

Кафедра Общей физики

М. Ш. Исмагулова, Г. К. Турлыбекова

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Пособие по решению задач
(для студентов 1-2-го курсов технических специальностей)

Рекомендовано Учебно-методическим Советом университета
в качестве учебного пособия

Алматы 2022

УДК 537 (075.8)
ББК 22.33 я73
И87

Рецензенты:

Асембаева М. К., канд. физ.-мат. наук, ассоц. проф. каф. Теплофизики и технической физики КазНУ имени аль-Фараби

Бастыкова Н. Х., PhD, ассоц. проф. каф. Физики плазмы, нанотехнологии и компьютерной физики, физико-технический факультет, КазНУ имени аль-Фараби

Майлина Х. Р. канд. физ.-мат. наук, ассоц. проф. каф. Общей физики, СУ

Печатается по плану издания Учебно-методического Совета КазНИТУ им. К. И. Сатпаева на 2022 г.

И87 Исмагулова М. Ш., Турлыбекова Г. К. Электричество и магнетизм. Пособие по решению задач (для студентов 1-2-го курсов технических специальностей Сатпаев университет). – Алматы: КазНИТУ, 2022. – 115 с. Илл. 33. Список лит. – 14.

ISBN 978-601-323-314-7

Учебное пособие составлено в соответствии с квалификационной характеристикой, типовым и рабочим учебными планами, а также психолого-педагогических основ организации и проведения практических занятий. Изложенная в пособии методика решения задач способствует активизации мыслительной деятельности студентов по усвоению теоретических основ физики, вырабатывает умения ориентироваться в обильном потоке научно-технической информации, а также нацеливает на поиск возможности практического применения полученных знаний в будущей инженерной деятельности.

Пособие предназначено для студентов технических специальностей. Оно включает подробный анализ как типовых задач, так и задач повышенной сложности, а также задачи для самостоятельного решения.

УДК 537 (075.8)
ББК 22.33 я73

ISBN 978-601-323-314-7 © Исмагулова М. Ш., Турлыбекова Г. К. 2022
© КазНИТУ, 2022

Введение

Умение решать задачи является лучшим критерием оценки глубины изучения и усвоения учебного материала. По характеру работы инженеру зачастую приходится решать различные производственные задачи: технологические, конструкторские, исследовательские. Нередко это нетиповые и нетрадиционные задачи. В этих условиях инженеру приходится самостоятельно формулировать условие и искать способ решения. Таким образом, умение решать задачи – профессиональное качество, необходимое для каждого инженера.

Решение физических задач позволяет:

- понять и запомнить основные законы и формулы физики;
- развивать умения и навыки использования общих законов для решения конкретных, практических вопросов.

В процессе решения физической задачи выделить три этапа:

- физический,
- математический,
- анализ решения.

Физический этап включают в себя ознакомление с условием задачи, уяснение физических закономерностей, лежащих в ее основе. Далее следует коротко записать условия задачи в буквенных обозначениях и выразить их в Международной системе единиц СИ. Затем необходимо сделать схематический чертеж, поясняющий ее сущность, и на чертеже указать все величины, характеризующие данное явление. Если при этом окажется, что для полного описания процесса надо использовать величины, не фигурирующие в условии задачи, их нужно ввести в решение. После анализа условия составляются уравнения, в которых неизвестным служит искомая величина, и физический этап переходит в математический.

Математический этап начинается решением системы уравнений и заканчивается получением числового ответа.

Этап анализа решения включает исследование размерности полученной величины; проверка соответствия полученного числового ответа физически возможным значениям искомой величины

Данное пособие состоит из 4-х разделов, каждый из которых содержит:

- ознакомительную главу, в которой приведены основные определения и формулы;

- методическую главу, в которой описаны и рассмотрены на конкретных примерах наиболее общие методы и подходы, наиболее распространенные приёмы, использующиеся при решении задач по физике;

- главу, содержащую набор наиболее типичных задач для самостоятельного решения. Ко всем задачам приведены ответы.

Указания к решению и оформлению задач

1. Записать условие задачи полностью.

2. Выписать численные данные и перевести их в Международную систему измерения физических величин (СИ).

3. Выполнить чертёж или рисунок, поясняющий содержание задачи, показав на нем соответствующие обозначения физических величин, используемых при решении именно этой задачи.

4. Проанализировать условия задачи и указать основные законы, которые нужно применить для решения, и записать их аналитическую форму. Если величины векторные, то на рисунке показать их направления и пояснить, как определяются эти направления.

5. Если при решении задач применяется частная формула, не выражающая какой-нибудь закон или не являющаяся определением какой-либо физической величины, то ее следует вывести самостоятельно.

6. Необходимо сопровождать весь ход решения задачи краткими, но исчерпывающими пояснениями. Результатом анализа и решения задачи является составление системы уравнений, которая включает в себя все искомые величины.

7. Получить решение задачи в аналитическом виде, т. е. выразить искомые величины через заданные величины в буквенном виде и стандартные физические постоянные.

8. Подставить в полученную формулу численные значения всех величин, выраженных в системе СИ. Произвести вычисления и получить искомый результат. Записать ответ, указав единицы измерения искомой величины.

9. Проанализировать полученный результат.

10. Сделать проверку размерности.

ГЛАВА 1

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1.1 Основные определения и формулы

1. Заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда. Элементарный заряд e – это наименьший заряд, существующий в природе.

$$q = \pm ne, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.} \quad (1.1)$$

n – целое число.

Носители заряда – элементарные частицы. Наименьшая частица, обладающая отрицательным элементарным электрическим зарядом, – электрон, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Наименьшая частица, обладающая положительным элементарным электрическим зарядом, – позитрон. Таким же зарядом обладает протон, входящий в состав ядра. $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

2. Закон Кулона:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{\epsilon r^2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \quad (1.2)$$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – *электрическая постоянная*.

3. Электрическое поле – особая форма существования материи, посредством которого взаимодействуют электрические заряды. Для количественного описания электрического поля применяют две характеристики: напряженность и потенциал.

Напряженность – силовая характеристика электростатического поля – определяет, с какой силой поле действует на единичный положительный пробный точечный заряд q_0 :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad [E] = 1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м.} \quad (1.3)$$

Напряженность поля точечного заряда:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^3} \vec{r}, \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2} \quad (1.4)$$

Потенциал – энергетическая характеристика электрического поля – численно равен потенциальной энергии, которой обладает в данной точке поля единичный положительный заряд:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}, \quad [\varphi] = 1\text{В (Вольт)} = 1\text{Дж/Кл}. \quad (1.5)$$

Разность потенциалов между начальной и конечной точками – работа по перемещению единичного положительного заряда из начальной точки в конечную.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}. \quad (1.6)$$

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (1.7)$$

4. Связь между напряженностью и потенциалом:

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right),$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты: единичные векторы, показывающие направление осей координат OX, OY, OZ.

В однородном электрическом поле:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}. \quad (1.8)$$

5. Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0 \quad (1.9)$$

6. Элементарный поток вектора напряженности электрического поля:

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS \cdot \cos \alpha = E_n dS \quad (1.10)$$

Полный поток вектора напряженности электрического поля:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E \cdot dS \cdot \cos \alpha = \int_S E_n dS. \quad (1.11)$$

α – это угол между направлением вектора $\vec{E}$ и направлением нормали к поверхности $\vec{n}$. Если поверхность перпендикулярна к линиям напряженности ($\alpha = 0^\circ$) и напряженность поля постоянна ($\vec{E} = const$), то

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \quad (1.12)$$

$$\text{В СИ } [\Phi] = \frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 = \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}^3} = \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{с}^{-3}$$

7. Теорема Гаусса: поток вектора напряженности электрического поля через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную.

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \Phi_i = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (1.13)$$

8. Линейная плотность заряда:

$$\tau = \frac{dq}{dl}, \text{ или } \tau = \frac{q}{l}. \quad (1.14)$$

Поверхностная плотность заряда:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \text{ или } \sigma = \frac{q}{S}. \quad (1.15)$$

Объемная плотность заряда:

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \text{ или } \rho = \frac{q}{V}. \quad (1.16)$$

Связь заряда и плотностей $dq = \sigma dS = \tau dl = \rho dV$.

9. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (1.17)$$

Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей:

а) Между плоскостями:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}; \quad (1.18)$$

б) Вне плоскостей: $E = 0$.

10. Емкость уединенного проводника и конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi}; \quad C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (1.19)$$

11. Энергия заряженного конденсатора[^]

$$W_{\text{эл}} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (1.20)$$

Объемная плотность энергии электрического поля:

$$w_{\text{эл}} = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}. \quad (1.21)$$

1.2 Примеры решения задач

Задача 1.1 Три одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 3$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы данная система из четырех зарядов находилась в равновесии?

Дано:

$$q_1 = q_2 = q_3 = 3 \text{ нКл}$$

Найти: $q_4 - ?$

Поскольку заряды, расположенные в вершинах треугольника, находятся в одинаковых условиях, поэтому достаточно рассмотреть условие равновесия только одного из зарядов в поле трех других, когда в центр треугольника, помещен четвертый заряд. Рассмотрим условие равновесия заряда q_1 .

Заряд q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0.$$

$\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ и $\vec{F}_4$ – силы, с которыми соответственно действуют на заряд q_1 заряды q_2 , q_3 и q_4 . $\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.

Поскольку силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой в противоположные стороны, то векторное равенство можно заменить скалярным равенством:

$$F - F_4 = 0.$$

Откуда $F = F_4$.

Учитывая, что $F_2 = F_3$, из рисунка видно, что $F = 2F_2 \cos \frac{\alpha}{2}$.

Тогда $F_4 = 2F_2 \cos \frac{\alpha}{2}$.

Применим закон Кулона, помня, что

$$q_1 = q_2 = q_3.$$

$$\frac{q_1 q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = 2 \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Тогда:

$$q_4 = q_1 \frac{r_1^2}{r^2}.$$

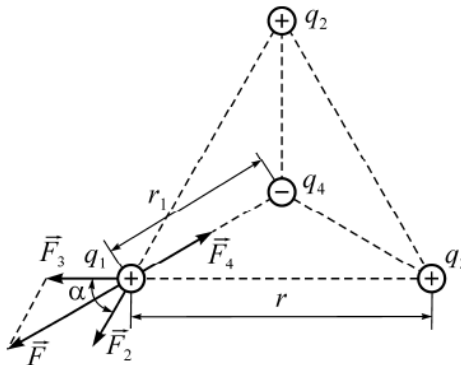


Рис. 1.1. Иллюстрация к задаче 1.1

Связь между r_1 и r найдем из рисунка, помня, что $\alpha = 60^\circ$,
 $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$r_1 = \frac{r}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

Окончательно

$$q_4 = \frac{q_1}{\sqrt{3}}$$

Подставив числовое значение $q_1 = 3 \text{ нКл} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, получим

$$q_4 = \frac{3 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{3}} = 1,732 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Ответ: $1,732 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$.

Задача 1.2. Два точечных электрических заряда $q_1 = 2 \text{ нКл}$ и $q_2 = -4 \text{ нКл}$ находятся в воздухе на расстоянии $d = 8 \text{ см}$ друг от друга. Определить напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке A , удаленной от заряда q_1 на расстояние $r_1 = 9 \text{ см}$ и от заряда q_2 на $r_2 = 5 \text{ см}$.

Дано:

$$\begin{aligned} q_1 &= 2 \text{ нКл} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ q_2 &= -4 \text{ нКл} = -4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ d &= 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ r_1 &= 9 \text{ см} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ r_2 &= 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ \varepsilon &= 1 \end{aligned}$$

Найти: $\vec{E}$ - ? φ - ?

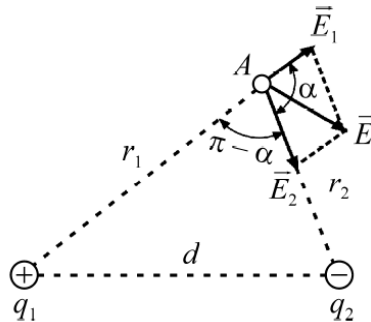


Рис 1.2. Иллюстрация к задаче 1.2

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов, поэтому:

1) Суммарная напряженность поля, создаваемая двумя зарядами, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

2) Потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами, равен алгебраической сумме потенциалов:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе ($\epsilon = 1$) зарядами q_1 и q_2 соответственно равны:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2}; \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2}.$$

Вектор $\vec{E}_1$ направлен по силовой линии от заряда q_1 , так как заряд q_1 положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду q_2 , так как заряд q_2 отрицателен.

Абсолютное значение вектора $\vec{E}$ найдем из теоремы косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{q_1}{r_1^2} \frac{q_2}{r_2^2} \cos \alpha},$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$. Найдем угол α из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и d по теореме косинусов:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\pi - \alpha).$$

$$\cos \alpha = - \cos(\pi - \alpha) = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2} = \frac{8^2 - 9^2 - 5^2}{2 \cdot 9 \cdot 5} = \frac{21}{45} = 0,467.$$

Тогда

$$\begin{aligned} E &= 9 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{(9 \cdot 10^{-2})^4} + \frac{(4 \cdot 10^{-9})^2}{(5 \cdot 10^{-2})^4} + 2 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{9 \cdot 10^{-2}} \frac{4 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,467} = \\ &= 9,2 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}} \end{aligned}$$

В последней формуле не учтен знак заряда q_2 , поскольку знак заряда определяет направление вектора напряженности, которое было учтено при построении рисунка 1.2.

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечными зарядами q_1 и q_2 выражаются формулами:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2}.$$

Потенциал суммарного поля от двух зарядов равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right).$$

$$\varphi = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{2 \cdot 10^{-9}}{9 \cdot 10^{-2}} + \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-2}} \right) = -5,2 \cdot 10^2 \text{ В}.$$

Проверим размерность:

$$[E] = [k] \frac{[q]}{[r]^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \text{ Кл}}{\text{Кл}^2 \text{ м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}};$$

$$[\varphi] = [k] \frac{[q]}{[r]} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \text{ Кл}}{\text{Кл}^2 \text{ м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

Ответ: $E = 9,2 \cdot 10^4 \text{ В/м}$; $\varphi = -5,2 \cdot 10^2 \text{ В}$.

Задача 1.3. Вычислить напряженность поля в произвольной точке на оси тонкого кольца радиуса R , на котором равномерно распределен заряд q . Найти точку на оси кольца, соответствующую максимуму напряженности.

Дано: R q	На кольце выделяем участок бесконечно малой длины $dl = R d\varphi$, на котором находится заряд $dq = \tau dl$, где $\tau = q/2\pi R$ – линейная плотность заряда на кольце.
Найти: E - ?	Точечный заряд dq создает в точке M поле, напряженность которого равна: $dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}.$

Расстояние от заряда до точки М:

$$r = \sqrt{R^2 + h^2}, \quad h = OM.$$

Расстояние от любого другого элементарного участка кольца до точки М остается постоянным и равным r . Кроме того, для всех точек кольца (всех элементов dl) одинаковым будет и угол α между осью Y и r :

$$\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}.$$

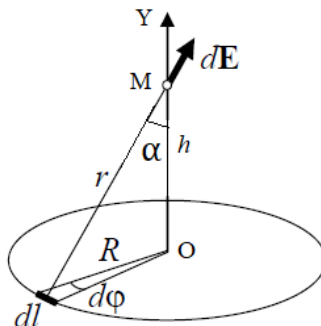


Рис. 1.3. Расчет поля заряженного кольца

Из соображений симметрии следует, что горизонтальная составляющая полной напряженности равна нулю. То есть в полной напряженности останется только вертикальная составляющая, только ее проекция на ось Y. Тогда, суммарный вектор направлен вдоль перпендикуляра, восстановленного из центра кольца.

$$\begin{aligned} dE_y &= dE \cos \alpha. \\ E &= \oint dE_y = \oint dE \cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + h^2)} dq \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}. \end{aligned}$$

Из полученного результата видно, что напряженность поля при $h = 0$ и при $h \rightarrow \infty$ равна нулю и не меняет знака на всей положительной полуоси. Это означает, что в некоторой точке она достигает максимума. Чтобы найти точку, в которой напряженность достигает максимума $(E_y)_{\max}$, используем условие экстремума.

$$\frac{\partial E_y}{\partial h} = 0.$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_y}{\partial h} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R^2 + h^2)^{3/2} - 3h^2(R^2 + h^2)^{1/2}}{(R^2 + h^2)^3} = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}(R^2 + h^2 - 3h^2)}{(R^2 + h^2)^3} = 0.\end{aligned}$$

из которого находим

$$h_{max} = \frac{R}{\sqrt{2}}.$$

Максимальное значение напряженности равно:

$$E_{max} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qh_{max}}{(R^2 + h_{max}^2)^{3/2}} = \frac{q}{6\sqrt{3}\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Ответ: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, h_{max} = \frac{R}{\sqrt{2}}, E_{max} = \frac{q}{6\sqrt{3}\pi\epsilon_0 R^2}.$

Задача 1.4. Тонкий стержень длиной $l = 15$ см несет равномерно распределенный заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $r = 20$ см от ближайшего конца находится точечный заряд $q_1 = 35$ нКл, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 10$ мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

Дано:

$$\begin{aligned}q_1 &= 35 \text{ нКл} = 35 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ l &= 15 \text{ см} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ b &= 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м} \\ F &= 10 \text{ мкН} = 10^{-5} \text{ Н} \\ \epsilon &= 1 \\ \epsilon_0 &= 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}\end{aligned}$$

Найти τ - ?

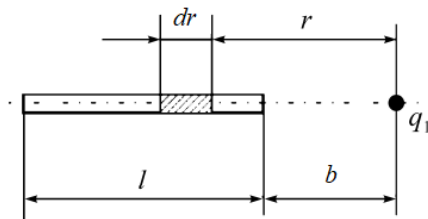


Рис. 1.4. Иллюстрация к задаче 1.4

Поскольку закон Кулона справедлив для точечных зарядов, а заряд, распределенный на стержне, не является точечным, поэтому, чтобы применить закон Кулона можно рассмотрим силу взаимодействия точечного заряда q_1 и точечного заряда, распределенного на элементарном участке стержня dq . Рассмотрим на стержне элементарный участок dr с точечным зарядом $dq = \tau \cdot dr$.

Тогда, согласно закону Кулона, сила взаимодействия заряда q_1 и заряда $\tau \cdot dr$ равна

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot \tau dr \vec{r}}{r^2 r}.$$

Все $d\vec{F}$ сонаправлены, поэтому для нахождения полной силы можно воспользоваться скалярным выражением для dF :

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot \tau dr}{r^2}$$

$$F = \frac{q_1 \cdot \tau}{4\pi\epsilon_0} \int_b^{l+b} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 \cdot \tau}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{l+b} \right) = \frac{q_1 \cdot \tau \cdot l}{4\pi\epsilon_0 b(l+b)}.$$

Откуда линейная плотность заряда на стержне равна:

$$\tau = \frac{4\pi\epsilon_0 b(l+b)F}{q_1 l}.$$

$$\tau = \frac{0,2 \cdot 0,35 \cdot 10^{-5}}{9 \cdot 10^9 \cdot 35 \cdot 10^{-9} \cdot 0,15} = 0,0015 \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$$

$$[\tau] = \frac{[\epsilon_0] \cdot [b] \cdot [l] \cdot [F]}{[q_1] \cdot [l]} = \frac{\Phi \cdot \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{Н}}{\text{м} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Н}}{\text{В} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{Н}}{\text{В}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{Кл}}{\text{Дж}}$$

$$= \frac{\text{Н} \cdot \text{Кл}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}.$$

Ответ: $q = 1,5 \text{ мКл/м}$

Задача 1.5. В однородном электрическом поле напряженностью 45 кВ/м переместили заряд 3 нКл. Перемещение, равное по модулю 15 см, образует угол 45° с направлением силовой линии. Найти работу поля, изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля, а также разность потенциалов между начальной и конечной точками перемещения. Дать ответы на те же вопросы для случая перемещения отрицательного заряда.

Дано:

$$q_1 = 3 \text{ нКл} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$l = 15 \text{ см} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$E = 45 \text{ кВ/м} = 45 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

$$\varepsilon = 1$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

Найти: A – ? ΔW – ? $\phi_1 - \phi_2$ – ?

Работа поля по перемещению заряда в однородном электрическом поле равна:

$$A = E \cdot q \cdot l \cdot \cos \alpha$$

$$A = 45 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot 0,15 \cdot \cos 45^\circ = 14,3 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Изменение потенциальной энергии в данном случае равно совершенной работе:

$$\Delta W = -A$$

$$\Delta W = -14,3 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \quad (\text{потенциальная энергия уменьшилась}).$$

Связь разности потенциалов и напряженности для однородного электрического поля равна:

$$\phi_1 - \phi_2 = Ed = El \cos \alpha.$$

Поскольку в данном случае в заряд перемещали под углом α к направлению силовых линий.

$$\phi_1 - \phi_2 = 45 \cdot 10^3 \cdot 0,15 \cdot \cos 45^\circ = 4,8 \text{ В.}$$

Если поменять заряд на отрицательный, то значения A и ΔW просто изменят знак. Проверим размерность:

$$[A] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м} = \text{Дж}; \quad [\phi] = \frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot \text{м} = \text{В}.$$

$$\text{Ответ: } A = 14,3 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}, \Delta W = -14,3 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}, \phi_1 - \phi_2 = 4,8 \text{ В}.$$

Задача 1.6. N одинаковых шарообразных капелек ртути одноименно заряжены до одного и того же потенциала φ . Каков будет потенциал Φ большой капли ртути, получившейся в результате слияния этих капель?

Дано:	Обозначим заряд каждой капли q , а радиус r , тогда потенциал каждой капли равен:
N $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_N$	$\varphi = k \frac{q}{r}.$
Найти: Φ - ?	В результате слияния N капелек образуется большая капля, заряд которой равен:

$$Q = Nq.$$

Обозначим радиус большой капли R , тогда ее потенциал равен:

$$\Phi = k \frac{Q}{R} = k \frac{Nq}{R} \cdot \frac{r}{r} = \frac{N\varphi r}{R}.$$

Объемы маленьких капель и объем большой капли равны:

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Отношение радиусов равно:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3v}{4\pi}}, \quad R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3Nv}{4\pi}}, \quad \frac{r}{R} = \frac{1}{\sqrt[3]{N}}.$$

Тогда искомый потенциал большой капли равен:

$$\Phi = \frac{N\varphi r}{R} = \frac{N\varphi}{\sqrt[3]{N}} = \varphi N^{\frac{2}{3}}.$$

Ответ: $\Phi = \varphi N^{\frac{2}{3}}.$

Задача 1.7. Расстояние между центрами двух одинаково заряженных шариков $d = 30$ см, сила взаимодействия шариков $F = 1,5$ мкН. До какого потенциала заряжены шарики, если их радиусы $r = 1$ см?

Дано:

$$q_1 = q_2 = q$$

$$r_1 = r_2 = r = 10^{-2} \text{ м}$$

$$d = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$$

$$F = 1,5 \text{ мкН} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$$

$$\varepsilon = 1$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$$

Найти: φ – ?

По принципу суперпозиции результирующее поле от двух заряженных шариков в любой точке равна:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Это означает, что потенциал каждого шарика состоит из двух составляющих:

1) φ_1 – потенциал, создаваемый зарядом q_1 .

2) φ_2 – потенциал, создаваемый зарядом q_2

Найдем первую составляющую.

Согласно закона Кулона сила взаимодействия между шариками равна :

$$F = k \frac{q^2}{d^2}.$$

Тогда заряд каждого шарика равен: $q = d \sqrt{\frac{F}{k}}.$

Этот заряд q , находящийся на шарике радиуса r , создает на поверхности этого же шарика потенциал:

$$\varphi_1 = k \frac{q}{r} = k \frac{d \sqrt{\frac{F}{k}}}{r} = \frac{d \sqrt{kF}}{r}.$$

В месте нахождения первого шарика, второй шарик создает потенциал:

$$\varphi_2 = k \frac{q}{r} = \sqrt{kF}$$

Таким образом, потенциал каждого шарика:

$$\varphi = \frac{d \sqrt{kF}}{r} + \sqrt{kF} = \sqrt{kF} \left(1 + \frac{0,3}{0,01 r} \right).$$

$$\varphi = \sqrt{9 \cdot 10^9 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}} \left(1 + \frac{0,3}{0,01} \right) = 3602,2 \text{ В}.$$

$$[\varphi] = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}} \cdot \text{Н} = \sqrt{\frac{\text{Дж}^2}{\text{Кл}^2}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

Ответ: $\varphi = 3602 \text{ В}.$

Задача 1.8. Найти распределение напряженности и потенциала диэлектрического шара радиуса R , равномерно заряженного с объемной плотностью ρ . <https://helpiks.org/4-37435.html>

Дано:	Заряд шара равен: $q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$.
$R, \rho, \epsilon_{\text{ср}}, \epsilon_{\text{ш}}$	В любой точке A , лежащей вне шара на расстоянии $r > R$ от его центра, его поле аналогично полю точечного заряда q . Тогда напряженность поля вне шара равна:
Найти: $\phi - ?$	

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_{\text{ср}}} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{3} \frac{R^3 \rho}{\epsilon_{\text{ср}} \epsilon_0 r^2}.$$

Напряженность поля на поверхности шара ($r=R$):

$$E = \frac{1}{3} \frac{R \rho}{\epsilon_{\text{ср}} \epsilon_0}.$$

Применим теорему Гаусса для нахождения поля внутри шара.

В точке B , лежащей внутри шара на расстоянии r' от его центра ($r' < R$), поле определяется только зарядом q' , заключенным внутри сферы радиусом r' .

Поток вектора напряженности через эту сферу равен:

$$\Phi = 4\pi r'^2 E$$

С другой стороны, согласно теореме Гаусса:

$$\Phi = \frac{q'}{\epsilon_{\text{ш}} \epsilon_0}.$$

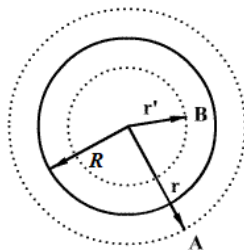


Рис. 1.5. Иллюстрация к задаче 1.8.

Здесь q' – заряд, охватываемый сферой радиуса r' :

$$q' = \frac{4}{3}\pi r'^3 \rho$$

Из трех последних уравнения, получим:

$$E = \frac{1}{3} \frac{\rho r'}{\varepsilon_{\text{ш}} \varepsilon_0}.$$

Итого имеем следующее распределение напряженности:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{1}{3} \frac{R^3 \rho}{\varepsilon_{\text{ср}} \varepsilon_0 r^2}; & \text{при } r \geq R. \\ \frac{1}{3} \frac{\rho r}{\varepsilon_{\text{ш}} \varepsilon_0}; & \text{при } r \leq R. \end{cases}$$

Последняя система уравнений показывает, что на поверхности шара имеет место разрыв значения величины напряженности (рис. 1.6). Внутри шара напряжённость возрастает прямо пропорционально расстоянию от центра шара. На границе "шар - окружающая среда" напряжённость электрического поля изменяется скачком, величина которого зависит от соотношения диэлектрических проницаемостей шара и среды.

Электрическое смещение не зависит от свойств среды, поэтому, на границе раздела двух сред, скачков модуля электрического смещения не бывает.

Найдем распределение потенциала вне и внутри шара, используя формулу взаимосвязи напряженности и потенциала:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \text{ или } d\varphi = -E dr.$$

Примем, потенциал «на бесконечности» $\varphi(\infty) = 0$.

Учитывая, что поле вне шара не отличается от поля точечного заряда, можно определить потенциал на поверхности шара для $r > R$:

$$\begin{aligned} \varphi(R) &= -\int_R^{\infty} E(r) dr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{\text{ср}}} \int_R^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_{\text{ср}}\varepsilon_0 R} = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_{\text{ср}}\varepsilon_0}. \\ \varphi(r) &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_{\text{ср}}\varepsilon_0 r} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_{\text{ср}}\varepsilon_0 r}. \end{aligned}$$

Разность потенциалов поля внутри шара ($r < R$) между центром и его поверхностью равна:

$$\begin{aligned}\varphi_0 - \varphi_R &= - \int_0^R E \, dr = - \int_r^R \frac{1}{3} \frac{\rho r}{\varepsilon_{\text{ш}} \varepsilon_0} \, dr = - \frac{1}{3} \frac{\rho}{\varepsilon_{\text{ш}} \varepsilon_0} \int_r^R r \, dr \\ &= - \frac{1}{6} \frac{\rho}{\varepsilon_{\text{ш}} \varepsilon_0} (R^2 - r^2).\end{aligned}$$

В центре шара при $r = 0$ потенциал шара в центре отличен от нуля и равен:

$$\varphi_0 = \varphi_R - \int_0^R E \, dr = \frac{\rho R^2}{3 \varepsilon_{\text{сп}} \varepsilon_0} - \frac{1}{6} \frac{\rho}{\varepsilon_{\text{ш}} \varepsilon_0} R^2 = \frac{\rho R^2}{6 \varepsilon_{\text{сп}} \varepsilon_{\text{ш}} \varepsilon_0} (2 \varepsilon_{\text{ш}} - \varepsilon_{\text{сп}}).$$

Таким образом, имеем следующее распределение потенциала:

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{1}{3} \frac{R^3 \rho}{\varepsilon_{\text{сп}} \varepsilon_0 r}; & \text{при } r \geq R. \\ \frac{\rho R^2}{6 \varepsilon_{\text{сп}} \varepsilon_{\text{ш}} \varepsilon_0} (2 \varepsilon_{\text{ш}} - \varepsilon_{\text{сп}}); & \text{при } r = R. \end{cases}$$

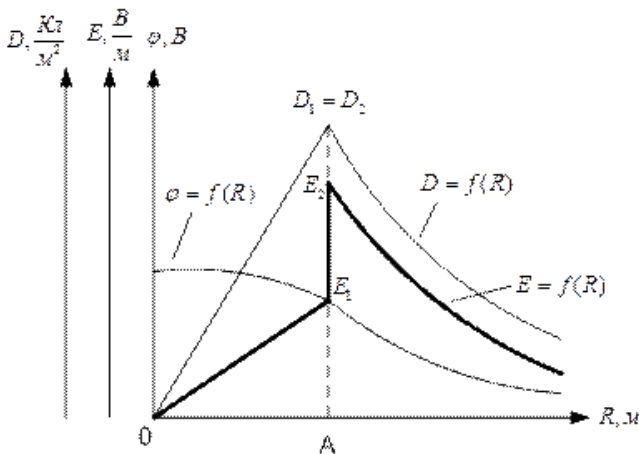


Рис. 1.6. Зависимость напряженности от расстояния для диэлектрического заряженного шара

Задача 1.9. Два плоских конденсатора одинаковой емкости $C_1 = C_2 = C$ соединены в батарею последовательно и подключены к источнику тока с электродвижущей силой $\mathcal{E}$. Как изменится разность потенциалов U_1 на пластинах первого конденсатора, если пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$?

Дано:

$$C_1 = C_2 = C$$

$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon = 3,5$$

$$\mathcal{E}$$

Найти: U'_1 - ?

Первоначально, когда емкости конденсаторов были одинаковы, разность потенциалов на пластинах обоих конденсаторов была также одинакова:

$$U_1 = U_2 = \mathcal{E}/2,$$

После заполнения второго конденсатора емкость его возросла в ε раз:

$$C'_2 = \varepsilon C_2 = \varepsilon C.$$

Емкость первого не изменилась, то есть

$$C'_1 = C_1.$$

Так как источник тока не отключался, то общая разность потенциалов на батарее конденсаторов останется прежней и равной $\mathcal{E}$, но она перераспределится между конденсаторами, поскольку теперь их емкости не одинаковы. Напряжение на первом конденсаторе после заполнения:

$$U'_1 = q/C'_1 = q/C_1,$$

где q – заряд на пластинах конденсатора.

Поскольку при последовательном соединении конденсаторов заряд на каждой пластине и на всей батарее одинаков,

$$q = C'_6 \cdot \mathcal{E}.$$

Емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов после заполнения равна:

$$C'_6 = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon}.$$

Тогда

$$q = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon} \mathcal{E}.$$

Вернемся к напряжению на первом конденсаторе после заполнения

$$U'_1 = q/C'_1 = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon} \mathcal{E} \cdot \frac{1}{C} = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \mathcal{E}.$$

Чтобы найти, как изменилась разность потенциалов на пластинах первого конденсатора, вычислим отношение:

$$\begin{aligned} \frac{U'_1}{U_1} &= \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \mathcal{E} \frac{2}{\mathcal{E}} = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon}. \\ \frac{U'_1}{U_1} &= \frac{2 \cdot 3,5}{1 + 3,5} = 1,56. \end{aligned}$$

Ответ: разность потенциалов на пластинах первого конденсатора после заполнения второго конденсатора диэлектриком возросла в 1,56 раза.

Задача 1.10. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов $U = 450$ В, находятся два слоя диэлектрика: стекла толщиной $d_{\text{ст}} = 3$ мм и эбонита толщиной $d_{\text{эб}} = 2,5$ мм. Площадь каждой пластины $S = 150$ см². Определите: 1) напряженность поля, электрическое смещение и падение потенциала в каждом слое; 2) емкость конденсатора.

Дано:

$$U = 450 \text{ В}$$

$$d_{\text{ст}} = 3 \text{ мм} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$d_{\text{эб}} = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$S = 150 \text{ см}^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$\varepsilon_{\text{ст}} = 7$$

$$\varepsilon_{\text{эб}} = 3$$

Найти: E - ? D - ?

При переходе через границу раздела диэлектриков нормальная составляющая вектора электрического смещения не изменяется:

$$D_{n \text{ ст}} = D_{n \text{ эб}}.$$

Поскольку в конденсаторе силовые линии вектора $\vec{D}$ перпендикулярны к границам раздела диэлектриков, то тангенциальная составляющая вектора электрического смещения равна нулю, тогда

$$D_{n \text{ ст}} = D_{\text{ст}}; \quad D_{n \text{ эб}} = D_{\text{эб}}.$$

В результате сравнения этих уравнений имеем: $D_{\text{ст}} = D_{\text{эб}}$
Найдем напряженность, используя формулу

$$D = \varepsilon \varepsilon_0 E .$$

$$\varepsilon_{\text{ст}} \varepsilon_0 E_{\text{ст}} = \varepsilon_{\text{эб}} \varepsilon_0 E_{\text{эб}} .$$

Разность потенциалов между пластинами конденсатора равна сумме разности потенциалов в слоях диэлектриков:

$$U = U_{\text{ст}} + U_{\text{эб}} = E_{\text{ст}} d_{\text{ст}} + E_{\text{эб}} d_{\text{эб}} ,$$

так как в пределах каждого слоя поле однородно.

Решая совместно два последних уравнения, получим

$$E_{\text{ст}} = \frac{\varepsilon_{\text{эб}} U}{\varepsilon_{\text{эб}} d_{\text{ст}} + \varepsilon_{\text{ст}} d_{\text{эб}}} ;$$

$$E_{\text{эб}} = \frac{\varepsilon_{\text{ст}} U}{\varepsilon_{\text{эб}} d_{\text{ст}} + \varepsilon_{\text{ст}} d_{\text{эб}}} .$$

Проведем вычисления:

$$E_{\text{ст}} = \frac{3 \cdot 450}{3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = \frac{1350}{30 \cdot 10^{-3}} = 45 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{м}} ;$$

$$E_{\text{эб}} = \frac{7 \cdot 450}{3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = \frac{3150}{30 \cdot 10^{-3}} = 105 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{м}} ;$$

$$U_{\text{эб}} = E_{\text{эб}} d_{\text{эб}} = 105 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 210 \text{ В} ;$$

$$U_{\text{ст}} = E_{\text{ст}} d_{\text{ст}} = 45 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 135 \text{ В} ;$$

$$D_{\text{ст}} = \varepsilon_{\text{ст}} \varepsilon_0 E_{\text{ст}} = 7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 45 \cdot 10^3$$

$$= 2787,75 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$$

$$D_{\text{эб}} = \varepsilon_{\text{эб}} \varepsilon_0 E_{\text{эб}} = 3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 105 \cdot 10^3$$

$$= 2787,75 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$$

Определим емкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{U} = \frac{DS}{U_{\text{ст}} + U_{\text{эб}}} .$$

Здесь $q = \sigma S$ – заряд каждой пластины конденсатора, σ – поверхностная плотность зарядов на пластинах конденсатора, которая численно равна модулю электрического смещения D .

$$C = \frac{2787,75 \cdot 10^{-8} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{210 + 135} = 12,12 \cdot 10^{-10} \text{ Ф} = 1212 \text{ пФ}.$$

Проверим размерность:

$$\begin{aligned}[E] &= \frac{[U]}{[d]} = \frac{\text{В}}{\text{м}}; \quad [U] = [E][d] = \frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot \text{м} = \text{В}; \\ [D] &= [\varepsilon_0][E] = \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{В}}{\text{м}} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{В}}{\text{м}^2} = \frac{\text{В}}{\text{м}^2}; \\ [C] &= \frac{[\sigma][S]}{[U]} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2 \text{В}} = \text{Ф}.\end{aligned}$$

Ответ: $E_{\text{ст}} = 45 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{м}}; E_{\text{эб}} = 105 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{м}}; U_{\text{эб}} = 210 \text{ В};$
 $U_{\text{ст}} = 135 \text{ В};$
 $D_{\text{ст}} = D_{\text{эб}} = 2787,75 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2; C = 1212 \text{ пФ}.$

1.3 Задачи для самостоятельного решения

1. В вершинах квадрата находятся точечные заряды 30 нКл. Какой отрицательный заряд надо поместить в центре квадрата, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?
Ответ: $|q_5| = 2,87 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}.$

2. Заряды $q_1 = q_2 = q_3 = 10^{-6} \text{ Кл}$ расположены в вершинах равностороннего треугольника со сторонами 20 см. Найти силу, действующую на один из этих зарядов со стороны двух других зарядов в воздухе.
Ответ: $F = 0,39 \text{ Н}.$

3. С какой силой будут притягиваться два одинаковых свинцовых шарика диаметром 1 см, расположенные на расстоянии 1 м друг от друга, если у каждого атома первого шарика отнять по одному электрону и все эти электроны перенести на второй шарик?
Ответ: $6,9 \cdot 10^{16} \text{ Н}.$

4. На двух одинаковых каплях масла радиусом $8,22 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ находятся одинаковые одноименные заряды. Определите модуль зарядов, если сила кулоновского отталкивания уравновешивает силу притяжения капель. Расстояние между каплями значительно больше их линейных размеров.
Ответ: $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

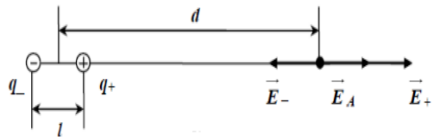
5. Три одинаковых заряда, каждый из которых равен q , расположены в вершинах равностороннего треугольника. Где и какой заряд нужно поместить, чтобы вся система находилась в равновесии? Ответ: в центре треугольника; $\frac{q\sqrt{3}}{3}$.

6. Четыре маленьких шарика соединены тонкими непроводящими нитями, так что в натянутом состоянии нити образуют ромб. Чему равен угол между нитями, если шарики, находящиеся в противоположных вершинах ромба, имеют заряды $Q_1=Q_2=Q$ и $q_1=q_2=q$? Ответ: $2 \arctg(\frac{Q}{q})^{\frac{2}{3}}$.

7. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q = 8$ мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 90° . Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса составляет 40 см. Ответ: $m \approx 0,18$ кг.

8. Два маленьких одноименно заряженных шарика радиусом $R=1$ см подвешены на двух нитях длиной $l=1$ м. Заряды шариков $q=4$ мкКл. Нити, на которых подвешены шарики, составляют угол $\alpha=90^\circ$. Определить: а) массу шариков; б) диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если его плотность $\rho=800$ кг/м³ при условии, что при погружении шарика в жидкий однородный диэлектрик угол между нитями будет $\beta=60^\circ$. Ответ: $m=0,016$ кг; $\epsilon=2$.

9. Молекула воды можно рассматривать как диполь длиной $l = 3,9 \cdot 10^{-11}$ м с зарядами, модуль которых равен заряду электрона. Определите напряженность электростатического поля, создаваемого одной молекулой воды на расстоянии $d = 3 \cdot 10^{-9}$ м от середины диполя в точке



А, лежащей на продолжении диполя. Ответ: $E_A=4,16 \cdot 10^6$ В/м.

10. Два точечных заряда 2 нКл и -1 нКл находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал в точке, удаленной от первого заряда на расстояние 6 см и от второго заряда на 4 см. Ответ: $E=4,97 \cdot 10^3$ В/м, $\varphi=75$ В

11. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом 1 см, равномерно заряженным с линейной плотностью заряда 20 нКл/м. Определить работу сил поля по перемещению точечного заряда 25 нКл из точки, находящейся на расстоянии 1 см, в точку, находящуюся на расстоянии 3 см от поверхности цилиндра в средней его части. Ответ: $A=6,2 \cdot 10^{-6}$ Дж.

12. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом 100 В электрон имел скорость 4 Мм/с. Определить потенциал точки поля, дойдя до которой, электрон потеряет половину своей скорости. Ответ: $\varphi_2=66$ В.

13. Положительные заряды $Q_1=3$ мкКл и $Q_2=20$ нКл находятся в вакууме на расстоянии $r_1=1,5$ м друг от друга. Определить работу A , которую надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния $r_2=1$ м. Ответ: $A=180$ мкДж

14. Капля массой 10^{-13} кг, на которой находится заряд, равный 10 зарядам электрона, поднимается вертикально вверх с ускорением $2,2$ м/с² между пластинами горизонтально расположенного плоского конденсатора. Определите поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ: $6,6 \cdot 10^{-6}$ Кл/м²

15. Диэлектрик плоского конденсатора состоит из слоя слюды толщиной 1 мм и слоя парафина толщиной 2 мм. Определите напряженность поля в каждом слое диэлектрика и разность потенциалов на них, если к конденсатору приложено напряжение 700 В. Диэлектрическая проницаемость слюды равна 6, парафина 2. Ответ: 100 кВ/м, 300 кВ/м; 100 В, 600 В.

16. Тонкий стержень длиной $l = 20$ см несет равномерно распределенный заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 10$ см от ближайшего конца находится точечный заряд $q_1 = 40$ нКл, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 6$ мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне. Ответ: $\tau=2,5$ нКл/м.

17. Эбонитовый сплошной шар ($\epsilon=3$) радиуса $R=5$ см несет заряд, равномерно распределенный с объемной плотностью $\rho=10$ нКл/м³. Определить напряженность электрического поля в точках: 1) на расстоянии $r_1=3$ см от центра шара; 2) на

поверхности шара; 3) на расстоянии $r_3=10$ см от центра шара. Построить график зависимости $E(r)$.

Ответ: $E_1=3,37$ В/м; $E(R)_1=6,28$ В/м;
 $E(R)_2=18,8$ В/м; $E(R)_3=4,7$ В/м.

18. Сплошной парафиновый шар ($\epsilon=2$) радиусом $R=10$ см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho=1$ мкКл/м³. Определить потенциал электрического поля в центре шара и на его поверхности. Построить график зависимости $\phi(r)$.

Ответ: $\phi_R=377$ В; $\phi_0=472$ В.

19. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами $R_1=6$ см и $R_2=10$ см несут соответственно заряды $q_1=1$ нКл и $q_2=-0,5$ нКл. Найти напряженности поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1=5$ см, $r_2=9$ см, $r_3=15$ см.

Ответ: $E_1=0$; $E_2=1,11$ кВ/м; $E_3=200$ В/м.

20. На расстоянии $r_1=4$ см от бесконечной длиной заряженной нити находится точечный заряд $q=-0,66$ нКл. Под действием поля заряд приближается к нити до расстояния $r_2=2$ см; при этом совершается работа $A=5$ мкДж. Найти линейную плотность заряда на нити.

Ответ: $\tau=0,6$ мкКл/м.

21. Металлический шар, погруженный в керосин ($\epsilon=2$), имеет потенциал $\phi=4,5$ кВ и поверхностную плотность заряда $\sigma=11$ мкКл/м². Найти энергию шара.

Ответ: $W=65$ мкДж

22. Электрическое поле создано цилиндром радиусом 1 см, равномерно заряженным с линейной плотностью заряда 20 нКл/м. Определить работу сил поля по перемещению точечного заряда 25 нКл из точки, находящейся на расстоянии 1 см, в точку, находящуюся на расстоянии 3 см от поверхности цилиндра в средней его части.

Ответ: $A=6,2 \cdot 10^{-6}$ Дж.

23. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 600 В, находятся два слоя диэлектриков: стекло толщиной 5 мм и эбонита толщиной 3 мм. Площадь каждой пластины 200 см². Определить: а) напряженность поля, электрическое смещение и падение потенциала в каждом слое; б) электрическую емкость конденсатора.

Ответ: 1) $E_1=5 \cdot 10^4$ В/м, $E_2=11,7 \cdot 10^4$ В/м,
 $U_1=250$ В, $U_2=350$ В, $D=D_1=3,1 \cdot 10^{-6}$ Кл/м². 2) $C=103$ пФ.

24. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0=700$ В/м перпендикулярно полю поместили стеклянную пластинку ($\epsilon=7$) толщиной $d=1,5$ мм и площадью 200 см². Определите: 1) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле; 2) энергию электростатического поля, сосредоточенную в пластине. Ответ: $\sigma=5,31$ нКл/м²; $W=9,29$ пДж.

25. Частица, несущая заряд $(2/3) \cdot 10^{-9}$ Кл, двигаясь в ускоряющем электрическом поле, приобретает кинетическую энергию 10 МэВ. Найти разность потенциалов между начальной и конечной точками пути частицы в поле, если ее начальная кинетическая была равна нулю. Ответ: $(\phi_1 - \phi_2)=2,4$ мВ

26. Определить поверхностную плотность электрического заряда Земли и силу, действующую на 1 м² земной поверхности в том месте, где напряженность электростатического поля Земли численно равна 200 В/м. Ответ: $\sigma=1,77$ нКл/м²; $F=0,177$ мкН.

27. При измерении разности потенциалов в 20 кВ с помощью абсолютного электрометра сила взаимного притяжения обкладок конденсатора уравнивается гирей в 18 г. Какова площадь подвижной пластины конденсатора, если расстояние между пластинами равно $0,5$ см? Ответ: $S=25$ см².

28. Обкладки плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 1 кВ, изолированы друг от друга пластиной из диэлектрика. Какова относительная диэлектрическая проницаемость материала пластины, если при ее удалении разность потенциалов между обкладками конденсатора возрастает до 3 кВ? Ответ: $\epsilon_1=3$.

29. Между обкладками плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 1 кВ, зажата стеклянная пластина ($\epsilon=7$) толщиной 3 мм. Определить поверхностную плотность связанных (поляризационных) зарядов на ее поверхности. Ответ: $\sigma_p=1,77 \cdot 10^{-5}$ Кл/м².

30. Батарею из двух последовательно соединенных конденсаторов, электроемкости которых равны $C_1=4$ мкФ и $C_2=6$ мкФ, зарядили до разности потенциалов $\Delta\phi=2$ кВ и отключили от источника напряжения. На сколько уменьшится энергия батареи, если одноименно заряженные обкладки конденсаторов соединить параллельно? Ответ: $(W_1-W_2)=0,192$ Дж.

31. Между обкладками плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 1 кВ, зажата стеклянная пластина ($\epsilon=7$) толщиной 6 мм. Определить энергию поляризованной пластины, если ее площадь 40 см². Ответ: $W=17,7$ мкДж.

32. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S=8 \cdot 10^{-3}$ м² и расстояние между ними $d=5$ мм. Напряженность поля между обкладками конденсатора $E=6 \cdot 10^4$ В/м. После отключения конденсатора от источника напряжения пластины раздвигают. При этом разность потенциалов между пластинами увеличивается в два раза. Найти емкость конденсатора, разность потенциалов между пластинами и поверхностную плотность зарядов га пластинах до и после их раздвижения.

Ответ: $C_1=14,2$ пФ, $C_2=7,1$ пФ, $U_1=300$ В, $U_2=600$ В, $\sigma_1=\sigma_2=0,53$ мкКл/м².

33. Два конденсатора емкостью $C_1=3 \cdot 10^{-6}$ Ф и $C_2=6 \cdot 10^{-6}$ Ф соединены между собой и присоединены к батарее с ЭДС $\epsilon=120$ В. Определить заряд каждого конденсатора и разность потенциалов между его обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно, 2) последовательно.

Ответ: 1) $U_1=U_2=120$ В, $q_1=0,36$ мКл, $q_2=0,72$ мКл;
2) $U_1=80$ В, $U_2=40$ В, $q_1=q_2=0,24$ мКл.

34. Электрон влетает в поле плоского конденсатора со скоростью $v_0=1$ Мм/с под углом $\alpha=30^\circ$ к его пластинам. Длина пластин $l=5$ см. Найти напряженность поля, при которой скорость электрона при вылете из конденсатора будет направлена параллельно его пластинам. Ответ: $E=49,3$ В/м

35. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком. Расстояние между пластинами $d=2$ мм. На пластины подана разность потенциалов $U_1=600$ В. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов на пластинах возрастет до $U_2=1800$ В. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma_{св}$ и диэлектрическую восприимчивость χ диэлектрика.

Ответ: $\chi=2$, $\sigma_{св}=5,3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м².

36. На два последовательно соединенных конденсатора с емкостями $C_1=100$ пФ и $C_2=200$ пФ подано постоянное напряжение $U=300$ В. Определить энергию, запасенную в каждом конденсаторе. Ответ: $W_1=2 \cdot 10^{-6}$ Дж, $W_2=1 \cdot 10^{-6}$ Дж.

ГЛАВА 2

ПОСТОЯННЫЙ ТОК

2.1 Основные формулы и определения

1. Сила тока:

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (2.1)$$

где dq – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время dt .

2. Плотность тока:

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad (2.2)$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

3. Связь плотности тока со средней скоростью $v_{др}$ упорядоченного движения заряженных частиц:

$$\vec{j} = q_+ n_+ v_{др+} + q_- n_- v_{др-} \quad (2.3)$$

4. Законы Ома:

а) для участка цепи, не содержащего ЭДС (для пассивного или однородного участка цепи):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}, \quad (2.4)$$

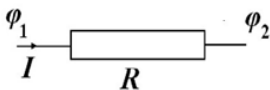


Рис. 2.1. Однородный участок цепи

Где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи;
 R – сопротивление участка.

б) для участка цепи, содержащего ЭДС (для активного или неоднородного участка цепи):

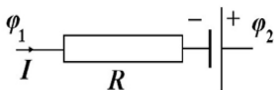


Рис. 2.2 Неоднородный

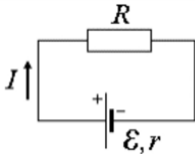
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}_{12}}{R} = \frac{U}{R}, \quad (2.5)$$

где $\mathcal{E}_{12}$ – ЭДС источника тока; R – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений).

участок цепи

Знаки «+» или «-» выбираются в зависимости от полярности включения источника.

в) для замкнутой (полной) цепи:



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}, \quad (2.6)$$

где R – сопротивление внешней цепи;
 r – сопротивление внутреннее
 (сопротивление источника тока).

Рис. 2.3 Замкнутая электрическая цепь

5. Правила Кирхгофа.

✓ Первое правило: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле равна нулю

$$\sum_{i=1}^n \pm I_i = 0. \quad (2.7)$$

✓ Второе правило: алгебраическая сумма падений напряжений на всех участках замкнутой цепи равна алгебраической сумме ЭДС в этой же цепи:

$$\sum_{k=1}^m \pm I_k R_k = \sum_{i=1}^n \pm \varepsilon_i.$$

Падение напряжения IR записывается в уравнении со знаком «+», если направление обхода на этом участке цепи совпадает с направлением тока на этом участке, и наоборот, если направление обхода на этом участке цепи не совпадает с направлением тока, то произведение IR записывается со знаком «-». ЭДС источника тока ε считают положительным и записывают со знаком «+», если направление обхода совпадает с направлением поля сторонних сил, действующих внутри источника. На рисунке 2.4 стрелкой показано направление поля сторонних сил внутри источника тока



Рис. 2.4.
 Направление
 сторонних
 сил

6. Сопротивление R и проводимость G однородного проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}; \quad G = \gamma \frac{S}{l}.$$

где ρ – удельное сопротивление; γ – удельная проводимость; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения.

7. Зависимость удельного сопротивления от температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) = \rho_0 \alpha T,$$

ρ_0 – удельное сопротивления при 0°C , α – температурный коэффициент сопротивления; t , T – температура по шкале Цельсия и Кельвина соответственно.

8. Работа тока:

$$dA = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt.$$

9. Закон Джоуля–Ленца (тепловое действие тока):

$$dQ = dA = I^2 R dt,$$

где dQ – количество теплоты, выделяющейся в проводнике; dt – промежуток времени, в течение которого выделялось тепло.

10. Мощность тока полной цепи:

$$P = I \mathcal{E}.$$

Мощность тока на внешнем участке цепи:

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

11. Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме:

$$w = \gamma E^2.$$

где w – объемная плотность тепловой мощности (количество тепла, выделяющегося в единице объема за единицу времени).

2.2 Примеры решения задач

Задача 2.1. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 3$ А в течение времени $\tau = 3$ с. Определите заряд, прошедший по проводнику. Определить количество теплоты, выделившейся в проводнике за это время.

Дано:

$$I_0 = 0$$

$$I = 3 \text{ А}$$

$$\tau = 3 \text{ с}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

Найти: $q - ?$

$Q - ?$

Поскольку сила тока в проводнике изменяется, воспользоваться для подсчета заряда формулой $q = It$ нельзя, поэтому возьмем дифференциал заряда $dq = Idt$ и проинтегрируем:

$$q = \int_0^{\tau} I dt$$

В силу равномерного нарастания тока $I = kt$, где k – коэффициент пропорциональности, очевидно, что

$$k = \frac{I - I_0}{\tau} = \frac{I}{\tau}.$$

Тогда:

$$dq = kt dt = \frac{I}{\tau} t dt.$$

$$q = \frac{I}{\tau} \int_0^{\tau} t dt = \frac{I\tau}{2}.$$

Согласно закону Джоуля-Ленца количество тепла, выделившееся за время dt равно:

$$dQ = I^2 R dt = k^2 t^2 R dt.$$

$$Q = k^2 R \int_0^{\tau} t^2 dt = \left(\frac{I}{\tau}\right)^2 R \frac{\tau^3}{3} = \frac{1}{3} I^2 R \tau$$

Проведем вычисления:

$$q = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5 \text{ Кл}.$$

$$Q = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 10 \cdot 3 = 13,5 \text{ Дж.}$$

Проверим размерность:

$$[q] = [I][t] = \text{А} \cdot \text{с} = \text{Кл}; \quad [Q] = \text{А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = \text{Дж.}$$

Ответ: $q = 4,5 \text{ Кл}$, $Q = 13,5 \text{ Дж}$.

Задача 2.2. Два источника тока с ЭДС 1,4 и 1,8 В, и внутренними сопротивлениями 0,3 и 1 Ом соответственно, соединены последовательно. Сопротивление внешней цепи 7,7 Ом. Определить напряжение на клеммах второго источника.

Дано:

$$\mathcal{E}_1 = 1,4 \text{ В}$$

$$\mathcal{E}_2 = 1,8 \text{ В}$$

$$r_1 = 0,3 \text{ Ом}$$

$$r_2 = 1 \text{ Ом}$$

$$R = 7,7 \text{ Ом}$$

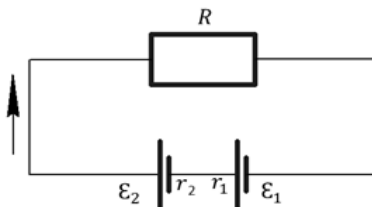


Рис. 2.5. Электрическая схема к задаче 2.2

Найти: $U_2 - ?$

Напряжение на клеммах второго источника U_2 можно найти по формуле:

$$U_2 = \mathcal{E}_2 - Ir_2.$$

Согласно закону Ома для замкнутой цепи величина силы тока, протекающего через все элементы цепи (в том числе через второй источник) равна:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}.$$

Тогда;

$$\begin{aligned} U_2 &= \mathcal{E}_2 - \frac{(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)r_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{\mathcal{E}_2(R + r_1 + r_2) - (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)r_2}{R + r_1 + r_2} \\ &= \frac{\mathcal{E}_2(R + r_1) - \mathcal{E}_1 r_2}{R + r_1 + r_2}. \end{aligned}$$

$$U_2 = \frac{1,8 \cdot (7,7 + 0,3) - 1,4 \cdot 1}{7,7 + 0,3 + 1} = 1,44 \text{ В}.$$

Ответ: $U_2 = 1,44 \text{ В}$.

Задача 2.3. По железному проводнику, диаметр d сечения которого равен 0,4 мм, течет ток 12 А. Определите среднюю скорость $v_{\text{др}}$ направленного движения электронов, считая, что концентрация n свободных электронов равна концентрации n' атомов проводника.

Дано:

$$d = 0,4 \text{ мм}$$

$$I = 12 \text{ А}$$

$$n = n'$$

Средняя скорость направленного упорядоченного движения электронов, называемая скоростью дрейфа определяется по формуле:

$$v_{\text{др}} = \frac{l}{t}, \quad (1)$$

Найти: $v_{\text{др}} - ?$

где t – время, в течение которого все свободные электроны, находящиеся в объеме проводника между сечениями 1 и 2, пройдут сквозь сечение 2.

При этом через сечение 2 эти электроны перенесут заряд:

$$q = eN,$$

и создадут ток:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{eN}{t}, \quad (2)$$

где e – элементарный заряд; N – число свободных электронов в объеме проводника, ограниченного сечениями.

Число свободных электронов в объеме проводника V равно:

$$N = nV = n l S, \quad (3)$$

где S – площадь сечения, l – расстояние между сечениями 1 и 2. По условию задачи $n = n'$. Следовательно,

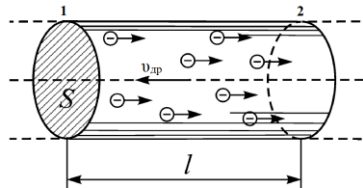


Рис. 2.6. Иллюстрация к задаче 2.3

$$n = n' = \frac{N}{V} = \frac{mN_A}{MV} = \frac{N_A \cdot \rho}{M}, \quad (4)$$

где N_A – постоянная Авогадро; V – объем металла; M – молярная масса металла; ρ – его плотность.

Подставив выражения n из формулы (4) в равенство (3) получим:

$$N = n l S = \frac{N_A \cdot \rho}{M} l S, \quad (5)$$

Подставив выражения N из формулы (5) в равенство (2) получим для силы тока следующее выражение

$$I = \frac{eN}{t} = \frac{e}{t} \cdot \frac{N_A \cdot \rho}{M} l S. \quad (6)$$

Отсюда найдем:

$$l = \frac{IMt}{N_A \cdot \rho \cdot S \cdot e}. \quad (7)$$

Далее, подставим формулу (7) в формулу (1):

$$v_{др} = \frac{l}{t} = \frac{IM}{N_A \cdot \rho \cdot S \cdot e}. \quad (8)$$

Выразим площадь S сечения проводника через диаметр d , найдем среднюю скорость дрейфа электронов:

$$v_{др} = \frac{4I \cdot M}{\pi \cdot d^2 \cdot N_A \cdot \rho \cdot e}.$$

Произведем по этой формуле вычисления:

Плотность железа $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$, его молярная масса $56 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

$$\begin{aligned} v_{др} &= \frac{4 \cdot 12 \cdot 56 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,16 \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 7800 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \\ &= 7,12 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}}. \end{aligned}$$

Проверим размерность:

$$[v_{др}] = \frac{[I] \cdot [M]}{[d]^2 \cdot [N_A] \cdot [\rho] \cdot [e]} = \frac{A \cdot \frac{кг}{моль}}{м^2 \cdot \frac{1}{моль} \cdot \frac{кг}{м^3} \cdot Кл} = \frac{A \cdot м}{Кл} = \frac{Кл \cdot м}{с \cdot Кл} = \frac{м}{с}.$$

Ответ: $v_{др} = 7,12 \cdot \frac{10^{-3} м}{с}.$

Задача 2.4. На рисунке 2.7 представлена электрическая цепь. В этой цепи $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, ЭДС элемента $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$. Гальванометр регистрирует ток $I_3 = 50 \text{ мА}$, идущий в направлении, указанном стрелкой. Определить ЭДС $\mathcal{E}_2$ второго элемента. Сопротивлением гальванометра и внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

Дано:

$$\begin{aligned} R_1 &= 120 \text{ Ом}, \\ R_2 &= 30 \text{ Ом}, \\ R_3 &= 10 \text{ Ом}, \\ \mathcal{E}_1 &= 1,5 \text{ В} \\ I_3 &= 30 \text{ мА} \end{aligned}$$

Для решения этой задачи применим правила Кирхгофа. Для этого выберем направления токов, как показано на рис. 2.7. Контур будем обходить по часовой стрелке.

Применим первое правило Кирхгофа для узла N:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Найти: $\mathcal{E}_2 - ?$
 $I_1 - ?$ $I_2 - ?$

Применим второе правило Кирхгофа для контура $ABCDNA$ и умножим полученную формулу на (-1):

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}_1$$

Применим второе правило Кирхгофа для контура $ANKHA$

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_2$$

Во все три полученные формулы подставим числовые значения

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 &= 0,03; \\ 120I_1 + 30I_2 &= 1,5; \\ 120I_1 + 0,03 \cdot 10 &= \mathcal{E}_2. \end{aligned}$$

Перенесем в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные в правые получим следующую систему уравнений:

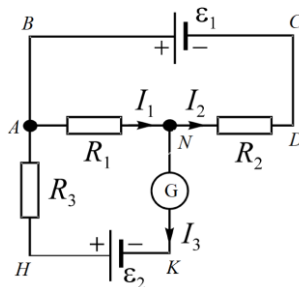


Рис. 2.7. Схема электрической цепи к задаче 2.4

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 &= 0,03; \\ 80I_1 + 20I_2 &= 1; \\ 120I_1 - \mathcal{E}_2 &= -0,3. \end{aligned}$$

Решим совместно первые два уравнения

Найдем $\mathcal{E}_2$, решив эту систему из трех уравнений с тремя неизвестными.

Решив совместно первые два уравнения, получим:

$$I_1 = 0,016 \text{ A}, \quad I_2 = -0,014 \text{ A}.$$

Знак «-» перед силой тока I_2 говорит о том, что направление тока I_2 на рисунке 2.7 выбрано неверно, на самом деле ток течет в противоположную сторону.

Тогда из третьего уравнения следует $\mathcal{E}_2 = 2,22 \text{ В}$

Ответ: $\mathcal{E}_2 = 2,22 \text{ В}$, $I_1 = 0,016 \text{ А}$, $I_2 = -0,014 \text{ А}$.

Задача 2.5 Нихромовая проволока сечением $S = 0,4 \text{ мм}^2$, используемая в качестве нагревателя за время $\tau = 12 \text{ мин}$ выпаривает воду массой $m = 1 \text{ кг}$, взятую при температуре $t_1 = 30^\circ \text{ С}$. Какой должна быть длина этой проволоки, если нагреватель рассчитан для напряжения $U = 120 \text{ В}$ и его КПД равен $\eta = 70 \%$. Удельное сопротивление нихрома $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ и удельная теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^3 \text{ кДж}/\text{кг}$.

Дано:

$$\begin{aligned} m &= 1 \text{ кг}, \\ t_1 &= 30^\circ \text{ C}, \\ S &= 0,4 \text{ мм}^2 = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \\ U &= 120 \text{ В}, \\ \eta &= 70 \%, \\ \rho &= 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}, \\ c &= 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), \\ r &= 2,26 \cdot 10^3 \text{ кДж}/\text{кг}, \\ \tau &= 720 \text{ с} \end{aligned}$$

Коэффициент полезного действия нагревателя показывает отношение полезной к затраченной энергии:

$$\eta = \frac{Q_{\text{пол}}}{Q_{\text{затр}}} \cdot 100\%.$$

Полезная энергия идет на нагревание и выпаривание воды:

$$Q_{\text{пол}} = cm(t_{\text{кип}} - t_1) + rm.$$

Затраченная энергия – это количество тепла, выделяемое в нагревателе при прохождении по нему электрического тока.

Согласно закону Джоуля-Ленца:

$$Q_{\text{затр}} = \frac{U^2}{R} \tau.$$

Здесь R – это сопротивление проволоки, определяемое формулой:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Объединяя все формулы, получим:

$$m[c(t_{\text{кип}} - t_1) + r] = \eta \frac{U^2 S}{\rho l} \tau.$$

Откуда длина проволоки будет равна:

$$l = \eta \frac{U^2 S}{\rho m[c(t_{\text{кип}} - t_1) + r]} \tau.$$

Проведем вычисления:

$$\begin{aligned} l &= 0,7 \cdot \frac{120^2 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6}}{1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot [4,2 \cdot 10^3 (100 - 30) + 2,26 \cdot 10^6]} \cdot 720 \\ &= 1,14 \text{ м}. \end{aligned}$$

Проверим размерность:

$$[l] = \frac{B^2 \cdot m^2}{Om \cdot m \cdot kg \left[\frac{Дж}{кг \cdot K} \cdot K + \frac{Дж}{кг} \right]} \cdot c = m$$

Здесь использовали закон Джоуля-Ленца, согласно которому: $Дж = \frac{B^2 \cdot c}{Om}$.

Ответ: $l = 1,14 \text{ м}$.

Задача 2.6. В цепь, состоящую из медного провода сечением $S = 4,5 \text{ мм}^2$, надо включить свинцовый предохранитель. Какое сечение должен иметь предохранитель, чтобы при нагревании провода более чем на $\Delta t = 10^\circ\text{C}$ он расплавился? Начальная температура свинца $t = 27^\circ\text{C}$, температура плавления свинца $t_{пл} = 327^\circ\text{C}$.

Дано:

$$\begin{aligned} S_1 &= 4,5 \text{ мм}^2 = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2, \\ \Delta t_1 &= 10^\circ\text{C}, \\ t &= 27^\circ\text{C}, \\ t_{пл} &= 327^\circ\text{C}, \\ c_1 &= 400 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}), \\ d_1 &= 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3 \\ \rho_1 &= 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}, \\ c_2 &= 140 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}), \\ d_2 &= 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3, \\ \lambda &= 0,25 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{K}, \\ \rho_2 &= 20,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Найти: l – ?

Цель включения плавких предохранителей в электрическую цепь, чтобы он перегорал, как только температура проводов превысит допустимую. Эти предохранители включают в цепь последовательно, поэтому ток в них идет такой же, как и в проводах цепи.

Для определения размеров предохранителя применим уравнение закона Джоуля - Ленца. При прохождении электрического тока в проводах за время τ выделится количество теплоты:

$$Q_1 = I^2 R_1 \tau.$$

Здесь I – сила тока в проводах и в предохранителе, R_1 – сопротивление проводов.

Вся эта энергия пойдет на нагревание проводов, поскольку в данной задаче пренебрегаем потерями энергии на нагревание окружающей среды.

При этом внутренняя энергия проводов возрастет на величину:

$$Q_1 = c_1 m_1 \Delta t_1 .$$

Здесь c_1 – удельная теплоемкость меди; m_1 – масса проводов. Тогда можно записать:

$$I^2 R_1 \tau = c_1 m_1 \Delta t_1 . \quad (1)$$

Обозначим плотность меди d_1 , удельное сопротивление меди ρ_1 , длину проводов l_1 , сечение S_1 , тогда масса провода и его сопротивление будут равны соответственно:

$$m_1 = d_1 S_1 l_1; \quad R_1 = \rho_1 \frac{l_1}{S_1} . \quad (2)$$

Подставляя выражения (2) в (1) и сокращая на l_1 , получим:

$$I^2 \frac{\rho_1}{S_1} \tau = c_1 d_1 S_1 \Delta t_1 . \quad (3)$$

Применим аналогичные рассуждения для предохранителя. Согласно закону, Джоуля-Ленца при прохождении электрического тока в предохранителе сопротивлением R_2 выделится количество теплоты:

$$Q_2 = I^2 R_2 \tau ,$$

которое идет на нагревание и плавление предохранителя:

$$Q_2 = c_2 m_2 \Delta t_2 + \lambda m_2 .$$

Здесь c_2 – удельная теплоемкость и λ – удельная теплота плавления свинца; m_2 – масса предохранителя; $\Delta t_2 = t_{\text{пл}} - t$ – разность конечной и начальной температур свинца.

Поскольку по условию нет бесполезных потерь тепла, то согласно закону сохранения энергии

$$I^2 R_2 \tau = c_2 m_2 \Delta t_2 + \lambda m_2 . \quad (4)$$

Обозначим плотность свинца d_2 , удельное сопротивление свинца ρ_2 , длину предохранителя l_2 , сечение S_2 , тогда масса и сопротивление предохранителя будут равны соответственно:

$$m_2 = d_2 S_2 l_2; \quad R_2 = \rho_2 \frac{l_2}{S_2}. \quad (5)$$

Подставляя выражения (5) в (4) и сокращая на l_2 , получим:

$$I^2 \frac{\rho_2}{S_2} \tau = d_2 S_2 (c_2 \Delta t_2 + \lambda). \quad (6)$$

Поделим уравнение (6) на уравнение (3):

$$\frac{c_1 d_1 S_1 \Delta t_1}{d_2 S_2 (c_2 \Delta t_2 + \lambda)} = \frac{\rho_1 S_2}{\rho_2 S_1}.$$

Тогда

$$S_2 = S_1 \sqrt{\frac{c_1 d_1 \rho_2 \Delta t_1}{d_2 \rho_1 (c_2 \Delta t_2 + \lambda)}}.$$

Подставим числовые значения:

$$\begin{aligned} S_2 &= 4,5 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{400 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 20,8 \cdot 10^{-8} \cdot 10}{11,3 \cdot 10^3 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot (140 \cdot 300 + 0,25 \cdot 10^5)}} \\ &= 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \end{aligned}$$

Размерность очевидна.

Ответ: $S_2 = 3,910^{-6} \text{ м}^2 = 3,9 \text{ мм}^2$.

2.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Электрическая лампочка накаливания потребляет силу тока $I=0,2$ А. Диаметр вольфрамового волоска $d = 0,02$ мм, температура волоска при горении лампы $t = 2000^\circ \text{C}$. Определите напряженность E электрического поля в волоске. Удельное

сопротивление вольфрама $\rho_0 = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Ответ: $E = 360 \text{ В/м}$.

2. Генератор постоянного тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 12 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r_1 = 0,2 \text{ Ом}$ заряжает батарею аккумуляторов с ЭДС $\varepsilon_2 = 10 \text{ В}$ внутренним сопротивлением $r_2 = 0,6 \text{ Ом}$. Параллельно батарее включена лампочка сопротивлением $R = 3 \text{ Ом}$. Определите силу тока в батарее аккумуляторов и лампочке.

Ответ: $I_2 \approx 1,6 \text{ А}$; $I \approx 3,6 \text{ А}$

3. Для получения силы тока $I = 8 \text{ А}$ было взято минимальное количество одинаковых аккумуляторов, соединенных в смешанную батарею. Какой ток можно получить в цепи, соединив эти аккумуляторы последовательно? ЭДС одного аккумулятора $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$, внутреннее сопротивление $r_1 = 0,2 \text{ Ом}$. Ответ: $I \approx 7,2 \text{ А}$

4. Электроплитка, рассчитанная на напряжение U_0 , при включении в сеть с этим напряжением потребляет мощность $P_1 = 250 \text{ Вт}$. Какую мощность будут потреблять две такие плитки, включенные в сеть последовательно (параллельно), если номинальная мощность плитки $P_0 = 300 \text{ Вт}$? Изменением сопротивления плиток вследствие нагревания пренебречь. Ответ: $P_{\text{посл}} \approx 136 \text{ Вт}$; $P_{\text{паралл}} \approx 420 \text{ Вт}$.

5. Электропечь должна за время $\tau = 10 \text{ мин}$ выпаривать воду массой $m = 1 \text{ кг}$, взятую при температуре $t_1 = 20^\circ \text{C}$. Какой должна быть длина нихромовой проволоки сечением $S = 0,5 \text{ мм}^2$, используемой в качестве нагревателя, если печь предназначена для напряжения $U = 120 \text{ В}$ и ее КПД равен $\eta = 80\%$? Удельное сопротивление нихрома $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, удельные теплоемкость и теплота парообразования воды равны соответственно $c = 4,2 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)}$ и $r = 2,26 \cdot 10^3 \text{ кДж/кг}$. Ответ: $l \approx 1,2 \text{ м}$.

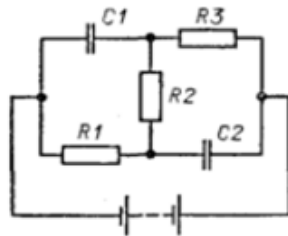
6. По проводнику длиной l течет ток I . Чему равен суммарный импульс электронов в проводнике, если отношение заряда электрона к его массе равно γ ? Ответ: $I \cdot l / \gamma$.

7. Две проволоки – медная и алюминиевая – имеют одинаковую массу. Длина медной проволоки в 10 раз больше длины алюминиевой. Во сколько раз отличаются их сопротивления? Плотность меди в 3,3 раза больше плотности алюминия, удельное сопротивление в 1,65 раза меньше. Ответ: в 200 раз

8. Разность потенциалов на концах проволоки длиной 5 м равна 4,2 В. Определите плотность тока в проволоке при температуре 120°C , если ее удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления равны соответственно $2 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и $6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Ответ: $j \approx 4,3 \text{ А/мм}^2$.

9. Проволока имеет сопротивление 36 Ом. Когда ее разрезали на несколько равных частей и соединили эти части параллельно, то ее сопротивление стало 1 Ом. На сколько частей разрезали проволоку? Ответ: 6

10. Найдите ЭДС батареи в схеме, изображенной на рисунке 1, если заряд на конденсаторах $C2$ и $C1$ равен соответственно $3q$ и $2q$. Внутренним сопротивлением источника пренебречь. Емкости конденсаторов $C1$ и $C2$ равны соответственно C и $2C$, сопротивления резисторов $R1$, $R2$ и $R3$ равны R , $2R$ и $3R$. Ответ: q/C



11. При замыкании элемента на резистор сопротивление 1,8 Ом сила тока в цепи равна 0,7 А, при замыкании на резистор сопротивлением 2,3 Ом – 0,56 А. Чему равен ток короткого замыкания? Ответ: 7 А.

12. Батарея составлена из 12 элементов, имеющих ЭДС 1,08 В и внутреннее сопротивление 0,6 Ом. Батарея состоит из 4 групп, по три элемента в каждой. Элементы в группе соединены параллельно, а группы между собой – последовательно. Определите силу тока в каждом элементе, если батарею замкнуть резистором с сопротивлением 11,2 Ом. Ответ: 0,12 А.

13. Сколько электронов проходит каждую секунду через волосок лампы накаливания, если напряжение 220 В потребляет мощность 150 Вт? Ответ: $4,25 \cdot 10^{18}$.

14. Линия имеет сопротивление 300 Ом. Какое напряжение должен давать генератор, чтобы при передаче потребителю мощности 25 кВт потери в линии не превышали 4% передаваемой мощности? Ответ: 14 кВ.

15. Какую мощность можно передать потребителю по медным проводам сечением 18 мм², имеющим общую длину 1,5 км, если напряжение на электростанции 230 В, а допустимые потери напряжения в проводах не должны превышать 10%? Ответ: 3,36 кВт.

16. Две лампы с номинальной мощностью – одна с $P_1 = 40$ Вт, другая с $P_2 = 60$ Вт, рассчитанные на одинаковое напряжение, включены последовательно в сеть с тем же напряжением. Какие мощности будут потреблять лампы? Какая из них будет гореть ярче? Ответ: 14,4 Вт; 9,6 Вт.

17. Сила тока, создаваемого элементом во внешней цепи, равна 3 А при напряжении на зажимах источника 2 В. Определите КПД элемента, если его внутреннее сопротивление 0,02 Ом. Ответ: 97%

18. При замыкании на проводник сопротивлением 5 Ом сила тока, создаваемого батареей элементов, равна 1 А. Сила тока короткого замыкания батареи равна 6 А. Какую наибольшую полезную мощность может дать батарея? Ответ: 9 Вт

19. Электрический чайник с 0,6 л воды при 10⁰С включили и забыли выключить. Через сколько времени после включения вся вода в чайнике выкипит? Сопротивление обмотки чайника 14,4 Ом, напряжение в сети 120 В, КПД чайника 60%. Ответ: 44 мин.

20. Электрическая плитка включена в цепь генератора с ЭДС 110 В и внутренним сопротивлением 4 Ом. Амперметр, включенный последовательно с плиткой, показывает силу тока 2,5 А. Чему равен КПД плитки, если 1 л воды можно вскипятить за 0,5 ч? Начальная температура воды 4⁰С. Ответ: 89%.

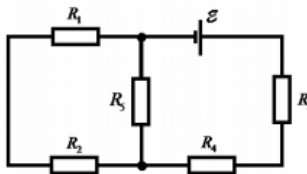
21. Электрическая кастрюля и чайник, потребляющие мощность $P_1 = 600$ Вт и $P_2 = 300$ Вт, включены в сеть параллельно, и вода в них закипает одновременно через $t = 20$ мин. Через сколько времени закипит вода в кастрюле и чайнике, если их включить последовательно? Ответ: 3 ч. 45 мин.

22. Участок цепи состоит из стальной проволоки длиной 2 м и площадью поперечного сечения $0,48 \text{ мм}^2$, соединенной последовательно с никелиновой проволокой длиной 1 м и площадью поперечного сечения $0,21 \text{ мм}^2$. Какое напряжение надо подвести к участку, чтобы получить силу тока $0,6 \text{ А}$?

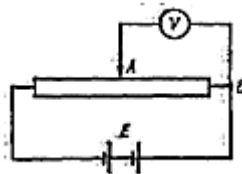
Ответ: $U = 1,5 \text{ В}$.

23. В электрической схеме, изображенной на рисунке, значения сопротивлений равны: $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$, $R_5 = 15 \text{ Ом}$. Э.Д.С. источника $\varepsilon = 120 \text{ В}$. Вычислить токи, текущие в каждой ветви электрической цепи.

Ответ: $I_1 = 0,6 \text{ А}$, $I_2 = -1,4 \text{ А}$, $I_3 = 2 \text{ А}$.



24. Потенциометр с сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ подключен к источнику тока, ЭДС ε которого равна 150 В и внутреннее сопротивление $r = 50 \text{ Ом}$ (рис). Определить показание вольтметра с сопротивлением $R_v = 500 \text{ Ом}$, соединенного проводником с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом с серединой обмотки потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключенном вольтметре?



Ответ: $U_1 = 46,9 \text{ В}$, $U_2 = 50 \text{ В}$.

25. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20 \text{ Ом}$ нарастает в течение времени $\Delta t = 2 \text{ с}$ по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I_{\text{max}} = 6 \text{ А}$. Определить количество теплоты Q_1 , выделившееся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 - за вторую, а также найти отношение этих количеств теплоты Q_2/Q_1 . Ответ: $Q_2/Q_1 = 7$.

26. В цепь источника постоянного тока с ЭДС $\varepsilon = 6 \text{ В}$ включен резистор сопротивлением $R = 80 \text{ Ом}$. Определить: 1) плотность тока в соединительных проводах площадью поперечного сечения $S = 2 \text{ мм}^2$; 2) число N электронов, проходящих через сечение проводов за

время $t=1$ с. Сопротивлением источника тока и соединительных проводов пренебречь.

Ответ: 1) $j = 3,75 \cdot 10^4$ А/м²;

2) $N = 4,69 \cdot 10^{17}$ электронов.

27. Сопротивление величиной 5 Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение 10 В. Если увеличить сопротивление до 12 Ом, то вольтметр покажет напряжение 12 В. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь.

Ответ: 2 Ом; 14 В.

28. Электрическая цепь состоит из трех источников тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 6$ В, $\varepsilon_2 = 2$ В, $\varepsilon_3 = 4$ В и реостатов с сопротивлениями $R_1=2$ Ом и $R_2=R_3=4$ Ом. Найти силу тока в реостате R_2 и напряжение на его концах.

Ответ: 1,375 А; 5,5 В.

29. Сила тока в проводнике сопротивлением 20 Ом равномерно нарастает от 0 до 4 А в течение 2 с. Определить количество теплоты, выделившейся в проводнике за первые полторы секунды.

Ответ: 90 Дж.

30. Определите заряд Q , прошедший по проводнику с сопротивлением $R = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах проводника от $U_0 = 2$ В до $U = 4$ В в течение $t = 20$ с.

Ответ: $Q = 140$ Кл.

31. Вольфрамовая нить электрической лампочки при $t_1 = 20^\circ\text{C}$ имеет сопротивление $R_1 = 35,8$ Ом. Какова будет температура t_2 нити лампочки, если при включении в сеть напряжением $U = 120$ В по нити идет ток $I = 0,33$ А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Ответ: температура нити $t_2 = 2411^\circ\text{C}$.

32. Имеются два одинаковых элемента с ЭДС $\varepsilon = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,3$ Ом. Как надо соединить эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить больший ток на внешнем участке цепи, если внешнее сопротивление: а) $R = 0,2$ Ом; б) $R = 16$ Ом. Найти ток в каждом из этих случаев и сравнить их.

Ответ: Источники соединены последовательно: а) при $R = 0,2$ Ом получаем $I_1=5$ А; б) при $R = 16$ Ом получаем $I_2=0,24$ А.

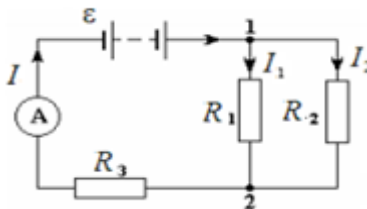
Источники соединены параллельно: а) при $R = 0,2$ Ом получаем $I_3=5,7$ А; б) при $R = 16$ Ом получаем $I_4=0,12$ А

Сравнивая полученные значения токов, видим, что при малом внешнем сопротивлении R элементы выгоднее соединять параллельно ($I_3 > I_1$), а при большом внешнем сопротивлении R – последовательно ($I_2 > I_4$).

33. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2 \text{ Ом}$, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5 \text{ Ом}$. Найти ЭДС ε элемента и его внутреннее сопротивление r , если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна $P_1 = 2,54 \text{ Вт}$.

Ответ: ЭДС источника $\varepsilon \approx 4,86 \text{ В}$, его внутреннее сопротивление $r = 1,0 \text{ Ом}$.

34. ЭДС батареи $\varepsilon = 120 \text{ В}$, сопротивления $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = 60 \text{ Ом}$. Схема цепи приведена на рисунке. Амперметр показывает ток $I = 2 \text{ А}$. Найти мощность, выделяемую в сопротивлении R_1 . Сопротивлением источника можно пренебречь.

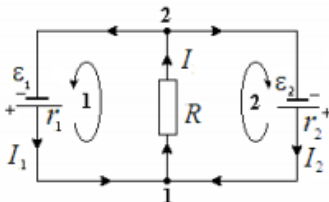


Ответ. На сопротивлении R_1 выделяется мощность $P = 57,6 \text{ Вт}$

35. К зажимам аккумуляторной батареи, имеющей ЭДС, равную $\varepsilon = 24 \text{ В}$, и внутреннее сопротивление $r = 1 \text{ Ом}$, присоединен нагреватель. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность $P = 80 \text{ Вт}$. Определите силу тока в цепи и коэффициент полезного действия источника тока.

Ответ. Сила тока равна $I = 7,5 \text{ А}$; КПД равно $\eta = 0,44$.

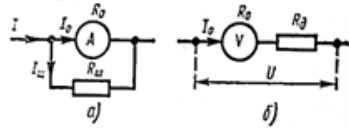
36. Два элемента с одинаковыми ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $r_2 = 2 \text{ Ом}$ замкнуты на внешнее сопротивление R . Через первый элемент течет ток $I_1 = 1 \text{ А}$. Найдите сопротивление R , ток I_2 , текущий через второй элемент, и ток I , текущий через сопротивление R . Схема соединения показана на рисунке.



Ответ. Ток через второй источник равен $I_2 = 0,5$ А, суммарный ток $I = I_1 + I_2 = 1,5$ А. Внешнее сопротивление $R = 0,66$ Ом.

37. Плотность электрического тока в медном проводе равна 100 А/см². Определить плотность тепловой мощности тока, если удельное сопротивление меди $1,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Ответ: $\omega = 18$ кВт/м³.

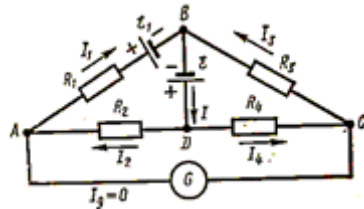
38. Имеется миллиамперметр с внутренним сопротивлением $R_0 = 9,9$ Ом, предназначенный для измерения токов не более 10 мА. Что нужно сделать для того, чтобы этот прибор можно было применять для измерения: 1) токов до 1 А и 2) напряжений до 1 В?



Ответ: 1) $R_{ш} = 0,1$ Ом;

2) $R_{с} = 90,1$ Ом.

39. В приведенной на рисунке электрической схеме заданы сопротивления R_2, R_3, R_4 и электродвижущие силы ε и ε_1 . Определить сопротивление R_1 , если известно, что ток в цепи гальванометра G отсутствует ($I_g = 0$). Рассмотреть полученный результат при $\varepsilon_1 = 0$.



Ответ: $R_1 = \frac{R_3 R_2}{R_4} - \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_4} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$, если $\varepsilon_1 = 0$, то результат

зависит от ε : $R_1 = \frac{R_3 R_2}{R_4}$

40. Определите ЭДС ε и внутреннее сопротивление r источника тока, если во внешней цепи при силе тока 4 А развивается мощность 10 Вт, а при силе тока 2 А мощность 8 Вт. Ответ: $\varepsilon = 5,5$ В; $r = 0,75$ Ом

ГЛАВА 3

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

3.1 Основные формулы и определения

1. Магнитное поле – это вид материи, возникающий вокруг движущихся зарядов, проводников с током и постоянных магнитов и обнаруживающийся по действию на движущиеся заряды.

2. По закону Био-Савара-Лапласа элемент контура dl , по которому течет ток I , создает в некоторой точке A пространства магнитное поле, индукция которого $d\vec{B}$ равна:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I \sin \alpha dl}{4\pi r^2}. [B] = \text{Тл (Тесла)} = \text{Н}/(\text{А}\cdot\text{м}) \quad (3.1)$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ - магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента тока $d\vec{l}$ до точки A ,

r – расстояние от элемента тока $d\vec{l}$ до точки A (рис. 3.1).

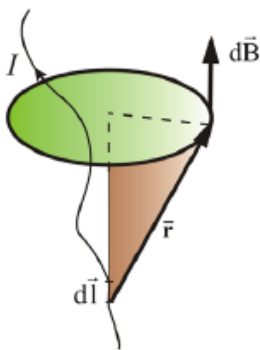


Рис. 3.1 Иллюстрация закона Био-Савара-Лапласа

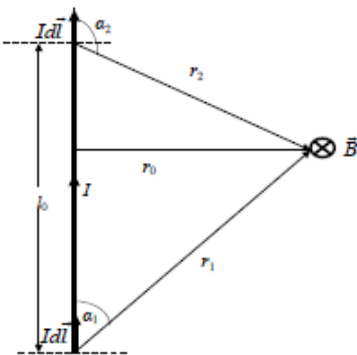


Рис. 3.2 Магнитное поле, создаваемое прямым проводником с током конечной длины.

Применяя закон Био-Савара-Лапласа к контурам различного вида, можно найти:

а) магнитную индукцию магнитного поля в центре кругового тока:

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R}. \quad (3.2)$$

где R – радиус кривизны проводника

б) магнитную индукцию поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}, \quad (3.3)$$

где R – расстояние от оси проводника.

с) магнитную индукцию поля, создаваемого прямым проводником с током конечной длины:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3.4)$$

3. Магнитное поле, движущегося заряда:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}, \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^3}. \quad (3.5)$$

Где $\vec{r}$ – радиус-вектор, от заряда q к точке наблюдения.

4. Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}], \quad M = p_m B \sin \alpha \quad (3.6)$$

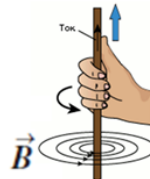
где α – угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{p}_m$.

$\vec{p}_m$ – магнитный момент контура с током:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (3.7)$$

где S – площадь контура с током; $\vec{n}$ единичный вектор нормали к поверхности контура.

Правило правой руки для определения направления вектора $\vec{B}$ прямого тока: если четыре пальца показывают направление вектора магнитной индукции, то большой палец покажет направление тока.



Правило правой руки для определения направления вектора $\vec{B}$ кольцевого тока: если четыре пальца показывают направление тока, то большой палец покажет направление вектора магнитной индукции,

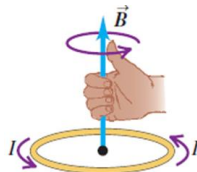


Рис. 3.3
Правило правой руки

5. Связь магнитной индукции B и напряженности H магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}. \quad (3.8)$$

6. Магнитное поле оказывает силовое действие на заряженную частицу, движущуюся в этом поле. Сила Лоренца:

$$\vec{F}_л = q[\vec{v}, \vec{B}], \quad F_л = qvB \sin \alpha. \quad (3.9)$$

где $\vec{v}$ – скорость заряженной частицы; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Если угол α между вектором скорости $\vec{v}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$:

а) 1) $\alpha = 0$ или π , то частица движется вдоль линий магнитной индукции равномерно и прямолинейно;

б) 2) $\alpha = \pi/2$, то частица движется по окружности, радиус которой равен:

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (3.10)$$

Циклотронная частота:

$$\omega = \frac{v}{R} = v \frac{qB}{mv} = \frac{qB}{m}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}. \quad (3.11)$$

Период обращения:

$$T = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (3.12)$$

с) α имеет произвольное значение, то вектор скорости можно разложить на две составляющие

- перпендикулярную вектору $\vec{B}$: $v_{\perp} = v \sin \alpha$,
- параллельную вектору $\vec{B}$: $v_{\parallel} = v \cos \alpha$.

Заряженная частица будет участвовать в двух движениях:

- по окружности, радиус которой определяется скоростью $v_{\perp}$;
- по прямой вдоль линий магнитной индукции с постоянной скоростью $v_{\parallel}$

В результате частица будет двигаться по спирали. Радиус спирали:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB}. \quad (3.13)$$

Шаг спирали – расстояние, проходимое вдоль линии магнитной индукции за один оборот частицы по окружности:

$$L = v_{\parallel}T = v \cos \alpha \cdot \frac{2\pi m}{qB}. \quad (3.14)$$

7. Сила Ампера, сила, действующая на элемент $d\vec{l}$ проводника с током, помещенный в магнитное поле $\vec{B}$:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]; \quad dF = I \cdot dl \cdot B \cdot \sin \alpha.$$

Правило левой руки: если расположить левую ладонь руки так, чтобы четыре вытянутых пальца указывали направление скорости положительного заряда, а вектор магнитной индукции поля входил в ладонь, то отставленный большой палец укажет направление силы Лоренца, действующий на положительный заряд.

Если заряд частицы отрицательный, то сила Лоренца будет направлена в противоположную сторону.

8. Сила взаимодействия токов:

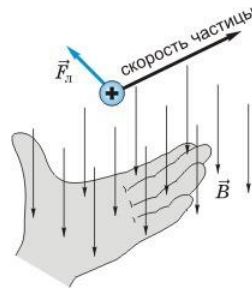


Рис. 3.4.
Правило левой руки

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi r}.$$

9. Циркуляцией вектора $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна произведению μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых контуром:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k$$

10. Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) сквозь площадку dS :

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B dS \cos \alpha = B_n dS. \quad (3.15)$$

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности:

$$\Phi_B = \vec{B} \vec{S} = BS \cos \alpha = B_n S.$$

где S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности:

$$\Phi_B = \int_S B_n dS$$

интегрирование ведется по всей поверхности.

Потокоосцепление (полный поток) для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

$$\Psi = N\Phi.$$

11. Закон Фарадея: ЭДС индукции, возникающая в замкнутом проводящем контуре равна модулю скорости изменения магнитного потока сквозь этот контур:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.16)$$

ЭДС индукции, возникающая в рамке площадью S при ее вращении с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B :

$$\mathcal{E}_i = BS\omega \sin \omega t . \quad (3.17)$$

ЭДС индукции, возникающая в рамке, содержащей N витков, площадью S при ее вращении с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B :

$$\mathcal{E}_i = NBS\omega \sin \omega t .$$

12. Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью v в магнитном поле:

$$\Delta\varphi = Blv \sin \alpha \quad (3.18)$$

где l – длина проводника; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

13. Заряд, протекающий по замкнутому контуру за время изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур, равен:

$$\Delta q = \frac{|\Delta\Phi|}{R} . \quad (3.19)$$

где R – сопротивление контура.

14. Магнитный поток, создаваемый током I в контуре с индуктивностью L :

$$\Phi_B = LI . \quad (3.20)$$

15. ЭДС самоиндукции:

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt} . \quad (3.21)$$

где L – индуктивность контура.

16. Индуктивность соленоида (тороида)

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \mu n^2 V , \quad (3.22)$$

где N – число витков соленоида, l , S , V – длина, площадь поперечного сечения, объем соленоида соответственно, n – число витков на единицу длины.

17. Экстратоки замыкания (3.23) и размыкания (3.24):

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right); \quad (3.23)$$

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (3.24)$$

Где $I_0 = \mathcal{E}/R$ – максимальное значение тока; t – время, прошедшее после замыкания/размыкания цепи;

18. Энергия магнитного поля, создаваемого током I , протекающим в замкнутом контуре:

$$W = \frac{LI^2}{2} \quad (3.25)$$

Объемная плотность энергии однородного магнитного поля длинного соленоида:

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \quad (3.26)$$

19. Элементарная работа по перемещению проводника с током в магнитном поле:

$$dA = I d\Phi, \quad (3.27)$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересекаемый движущимся проводником

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле:

$$A = I\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

3.2 Примеры решения задач

Задача 3.1. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника с токами 10 А и 4 А расположены на расстоянии 0,7 м. В какой точке прямой, проходящей через эти проводники, индукция магнитного поля этих проводников равна нулю? Среда – воздух.

Дано:	По условию задачи, результирующее поле в
$I_2 = 3 \text{ А}$	точке М должно быть равно 0. Это возможно
$I_1 = 9 \text{ А}$	только тогда, когда вектор индукции поля,
$R = 0,5 \text{ м}$	созданного током I_2 , равен по модулю, но
$\mu = 1$	противоположен по направлению вектору
	индукции поля, созданного током I_1 :
$x - ?$	$\vec{B}_1 = -\vec{B}_2, \quad B_1 = B_2.$

Направление векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ найдем по правилу правой руки.

Согласно закону Био-Савара-Лапласа индукция магнитного поля для прямолинейных и бесконечно длинных проводников равна:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{x},$$

$$B_2 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{(R-x)}.$$

Решим совместно три уравнения:

$$\frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{x} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{(R-x)}.$$

$$\frac{x}{I_1} = \frac{R-x}{I_2}, \quad I_2 x = I_1 R - I_1 x,$$

$$x = \frac{I_1 R}{I_1 + I_2}, \quad x = \frac{9 \cdot 0,5}{9 + 3} = 0,375 \text{ м}$$

Проверим размерность: $[x] = \frac{\text{А} \cdot \text{м}}{\text{А}} = \text{м}.$

Ответ: на расстоянии 0,375 м от тока I_1 .

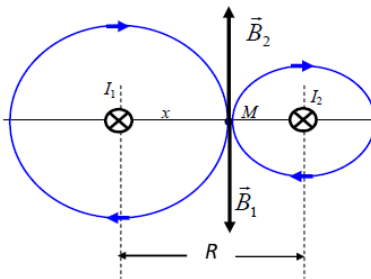


Рис. 3.5. Иллюстрация к задаче 3.1

Задача 3.2. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I = 50$ А, расположены на расстоянии $d = 12$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого проводниками с током в точке А, отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1 = 7$ см, от другого – $r_2 = 15$ см.

Дано:

$$r_2 = 15 \text{ см} = 15 \times 10^{-2} \text{ м.}$$

$$r_1 = 7 \text{ см} = 7 \times 10^{-2} \text{ м;}$$

$$d = 12 \text{ см} = 12 \times 10^{-2} \text{ м;}$$

$$I_1 = I_2 = I = 50 \text{ А;}$$

$B - ?$

Для нахождения магнитной индукции B в точке А воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей

Для этого определим направления магнитной индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Направление векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ найдем по правилу правой руки.

Значения магнитных индукций (B_1 и B_2) найдем, используя закон Био-Савара-Лапласа для прямого бесконечно длинного проводника с током:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1};$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Если в условии не указана среда, то считаем, что проводник находится в вакууме и, следовательно, $\mu = 1$.

Абсолютное значение магнитной индукции B найдем по теореме косинусов.

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2 \cos \alpha}$$

где α - угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} - \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha}.$$

Для нахождения $\cos \alpha$ снова используем теорему косинусов для $\triangle DAC$.

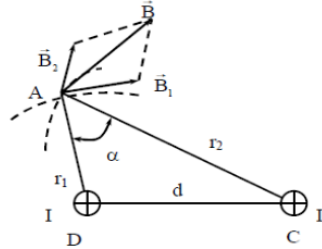


Рис. 3.6.

Иллюстрация к задаче 3.2

Сравнивая треугольники, найдем что $\alpha = \angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами).

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}, \quad \cos \alpha = \frac{7^2 + 15^2 - 12^2}{2 \cdot 7 \cdot 15} = \frac{13}{21}.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} - \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha}.$$

Подставим числовые значения:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{2\pi} \sqrt{\frac{10^4}{49} + \frac{10^4}{225} - \frac{2 \cdot 10^4}{7 \cdot 15} \cdot \frac{13}{21}} = 0.114 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$$

$$= 114 \text{ мкТл}.$$

Проверим размерность: $[B] = \frac{\Gamma_H}{M} \cdot \frac{A}{M} = \text{Тл}.$

Здесь воспользовались формулами для магнитного потока $\Phi = BS = LI$, откуда следует $L = \frac{BS}{I}$, $\Gamma_H = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{A}.$

Ответ: $B = 114 \text{ мкТл}.$

Задача 3.3. Положительно заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104 \text{ В}$ и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10 \text{ кВ/м}$) и

магнитное ($B = 0,1$ Тл) поля. Найти отношение заряда частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории. Силой тяжести при движении частицы пренебречь.

Дано:

$$\begin{aligned} U &= 104 \text{ В;} \\ E &= 10^4 \text{ В/м} \\ B &= 0,1 \text{ Тл} \\ \vec{E} &\perp \vec{B} \perp \vec{v} \end{aligned}$$

$$\frac{q}{m} - ?$$

Отношение заряда частицы к ее массе q/m называется удельным зарядом частицы.

Пройдя ускоряющую разность потенциалов U , частица приобретает кинетическую энергию:

$$W_k = \frac{mv^2}{2},$$

которая, равна работе сил электрического поля:

$$qU = \frac{mv^2}{2}.$$

Тогда удельный заряд частицы равен:

$$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2U}.$$

Найдем скорость частицы, принимая во внимание, что частица влетает в скрещенные электрическое и магнитное поля. Следовательно, на движущуюся заряженную частицу действуют две силы:

1) сила Лоренца:

$$\begin{aligned} \vec{F}_L &= q[\vec{v}\vec{B}], \\ F_L &= qvB \cdot \sin \alpha. \end{aligned}$$

Направление силы определим по «правилу левой руки».

На рис. 3.7 показано направление силы Лоренца, она направлена в плоскости рисунка вверх. $\sin \alpha = 1$.

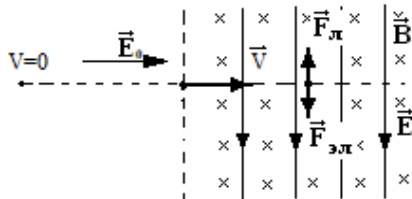


Рис. 3.7.

Иллюстрация к задаче 3.3

2) Сила, действующая со стороны электрического поля:

$$\vec{F}_{\text{эл}} = q\vec{E}.$$

Эта сила сонаправлена с вектором напряженности электрического поля (так как частица имеет положительный заряд). В плоскости рисунка эта сила направлена вниз.

Частица будет двигаться прямолинейно, равномерно в скрещенных полях, если векторная сумма сил, действующих на нее, будет равна нулю.

$$\vec{F}_{\text{л}} + \vec{F}_{\text{эл}} = 0,$$

т.е. $\vec{F}_{\text{л}}$ и $\vec{F}_{\text{эл}}$ должны быть равны по модулю и противоположны по направлению: $F_{\text{л}} - F_{\text{эл}} = 0$; $F_{\text{л}} = F_{\text{эл}}$; $qE = qvB$. Откуда

$$v = \frac{E}{B}$$

Подставим выражение для скорости частицы в полученную выше формулу для удельного заряда частицы:

$$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2U} = \frac{E^2}{2UB^2}.$$

Рассчитаем удельный заряд частицы:

$$\frac{q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2} = \frac{10^8}{2 \cdot 104 \cdot 0,1^2} = 4,8 \cdot 10^7 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

Проверим размерность:

$$\left[\frac{q}{m} \right] = \frac{[v]^2}{[U]} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{В}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{с}^2 \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{с}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Кл} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}.$$

Здесь учтено: $\text{В} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}$, $\text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м}$, $\text{Н} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$.

Ответ: $\frac{q}{m} = 4,8 \cdot 10^7 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$

Задача 3.4. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2,0$ Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию радиуса $R = 1,0$ мм и шагом $h = 6,0$ мм. Вычислить кинетическую энергию W_k протона.

Дано:

$$\begin{aligned} B &= 2,0 \text{ Тл} \\ R &= 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ h &= 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ m &= 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ q &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \end{aligned}$$

$W_k = ?$

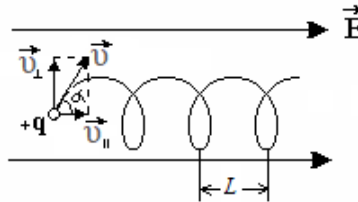


Рис. 3.8. Иллюстрация к задаче 3.4

Заряд влетает в магнитное поле под углом α к силовым линиям поля. Разложим вектор скорости $\vec{v}$ на две составляющие вектора $\vec{v}_\perp$ и $\vec{v}_\parallel$

Параллельная составляющая скорости $\vec{v}_\parallel$ совпадает по направлению с направлением силовых линий поля, а перпендикулярная составляющая скорости $\vec{v}_\perp$ перпендикулярна силовым линиям магнитного поля.

$\vec{v}_\parallel$ не меняется под действием силы Лоренца ни по модулю, ни по направлению. $\vec{v}_\perp$ под действием силы Лоренца непрерывно изменяет направление, оставаясь постоянной по модулю.

Протон участвует в двух независимых движениях: 1) равномерном и прямолинейном со скоростью $\vec{v}_\parallel$ параллельно линиям индукции магнитного поля и 2) по окружности с постоянной по модулю скоростью $\vec{v}_\perp$. Результирующее движение будет винтовой линией. Кинетическую энергию движущейся частицы можно выразить формулой

$$W_k = \frac{mv^2}{2}, \quad v^2 = v_\parallel^2 + v_\perp^2$$

Для расчета $v_\parallel$ и $v_\perp$ воспользуемся формулами для радиуса R , шага L

винтовой линии и периода T обращения частицы в магнитном поле:

$$T = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\pi m}{qB}; \quad R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB};$$

$$L = v_{\parallel} T = v \cos \alpha \cdot \frac{2\pi m}{qB}.$$

В результате несложных алгебраических преобразований получим выражения для вычисления $v_{\parallel}$ и $v_{\perp}$:

$$v_{\parallel} = \frac{L}{T} = \frac{qBL}{2\pi m}; \quad v_{\perp} = \frac{qBR}{m}.$$

Подставив эти скорости в выражение для кинетической энергии протона, получим:

$$W_k = \frac{m(v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2} = \frac{q^2 B^2}{2m} \left(R^2 + \frac{L^2}{4\pi^2} \right).$$

Вычислим численное значение кинетической энергии протона:

$$W_k = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2)^2}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} \left(1 \cdot 10^{-6} + \frac{36 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14^2} \right) = 5,9 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}.$$

$$[W_k] = \frac{[q]^2 [B]^2}{[m]} \left([R]^2 + \frac{[L]^2}{4\pi^2} \right) = \frac{\text{Кл}^2 \cdot \text{Тл}^2}{\text{кг}} \cdot \text{м}^2$$

$$= \frac{\text{А}^2 \cdot \text{с}^2 \cdot \frac{\text{Н}^2}{\text{А}^2 \cdot \text{м}^2}}{\text{кг}} \cdot \text{м}^2 = \text{Дж}.$$

Здесь использовано: $\text{Тл} = \text{Н}/(\text{А} \cdot \text{м})$, $\text{Кл} = \text{А} \cdot \text{с}$.

Ответ: $W_k = 5,9 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}$.

Задача 3.5. Круговой контур радиуса $R = 3,0$ см, по которому течет ток $I = 1,0$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл так, что вектор $\vec{p}_m$ магнитного момента контура с током составляет угол $\alpha_1 = 60^\circ$ с вектором $\vec{B}$. Какую работу A' надо совершить внешним силам, чтобы повернуть контур до угла $\alpha_2 = 90^\circ$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

Дано:

$$R = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$I = 1,0 \text{ А};$$

$$B = 0,2 \text{ Тл};$$

$$\alpha_1 = 60^\circ;$$

$$\alpha_2 = 90^\circ$$

$A' - ?$

Работа сил магнитного поля по перемещению контура с током определяется следующим образом

$$A' = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки, пронизывающие плоскость контура в начальном и в конечном состоянии соответственно.

Магнитный поток однородного поля рассчитаем по формуле:

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

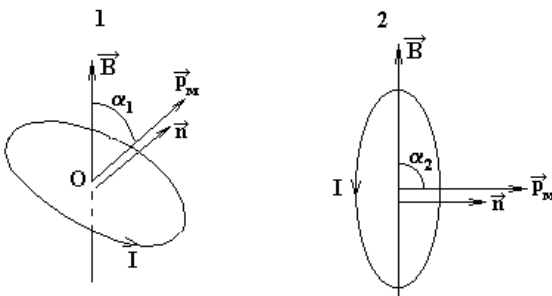


Рис. 3.9. Иллюстрация к задаче 3.5

Тогда:

$$\Phi_1 = BS \cos 60^\circ = \frac{1}{2} B \pi R^2,$$

$$\Phi_2 = BS \cos 90^\circ = 0,$$

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = -\frac{\pi}{2} I B R^2.$$

Работа A' внешних сил связана с работой A сил магнитного поля формулой:

$$A' = -A = \frac{\pi}{2} I B R^2.$$

$$A' = \frac{3,14}{2} \cdot 1 \cdot 0,2 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 = 28,26 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

Размерность очевидна.

Ответ: $A' = 28,26 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$

Задача 3.6. Квадратный контур со стороной $a = 10$ см, в котором течет ток $I = 3$ А, находится в магнитном поле с индукцией 0,3 Тл. Плоскость контура образует с направлением линий индукции угол $\alpha = 30^\circ$. Какую работу совершат силы Ампера, если при неизменной силе тока в контуре его форму изменить с квадрата на окружность?

Дано:

$a = 0,1$ м;
 $I = 3,0$ А;
 $B = 0,3$ Тл;
 $\alpha = 30^\circ$;

$A - ?$

Работа сил магнитного поля:

$$A_{1 \rightarrow 2} = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки, пронизывающие плоскость квадрата и окружности.

Магнитный поток однородного поля рассчитаем по формуле:

$$\Phi = BS \cos(90^\circ - \alpha) = BS \sin \alpha.$$

Площадь квадрата: $S_1 = a^2$, площадь окружности: $S_2 = \pi R^2$.

Найдем радиус окружности R , учитывая, что периметры этих двух фигур одинаковы: $4a = 2\pi R$.

Тогда

$$R = \frac{2a}{\pi}.$$

Окончательно имеем:

$$A_{1 \rightarrow 2} = IB \sin \alpha (S_2 - S_1) = IB \sin \alpha \left(\frac{4a^2}{\pi} - a^2 \right)$$

$$= IBa^2 \sin \alpha \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right).$$

$$A_{1 \rightarrow 2} = 3 \cdot 0,3 \cdot 0,01 \cdot 0,5 \left(\frac{4}{3,14} - 1 \right) = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

$$[A] = \text{А} \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \frac{\text{А} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Ответ: $A = 1,23$ мДж

Задача 3.7. Внутри соленоида длиной $l = 5,0$ м, имеющего $N = 1200$ витков, находится проволочное кольцо радиусом $r = 3,0$

см и сопротивлением $R = 30 \text{ Ом}$. Плоскость кольца образует угол $\beta = 30^\circ$ с осью соленооида. Какой ток будет идти по кольцу в конце четвертой секунды, если ток в соленоиде изменяется по закону $I_c = kt^2$, где $k = 1,5 \text{ А/с}^2$. Считать соленоид длинным.

Дано:

$l = 5,0 \text{ м};$
 $N = 1200$
 $r = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м};$
 $R = 30 \text{ Ом};$
 $I_c = kt^2;$
 $k = 1,5 \text{ А/с}^2$
 $\beta = 30^\circ$
 $t = 4 \text{ с}.$

$I_i - ?$

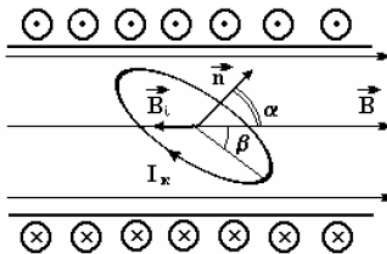


Рис. 3.10.

Иллюстрация к задаче 3.7.

На рис. 3.10 показано поперечное сечение соленооида, проходящее через его ось. Магнитное поле соленооида однородное, силовые линии поля расположены параллельно оси соленооида и направлены слева направо в плоскости рисунка. Виток находится внутри бесконечно длинного соленооида, на рисунке обозначены углы: α – угол между нормалью к плоскости витка и вектором индукции магнитного поля, β – угол между плоскостью витка и силовыми линиями магнитного поля.

Ток в соленоиде изменяется с течением времени пропорционально квадрату времени, поэтому и магнитное поле внутри соленооида будет изменяться. По закону Фарадея для ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Величина магнитного потока равна:

$$\Phi = BS \cos \alpha; \quad S = \pi r^2.$$

При изменении тока в соленоиде будет изменяться и магнитный поток, пронизывающий кольцо, следовательно, в кольце возникает ЭДС индукции и потечет индукционный ток I_k

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = -S \cos \alpha \frac{dB}{dt} = -S \cos(90^\circ - \beta) \frac{dB}{dt}.$$

Индукция магнитного поля бесконечно длинного соленоида равна:

$$B = \mu\mu_0 I_c n.$$

Здесь $n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины соленоида.

Учитывая, что сила тока в соленоиде зависит от времени $I_c = kt^2$, а все остальные параметры соленоида постоянны, то есть не зависят от времени, получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= -\pi r^2 \cos(90^\circ - \beta) \frac{d(\mu\mu_0 I_c n)}{dt} \\ &= -\mu\mu_0 \frac{N}{l} \pi r^2 \cos(90^\circ - \beta) \frac{dI_c}{dt}. \\ \mathcal{E}_i &= -\mu\mu_0 \frac{N}{l} \pi r^2 \cos(90^\circ - \beta) \frac{d(kt^2)}{dt} \\ &= -\mu\mu_0 \frac{N}{l} \pi r^2 \cos(90^\circ - \beta) \cdot 2kt. \end{aligned}$$

Силу индукционного тока, возникающего в кольце, найдем по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{\mathcal{E}_i}{R} = 2\mu\mu_0 \pi r^2 \frac{kN}{lR} t \cdot \cos(90^\circ - \beta) \\ I_i &= \frac{2 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 3,14 \cdot 0,03^2 \cdot 1,5 \cdot 1200 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ}{5 \cdot 30} \\ &= 0,3 \cdot 10^{-7} \text{ A} \\ [I] &= \frac{\text{Гн} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{Ом} \cdot \text{с}^2} = \text{А} \end{aligned}$$

Здесь использовали $\text{Гн} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}}$

Ответ: 0,03 мкА.

Задача 3.8. Квадратная проволочная рамка со стороной, $a=3$ см и сопротивлением $R = 7$ мОм находится в однородном магнитном поле ($B=50$ мТл). Плоскость рамки составляет угол $\beta = 30^\circ$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд q , который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

Дано:

$$a = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$R = 7 \cdot 10^{-3} \text{ Ом};$$

$$B = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$$

$$\beta = 30^\circ$$

При выключении магнитного поля произойдет изменение магнитного потока. Вследствие этого в рамке возникнет ЭДС индукции, определяемая основным законом электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

$q - ?$

Возникшая ЭДС индукции вызовет в рамке индукционный ток, мгновенное значение которого можно определить воспользовавшись законом Ома для полной цепи:

$$\mathcal{E}_i = I_i R,$$

где R – сопротивление рамки. Тогда

$$I_i R = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Сила индукционного тока по определению равна:

$$I_i = \frac{dq}{dt}.$$

Откуда следует:

$$\frac{dq}{dt} R = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{или} \quad dq = - \frac{d\Phi}{R}$$

Проинтегрировав последнее выражение, учитывая, что $\Phi_2 = 0$, найдем:

$$q = \int_0^q dq = - \frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R} = \frac{\Phi_1}{R}$$

Найдем магнитный поток Φ_1 . По определению магнитного потока:

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha .$$

Площадь рамки:

$$S = a^2 .$$

α – угол между направлениями линий магнитной индукции и нормалью к рамке: $\alpha = 90^\circ - \beta$. Окончательно имеем:

$$q = \frac{Ba^2 \cos(90 - \alpha)}{R} .$$

$$q = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^{-4} \cos(90 - 30)}{7 \cdot 10^{-3}} = 3,214 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} .$$

Проверим размерность:

$$[q] = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{Ом}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{Ом}} = \frac{\text{Дж}}{\text{В}} = \text{Кл} .$$

Ответ: 3,214 мКл

Задача 3.9. В магнитном поле с индукцией $B = 10$ Тл вращается стержень длиной $l = 0,3$ м с постоянной угловой скоростью $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$. Найдите э.д.с. индукции, возникающей в стержне, если ось вращения проходит через конец стержня параллельно силовым линиям магнитного поля.

Дано:	На заряды, находящиеся в движущемся в магнитном поле проводнике, действуют силы Лоренца, что приводит к появлению сторонних сил внутри стержня и возникновение разности потенциалов на его концах
$l = 0,3 \text{ м};$	Если стержень вращается в однородном магнитном поле с постоянной угловой скоростью ω и пересекает
$B = 10 \text{ Тл}$	линии индукции под прямым углом, то под действие
$\omega = 50 \text{ с}^{-1}$	силы Лоренца электроны начнут смещаться вдоль
$\mathcal{E}_i = ?$	стержня к одному из его концов.

При том направлении поля и вращения, какое указано на чертеже, $\vec{F}_L$ направлена к оси вращения и туда же смещаются электроны.

Движение электронов происходит до тех пор, пока возникающее внутри проводника электрическое поле не достигнет величины, при которой силы электрического отталкивания уравнивают силу Лоренца. В результате перемещения электронов на одном конце стержня оказывается их избыток, на другом – недостаток и между концами стержня возникает постоянная разность потенциалов.

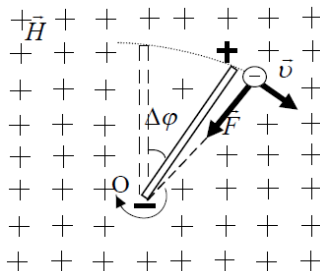


Рис. 3.11.
Вращение стержня в магнитном поле

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

где $\Delta\Phi$ – величина магнитного потока, пересекаемого стержнем за время Δt

При вращении стержня под прямым углом к силовым линиям магнитного поля

$$\Delta\Phi = B\Delta S \cos \alpha = B\Delta S$$

где ΔS – площадь сектора, описываемого стержнем.

За время Δt стержень поворачивается на угол $\Delta\phi$ и площадь сектора получается равной:

$$\Delta S = \frac{\Delta\phi l^2}{2} = \frac{\omega l^2 \Delta t}{2}.$$

Учитывая это, для изменения магнитного потока найдем:

$$\Delta\Phi = \frac{B\omega l^2 \Delta t}{2}.$$

Получим:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_i &= -\frac{B\omega l^2}{2} . \\ \mathcal{E}_i &= -\frac{10 \cdot 0,3^2 \cdot 50}{2} = 2250 \text{ В} . \\ [\mathcal{E}_i] &= \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Вб}}{\text{с}} = \text{В} .\end{aligned}$$

Ответ: $\mathcal{E}_i = 2250 \text{ В}$.

Задача 3.10. На цилиндрический деревянный каркас длиной 50 см намотана обмотка из медного провода, масса которого 40 г, а сопротивление 25 Ом. Считая длину обмотки во много раз большей её диаметра, найти индуктивность катушки.

Дано:
 $l_k = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м};$
 $R = 25 \text{ Ом};$
 $m = 40 \text{ г} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ кг};$
 $\rho = 8900 \text{ кг/м}^3;$
 $\rho_{\text{эл}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$

$L = ?$

Обозначим l_k , S_k – длину катушки и площадь ее поперечного сечения; $l_{\text{п}}$, $S_{\text{п}}$ – длину навитого на катушку провода и площадь его поперечного сечения:
 Тогда индуктивность катушки равна:

$$L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot l_k \cdot S_k .$$

n – число витков на единицу длины катушки.

$$n = \frac{N}{l_k} , \quad S_k = \frac{\pi d_k^2}{4} .$$

где N – общее число витков обмотки, d_k – диаметр катушки.
 Соединив все формулы, получим:

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l_k} \cdot \frac{\pi d_k^2}{4} .$$

В этой формуле неизвестными величинами являются $N \cdot d_k$.
 Найдем это произведение.

Составим систему уравнений для известных величин:

$$\begin{cases} m = \rho \cdot l_{\text{пр}} \cdot S_{\text{пр}} \cdot \\ R = \rho_{\text{эл}} \frac{l_{\text{пр}}}{S_{\text{пр}}} . \end{cases}$$

Здесь m , R – масса и сопротивление провода; ρ , $\rho_{эл}$ – плотность и удельное сопротивление материала провода (меди).

Решив систему уравнений, найдем длину провода

$$l_{пр} = \sqrt{\frac{Rm}{\rho_{эл}\rho}}.$$

Длину провода можно выразить через длину одного витка и число витков обмотки:

$$l_{пр} = \pi d_k \cdot N.$$

Приравняв два последних уравнения, найдем произведение $N \cdot d_k$.

$$d_k \cdot N = \frac{l_{пр}}{\pi} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{Rm}{\rho_{эл}\rho}}.$$

Подставим это произведение в выражение для индуктивности, окончательно получим:

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Rm}{l_k \rho_{эл}\rho}.$$

$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \cdot \frac{25 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{0,5 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 8900} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

Проверим размерность:

$$[L] = \frac{[\mu_0]}{4\pi} \cdot \frac{[R][m]}{[l_k][\rho_{эл}][\rho]} = \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{Ом} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}} = \text{Гн}.$$

Ответ: $L = 1,3 \text{ мкГн}$.

Задача 3.11. На немагнитный цилиндрический каркас диаметром $d_k = 3$ см навита обмотка, состоящая из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода диаметром $d_{пр} = 0,15$ мм. По обмотке течет ток $I_0 = 3$ А.

Определить, какое количество электричества протечет по обмотке за время $t = 100$ мкс с того момента, как концы обмотки будут замкнуты накоротко.

Дано:

$$d_{\text{пр}} = 0,15 \text{ мм} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$d_k = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$I_0 = 3 \text{ А};$$

$$t = 100 \text{ мкс} = 10^{-4} \text{ с};$$

$$\rho_{\text{эл}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

$q - ?$

При замыкании накоротко концов обмотки сила тока в ней убывает по закону:

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$

При изменении тока в обмотке изменяется создаваемый им магнитный поток, и в обмотке возникает ЭДС самоиндукции:

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

где N – общее число витков обмотки, d_k – диаметр катушки.

Сила тока самоиндукции в обмотке определяется по закону

Ома:

$$I_{si} = \frac{\mathcal{E}_{si}}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Psi}{dt}.$$

По определению сил тока равна:

$$I_{si} = \frac{dq}{dt}.$$

Приравнивая два последних равенства, найдем перенесенное индукционным током количество электричества:

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= -\frac{1}{R} \frac{d\Psi}{dt} \quad \text{или} \quad dq = -\frac{1}{R} d\Psi \\ q &= \int_0^t dq = -\frac{1}{R} \int_0^t d\Psi = -\frac{1}{R} (\Psi_2 - \Psi_1). \end{aligned}$$

Где Ψ_1, Ψ_2 – потокосцепление катушки в начальный момент и конечный моменты времени:

$$\Psi_1 = LI_0; \quad \Psi_1 = LI_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$

$$q = \frac{L}{R} \cdot I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

Найдем отношение L/R . Обозначим l_k, S_k – длину катушки и площадь ее поперечного сечения; $l_{\text{п}}, S_{\text{п}}$ – длину навитого на катушку провода и площадь его поперечного сечения.

Индуктивность обмотки определяем по формуле:

$$L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot l_k \cdot S_k,$$

где n – число витков на единицу длины катушки.

Витки обмотки плотно прилегают друг к другу, поэтому n можно найти через диаметр провода.

$$n = \frac{N}{l_k} = \frac{N}{d_{\text{пр}} N} = \frac{1}{d_{\text{пр}}}.$$

Длину катушки l находим через диаметр провода и число витков обмотки.

$$l_k = N d_{\text{пр}}.$$

Тогда:

$$L = \mu_0 \cdot \frac{1}{d_{\text{пр}}^2} N \cdot d_{\text{пр}} \cdot \frac{\pi d_k^2}{4} = \frac{\mu_0 \pi}{4} \frac{N d_k^2}{d_{\text{пр}}}.$$

Сопротивление обмотки:

$$R = \rho_{\text{эл}} \frac{l_{\text{пр}}}{S_{\text{пр}}}.$$

Длину провода найдем через длину одного витка и число витков обмотки:

$$l_{\text{пр}} = \pi d_k \cdot N.$$

$$S_{\text{пр}} = \frac{\pi d_{\text{пр}}^2}{4}.$$

Тогда:

$$R = \rho_{\text{эл}} \frac{4\pi \cdot d_k \cdot N}{\pi d_{\text{пр}}^2} = \rho_{\text{эл}} \frac{4d_k N}{d_{\text{пр}}^2}.$$

В результате имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} R = \rho_{\text{эл}} \frac{4d_k N}{d_{\text{пр}}^2} \\ L = \frac{\mu_0 \pi N d_k^2}{4 d_{\text{пр}}} \end{cases}.$$

Поделив почленно, получим:

$$\frac{L}{R} = \frac{\mu_0 \pi}{16} \cdot \frac{d_k d_{\text{пр}}}{\rho_{\text{эл}}}; \quad \frac{R}{L} = \frac{16}{\mu_0 \pi} \cdot \frac{\rho_{\text{эл}}}{d_k d_{\text{пр}}}.$$

Окончательно имеем:

$$\begin{aligned} q &= \frac{4\pi^2 \cdot 10^{-7}}{16} \cdot \frac{d_k d_{\text{пр}}}{\rho_{\text{эл}}} \cdot I_0 \left(1 - e^{-\frac{16}{\mu_0 \pi} \cdot \frac{\rho_{\text{эл}}}{d_k d_{\text{пр}}} t} \right) = \\ q &= \frac{4\pi^2 \cdot 10^{-7}}{16} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}}{1,7 \cdot 10^{-8}} \cdot 3 \cdot \left(1 - e^{-\frac{16}{\mu_0 \pi} \cdot \frac{\rho_{\text{эл}}}{d_k d_{\text{пр}}} t} \right) = \\ &= 19,57 \cdot 10^{-5} (1 - e^{-1,53}) \approx 1,53 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}. \\ [q] &= \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{Ом} \cdot \text{м}} \cdot \text{А} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{Ом}} \cdot \text{А} = \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{Ом}} \cdot \text{А} = \text{Кл}. \end{aligned}$$

Ответ: $q = 153 \text{ мкКл}$.

Задача 3.12. В цепи, состоящей из катушки индуктивностью $L = 1,4 \text{ Гн}$ и сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$ протекает постоянный ток силой $I_0 = 0,5 \text{ А}$. Найдите: 1) энергию W_m магнитного поля, запасенную в катушке; 2) время t_1 , по истечении которого сила тока при размыкании цепи уменьшится в $n = 10$ раз; 3) количество теплоты, которое выделяется в цепи за время t_1 (Q_1) и за все время убывания тока до нуля (Q).

Дано:

$$L = 1,4 \text{ Гн}$$

$$R = 25 \text{ Ом}$$

$$I_0 = 0,5 \text{ А}$$

$$n = I_0 / I = 10$$

1. Энергию W_M магнитного поля, запасенную в катушке индуктивности, можно рассчитать по формуле:

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{1,4 \cdot 0,5^2}{2} = 0,175 \text{ Дж}$$

$$W_M - ? \quad t_1 - ?$$

$$Q_1 - ? \quad Q - ?$$

2. Зависимость силы тока I от времени t при размыкании цепи определим по формуле:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t};$$

Тогда:

$$\frac{I_0}{I} = e^{\frac{R}{L}t} \Rightarrow \ln \frac{I_0}{I} = \ln e^{\frac{R}{L}t} \Rightarrow \ln n = \frac{R}{L}t \Rightarrow$$

$$t = \frac{L \cdot \ln n}{R}.$$

$$t_1 = \frac{1,4 \cdot \ln 10}{25} = 0,105 \text{ с}.$$

$$[t] = \frac{[L] \cdot [\ln n]}{[R]} = \frac{\text{Гн} \cdot 1}{\text{Ом}} = \frac{\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} \cdot 1}{\text{Ом}} = \text{с}.$$

3. Для вычисления Q_1 воспользуемся законом Джоуля-Ленца. Поскольку сила тока I в цепи, изменяется по экспоненциальному закону, то для вычисления выделившегося тепла за интервал времени t_1 необходимо взять интеграл:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \int_0^{t_1} I^2 R dt = \int_0^{t_1} \left(I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \right)^2 \cdot R dt = I_0^2 R \int_0^{t_1} e^{-\frac{2R}{L}t} dt = \\ &= I_0^2 R \frac{L}{2R} \int_0^{t_1} e^{-\frac{2R}{L}t} d\left(\frac{2R}{L}t\right) = -\frac{I_0^2 L}{2} \left(e^{-\frac{2R}{L}t_1} - 1 \right). \end{aligned}$$

$$Q_1 = \frac{0,5^2 \cdot 1,4}{2} \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot 25 \cdot 0,105}{1,4}} \right) = 0,175(1 - e^{-3,75}) \approx 0,171 \text{ Дж}.$$

Размерность очевидна.

Ответ: $Q = 0,171 \text{ Дж}$.

3.3 Задачи для самостоятельного решения

1. По проводнику, согнутому в виде квадратной рамки со стороной $a=10$ см, течет ток $I=5$ А. Определить индукцию магнитного поля в точке, равноудаленной от вершин квадрата на расстояние, равное его стороне.

Ответ: $B=1,33 \cdot 10^{-5}$ Тл.

2. Катушка длиной $L=30$ см содержит $N=100$ витков. По обмотке катушки течет ток $I=5$ А. Диаметр катушки $D=20$ см. Определить индукцию в точках, лежащих на оси катушки, на расстоянии $a=10$ см от ее конца.

Ответ: $B_1=1,26 \cdot 10^{-3}$ Тл, $B_2=2,06 \cdot 10^{-4}$ Тл.

3. Найти магнитный момент тонкого кругового витка, если радиус витка $R=100$ мм и индукция магнитного поля в его центре $B=6$ мкТл.

Ответ: $p_m = \frac{2\pi R^3 B}{\mu_0} = 30 \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

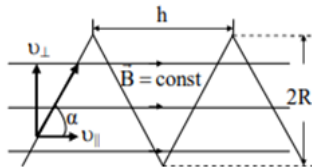
4. Проводник в виде тонкого полукольца радиусом $0,1$ м находится в однородном магнитном поле с индукцией $0,05$ Тл. По проводнику течёт ток 10 А. Найти силу, действующую на проводник, если плоскость полукольца перпендикулярна линиям индукции.

Ответ: $F = 0,1$ Н.

5. Небольшая катушка с током, имеющая магнитный момент $2 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, находится на оси кругового витка радиусом 20 см, по которому идёт ток 10 А. Найти модуль силы, действующей на катушку, если её расстояние от центра витка равно 10 см. Вектор магнитного момента параллелен оси витка.

Ответ: $F = 0,54$ мН.

6. Протон движется в магнитном поле с индукцией 10^{-2} Тл по винтовой линии радиусом 2 см и шагом 5 см (рис.). Определить величину скорости протона и угол её наклона к линиям индукции.



Ответ: $v=2,06 \cdot 10^4$ м/с, $\alpha = 68^\circ$.

7. По прямому горизонтальному проводнику пропускают ток 10 А. Под проводником на расстоянии $1,5$ см находится параллельный ему алюминиевый провод с током $1,5$ А.

Определить, какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакреплённым. Плотность алюминия 2700 кг/м^3 . Ответ: $7,55 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$.

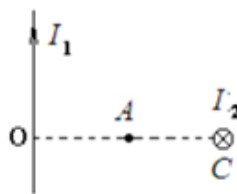
8. По тонкому проволочному кольцу радиусом 20 см течёт ток 100 А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $2 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$. Найти силу F , растягивающую кольцо. Ответ: $F=0,4 \text{ Н}$.

9. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы по 2 м, отстоящие друг от друга на расстоянии 20 см. Определить силу взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течёт ток силой 10^4 А .

Ответ: 200 Н.

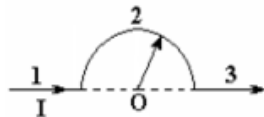
10. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника скрещены под прямым углом (рис.). По проводникам текут токи $I_1=4 \text{ А}$, $I_2=3 \text{ А}$. Расстояния $OA=AC=r=10 \text{ см}$. Найдите модуль вектора индукции магнитного поля заданных токов, создаваемых в точке А.

Ответ: $B=5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$.



11. Бесконечно длинный проводник с током $I=10 \text{ А}$ имеет изгиб радиусом $R=10 \text{ см}$. Найти индукцию магнитного поля в точке О.

Ответ: $B=3,1 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$.



12. По двум параллельным бесконечно длинным прямым проводам, находящимся на расстоянии $d=10 \text{ см}$ друг от друга, в одном направлении текут токи $I_1=I_2=I=100 \text{ А}$. Вычислить силу F , действующую на отрезок длиной $l=1 \text{ м}$ каждого провода.

Ответ: $F=0,02 \text{ Н}$.

13. Заряженная частица, движущаяся с постоянной скоростью, влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции ($B=0,2 \text{ Тл}$). Затем в направлении, параллельном магнитному полю, включается электрическое поле напряженностью $E=0,5 \text{ кВ/м}$, которое действует в течение 5 мкс. Определить шаг винтовой траектории заряженной частицы, после окончания действия электрического поля. Ответ: 7,85 см.

14. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 кВ, движется параллельно прямому проводнику на расстоянии 1 см от него. Найти действующую на электрон силу, если через проводник пропустить ток 10 А. Ответ: $4,24 \cdot 10^{-16}$ Н.

15. Протон с кинетической энергией 1 МэВ влетел в однородное магнитное поле с индукцией 1 Тл перпендикулярно линиям поля. Какова должна быть минимальная протяжённость поля, чтобы направление движения протона изменилось на противоположное? Ответ: 14,5 см.

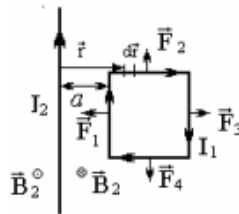
16. Круговой контур радиусом 2 см помещён в магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля с напряжённостью 160 кА/м. По контуру течёт ток 2 А. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура? Ответ: 0,5 мДж.

17. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0,5$ Тл равномерно вращается квадратная рамка из алюминиевой проволоки диаметром 0,8 мм. Ось вращения совпадает с диаметром рамки и перпендикулярна линиям вектора магнитной индукции. Рамка вращается с частотой 2 об/с. В начальный момент времени плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции. Найти силу тока в рамке спустя четверть периода от начала вращения. Сторона квадрата 10 см. Ответ: $I=3$ А.

18. На немагнитный цилиндрический каркас диаметром $D=5$ см намотана обмотка, состоящая из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода диаметром $d=0,2$ мм. По обмотке течёт ток $I_0=5$ А. Определить, какое количество электричества протечёт по обмотке за время $t=50$ мкс с того момента, как концы обмотки будут замкнуты накоротко. Ответ: $q=2,1 \cdot 10^{-4}$ Кл

19. На цилиндрический деревянный каркас длиной 60 см намотана обмотка из медного провода, масса которого 50 г, а сопротивление 30 Ом. Считая длину обмотки во много раз большей её диаметра, найти индуктивность катушки. Ответ: $L=16,6$ мГн.

20. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны были параллельны проводу. По рамке течет ток $I_1=2$ А, по проводу – ток $I_2=10$ А. Найти силы, действующие на каждую сторону рамки и на рамку в целом, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном $l=2$ см, сторона рамки $a=2$ см.

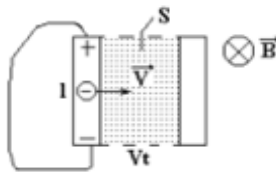


Ответ: $F_1=4$ мкН, $F_2= F_4=2,8$ мкН, $F_3=2$ мкН, $F=2$ мкН.

21. В однородном поле с индукцией $B=0,4$ Тл в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, вращается стержень длиной $l=10$ см. Ось вращения проходит через один из концов стержня. Определить разность потенциалов U на концах стержня при частоте вращения $n=16$ с $^{-1}$.

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2=0,2$ В.

22. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 1,0$ Тл находится прямой провод длиной $l= 20$ см, концы которого замкнуты вне поля. Сопротивление всей цепи равно $R = 0,1$ Ом. Найти силу F , которую нужно приложить к проводу, чтобы перемещать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v=2,5$ м/с.

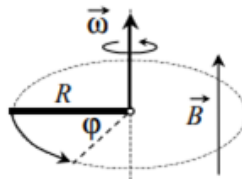


Ответ: $F = 1$ Н.

23. Соленоид содержит $N=800$ витков. Сердечник из немагнитного материала имеет площадь сечения $S = 6,0$ см ^{2} . Длина соленоида $l = 40$ см. По обмотке соленоида течет ток $I=2,5$ А. Найти среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает в соленоиде, если ток уменьшается практически до нуля за время $\Delta t =0,8$ мс.

Ответ: $\langle \varepsilon \rangle=3,8$ В.

24. В однородном магнитном поле с индукцией $0,05$ Тл вращается стержень длиной 1 м с постоянной угловой скоростью 20 рад/с (рис. 6.9). Ось вращения проходит через конец стержня параллельно линиям индукции магнитного поля



перпендикулярно к стержню. Определите разность потенциалов, возникающую на концах стержня. Ответ: 0,5 В.

25. Проволочный виток диаметром 8 см и сопротивлением 0,01 Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,04 Тл. Плоскость витка составляет угол 30° с линиями поля. Какое количество электричества протечет по витку, если магнитное поле выключить? Собственный магнитный поток витка не учитывать. Ответ: $q=10$ мКл.

26. Катушка сопротивлением 0,5 Ом с индуктивностью $4 \cdot 10^{-3}$ Гн соединена параллельно с проводом сопротивлением 2,5 Ом, по которому течет ток 1 А. Определите заряд, протекший по цепи при размыкании цепи ключом К. Ответ: $q=1,33$ мКл.

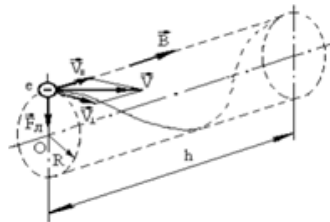
27. Сколько витков проволоки диаметром 0,4 мм с изоляцией ничтожной толщины нужно намотать на картонный цилиндр диаметром 2 см, чтобы получить однослойную катушку с индуктивностью 1 мГн? Витки вплотную прилегают друг к другу. Ответ: $N=10^3$.

28. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности. Ответ: $R=11,8$ мм.

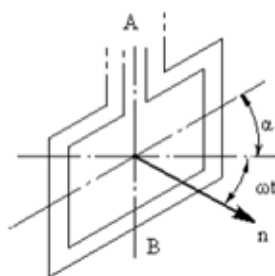
29. Электрон, влетев в однородное магнитное поле ($B = 0,2$ Тл), стал двигаться по окружности радиуса $R=5$ см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока. Ответ: $p_m=7,03 \cdot 10^{-12}$ А·м².

30. Электрон движется в однородном магнитном поле ($B = 10$ мТл) по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h=6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость v .

Ответ: $T=3,57$ нс,
 $v=24,6$ Мм/с.



31. Короткая катушка, содержащая $N=10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$ относительно оси АВ, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B=0,04 \text{ Тл}$). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha=60^\circ$ с линиями поля. Площадь S катушки равна 100 см^2 .



Ответ: $\varepsilon_i=25,1 \text{ В}$.

32. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5 \text{ см}$ и сопротивлением $R=10 \text{ мОм}$ находится в однородном магнитном поле ($B=40 \text{ мТл}$). Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha=30^\circ$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд Q , который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

Ответ: $Q=8,67 \text{ мКл}$.

33. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10 \text{ см}$, по которому течет ток $I = 100 \text{ А}$, свободно установился в однородном магнитном поле ($B=1 \text{ Тл}$). Определить работу A , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi=90^\circ$; 2) $\varphi=3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Ответ: $A_1= \text{ Дж}$, $A_2=1,37 \text{ мДж}$.

34. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U=400 \text{ В}$, попал в однородное магнитное поле напряженностью $H = 10^3 \text{ А/м}$. Определить радиус R кривизны траектории и частоту n обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

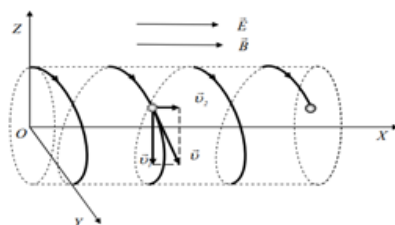
Ответ: $R = 5,37 \text{ см}$, $n = 3,52 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

35. Электрон влетает в однородное магнитное поле напряженностью 160 А/м перпендикулярно линиям индукции поля со скоростью 10^6 м/с . Вычислить радиус окружности, по которой будет двигаться электрон.

Ответ: $R=2,84 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

36. В однородное магнитное поле с магнитной индукцией $0,4 \text{ Тл}$ перпендикулярно линиям магнитной индукции с

постоянной скоростью влетает заряженная частица. В течение 6 мкс включается электрическое поле напряженностью 300 В/м в направлении, параллельном магнитному полю. Определить шаг винтовой траектории частицы. Ответ: $h = 2,8\text{ см}$.



37. Электрон в нормальном состоянии атома водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $R = 5,3 \cdot 10^{-11}\text{ м}$. Вычислить силу эквивалентного кругового тока I и напряженность H в центре окружности.

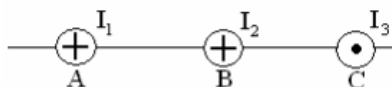
Ответ: $I = 1,05 \cdot 10^{-3}\text{ А}$; $H = 10^7\text{ А/м}$.

38. Два одинаковых отрицательных заряда, имеющие различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый начал двигаться по окружности радиусом 7 см, второй - по окружности радиусом 3,5 см. Найти отношение масс зарядов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов. Ответ: $m_1/m_2 = 4$.

39. На рисунке изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние между проводниками $AB = 10\text{ см}$, токи $I_1 = 20\text{ А}$ и $I_2 = 30\text{ А}$. Найти напряженности H магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1 , M_2 и M_3 . Расстояния $M_1A = 2\text{ см}$, $AM_2 = 4\text{ см}$ и $BM_3 = 3\text{ см}$.

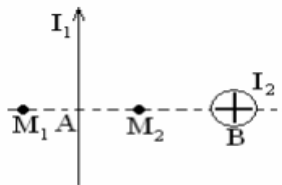
Ответ: $H_1 = 120\text{ А/м}$, $H_2 = 159\text{ А/м}$, $H_3 = 135\text{ А/м}$

40. На рисунке 2 изображены сечения трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояния $AB = BC = 5\text{ см}$, токи $I_1 = I_2 = I$, $I_3 = 2I$. Найти точку на прямой AC , в которой напряженность магнитного поля, вызванного токами I_1 , I_2 , I_3 равна нулю.



Ответ: $H_1 = 199\text{ А/м}$, $H_2 = 0\text{ А/м}$, $H_3 = 183\text{ А/м}$

41. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях. Найти напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2 ,



если токи $I_1=2$ А и $I_2=3$ А. Расстояния $AM_1=AM_2=1$ см и $AB=2$ см. Ответ: $H_1 = 35,6$ А/м, $H_2 = 57,4$ А/м

42. В магнитном поле, индукция которого $B=0,05$ Тл, вращается стержень длиной $l=1$ м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Найти магнитный поток Φ , пресекаемый стержнем при каждом обороте. Ответ: $\Phi=0,157$ Вб

43. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что напряженность магнитного поля $H=150$ кА/м. По контуру течет ток $I=2$ А, радиус контура $R=2$ см. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi=90^\circ$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура? Ответ: $A=5 \cdot 10^{-4}$ Дж

44. Железный сердечник длиной $l_1=50,2$ см с воздушным зазором длиной $l_2=0,1$ см имеет обмотку из $N=20$ витков. Какой ток должен протекать по этой обмотке, чтобы в зазоре получить индукцию $B_2=1,2$ Тл? Ответ: $I=60$ А

45. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что напряженность магнитного поля $H=150$ кА/м. По контуру течет ток $I=2$ А, радиус контура $R=2$ см. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi=90^\circ$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура? Ответ: $A=5 \cdot 10^{-4}$ Дж

46. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле, перпендикулярное к скорости. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона?

$$\text{Ответ: } \frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1}{m_2} = 1840.$$

47. Два бесконечно длинных прямых проводника скрещены под прямым углом. По проводникам текут токи силой $I_1=100$ А и $I_2=50$ А. Расстояние между проводниками $d=20$ см. Определить индукцию B магнитного поля в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра к проводникам. Ответ: $B=2,24 \cdot 10^{-4}$ Тл.

48. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,2$ Тл под углом $\alpha=30^\circ$ к направлению линий индукции. Определить силу Лоренца F_L , если скорость частицы $v=10,5$ м/с. Ответ: $F_L=1,60 \cdot 10^{-13}$ Н.

49. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,01$ Тл. Определить момент импульса L , которым обладала частица при движении в магнитном поле, если радиус траектории частицы равен $R=0,5$ мм. Ответ: $L=4,00 \cdot 10^{-28}$ кг·м²/с.

50. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0,4$ Тл равномерно вращается рамка, делая $n=480$ об/мин. Площадь рамки $S=200$ см², она содержит $N=1000$ витков. Определить мгновенное значение ЭДС, соответствующее углу поворота рамки $\alpha=30^\circ$. Ответ: 201 В.

51. Соленоид содержит $N=200$ витков. Индуктивность соленоида $L=10^{-2}$ Гн, площадь его сечения $S=8$ см². Определить индукцию магнитного поля в соленоиде при токе в 2 А.

Ответ: $B=0,125$ Тл.

52. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0,1$ Тл расположен плоский проволочный виток, площадь которого $S=10^{-2}$ м², а сопротивление $R=2$ Ом. Первоначально плоскость витка перпендикулярна линиям магнитной индукции. Виток замкнут на гальванометр. Полный заряд, протекающий через гальванометр при повороте витка $q=7,5 \cdot 10^{-4}$ Кл. На какой угол повернули виток? Ответ: $\alpha=120^\circ$.

53. Проводящий плоский контур площадью $S=200$ см², в который включен конденсатор емкостью $C=10$ мкФ, расположен в однородном магнитном поле так, что вектор нормали к контуру образует с вектором магнитной индукции угол $\alpha=60^\circ$. Изменение магнитной индукции со временем описывается уравнением $B=2 \cdot 10^{-2} \cos(\pi/4)t$ (Тл). Определить энергию конденсатора в момент времени $t=2$ с. Индуктивностью контура пренебречь.

Ответ: $W=1,23$ нДж.

54. В однородном магнитном поле с индукцией $B=6 \cdot 10^{-2}$ Тл находится соленоид диаметром $d=8$ см, имеющий $n=80$ витков медной проволоки сечением $\sigma=1$ мм². Соленоид поворачивают на угол $\alpha=180^\circ$ за время $\Delta t=0,2$ с так, что его ось остается направленной

вдоль поля. Определите среднее значение электродвижущей силы, возникающей в соленоиде и индукционный заряд. Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Ответ: $\varepsilon_i \approx 0,24 \text{ В}$, $q = 1,4 \text{ Кл}$.

55. В магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2} \text{ Тл}$ вращается стержень длиной $l = 0,2 \text{ м}$ с постоянной угловой скоростью $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$. Найдите э.д.с. индукции, возникающей в стержне, если ось вращения проходит через конец стержня параллельно силовым линиям магнитного поля.

Ответ: $\varepsilon_i = 2 \cdot 10^{-2} \text{ В}$.

56. На железный, полностью размагниченный сердечник диаметром $D = 5 \text{ см}$ и длиной $\ell = 80 \text{ см}$, намотано в один слой $N = 240$ витков провода. Вычислить индуктивность L получившегося соленоида при силе тока $I = 0,6 \text{ А}$.

Ответ: $L = 0,63 \text{ Гн}$.

57. Квадратный проводящий контур со стороной $a = 10 \text{ см}$ и током 6 А свободно подвешен в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$. Какую работу нужно совершить для того, чтобы повернуть контур на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению магнитного поля? Считать, что ток в контуре в процессе его поворота не изменяется.

Ответ: $A = 0,12 \text{ Дж}$.

58. Электрон, прошедший в ускоряющем электрическом поле разность потенциалов 10 кВ , движется в однородном магнитном поле с индукцией $0,5 \text{ Тл}$, перпендикулярной его скорости. Определить момент импульса электрона.

Ответ: $L = 3,64 \cdot 10^{-26} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$.

59. Катушка, состоящая из 100 витков провода площадью 10 см^2 каждый, помещена в однородное магнитное поле и подключена к баллистическому гальванометру. Ось катушки совпадает с направлением поля. При быстром повороте катушки на 180° вокруг ее диаметра через гальванометр проходит электрический заряд 2 мКл . Определить индукцию магнитного поля. Сопротивление катушки и гальванометра равно 5 кОм .

Ответ: $B = 50 \text{ мТл}$.

60. Сверхпроводящий соленоид длиной $l = 10 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 3 \text{ см}^2$, содержащий $N = 1000$ витков, может быть подключен к источнику ЭДС $\varepsilon = 12 \text{ В}$. Определите силу тока через $0,01 \text{ с}$ после замыкания ключа.

Ответ: $I = 31,8 \text{ А}$.

ГЛАВА 4

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

4.1 Основные формулы и определения

1. Незатухающие колебания

Дифференциальное уравнение гармонических электромагнитных колебаний, возникающих в идеальном контуре ($R = 0$):

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$q = q_0 \cos \omega_0 t.$$

ω_0 – циклическая частота колебаний;
 q_0 – максимальное значение заряда на обкладках конденсатора в начальный момент времени.

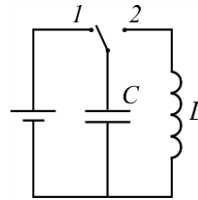


Рис. 4.1.

Идеальный колебательный контур

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

Формула Томсона для периода колебаний в идеальном контуре:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Мгновенное значение силы тока в катушке:

$$I = \frac{dq}{dt} = q_0 \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right).$$

I_0 – максимальное значение силы тока в катушке:

$$I_0 = q_0 \omega_0 = CU_0 \sqrt{\frac{1}{LC}} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Полная энергия идеального контура:

$$W = \frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2}.$$

2. Затухающие колебания.

Дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний, возникающих в контуре ($R \neq 0$):

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos \omega t,$$

Где частота колебаний в контуре:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}.$$

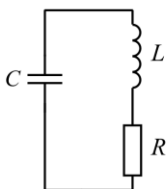


Рис. 4.2. Реальный колебательный контур

β – коэффициент затухания.

Логарифмический декремент затухания равен натуральному логарифму отношения двух амплитуд, которые разделены между собой промежутком времени, равным периоду:

$$\delta = \beta T = \ln \frac{q_n}{q_{n-1}}.$$

Период колебаний в реальном контуре равен:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

Величину L/C называют *волновым сопротивлением* контура, а отношение волнового сопротивления контура к его активному сопротивлению – *добротностью* контура Q :

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

3. Вынужденные колебания в контуре

$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ – внешняя ЭДС.

Дифференциальное уравнение
вынужденных электромагнитных колебаний,
возникающих в контуре

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_0}{L} \sin \omega t.$$

Решение для силы тока:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Амплитудное значение тока можно рассчитать из закона Ома:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Ток будет максимальным при условии $\omega = \omega_p$, резонансная частота:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

4. Векторные диаграммы

а) Сопротивление в цепи переменного тока

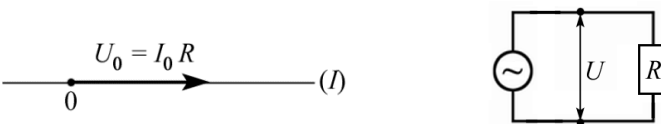


Рис. 4.4. Электрическая схема и векторная диаграмма напряжения для сопротивления в цепи переменного тока

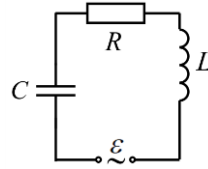


Рис. 4.3.
Возникновение
вынужденных
колебаний

б) Емкость в цепи переменного тока

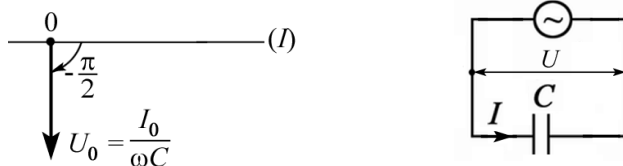


Рис. 4.5. Электрическая схема и векторная диаграмма напряжения для емкости в цепи переменного тока

в) Индуктивность в цепи переменного тока

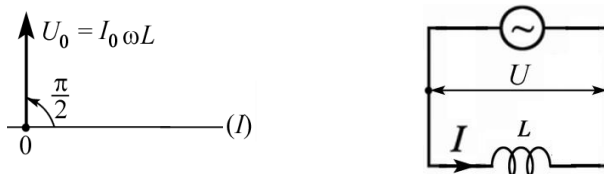


Рис. 4.6. Электрическая схема и векторная диаграмма напряжения для индуктивности в цепи переменного тока

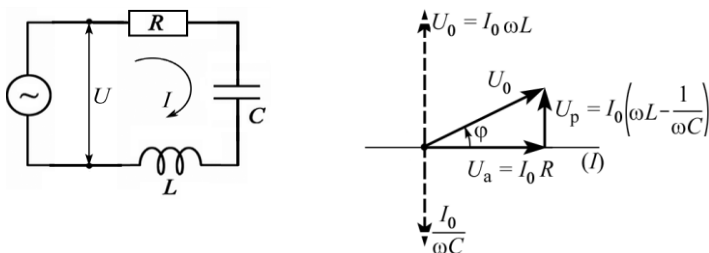


Рис. 4.7. Электрическая схема и векторная диаграмма последовательного соединения R, L, C

Амплитудное значение тока можно рассчитать из закона Ома:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Полное сопротивление цепи (импеданс):

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

Омическое сопротивление R – активное сопротивление,

$X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ – реактивное сопротивление.

$X_L = \omega L$ – реактивное индуктивное сопротивление.

$X_C = \frac{1}{\omega C}$ – реактивное емкостное сопротивление.

Разность фаз между током и полным напряжением:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Ток будет максимальным при условии $\omega = \omega_p$, резонансная частота:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

Мощность переменного тока:

$$P = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi = \frac{1}{2} I_0^2 R$$

$\cos \varphi$ – коэффициент мощности.

Действующие (или эффективные) значения тока и напряжения:

$$I_d = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_d = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

4.2 Примеры решения задач

Задача 4.1. Амплитуда силы тока при свободных колебаниях в колебательном контуре 100 мА. Какова амплитуда напряжения на конденсаторе колебательного контура, если емкость этого конденсатора 1 мкФ, а индуктивность катушки 1 Гн? Активным сопротивлением пренебречь.

Дано:	По закону сохранения энергии:
$R = 0;$	$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2};$
$C = 10^{-6} \text{ Ф};$	
$L = 1 \text{ Гн}$	Тогда:
$I_m = 10^{-1} \text{ А.}$	$U_m = I_m \sqrt{\frac{L}{C}}.$
Найти: $U_m - ?$	

$$U_m = 10^{-1} \sqrt{\frac{1}{10^{-6}}} = 10^2 \text{ В}$$

Проверим размерность:

$$[U_m] = A \frac{\text{Гн}^{-2}}{\text{Ф}^{-2}} = A \sqrt{\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\frac{\text{А}}{\text{А} \cdot \text{с}} \cdot \frac{\text{В}}{\text{В}}}} = \text{В}$$

Здесь использованы:

$$\text{Из формулы: } \mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \text{В} = \text{Гн} \frac{\text{А}}{\text{с}} \Rightarrow \text{Гн} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}}.$$

$$\text{Из формулы: } C = \frac{q}{U} \Rightarrow \Phi = \frac{K_{\text{Л}}}{B} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{В}}.$$

Ответ: 100 В.

Задача 4.2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 4,9 \text{ мкФ}$ и катушки индуктивностью $L = 1 \text{ Гн}$. Амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора $0,5 \text{ мкКл}$. Напишите уравнение колебаний заряда

Дано:	Уравнение гармонических колебаний заряда имеет вид:
$C = 4,9 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$	$q(t) = q_0 \cos \omega t.$
$L = 1 \text{ Гн};$	
$q_0 = 0,5 \cdot 10^{-6}$	Согласно формуле Томсона, период гармонических колебаний:
	$T = 2\pi\sqrt{LC}$
Найти: $q(t) - ?$	Циклическая частота:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{4,9 \cdot 10^{-6}}} = 452 \text{ с}^{-1}.$$

Окончательно имеем:

$$q(t) = 0,5 \cdot 10^{-6} \cos 452t.$$

Ответ: $q(t) = 0,5 \cdot 10^{-6} \cos 452t$.

Задача 4.3. Конденсатор емкостью $C = 0,1$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 100$ В, подсоединяют к катушке индуктивностью $L = 1$ мГн. Чему равна величина тока I через катушку спустя время $t_0 = 0,785 \cdot 10^{-5}$ с после подключения конденсатора? Сопротивлением катушки и соединительных проводов пренебречь.

Дано:

$$\begin{aligned} U &= 100 \text{ В}; \\ L &= 10^{-3} \text{ Гн}; \\ C &= 10^{-7} \text{ Ф}; \\ t_0 &= 0,785 \cdot 10^{-5} \text{ с} \end{aligned}$$

При подключении заряженного конденсатора к катушке в образовавшемся контуре возникают электрические колебания с частотой:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Найти: I – ?

При этом заряд на конденсаторе меняется во времени по закону:

$$q(t) = q_0 \cos \omega t = q_0 \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

где $q_0 = CU$ – начальный заряд на конденсаторе.

Поскольку сопротивление катушки и соединительных проводов пренебрежимо мало, суммарная энергия электрического и магнитного поля в контуре сохраняется. Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{q(t)^2}{2C} + \frac{LI(t)^2}{2}.$$

Выражая отсюда ток через катушку и подставляя выражение для q_0 и $q(t)$, имеем:

$$I(t) = \frac{q_0}{\sqrt{LC}} \sqrt{q_0^2 - q^2} = U \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \frac{t}{\sqrt{LC}}} = U \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sin \frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

Величина тока в момент времени t_0 равна:

$$I(t_0) = U \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sin \frac{t_0}{\sqrt{LC}} = 100 \cdot \sqrt{\frac{10^{-7}}{10^{-3}}} \sin \frac{0,785 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{10^{-3} \cdot 10^{-7}}} = 0,71 \text{ A}.$$

Ответ: $I(t_0) = 0,71 \text{ A}$.

Задача 4.4. Чему равна амплитуда силы тока в цепи переменного тока частотой 50 Гц, содержащей последовательно соединенные активное сопротивление 2 кОм и конденсатор емкости $C = 1 \text{ мкФ}$, если действующее значение напряжения сети, к которой подключен участок цепи, равно 220 В?

Дано:
 $\nu = 50 \text{ Гц}$;
 $R = 2 \cdot 10^3 \text{ Ом}$;
 $C = 10^{-6} \text{ Ф}$;
 $U_d = 220 \text{ В}$.

Найти: $I_0 - ?$

Запишем закон Ома для цепи переменного тока:

$$I = \frac{U}{Z}.$$

Z – полное сопротивление цепи, которое складывается из активного и реактивного сопротивлений.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} \text{ — емкостное сопротивление.}$$

Полное сопротивление будет равно:

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C^2}}$$

Далее по действующему значению напряжения найдем амплитудное:

$$U_0 = U_d \cdot \sqrt{2}.$$

Теперь подставим амплитудное значение напряжения в выражение для закона Ома и вычислим силу тока:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_d \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 \nu^2 C^2}}}.$$

$$I_0 = \frac{220 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{4 \cdot 10^6 + \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 50^2 \cdot 10^{-12}}}} = 82,75 \text{ A} \cdot 10^{-3} \text{ A}.$$

Размерность очевидна.

Ответ: $I_0 = 82,75 \text{ мкА}$

Задача 4.5. В цепь последовательно включены резистор с сопротивлением R , конденсатор с емкостью C и катушка с индуктивностью L . По цепи протекает переменный ток $I = I_0 \cos \omega t$. Определите 1) амплитуды напряжения на каждом из элементов цепи и во всей цепи; 2) разность фаз между током и напряжением; 3) закон изменения приложенного к цепи напряжения.

Дано:	Амплитуда напряжения на резисторе: $U_{R0} = I_0 R$.
$I = I_0 \cos \omega t$;	амплитуда напряжения на конденсаторе: $U_{C0} = I_0 X_C = \frac{I_0}{\omega C}$.
Найти: $U_{L0} - ?$	амплитуда напряжения на катушке: $U_{L0} = I_0 X_L = I_0 \omega L$.
$U_{R0} - ?$ $U_{C0} - ?$	Здесь: $X_C = \frac{1}{\omega C}$ — емкостное сопротивление,
$U_0 - ?$ $\varphi - ?$	$X_L = \omega L$ — индуктивное сопротивление.
$U = U(t) - ?$	Сумма напряжений на отдельных элементах контура равна в каждый момент времени внешней э.д.с:
	$\vec{U}(t) = \vec{U}_R(t) + \vec{U}_L(t) + \vec{U}_C(t).$

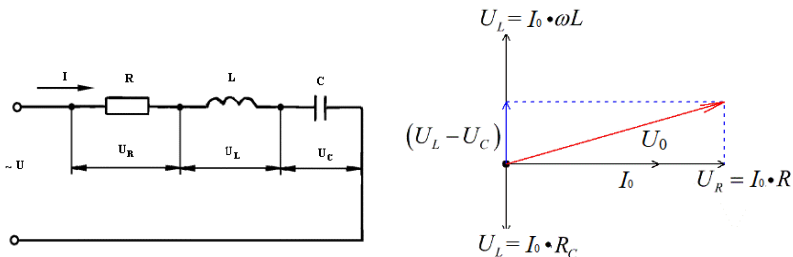


Рис. 4.8. Электрическая схема и векторная диаграмма последовательного соединения R, L, C

В цепи переменного тока мгновенные значения напряжения на отдельных элементах – это функции времени, а не постоянные величины. речь идет о сложении гармонических колебаний. При этом нужно учесть, что, что фазы трех складываемых гармонических колебаний различны: $U_R(t)$ совпадает по фазе с силой тока, $U_C(t)$ отстает от тока на $\pi/2$, $U_L(t)$ опережает ток на $\pi/2$. Запишем закон изменения каждого из напряжений:

$$U_R = I_0 R \cos \omega t ; \quad U_C = I_0 X_C \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) ; \quad U_L = I_0 X_L \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Суммарное мгновенное значение приложенного к цепи напряжения:

$$\begin{aligned} U(t) &= U_{R0} \cos \omega t + U_{C0} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + U_{L0} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= U_{R0} \cos \omega t + (U_{C0} - U_{L0}) \sin \omega t = \sqrt{U_{R0}^2 + (U_{L0} - U_{C0})^2} \cos(\omega t + \varphi) = \\ &= U_0 \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned}$$

Амплитуда напряжения во всей цепи:

$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = I_0 \cdot Z.$$

Величина φ характеризует сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения в цепи:

$$\varphi = \arctg \frac{U_{L0} - U_{C0}}{U_{R0}} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}.$$

Закон изменения приложенного к цепи напряжения:

$$U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Ответ: $U_{R0} = I_0 R$; $U_{C0} = \frac{I_0}{\omega C}$; $U_{L0} = I_0 \omega L$; $U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$;

$$U = U_0 \cos(\omega t + \varphi); \quad \varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}.$$

Задача 4.6. В сеть переменного тока включены последовательно катушка индуктивностью 5 мГн и активным сопротивлением 100 Ом и конденсатор емкостью 20 мкФ. Напряжение U_C на конденсаторе 30 В. Определите напряжение на зажимах цепи, ток в цепи, напряжение на катушке, активную и реактивную мощность.

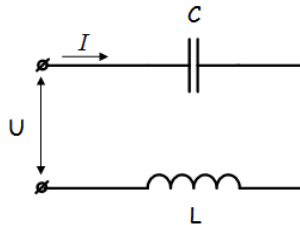


Рис. 4.9. К задаче 4.6.

Дано:

$R = 100 \text{ Ом}$
 $L = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$
 $C = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}$
 $U_C = 30 \text{ В}$
 $\nu = 50 \text{ Гц}$

Поскольку все элементы в цепи соединены последовательно, то ток на конденсаторе и катушке будет одинаковым. Согласно закона Ома:

$$I_C = \frac{U_C}{X_C} = U_C \omega C = U_C \cdot 2\pi\nu \cdot C = I_L = I.$$

$$I = 30 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 0,188 \text{ А}.$$

Найти: $U - ?$

$I - ?$ $U_L - ?$

$P_{\text{ак}} - ?$ $P_{\text{р}} - ?$

Определим индуктивное и емкостное сопротивления;

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu \cdot L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1,57 \text{ Ом}.$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-5}} = 159,24 \text{ Ом}$$

Напряжение на катушке найдем, используя закон Ома для участка цепи:

$$U_L = I \cdot X_L = 0,188 \cdot 1,57 \approx 0,3 \text{ В}.$$

Зная активное сопротивление обмотки катушки, можем определить падение напряжения на нем:

$$U_R = IR = 0,188 \cdot 100 = 18,8 \text{ В}.$$

Зная напряжение на каждом из элементов, мы можем определить напряжение на зажимах цепи, которое будет равно

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{18,8^2 + (0,295 - 30)^2} = 35,15 \text{ В}.$$

Активную мощность определим как мощность, выделяемую на обмотке катушки:

$$P_{\text{ак}} = U_R I = 18,8 \cdot 0,188 = 3,53 \text{ Вт}.$$

Для определения реактивной мощности необходимо для начала определить угол сдвига φ :

$$\varphi = \arctg\left(\frac{X}{R}\right) = \arctg\left(\frac{(X_L - X_C)}{R}\right) = \arctg\left(\frac{(1,57 - 159,24)}{100}\right).$$

$$\varphi = \arctg(-1,577) \approx 123^\circ$$

$$P_p = UI \cos \varphi = 35,15 \cdot 0,188 \cdot \cos 123^\circ = 6,61 \cdot (-0,545) = -3,6 \text{ Вт}.$$

Так как реактивная мощность имеет отрицательное значение, то цепь имеет емкостной характер.

Ответ: $U = 35,15 \text{ В}$, $I = 0,188 \text{ А}$, $U_L = 0,3 \text{ В}$, $P_A = 3,53 \text{ Вт}$, $P_p = -3,6 \text{ Вт}$.

Задача 4.7. В цепь переменного тока включены последовательно резистор с сопротивлением R , конденсатор с емкостью C и катушка с индуктивностью L . Амплитуда силы тока в цепи равна I_0 . Определите среднюю мощность P , потребляемую за период каждым из элементов цепи. Конденсатор и катушку считайте идеальными.

Дано: R, L, C I_0 $t = T$	Мгновенная (т. е. средняя за очень малый промежуток времени) мощность на любом участке цепи: $P = UI ;$ где U, I – мгновенные значения напряжения и силы тока. Если мгновенное значение тока изменяется по закону: $I = I_0 \cos \omega t ,$ То фаза напряжения на резисторе будет совпадать с фазой тока: фаза напряжения на конденсаторе будет отставать на $\pi/2$:
--	--

$$U_R = I_0 R \cos \omega t ;$$

$$U_C = I_0 X_C \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_0 X_C \sin \omega t .$$

фаза напряжения на катушке будет опережать на $\pi/2$:

$$U_L = I_0 X_L \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = -I_0 X_L \sin \omega t .$$

При нахождении средних значений произведений UI воспользуемся тем, что

$$\overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1 + \overline{\cos 2\omega t}}{2} = \frac{1}{2}, \quad \overline{\cos \omega t \cdot \sin \omega t} = \frac{1}{2} \overline{\sin 2\omega t} = 0 .$$

(черта сверху означает здесь усреднение за время, равное периоду колебаний). Тогда средняя мощность P_R , потребляемая за период резистором:

$$P_R = I_0^2 R \overline{\cos^2 \omega t} = \frac{I_0^2 R}{2} = I_d^2 R ,$$

Где $I_d = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ – действующее значение силы переменного тока.

Средняя мощность P_C , потребляемую за период конденсатором:

$$P_C = I_0^2 X_C \overline{\cos \omega t \cdot \sin \omega t} = 0.$$

Средняя мощность P_L , потребляемую за период катушкой:

$$P_L = -I_0^2 X_L \overline{\cos \omega t \cdot \sin \omega t} = 0.$$

Таким образом, идеальные конденсатор и катушка в *среднем* не потребляют энергии. Конденсатор четверть периода заряжается, запасая энергию электрического поля, но следующую четверть периода он разряжается, полностью возвращая энергию в цепь. При возрастании силы тока в катушке, последняя также в течение четверти периода запасает энергию магнитного поля, однако за следующую четверть периода эта энергия также полностью возвращается в цепь. Только в резисторе (элементе цепи, обладающем активным сопротивлением) происходит необратимое превращение электрической энергии во внутреннюю.

Ответ: $P_C = P_C$; $P_R = \frac{I_0^2 R}{2} = I_d^2 R$.

4.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Амплитуда силы тока при свободных колебаниях в колебательном контуре 100 мА. Какова амплитуда напряжения на конденсаторе колебательного контура, если емкость этого конденсатора 1 мкФ, а индуктивность катушки 1 Гн? Активным сопротивлением пренебречь. Ответ: 10^2 В.

2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 888$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 2$ мГн. На какую длину волн λ настроен контур? Ответ: 2512 м.

3. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 4,9$ мкФ и катушки индуктивностью $L=1$ Гн. Амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора 0,5 мкКл. Напишите уравнение колебаний заряда.

Ответ: $(q(t) = 0.5 \cdot 10^{-6} \cos 452t$.

4. Конденсатор емкостью $C=0,1$ мкФ, заряженный до напряжения $U=100$ В, подсоединяют к катушке индуктивностью $L=1$ мГн. Чему равна величина тока I через катушку спустя время $t_0=0,785 \cdot 10^{-5}$ с после подключения конденсатора? Сопротивлением катушки и соединительных проводов пренебречь. Ответ: 0,71 А.

5. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $I=0,4\sin(400\pi t)$ (А). Определите ёмкость конденсатора в контуре, если индуктивность катушки равна 125 мГн. Ответ: $5 \cdot 10^{-6}$ Ф.

6. Чему равна амплитуда силы тока в цепи переменного тока частотой 50 Гц, содержащей последовательно соединенные активное сопротивление 1 кОм и конденсатор емкости $C = 1$ мкФ, если действующее значение напряжения сети, к которой подключен участок цепи, равно 220 В? Ответ: 0,09 А.

7. Катушка с ничтожно малым активным сопротивлением включена в цепь переменного тока с частотой 50 Гц. При напряжении 125 В сила тока равна 3 А. Какова индуктивность катушки? Ответ: 0,13 Гн.

8. В цепь переменного тока с частотой $\nu=500$ Гц включена катушка индуктивностью $L=10$ мГн. Определите емкость конденсатора, который надо включить в эту цепь, чтобы наступил резонанс. Ответ: 10 мкФ.

9. Катушка с индуктивностью $L=30$ мГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S=0,01$ м² и расстоянием между ними $d=0,1$ мм. Найти диэлектрическую проницаемость ϵ среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны $\lambda=750$ м. Ответ: 5,96.

10. В цепь переменного тока напряжением $U=220$ В и частотой $\nu=50$ Гц включены последовательно емкость $C=35,4$ мкФ, сопротивление $R=100$ Ом и индуктивность $L=0,7$ Гн. Найти ток I в цепи и падение напряжения U_C , U_R , и U_L , на емкости, сопротивлении и индуктивности.

Ответ: $I=1,34$ А; $U_C=120,49$ В; $U_R=134$ В; $U_L=294,68$ В.

11. В цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц включена катушка длиной $l=20$ см и диаметром $d=5$ см, содержащая $N=500$ витков медного провода площадью поперечного сечения $S=0,6$ мм². Определить, какая доля полного сопротивления приходится на реактивное сопротивление. Удельное сопротивление меди $\rho=17$ нОм·м, $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Ответ: $X/Z=0,401$.

12. Катушка длиной $l = 25$ см и радиусом $r = 2$ см имеет обмотку из $N = 1000$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $s = 1 \text{ мм}^2$. Катушка включена в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Какую часть полного сопротивления Z катушки составляет активное сопротивление R и индуктивное сопротивление X_L ? $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

Ответ: $R/Z = 74\%$, $X_L/Z = 68\%$.

13. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в сеть переменного тока напряжением $U = 440$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Какую емкость C должен иметь конденсатор, для того, чтобы через лампочку протекал ток $I = 0,5$ А и падение потенциала на ней было равным $U_{\text{л}} = 110$ В?

Ответ $C = 3,74 \text{ мкФ}$.

14. Конденсатор емкостью 10 мкФ включен в цепь, в которой мгновенное значение напряжения изменяется по закону $U = 310 \cos(314t)$ (В). Рассчитать действующее значение силы тока.

Ответ $I_{\text{д}} = 0,69 \text{ А}$.

15. При включении конденсатора на синусоидальное напряжение 220 В с частотой 50 Гц в цепи установился ток $0,5$ А. Какую электрическую емкость имеет конденсатор?

Ответ: $C = 7,24 \text{ мкФ}$.

16. Индуктивность $L = 22,6 \text{ мГн}$ и сопротивление R включены параллельно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Найти сопротивление R , если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^\circ$.

Ответ: $12,3 \text{ Ом}$.

17. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 1 \text{ мГн}$ и конденсатора емкостью $C = 10 \text{ мкФ}$. Конденсатор заряжен до максимального напряжения $U_{\text{м}} = 100$ В. Определить максимальный заряд конденсатора $Q_{\text{м}}$ и максимальный ток в контуре $I_{\text{м}}$.

Ответ: $Q_{\text{м}} = 1 \text{ мКл}$; $I_{\text{м}} = 10 \text{ А}$

18. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 0,2 \text{ мГн}$ и двух конденсаторов емкостью $C_1 = C_2 = 4 \text{ мкФ}$, соединенных последовательно. Определить период свободных колебаний в контуре, максимальный заряд конденсатора и максимальное напряжение на каждом конденсаторе. Максимальный ток в цепи $I_{\text{м}} = 0,1 \text{ А}$.

Ответ: $T = 12,56 \cdot 10^{-5}$; $Q_{\text{м}} = 2 \text{ мКл}$; $U_1 = U_2 = 0,5 \text{ В}$

19. В колебательном контуре с индуктивностью L и емкостью C конденсатор заряжен до максимального напряжения U_m . Каким будет ток в тот момент, когда напряжение на конденсаторе уменьшится в два раза? Колебания считать незатухающими.

Ответ: $I = U_m \sqrt{3C/4L}$.

20. Два конденсатора емкостью $C_1 = C_2 = 0,1$ мкФ включены последовательно в цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Найти амплитудное значение тока в цепи.

Ответ: $I_0 = 4,86$ мА.

21. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $L=25$ мГн, конденсатор емкостью $C=10$ мкФ и резистор сопротивлением $R=1$ Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества $Q_m=1$ мКл. Найти: 1) период колебаний контура; 2) логарифмический декремент затухания колебаний.

Ответ: $T=3,14$ мс, $\Theta=0,05$.

19. Последовательно соединенные резистор с сопротивлением $R=110$ Ом и конденсатор подключены к внешнему переменному напряжению с амплитудным значением 110 В. Амплитудное значение тока в цепи $I_0=0,5$ А. Определить разность фаз между током и внешним напряжением.

Ответ: $\varphi=60^\circ$

20. В цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц включена катушка длиной 50 см и площадью поперечного сечения $S=10$ см², содержащая 3000 витков. Определить активное сопротивление катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током составляет 60° .

Ответ: $R=4,1$ Ом.

21. Катушка длиной 50 см и площадью поперечного сечения $S_1=3$ см² имеет 1000 витков и соединена параллельно с воздушным конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью $S_2=75$ см² каждая. Расстояние между пластинами 5 мм. Определить период колебаний такого контура.

Ответ: $T=628$ нс.

22. Электрическая цепь состоит из резистора сопротивлением $R=4$ Ом, катушки с индуктивным сопротивлением $X_L=8$ Ом и конденсатора с емкостным сопротивлением $X_C=5$ Ом, соединенных между собой последовательно. К концам цепи, приложено переменное напряжение 120 В. Найти силу тока в цепи и напряжения на всех участках.

Ответ: $I=24$ А; $U_R=96$ В; $U_L=192$ В; $U_C=120$ В.

23. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 7 мкФ и катушки индуктивностью 0,03 Гн. Заряд на обкладках конденсатора изменяется по закону $q = 300 \cdot 10^{-9} \cos 50\pi t$. Чему равно реактивное сопротивление контура? Ответ: $R = 720 \text{ Ом}$.

24. Проволочная рамка замыкает обкладки конденсатора емкостью 1,2 мкФ. Переменный магнитный поток, направленный перпендикулярно плоскости рамки, пронизывает ее, изменяясь со временем по закону $\Delta B / \Delta t = 25 \text{ мТл/с}$. Площадь, ограниченная рамкой, равна 80 см^2 . До какой энергии заряжается конденсатор?

Ответ: $W = 24 \text{ нДж}$.

25. Э.д.с. самоиндукции, возникающая в катушке индуктивности, включенной в колебательный контур, равна 120 мВ при скорости изменения силы тока в ней 2 А/с. Определить на какую длину волны настроен колебательный контур, если емкость конденсатора контура равна 0,12 пФ. Ответ: $\lambda = 160 \text{ м}$.

26. В цепь переменного тока включена электропечь с сопротивлением 15 Ом. Какое количество теплоты выделяется печью за время 30 минут, если амплитудное значение тока в цепи равно 7,5 А? Ответ: $Q = 7,6 \text{ МДж}$.

27. Заряд на обкладках конденсатора в колебательном контуре меняется по закону $q = 300 \cos 50\pi t$ (мкКл). Чему равно максимальное значение э.д.с., возбуждаемое в катушке индуктивности контура, если индуктивность катушки равна 0,2 Гн?

Ответ: $\mathcal{E}_m = 12 \text{ мВ}$.

28. Батарея, состоящая из двух одинаковых заряженных конденсаторов емкостью 10 мкФ каждый, включается в цепь, индуктивность и активное сопротивление которой равны 10 мГн и 40 Ом. Определить период возникающих в цепи электромагнитных колебаний и ее добротность, если конденсаторы соединены параллельно и последовательно.

Ответ: $T_1 = 6,28 \text{ мс}$; $T_2 = 1,57 \text{ мс}$; $Q_1 = 0,559$; $Q_2 = 2Q_1 = 1,12$.

29. Колебательный контур состоит из соединенных последовательно батареи конденсаторов и дросселя, активное сопротивление которого 100 Ом, а индуктивность 0,05 Гн. Резонансная частота контура $\nu_p = 6000 \text{ Гц}$. Каково полное сопротивление цепи для переменного тока, если его частота $\nu_1 = 50 \text{ Гц}$? Каково оно будет при частотах $\nu_2 = 5 \text{ кГц}$ и $\nu_3 = 6 \text{ кГц}$?

Ответ: $Z_1 = 226 \text{ кОм}$; $Z_2 = 698 \text{ Ом}$; $Z_3 = 100 \text{ Ом}$.

30. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=0,2$ мГн и конденсатора площадью пластин $S=155$ см², расстояние между которыми $d=1,5$ мм. Зная, что контур резонирует на длину волны $\lambda=630$ м, определите диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами конденсатора. Ответ: $\epsilon=6,11$.

31. Колебательный контур содержит соленоид (длина $l=5$ см, площадь поперечного сечения $S_1=1,5$ см², число витков $N=500$) и плоский конденсатор (расстояние между пластинами $d=1,5$ мм, площадь пластин $S_2=100$ см²). Определите частоту ω_0 собственных колебаний контура.

Ответ: $\omega_0=4,24 \cdot 10^6$ рад/с.

32. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков $N=100$ индуктивностью $L=10$ мкГн и конденсатор емкостью $C=1$ нФ. Максимальное напряжение U_m на обкладках конденсатора составляет 100 В. Определите максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку.

Ответ: $\Phi_m=0,1$ мкВб.

33. Определите резонансную частоту колебательной системы, если собственная частота колебаний $\nu_0=300$ Гц, а логарифмический декремент $\Theta=0,2$. Ответ: $\nu_{рез}=299,7$ Гц.

34. Собственная частота ν_0 колебаний некоторой системы составляет 500 Гц. Определите частоту ν затухающих колебаний этой системы, если резонансная частота $\nu_{рез}=499$ Гц.

Ответ: $\nu=499,5$ Гц.

35. В цепь колебательного контура, содержащего последовательно соединенные резистор сопротивлением $R=40$ Ом, катушку индуктивностью $L=0,36$ Гн и конденсатор емкостью $C=28$ мкФ, подключено внешнее переменное напряжение с амплитудным значением $U_m=180$ В и частотой $\omega=314$ рад/с. Определите: 1) амплитудное значение силы тока I_m в цепи; 2) сдвиг ϕ по фазе между током и внешним напряжением.

Ответ: $I_m=4,5$ А; 2) $\phi = -1^\circ$

36. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $L=0,1$ мГн, резистор сопротивлением $R=3$ Ом, а также конденсатор емкостью $C=10$ нФ. Определите среднюю мощность, потребляемую контуром, необходимую для

поддержания в нем незатухающих колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе $U_m=2$ В.

Ответ: $\langle P \rangle = 0,6$ мВт.

37. В цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц включена катушка длиной $l=30$ см и площадью поперечного сечения $S=10$ см², содержащая $N=1000$ витков. Определите активное сопротивление катушки, если известно, что сдвиг фаз ϕ между напряжением и током составляет 30° .

Ответ: $R=2,28$ Ом.

38. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $L=6$ мГн и конденсатор емкостью $C=1,2$ нФ. Для поддержания в колебательном контуре незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе $U_{mC}=2$ В необходимо подводить среднюю мощность $\langle P \rangle = 0,2$ мВт. Считая затухание в контуре достаточно малым, определите добротность данного контура.

Ответ: 141.

39. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=0,2$ мкФ и катушки с индуктивностью $L=5,07$ мГн. 1) При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора за время $t=1$ мс уменьшится в три раза? 2) Каково при этом сопротивление R контура?

Ответ: 1) 0,22; 2) 11,1 Ом.

40. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=405$ нФ, катушки индуктивностью $L=10$ мГн и сопротивления $R=2$ Ом. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний?

Ответ: В 1,04 раза.

41. Обмотка катушки состоит из $N=500$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $S=1$ мм². Длина катушки $l=50$ см, ее диаметр $D=5$ см. При какой частоте ν переменного тока полное сопротивление Z катушки вдвое больше ее активного сопротивления R ?

Ответ: $\nu=300$ Гц.

42. Конденсатор емкостью $C=20$ мкФ и резистор, сопротивление которого $R=150$ Ом, включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Какую часть напряжения U , приложенного к этой цепи, составляют падения напряжения на конденсаторе U_C и на резисторе U_R ?

Ответ: 72,5%; 68,5%.

43. В цепи переменного тока с частотой 50 Гц и действующим напряжением 300 В последовательно включены конденсатор, резистор 50 Ом и катушка 0,1 Гн. Падения напряжения U_1/U_2 как $1/2$. Определить электроемкость и действующее значение силы тока.

Ответ: $C=30 \text{ мкФ}$; $I_m=3,3 \text{ мА}$

44. В колебательном контуре конденсатору с емкостью $C = 10 \text{ мкФ}$ сообщили заряд $q = 1 \text{ мКл}$, после чего возникли затухающие электромагнитные колебания. Сколько тепла Q выделится к моменту, когда максимальное напряжение на конденсаторе станет меньше начального максимального напряжения в $n = 4$ раза?

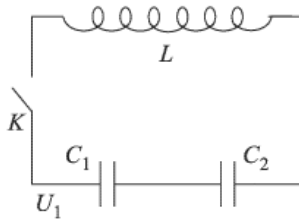
Ответ: $Q \approx 0,047 \text{ Дж}$

45. Катушка индуктивностью $L=3 \text{ мГн}$ подключена к двум последовательно соединенным конденсаторам (см. рисунок), один из которых, емкостью

$C_1=10^{-7} \text{ Ф}$, заряжен вначале до напряжения $U_1=150 \text{ В}$, а второй, емкостью $C_2=3 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}$, разряжен.

Чему будет равна максимальная сила тока $I_{\max}$ в этой цепи после замыкания ключа?

Ответ: $I_{\max}=0,75 \text{ А}$.



46. В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы тока в катушке индуктивности 5 мА, а амплитуда колебаний заряда конденсатора 2,5 нКл. В момент времени t сила тока в катушке равна 3 мА. Найдите заряд конденсатора в этот момент времени.

Ответ: $q=2 \text{ нКл}$.

1. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с

Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м³/(кг·с²)

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Элементарный заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

Магнитная постоянная $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м

Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

Масса покоя электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг

Масса покоя протона $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг

Масса покоя нейтрона $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27}$ кг

2. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ

Вода	81
Масло (трансформаторное)	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

3. УДЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ρ И ТЕМПЕРАТУРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ α ПРОВОДНИКОВ

Вещество	ρ при 20° С, нОм·м	α , °С ⁻¹
Железо	98	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Медь	17	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Алюминий	26	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Графит	$3,9 \cdot 10^3$	$-0,8 \cdot 10^{-3}$

4. ПЛОТНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ И ЖИДКОСТЕЙ (кг/м³)

<i>Твердые тела</i>	
Алюминий	2700
Висмут	9800
Вольфрам	19300
Железо	7870
Золото	19300
Каменная соль	2200
Латунь	8550
Марганец	7400
Медь	8930
Никель	8800
Платина	21400
Свинец	11300
Серебро	10500
Уран	18700
<i>Жидкости при 15⁰ C</i>	
Вода (дистиллированная при 4 ⁰ C)	1000
Глицерин	1260
Керосин	800
Масло (оливковое, смазочное)	900
Ртуть	13600
Сероуглерод	1260

5. ПРИСТАВКИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ КРАТНЫХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ					
КРАТНЫЕ			ДОЛЬНЫЕ		
приставка	обозначение	множитель	приставка	обозначение	множитель
Экса	Э	10^{18}	Атто	а	10^{-18}
Пета	П	10^{15}	Фемто	ф	10^{-15}
Тера	Т	10^{12}	Пико	п	10^{-12}
Гига	Г	10^9	Нано	н	10^{-9}
Мега	М	10^6	Микро	мк	10^{-6}
Кило	к	10^3	Милли	м	10^{-3}
Гекто	г	10^2	Санتي	с	10^{-2}
Дека	да	10^1	Деци	д	10^{-1}

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учебное пособие для втузов: в 5 кн.: Кн. 2: Электричество и магнетизм. - М.: АСТ: Астрель, 2005. – 336 с.
<http://www.orenport.ru/images/doc/833/Saveliev2.pdf>
2. Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. М.: Академия, 2004.- 560с.
3. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики: Учебное пособие для втузов. Изд. 6-е, испр. - 607 с. М: Высшая Школа, 2003.
4. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т III. Электричество.- 2 изд.-1983.-688 с.
5. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм – М.: Оникс 21 век, 2005, §§ 48-51.
6. Калашников С. Г. Электричество. – М.: Физматлит, 2003,.
7. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Физматлит, 2003, § 77-80.
8. Парселл Э. Электричество и магнетизм. Т. 2. М. : Наука, 1975. https://mipt.ru/dasr/upload/922/f_3kf4ub-arphh81ii9w.pdf
9. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики для студентов технических вузов Изд. доп., перераб. - 327 с. {Специалист} СПб: СпецЛит, 2002.
<https://may.alleng.org/d/phys/phys124.htm>.
10. Трофимова Т. И., Павлова З. Г. Сборник задач по курсу физики с решениями: Изд. 2– е, испр. 3– е – 591с. М: Высшая Школа, 2002.
11. Барков Ю. А., Зверев О. М., Перминов А. В. Сборник задач по общей физике. Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 457 с.
12. Паршаков, А. Н. Принципы и практика решения задач по общей физике. Ч. 2: Электромагнетизм: учеб. Пособие. Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2010. – 313 с.
13. Данилов С. В., Егорова В. А., Кондратьева Т. Н. Электростатика: Практикум . – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2006. - 56 с.
14. Физика. Постоянный электрический ток. Электромагнетизм: метод. указания и задания к контрольной работе № 2 /сост. Н. А. Звезда. Екатеринбург: УрФУ, 2010. 81 с.

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение.....	3
1	Электростатика.....	6
1.1	Основные формулы и определения.....	6
1.2	Примеры решения задач.....	9
1.3	Задачи для самостоятельного решения.....	26
2	Постоянный ток.....	32
2.1	Основные формулы и определения.....	32
2.2	Примеры решения задач.....	35
2.3	Задачи для самостоятельного решения.....	44
3	Электромагнетизм.....	52
3.1	Основные формулы и определения.....	52
3.2	Примеры решения задач.....	59
3.3	Задачи для самостоятельного решения.....	79
4	Электромагнитные колебания и переменный ток.....	89
4.1	Основные формулы и определения.....	89
4.2	Примеры решения задач.....	93
4.3	Задачи для самостоятельного решения.....	102
	Основные физические постоянные и справочные таблицы.....	110
	Список использованной литературы.....	113

Учебное пособие

Исмагулова Меруерт Шамкеновна
Турлыбекова Гулжан Капасовна

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Пособие по решению задач

Нач. ОПП

Касжанова Л.Т.

Редактор

Сералина Л.О.

Компьютерная верстка

Умирбекова Л.П.

Подписано в печать 24.08.2022 г.

Тираж 300 экз. Формат 60х84х 1/16. Бумага типогр. № 1.
Уч.-изд.л. 7,2. Усл. п.л. 6,7. Заказ №1003. Цена договорная.

Издание Казахского национального исследовательского
технического университета им. К.И. Сатпаева

Издательство «Polytech»

г. Алматы, ул. Сатпаева, 22

ISBN 978-601-323-314-7



9 786013 233147