығыздығы;

$\Delta_{\psi\xi}(\tau,\theta)$ өзара дисперсиялық функция екі $y(t)$ және $x(t)$ кездейсоқ функциялар арасындағы байланысты сипаттайды және ол байланыс сызықты емес болуы керек.

Кейбір жағдайларда нормаланған дисперсиялық функциялар қолданылады:

$$D^{H}_{yx}(t,\theta) = \sqrt{\frac{D_{yx}(t,\theta)}{D_{y_t}}}, \qquad (12.16)$$

мұндағы Dy_t-$y(t)$ кездейсоқ функцияның дисперсиясы.

Нормаланған автодисперсиялық функция келесі формуламен есептелінеді:

$$D^{H}_{xx}(t,\theta) = \sqrt{\frac{D_{xx}(t,\theta)}{D_{x_t}}}, \qquad (12.17)$$

мұндағы Dx_t- $x(t)$ кездейсоқ функцияның дисперсиясы.

Егер $y(t)$ *және* $x(\theta)$ кездейсоқ функциялары тәуелсіз болса, онда өзара дисперсиялық функция нөлге тең болады.

Егер *y(t)* және *x (θ)* кездейсоқ функциялары $y_t = t(x_\theta)$ дәл функционалдық тәуелділікпен байланысты болса, онда өзара дисперсиялық функция кездейсоқ функция дисперсиясына тең болады, ал оның нормаланған мәні бірге тең болады.

Нормаланған өзара дисперсиялық функция келесі $0 \le D^{H}_{yx}(t,\ \theta) \le 1$ мәндерді қабылдай алады.

Егер екі *y(t)* және *x(θ)* кездейсоқ функциялары үшін *t* және θ аргументтерінің кез келген мәндерінде

$$D_{yx}(t,\theta) = 0,\ D_{xy}(\theta,t) = 0 \qquad \text{немесе}$$
$$D^{H}_{yx}(t,\theta) = 0,\ D^{H}_{xy}(\theta,t) = 0,$$

теңдеулері алынған болса, онда кездейсоқ функциялар дисперсиялық емес деп аталынады.

x(t) кездейсоқ функциясына қатысты *y(t)* және *z(t)* кездейсоқ функциялардың жалпыланған өзара дисперсиялық функциясы деп үш аргументтің функциясы аталынады

$$D_{yzx}(t,\theta,\tau) = m\left\{\left[m\left(y_t / x_\tau\right) - m_{y_t}\right]\left[m\left(z_\theta / x_\tau\right) - m_{z_\theta}\right]\right\}, \qquad (12.18)$$

мұндағы $m\left(y_t / x_\tau\right)$ – кез-келген *t* мәні бар y_t кездейсоқ функциясының кез-келген τ мәні бар x_τ кездейсоқ функциясына қатысты шартты математикалық күтуі;

$m\left(t_\circ / x_\tau\right)$ *t* аргумент мәні бар *z(t)* кездейсоқ функциясының $t=\tau$ мәні кезіндегі *x(t)*-ға қатысты шартты математикалық күтуі.

Жалпыланған өзара дисперсиялық функция екі сызықты емес регрессия функциялары арасындағы сызықты байланысты сипаттай алады.

x(t)-ға қатысты *y(t), z(t)* кездейсоқ функциялардың өзара жалпыланған нормаланған дисперсиялық функциялары төмендегі формуламен анықталынады:

$$D\overset{H}{}_{yzx}(t,\theta,\tau) = \sqrt{\frac{D_{yzx}(t,\theta,\tau)}{D y_t D z_\theta}} \qquad (12.19)$$

$$0 \le D\overset{H}{}_{yzx}(t,\theta,\tau) \le 1$$

x(t) кездейсоқ функциясы егер оның *x(t)* таратылу функциясы тұрақты болып, ал регрессия функциясы *t* және θ аргументтерінің айырымына байланысты болса, онда ол дисперсиялық мағынада стационарлық деп аталынады. Дисперсиялық мағынада стационарлық кездейсоқ функцияның математикалық күтуі мен дисперсиясы тұрақты болады, ал шартты математикалық күту дисперсиясы тек қана бір $\tau = t - q$ аргументінің функциясы болып табылады.

Дисперсиялық мағынадағы стационарлық функция кең мағынада да стационарлық болып табылады, бірақ керісінше қабылдау қате болып саналады.

Дисперсиялық функция түсініктерін қолданатын объектінің сызықты емес деңгейін бағалау бойынша әдістердің бірін қарастырайық. Шығыс және кіріс айнымалыларының таратылуы бойынша идентификациялау есептерін шешу кезінде тиімді оператор $m(y_t/x_\theta)$ шартты математикалық күту теңдеуін ұсынады, ол жалпы жағдайда x_θ сызықты емес функция болып табылады.

T және θ кез келген мән болса да *y(t)* және *x(t)* кездейсоқ функциялардың белгіленген аргументтері болып саналады. Сызықты жағдайда шартты математикалық күту теңдеуі:

$$m\left(y_t / x_\theta\right) = a(t,\theta) + b(t,\theta)x_\theta \qquad , \qquad (12.20)$$

Сызықсыздық дәрежесін сипаттайтын шама ретінде негізінде $m(y_t/x_\theta)$ шартты математикалық күту функциясының (12.20) мәнінен минималды орташа квадраттық ауытқуы алынады:

$$\eta_{yx}(t,\theta)=\left[\min_{a,b}\left\{\frac{m\left\{\left[m\left(y_t/x_\theta\right)-a(t,\theta)-b(t,\theta)x_\theta\right]^2\right\}}{D_{y_t}}\right\}\right]^{-1/2}, \qquad (12.21)$$

Математикалық күту символы болатын шама минимумына келесі жағдайда қол жеткізуге болады:

$$a(t,\theta)=m_{y_t}-R_{yx}(t,\theta)\frac{\sqrt{D_{y_t}}}{\sqrt{D_{x_\theta}}}m_{x_\theta};$$
$$b(t,\theta)=R_{yx}(t,\theta)\frac{\sqrt{D_{y_t}}}{\sqrt{D_{x_\theta}}}, \qquad (12.22)$$

Онда өзара дисперсиялық функция мен нормаланған корреляциялық функция анықтамалары бойынша алатынымыз:

$$\eta^2_{yx}(t,\theta)D_{y_t}=D_{yx}(t,\theta)-R^2_{yx}(t,\theta)D_{y_t} \qquad (12.23)$$

Бұл теңдеуден x_θ-ға қатысты y_t сызықсыздықтың квадрат дәрежесі өзара нормаланған дисперсиялық және корреляциялық функциялардың квадратына тең екендігін анықтай аламыз, яғни

$$\eta^2_{yx}(t,\theta)=D^{2\text{H}}_{yx}(t,\theta)-R^2_{yx}(t,\theta), \qquad (12.24)$$

x_θ-ға қатысты y_t сызықсыздықтың салыстырмалы дәрежесі келесі формуламен анықталады:

$$E^2_{yx}(t,\theta)=\frac{D^{2\text{H}}_{yx}(t,\theta)-R^2_{yx}(t,\theta)}{D^{2\text{H}}_{yx}(t,\theta)}, \qquad (12.25)$$

Сызықты жағдайда $y(t)$ дисперсиясы мен $m\{Dy_t/x_o\}$ шартты дисперсияның математикалық күтуі арасында келесі тәуелділік болады:

$$m\left\{D_{y_t/x_\theta}\right\} = D_{y_t}\left[1 - R^2_{yx}(t,\theta)\right] \quad , \tag{12.26}$$

Мұндағы тәуелділік тек қалыпты өзара дисперсиялық функция арқылы сызықты емес объектілер үшінде бар болады:

$$m'\left\{D_{y_t/x_\theta}\right\} = D_{y_t}\left[1 - D^{2\text{H}}_{yx}(t,\theta)\right] \quad , \tag{12.27}$$

$$D_{y_t/x_\theta} = m\left\{y_t - m_{y_t/x^2_\theta}\right\}$$

t_0 мен $t_0 + T$ уақыт аралығындағы сызықсыздықтың орташа дәрежесі:

$$N_{yx}(t_0, t_0+T) = \frac{1}{T^2}\int_{t_0}^{t_0+T}\int_{t_0}^{t_0+T}\eta_{yx}(t,\theta)\,d\theta\,dt \quad , \tag{12.28}$$

Жоғарыда көрсетілген кездейсоқ функциялардың дисперсиялық функциялары түсініктеріне негізделген, сызықты емес модель синтезін қарастырайық. Бірөлшемді объект пен $x(t)$ және $y(t)$ кездейсоқ функциялардың реттелген сипаттамалары арасындағы байланысты қарастырайық. Мұндағы сипаттамалар ретінде $x(t)$-ға қатысты $y(t)$ шартты математикалық күтуді және $x(\theta)$-ға қатысты $x(t)$ шартты математикалық күтуді алуға болады.

Мұндағы жағдайда сызықты емес объект моделінің теңдеуі төмендегідей болады:

$$m\left(y_t / x_{t-\tau}\right) = \int_{-\infty}^{t} v(t,\theta)\,m\left(x_\theta / x_{t-\tau}\right)d\theta \,, \tag{12.29}$$

мұндағы $m(y_t / x_{t-\tau})$ $-t-\tau$ аргумент мәні бар *x* кіріс айнымалы мәніне қатысты *t* берілген аргумент мәні бар *y* шығыс айнымалының шартты математикалық күтуі, мұндағы $\tau[\theta,T]$ бақылау аралығында бір кез-келген мәнді қабылдай алады;

$m(x_\theta / x_{t-\tau})$- $t-\tau$– аргумент мәні бар *x*-қа қатысты θ аргумент мәні бар *x* кіріс айнымалы мәнінің шартты математикалық күтуі.

Нақты стохастикалық объектілер үшін (12.29) түріндегі модельдер ең дұрыс болып саналады.

Егер (12.29) теңдеуінің екі бөлігінде орталықтандыру үшін кіріс айнымалының орталықтандырылған шартты математикалық күтуіне көбейтсек және жалпыланған дисперсиялық функциялар анықтамаларын қолдансақ, онда келесі теңдеуді аламыз:

$$Dyx\ (t,\sigma) = \int_{-\infty}^{t} v(t,\theta) D_{xx}(\theta,\sigma,t)\, d\theta \quad , \qquad (12.30)$$

мұндағы *t* интегралдаудың жоғарғы шегі бақылау сәтін ұсынады. (12.30) теңдеуінен қатенің орташа квадрат минимумы критерийі бойынша салмақ функциясын анықтауға болады. Сызықсыз стационарлы емес модельдерді тарату аса қиын болғандықтан, жеткілікті түрде жеңілдік беретін стационарлы модельдерді құрастыру керек. Онда (12.30) теңдеуіндегі салмақ функциясы тек қана аргументтердің айырмасына тәуелді болады:

$$D_{yx}(\theta) = \int_0^{\infty} v(s) D_{xx}(\theta, s)\, ds \quad , \qquad (12.31)$$

мұндағы $D_{yx}(\theta) = D_{yx}(t, t-\theta)$ - *y(t)* және *x(t)* кездейсоқ функциялардың дисперсиялық мағынадағы стационарлық және стационарлы түрде байланысқан өзара жалпыланған дисперсиялық функциясы.

Егер (12.31) теңдеуін Винер-Хопф теңдеуімен салыстырсақ, онда олардың формалдық сәйкестігі көрінеді, тек (12.31) теңдеуінде корреляциялық теңдеу орнына жалпыланған дисперсиялық функциялар қолданылады, яғни сызықты емес объектілерді идентификациялау кезінде корреляциялық әдістерге ұқсас сызықты объектілерді идентификациялау үшін қажетті алгоритмдер қолданылады.

Дисперсиялық модельді құрастыру реті келесідей болады: *x(t)* таратылуы бойынша $m(x_t / x_{t-\tau})$ шартты математикалық күтудің бағасы анықталады және жалпыланған авто және өзара дисперсиялық функциялардың бағасы анықталады.

Ары қарай дисперсиялық функциялардың реттелген сипаттамасы бойынша салмақ функциясын анықтайтын (12.30) теңдеуі шешіледі.

13. ИДЕНТИФИКАЦИЯНЫҢ АДАПТИВТІ АЛГОРИТМІ

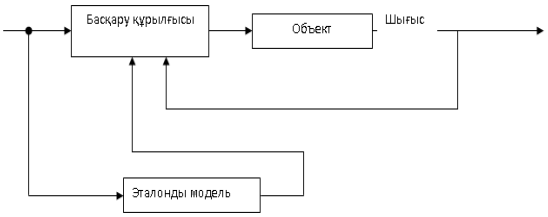
13.1. Адаптивті жүйелердегі объектілердің идентификация әдістері

Күрделі жүйелер болып табылатын технологиялық объектілер көп жағдайларда жүйе құрылымы, күйлер айнымалылары туралы мәліметтер аз болған немесе мүлдем болмаған кездерде оларға әсер ететін ауытқулар мен кедергілер туралы толық ақпарат болмаса да жұмыс істей береді. Сонымен қатар, бұндай объектілер стационарлық емес болады, яғни олардың параметрлері уақытқа сай өзгеріп отырады, сондықтан бұл параметрлердің бағаларын үнемі тексеріп тұру қажет. Егер олай жасамаса, модель объектіге сәйкес болмайды және оған қарап объектіні басқару мүмкін болмайды. Бұндай жағдайда параметрлі идентификация есептерін шығару үшін адаптивті алгоритмдер немесе адаптивті модельдер қолданылады. Адаптивті алгоритмдер өте қарапайым, кедергіден қорғайтын қасиеті бар және қосымша факторларды да есепке алуға мүмкіндік береді. Олардың бір ғана кемшілігі уақыттың нақты режимінде стационарлық объектілердің моделін құру кезінде тиімді болмайды, бірақ технологиялық объектілер үшін бұл кемшілік басты себеп емес.

Адаптация қағидасы алғаш рет автоматты басқару теориясында қолданылды, сосын бірден жаңа бағыт – адаптивті жүйелер теориясы пайда болды.

Күрделі жүйелердегі адаптация дегеніміз – жұмыстың өзгермелі шарттары және бастапқы белгісіздіктер кезіндегі жүйенің құрылымы мен парамертрлерінің өзгеру процесі, ал кейбір жағдайларда тиімді, анықталған жүйенің күйіне жету мақсатындағы ағымдағы ақпарат негізінде басқарылатын әсерлердің өзгеру процесі, яғни адаптация деп сапаның таңдалып алынған көрсеткішін тиімділеу үшін априорлық ақпараттың жеткіліксіздігі салдарынан болған белгісіздікті жою үшін қолда бар ақпаратты пайдалануды айтуға болады.

Адаптивті жүйелердің көбісі эталонды моделі бар адаптивті жүйе болып табылады. Эталонды моделі бар адаптивті жүйенің жалпылама схемасы 4-суретте көрсетілген.



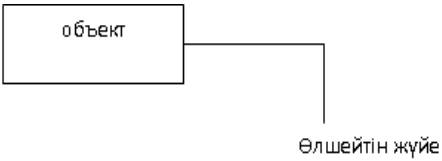
4-сурет. Эталонды моделі бар адаптивті жүйенің жалпылама схемасы

Эталонды модельде объект уақытқа сай болады, ал басқару құрылғысы объект эталонды модельге барынша сай келу үшін объектінің құрылымын немесе параметрін өзгертеді. Бұл адаптивті жүйені құру принципіне сәйкес келеді.

Идентификация жүйесінде адаптация мен тиімділеу әдістері объект жұмысының өзгергіш режимінде және априорлық белгісіздік шарттарында жүйенің тиімділігін қамтамасыз ете отырып, бірін бірі толықтырады.

Іс-әрекеттерінің принциптеріне қарай адаптивті жүйелер екі негізгі топқа бөлінеді. Бірінші топ-ауытқудың адаптивті өтемі бар жүйе. Олар процестің өзгеретін параметрлері мен реттегіштің тиімді сипаттамасы арасындағы белгілі функционалды тәуелділікке негізделеді. Бұл тәуелділік адаптивті құрылғы көмегімен іске асырылады. Бұндай жүйелер процесс сипаттамасы жайлы априорлық ақпарат көмегімен жиі қолданыла бастады, соның арқасында адаптация жоғары жылдамдықта болуда. Бұндай жүйелердің басты артықшылығы оның қарапайымдылығы мен жобалаудың көрнекілігінде болып табылады.

Екінші топқа басқару объектісінің идентификациялық жүйесі кіреді. Бұндай жүйенің жалпы функционалдық схемасы 5- суретте көрсетілген.



5-сурет. Адаптивті жүйенің жалпы функционалдық схемасы

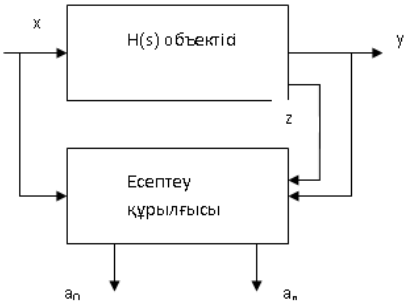
Онда адаптивті басқарудың негізгі кезеңдері көрсетілген. Бірінші кезең-бақыланатын айнымалылардың өзгерісі негізіндегі объектінің ағымдағы күйін анықтау. Екінші кезең – реттегіштің параметрлерін анықтау. Бұл кезеңнің шешімі басқару сапасын сипаттайтын функционалдың тиімділігіне негізделеді.

Негізінде басқару объектісі күрделі бейсызықты дифференциалдық теңдеулермен сипатталады, соған сәйкес адаптация алгоритмі де күрделі болады. Сондықтан адаптивті жүйені жобалаған кезде келесі ұсыныстар қарастырылады:

- адаптивті жүйенің негізгі контурының объектісі мен реттегіші сызықты теңдеулермен сипатталады;
- адаптивті жүйедегі процесс квазистационарлық болады.

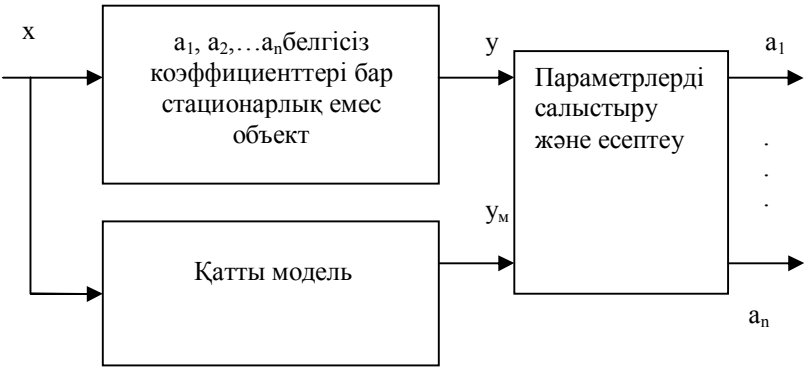
Адаптивті жүйелердегі объектілер идентификациясының келесі әдістері кең қолданылуға ие болды:

1. Объектінің параметрлерін тікелей өлшеу.
2. Объектінің параметрлерін жанама өлшеу. Сигналсіз айнымалылар өлшенген физикалық шамаларды түрлендіру жолымен анықталады.
3. Объектінің кіріс және шығыс сигналдары бойынша дифференциалдық теңдеулер коэффициенттерін (беріліс функциясының параметрлері) анықтау. Егер идентификацияланатын теңдеу сызықты және стационарлы болса, онда оның сигналсіз коэффициенттері кіріс және шығыс сигналдары туралы ақпараттарды өңдеу негізінде анықталуы мүмкін (6- сурет).

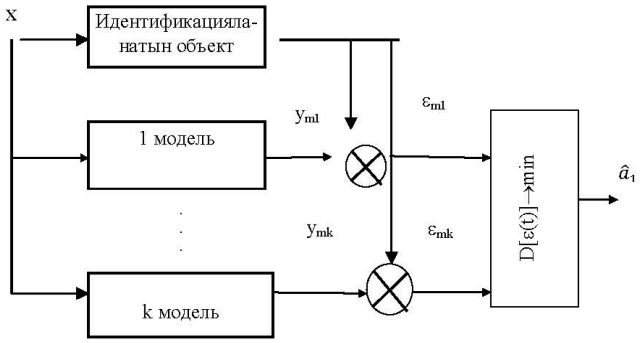


6-сурет. Есептеу құрылғысы көмегімен объект параметрлерін анықтау

4. Эталонды модельдер көмегімен объект параметрін анықтау. Параметрлік идентификацияның бұл әдісінің маңыздылығы модельдің және объектінің шығыс сигналын өңдеу негізінде объект параметрлерін анықтау болып табылады. 7- суретте қатты (орнатылмаған) модель көмегімен болатын идентификация схемасы көрсетілген. Есепті шешу үшін бірнеше параллельді қосылған эталонды модельдерден және идентификацияланатын процесс моделінің максималды адекваттық шарттары бойынша вариант таңдау құрылғысынан тұратын схема қолданылуы мүмкін (8- сурет).



7-сурет. Қатты модель көмегімен объектіні идентификациялау



8-сурет. Бірнеше эталонды модельдер көмегімен объектіні идентификациялау

Стационарлы емес объект бар болғанда өзі орнатылатын модельдер қолданылады (9- сурет). Модельді орнату процесі оның a_i, i=1,…,n адаптивті параметрлерін түзетуге байланысты болады, мысалы D[ε(t)] қате дисперсиясының минимумы бойынша түзету.

5. Бақылаушыны қолдану. Мысалы, стационарлы объект бар болсын:

$$x = Ax + Bu(t); \qquad (13.1)$$

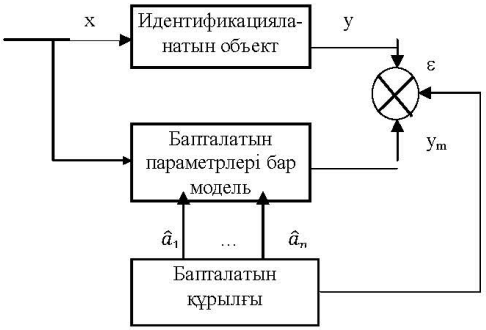
$$y = Cx, \qquad (13.2)$$

мұндағы *x–n–* өлшемді күй векторы;

y–l-өлшемді бақылаушы векторы;

A және *B* – сәйкесінше *nxn; mxm* өлшемді коэффициенттері бар матрица.

(13.2) өрнегі y = *y(t), y* $\in R^p$, *p* < *n* болатын датчик көмегімен өлшеу немесе шығыс теңдеуін береді.



9-сурет. Өзі орнатылатын модельдер көмегімен идентификациялау

С матрицасы негізінде датчик сипаттамаларының тұрақтылығына байланысты стационарлы деп анықталады.

(13.1) және (13.2) өрнектеріне қатысты күйді идентификациялаушы немесе бақылаушы деп келесі теңдеуді сипаттайтын жүйені айтамыз

$$\hat{x} = Ax + G(y - C\hat{x}) + Bu(t) \ , \qquad (13.3)$$

мұндағы $\hat{x} = \hat{x}(t)$– объект күйін бағалайтын n өлшемді вектор-функция;

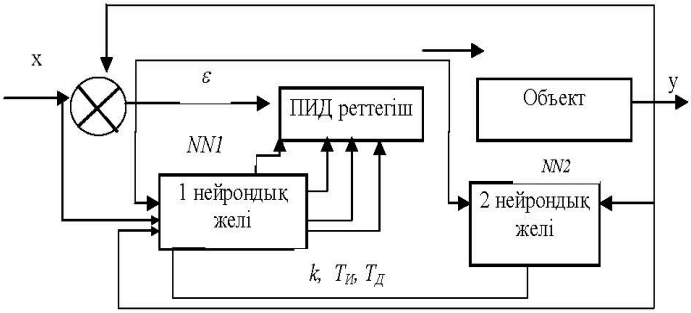
G - (n x p) - бақылаушы динамикасы анықтап, таңдайтын матрица.

Бақылаушы қатесі $\varepsilon = x - \hat{x}$ формуласымен анықталады.

Бақылау есебінің детерминалды қойылымы кезінде G матрицасында да, бақылаушы динамикасында да таңдау еркіндігі бар. Нақты емес динамика таңдауын тиімділеу әдістерін қолдана отырып шешуге болады. Нәтижесінде аз ғана шығынмен бақылаушыны орнатуға болады.

Стационарлы және детерминалды объектілер үшін (13.1) бақылаушы (13.3) жеңіл іске асырылуы мүмкін, өйткені оның синтезі G матрицасын таңдаумен байланысты. Стационарлы емес жағдайда да, А және В матрицалары функционалды түрде анықталмаған жағдайда да адаптивті алгоритмдер қолданылады.

Адаптивті идентификаторлар объект параметрі туралы ақпарат толық болмаған стационарлық емес жүйелерде де қолданылады.



10-сурет. Нейронды желі арқылы ПИД-реттегіші бар адаптивті жүйе

Заманауи микроконтроллерлер мүмкіндіктері жасанды интеллект әдістерін қолдану арқылы адаптивті жүйелерді іске асыруға, мысалы жасанды нейронды желілер негізінде мүмкіндік береді. 10-суретте жөнделмелі ПИД-реттегіші бар адаптивті басқару жүйесі көрсетілген. Жүйеде екі нейронды желілер қолданылған: ПИД-реттегіштің күйге келтіруін іске асыратын *NN1* желісі және объектінің идентификациясын (сәйкестендіруін) жүзеге асыратын *NN2* желісі.

13.2. Математикалық модельдерді құрудың итерациялық (адаптивті) алгоритмдері

Адаптация алгоритмдерін құрастыру және зерттеу адаптивті жүйелер теориясының негізгі құраушы бөлігі болып табылады. Итерациялық немесе адаптивті алгоритмдерді тұрақты және тұрақсыз деп бөледі. Тұрақты алгоритм деп өзі арқылы алынатын объект параметрлері объектінің кіріс және шығыс айнымалыларының функциясы болып табылатын, бірақ нақты уақытқа тәуелді болмайтын алгоритмді айтады. Ал уақытқа тәуелді болатын алгоритм тұрақсыз деп аталады.

Сонымен қатар, адаптация алгоритмдері жадының тереңдігіне байланысты бірқадамды және көпқадамды болып бөлінеді. Бірқадамды процестерде параметрлерді бағалау дәлділігін анықтау үшін тек бір ғана тәжірибе нәтижелері қолданылады. Көпқадамды алгоритмдер параметрлерді бағалау дәлділігін анықтау үшін бірнеше тәжірибе нәтижелерін қолданады. Осы немесе басқа алгоритмді қолдану идентификация критерийлеріне, объект сипаттамаларына, компьютерде жүзеге асыру әдістеріне тәуелді болады.

Тиімді бірқадамды алгоритм

Адаптивті алгоритмдерді қарастыруды тиімді бірқадамды алгоритмнен бастаймыз. Бұл алгоритм есептеу қатынастарында қарапайым болып келеді және объектінің айнымалы параметрлерін жақсы бақылайды, өзінің осындай сипаттамаларының арқасында тәжірибеде кең қолданыс табуда.

Айталық объект уақыттың дискретті мезеттерінде келесі қатынаспен сипатталады:

$$y[n] = \sum_{i-1}^{k} b_i[n]x_i[n], \qquad (13.4)$$

мұндағы $y[n]$ - n-ші қадамдағы объект шығысы;

$x_i[n]$ - n-ші қадамдағы i-ші кіріс мәні;

$b_i[n]$ – объектінің белгісіз параметрлері; k-кіріс саны.

Объект моделін келесідей сипаттайық:

$$\hat{y}[n]=\sum_{i=1}^{k} a_i[n-1]x_i[n], \qquad (13.5)$$

мұндағы $\hat{y}[n]$ – модель бойынша алынған объект шығысын бағалау шамасы;

$a_i[n-1]$ - $[n-1]$ – ші қадамға арналған объектінің i – ші параметрін бағалау.

Объект параметрлерін бағалауды анықтау келесі итерациялық формула бойынша жүргізіледі, осыған орай бағалаудың бастапқы шамалары еркінше алынады:

$$a_i[n] = a_i[n-1] + \frac{y[n] - \sum_{i=1}^{k} a_i[n-1]x_i[n]}{\gamma + \sum_{i=1}^{k} x_i^2[n]} x_i[n], \qquad (13.6)$$

(i=1,2,….k)

Бұл формулаға кіретін кіріс және шығыс айнымалыларын өлшеп алуға болады. Модель параметрлерінің айналуы нәтижесінде алынатын шама болжау қателігіне пропорционал:

$$\Delta y[n] = y[n] - \hat{y}[n]$$

Осы кезде әрбір параметр $a_i[n-1]$ оның кірісіндегі $x_i[n]$ айнымалысының өзгерісіне пропорционалды түрде ауысады. Сонда итерациялық алгоритмді келесі түрде жазуға болады:

$$a_i[n] = a_i[n-1] + \frac{\Delta y[n]}{\gamma + \sum_{i=1}^{k} x_i^2[n]} x_i[n] \qquad (13.7)$$

$$(i=1,2,\ldots.k)$$

немесе одан қарапайым түрде:

$$a_i[n]=a_i[n-1]+\square[n]x_i[n],\ (i-1,2,\ldots..k) \qquad (13.8)$$

мұндағы $\alpha[n]$ – әр қадамда бір рет анықталатын барлық кіріске ортақ шама.

Векторлы түрде келтірілген формула мына түрде болады:

$$\overline{a}[n] = \overline{a}[n-1] + \alpha[n]x[n], \qquad (13.9)$$

мұндағы $\alpha[n]$ – скаляр айнымалы.

Қарастырылған алгоритм кездейсоқ кіріс векторлары кезінде ортаквадраттық мағынадағы сәйкестікті қамтамасыз етеді.

Сонымен қатар, әрбір келесі қадамдағы барлық коэффициенттерді анықтаудың қателіктер квадратының суммасы (қосындысы) кіріс айнымалыларының кез-келген өзгерісінде артпайтынын білдіретін монотонды сәйкестік

түсінігі де кездеседі қарастырылады: Бұл щартты қарастыру барысында адаптивті алгоритм

$$a_i[n] = a_i[n-1] + \gamma_i \frac{y[n] - \sum_{i=1}^{k} a_i[n-1]x_i[n]}{\sum_{i=1}^{k} x_i^2[n]} x_i[n], \ (i=1,2,...,k) \quad (13.10)$$

мұндағы $a_i[n]$–n-ші қадамдағы объект параметрлерінің бағалары;

γ_i – тұрақтының салмақ коэффициенттері, ол векторлы түрде келесідей жазылған:

$$\bar{a}[n] = \bar{a}[n-1] + \bar{\Gamma} \frac{y[n] - \bar{a}^T[n-1]\,\bar{x}[n]}{\bar{x}_T[n]\,\bar{x}[n]} \bar{x}[n], \quad (13.11)$$

мұндағы $''T''$ – транспонирлеу белгісі.

Γ матрицасы келесі түрге ие:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 & ... & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & ... & \gamma_k \end{vmatrix},$$ яғни бұл диагоналды матрица.

Идентификациялаудың адаптивті алгоритмінің(13.10) және (13.11) монотонды сәйкестігін қамтамасыз ету үшін Γ матрицасы диагоналды және бірдей элементтерге ие болуы тиіс. Егер кіріс векторларының компоненттері тәуелсіз болса, яғни кіріс шамалары қаншалықты байланысты болса, сәйкестілік жылдамдығы соншалықты аз болады, онда қарастырылып отырған алгоритмнің сәйкестілігінің жылдамдығы жоғары болады. (13.6) формулаға кедергілер әсерін азайту үшін g параметрі енгізіледі. Кедергілер деңгейі артқан кезде оны да арттырып отыру керек, бірақ әдетте кедергілер деңгейі алдын ала белгісіз болатындықтан, тиімді γ_o анықтау қажеттілігі туындайды. Сонымен қатар тиімді

γ_0 көмегімен объектінің кіріс және шығыс айнымалыларын өлшеу қателіктерінің әсерін азайтуға болады.

Қарастырылған идентификациялаудың бірқадамды алгоритмі объектінің белгісіз параметрлерін олардың *a* бағаларына түрлендіретін, кездейсоқ параметрлері бар сандық фильтр болып табылады.

Жоғарыда айтылғандай, кездейсоқ кіріс кезіндегі келтірілген идентификациялау алгоритмінің сәйкестілігі, егер кіріс әсерлерінің векторлары өзара статистикалық тәуелсіз және біркелкі реттелген тәуелсіз компоненттерге ие болса ғана, аса жоғары жылдамдықта болады. Онда идентификациялаудың бірқадамды тиімді алгоритмі кірісіне объектінің анықталған параметрлері берілетін, ал шығысында олардың бағалары алынатын, мұндағы *k* – объектінің өлшемділігі, *Dt* – кванттілеу периоды болып табылатын $Dt \cdot k$ уақыт тұрақтысына ие инерциялы үзбеге аналогты. Қарастырылған бірқадамды тиімді алгоритмнен басқа идентификациялаудың бірқадамды алгоритмдерінің қарапайым түрлері де кездеседі.

Алгоритмдерді қысқарту (13.6) алгоритміндегі кейбір мүшелерді алып тастау негізінде алынады.

Аса қарапайым алгоритм моделіне келесі мысал бола алады:

$$\bar{a}[n] = \bar{a}[n-1] + \alpha(y[n] - \hat{y}[n])\bar{x}[n], \qquad (13.12)$$

мұндағы $\alpha[n]$ – параметрлер векторларын бағалау шамасы;

$x[n]$ – кіріс шамасы;

$y[n]$ – объектінің шығысы;

α - тұрақты шама.

Оның үстіне:

$$y[n] = \bar{x}^T[n]\bar{b}[n]; \qquad \{\hat{y}[n] = x^T[n]\bar{a}[n-1] \qquad (13.13)$$

Қарапайым алгоритмдердің параметрлерді анықтаудың қателіктер квадратының суммасы үшін де монотонды сәйкес бола алмайтын, сонымен қатар мұндағы алгоритмдердің сәйкестілігі кіріс мәндері абсолютті шама бойынша артатын болса бұзылатынын атап өткен жөн.

Технологиялық объектіні келесі теңдеумен сипаттауға болады:

$$y[n] = \bar{b}^T n]\bar{x}[n] + E^0[n], \qquad (13.14)$$

мұндағы *y[n]* – объектінің скаляр шығысы;

$\bar{b}[n]$ –кейбір шектеулі, бірақ априоры белгісіз аймаққа тиесілі белгісіз параметрлер векторы.

$\bar{x}$ *[n]* – бақылаушы кіріс векторына, сол секілді объектінің келесі қадамдағы шығысына да тәуелді объектінің жалпыланған кірісі;

E^0 *[n]* – шығысында шектеулі дисперсиясы бар орталықтандырылған бақылаушы кедергі;

n – дискретті уақыт.

$\bar{b}$ [n] параметрлер векторы *n* уақыт өтуімен өзгеруі мүмкін.

Технологиялық объектілерді идентификациялау тапсырмаларын шешуде келесі формула бойынша сипатталатын, итеративті градиентті процестер жиі қолданылады:

$$\bar{a}[n] = \bar{a}[n-1] - \gamma[n] * \overline{V_{\bar{a}}} Q(\bar{x}[n], \{\bar{a}[n-1]), \qquad (13.15)$$

мұндағы $a[n]$ - *n*-ші қадамдағы *b* векторының бағасы;

$\gamma[n]>0$ -скаляр көбейтуші;

$\overline{V_{\bar{a}}} Q(\bar{x}[n], \bar{a}[n-1])$ -параметрлерді бағалалау бойынша *Q* функциясының градиенті.

(13.15) процедурасын Роббинс-Монропроцедурасы деп те атайды.

$\overline{V_{\bar{a}}} Q(\bar{x}[n], \bar{a}[n-1])$ шамалары белгісіз болған жағдайда, бірақ *Q(x,a)* функциясының өзін *x[n]* нүктелерінде бақылау мүмкін болғанда алгоритм орнына Кифер-Вольфовиц процедурасы деп аталатын (13.15) процедура қолданылады.

Роббинс-Монро және Кифер-Вольфовиц процедуралары стохастикалық аппроксимациялау әдістерінің негізгі процедуралары болып табылады. *Q* сапасының түрлі функцияларын таңдай отырып және олардың градиенттерін

есептей келе (13.15) алгоритмінің түрлі жағдайларын алуға болады. Псевдоградиент түсінігі негізінде адаптивті алгоритмдерді негіздеуге бірге қадам жасау ұсынылып отыр.

Псевдоградиентті алгоритмдер жалпы жағдайларда келесі түрде жазылады:

$$\bar{a}[n] = \bar{a}[n-1] - \gamma[n] * S[n] \qquad (13.16)$$

S(n) шамасын $\bar{a}$ *[n-1]* нүктесіндегі $F(\bar{a})$ функциясының псевдоградиенті деп атайды, егер келесі шарт орындалса:

$$\nabla F^T(\bar{a}[n]) * M\{S[n]\} \geq 0 \qquad (13.17)$$

яғни *S[n]* векторы шамамен градиент бұрышына бағытталуы қажет.

Әдетте (13.14) түріндегі объект идентификациясының критерийі ретінде $F(\bar{a}) = M_{x,y}\left\{(y - \bar{a}^T x)^2\right\}$ функционалын қолданады.

Сонда объект идентификациясының градиентті алгоритмі келесі түрде жазылуы мүмкін:

$$\bar{a}[n] = \bar{a}[n-1] + \gamma[n] * (y[n] - \bar{a}^T[n-1] * x[n]) * x[n] \qquad (13.18)$$

адаптивті алгоритмдер құрылысы $\gamma(n)$ шамасына тәуелді, яғни $\gamma(n)$ параметрін таңдау идентификациялау алгоритмі кез-келген мағынада тиімді болып келетіндей болуы қажет.

Идинтификациялау процесін жылдамдату үшін параметрлерді бағалауды нақтылауда бірнеше тәжірибе нәтижелерін қолданатын көпқадамды адаптивті алгоритмдер қолданылады. Осының нәтижесінде қосымша ақпараттардың сейкестендіру жылдамдығын арттыруға мүмкіндік беріледі. Бірақ, көпқадамды алгоритмдер күрделірек және есте сақтау жадыда үлкен орын алады.

Көпқадамды адаптивті алгоритмдер идентификациялау теориясында кең қолданыс таба алмады. Бұл дегеніміз жоғарыда аталған кемшіліктерден басқа көп қадамды алгоритмдер

кедергілер әсеріне аса сезімтал болып келеді және идентификациялау жүйесінің тұрақсыздығын камтамасыз етуді талап етеді. Көпшілік жағдайда мұндағы алгоритмдер ізделініп отырған параметрлердің орнын анықтау үшін параметрлік бағалаудың бастапқы қадамында қолданылады.

Параметрлер бағалауын іздеуді тоқтату ережелері

Адаптивті алгоритмдерді тәжірибе үстінде қолдануда $\overline{a}*$ параметрлерді бағалау векторының тиімді мәні n қадамының қай санында жеткілікті дәрежеде табылды деп санауға болады деген сұрақ туады. Реттелген қайталама (итеративті) әдістер үшін келесі екі $\overline{a}\,[n]$ және $\overline{a}\,[n]$ шамаларын салыстырумен байланысты арнайы тоқтату ережелері бар. Мұндағы тоқтату ережелерін егер сәйкестіктің мүмкіншілік пен бірлігі қамтамасыз етілсе, n шамасының үлкен мәндерінде және мүмкіншілікті қайталама (итеративті) әдістерге қолдануға болатын еді. Бұл ережелер қадамдардың үлкен санын қамтамасыз ететінін атап өткен жөн.

Зерттеулер тоқтату ережелері n_0-дің қай мәнін жоғарыласа, сол мәнде $\{\overline{a}\,[n]\}$ тізбегі тұрақты сипатқа ие болатынын көрсетті.

n_0 мәнін сенімді түрде анықтау үшін $\overline{a}\,[n]$ тізбегін белгілі бір тәсілмен "түзету" керек. Мұндағы мүмкіншіліктердің бірі жылжымалы ортаны қолданудан тұрады

$$m_N[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=n}^{n+N} C[k] \qquad (n = 0,1,2,.....) \tag{13.19}$$

n_0-дің белгілі бір санынан бастасақ, бәрі үшін $k \geq k_0$

$$| m_N[n] - m_{N+1}[n] | < e \tag{13.20}$$

Онда параметрлерді реттеуді тоқтатуға болады.

13.3. Ағымдағы регрессиялық талдау әдісі

Қарастырылып отырған әдіс тұрақты объектілердің математикалық сипаттамаларын құрудың итеративті алгоритмдеріне жатады және келесіден тұрады.

i=1,2,...,N уақыт мезеттерінде объект кірісі мен шығысын бақылаудың кейбір *N* саны бойынша математикалық модельдің параметрлерін бағалау *(N+n)* уақыт моментінде жүзеге асырылады делік, мұндағы*N=1,2,...m, m < N. N, N-1* және т.б уақыт мезеттерінде алынған ақпараттың коэффициенттерді бағалаудың дәлдігіне әсері бірдей болмайтындығын атап өткен жөн. Бұл әсерді есепке алу үшін $\nu(N,j,\gamma)$ салмақ функциясы енгізіледі, мұндағы *N*-таңдаудағы бақылаулар саны; *j*-ағымдағы бақылаудың нөмірі; γ-алгоритмді құру барысында алынатын салмақ функциясының параметрлері.

Алгоритмді есептеу құрылымы ең аз квадраттар критерийінің көмегімен анықталады, сонымен қатар түрлі тәжірибелер кезінде қателіктер квадраттарын өлшеу $\nu(N,j,\gamma)$ салмақ функциясының көмегімен анықталады:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{N} [y_j - a^T (N+n)\bar{x}_j]^2 \nu(N, j, \gamma) \qquad (13.21)$$

Ф минимум шартынан $\alpha(N+n)$ бойынша $\alpha(N+n)$-ды есептеу ағымдағы регрессиялық талдау әдісіне алып келеді.

(13.21) есептеу алгоритмі $\nu(N,j,\gamma)$ салмақ функциясын таңдаудан тәуелді болғандықтан $\alpha(N+n)$-нің түрлі бағаларын беретін болады. *(N+n)* уақыт моментінде объект шығысының қателігін болжаудың орта квадраты минимал болуы үшін ең жақсы тәсілмен $\nu(N,j,\gamma)$ салмақ функциясын таңдап алу қажет.

Айталық, *(N-j)* өсуімен салмақ функциясы азаятын болсын, яғни бақылаулар параметрлерді бағалаудың моментінен алыста қалған сайын олардың салмағы да азая түседі. Бұл болжамдар қарастырылып отырған әдісті қолдануға болатын процестер түріне нақты шектеулер қояды. Мұндағы процестер түріне бірсарынды азаятын корреляциялық функциялары бар, мысалы экспонент бойынша процестер жатады.

«Жылжу аралығы» әдісінде салмақ функциясы келесі түрде таңдалады

$$\nu(\mathrm{N}, j, \gamma) = \begin{cases} 1, & \text{егер } \mathrm{N} - \mathrm{j} \geq \gamma, \\ 0, & \text{егер } \mathrm{N} = \mathrm{j} < \gamma. \end{cases}$$

Есептеу жағынан қарайтын болсақ салмақ функциясын мына түрде $\nu(N,j,\gamma)=\nu^{n-j}$ таңдап алған ыңғайлы болады, мұндағы $0<\gamma<1$. Бұл әдісте ең ұтымды салмақ функциясын таңдау болжау қателіктері квадраттары суммасының минимумын қамтамасыз ететін γ параметрінің тиімді мәнін анықтауға алып келеді. Жоғарыда аталғандай ағымдағы регрессиялық талдау әдісі математикалық модельдерді құрудың рекуррентті алгоритмі болып табылады, сондықтан қарастырылып отырған әдіс үшін мынадай алгоритмді жазып алайық:

$$\Phi = \left[\overline{Y}i - \overline{X}_i a(i+n)\right]^T \overline{V}_i [\overline{Y}_i - \overline{X}_i\, a(i+n)], \qquad (13.22)$$

мұндағы

$$\overline{Y}_i = \begin{vmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \ldots\ldots \\ y(i) \end{vmatrix}; \quad \overline{\mathrm{X}}_{\mathrm{i}} = \begin{vmatrix} x_1(1)\ \mathrm{x}_2(1).....\mathrm{x}_{\mathrm{k}}(1) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1(i)\ \mathrm{x}_2(i).....\mathrm{x}_{\mathrm{k}}(i) \end{vmatrix}; \quad \overline{\mathrm{V}}_{\mathrm{i}} = \begin{vmatrix} \nu(i,1,\gamma)..... \ldots.0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0..... \ldots\nu(i,i,\gamma) \end{vmatrix};$$

$$a(i+n) = \begin{vmatrix} \alpha_1(i+n) \\ \alpha_2(i+n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_k(i+n) \end{vmatrix}$$

Φ функциясын $a(i+n)$ бойынша минимумдау қалыпты теңдеулер жүйесіне алып келеді, осыдан $a(i+n)$ параметрлерді бағалау анықталады:

$$a(i+n) = (\overline{X}_i^T \overline{V}_i \overline{X}_i)^{-1} \overline{X}_i \overline{V}_i \overline{Y}_i \qquad (13.23)$$

Егер параметрлерді бағалауды анықтаудан кейін $\overline{X}\ (i+1)$, $\overline{Y}\ (i+1)$ жаңа ақпараты пайда болса, онда $a(i+n+1)$ бағалауларын қайта санау қажет.

(13.22) формуласын кейбір түрлендірулерден кейін рекуррентті формуланың соңғы түрі келесідей болады:

$$a(i+n+1)=a(i+n)+\frac{\overline{L_i}\,\overline{X}(i+1)}{\overline{X}^T(i+1)\overline{L_i}\,\overline{X}(i+1)+\gamma}\left[\overline{Y}(i+1)-\overline{X}^T(i+1)a)i+1)\right],$$

мұндағы

$$\overline{L_i}=\left(\overline{X}_i^T\,\overline{V_i}\,\overline{X}i\right)^{-1} \qquad (13.24)$$

γ параметрі салмақ функциясының өзгеру жылдамдығын анықтайды және оның шамасын *E*-ден *1*-ге дейінгі шектерде таңдап алады, мұндағы *E*-рұқсат етілген кіші оң шама.

14. ИДЕНТИФИКАЦИЯНЫҢ СТАТИСТИКАЛЫҚ ӘДІСТЕРІ

14.1. Математикалық модельдер синтезін статистикалық тұрғыда қарастыру

Жұмысқа қабілетті математикалық сипаттаманы алудағы статистикалық көзқарас процесс механизмі жайында ақпарат толық болмаған күнде де қажетті нәтижелерді бөліп алуға мүмкіндік беретіндіктен қарқынды даму үстінде, яғни жоғарыда айтылғандай процес "қара" немесе "сұр" жәшік түрінде қарастырылады. Статистикалық көзқарас әрекет етуші объект үстінде алынған тәжірибелік ақпараттарды өңдеуге негізделген. Тәжірибелік ақпараттарды өңдеу үшін ықтималдар теориясының әдістері және математикалық статистика әдістері қолданылады. Есептеу әдістерінің алуан түрлілігі зерттеу объектілерінің алуан түрлілігімен, сонымен қатар тапсырманы құрудағы айырмашылықтармен ерекшеленеді. Осы немесе басқа әдісті қолдану, объектінің сызықты немесе сызықты емес сипаттамалары, кедергілер деңгейі, тұрақсыздық, жасанды қоздыру әсерлерін келтіру және т.б. секілді ерекшеліктерімен анықталады.

Статистикалық әдістер тәжірибелік ақпараттарды жинау әдісі бойынша белсенді және белсенді емес болып бөлінеді.

Белсенді тәжірибе алдын ала құрылған жоспар бойынша объектіге әсер ететін жасанды қозуларға негізделген. Тәжірибе нәтижелеріне адекватты процестің математикалық сипаттамасын құруға мүмкіндік беретін тәжірибелерді жоспарлау теориясы жасап шығарылды. Алайда, мұндағы тәжірибені жүргізу апатты жағдайға әкеп соғуы мүмкін болғандықтан, сонымен қатар математикалық модельге енгізілуі тиіс басқарылмайтын айнымалылар да (мысалы, реагенттердегі қоспалар, шикізаттың сапалы құрамы және т.б.) болғандықтан, өндірістік шарттарда белсенді әдісте кейбір шектеулер болады.

Белсенді емес тәжірибе қоздыру әсерін келтірмей объектінің қалыпты жұмыс істеу режиміндегі процестің технологиялық айнымалылары жөніндегі мәліметтер жинағын қарастырады.

Бұл әдісте тәжірибе біраз уақытқа созылады, бірақ көбінесе экономикалық тұрғыда ыңғайлы, ал кейде жалғыз мүмкін болатын әдіс болып табылады. Бұл әдістің ерекшелігіне сонымен қатар процесс бойынша архивті мәліметтерді қолдану мүмкіндігі жатады.

Статистикалық идентификациялаудың негізгі әдістеріне регрессиялық талдау және өзара корреляциялық талдау әдістері жатады. Бұл әдістердің маңызды құрама бөлігін ең аз квадраттар әдісі (ЕКӘ) құрайды.

Біз құрамындағы математикалық модель Тейлор қатарының бір бөлігі болып табылатын $y=F(x_1,x_2,...)$ полином түрінде жазылған y шығыс айнымалысының $\overline{X}$, кіріс айнымалысына тәуелділігін сипаттайтын жиындық регрессиялық талдау әдісін қарастыратын боламыз:

$$y = B_0 + \sum_{j=1}^{k} B_j x_j + \sum_{u,j=1}^{k} B_{uj} x_u x_j + \sum_{j=1}^{k} B_{jj} x_j^2 + \ldots, \qquad (14.1)$$

мұндағы

$$B_j = \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)_{|\overline{x}=0}, \quad B_{jj} = \left(\frac{\partial^2 F}{2\partial x_j^2} \right)_{|\overline{x}=0}$$

$$B_{uj} = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x_u \partial x_j} \right)_{|\overline{x}=0},$$

Өндірістік шарттарда қашан да басқарылмайтын және бақыланбайтын айнымалылар болатындықтан, тәжірибе нәтижесі кездейсоқ шама болып табылады.

Кездейсоқ шамалар арасындағы байланыс x шамасының өзгеруі кезінде y шамасының орташа қалай өзгеретінін көрсететін, x шамасы белгілі мәнді қабылдағанда y шамасының шартты математикалық күтуін сипаттайтын регрессия сызығымен анықталады.

Регрессия теңдеуін анықтау процесі екі деңгейден тұрады: регрессия теңдеуінің түрін таңдау, яғни F функциясын және регрессия теңдеуі параметрлерінің есебін беру.

Регрессия теңдеуінің түрін таңдау зерттелініп отырған объектінің ерекшеліктерінен шыға отырып және жоғарыда айтылғандай Тейлор қатарының бөлігін қолдана отырып жүзеге асырылады. Регрессия теңдеуінің түрін таңдаудың бір әдісіне y-тің x бойынша және олардың арасындағы алынған корреляциялық жолдың түрі бойынша регрессияның эмпирикалық сызығын алу жатады. Бірақ ең көп таралған әдіске регрессия теңдеуінің құрамын мақсатты іріктеп алу және әрбір құрамын сәйкестіктің қандай да бір критерийі бойынша бағалау жатады.

Регрессия теңдеуінің түрін таңдау кезінде зерттелініп отырған объектіні білетін мамандардың тәжірибесінен алынған процес жайындағы априорлы ақпарат қолданылады. Аса маңызды айнымалыларды таңдау үшін экспертті бағалау әдісі секілді түрлі әдістер қолданылады.

$y=F(x)$ тәуелділігін сипаттайтын регрессия теңдеулерін таңдаудан кейін моделдер параметрлерін есептеу жүргізіледі.

Тәжірибелік ақпаратты өңдеу кезінде B_0, B_j, B_{uj}, B_{jj} теориялық коэффициентінің бағалануы болып табылатын a_0, a_j, a_{uj}, a_{jj} регрессия теңдеуінің коэффициенті алынады. Статистикалық моделдің теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\hat{y} = a_0 + \sum_{j=1}^{k} a_j x_j + \sum_{uj=1}^{k} a_{uj} x_u x_j + \sum_{j=1}^{k} a_{jj} x_j^2 + \ldots, \qquad (14.2)$$

a_0 коэффициенттері регрессия теңдеуінің бос мүшесі болып табылады; a_j коэффициенттері сызықты эффектілер; a_{uj} коэффициенттері өзара әрекеттесу эффектілері; a_{jj} - квадраттық эффектілер.

Теңдеулер коэффициенттерін анықтау үшін (14.2) ең аз квадраттар әдісін қолданады:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \hat{y}_i\right)^2 - \min, \qquad (14.3)$$

мұндағы *N*-таңдау көлемі (тәжірибелік мәліметтер саны). *N* мен осы таңдауға қойылатын *l* байланыстар санының арасындағы айырмашылық *f* таңдау бостандығы дәрежесінің саны деп аталады, яғни

$$f=N-l$$

Регрессия теңдеуінің коэффициенттерін тапқанда байланыстар саны анықталатын коэффициенттер санына тең болады.

14.2. Жиынтық регрессиялық талдау әдісі

Регрессиялық талдау есептерінің қойылымы келесі түрде болады:

Тәжірибе кезінде өлшенген x_1, $x_2,...,x_л$ кіріс айнымалыларының мәні және y шығыс айнымалысы бойынша a_0, a_1, регрессия теңдеуінің коэффициенттерін бағалауды анықтау қажет.

Бұл коэффициенттерді анықтау үшін регрессиялық талдаудың маңызды құрама бөлігі болып табылатын ең аз квадраттар әдісі (АКӘ) қолданылады. АКӘ негізгі мақсаты көп айнымалылары бар функцияның мимнимумын анықтау болып табылады.

Айталық, минимумдалатын $\hat{y} = F(x,a_0,a_1,a_2,...)$ функциясы дифференциялдаушы функция болып табылады. a_0, a_1,a_2, коэффициенттерін

$$S = \sum_{i=1}^{N} [y_i - \hat{y}_i]^2 = \min$$

болатындай таңдап алуымыз қажет.

y мәнін анықтайтын өрнекті осы формулаға қойып келесі формуланы аламыз:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left[y_i - F(x_i,a_0,a_1,a_2,...)\right]^2 - min \qquad (14.4)$$

АКӘ *y* шығыс айнымалысының модель бойынша есептелген және тәжірибе барысында өлшенген шамалары арасында минималды айырмашылық болатындай a_0, a_1, a_2коэффициенттерін табуға көмектеседі.

$S(a_0, a_1, a_2)$ минимумының қажетті шартына a_0, a_1, a_2 коэффициенттерінің әрқайсысы бойынша (14.4) формуласы арқылы сипатталатын *S* функциясының жеке туындыларын нөлге теңестіру жатады.

$$\frac{\P S}{\P a_0} = 0; \frac{\P S}{\P a_1} = 0; \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0; \ldots\ldots \qquad (14.5)$$

Дифференциялдаудан кейін (14.5) теңдеу жүйесі қалыпты теңдеулер жүйесіне (математикалық статистикада осылай аталады) айналады:

$$2\sum_{i=1}^{N}\left[y_i - F\left(x_i, a_0, a_1, a_2, \ldots\right)\right]\left(\frac{\partial F\left(x_i\right)}{\partial a_0}\right) = 0,$$

$$2\sum_{i=1}^{N}\left[y_i - F\left(x_i, a_0, a_1, a_2, \ldots\right)\right]\left(\frac{\partial F\left(x_i\right)}{\partial a_1}\right) = 0, \qquad (14.6)$$

Түрлендірулерден кейін келесі теңдеулер жүйесі алынады:

$$\sum_{i=1}^{N} y_i\left(\frac{\partial F\left(x_i\right)}{\partial a_0}\right) - \sum_{i=1}^{N} F\left(x_i, a_0, a_1, a_2, \ldots\right)\left(\frac{\partial F\left(x_i\right)}{\partial a_0}\right) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_i\left(\frac{\partial F\left(x_i\right)}{\partial a_1}\right) - \sum_{i=1}^{N} F\left(x_i, a_0, a_1, a_2, \ldots\right)\left(\frac{\partial F\left(x_i\right)}{\partial a_1}\right) = 0, \qquad (14.7)$$

Ізделініп отырған a_0, a_1, a_2 коэффициенттері (14.7) теңдеулер жүйелерінің ортақ шешімі нәтижесінде алынады.

Кез келген a_0, a_1, a_2 үшін $S \geq 0$ болатындықтан *S* шамасында кем дегенде міндетті түрде бір минимум болуы қажет. Сондықтан, егер қалыпты теңдеулер жүйесінің бір ғана шешімі болса, онда соның өзі *S* функциясы үшін минимум болып

табылады. (14.7) теңдеулер жүйесін жалпы түрде шешу мүмкін емес, сондықтан F функциясының нақты түрін беру қажет.

Мысал үшін бір параметрге тәуелді сызықты регрессия теңдеуін қарастырайық:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x, \tag{14.8}$$

Тәжірибелік мәліметтердің N көлемді іріктеуі бар. АКӘ a_0 және a_1 коэффициенттерін анықтауы қажет. Алдымен S функциясын құрамыз:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left[y - \hat{y}_i \right]^2 = \sum_{i=1}^{N} \left[y_i - \left(a_0 + a_1 x_i \right) \right]^2 - \min \tag{14.9}$$

Одан кейін S минимумының және a_1 коэффициенттері бойынша S қажетті шартын тексереміз, яғни a_0 функциясының жеке туындыларын аламыз және алынған туындыларды нөлге келтіреміз:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0, \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \tag{14.10}$$

Дифференциялдаудан кейін келесі теңдеулер жүйесі алынады:

$$2\sum_{i=1}^{N} \left[y_i - \left(a_0 + a_1 x_i \right) \right] = 0$$

$$2\sum_{i=1}^{N} \left[y_i - \left(a_0 + a_1 x_i \right) \right] x_i = 0, \tag{14.11}$$

Түрлендірулерден кейін қалыпты теңдеулер жүйесі келесі түрге келеді:

$$\sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} (a_0 + a_1 x_i) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_i x_i - \sum_{i=1}^{N} \left(a_0 + a_1 x_i \right) x_i = 0 \qquad (14.12)$$

Немесе осы жүйені стандартты түрге келтіре отырып, яғни белгісіз коэффициенттерден тұрмайтын теңдеу мүшелерін оң жаққа ауыстырады, ал белгісіз коэффициенттерден тұратын теңдеу мүшелерін сол жақта қалдырады:

$$Na_0 + a_1 \sum_{i=1}^{N} x_i = \sum_{i=1}^{N} y_i$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{N} x_i + a_1 \sum_{i=1}^{N} x_i^2 = \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \qquad (14.13)$$

a_0 және a_1 коэффициенттерін анықтауыштар арқылы табуға болады:

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta},\ a_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta},$$

Берілген жағдайда a_0 коэффициентін (14.13) бірінші теңдеулер жүйесінен белгілі a_1 коэффициенті арқылы табуға болады:

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

мұндағы $\bar{y}, \bar{x}$ – у және х-тің орташа мәндері.

мұндағы

$$\Delta = \begin{vmatrix} N & \sum_{i=1}^{N} x_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i & \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_0 = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{N} y_i & \sum_{i=1}^{N} x_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i y_i & \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} N & \sum_{i=1}^{N} y_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i & \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \end{vmatrix}$$

Онда:

$$a_0 = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{N} y_i & \sum_{i=1}^{N} x_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i y_i & \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} N & \sum_{i=1}^{N} x_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i & \sum_{i=1}^{N} x_i \end{vmatrix}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \sum_{i=1}^{N} x_i}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i \right)^2},$$

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} N & \sum_{i=1}^{N} y_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i & \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} N & \sum_{i=1}^{N} x_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i & \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \end{vmatrix}} = \frac{N \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i \right)^2}$$

Регрессия теңдеулерінің параметрлері анықталғаннан кейін нәтижелердің статистикалық талдауын немесе басқаша айтқанда параметрлерді статистикалық бағалауды жүргізу қажет. Нәтижелердің статистикалық талдауы қалпына келтіру қателігімен салыстырғанда және регрессия теңдеуінің сәйкестігін орнатуда алынған коэффициенттердің маңыздылығын тексеруден тұрады. Мұндағы талдау сонымен қатар регрессиялық талдау деген атқа ие.

Регрессиялық талдауды жүргізу кезінде әдетте белгілі алғышарттар қабылданады, олардың ішіндегі маңыздыларына келесілер жатады:

1. $x_1, x_2,...x_k$ кіріс шамалары жоғарғы дәлдікпен өлшенулері қажет. y анықтау кезінде қателіктің пайда болуы процесте регрессия теңдеуіне кірмеген, анықталмаған айнымалылардың болуымен байланысты.

2. $x_1, x_2,...x_k$ кіріс шамалары өзара байланысқан, яғни өзара статистикалық байланысқан болулары қажет.

3. y шығыс шамасы қалыпты үлестіру заңына бағынатын, тәуелсіз кездейсоқ шаманы сипаттайды.

4. *y* шығыс шамасының дисперсиясы оның абсолютті шамасына тәуелді емес.

5. Егер *N* тең көлемді тәжірибелік мәліметтермен тәжірибе жүргізіліп жатса және әрбір тәжірибе *m* рет тексерілсе, онда бұл жағдайда $Д_1, Д_2,...Д_N$ іріктеме дисперсиялар біртекті болулары қажет.

Іріктеме дисперсияларының біртектілігін тексеру, яғни берілген іріктеулер бойынша есептелген дисперсиялар параллельді тәжірибелер саны бірдей болған кезде келесі түрде анықталады:

1. Параллельді тәжірибе нәтижелерінен орта мәні анықталады:

$$\overline{y_i} = \frac{\sum_{e=1}^{m} y_{ie}}{m} \qquad \text{i} = 1,2,...., \quad \text{N}\,', \tag{14.14}$$

2. Іріктеме дисперсиялар анықталады:

$$Д_i = \frac{\sum_{e=1}^{m} \left(y_{ie} - \overline{y_i}\right)^2}{m-1} \qquad \text{i} = 1,2,....,\text{N}', \tag{14.15}$$

3. Дисперсиялар қосындысы табылады:

$$\sum_{i=1}^{N} Д_i \;, \tag{14.16}$$

4. Қатынас құрылады:

$$\sigma_{\max} = \frac{Д_{\max}}{\sum_{i=1}^{N} Д_i}\,, \tag{14.17}$$

мұндағы $Д_{max}$ – іріктеме дисперсиясының максимум мәні.

Егер іріктеме дисперсиялар бірыңғай болса, онда қалпына келтіру дисперсиялары есептеледі:

$$Д_{кк.} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Д_i}{N}, \qquad (14.18)$$

Қалпына келтіру дисперсиясы – бұл тәжірибелердің қосарлануы кезінде тәжірибенің қалпына келтірілуін сипаттайтын дисперсия.

Бұл дисперсияның бостандық дәрежесі мынаған тең:

$$f=N(m-1) \qquad (14.19)$$

Қалпына келтіру дисперсиясын Стьюдент критерийі бойынша жүргізілетін регрессия теңдеуінің маңыздылығын бағалау үшін қолданады:

$$t_j = \frac{|a_j|}{Ea_j}, \qquad (14.20)$$

мұндағы a_j – регрессия теңдеуінің *j*-коэффициенті; E_{aj} – *j*-коэффициенттің орташа квадраттық ауытқуы.

Егер t_j Стьюдент критерийінің есептелген мәні *f* бостандық дәрежесі саны мен мәндердің таңдалынған деңгейі үшін $t_p(f)$ кестедегі мәнінен үлкен болса, онда a_j коэффициенті маңызды деп саналатын болады.

Сызықтық регрессия үшін Ea_j-ның бір параметрден орта квадраттық ауытқуын қателіктер жиынтығының заңы бойынша анықтауға болады:

$$Ea_j = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial a_j}{\partial y_i} \right)^2} Д_i \quad , \qquad (14.21)$$

Егер $Д_1=Д_2=...=Д_N=Д_{кк}$ болса, онда орта квадраттық ауытқуды есептеу үшін келесі формулаларды аламыз:

$$E_{a_0} = \sqrt{\frac{Д_{кк.}\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{\left(N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2\right)}}, \qquad (14.22)$$

$$E_{a_1} = \sqrt{\frac{Д_{кк.}N}{\left(N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2\right)}}, \qquad (14.23)$$

Маңызды емес коэффициенттер регрессия теңдеуінен алынып тасталады. Коэффициенттердің өзара байланыстылығы нәтижесінде барлық қалған коэффициенттер қайта есептеледі.

Регрессия теңдеуінің сәйкестігі Фишер критерийі бойынша тексеріледі:

$$F = \frac{Д_{сайкес}}{Д_{кк.}}, \qquad (14.24)$$

мұндағы $Д_{сәйкес}$– сәйкестік дисперсиясы;

$Д_{кк}$– қалпына келтіру дисперсиясы.

Сәйкестік дисперсиясы келесі формула бойынша есептеледі:

$$Д_{\text{сайкес.}} = \frac{m\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{y}_i - \overline{y_i}\right)^2}{N - \ell}, \qquad (14.25)$$

Егер Фишер критерийінің есептелген мәні $F_p(f_1, f_2)$ кестеленген мәнінен аз болса, онда регрессия теңдеуі объектіге адекватты болады.

Егер параллель тежірибелер жоқ болса, онда сәйкестік келесі қатынас бойынша есептеледі (Фишер критерийі):

$$F = \frac{Д_y}{Д_{калд}}, \qquad (14.26)$$

мұндағы $Д_y$ – орта мәнге қатысты келесі өрнек арқылы анықталатын дисперсия:

$$Д_y = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{y_i})^2}{N-1}, \qquad (14.27)$$

$Д_{калд.}$ - төмендегі формула арқылы анықталатын қалдық дисперсия:

$$Д_{калд.} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2}{N-\ell}, \qquad (14.28)$$

Қалдық дисперсия регрессия теңдеуіне қатысты тәжірибелі мәліметтердің таралуын сипаттайды.

Егер таңдап алынған маңыздылық деңгейі және $f_1=N-1$ және $f_2=N-\ell$ бостандық дәрежелерінің саны үшін Фишер критерийінің есептелеген мәні $F_p(f_1, f_2)$ кестеленген мәнінен үлкен болса регрессия теңдеуі адекватты деп есептеледі.

Егер регрессия теңдеуі кейбір деңгейдегі полиномнан тұрса, онда осы полиномның коэффициенттерін сызықты теңдеулер жүйесінің шешімі деп алуға болады. Мысалы, регрессия теңдеуі квадраттық функция түрінде берілген, яғни параболалық регрессия берілген:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x + a_{11} x^2, \qquad (14.29)$$

Онда

$$\frac{\partial F(x)}{\partial a_0} = 1, \qquad \frac{\partial F(x)}{\partial a_1} = x, \qquad \frac{\partial F(x)}{\partial a_{11}} = x^2$$

Бұл жағдайда қалыпты теңдеулер жүйесі келесі түрге келеді:

$$\begin{aligned} a_0 N + a_1 \sum_{i=1}^{N} x_i + a_{11} \sum_{i=1}^{N} x_i^2 &= \sum_{i=1}^{N} y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^{N} x_i + a_1 \sum_{i=1}^{N} x_i^2 + a_{11} \sum_{i=1}^{N} x_i^2 &= \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^{N} x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^{N} x^2 + a_{11} \sum_{i=1}^{N} x_i^2 &= \sum_{i=1}^{N} x_i^2 y_i \end{aligned}, \qquad (14.30)$$

Кез-келген қатардағы парабола коэффициенттері ұқсас теңдеумен анықталатын болады.

Егер регрессия теңдеуі жеткілікті дәлдікпен анықталса, онда келесі формула бойынша сызықты емес байланыстың тығыздығын бағалау есептеледі:

$$n = \frac{(N - \ell) Д_{кал.}}{(N - 1) Д_y}, \qquad (14.31)$$

N қаншалықты аз болса, соншалықты байланыс мықты болады. Байланыстың тығыздығын келесі тең корреляциялық қатынас көмегімен анықтайды

$$M = \sqrt{1 - \eta}, \qquad (14.32)$$

M қаншалықты көп болса, соншалықты байланыс мықты болады, *M* *0*-ден *1*-ге дейінгі аралықта өзгеріп отырады, яғни:

$$0 \le M \le 1$$

Корреляциялық қатынас корреляция коэффициентінің сызықты жағдайдағы байланысын да бағалайтыны секілді сызықты емес жағдайдағы кездейсоқ шамалар арасындағы байланыстың тығыздығын анықтайды.

14. 3. Жиынтық корреляциялық талдау әдісі

Егер корреляциялық байланысты зерттеу қажет болса, онда жиынтық регрессиялық теңдеулері қолданылады:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_n x_n$$

Модельдер коэффициенттерінің мәндерін бағалауды дәлме дәл анықтау үшін айнымалылардың натуралды масштабтан келесі формулалар бойынша нормаланған түріне өтуі жүргізіледі

$$x_{ji}^0 = \frac{x_{ji} - \overline{x_j}}{S_{xj}},\ y_i^0 = \frac{y_i - \overline{y}}{S_y}, \qquad (14.33)$$

($i=\overline{1,N}$, N-іріктеме көлемі; $j=1,n$, n-кіріс айнымалыларының саны), мұндағы x_{ji}^0, y_i^0 - сәйкес айнымалылардың нормаланған мәндері; $\overline{x}j, \overline{y}$ - сәйкес айнымалылардың орташа мәндері;

Sx_j, Sy – келесі формулалар бойынша анықталатын ортаквадраттық ауытқулар:

$$S_{xj} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_{ij} - \overline{x_j}\right)^2}{N-1}}, \qquad S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(y_i - \overline{y}\right)^2}{N-1}}, \qquad (14.34)$$

Онда ізделініп отырған статистикалық материал жаңа масштабта жазылады (1-кесте).

1-кесте

N	x_1^0	x_2^0	x_3^0	…	y^0
1	x_{11}^0	x_{21}^0	x_{31}^0	…	y_1^0
2	x_{12}^0	x_{22}^0	x_{32}^0	…	y_2^0
...	...	...	...	...	...
N	x_{1N}^0	x_{2N}^0	x_{3N}^0	…	y_N^0

Жаңа масштабта

$$\overline{x_j^0} = 0, \qquad S_{x_j^0} = 1$$

Сонымен қатар

$$\overline{y^0} = 0, \qquad S_{y^0} = 1$$

Қалыптандырылған айнымалылар арасындағы регрессиялық теңдеу бос мүшеге ие болмайды және келесі түрді қабылдайды:

$$\hat{y}_i^0 = a_1 x_1^0 + a_2 x_2^0 + ... + a_n x_n^0 \qquad (14.35)$$

Теңдеулер коэффициенттері келесі шарттан анықталады

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left(y_{i0} - \hat{y}_{i0} \right)^2 \to \min, \qquad (14.36)$$

мұндағы y_i^0 –шығыс айнымалысының тәжірибелік мәні;

$\hat{y}_i^0$ –дәл осы айнымалының модель бойынша есептелген мәні.

S функциясы минимумының қажетті шартына төмендегі теңдіктердің орындалуы жатады:

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0, ..., \frac{\partial S}{\partial a_n} = 0, \qquad (14.37)$$

Нәтижесінде келесі жүйені аламыз:

$$\begin{aligned} &a_1 \sum_{i=1}^{N} \left(x_{1i0} \right)^2 + a_2 \sum_{i=1}^{N} x_{1i0} x_{2i0} + ... + a_n \sum_{i=1}^{N} x_{1i0} x_{ni0} = \sum_{i=1}^{N} x_{1i0} y_{i0} \\ &\qquad ... \\ &\qquad ... \\ &a_1 \sum_{i=1}^{N} x_{ni0} x_{1i0} + a_2 \sum_{i=1}^{N} x_{ni0} x_{2i0} + ... + a_n \sum_{i=1}^{N} \left(x_{ni0} \right)^2 = \sum_{i=1}^{N} x_{ni0} y_{i0} \end{aligned} \qquad (14.38)$$

Теңдеудің оң және теріс бөліктерін $\frac{1}{N-1}$-ге көбейтеміз. Нәтижесінде келесі формула арқылы есептелетін, α әрбір коэффициентінде r^* жұптық корреляцияның іріктеме коэффициенті алынады:

$$r_{y^0 x_j^0} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} y_i^0 x_{ji}^0 \qquad (14.39)$$

$$r^*_{x^0_e x^0_m} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} x_{ei}^0 x_{mi}^0 \quad e \rangle m,\ e,m=1,2,\ldots,n$$

Жұптық корреляцияның іріктеме коэффициентін алдын ала бастапқы статистикалық деректерді нормалағаннан кейін бірден есептеп алған жөн. Олар екі кездейсоқ шамалар арасындағы сызықты байланыстың тығыздығының өлшемі болып табылады. Жалпы жағдайда жұптық корреляция коэффициенті 0- ден ± 1 -ге дейінгі аралықта өзгере алады. Егер корреляция коэффициенті 0-ге тең болса, онда байланыс жоқ немесе сызықты емес байланыс болады. Егер ол ± 1-ге ең болса, онда байланыс сызықты-функционалды болады.

Корреляция коэффициентінің белгісі байланыс бағытын көрсетеді: оң корреляция кезінде айнымалылардың біреуінің артуына байланысты өсіреді, ал теріс корреляция кезінде басқасының төмендеуіне әкеледі.

$$\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_{ji}^0\right)^2 = S_{x_j^0} = 1$$

екенін ескере отырып, қалыпты теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\begin{aligned}
&a_1 + a_2 r^*_{x_1 x_2} + \ldots + a_n r^*_{x_1 x_n} = r^*_{y x_1}\\
&a_1 r^*_{x_2 x_1} + a_2 + a_3 r^*_{x_2 x_3} + \ldots + a_n r^*_{x_2 x_n} = r^*_{y x_2}\\
&a_1 r^*_{x_n x_1} + a_2 r^*_{x_n x_2} + a_3 r^*_{x_n x_3} + a_n = r^*_{y x_n}
\end{aligned} \qquad (14.40)$$

(14.39) формуласы бойынша есептелген корреляцияның іріктемелі коэффициенті r_{yx} натуралды масштабта көрсетілген айнымалылар арасындағы корреляция коэффициентіне тең екенін ескеру керек, сонымен қатар $r_{x_e x_m} = r_{x_m x_i}$ (14.40) жүйесін шешу арқылы $a_1, a_2, a_3, ... a_n$ шамалары анықталады.

Сосын жиынтық регрессия кезіндегі байланыс күшін көрсететін *R* жиынтық корреляция коэффициенті есептеледі:

$$R = \sqrt{a_1 r^*_{yx_1} + a_3 r^*_{yx_2} + ... + a_k r^*_{yx_n}}, \qquad (14.41)$$

Жиынтық корреляция коэффициенті $0 \le R \le 1$ аралығында өзгеріп отырады және статистикалық математикалық модельдің сапасын жалпы түрде талдау үшін қолданылуы мүмкін. Аз ғана көлемді іріктеу жағдайында *R* шамасының жүйелік қателігіне түзетулер енгізу қажет. Іріктеудің *f=N-l* бостандық дәрежесінің саны азайған сайын жиынтық корреляция коэффициентімен бағаланатын байланыс күші соғұрлым арта түседі

$$R^1 = \sqrt{1-(1-R^2)\frac{N-1}{N-l}}, \qquad (14.42)$$

мұндағы R^l-жиынтық корреляция коэффициентінің түзетілген мәні; *l*-регрессиялық теңдеу коэффициенттерінің саны.

Математикалық модельді тәжірибеде қолдану үшін келесі формулалар бойынша натуралды масштабқа көшу қажет

$$b_j = a_j \frac{S_y}{S_{x_j}}, \; j = 1, 2, ..., \; n$$
$$j \neq 0 \qquad (14.43)$$
$$b_0 = \overline{y} - \sum_{j=1}^{N} b_j \overline{x}_j.$$

Параллельді тәжірибелер болса қалпына келтіру дисперсиясын есептеуге болады және регрессиялық теңдеудің статистикалық талдауын жүргізуге болады.

14.4. Математикалық модельдің нақты объектіге сәйкестігін статистикалық тексеру

Басты жиынтықтарды үлестіру заңына тәуелділікте математикалық модельдің және нақты объект шығысынан алынған критерийдің параметрлік және реттік екі түрі болады.

Параметрлік критерий ықтималдықтарды үлестірудің қалыпты заңымен басты жиынтықтан алынған екі таңдаудың айырмашылығын бағалау үшін қолданылады.

Параметрлік критерийлерді қолдану орташа y және $Д$ дисперсия секілді статистикалық сипаттамаларды салыстыруға негізделген.

Екі іріктеменің айырмашылығын бағалаудың реттік (параметрлік емес) критерийлері зерттеушіге басты жиынтық үшін шығыс деректерін үлестіру формасы белгісіз болғанда немесе іріктеме алынған үлестірудің қалыптыдан біршама ауытқитыны белгілі болған кезде қолданылады.

Аз іріктемелер үшін эмпирикалық және жорамал үлестірудің сәйкестігі жөніндегі гипотезаны тексеруді көбінесе W критерийі бойынша жүргізеді. Көлемді іріктемелер үшін берілген тапсырма келесі әдістердің бірімен шешіледі:

– асимметрия және эксцесса көрсеткішін есептеу және оларды өзінің квадраттық қателіктерімен салыстыру;

– X^2 критерийін қолдану.

Шағын және үлкен көлемді іріктемелердің дұрыстығын тексеру

Шағын іріктемелер деп $N \leq 50$ көлемді іріктемелер саналады.

$x_1, x_2, \ldots x_N$ мәндерін бақылаушы кездейсоқ шамалар болсын делік. W критерийін қолдану кезінде шағын іріктемелердің дұрыстығын тексеру келесі түрде жүреді:

1. Іріктемелердің реттелген $x_1, x_2,..., x_N$ мәнін алу үшін вариациялық қатар құрылады, мұндағы $x_1<x_2<...<x_N$.

2. Есептеледі

$$Д = \sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \overline{x}\right)^2 , \qquad (14.44)$$

мұндағы $\overline{x}$ - эмпирикалық орташа мән.

3. Егер *N*-жұп сан болса, онда $K = \frac{N}{2}$ қабылданады; егер *N*-тақ сан болса, онда $K = \frac{N-1}{2}$ қабылданады. Ары қарай

$$\begin{aligned} d &= a_N \left(x_N - x_1\right) + a_{N-1}\left(x_{N-1} - x_2\right) + ... \\ &+ a_{N-K+1}\left(x_{N-K+1} - x_K\right) = \sum_{i=1}^{K} a_{K-i+1}\left(x_{N-i+1} - x_i\right) \end{aligned} \qquad (14.45)$$

мұндағы a_i , i=1,2,..., K кестеден алынады (математикалық статистика). *N*-тақ сан болғанда x_{k+1} есептеулер кезінде қолданылмайды.

4. Келесі критерий есептеледі:

$$W = \frac{d^2}{Д} . \qquad (14.46)$$

5. *W* есептелген мән кестедегі мәнмен салыстырылады.

Егер *W* есептелген мән кестедегіден көп болса, онда үлестірудің қалыпты заңына ие боламыз; ал егер де *W* есептелген мәні кестедегіден аз болса, дұрыстығы жөніндегі гипотеза қабылданбайды.

Үлкен көлемдегі іріктемелердің дұрыстығын келесі түрде тексереді:

1. Ассиметрияның көрсеткішін үшінші ретті орталық моменттің стандартты эмпирикалық ауытқудың кубына қатынасы ретінде есептейді:

$$\partial_1 = \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(x_i - \bar{x}\right)^3}{NS_x^3}, \qquad (14.47)$$

мұндағы S_x - стандартты эмпирикалық ауытқу; x – эмпирикалық орта арифметикалық мән; N-іріктеме көлемі.

Егер есептелген мән ∂ теріс боп шықса, онда қисық оңға жылжытылған, ал егер ∂ оң болып шықса, онда қисық солға жылжытылған;

2. Эксцесса көрсеткіші есептеледі:

$$\partial_2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(x_i - \bar{x}\right)^4}{NS_x^4} - 3 \qquad (14.48)$$

3 қосылғышы үлестірудің қалыпты заңы үшін ∂ мәні нөлге тең болуы үшін алынады;

3. Асимметрия көрсеткішінің квадраттық қателігін есептейді:

$$\hat{S}_{\partial_1} = \sqrt{\frac{6N}{(N+1)(N+3)}} \qquad (14.49)$$

4. Эксцесса көрсеткішінің квадраттық қателігін есептейді:

$$\overline{S}_{\partial_2} = \sqrt{\frac{24N(N-2)(N-3)}{(N-1)^2(N+3)(N+5)}} \qquad (14.50)$$

5. *t* критерийін есептейді (Стьюдент критерийі):

$$t_{\partial_2} = \frac{\partial_1}{\hat{S}_{\partial_1}} \qquad \text{t}_{\partial_2} = \frac{\partial_2}{\hat{S}_{\partial_2}} \qquad (14.51)$$

6. Стьюдент критерийінің есептелген мәнін t_{∂_1} және t_{∂_2} *t* критерийінің кестелік мәнімен салыстырады.

Дұрыстығы жөніндегі гипотеза расталады, егер

$$t_{\partial_1} < t_{табл}$$

$$t_{\partial_2} < t_{табл}$$

және қайтарылады, егер

$$t_{\partial_2} > t_{табл}$$

$$t_{\partial_2} > t_{табл}$$

Егер N үлкен болса $(N>100)$, онда (14.49) формуланың орнына жуықтатылған бағалауды қолдануға болады

$$\hat{S}_{\partial_1} = \sqrt{\frac{6}{N}} \qquad (14.52)$$

ал (14.50) орнына

$$\hat{S}_{\partial_2} = 2\sqrt{\frac{6}{N}} = 2\hat{S}_{\partial_1} \qquad (14.53)$$

Бұл жағдайда эмпирикалық және қалыпты теориялық үлестірудің келісілген өлшемі ретінде келесі қатынастар қолданылады:

$$\frac{\partial_1}{\sqrt{\frac{6}{N}}} = \alpha \qquad \frac{\partial_2}{2\sqrt{\frac{6}{N}}} = \beta \qquad (14.54)$$

$\alpha<3$ және $\beta<3$ кезінде үлестірудің дұрыстығы жөніндегі гипотеза расталады.

Математикалық модельдің адекваттылығының параметрлік және реттік критерийлері

Параметрлік критерийлерге Стьюдент және Фишер критерийлері жатады.

Фишер критерийі F бойынша математикалық модельдің шынайы объектіге сәйкестілігін тексеруді жоғарыда қарастырған болатынбыз (жиынтық регрессиялық талдау әдісін қарастырғанда).

Сәйкестікті тексеруді t критерийі (Стьюдент) бойынша қарастырайық.

Ол келесі түрде жүзеге асырылады:

1. Келесі мәндер есептеледі

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\hat{S}_d}, \qquad (14.55)$$

мұндағы $\hat{S}_d$ -орта мәндер айырмасының стандартты қателігі.

2. Есептелген t мәнін кестелік мәнмен салыстырады.

Егер есептелген t критерий мәні Стьюдент критерийінің кестелік мәнінен аз болса, онда нөлдік гипотеза қайтарылмайды, яғни математикалық модельдің объектіге сәйкестігі дәлелденген деп есептеледі.

Іріктемелер айырмашылығын бағалаудың реттік критерийлеріне математикалық модельдің және шынайы объектінің шығысынан алынған, X^2, Вилькоксон критерийлері, X-критерийлері, сонымен қатар Колмогор және Смирнов ұсынған критерийлер жатады.

15. КҮРДЕЛІ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

15.1. Басқарылатын жүйелердің математикалық модельдері

Күрделі жүйелердің математикалық модельдері буындар моделінен – буындардың өзара әрекеттестігін сипаттайтын байланыс теңдеуі және жүйе элементтерінен құрылады.

Басқарылатын жүйелердің құрылысы айтарлықтай әртүрлі, бірақ кез-келген кибернетикалық жүйелерге тән ортақ қасиеттерге де ие. Осы аталған ортақ қасиеттерін ескере отырып, жеке-жеке модельдерден тұратын жүйенің жалпы моделін құрастыруға болады:

а) басқару объектінің модельдері;

ә) басқарылатын құрылғы модельдері;

б) объект пен басқарылатын құрылғының арасындағы байланысты сипаттайтын теңдеулер;

в) басқару мақсатының модельдері;

г) қоздыру модельдері.

Реттеудің типтік жүйелеріне келесілер жатады:

1. Қоздыру әсері бойынша.

2. Берілген тапсырмадан ауытқу бойынша.

Одан басқа қоздыру және ауытқу әсерлері бойынша біріктірілген басқару жүйелері де кездеседі.

Қарапайым басқару жүйесінің жалпы моделдерінің бірі - ауытқу бойынша реттеудің сызықты жүйесін қарастырайық.

Мұндағы модель келесілерден тұрады:

а) басқару объектісінің теңдеулерінен, мысалы "кіріс-шығыс" айнымалыларынан немесе жағдайдың айнымалыларынан $x_{шыг.}(t)=y$; $x_{ауытқу}(t)=f$; $x_{басқару}(t)=U$;

ә) үздіксіз сызықты реттеудің теңдеуінен

$$U(t) = k_p E(t) + \frac{k_p}{T_И} \int_0^{\infty} E(t)dt + k_p T_Д \dot{E}(t) , \qquad (15.1)$$

мұндағы k_p, $T_и$, $T_д$ – реттегішті жөндеу параметрлері;

б) объектінің салыстыру құрылғысы (СҚ) және кері байланыс (КБ) арқылы реттегішке әсерін сипаттайтын қателік теңдеуінен:

$$E(t) = y_{тапс}(t) - y(t), \qquad (15.2)$$

в) Квадраттық интегралды критерий түріндегі F мақсаттық функциясынан

$$J = \frac{1}{T}\int_0^T E^2(t)dt = \min \qquad (15.3)$$

г) келесі автокорреляциялы функциясы бар $f(t)$ кездейсоқ процестің сипаттамасына ие ауытқу моделінен

$$R_f(\tau) = a^2 \exp\left(-\frac{\lambda}{\tau}\right), \qquad (15.4)$$

және сигнал қуатының спектральді жазықтығынан

$$S_f(\omega) = \frac{2a^2\lambda}{\lambda^2 + \omega^2}, \qquad (15.5)$$

мұндағы $\tau = t_1 - t_2$ - "көмекші" уақыт, яғни $R_f(\tau)$-ті табу кезіндегі $f(t)$ кездейсоқ процесті іске асыруды жылжыту уақыты.

a^2 – кездейсоқ сигнал дисперсиясы;

λ – $R_f(\tau)$ өшуінің параметрі;

ω– сигналдың айналма жиілігі;

ғ) СҚ сумматор теңдеуі

$$y(t) = y_{кв}(t) + y_{ку}(t), \qquad (15.6)$$

мұндағы $y_{кв}(t)$ - басқару объектісінің қоздырулар әсеріне әрекеті;

$y_{ку}(t)$ - басқару объектісінің реттеуші әсеріне әрекеті.

Басқарылатын жүйенің жалпы моделінің жоғарыда аталған бөліктерінің математикалық сипаттамасы түрлі қадам жасау арқылы алынады.

Басқару объектісінің теңдеулері алғашында детерминделген математикалық модель формасында құрылады, кейіннен идентификациялау және сызықтандыруға ұшырайды. Реттегіш параметрлері басқару синтезі кезінде табылып, ал кейін жөндеу кезінде анықталады. Қоздыру моделі әрқашанда аппроксимациялы болып келеді. Егер оны аналитикалық түрдегі жалпы модельге қосатын болса, онда оның α^2, λ параметрлері бойынша идентификациясы міндетті болып табылады. Басқа жағдайларда кездейсоқ процестерді кездейсоқ сандардың арнайы генераторларының көмегімен сандық жағынан имитациялайды. Басқару объектінің жалпы математикалық моделіне сигналдарды физикалық табиғаты бойынша келтіретін келесідей түрлендіргіштерді: *y(t)* шығыс сигналын салыстыру құрылғысының кірісімен салыстыратын датчиктерді, *U(t)* реттегіш шығысын объект шығысымен салыстыратын реттеуші органдар мен атқарушы механизмдерді енгізу қажет.

Басқарылатын жүйе шарт бойынша сызықты болып табылатындықтан оның математикалық моделін беріліс функциялары арқылы сипаттауға болады. Жүйенің әрбір үзбесіне сәйкестігі бойынша $W_i(P)$ беріліс функциясын қоюға болады, ал кейін белгілі құрылымдық түрлендіру ережелерін қолдана отырып жүйенің ортақ беріліс функциясын алуға болады.

Реттеудің бірөлшемді сызықты жүйесін беріліс функциялар арқылы өзінің моделін құра отырып, қайта қарастырайық:

1) ажыратылған жүйе үшін (БЖ сызығы ажыратылған)

$$W_{ажсыр}(P)=\frac{Y(P)}{f(P)}=W_{кв}(P); \qquad y_{ку}(t)=0;$$
$$W^{бер.}_{ажсыр}(P)=\frac{Y(P)}{Y_{зад}(P)}=W_{ро}(P)W_{ку}(P); \qquad y_{ку}(t)=0; \tag{15.7}$$

2) тұйықталған жүйе үшін (кері БЖ сызығы тұйық)

$$W_{туйық.}(P)=\frac{Y(P)}{f(P)}=\frac{W_{кв}(P)}{1+W_{ро}(P)W_{ку}(P)}=\frac{W^{2}_{ажыр.}(P)}{1+W^{бер.}_{ажыр.}(P)};$$
$$W^{бер.}_{туйық.}(P)=\frac{Y(P)}{Y_{бер.}(P)}=\frac{W_{ро}(P)W_{ку}(P)}{1+W_{ро}(P)W_{ку}(P)}=\frac{W^{бер.}_{ажыр.}(P)}{1+W^{бер.}_{ажыр.}(P)} \qquad (15.8)$$

3) қателік кезіндегі тұйық жүйе үшін

$$W_{f}(P)=\frac{E(P)}{f(P)}=\frac{W^{2}_{ажыр.}(P)}{1+W^{бер}_{ажыр}(P)};$$
$$W_{E}(P)=\frac{E(P)}{Y_{бер}(P)}=\frac{1}{1+W^{бер}_{ажыр}(P)}; \qquad f(t)=0 \qquad (15.9)$$

Бұл жағдайда басқарылатын жүйенің шығыс сигналын беріліс функциялары арқылы келесі түрде көрсетуге болады:

$$Y(P)=W^{бер.}_{туйық.}(P)Y_{бер.}(P)+W^{2}_{бер.}(P)f(P)$$
$$E(P)=W_{E}(P)Y_{бер.}(P)+W^{2}\ \mathrm{f}(P)f(P) \qquad (15.10)$$

Үздіксіз басқарылатын жүйелерге қарағанда басқарудың компьютерлі жүйелерінде форма бойынша әртүрлі, мысалы үздіксіз аналогты, дискретті аналогты, екілік сандық сигналдар және оларға сәйкес түрлендіргіштер қолданылады. Мұндағы жүйелерді математикалық модельдеу кезінде Z-түрлендірулер және тор көзді функциялар теориясының басқа математикалық аппараты қолданылады.

15.2. Имитациялық модельдер

Зерттелініп отырған жүйедегі құбылыстар модельдердің классикалық түрлері (аналитикалы-статистикалық, статистикалық және т.б.) шынайылыққа жақындауда тым дөрекі көріне бастайтындай сан алуан және аса күрделі болған кезде имитациялық модельдерді қолдану қажет. Мұндағы модельдерде күрделі жүйенің әрекеті шынайы жүйеде туындайтын, кейін жағдайды жүзеге асыратын алгоритмдер

жинағымен сипатталады. Модельдеуші алгоритмдер жүйенің бастапқы жағдайы жөніндегі мәліметтерден және оның параметрлерінің мәнінен тұратын бастапқы деректер бойынша жүйедегі шынайы құбылыстарды көрсетуге және берілген нақты жағдай үшін күрделі жүйенің мүмкін болатын әрекеті жайында ақпараттарды алуға мүмкіндік береді.

Әдебиеттерге талдау жасай отырып имитациялық модельдердің келесі жағдайларда қолданылатынын көруге болады:

1. Егер зерттеу тапсырмасының аяқталған қойылымы болмаса және модельдеу объектісін тану процесі жүріп жатқан кезде, оның үстіне имитациялық модель құбылысты зерттеу құрылғысы болып табылса.

2. Егер классикалық математикалық модельдер болса, бірақ олар өте үлкен және күрделі болса, онда имитациялық модель берілген тапсырманы шешудің қарапайым тәсілін береді.

3. Жүйе параметрлерін бағалаудың әсерінен басқа, белгілі бір уақыт аралығындағы күрделі жүйе компонентінің әрекетін бақылауды жүзеге асыру қажет болған кезде.

4. Шынайы шарттарда құбылыстарды бақылау мүмкін болмаған себепті имитациялық модельдеу күрделі жүйені зерттеудің жалғыз ғана әдісі болып табылғанда.

5. Жүйедегі процестер ағынын имитациялық жүріс кезінде ақырындату немесе тездету жолымен бақылау қажет болған жағдайда.

6. Мамандарды даярлау және жаңа техниканы меңгеру кезінде.

7. Күрделі жүйеде жаңа жағдайлар оқытылып жатқанда.

8. Жобалаушы жүйедегі жағдайлардың бірізділігі аса маңызды мәнге ие болған кезде және модель функцияланушы жүйедегі тар орындарды болжау үшін және басқа да қиындықтарда қолданылатын кезде.

«Имитациялық модельдеу» термині біздің олардың көмегімен нәтижені алдын ала есептеу немесе болжау мүмкін болмайтын математикалық модельдермен жұмыс істейтінімізді білдіреді, сондықтан шынайы жүйенің әрекетін болжау үшін берілген бастапқы деректер кезінде модельге тәжірибе (имитация) қажет.

Имитация компьютерде берілген немесе түрлендірілген уақыт аралығы ішінде күрделі жүйенің әрекетін сипаттаушы математкалық модельдермен тәжірибе жүргізудің әдістерінен тұрады. Күрделі жүйе компонентінің әрекеті және олардың имитациялық модельдегі өзара әрекеттестігі көбінесе кейбір модельдеу тілінде жүзеге асырылатын алгоритмдер жиынтығымен сипатталады. Бұл сипаттамалардың барлығы алдымен сынап көріп, кейіннен компьютерлік модельдеу қойылымы үшін қолданылатын бағдарламалаушы имитациялық модельді ұсынады. Сондықтан компьютердегі имитация процесі дегенді модельді құрылымдау, оны сынау және модельді кейбір құбылыстар мен мәселелерді зерттеу үшін қолдану деп түсіну керек.

Имитациялық модельдеу процесінде модельденуші жүйенің тізбекті операцияларын бірнеше рет жаңғырту кезінде кездейсоқ элементтер (кездейсоқ шамалардың "датчиктері") қолданылады. Кезекті өңдеу кезінде алынған статистикалық нәтижелер жүйенің ізделініп отырған көрсеткіштерін жүзеге асырудың көп мөлшерлі деректері бойынша статистикалық сипаттамалар ретінде бағалауға мүмкіндік береді.

Компьютердің көмегімен жүйенің әрекетін қадам бойынша модельдеу дегеніміз $t_1, t_2,..., t_N$ уақыттың белгілі моменттерінің тіркелуі және модельдің күйін осы уақыт моменттерінің әрбірінде тізбектей есептеу болып табылады.. Ол үшін модельдің бір күйден екінші күйге өту алгоритмі, яғни $Y[n] \rightarrow Y[n+1]$ түрлендіруі беріледі, мұндағы $Y[n]$-n-ші уақыт моментіндегі модель жағдайы.

Егер модель жағдайы $Y= (y_1,.., y_m)$ векторымен, кіріс айнымалылар жағдайы $X=(x_1,., x_n)$ векторымен, басқару жағдайы $U=(u_1,..,u_k)$ векторымен анықталса, онда имитациялық модель күйдің $Y[n]$ өткен моменттегі жағдайы мен $x[n+1]$ және $U[n+1]$ мәндерін біле отырып, келесі $Y[n+1]$ уақыт моментінде модель күйін анықтауға болатын Q операторын берумен анықталады:

$$(Y[n], x[n+1], U[n+1]) \xrightarrow{Q} Y[n+1], \qquad (15.11)$$

Имитациялық модельдеу спецификациясы объект жағдайы әрбір қадамда рекурентті түрде анықталатынын білдіреді.

Мұндағы түрлендіруді рекуррентті формула түрінде жазып алуға болады:

$$Y[n+1] = Q(Y[n], x[n+1], U[n+1]), \qquad (15.12)$$

Мұндағы Q-модельдің күйін өзгертетін имитация операторы. Дәл осы оператор өзінің St құрылымы мен α параметрі арқылы жүйенің имитациялық моделін анықтайды.

Имитациялық моделдің Q құрылымды талдау деңгейінде оның St құрылымы және $\alpha = (\alpha_1, .., a_q)$ параметрлерінің мазмұнды мағынасы анықталады.

Имитациялық модельдер сонымен қатар ξ жүйенің бақыланбайтын факторларын, яғни оның стохастикалығын анықтауға мүмкіндік береді:

$$Y[n+1] = Q(Y[n], x[n+1], U[n+1], \xi[n+1]), \quad n = 1, ..., N \qquad (15.13)$$

Оның үстіне ξ факторы Y жүйенің жағдайына қалай әсер ететінін, яғни бақыланбайтын ξ факторының нақты мәндерін білу қажет. Бұл қарама-қайшылық статистикалық сынақ әдістерін (Монте-Карло әдісі) шешуге мүмкіндік береді. Бұл әдісті қолдану алдында ξ факторының кейбір статистикалық сипаттамаларын (мысалы, оны орнату заңын, корреляциялық қасиеттерін және т.б.) білу қажет. Сонда бақыланбай отырған факторды кездейсоқ қатарлар түрінде моделдеуге болады:

$$\xi_1^j, \xi_2^j, \xi_3^j, ..., \xi_N^j, \quad j = 1, ..., N \qquad (15.14)$$

мұндағы жоғарғы индекс модельденуші қатардың номері (барлық N' статистикалық эквивалентті қатарлар модельденеді), ал төменгі индекс дискретті уақыт моментіне сәйкес келеді. Бұл қатарлардың әрбірі шынайы ξ факторы секілді статистикалық қасиетке ие болғандықтан модельдің құрылымын зерттеуге мүмкіндік береді (15.13).

15.3. Семиотикалық модельдер

Кез келген модельді синтездеу объект немесе жүйенің сипатын формалау процесі болып табылады, яғни табиғи тілден формалау тіліне (аналитикалық теңдеулерге, имитациялық модельге, графикке және т.б.) ауысу. Бұл жүйелерді сипаттау, әсіресе күрделі жүйелерді сипаттау әрқашанда қиын болатын. Бұл қиындықтарды алдын ала қолданылатын түсініктерді меңгеріп алу арқылы жеңуге болады. Онда табиғи тілдегі сипаттаманы формалауға болады, яғни табиғи тілдің түсінігіне байланысты анықталған белгінің көмегімен таңбалы түрде жазып алуға болады. Мұндағы модель семиотикалық деп аталады (семиотика – таңбалар жүйелері туралы ғылым) және табиғи тілге өте жақын. Семиотикалық модельдер арқылы жазуға болатын жүйе ауқымы өте кең, мысалы, оларға табиғи тілде жазуға болатын барлық объектілерді жатқызуға болады.

Семиотикалық модельді құру үшін бұл модельдердің сипаттау тілін білу қажет. Өте кең таралған тілге ең қарапайым бинарлы қатынастар тілі жатады. Алдымен бұл тілдің сөздігін қарастырып шығайық. Ол келесілерден тұрады:

1) базалық түсініктер, оларды келесідей белгілермен белгілейді, a_i, $i=1,2,$. Базалық түсініктер объектілерден туындайды және оның сипаттамасы бойынша, яғни қарастырылып отырған объект құралатын элементтер бойынша енгізіледі. Мысалы, a_1-«пеш», a_2-«шихта» және т.б;

2) базалық қатынастар, оларды r_j таңбасымен белгілейді, $j=1,2,...$Базалық қатынастар базалық түсініктер арасындағы қатынастарды көрсетеді. Бұл қатынастар универсалды, табиғи тіл үшін мысалы, шамамен 200 қатынастар бөлінген, мысалы, r_1–«жүктелуде», «орналасады» және т.б. Базалық қатынастар бұл тілдегі бинарлық қатынас түсінігін шарттайды, яғни берілген қатынас екі түсінік арасында, яғни не бар немесе ол жоқ, үшіншісі берілмеген;

3) атаулар. Атауларға табиғи тілде де қолданылатын заттардың есімдері жатады. Атауларды мына түрде белгілейді b_k, $k=1,2...$Атауларды енгізу үшін $г_0$–«атауға ие болу» арнайы базалық қатынасы қарастырылған. Атауларға табиғи тілдегі секілді жалқы есімдер ғана емес, сонымен қатар түсінікті нақтылайтын немесе олардың спецификациясын көрсететін

есімдер де жатады. Мысалы, b_1-«металлургиялық», b_2-«түйіршіктелген», b_3=3, мұндағы «3» саны - есім, және т.б.

Біз бинарлық қатынастар тілінің сөздігін қарастырдық. Мұндағы әрбір сөз сипатталып отырған объектімен байланысты және нақты мазмұнға ие, яғни жеке жағдайда әрқайсысында объектімен байланысты өзінің базалық түсініктері, қатынастары және атаулар сөздігі болады.

Сонымен қатар, синтаксистік дұрыс сөздерді қалай құру керектігін көрсететін тіл синтаксисін де қарастырайық,

A синтаксистік дұрыс сөздердің келесідей түрлері кездеседі:

а) $A=a_i$, яғни кез келген базалық түсінік синтаксисті дұрыс сөз болып табылады;

ә) $A=(a_i r_j a_k)$, мұндағы a_i, a_k - кез келген базалық түсініктер; r_j - кез келген базалық қатынас, r_0-ден басқасы. r_0-«атауға ие болу». Бұл дегеніміз, базалық қатынаспен байланысқан екі базалық түсінік синтаксисті дұрыс сөз болып табылады;

б) $A=(A_i r_j A_k)$, мұндағы A_i, A_k – синтаксисті дұрыс сөздер, r_j–кез келген базалық қатынас, r_0-ден басқасы. Бұл дегеніміз, базалық қатынаспен байланысқан екі синтаксистік дұрыс сөздер синтаксисті дұрыс сөз болып табылады;

в) $A=(A_j r_0 b_k)$, мұндағы A_j - синтаксисті дұрыс сөз; b_k – кез келген атау, яғни кез келген атауға ие синтаксисті дұрыс сөз синтаксисті дұрыс сөз болып табылады.

Синтаксисті сөздердің басқа түрлері жоқ.

Мысал үшін табиғи тілдің «мыс концентраты кенді-термиялық пешке жүктелуде» сөзімен сипатталған жағдайды қарастырайық. Бұл жағдайды бинарлық қатынастар тілінде жазайық.

Базалық түсініктерді енгіземіз:

a_1- «концентраты», a_2- «пешке», кейін базалық қатынастар:

r_0 – «атауға ие болу»,

r_1 – «жүктелуде», ары қарай атауларды енгіземіз:

b_1-«мыс»,

b_2-«кенді-термиялық».

Осы жағдайды сипаттайтын сөздерді құрайық:

$A_1=(b_1 r_0 a_1)$ –«мыс концентраты»,

$A_2=(b_2 r_0 a_2)$ –«кенді-термиялық пешке»,

$A_3=(A_1r_1A_2)$ – «мыс концентраты кенді-термиялық пешке жүктелуде».

Бұл өндірістік жағдайларды сипаттау үшін бинарлық қатынастар тілін қолданудың ең қарапайым мысалы. Жалпы, бұл тіл күрделі жүйелердегі аса күрделі жағдайларды сипаттауға және жаңа маңызды қасиеттерді анықтауға мүмкіндік береді. Ол үшін объектінің ағымдағы сипаттамасын қажет жаққа өзгертуге мүмкіндік беретін түрлі формалды түрлендірулер қолданылады.

Семиотикалық модельдер күрделі объектілерді сипаттауда көп қолданылатын модельдердің бірі болып табылады, оларда нақты математикалық модель жоқ немесе оны қолдану тәжірибеде мүмкін болмаған.

Жағдайлы басқару жағдайлар қатары Д.А.Поспелов және В.Н.Пушкинмен жасалған модельді ойлау теориясынан шығады.

15.4. Сарапшы жүйелер және оларды модельдеуде қолдану

Бұл бағыттың мақсатына тапсырмаларды шешуде білімі мен тәжірибе нәтижелерін қолданатын сарапшы-мамандар үшін қиын болып келетін бағдарламаларды жасап шығару және зерттеу кіреді.

Қолданушылар жағынан сарапшы жүйелерге деген асқан қызығушылық үш себеп бойынша туындап отыр. Біріншіден, бұл жүйелер формалданған облыстардағы кең көлемді тапсырмалар аумағын шешуге, есептеу техникасы үшін осы күнге дейін қолжетімсіз болған қосымшаға бағытталған. Екіншіден, сарапшы жүйелер көмегімен есптеу техникасының қолдану аясын бірден кеңейтуге мүмкіндік беретін бағдарламалауды білмейтін мамандар өздерін қызықтыратын қосымшаларды өз беттерімен жасап шығара алады. Үшіншіден, тәжірибелік тапсырмалардың шешімін табуда сарапшы жүйелер сарапшы-мамандардың мүмкіндіктерінен қалмайтын, ал кейде олардан асып түсетін нәтижелерге қол жетіземіз.

Сарапшы жүйелердің аспаптық әдістерінің ерекшелігіне адамның білімі мен тәжірибесін, интуициясын жүйенің статистикалық және динамикалық сипаттамаларын бағалау үшін қолдану мүмкіндігі жатады.

15.4.1. Жасанды интеллектілі өндірістік жүйе (ЖИӨЖ)

Ағымдағы ақпараттың белгісіз сипаттамасы, күрделілігі, сызықты емес сипаттамасы және сол секілді басқа да факторлары басқару жүйелерінің нәтижелілігін жиі төмендетеді және бұл бірінші кезекте шешім қабылдаушы мамандардың кәсіби білімдерін жеткілікті мөлшерде формалауға мүмкіндік бермейтін осы басқару жүйелерінде қолданылатын модельдер мен алгоритмдердің толық сәйкес келмеуінен болады. Бұл мәселені әдетте, жасанды интеллектілі өндірістік жүйелер (ЖИӨЖ) деп аталатын немесе білім бойынша базаландыратын өндірістік жүйелер болып келетін жасанды интеллект моделі мен әдістері сәтті шешуге мүмкіндік береді. Жасанды интеллект теориясында маңызды орынды мағлұмат мәселесі алады. Мағлұмат дегенімізде нені түсінетінімізді және олардың деректерден қандай айырмашылығы бар екенін қарастырайық.

Мағлұмат – объектінің құрылымы, құбылыстар мен процестердің заңдылығы жөніндегі ақпараттардан, бұл ақпаратты шешім қабылдау үшін қолдану ережелерінен тұратын әлем жөніндегі мәліметтер жиынтығы. Мағлұматтың деректерден айырмашылығы олардың интерпретациялылығы болып табылады. Мағлұмат деректерге қарағанда қашан да мазмұнды. Мағлұмат фактілер мен жеке өзгерістердің жағдайлы сәйкестілігін анықтайтын жағдайлы байланыстардың жекелігімен сипатталады және мағлұматта міндетті түрде қатынастар орын табады, мысалы, түрлі қатынастар «түр-ішкі түр», «элемент- жиынтық» және т.б.

Жалпы түрде мағлұмат ұғымының модельдері шартты түрде концептуалды және эмпирикалық болып бөлінуі мүмкін. Концептуалды модель таңдалған мәселені шешу үшін эвристикалық әдісті береді, бірақ бұл сипаттама барлық тәжірибелік жағдайда қолданыла алатыны жөнінде кепілдік бермейді. Мұндағы модель мәселені анықтауға мүмкіндік береді, оны алдын ала талдау уақытын азайта алады.

Концептуалды модельді тәжірибеде қолдану үшін оны эмпирикалық түрлендіру қажет. Эмпирикалық модельдер сипаттамалы мінезді және шешім қабылдаушы ретінде берілген тапсырманы шешеді.

Мағлұмат ұғымының модельдерін сонымен қатар декларативті және процедуралды деп бөлуге болады.

Мағлұмат ұғымының декларативті модельдері кейбір объект мәселесі объектілердің қандай да бір заттық аумақтың сәйкестігі кейіннен бұл білімдердің қолданылуына қарамастан шешілу мүмкіндігінің болжамына негізделеді. Мұндағы модель екі бөліктен тұрады: мағлұмат және шығару механизмінің статистикалық сипатталған құрылымы.

Декларативті модельдерде орындалып жатқан рәсімдердің сипаттамасы нақты болмайды, олар көптеген бекітулерден тұрады.

Мағлұмат ұғымының процедуралды модельдері түрлі жағдайларда қандай әрекет жасау керектігін немесе түрлі әрекеттерді қалай жасау керектігін анықтайтын кішігірім бағдарламаларды ұсынатын процедуралардан тұрады. Процедуралды модельдердің нәтижелілігін арттыру үшін оларға берілген тапсырмаларды шешу үшін жиналған мағлұматтарды қалай қолдану керектігін көрсететін қосымша мағлұматтарды енгізу керек.

Мағлұмат ұғымы модельдерінің түрлі формаларын қарастырайық.

«Шарт-әрекет» түр ережелерінің жиынтығынан тұратын модельдер кең қолданылады, мұндағы шартқа деректер базасының мазмұнын растау жатады, ал әрекеттер деректер базасының мазмұнын өзгерте алатын рәсімдерден тұрады.

Мұндағы модельдердің деректер базасы жүйенің айнымалы бөлігін сипаттайды. Өнімдік модельдер модульдік қасиетке ие, сондықтан ережелер кездейсоқ жанама әсерлердің туындауынсыз-ақ қосылады немесе жойыла алады.

Жүйенің деректер базасында өнімдік аумақтар, объект немесе объектілер жиынтығы жөніндегі белгілі деректер сақталады. Өнімдік ережелер берілген аумақ үшін деректер базасында спецификациялық деректер табылмаған жағдайда қандай қосымша деректер қолданылатынын көрсететін спецификациялық мағлұматтардан тұрады.

Мағлұмат ұғымының модульдігінен, модификациясынан және жеңіл қолданысынан өнімдік модельдер сарапшы жүйелерде кең қолданыс тапты.

Мағлұмат ұғымының келешекті формасына фреймдер жатады. «Фреймдер» түсінігін стереотипті объектілерді, жағдайлар мен оқиғаларды сипаттау үшін М.Минский енгізген болатын. Оның анықтамасы бойынша фреймдер дегеніміз – құбылыстар мен процестерді және объектілер тобын сипаттауға қажетті ақпараттардың минималды құрылымы.

Әрбір фрейм келесідей ақпараттармен байланысты: фреймді қалай қолдану; күтпеген жағдайларда не істеу керек? Объект мен өнімді аумақтың арасындағы байланысты ұйымдастыру үшін фреймдер желісі құрылады.

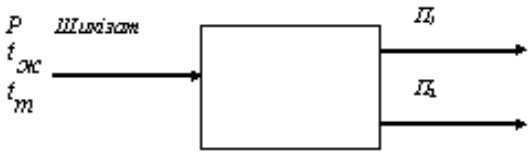
Басқару жүйелерін құру кезінде бірнеше рет байқалғандай, объектінің адаптивті моделін құру маңызды мәселелердің бірі болып табылады. Мұндағы жағдайда модельді қолмен қалыптастыруды нәтижесіз ететін көп мөлшерлі айнымалылар санын есепке алу қажет. Фреймді модельдерді қолданудың нақты мысалына мұнай өңдеуші өндірістегі мұнай өңдеу өнеркәсібінің жоспарлау моделін құру процесін автоматтандыруды жатқызуға болады. Мағлұмат ұғымының тағы бір маңызды сұлбасына доғасы мен ұшы белгіленген бағытталған кескіннен тұратын, мұндағы ұшы нақты объектіге сәйкес келетін, ал оларды байланыстыратын доға олардың арасындағы қатынасты білдіретін семантикалық желіні жатқызуға болады.

Семантикалық желілер негізінен табиғи тілді өңдеу жүйелерінде, сонымен қатар сұрақ-жауап жүйелерінде, жасанды көрсету жүйелерінде қолданысын тапты.

Мағлұматтың логикалық ұғымы үшін бірінші қатарлы предикаттар логикасы қолданылады. Кейбір объектілер немесе өнімді аумақтар жөніндегі мағлұматтарға мұндағы көзқарас логикалық формулалардың байланысы түрінде көрінеді. Логикалық ұғымдар түсінуге жеңіл, бірақ олардың кемшілігіне компьютердің жады көлемінің көп бөлігін алуы жатады. Адамдар білімінің көптеген түсініктері оларды ұғынуда дәстүрлі, стохастикалық, детерминдендірілген әдістерді қолдану үшін тым күрделі болып келеді. Қиындықтар көптеген ұғымдардың адамдардың ойша пайымдау мінездемесіне жақын ойлау жүйесінің субъективтілігі және лингвистикалық белгісіздігі негізінде табиғаты бойынша түсініксіз

болатындығынан туындайды. Мұндағы мағлұматтар түрін формалау үшін американдық ғалым Л.Заде жасап шығарған анық емес жиынтықтар теориясы қолданылады. Анық емес жиынтықтар теориясына қызығушылық сарапшы жүйелерді жасау кезінде объектілерді модельдеумен байланысты туындайды.

Анық емес жиынтықтар теориясының көмегімен технологиялық орналастыруды басқару процесін қалай моделдеуге болатынын қарастырайық.



11-сурет

Қондырғы кірісіне t_c температурасымен және ρ_C тығыздығымен сипатталатын шикізат келіп түседі. Орнатудың негізгі басқарушы айнымалыларына P қысым, бағананың $t_{ж}$ жоғарғы және t_m төменгі температурасы жатады. Қондырғы шығысынан $П_1$ және $П_2$ өнімдері алынады. $t_C, \rho_C, P, t_{ж}, t_m$ айнымалыларын лингвистикалық айнымалылар ретінде қарастыратын боламыз.

Белгілі болғандай, лингвистикалық айнымалы деп мәндері табиғи тілдің сөздері болып келетін айнымалыларды айтады. Лингвистикалық айнымалы келесідей жинақтармен сипатталады *(X, T, U, G, M)*, мұндағы X – айнымалы атауы, T – X айнымалысының терм–жинағы, яғни X айнымалысының лингвистикалық мәндерінің барлық атауларының жиынтығы, сонымен қатар бұл мәндердің әрқайсысы *u* базалық айнымалысымен U универсал жиынтығынан алынған мәндері X-тың нақты емес айнымалысы болып табылады. G – X айнымалысының X атауын беретін синтаксистік ереже; M – әрбір X анық емес айнымалысына сәйкесінше $M(X)$ мағынасын қоятын семантикалық ереже. V синтаксистік

ережемен туындаған *G, X* нақты мәні терм деп аталады. Анық емес *M* жиынтығы [0,1] арасындағы интервалда мәнге ие болатын $\mu_M(X)$ тиістілік функциясымен *X*-тегі кейбір жиынтықтар секілді анықталады:

$$M = \int_{xOX} \mu_M(X) / X ,$$

мұндағы $\mu_м : X \to [0,1]$ - тиістілік функциясы.

Технологиялық объектіні зерттеу негізінде басқару үшін аса маңызды айнымалыларға келесілер жатады деп есептейік: бағананың жоғарғы бөлігінің температурасы – $t_{ж}$, төменгі бөлігінің температурасы – t_m және қысымы – *P*. Бұл айнымалылардың әрбірінің өзгеру аймағы да белгілі $t_{ж}$ - [200-400^{0}C], t_m - [90-300^{0}C], *P* - [40 ÷ 70 атм].

Сарапшыларды сұрастыру негізінде лингвистикалық айнымалылардың келесідей терм-жиынтықтары анықталды делік:

T (температура $t_{ж}$) = төмен + орташа + жоғары;

T (температура t_m) = төмен + орташа + жоғары;

T (қысым *P)* = нормадан төмен + норма + нормадан жоғары.

Өнімдердің өзгеру аумақтары $П_1$ және $П_2$ сәйкесінше [90, 300] және [120, 250] аралығында орналасады. Сәйкес терм-жиынтықтар келесі түрде жазылады:

T ($П_1$ өнім шығысы) = аз + орташа+ үлкен;

T ($П_2$ өнім шығысы) = аз + орташа + үлкен.

Лингвистикалық айнымалылар үшін анықталған терм-жиынтықтағы әрбір терм үшін сарапшыларды сұрастыру негізінде анықталатын, тасымалдаушысы бар анық емес *M* жиынтығы құрылады. Анық емес жиынтық тасымалдаушысы X^1 жиынтығы

$$X^1 = \{x / \mu_M(x) > 0, x \in X^1\}$$

Осы модельдеу деңгейіндегі нәтижелер 2-кестеде келтірілген.

2-кесте

Лингвистикалық айнымалының атауы	Термдер	Анық емес жиынтық тасымалдаушысы
Бағананың жоғарғы бөлігінің температурасы $t_ж$	Төмен Орташа Жоғары	200 - 250 240 - 330 321 - 400
Бағананың төменгі бөлігінің температурасы t_m	Төмен Орташа Жоғары	90-220 190-250 245-300
Қысым *P*	Нормадан жоғары Норма Нормадан төмен	321-400 50-63 40-51
$П_1$ өнім шығысы	Аз Орташа Үлкен	90-158 147-236 230-300
$П_2$ өнім шығысы	Аз Орташа Үлкен	120-156 151-210 208-250

Келесі деңгейде технологиялық процесті сипаттайтын ережелер жинағы құрылады. Ережелер келесідей түрге ие:

ЕГЕР A = N, онда B = M,

мұндағы *A, B* – лингвистикалық айнымалылар;

N,M – лингвистикалық айнымалыларға сәйкес термдер. Мысалы, ережелердің бірі келесі түрде болады:

ЕГЕР бағананың төменгі бөлігінің температурасы= < төмен > болса, ОНДА $П_1$ өнім шығысы = < үлкен >

Кейін ережелерді теру негізінде анық емес қатынастардың матрицасы құрылады. Егер олар бірнеше болса, онда барлық келесі құрылған матрицалар біріктіріледі

Логикалық шығысты ұйымдастыру үшін (біздің жағдайда өнім шығысын анықтау) шығарудың композициялық ережелері қолданылады.

Қарастырылған анық емес шартты қорытындының ережелерін қолданатын ЕГЕР.. ОНДА... ӘЙТПЕСЕ түріндегі күрделі объектілерді модельдеу әдісі жеткілікті түрде нәтижелі

болып табылады. Бұл түрлі үздіксіз және дискретті технологиялық нысандарды басқару кезіндегі осындай жолмен алынған модельдерді қолдану тәжірибесін растайды. Мұндағы модельдер алынған модельдегі модельденетін объект арасындағы күрделі ішкі өзара байланысты анықтауға мүмкіндік беретін, сапалы мінездеме жөніндегі ақпаратқа ие технолог-оператордың сарапшы сұрастыру өнімі болып табылады. Бұл жүйелерді модельдеу кезінде статистикалық ақпараттарды жинау қиындық тудыратын немесе ол толығымен жоқ жағдайлар үшін сәтті қолданылуы мүмкін.

15.5. Нейроақпараттық технологияларды қолдану

Қазіргі кезде түрлі сфераларда, сонымен қатар түрлі объектілерді автоматтандыруда нейронды желілерді қолдану аумағындағы зерттеулер айтарлықтай кеңейе түсті.

Жасанды нейронды желілерді зерттеу өзектілігі олардың қолдану мүмкіншілігінің сан алуандылығымен дәлелденеді. Нейронды желілер теориясы 50 жылдан астам бірпроцессорлы және көппроцессорлы ЭЕМ алгоритмдік базисі болып келген буль алгебрасы секілді нейрокомпьютерлер дамуының алгоритмдік базисі болып табылады.

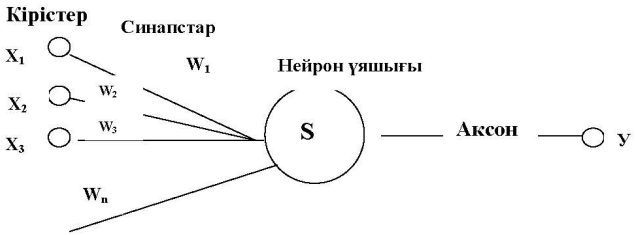
Нейронды желі бұл – қабаттары арасында түрлі типті байланысы бар нейрондардың біртипті элемент-аналогтарының ішінен соңғы қабаттар саны бар желі. Оның үстіне қабаттағы нейрондар саны тапсырманы шешудің берілген сапасын қамтамасыз ету қажеттілігінен шыға отырып таңдалады, ал нейрондар қабатының саны – тапсырманы шешу уақытын қысқарту үшін мүмкіндігінше ең аз таңдалады.

Жасанды нейронды желілердің дамуы қашан да биологиямен байланысты. Алайда мидың жұмысы жөніндегі біздің біліміміз шектелген, сондықтан жасанды нейронды желілерді жасап шығарушыларға пайдалы функцияларды атқаруға мүмкіндік беретін құрылымдарды іздеуде заманауи биологиялық білім шегінен шығып кетуге тура келеді.

Адамның нейрондар деп аталатын элементтерден құралған жүйке жүйелері өте күрделі. Шамамен 10^{15} беруші байланыстарда шамамен 10^{11} нейрондар қатысады.

Нейрондардың бірден-бір қабілеттеріне мидың коммуникациялық жүйесін құратын жүйке жолдары бойынша электрхимиялық сигналдарды қабылдау, жіберу және өңдеу қасиеттері жатады. Нейрондардың үлкен көлеміне қарамастан олардың денелері мидың жалпы көлемінің бірнеше ғана пайызын алады. Қалған түгел дерлік кеңістікті нейронаралық байланыс алып жатыр. Әрбір нейронның байланысу санының заманауи техникада аналогтары жоқ. Нейронаралық байланыстардың бірінші кезекте оның функционалды сипаттамасын анықтайтын ми компоненттерінің негізгі құрылымына жататындығын түсіну нейрофизиологтармен жасалған маңызды қорытындылардың бірі болып табылады.

Жасанды нейрон біріншіден биологиялық нейронның қасиеттеріне жуықтауды имитациялайды. Ол синапстар тобына – басқа нейрондардың шығысымен жалғасқан, бірбағытталған кіріс байланыстарына, сонымен қатар келесі нейрондардың синапстарына түсетін берілген нейронның шығыс байланысы – аксондарға ие. Әрбірі кіріс синаптикалық күшке аналогты сәйкес салмаққа көбейтіледі және барлық көбейтінділер нейронның активтену деңгейін анықтай отырып қосылады. Осы қасиеттерді жүзеге асыратын нейронның жалпы түрі 12-суретте берілген. Мұндағы кіріс сигналдарының жиынтықтары X векторымен белгіленген. Әрбір w_i салмақ бір биологиялық синаптикалық байланыстың күшіне сәйкес келеді. Салмақтар жиынтығы W векторымен белгіленеді.



12-сурет. Жасанды нейрон

Биологиялық элементтің денесіне сәйкес келетін қосушы блок өлшенген кірістерді алгебралық түрде жазады

$$S = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i \ , \qquad (15.15)$$

Нейрон шығысы оның күйінің функциясы болып табылады:

$$Y = F(S) \qquad (15.16)$$

F сызықты емес функция активациялық деп аталады және 12-суретте көрсетілген түрлі түрде болуы мүмкін.

Активтендіру функциясы желідегі барлық нейрондар үшін біреу ғана болғанда мұндағы желіні біртекті (гомогенді) деп атайды. Ал егер активациялық функция бір немесе бірнеше параметрлерге тәуелді болса, онда біртекті емес, яғни гетерогенді деп аталады.

Нейронды желілердің классификациясы жөнінде сөз қозғасақ, онда бинарлы және аналогты желілердің болатындығын айта кеткен жөн. Олардың біріншісі екілік сигналдармен іс жүргізеді және әрбір нейронның шығысы екі мәнді ғана қабылдай алады: логикалық нөл («тоқтату» жағдайы) және логикалық бір («қоздырылған» жағдай). Аналогты желілерде нейрондардың шығыс шамалары үздіксіз мәндерді қабылдауға қабілетті. Тағы да бір классификация нейронды желілерді синхронды және асинхронды деп бөледі. Бірінші жағдайда уақыттың әрбір сәтінде өз жағдайын бір ғана нейрон ауыстырады. Екіншісінде – жағдай бірден бүкіл нейрондар тобында ереже бойынша барлық қабатта ауысады. Сандық ЭЕМ-дағы нейронды желілердің бағдарламалық имитаторлары үшін синхронизациямен байланысты сұрақтар нейронды желілер жүзеге асырылатын компьютерлермен шешіледі.

Қарастырылған жасанды нейронның қарапайым моделі өзінің биологиялық сыңарының қасиеттер қатарын маңызды түрде қысқартады. Мысалы, ол жүйенің динамикасына әсер ететін уақыт бойынша тоқтатуды назарға алмайды. Кіріс сигналдар бірден шығыс сигналдарын тудырады және ең маңыздысы, ол зерттеушілердің шешуші деп табатын биологиялық нейронның синхронизациялық функциясының әсерін ескермейді. Бұл шектеулерге қарамастан осы нейрондардан құрылған желілер биологиялық жүйелерге қатты ұқсайтын қасиеттерді тауып отырады.

Жасанды нейронды желілерді басқару жүйелерінде қолдану.

Жасанды нейронды желілерді басқару жүйелерінде қолданудың ерекшеліктері

Тарихи жоспарда басқару жүйелерін (БЖ) жасау қашан да рет-ретімен болатынын растауға болады. Бұл деңгейлерге келесілерді жатқызуға болады:

– БЖ құру концепциясын дайындау деңгейі;

– ұсынылып отырған құру концепсиясына сәйкес БЖ модельдеу деңгейі;

– алынған нәтижелерді талдау деңгейі;

– БЖ құру концепциясын модернизациялау деңгейі.

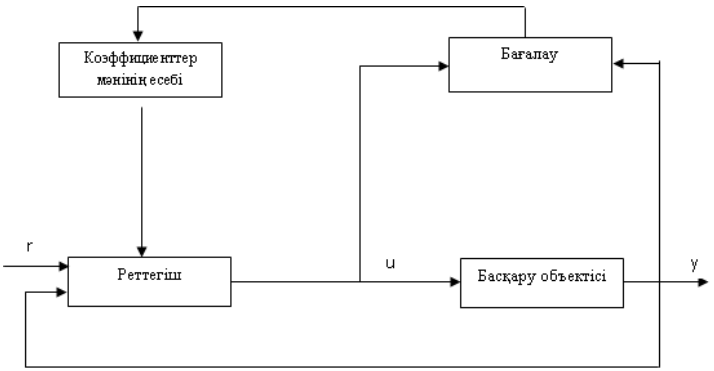
Барлық осы деңгейлер аралығында БЖ бастапқы құру концепциясын жүзеге асыруда бастапқы бағыттарды таңдауға мүмкіндік беретін және оның негізгі идеяларын аралық аумақтарға тарататын теориялық зерттеулер тоқтатылмайды.

Аналогтық сұлба бойынша жасанды нейронды желілерді қолданатын басқару жүйелерінің дамуы жүзеге асырылады. Алайда, нейрожелілі БЖ-нің көп мөлшерде жасалған аппаратты және бағдарламалы модельдері болып жатқан процестер мен мәселелерді теориялық түсінуде озып кететінін атап өткен жөн.

Бейсызықты динамикалық жүйелермен басқару тапсырмасын шешудің қажетті деңгейіне ережеге сәйкес осы желілер құрамының тәжірибелік және теориялық талдауына негізделетін адаптивті математикалық модельдерді алу жатады. Жүйеде жүріп жатқан процестерді теориялық талдау дифференциалды теңдеулер түріндегі математикалық сипаттама алуға мүмкіндік береді. Жүйенің кіріс немесе шығыс сигналдарын бақылау негізінде эксперименталды талдау кезінде оның параметрлік немесе параметрлік емес моделі алынады. Аса кең қолданысқа модельдің құрылымдық және параметрлік тапсырмасын шешуді талап ететін және параметрлердің шектелген саны бар параметрлік модельдер ие болды. Жасалған жұмыстың көп мөлшеріне қарамастан бейсызықты жүйелердің алуан түрлілігі бейсызықты жүйелерді идентификациялаудың жалпы теориясын жасауға мүмкіндік бермейді. Көбінесе,

мысалы Вольтер, Винер және т.б. қатарлармен қолданылатын классикалық әдіс бейсызықтықтың аппросимациясына негізделген. Алайда, мұндағы модельдердің қолдану аясы шектелген. Сонымен қатар, адаптивті математикалық сипаттаманы алудағы қосымша қиындықтар сигналдардағы кедергінің болуымен шартталған.

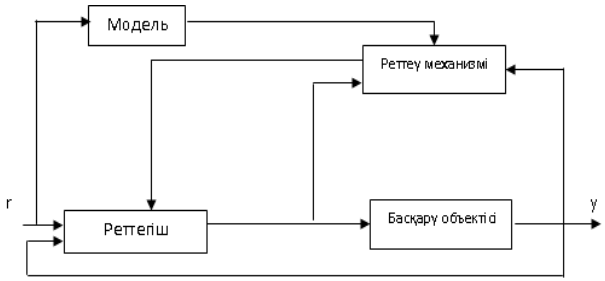
Басқару жүйелерінің классикалық модельдерінің біріне уақыттың шынайы масштабында реттелетін, мысалы өздігінен реттелетін Астром реттегіші секілді коэффициенттері болатын, кері байланысы бар модельді жатқызуға болады. Мұндағы контроллерлердің коэффициенттері жүйе параметрлерінің бағалануына сәйкес әрбір басқару циклінің ағымында реттеліп отырады. Кері байланысы және уақыттың шынайы масштабында реттелетін коэффициенттері бар басқарудың блок-схемасы 13-суретте көрсетілген.



13-сурет. Кері байланысы және реттелетін коэффициенттері бар басқарудың блок-схемасы

Басқару жүйесінің келесі жақсы белгілі моделіне Ляпунов моделін жатқызамыз. Эталонды Ляпунов моделін қолданатын адаптивті басқару жүйелері басқарылатын модельдің шығыс сигналы ақыры соңында алдын ала анықталған модельдің шығыс сигналдарына сәйкес келетіндей етіп жобаланады. Мұндағы модель тұрақты болуы қажет, яғни басқарылатын

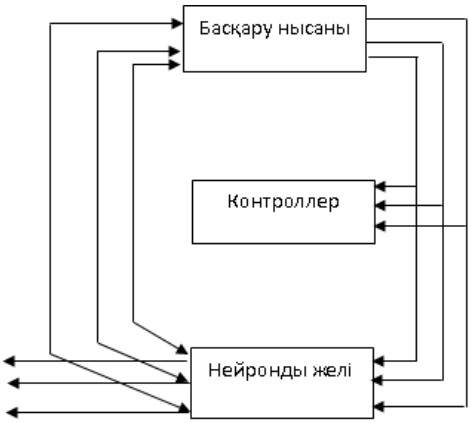
жүйе нәтижесінде қателігі нөлге тең эталонды модель қадағаланады. Оның үстіне үйретуші немесе адаптивті басқару деңгейінде ауыспалы процестер кепілденген шектерге ие. Эталонды моделі бар адаптивті басқарудың блок-схемасы 14-суретте көрсетілген.



14-сурет. Эталонды моделі бар адаптивті басқарудың блок-схемасы

Жасанды нейронды желілерді қолданатын басқару жүйелері классикалық басқару әдісіне сәйкес мүмкіндіктердің бірі болып табылады. Басқару тапсырмаларын шешу үшін нейронды желілерді қолданудың мүмкіндігі көбінесе екі қабаттан тұратын және көрінбейтін қабатта түйіндердің кез келген көлемі бар нейронды желілер нақты сандардың кез келген функциясын берілген дәлдік дәрежесімен аппроксимациялай алады деген қағидаға негізделген. Бұл жағдайдың айғағы әйгілі Вейерштрасс теоремасына негізделген. Сонымен басқарудың және идентификациялаудың тапсырмаларын шешу үшін бір ғана жабық қабатты нейронды желілер қолданыла алады.

Нейрожелілі басқару жүйелерін құрудың ең алғаш қолданылған әдісі орнатылған контроллерді «көшіруге» негізделген әдіс болып табылады. 1964 жылы осы әдісті қолдана отырып Уидроу бұл әдісті алдын ала болған сарапшыдан мағлұмат алу негізіндегі сарапшы жүйені құру әдісі деп атады. Мұндағы басқару жүйесінің архитектурасы 15-суретте келтірілген.

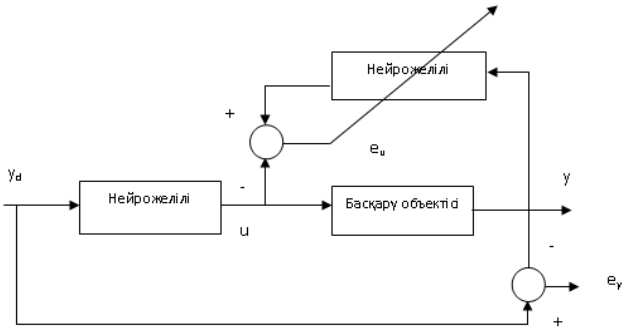


15-сурет. Бар контроллерді «көшіруге» негізделген нейрожелілі БЖ

15-суретке қарай отырып бұл әдістің пайдалылығына күмәнануға болады. Егер біреуі бар болса, тағы бір басқарушы контроллерді қолданудың қажеті не? Алайда, біріншіден, алдын ала болған контроллерді (мысалы, бұндай контроллер ретінде адам жұмыс істеуі мүмкін) қолдану кезінде ыңғайсыздық болуы мүмкін, ал екіншіден, НЖ нәтижелі басқару үшін басқару объектісінің жағдайы жөніндегі ақпаратты көрсету қабілеті бойынша (оңай өлшейтін, түрлендіретін және т.б.) алдыңғы контроллерден үздігін қолдануға болады.

Қазіргі уақытта нейрожелілі басқару жүйесін құрудың басқа мүмкін болатын архитектуралар қатары жеткілікті жақсы жасалған және кең қолданылады. Осылардың барлығынан нейрожелілердің мақсаты басқару объектісінің бастапқы қалпынан қажетті соңғы қалпына дейінгі жағдайының динамикасын басқару үшін адекватты басқару сигналын алу болып табылады. Оның үстіне күйінің ауысуы тиімді траектория бойынша жүргізілуі керек, басқару объектісінің жағдайын бақылауды ұйымдастыру және нейрожелілі контроллерді қолдану қандай да бір деңгейде тандап алынған басқару құрылымын қолдануға және оқыту алгоритміне тәуелді. Көбінесе оқыту алгоритмі ретінде қатені қайта тарату алгоритмі қолданылады.

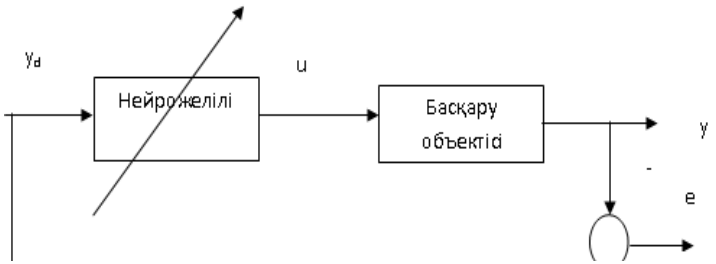
Жанама басқару сұлбасында басқару параметрлері уақыттың әрбір сәтінде анықталады және кейіннен контроллер параметрлерін бағалауда қолданылады (16-сурет). Нәтижесінде анық көрсетілген идентификация процесі көрінісін табады.



16-сурет. Жанама басқару сұлбасы

Мұндағы сұлбаның кемшілігіне басқарудың және идентификациялаудың тек e_u қателігіне негізделгені жатады және жүйенің шығысында e_y қателігінің минимум болатынына кепілдік беруге болмайды.

Тура басқару сұлбасында нейрожелілі контроллер параметрлері e_y шығыс қателігін міндетті түрде азайтатындай



17-сурет. Тура басқару сұлбасы

Контроллер көмегімен минимизацияланатын мақсатты функция ретінде басқару объектісінің шығысындағы ортаквадраттық қателікті қолдануға болады:

$$E_y = \frac{1}{2}(y_d - y)^2, \qquad (15.17)$$

Басқару жүйелерінде нейрожелілерді қолдану мәселелерін қарастыратын теориялық зерттеу аумақтарының біріне осындай басқару әдістерін басқару жүйелерінің басқа белгілі түрлерімен салыстыру, нейрожелілі әдістерге тән ерекшеліктерді анықтау және талдау жатады.

БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ

1. *Кафаров В. В., Глебов М.Б.* Математическое моделирование основных процессов химических производств. М.: Высшая школа, 1991, 400с.

2. Введение в математическое моделирование/ *Н. Ашихмин, М. Г. Бояршинов, М. Б. Гитман* и др.]; под ред. *П.В.Трусова* – М.: Интернет инжиниринг, 2000, 336 с.

3. *Ярмухамедова З. М.* Физико-химические основы и математические модели типовых технологических процессов. Алматы: КазНТУ, 1999. – 166 с.

4. *Ярмухамедова З. М.* Моделирование химико-технологических объектов. Алматы: КазНТУ, 2005. – 82 с.

5. *Олссон Г., Пиани Д.* Цифровые системы автоматизации и управления; пер. с англ.- СПб.: Невский диалект, 2001. – 557 с.

6. *Малафеев С.Н., Малафеева А.А.* Моделирование и расчет автоматических систем. Владимир: Посад. 2003. – 200 с.

7. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления; пер.с англ. – М.Мир. 1975. – 685 с.

8. *Ярмухамедова З.М.* Идентификация и моделирование объектов и систем.

9. *Васильков Ю.В., Василькова Н.Н.,* Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании. М.:Финансы и статистика, 2002. – 255 с.

10. *Дьяконов В. П.* Vissim + Mathcad + MATLAB. Визуальное математическое моделирование. М.: СОЛОН+Пресс, 2004. – 383 с.

11. *Аттетков, А. В.* и др. Методы оптимизации./ *А. В. Аттетков*, др., *С. В. Галкин, В. С. Зарубин* – М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2003.

12. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 256 с.

13. *Севостьянов, А.Г.* Моделирование технологических процессов: учебник / *А.Г. Севостьянов, П.А. Севостьянов.* – М.: Легкая и пищевая пром-сть, 1984.

14. *Тарасик, В. П.* Математическое моделирование технических систем. – Минск: Издательство «Дизайн ПРО», 2004.

15. *Гроп Д.* Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.

16. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт. / Под ред. *Пупкова К.А., Егупова Н.Д.* – М.: Издательство МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2004. – 744с.

17. *Демченко В. А*. Автомаизация и моделирование технологических процессов АЭС и ТЭС. – Одесса: Астропринт, 2000. – 300 с.

18. *Воронов А. А.* Введение в динамику сложных управляемых систем. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 352с.

19. *Цирлин А. М.* Оптимальное управление технологическими процессами - М.:Энергоатомиздат, 1986.

20. *Бояринов А. И., Кафаров В.В*. Методы оптимизации в химической технологии – М: Химия, 1975.

21. *Баласанов Г. Н*. Оптимальное управление гидрометаллургическими процессами. – М.: Атомиздат, 1987.

22. *Зуховицкий С. И., Авдеева Л.И.* Линейное и выпуклое программирование. – М.: Наука, 1967.

23. *Крутько П. Д.* Вариационные методы синтеза систем с цифровыми регуляторами. – М: Советское радио, 1987.

МАЗМҰНЫ

	Кіріспе.	3
1	Модельдердің түрлері, мақсаты және атқартын қызметтері	5
1.1	Модель түрлері.....	7
1.2	Түрлі модельдердің мақсаты мен атқаратын қызметтері.....	8
1.3	Модельдеудің құрылымы мен компоненттері.....	9
2	Математикалық модельдердің жіктелуі.....	16
2.1	Математикалық модель түсінігі.....	16
2.2	Математикалық модельдерді топқа бөлу.....	17
3	Математикалық модельдерді құру принциптері.....	22
3.1	Математикалық модельдерді құрудағы негізгі әдістер.....	22
3.2	Математикалық модельдерге және оларды құру әдістеріне қойылатын талаптар	27
4	Объект пен оның ағымдарының құрылымын талдау.....	29
4.1	Өндірістік объект жүйе ретінде.....	29
4.2	Объект пен оның материалды және энергетикалық ағымдарының құрылымы.....	30
4.3	Технологиялық объектінің жалпыландырылған құрылымдық моделіне мысал.....	31
4.4	Объектінің ең маңызды айнымалыларын таңдау.....	33
5	Материалды ағымдардың химиялық түрленуінің математикалық модельдері.....	35
5.1	Аналитикалық модельдерді құрастырудың кезеңдері.....	35
5.2	Химиялық кинетиканың математикалық моделі (гомогенді жүйелер).....	37
5.3	Химиялық кинетиканың математикалық модельдері (гетерогенді жүйелер)	38
6	Ағымның гидродинамикалық моделі.....	45

6.1	Аппарат кеңістігінде материалдық ағындардың масса алмасуын математикалық сипаттау.....	45
6.2	Ағым құрылымының типтік модельдері	48
7	Технологиялық объектілердегі жылу алмасу процестерінің математикалық сипатталуы	55
7.1	Жылу алмасу процестерінің негізгі топтары.....	55
7.2	Жылу ағынының түрлі топтарын математикалық сипаттау	57
8	Масса алмасу процестерін модельдеу.....	62
8.1	Масса тасымалдау процестерін өрнектеудегі блокты принцип.....	62
8.2	Сорбенттің қозғалыссыз қабаттағы адсорбция процесінің математикалық өрнегі.....	63
8.3	Саптамалы колоннадағы экстракцияның математикалық өрнегі.....	64
9	Шоғырланған параметрлері бар математикалық модельдерді синтездеу.....	67
9.1	Шоғырланған параметрлері бар математикалық модельдерді синтездеудің артықшылығы.....	67
9.2	Глиноземді (топырақтағы алюминий тотығын) автоклавтық сілтісіздендіруге арналған жинақталған мәндерге ие математикалық модель.....	71
10	Математикалық модельдерді берілген параметрлері арқылы синтездеу.....	77
10.1	Берілген параметрлері арқылы модельдерді синтездеудің негізгі әдістері.....	77
10.2	Анықталған параметрлерімен көміртексіздендіру процесін сипаттаушы математикалық модель.....	78
11.	Идентификация теориясының негізгі түсініктері	82
11.1	Басқарушылық, бақылаушылық, идентификациялық.....	82
11.2	Идентификация есептерінің қойылымы.....	83
11.3	Идентификация мен бағалаудың міндеттерінің түрлерге бөлінуі	84

11.4 Идентификация міндеттерін шешу үшін қолданылатын ақпараттық жиынтық..... 85
12 Сызықты және сызықты емес объектілерді идентификациялау..... 88
12.1 Сызықты детерминделген объектілерді идентификациялау..... 88
12.2 Күйлер кеңістігіндегі детерминденген жүйенің математикалық сипаттамасы 93
12.3 Сызықты стохастикалық объектілерді идентификациялау..... 97
12.4 Сызықты емес объектілерді идентификациялау..... 98
13 Идентификацияның адаптивті алгоритмі..... 110
13.1 Адаптивті жүйелердегі объектілердің идентификация әдістері..... 110
13.2 Математикалық моделдерді құруудың итерациялық (адаптивті) алгоритмдері..... 116
13.3 Ағымдағы регрессиялық талдау әдісі..... 124
14 Идентификацияның статистикалық әдістері..... 127
14.1 Математикалық модельдер синтезін статистикалық тұрғыда қарастыру..... 127
14.2 Жиынтық регрессиялық талдау әдісі 130
14.3 Жиынтық корреляциялық талдау әдісі 140
14.4 Математикалық модельдің нақты объектіге сәйкестігін статистикалық тексеру 144
15 Күрделі жүйелердің математикалық моделі..... 149
15.1 Басқарылатын жүйелердің математикалық модельдері 149
15.2 Имитациялық модельдер..... 152
15.3 Семиотикалық модельдер..... 156
15.4 Сарапшы жүйелер және оларды модельдеуде қолдану..... 158
15.5 Нейроақпараттық технологияларды қолдану..... 165
Библиографиялық тізім..... 174

Оқулық басылым

Ярмухамедова Зауреш Мукашевна
Қуандыкова Гүлбағила Елубаевна
Абжанова Лауласын Косылгановна

АВТОМАТТАНДЫРУ ОБЪЕКТІЛЕРІН МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛДЕУ

Оқу құралы

ОБО РБ бастығы *З. А. Ғұбайдулина*
Редакторы *А.И. Бейсебаева*
Компьютерде беттеген *С.Е. Орысбекова*

Басуға қол қойылды 19.05.2016 ж.
Таралымы 100 дана.
Пішімі 60х84х 1/16. № 1 баспаханалық қағаз.
Е.- б.т. 11,1. Ш.б.т. 10,3. Тапсырыс № 722 Бағасы келісімді.

Қ. И. Сәтбаев атындағы
Қазақ ұлттық техникалық университетінің басылымы
Оқу-баспа орталығы,
Алматы қ., Сәтбаев көшесі, 22

ISBN 978-601-228-945-9

