

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ. И. Сәтбаев атындағы
Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті

О. П. Помашев
Ғ. А. Баймаханов

ТЕХНИКА ЖӘНЕ ҚҰРЫЛЫС МЕХАНИКАСЫ

Университеттің Ғылыми-әдістемелік кеңесі
оқу құралы ретінде ұсынған

Алматы 2017

ӘОЖ 624.04

ББК 38.112я73

П 51

Пікір жазғандар:

Б. Қ. Құмар – техн. ғыл., док-ры, профессор, Қ. И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТЗУ;

Г. Ю. Абдугалиева – техн. ғыл. док-ры, б.ғ.к., Д. А. Қонаев атындағы
кен істері институты;

Н. В. Ненашев – техн. ғыл., кандидаты, а.ғ.к., Д. А. Қонаев атындағы
кен істері институты.

Қазақстан Республикасы білім және ғылым министрлігінің
2017 жылғы басылым жоспары бойынша басылды.

Помашев О. П

П 51 Помашев О. П., Баймаханов Ғ. А. Техника және құрылыс механикасы:
Оқу құралы. – Алматы: Қ. И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТЗУ, 2017. – 146 б.
Сурет – 80. Кесте – 3. Библиогр. – 16 атау.

ISBN 978-601-323-076-4

Оқу құралы бес бөлімнен тұрады. Бірінші бөлімінде векторлар мен скалярлық өлшемдер; статиканың негізгі түсініктемелері мен аксиомалары; күш моменті және динамиканың және динамиканың негізгі түсініктемелеріне көп орын берілген. Екінші және үшінші бөлімдерде материалдар кедергісінің түсініктемелері келтірілген. Жанама кернеулер және созылу, қысылу, мыжылу, сырылу кернеулері қарастырылған. Төртінші тарауында, құрылыс механикада кездесетін сұрақтардың келтірулері орын алған. Бөренелердің иілуі, қималары көрсетіліп олардың теңдеулері мен есептеу жолдары келтірілген. Құралдың соңғы бесінші бөлігінде кернеулердің циклді өзгермелі әсері мезгіліндегі мықтылық; бұрау; бұрау моменті; бұрату көріністері; біліктердің жұмыс істегендегі деформациялары; морт сыну болат біліктерге тән қималардағы көріністер және басқа сұрақтар келтірілген.

Оқу құралының мақсаты – жарылғыш заттар және оларды дұрыс қолдану мен оларды өндіру технологиясын жете меңгеру. Сонымен қатар, жарылыс қуатын қолдана отырып, кен жынысын қажетті көлемде ұсақтау арқылы тиім-тасымалдау жұмыстарын жеңілдету.

Бұл оқу құралы мұнай мен газ өнеркәсібінің мамандарына, магистранттарға, сонымен қатар геологиялық барлау, машинажасау, тау-кен институттарының студенттері мен магистранттарының білімдерін жетілдіруге ықпал етеді.

ISBN 978-601-323-076-4

© Помашев О. П., Баймаханов Ғ. А. 2017

© Қ. И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТЗУ, 2017

КІРІСПЕ

Механика-физикалық денелердің қозғалу (жылжу) я болмаса олардың өзара бірқалыпты теңестікте болуларын және де араларында пайда болатын әсерлерін зерттейтін ғылым. Техникалық жабдықтарды, еңбек (жұмыс) құралдарын (ғарышқа ұшуда, ғимараттар салуда, машиналар мен механизмдер, механикалық өлшеу құрал-автоматтар жасауда және тағы басқа да бағыттарда) механика заңдарының адам өміріне тигізетін (позитивтік) әсерлері өте зор.

Әсіресе құрылыс және машинажасау техникалық салаларының дамуы арнаулы да, жаңа да есептердің шешуін қажет етеді. Бір-бірімен тығыз түйіскен: теоретикалық механика; материалдар кедергісі; құрылыс механика; машина бөлшектері пәндері – техникалық механика деп күрделі аталады.

Теоретикалық механиканың, материалдар кедергісінің және машина бөлшектерінің негіздерін білген құрылысшы өз еркімен бірқатар инженерлік өндірістік техникалық міндеттерін атқаруына және оны басқа техникалық мамандықтар пәндерін меңгеруге жетелейді.

«Теоретикалық механика» курсының қарастыратын бағыттар ерекшелігі статикаға, кинематикаға және динамикаға бөлінеді. Күштердің әсер етіп тұрған кезінде физикалық материалдардың тепе-теңдік жағдайда болуларын статика зерттейді. Заттардың (материалдардың) қозғалуын тек қана геометрия жағынан қарастыра отырып, былайша айтқанда заттың (материалдың) әр кездейсоқ уақыттарда болатын орнын (координаттарын) кинематика анықтайды. Физикалық материалдардың қозғалыстарының күштер әсер еткендегі өзгеру себептерін және қозғалыстардың күштер мен байланыстарын динамика зерттейді.

«Материалдар кедергісі» пәнінде тәжірибеде жиі кездесетін инженерлік есептерді шешудің қарапайым жолдары қарастырылады; машиналар мен аппараттардың элементтерінің

өлшемдерін, олардың геометриялық түрлерін теория және тәжірибелік зерттеулер арқылы берік, қатаң және төзімді етіп ең жақсы қолайлы (оптимал) тағайындау жолдары негізделеді. Сонымен «Материалдар кедергісі» – беріктілік, мықтылық, орнықтылық және төзімділік туралы ілім.

Машина бөлшектері (детальдары) курсының жалпы инженерлік білім беруде маңызы зор, өйткені бұл курс жалпы білім беретін сабақтар мен арнаулы сабақтарды және студенттердің теориялық механика, материалдар кедергісі, механизмдер мен машина теориясы, материалдар технологиясы пәндерінен алған білімін жинақтап, соны машина детальдарын есептеуге, конструкциясын құруға және олардың қалай жасалуын ойластыруға пайдалана білуі қажет. Сондықтан машина детальдары курсы жоғары оқу орындарында күрделі сабақтардың бірі, студенттерден алғаш рет өздерінің теориялық білімін практикада қолдана білуін талап етеді және ол жоғарыда аталған пәндермен тікелей байланысты.

Өте ірі құрылыстардың салынуы мен тұрғызулары туралы тарихи деректерге бай. Өте көне замандарда салынған құрылыстардың бірен-сарасы ғана (пирамидалар, бекініс дуалдар, мұнаралар, мешіт-шіркеулер, көпірлер, су-бөгеттері және т.б.) осы мезгілге дейін сақталып, әлі де болса құрылыс өнерін танудың асқан үлгілері болып келеді. Осы келтірілген құрылыстар үлгілерін салу үшін механиканың заңдарын білу және механизм-құралдар мен машиналарды пайдалану қажет.

Техникалық механиканың ең алғашқы шығуы және әрі қарай дами бастауы Леонардо да Винчи (1452-1519), Галилео Галилей (1564-1642), Исаак Ньютон (1643-1727) аттары мен қоғам өндірісі және техниканың тарихи дамуы мен тығыз байланысты.

Техникалық механиканың дамуына көп әсер еткендер, еңбектерін сіңіргендер – өткен Совет Одағының ғалымдары екені айқын.

КСРО ғылымдар академиясының академиктері Г. О. Графтио, Б. Е. Веденеев және И. Г. Александров басқаруымен қуатты су электрстанциялары жобаланып салынды, құрылыс конструкциясының өзіндік (сонылық) жаңа типтерінің тұрғызылуы ССРО академиясының құрметті мүшесі

В. Г. Шухов атымен байланысты; жаңа көпірлердің конструкцияларын жасаған және оларды жаңа динамикалық тәсілмен есептеген Л. Д. Проскуряков болса, қарылы (беларқа) темір көпірлерін құру жобаларын Н.С. Стрелецкий жасады; темір-бетон көпірлері конструкцияларын академия мүшесі Г. П. Передерий шығарса, ал академия мүшесі Е. О. Патон электрмен пісірудің жаңа тәсілдерін өндіріске енгізді және тағы басқалар да көп болды.

Инженерлік құрылғыларды салу жолдары мен іске асырғандарын зерттеп және қорытынды жасаған профессорлар: А.Ф. Лолейт, А. А. Гвоздев, Н. С. Стрелецкий, жете зерттеу арқылы, негізгі жүктемелер түсіп тұрған көтергіштер конструкцияларын шекте тұрған жағдайларында, жаңа да және рационалдық жағынан да жоғары есептеу әдістемесін ойлап тапты.

Құрылғылар мен жеке бөлшек элементтерінің орнықтылығына, динамика күштерінің әсеріне арналған есептеу әдістемелерін дамытуға академик А. Н. Динник, Грузия академигі К. С. Завриев, корр-мүшесі И. М. Рабинович және профессорлар: Н. Н. Давиденков, М. М. Филоненко-Бародич, С. Н. Бернштейн, Н. И. Безухов және тағы басқалар өз зерттеу еңбектерін арнаған. ССРО академиясының корр-мүшесі В. З. Власов жете зерттеу арқылы жұқа қабықшалардың жалпы есептеу теориясын құрды.

Ғалымдар қазір де конструкциялардың инженерлік ғылыми зерттеу тәжірибе әдістемелерін ойдағыдай табысты дамытып келеді.

1. СТАТИКАНЫҢ, КИНЕМАТИКАНЫҢ, ДИНАМИКАНЫҢ КЕЙБІР ТҮСІНІКТЕМЕЛЕРІ

СТАТИКА

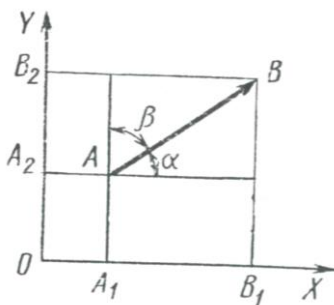
1.1. Векторлар мен скалярлық өлшемдер

Техникада көп өлшемдер тек қана сан жағынан емес, бағыттарымен де сипатталады. Осындай өлшемдерге, мысалы, жылдамдық, үдеу, күш жатады. Сандық мөлшерімен, бағытымен және күштің әсер ететін нүктесімен берілетін шама *векторлық шама* немесе *вектор* деп аталады. Егер де шаманы сипаттауға тек қана сандық мәнін білу жеткілікті болса, онда оны скалярлық шама немесе скаляр деп те атайды. Мысалы, скалярлық шамаға уақыт, көлем, температура және тағы осындай басқалар да жатады [1-3].

График арқылы векторды бір жағында жебе ұшындай, вектордың бағытын көрсететін стрелкасы бар түзу сызықтық кесіндісі мен бейнелеуге болады (1.2- сурет). Кесіндінің ұзындығы қолданған масштаб өлшемімен вектордың сандық шамасын (модулін) ғана көрсетеді.



1-сурет. Вектордың графикалық көрінісі



2-сурет. Вектордың координат осьтеріне түсірілген проекциялары

Векторды бір немесе екі әріппен белгілейді. Екі әріппен белгіленгенде бірінші әріп вектордың басталғанын, ал екінші әріп – соңын көрсетеді. Әріптер үстіне $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{F}, \vec{MN})$ стрелкалар қойылады. Көп курстар оқу кітап құралдарында векторларды белгілейтін әріптерді қою қара сиялап келтіреді. Вектор модулі үстінде стрелкасы бар әріппен белгіленіп, әріптің екі жағына да тіке түзу сызықшалар қойылады. Мысалы, $|\vec{F}|$ - күш векторы $\vec{F}$ -тың модулі.

Вектор координаттар бойларына тіке түсетін өзінің көлеңкелерімен (проекцияларымен) де бейнеленеді. Ал, вектор проекциялары скалярлық шамалар деп қаралуымен байланысты оларды вектордың координаттары деп те атай береді. $\vec{AB}$ векторы тік бұрышты ХОУ координаттары берілген жазықтықта орналасқан (2-сурет). А (вектордың басқы нүктесі) мен В (вектордың соңғы нүктесі) нүктелерден AA_1 мен BB_1 перпендикулярларын ОХ-ке және AA_2 мен BB_2 перпендикулярларын ОУ осіне жүргізейік.

Егерде вектордың басқы нүктесінің проекциясынан оның соңғы нүктесінің проекциясына қарай жылжу координат бағытымен орындалса, онда вектордың проекциясын оң таңбалы дейді, ал керісінше жылжығанда – теріс таңбалы дейді.

Векторды да және оның координат осіне түсетін проекциясын да үсті жебесіз (стрелкасыз), ал төменінде проекцияның қай координатты оське жататынын көрсететін индексі бар әріппен белгілейді: F_x – $\vec{F}$ вектордың координаты ОХ осіне түскен проекциясы; F_y - оның координаттық ОУ осіне түскен проекциясы.

Егерде $\vec{F}$ вектордың координаттарға түсетін F_x , F_y проекциялары белгілі болса, онда вектордың модулі мына формуламен анықталады.

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2} + \sqrt{F_y^2}. \quad (\text{Пифагор теоремасы})$$

Егерде вектордың модулі мен оның бағыты белгілі болса, яғни вектордың координат осьтерімен құратын α және β бұрыштары белгілі болғанда, онда вектордың координат осьтеріне түсетін проекцияларын (вектор координаттарын) табуға болады:

$$F_x = |\vec{F}| \cdot \cos \alpha, \quad F_y = |\vec{F}| \cos \beta.$$

Сонымен $\alpha + \beta = 90^\circ$, яғни $\beta = 90^\circ - \alpha$. Себебі, Пифагор теоремасынша,

$$|\vec{F}|^2 = F_x^2 + F_y^2, \quad \text{сондықтан}$$

$$|\vec{F}|^2 = |\vec{F}|^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta), \quad \text{яғни } \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1.$$

1.2. Статиканың негізгі ұғым-түсініктері

Статика бұл теоретикалық механиканың күштер қасиеттерін, күштердің бір уақытта қатты денеге әсер ететін жағдайларын және сырттық күштер әсер еткенде дененің теңбе-теңдікте болу шарттарын қарастырып зерттейтін тарауы.

Күштердің денеге (мысалы, бір құрылғыға) әсер етулерін қарастырғанда дененің келбет түсінің (формасының) және сырт өлшемдерінің (деформацияларының) өзгерістерін ескермеуге болады, себебі бұл өзгерістер дененің өз өлшемдік параметрлерімен салыстырғанда өте аз. Сондықтан статикада абсолютті (деформация бермейтін) қатты дене және материалдық нүкте дейтін абстрактілік түсініктерді пайдаланады.

Егер дененің әрбір кез келген екі нүктелерінің арақашықтықтары еш өзгермейтін болса, онда денені *абсолютті қатты* дене дейді. Басқаша айтсақ абсолютті қатты дене күштер әсер еткенде ешқандай да қалпын (формасын) өзгертпейді, яғни деформацияға ұшырамайды.

Егерде абсолютті қатты дененің өлшемдері ойша өте ескеруге тұрмайтын шексіз аз деп қаралса, және оның массасы бір нүктеге жиналады деп түсінсек, онда – *материалды нүкте* осындай қатты дененің өзі болып саналады. Мысалы, планета

серігінің планетаны айналып ұшуын материалдық нүктенің қозғалуы деп қарастыруға болады, себебі серіктің өлшемдері планетаның орбита және басқа параметрлерінің өлшемдерімен салыстырғанда шексіз өте аз.

Табиғатта денелердің бәрі бір-біріне әсер етеді, бір-бірімен қатынаста болады. Бір-бірімен байланысты бірнеше абсолютті денелердің әрқайсысының қозғалуы мен орындары басқаларының қозғалуына, орындарына тәуелді болса, онда қатты денелер *механикалық жүйені* (системаны) құрады (мысалы, әр түрлі механизмді механикалық жүйе деп санауға болады).

Физикалық шама – күш денелердің механикалық қатынастарының өлшемі ретінде саналады. Халықаралық (СИ) өлшемдер жүйесінде күшті ньютон (Н), килоньютон (кН) ($1\text{кН}=10^3\text{Н}$), меганьютон ($1\text{МН}=10^6\text{Н}$) деп белгілейді.

Күш – модулі, әсер ететін бағыты мен беріліп тұрған нүктесі арқылы сипатталатын *векторлық өлшем*.

Күштер денеге әр жақтан әсер етіп тұрса, оларды *күштер жүйесі* дейді.

Егерде күштер әсер еткенімен дене еш қимылсыз өз орнында қалып, немесе басқа денелер арасында тұрақты жылдамдықпен түзу бойлық бағытпен жылжыса, онда дене *орнықты* (тепе-теңдік) жағдайда деп саналады. Егер денеге әсер ететін күштер жүйесі теңесіп нөл көрсетсе, онда орындылықтың (тепе-теңдіктің) болуы мүмкін. Мұндай күштер жүйесі теңестіріледі, немесе нөлге эквивалентті саналады.

Егер күштер жүйелерінің денеге тигізген әсерлері бірдей болса, онда оларды *эквивалентті күштер* жүйелері дейді. Мысалы, егер $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ (3 а - сурет) және $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ (3 б - сурет) күштер жүйелері әр қайсысы бөлек-бөлек $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$ күштер жүйелерін теңестірсе, онда бұл екі күштер жүйелері бір-бірімен эквивалентті.

Егерде көрсетілген $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ күштер жүйесі жалғыз $\vec{R}$ (3 в-сурет) күшіне эквивалентті болса, онда бұл $\vec{R}$ күші берілген күштер жүйелерінің теңестіруі ретінде саналады.

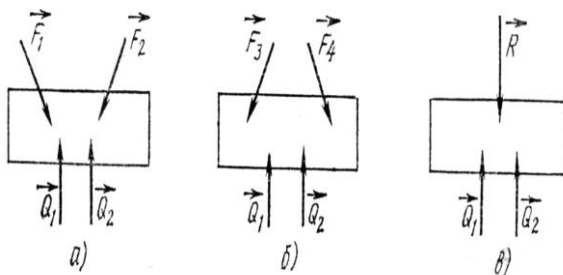
Бір дененің басқа денелерге тигізетін әсерін сипаттайтын күштерді *сыртқы күштер*, ал жеке дененің уақ бөлшектері

(элементтері) араларында әсер ететін күштерді *ішкі күштер* дейді.

Әр түрлі тәуелді жағдайларға байланысты денелерге әсер етуші күштерді (жүктемелерді) сыртқылық және көлемділік күштері дейді.

Сыртқы күштер бір нүктеге шоғырланып әсер ететін, таратылған және біркелкі таратылғандарға бөлінеді.

Денеге сырт жағының қандай болса да бір нүктесіне әсер етіп тұрған күшті *шоғырланған күш* дейді. Ойша шоғырланған күш түсінігі, бірнеше нүктелерге бөлініп денеге әсер етіп жатқан күштерді, әсер жағынан тепе-тең жалғыз күшке алмастыру секілді тек қана көз алдына елестету түсінік шарты.



3-сурет. $\vec{Q}_1$ және $\vec{Q}_2$ күштеріне эквивалентті теңестіргіш:

а) $\vec{F}_1$ және $\vec{F}_2$; б) $\vec{F}_3$ және $\vec{F}_4$; в) $\vec{R}$ -күштер

Таралып түскен күш – бұл дене (конструкция, бөлшек) бетінің белгілі бөлігіне әсер еткен күш. Дененің бетіне түгел біркелкі таралған күштің әсері біркелкі таралған жүктеменің *интенсивтілігімен* (қысыммен) сипатталады және күштің әсер еткен ауданына қатынасынан анықталады.

Қысымның бірлік өлшемі ретінде паскаль (Па) алынған; $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$; $1 \text{ кПа} = 10^3 \text{ Па}$; $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$. Мысалы біркелкі таралған жүктемені атмосфералық қысым, сұйықтың ыдыс түбіне әсері, жер бетіне түсетін қардың салмағы т.б. береді.

Сырт күштері құрылғы (қары) ұзындығына, немесе оның бөлігі бойына біркелкі таралған жағдайда – жүктеме кума

метрлік болып саналады. Қума метр үдеме қарқындылығы өлшемдері ретінде H/m , kH/m саналады.

Көлемдік күштер бүкіл дененің көлеміне біркелкі таралғандықтан, бұл күштердің q үдеме қарқындылығын H/m^3 , kH/m^3 - мен көрсетеді. Мысалы көлем күштері ретінде ауырлық күші саналады, оның үдеме қарқындылығы дененің тығыздығына пропорционалды:

$$q = P/V = mg/V = \rho g,$$

P - дененің өз салмағы; m - оның массасы; V - оның көлемі; ρ - дене затының меншікті салмағы; g - ауырлық күшінің үдеуі.

Уақыт аралығына сәйкес күш модулінің өзгерісіне байланысты: уақыттан тәуелсіз (өзгермейтін) - статикалық; көп рет қайталанатын оқтын-оқтынды; әсерін лезде тигізетін – соққы жүктемелеріне бөлінеді.

1.3. Статиканың аксиомалары

Қатты денеге түсіріп тұрған негізгі күштер қасиеттерін статиканың айқын шындықтары (аксиомалары), немесе принциптері сипаттайды (анықтайды).

Күштер ықпалдарының тәуелсіздік заңы. Егерде материалдық нүктеге (қатты денеге) бір мезгілде бірнеше күш ықпалын тигізсе, онда әр күш өзінше бөлек басқа күштерден тәуелсіз ықпал етеді. Осы механика заңының нәтижесі ретінде күштер параллелограммасы (III - аксиома) жалпы қорытынды заңын береді.

Бұл заң: күштер жүйесінің материалдық нүктеге тигізетін ықпалдары сол жүйе күштерінің геометриялық қосындысының ғана әсеріне тең деп тұжырымдалады.

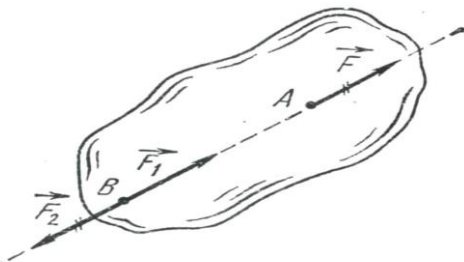
I аксиома. Егерде абсолютті қатты денеге бір-біріне тең және қарама-қарсы бір түзудің бойымен бағытталған екі күш әсер етсе, онда бұл күштер бірін-бірі теңестіреді.

II аксиома. Егерде қандай болса да теңестірілген күштер жүйесін абсолюттік қатты денеге әсер етіп тұрған күштер жүйесіне қосып, немесе одан алса, онда алғашқы күштер жүйесінің денеге әсері еш өзгермейді.

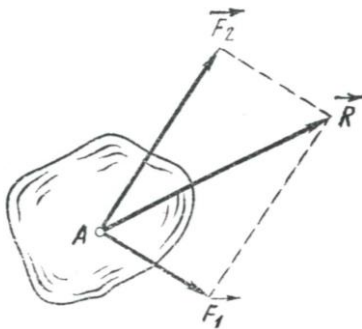
I, II аксиомалардан нәтиже (салдар). Қатты денеге әсер еткен күшті оның ықпал етіп тұрған бағыты түзу бойымен дененің басқа нүктелеріне жылжитқанда оның әсері еш өзгермейді.

$\vec{F}$ күші дененің А нүктесіне әсер етеді делік (4.5 - сурет).

$\vec{F}$ күшінің ықпал түзуі бойымен В нүктесіне бір-бірімен теңестірілген $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ күштерін түсіреміз. Үш $\vec{F}, \vec{F}_1, \vec{F}_2$ күштерінің жүйесі $\vec{F}$ -, немесе $\vec{F}_1$ күштеріне пара-пар (эквивалентті). Үш $\vec{F}, \vec{F}_1, \vec{F}_2$ күштерінің жүйесі $\vec{F}$ күшіне, немесе $\vec{F}_1$ күшіне парапар (эквивалентті), өйткені, егер $\vec{F}_1 = \vec{F}$ және $\vec{F}_2 = -\vec{F}$, онда бір-бірін теңестірген $\vec{F}_2, \vec{F}$ күштер жүйелерін ескермеуге де болады).



4-сурет. Күштің әсер етіп тұрған түзу бойымен орнын ауыстыруы



5-сурет. Күштер параллелограммасы және қосынды

Қорыта денеге В нүктесі арқылы $\vec{F}_1 = \vec{F}$ күші әсер етеді, ал бұл $\vec{F}$ күшін А нүктеден В нүктеге жылжыту мен пара-пар.

III –ші аксиома. Денеге бір нүкте арқылы екі күш әсер етсе, бұл күштердің қосындылары да сол нүктеден әсер етіп, өзі екі күш- векторлардан салынған параллелограмм диагоналына тең болады.

$\vec{F}_1$ және $\vec{F}_2$ күштерінің әсерлеріне тепе-тең әсерлі $\vec{R}$ күші (5 - сурет) қосылғыш $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ векторлардың геометриялық қосындысы болады.

Демек, дененің бір нүктесіне екі күш ықпалын тигізгенде, бұл күштердің геометриялық (векторлық) қосындылары да күштерге тең әсерлі сол нүктеге ықпалын тигізетін күшті береді. Бұл аксиома күштер параллелограммасы ережесін білдіреді.

IV аксиома. (қарсы әсер ету көзқарасы). Әрқашанда бір материалдық дене екінші денеге әсер етсе, екінші де тепе-тең керісінше бағытталған әсер пайда болады. Бұл жағдайда біріне-бірі қарсы және тепе-тең күштер жүйесі ықпалдары бөлек денелерге түсіп тұрғандықтан, теңестірілген күштер жүйесіне жатпайды.

V аксиома (қатаю принципі). Деформацияланатын, күштер жүйесі әсерінде тепе-теңдік орнықты тұрған дене, күштер әсер еткен кезінде абсолюттік қатайып кетсе де басқы сол қалпында қалады.

VI аксиома (байланыстар аксиомасы). Механикалық байланыстардың әсерін олардың ықпалдарымен алмастырып, әрқашанда, жүктемесі бар денені бос дене ретінде қарастыруға болады.

Жоғарыда келтірілген аксиомалар статиканың есеп – мәселелерін шешу тәсіл жолдарының алғашқы нұсқаулары.

1.4. Байланыстар және байланыстар реакциялары

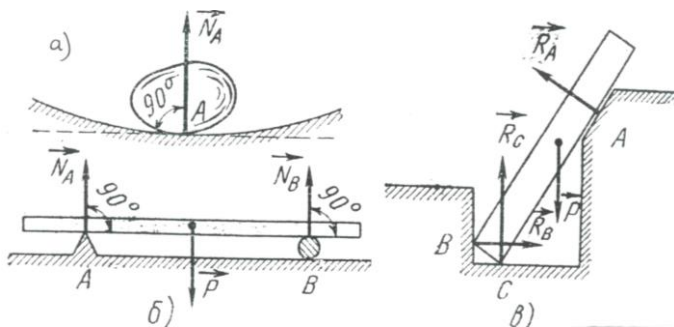
Кез келген бағытта қозғала алатын (мысалы, әуе ағынындағы әуе шары) денені бос дене дейді. Әдетте бізді қоршаған орталықта денелердің қозғалыстары шектелген, сондықтан олар бос емес.

Дененің бетімен қозғалуларына кедергі жасаушы кез келген денені байланыс дейді. Егер физикалық дене ретінде инженерлік құрылғының салмақ қысымын тіректерге түсіріп тұрған кез келген бір бөлшегін (элементін: қары, тіреу, ферма, қалың тақта) қарастырылса онда осы тіректер байланыстарға жатады. Қарастырылатын дене мен байланыстың араларында бір-біріне әсерлік ықпал күштері пайда болады да, күштердің бірі денеге, ал екіншісі байланысқа түседі. Қарастырылған денеге түсіп тұрған әсерлік-ықпал күшін тіректің (байланыстың) қайтарма реакциясы, немесе тіректік реакция дейді.

Қандай болмасын байланыстың реакциясын табу үшін осы реакцияның мәнін, ықпал сызығын және бағытын табу қажет. Әсер-ықпал сызығы әдетінше дене мен байланыстың арасындағы сүйкеліс нүктесінен өтеді (6 - сурет). Реакцияның сандық мәні есептеу арқылы табылады. Құрылғының түсіне (конструкциясына) байланысына тәуелді реакцияның бағытын табу үшін, қатты дененің әр түрлі байланыстар мен қатынас ерекшеліктерін табу қажет.

Байланыс реакциясының бағытын тапқанда, оның әрқашанда байланыстың денеге жылжытпайтын әсері бағытына керісінше болатынын ұмытпау керек.

Егер дене мен байланыс араларындағы қатынаста үйкеліс күштері елеусіз аз болса және іс жүзінде дененің тепе-теңдігіне әсер етпесе, бұл жағдайда осындай байланыстарды өте оңды дейді.



6-сурет. Дененің жай бір –а), екі-б) және үш тірек нүктелеріне
в) сүйенгендегі тірек реакцияларының бағыттары

1. 5. Типтік байланыстардың негізгі түстері

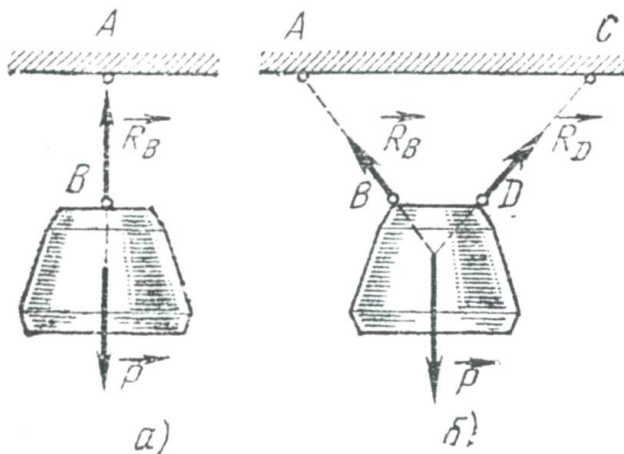
1. Теп-тегіс бет дененің тек (А,В,С) тірек нүктелерінен бетке қарай тұрғызылған перпендикуляр бағытымен жылжуына кедергі етеді (6 - суретті қара). Сондықтан реакция да тірек бетіне қарай перпендикуляр бойымен бағытталған.

2. Асып ілген А нүктесінен дененің жылжуы иілгіш еш созылмайтын АВ жібімен – (7 а - суретін қара), әлде АВ және СД жіптерімен шектелген (7 б - сурет).

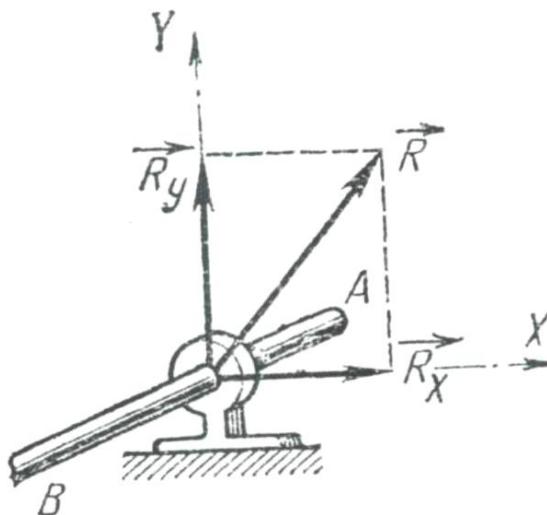
3. Цилиндрлік топса (8-сурет) айналып тұрған өстің тірек элементі (подшипнигі) болып саналады. Подшипниктер денені айналу өсіне перпендикуляр жазықтықта жылжытпайды да, ал оның АВ өсін айналуына кедергі болмайды. Цилиндрлік топсаның $\vec{R}$ реакциясы айналуға мүмкін өсіне перпендикуляр жазықтықта орналасып, оның бағыты келтірілген координаттық өстер бағыттарына сәйкес бір-біріне перпендикуляр $\vec{R}_x$ және $\vec{R}_y$ құрамдарын анықтайды.

4. Сфералық топса мен табан тіреуі (9 сурет) дененің қандай болса да нүктесінің кеңістікте жылжуына кедергі жасап, дененің тек қана А нүктені айналуын ұйғарады.

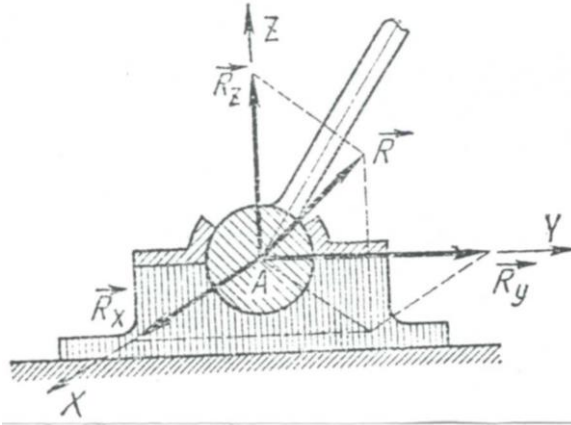
Сфералық топсаның, немесе табан тіреуінің $\vec{R}$ реакциясы кеңістікте қандай болса сондай бағытта болып, әр қашан бір-біріне перпендикуляр үш $\vec{R}_x$, $\vec{R}_y$ және $\vec{R}_z$ қосындыларымен толық анықталады. Осы үш қосындылардың әрқайсысы бөлек-бөлек әсер ететін ОХ, ОУ, ОZ өстер бойымен бағыттарына байланысты дененің жылжуына кедергі жасайды. Егер үйкеліс күштерін ескермесе, онда сфералық топсаның реакциясы оның орта кіндік А нүктесінен өтеді.



7-сурет. Дененің активтік күші әсер еткендегі теңестіктігі және оны бір (а), екі (б) нүктелерге ілгендегі ілмелі байланыстарының реакциялары



8-сурет. Цилиндрлік топсаның тірек реакциясының екі құрастырушылары



9-сурет. Сфералық топсаның тірек реакциясының үш құрастырушылары

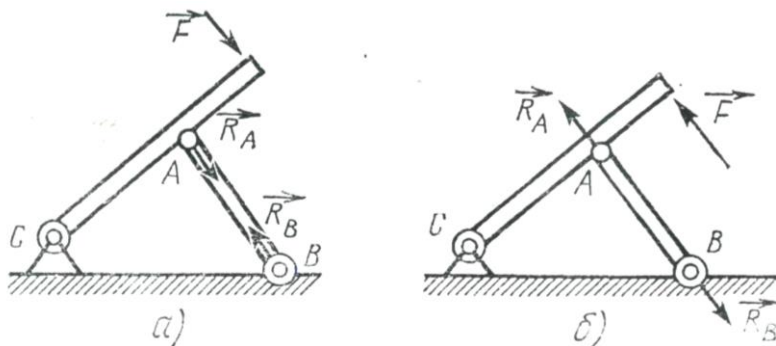
5. Салмақсыз топсалы қатты АВ өзек (стержень) түстес байланыс (10-сурет) денені өзек бойы бағытымен жылжытпайды. АВ өзегінің А және В топсаларына түсіп тұрған тек қана екі күш әсер етеді. Егер АВ өзегі (стержень) тепе-теңдікте болса, онда I аксиома қағидасынша бұл екі күш стерженнің өсімен бағытталулары тиіс.

Еш созылмайтын иілмелі жіптен топсалы өзектің (стерженнің) айырмашылығы, ол екі денедегі екі нүкте ара қашықтығын нүктелерді бір-біріне жақындатпай (қысқанда), алыстатпай (созғанда) дәлме-дәл сақтайды. Демек, бұл жағдайда АВ өзегі (стержень) қысылуға да, созылуға да жұмыс істей алады.

6. Абсолютті қысып ұстаудағы әлде қатты қысылмалы орнатылған деп абсолютті қатты дененің ешқандай жылжу мүмкіндіктеріне жол бермейтін бірікпені айтады. Қары арқалық қатты қысылмалы А нүктеде (11 - сурет) қабырғаға орнатылған және доңғалақтар арқылы ерікті В нүктесіне тірелген. Қарының А нүктесіне қатынасты тік төмен жылжуына $\vec{R}_A''$ реакциясы горизонтальдық бағытымен жылжуына $\vec{R}_A'$ реакциясы және А нүктесін айнала бұрылуына M_A тірек моменті кедергі болады. Сондықтан бұл бірікпенің реакциясы ретінде

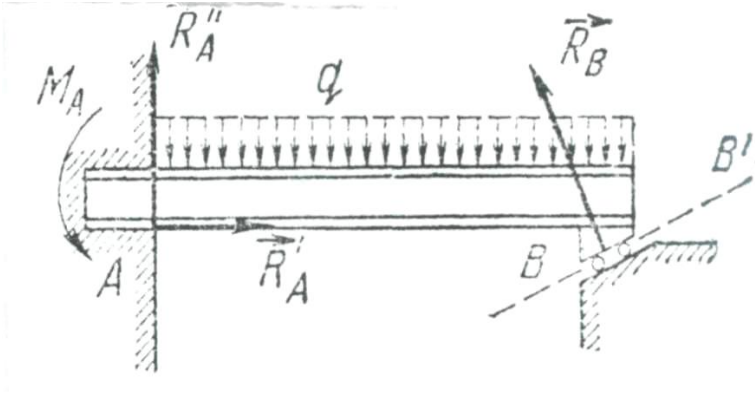
шоғырланған күш пен оның құраушыларынан басқа, дененің кездейсоқ өсті айналуына кедергі ететін күштер моменті де қосыла әсерін тигізеді. В нүктесіндегі $\vec{R}_B$ тірек реакциясы тіректің өзінше ерікті жылжитын жазықтығына перпендикулярлы болып осы жазықтықтағы BB' түзу бойымен бағытталған.

7. Құрылыс ғимараттардың (құрылғылардың) тіректер элементтері ретінде берікпелердің келесі түрлері қолданылады: жай ерікті тірек (12 а - сурет); жылжымалы доңғалақты тірек (12 б - сурет); топсалы жылжымайтын тірек (12 в - сурет) және бекіткен бітеме (12 г - сурет). Тірек реакциясы бағыты, қабылданған тірек түсіне сәйкес әрқашанда байланыстың дене жылжуына кедергі жасайтын бағытына керісінше болады.

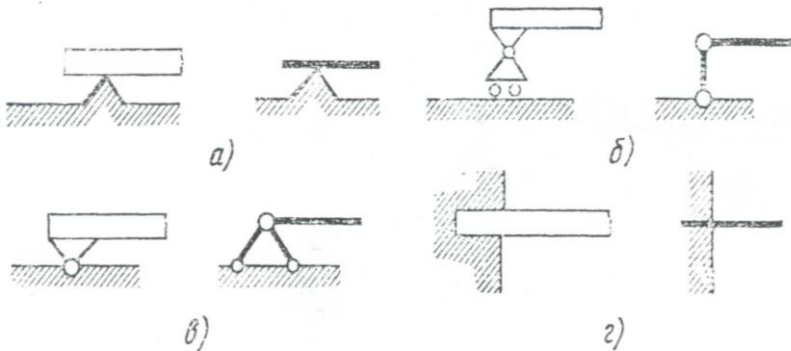


10-сурет. Топсалы АВ стерженнің
а – қысуға; б – созуға жұмыс істеуі
(күштер бағыттары) жебелермен көрсетілген

Сонымен, дененің жай ерікті тірелгенінде (6 а - суретті қара) және тірек жылжымалы доңғалақты болғанда тіректің реакциясы әлде доңғалақтардың еркімен жылжу жазықтығына тірек бетінің жазықтығына перпендикуляр болады. Топсалы жылжымайтын тіректе (8 - суретті қара) тіректік реакция екі бір-біріне перпендикуляр $\vec{R}_x$ және $\vec{R}_y$ құраушылары арқылы анықталады; бекіткен бітемеде (11- суретті қара) екі тіректік $\vec{R}'_A$, $\vec{R}''_A$ реакциялар және тіректік M_A моменті пайда болады.



11-сурет. Бір жағы бос екінші жағы қыспадағы қары реакцияларының қосындылары



12-сурет. Тіректер схемаларының әр түрлері: а-еркін тірелу; б-доңғалақ жылжымалы тірегі; в-топсалы тірек; г-қыспа

1.6. Жазықтық күштер жүйесі. Күш моменті.

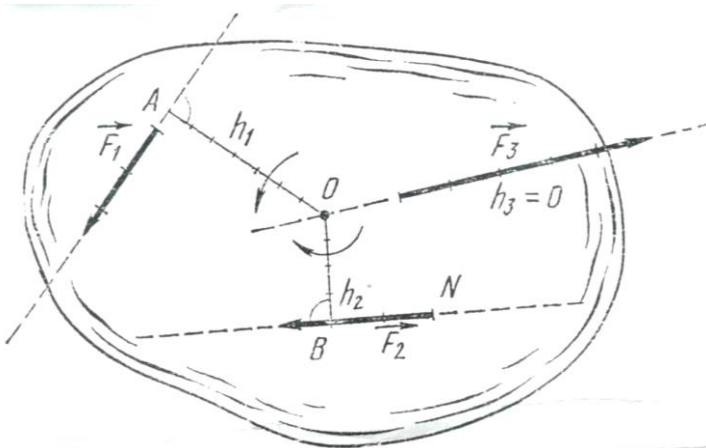
Қос күштер

Егерде денеге күштер жүйесі әсер етсе, күштердің ықпал сызықтары бір жазықта жатса, онда осындай күштер жүйесі жазық аталады.

Бір күш және күштер жұбының денеге әсерлері ең қарапайым болып саналады.

Жоғарыда келтірілгендей, күштің денеге әсері, оның сан мәні, ықпал сызығы және бағытымен сипатталады. Сонымен қатар, денені бекіткен жағдайда (бір әлде бірнеше нүктеде) күштің нүктеге қатынасты моменті деген түсінік енгізіледі [4-6].

Күштің нүктеге қатынасты моменті күштің осы нүктеге қатынасты айналдыру әсерін сипаттайды. Күш моментін $\vec{F}$ күш модулінің нүктеден күштің ықпал сызығына түсірген (13 - сурет) h перпендикулярдың ұзындығына көбейтінді ретінде анықтайды. Бұл перпендикулярдың ұзындығын қысқаша күш *йығы* деп атайды.



13-сурет. Нүктеге салыстырмалы күштің моментін анықтау

Сонымен, күш моментінің формуласын былайша жазуға болады:

$$M_O = F_i \cdot h_i, \quad (1)$$

осындағы O индексі момент центрінің белгі нүктесі; h_i – F_i күшінің иығы; F_i – күш модулі.

Егер күш әсерінен дене момент центрін сағат тілі бағытымен ($M_2 = -F_2 h_2$) айналса, онда күш моментін сол таңбалы, және керісінше айналғанда ($M_1 = +F_1 h_1$) – оң таңбалы дейді.

Егерде нүкте күштің әсер ететін сызығы бойында жатса, онда нүктеге қатынасты күш моменті нөлге тең. Бұл жағдайда F_3 күштің иығы нөлге тең (13-суретті қара). Күш моменті ньютон – метр (Нм), әлде килоньютон – метр (кНм) мен беріледі.

Есеп. $F_1 = 25H$, $F_2 = 30H$, $F_3 = 50H$ және $h_1 = 7m$, $h_2 = 4m$, $h_3 = 0m$ болғанда $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ күштерінің «0» нүктеге қатынасты (13 - суретті қара) моменттерін табу керек.

Шешімі. Күштер моменттерін (1) теңдеу арқылы анықтайды:

$$\begin{aligned} M_0(\vec{F}_1) &= F_1 \cdot h_1 = 25H \cdot 7m = 175Hm, \\ M_0(\vec{F}_2) &= -F_2 \cdot h_2 = -30H \cdot 4m = -120Hm, \\ M_0(\vec{F}_3) &= F_3 \cdot h_3 = 50H \cdot 0m = 0. \end{aligned}$$

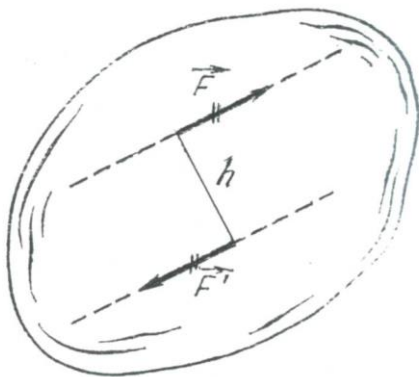
Абсолют мәндері тең, біріне бірі керісінше бағытталған (антипараллельді) және ықпал сызықтары бір-бірінен бөлек екі күшті *қос күштер* дейді (14 - сурет). Қос күштер жатқан жазықтық қос күштер жазықтығы деп аталады. *Күш қосының тепе-теңдік теңестірушісі болмайды, сондықтан тек басқа эквивалентті қос күштерімен алмастыруға болады. Күштер қосын жасайтын күштердің кез келген координаттар өсіне түсірілген проекцияларының қосындысы нөлге тең.*

Бір-біріне тең антипараллельді күштердің ықпал сызықтары арасын жалғастырған перпендикулярды күштер қосының h иығы дейді.

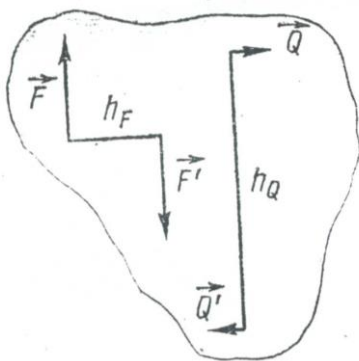
Күштер қосының моменті күштердің қайсысы болса да бірінің иыққа көбейтіндісіне тең. Қос моментінің таңба белгісі нүктеге қатысты күш моментінің ережесімен анықталады. Күштер қосы әрқашанда дененің айналу қозғалысын тудырады.

Күштер қосының моменті айналу бағытын ескеру мен бірге қатты денеге тигізген күштер қосының әсерін сипаттайды.

Күштер қосының келесі қасиеттері бар: егерде күштер қосын, әсер етіп тұрған жазықтығының кездейсоқ жеріне жылжытса, онда күштер қосының денеге әсері еш өзгермейді; егер күштер қостарының моменттері тең және таңбалары бірдей болса, онда екі күштер қосы бір-біріне эквивалентті.

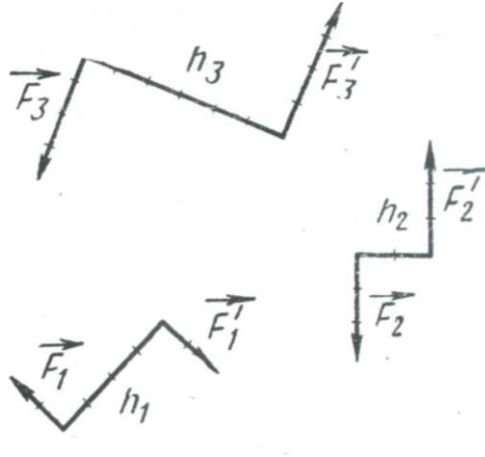


14-сурет. Қос күштерінің иығы



15-сурет. Бірінші есеп үшін

Есеп. Егерде $F = 120H$, $Q = 40H$, $h_F = 2м$, $h_Q = 6м$ болғанда $\vec{F}, \vec{F}_1$ күштер қосы және Q, Q_1 күштер қосы (15 - сурет) бір-біріне эквивалентті ме, әлде эквивалентті емес пе?



16-сурет. Екінші есеп үшін

Шешімі. Күштер қосының M_F және M_Q моменттерін табалық. $M_F = -120 \cdot 2 \text{ Нм} = -240 \text{ Нм}$; $M_Q = -40 \cdot 6 \text{ Нм} = -240 \text{ Нм}$.

M_F және M_Q моменттер абсолют мәндерімен де, таңба белгілерімен де бір-біріне тең, сондықтан күштер қостары бір-біріне эквивалентті.

Егерде денеге бір жазықтықта жатқан бірнеше күштер қостары әсер етсе, онда олардың қатты денеге тигізген әсерін бір ғана қос күші әсерімен алмастыруға болады. Қорытынды күштер қосының моменті барлық жүйе құрған күш қостар моменттерінің алгебралық қосындысына тең.

Есеп. Берілген $F_1 = 20 \text{ Н}$, $F_2 = 25 \text{ Н}$, $F_3 = 40 \text{ Н}$; сәйкес иықтары: $h_1 = 4 \text{ м}$; $h_2 = 2 \text{ м}$; $h_3 = 6 \text{ м}$ үш күштер қосының (16-сурет) қорытынды күш қосының моментін табу.

Шешімі. Әр күш қосының моментін табамыз:

$$M_1 = -20 \cdot 4 \text{ Нм} = -80 \text{ Нм};$$

$$M_2 = 25 \cdot 2 \text{ Нм} = 50 \text{ Нм};$$

$$M_3 = 40 \cdot 6 \text{ Нм} = 240 \text{ Нм}.$$

Қорытынды күштер қосының моменті барлық әсер еткен күш қостарының моменттерін қосу ережесіне сәйкес:

$$M_R = \sum_1^n M_i = [(-80) + 50 + 240] \cdot H_m = 210H_m.$$

1.7. Статиканың жазықтық күштер жүйесіне арналған негізгі екі міндетті есебі

Статика негізгі екі есепті шешеді:

1) күштердің күрделі жүйесін қарапайым жүйеге алмастырып күрделі жүйені тым қарапайым күштер жүйесіне келтіреді;

2) берілген күштер жүйесінің әсерінде тұрған дене, қандай жағдайда тепе-теңдікте болатынын анықтайды, яғни тепе-теңдік шарттарын қарастырады.

Бірінші есеп. Кез келген жазықтық күштер жүйесі эквивалентті (балама) күшке, немесе бір күштер қосына тең. Жазықтық күштер жүйесін қарапайым етіп өңдеу үшін, күштерді дәйекті параллелограм ережесімен қосу керек. Егер бұны істеуге болмаса, онда күштерді бір орталық нүктеге келтіру (келтіру – күштер әсер ететін жазықтың кез келген нүктесі) тәсілін қолдануға болады. Барлық жүйе күштерін өздеріне параллельді күйінде осы орталық нүктеге апарып орналастырып, бір ізділікпен параллелограмм әлде көп бұрышты ережесін пайдаланып, күштердің геометриялық қосындысын табады. Көп бұрышты ережесін қолданғанда бірінші күштің соңына екінші күшке параллельді және тең оның векторын салады және т.т., т.б. Қосынды вектор бірінші вектордың бас жағын соңғы вектордың соңымен жалғастырады. Табылған күштердің қосынды қорытындысын *күштер жүйесінің негізгі векторы* дейді.

Егерде жүйе күштерінің координаттық өстерге түскен проекциялары белгілі болса, онда жүйенің негізгі векторын анықтауға болады. Негізгі вектордың координат өстеріне түсірілген R_x, R_y проекцияларын келесі теңдеулерден табады:

$$R_x = \sum F_{ix} ; \quad R_y = \sum F_{iy} .$$

Негізгі вектордың мәнін мына формуламен табады:

$$|\vec{R}^*| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} .$$

Негізгі вектордан басқа орталық келтіру нүктесіне қатынасты күштер жүйесінің негізгі моменті анықталады.

Жүйенің негізгі моменті орталық келтіру нүктесіне қатынасты жүйе күштері моменттерінің алгебралық қосындысына тең:

$$M_0 = \sum M_{oi} = \sum F_i h_i ,$$

мұнда h_i - орталық келтіру нүктеге қатынасты әр күштің иығы.

Күштер жазық жүйесін берілген орталық нүктеге келтіруге болатын кезеңдерді қарастыралық:

1. $|\vec{R}^*| \neq 0$, $M_0 = 0$. Егер жүйенің негізгі моменті нөлге

тең, ал негізгі векторы нөлге тең болмаса, онда жүйе бір күшке эквивалентті, яғни жүйе, тең әсерлі, ықпал сызығы келтіру орталық нүктесінен өтетін, бір күшке келтіріледі.

Тең әсерлі күштің шамасы:

$$|\vec{R}| = \sqrt{\left(\sum F_{ix}\right)^2 + \left(\sum F_{iy}\right)^2} .$$

2. $|\vec{R}^*| = 0$, $M_0 \neq 0$. Егер жүйенің негізгі векторы нөлге

тең болса (күштер көп бұрышы тұтас жабық, яғни бірінші күштің басы мен соңғы күштің соңы бір нүктеге түскен), ал негізгі момент нөлге тең болмаса, онда жүйе бір күштер қосына эквивалентті, осы күштер қосының моменті жүйенің негізгі моментіне тең:

$$M_0 = \sum M_{O_i} = \sum F_i h_i.$$

3. $\vec{R}^* \neq 0$, $M_0 \neq 0$. Егер жүйенің негізгі векторы және моменті нөлге тең болмаса, онда таңдалған келтіру орталық нүктесіндегі қорытынды күш негізгі векторға тең, ал күштер қосының моменті жүйенің негізгі моментіне тең болады. Бір күшпен бір күштер қосынан тұратын жүйені қарапайымдау үшін, күштер қосының бірін негізгі векторға тең және кері қаратып құрады. Сонда күштер қосының екіншісі негізгі векторға параллельді және мәнімен тең болады (17-сурет). Сондықтан, $\vec{R}_1$ және $\vec{R}^*$ күштері бірін-бірі теңестіріп жояды, ал жүйе бір $\vec{R}_1$ - тең әсерлі күшіне эквивалентті. Тең әсерлі $\vec{R}_1$ күшінің ықпал сызығы орталық келтіру О нүктесінен $l = M_0 / |\vec{R}_1|$ арақашықтықта; тең әсерлі $\vec{R}_1$ күші негізгі векторға тең және параллельді.

Жүйенің негізгі векторы мен негізгі моменті нөлге тең болып шықса, онда күштер жүйесі әсер еткен дене тепе-теңдігін сақтағаны.

Есеп. Статиканың екінші есебінің шешімі денеге әсер еткен күштер жүйесінің тепе-теңдік шартын құруда болып табылады. Дененің тепе-теңдігі туралы есепті шешу үшін, мыналар:

1) қандай дененің тепе-теңдігі қарастырылатынын анықтау;

2) денеге әсер етіп тұрған күштерді көрсету;

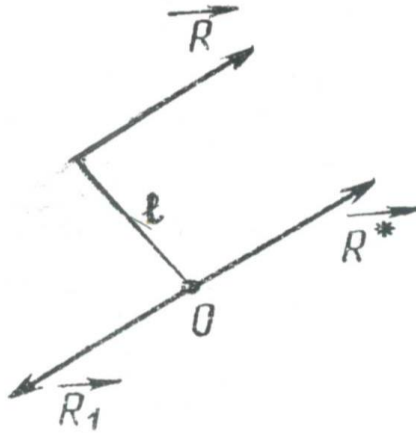
3) денеге қандай байланыстардың ықпалдары әсер ететінін табу;

4) ықпалдар әсерлерін байланыс реакцияларына ауыстырып (алмастырып), ықпалдардан құтылу;

5) табылған күштер жүйесі әсеріндегі дененің тепе-теңдікте болу шартын жасау қажет.

Күштер жүйесінің түсіне байланысты тепе-теңдік шарты әр түрлі, қарастырылатын жағдайға тиісті өте ыңғайлы түрде жазылуы мүмкін. Келесі жазықтық күштер жүйелері ажыратылып:

- күштер ерікті жатқандағы, еріктік жазықтық жүйе;



17-сурет. Күштер жүйесін теңестіргіш күшіне келтіру

- барлық күштердің ықпал сызықтары бір нүктеден өткенде, осы нүктеде айкалатын күштер жүйесі;
- ықпал сызықтар бір-біріне (әдетте бір координаттық өсіне) параллельді болғанда, параллельді күштер жүйесі;
- қос күштер жүйесі келтіріледі.

Барлық күштердің координаттық өстеріне түсірілген проекцияларының (көлеңкелерінің) алгебралық қосындыларының нөлге теңдігі және барлық күштердің кез келген жазықтық нүктесіне қатынасты моменттерінің алгебралық қосындысының нөлге теңдігі, кез келген жазықтық күштер жүйесінің тепе-теңдікте болуына қажет және жеткілікті:

$$\sum_1^n F_{x_i} = 0; \quad \sum_1^n F_{y_i} = 0; \quad \sum_1^n M_0(F_i) = 0; \quad (2)$$

әлде мына түрде:

$$\sum_1^n X_i = 0; \quad \sum_1^n Y_i = 0; \quad \sum_1^n M_{0i} = 0.$$

(2)-теңдеулерді тепе-теңдіктің негізгі теңдеулері деп жиі айтады; алдыңғы екеуі – проекциялар теңдеулері, үшіншісі –

моменттер теңдеулері деп аталады. Жазықтық күштер жүйесінің моменттер теңдеуін кез келген күштер жүйесі орналасқан жазықтық нүктесіне қатынасты қарастыруға болады. Жүйе күштерінің моменттерін нүктеге қатынасты тапқанда, нүктені моменттік деп атайды.

(2) мен белгіленген теңдеулердің барына сүйене отырып үш белгісіздері бар күштер, әлде ғимараттың геометриялық өлшемдері болуы мүмкін түрлі инженерлік есептерді шешуге болады.

Тепе-теңдік теңдеулерін, есеп шарттарына және берілген күштердің орындарына байланысты, кей кезде моменттердің екі теңдеуінен және проекциялардың бір теңдеуінен құруды мақсат санау керек:

$$\sum_1^n M_A(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_1^n M_B(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_1^n F_{xi} = 0; \quad (2 \text{ а})$$

әлде координаттық жазықтығының үш нүктелеріне қатысты моменттердің үш теңдеулерін құру қажет:

$$\sum_1^n M_A(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_1^n M_B(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_1^n M_C(\vec{F}_i) = 0. \quad (2 \text{ б})$$

Тепе-теңдіктің теңдеулерін (2 а) және (2 б) түрлерінде құрастыра отырып, келесі ережелерді ескеру қажет:

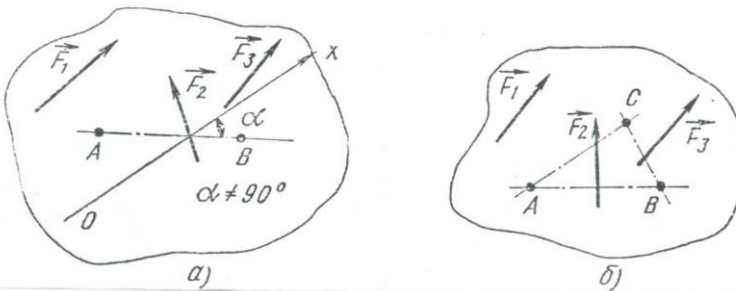
- егерде ОХ өсі АВ (18 а-сурет) моменттік А, В нүктелерді жалғастыратын сызығына перпендикуляр болмаса, онда (2 а) теңдеулер орынды;

- егерде үш моменттік А, В және С нүктелер (18 б-сурет) бір түзудің үстінде жатпаса, онда (2б) теңдеулер орынды.

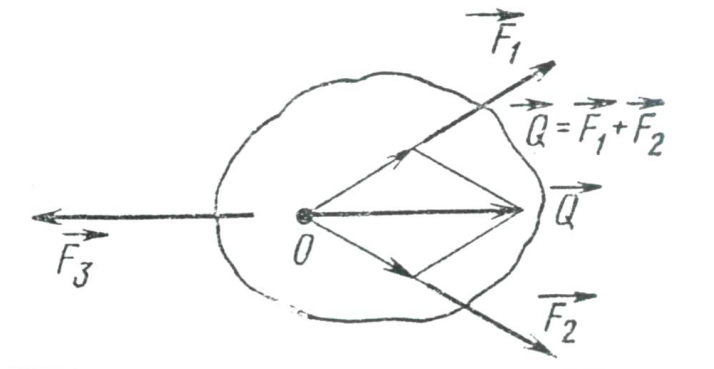
Егерде барлық күштердің ықпал сызықтары бір нүктеде айқасса, онда мұндай күштер жүйесін *тоғыспалы* деп атайды. Тоғыспалы күштер жүйесінің әр күштерінің тоғысу нүктесіне қатынасты моменттері нөлге тең, сондықтан күштер моменттерінің қосындысы да нөлге тең. Әдетінше координат өстерінің бас нүктесі жүйе күштерінің ықпал сызықтары

қиылысқан нүктесінде орналасады және тепе-теңдік шарттары тек қана күштердің координаттық өстеріне түсірілген проекцияларының нөлге теңдігінен тұрады.

Үш күштен тұратын жазықтық жүйе үшін, үш күш туралы теорема дәл келеді (19-сурет): егерде дене, бір жазықтықта жатқан, бір-біріне параллельсіз үш күштің әсері кезінде, тепе-теңдікте болса, онда бұл күштердің ықпал сызықтары бір нүктеде қиылысады. Шынында, егерде $\vec{F}_1$ және $\vec{F}_2$ күштер бір жазықтықта жатқан және бір-біріне параллельсіз болса, онда олар О нүктеде қиылысады; денеге әсерлерін, ықпал сызығы О нүктесінен өтетін $\vec{Q} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ күшімен алмастыруға болады. $\vec{F}_1$ және $\vec{F}_2$ күштерді тепе-теңдікке келтіру үшін, келесі $\vec{F}_3$ күші модулімен Q күшіне тең және керісінше бағытталған болуы тиіс, демек $\vec{F}_3$ күшінің де ықпал сызығы О нүктесінен өтуі тиіс. Демек, үш $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ және $\vec{F}_3$ күштерінің ықпал сызықтары бір О нүктесінен өтеді. Егерде барлық күштердің ықпал сызықтары параллельді болса, онда бұл жағдайда координаттар жүйесінің бір өсін ықпал сызықтарға параллельді етіп алады, сонда екінші перпендикуляр өсіне түсірілген күштердің проекциялары нөлге тең. Сондықтан тепе-теңдіктің шарттары бір өске проекциялар қосындысының нөлге теңдігін және кез келген нүктеге қатынасты моменттердің қосындысының нөлге теңдігін қамтиды.



18-сурет. Тепе-теңдіктің өрнектерін құру шарттарына



19-сурет. Үш күш туралы теорема

Егерде күштер жүйесі тек қос күштерден болса, онда қос күштердің кез келген өске түсірілген проекцияларының қосындысы нөлге тең және тепе-теңдік шарттарында тек – қана күштер қостары моменттерінің қосындысы нөлге тең болады.

Бұл жағдайларда жазық күштер жүйесінің тепе-теңдік шарттары мыналар:

бір түзу бойымен бағытталған күштер үшін:

$$\sum_{i=1}^n F_{0i} = 0.$$

Тоғысатын күштер жүйесі үшін:

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0.$$

x-осіне параллельді күштер үшін:

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_A = 0.$$

y-осіне параллельді күштер үшін:

$$\sum_1^n F_{yi} = 0, \quad \sum_1^n M_A = 0.$$

Параллельді күштер жүйесінің екі моментті формасы:

$$\sum_1^n M_A = 0, \quad \sum_1^n M_B = 0.$$

Қос күштер жүйесі үшін:

$$\sum_1^n M_i = 0.$$

Сондықтан тоғысатын және параллельді күштер; бір түзу бойымен бағытталған күштер; және күш қостар жүйесі үшін тепе-теңдік сақталудың теңдеулері бір.

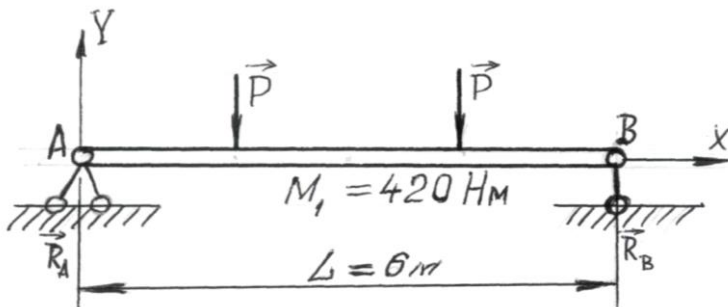
1.8. Жазықтық күштер жүйесі әсеріндегі денелердің тепе-теңдікте болулары туралы есептер шешімі

ЕСЕП. Ұзындығы $L=6\text{м}$ (20 - сурет) АВ қарыға моменті $M_1 = 420\text{Нм}$ күштер қосы әсер етіп тұр. $\vec{R}_A$ және $\vec{R}_B$ тірек реакцияларын табу керек.

Шешімі. $\vec{R}_A$ және $\vec{R}_B$ тірек реакциялар моменттері тең, айналуға керісінше бағытталған қос күш жасаулары тиіс, сондықтан $M_1 = +R_A L$, осыдан:

$$R_A = M_1 / L = +420 / 6 = +70\text{Н}; \quad R_B = -70\text{Н}.$$

$\vec{R}_A$ және $\vec{R}_B$ тірек реакцияларының моменті M_1 моментінің әсерін теңестіреді.



20-сурет. Жазықтық күштер жүйесі

ЕСЕП: Ұзындығы $L=4\text{м}$ (21 - сурет) көлденең бос жатқан АВ қары үстіне салмақтары $P_1 = 20\text{кН}$ және $P_2 = 10\text{кН}$ екі жүк, қарының салмағын ескермесе А тірегінің реакциясы В тірегінікінен екі есе көп болатындай, нүктелерге қойылған. Жүктер арақашықтығы $\ell = 1\text{м}$. $\vec{R}_A$ және $\vec{R}_B$ тіректер реакцияларын табу керек. Тіректен бірінші жүкке дейінгі x ара қашықтық неге тең?

Шешімі: АВ қарыға (арқалыққа) параллельді күштер жүйесі әсер етіп тұр. (2а) теңдеулерден ОУ өсіне параллельді күштер жүйесі үшін, $\sum_1^n F_{yi} = 0$ және $\sum_1^n M_B = 0$ тепе-теңдік теңдеулерін аламыз.

Берілген күштер үшін бұл теңдеулер:

$$\sum_1^n F_{yi} = 0; \quad R_A - P_1 - P_2 + R_B = 0;$$

$$\sum_1^n M_B = 0; \quad R_A \cdot L - P_1(L - x) - P_2(L - x - \ell) = 0.$$

$R_A = 2R_B$ деген есеп шартын ескеріп R_A орнына проекциялар теңдеуіне $2R_B$ қоямыз:

$$2R_B - P_1 - P_2 + R_B = 0,$$

$$3R_B - P_1 - P_2 = 0.$$

Теңдеулерді шешіп, тіректер реакцияларын табамыз:

$$R_B = (P_1 + P_2)/3 = 10kH \text{ және } R_A = 20kH.$$

Моменттер теңдеуінен:

$$x = [P_1 L + P_2 (L - l) - R_A L] / (P_1 + P_2) = \frac{20 \cdot 4 + 10 \cdot 3 - 20 \cdot 4}{20 + 10} = 1m$$

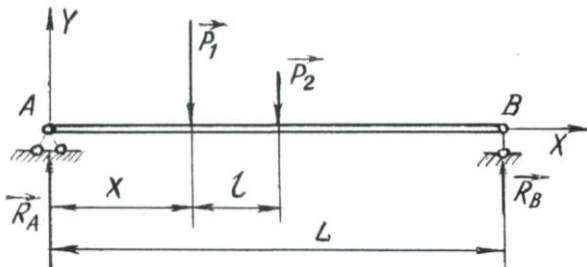
Есеп: Салмағы $P=600H$ және ұзындығы $4m$ АВ қары (22 - сурет) тегіс еденге және биіктігі $3m$ жоғарғы қабырға бұрышына тірелген. Қары мен қабырға араларындағы бұрыш 30° . Қарыны осы қалпында ОА арқаны ұстап тұр. Үйкелісті ескермей, арқанның керілу $\vec{T}$ күшін және $\vec{R}_A, \vec{R}_D$ реакцияларды табу керек.

Шешімі: Қарының салмағы орта С нүктесіне түсіп тұр деп санаймыз. ОА жіптің және А, D нүктелердегі тіректердің әсерлерін сәйкес $\vec{T}$ күшімен және $\vec{R}_A, \vec{R}_D$ реакцияларымен алмастырамыз, сонда (2) теңдеулер арқылы қабылданған хоу координаттар жүйесінде келесі теңестіктерді жазуға болады:

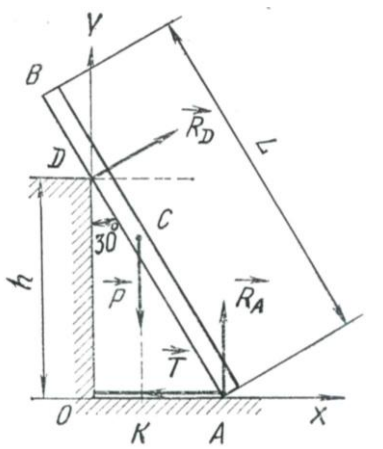
$$\sum_1^n F_{xi} = -T + R_D \cdot \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_1^n F_{yi} = R_A - P + R_D \cdot \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_1^n M_A = -P \cdot KA + R_D \cdot AD = 0.$$



21-сурет. Бірінші есепке



22-сурет. Екінші есепке

А нүктені моменттік нүкте деп аламыз, өйткені бұл жағдайда моменттер теңдеулеріне T мен R_A екі белгісіздер енбей қалады да теңдеу қарапайымдалады, оны R_D қатынасты шешуге болады:

$$R_D = P \cdot KA / AD.$$

Есеп шартынша:

$$AD = OD / \cos 30^\circ = 3 / (\sqrt{3} / 2) = 2\sqrt{3}(\text{м});$$

$$KA = 1/2 AB \cos 60^\circ = 1\text{ м}..$$

AD мен KA тапқаннан кейін, R_D -ны есептеп шығарамыз:

$$R_D = 600 \cdot 1 / (2\sqrt{3}) = 173(H).$$

$R_D = 173H$ шығарғаннан кейін, проекциялардың бірінші теңдеуінен арқанның тартылу T күшін табамыз:

$$T = R_D \cos 30^\circ = 173(\sqrt{3}/2) = 150(H).$$

Проекциялар теңдеулерінің екіншісінен R_A табамыз:

$$R_A = P - R_D \cos 60^\circ = 513,5(H).$$

1.9. Ауырлық центрі

Жердің тарту өрісіндегі барлық денелерге және кез келген дененің әр жеке бөлшегіне Жерге қарай тартылыс күші әсер етеді – оны Жердің центріне қарай бағытталған ауырлық күші дейді. Жердің өлшемдері едәуір болғандықтан, кез келген ғимаратқа, құрылғыға және машинаға әсер етіп тұрған ауырлық күштерді іс жүзінде бәрі бір-біріне параллельді және тік төмен Жердің центріне қарай бағытталған деуге болады. Дене көлеміндегі параллельді күштердің қосындысы әсер етіп тұрған нүкте – дененің ауырлық центрі. Ауырлық центрінің орны дененің түстік – формасына және затының (материалының) таралып орналасуларына тәуелді. Біздің қарастыратынымыз тек қана біркелкілік денелер. Біркелкі, өсі және симметриялық центрі бар денелер үшін, дененің ауырлық центрі өстің үстінде, әлде симметриялық центрде жатады. Мысалы, біркелкі қарының ауырлық центрі оның ортасында болады. Квадраттың, параллелограммның, шеңбер мен қоршалған жазықтықтың, сақинаның және басқа да өте қарапайым жазықтық фигураларының ауырлық центрлері ғылыми көпшілікке белгілі /7/.

Күрделірек жазықтық фигураны қарапайым түсті фигураларға бөліп және мына формулаларды пайдаланып ауырлық центріні табамыз:

$$x_c = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots + P_i x_i}{P_1 + P_2 + \dots + P_i} = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i} ;$$

$$y_c = \frac{P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_i y_i}{P_1 + P_2 + \dots + P_i} = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i} ,$$

мұнда x_c, y_c - күрделі фигуралы дененің ауырлық центрінің координаттары; P_i - әр қарапайым фигураға әсер етіп тұрған ауырлық күші; x_i, y_i - әр қарапайым фигуралардың ауырлық центрлерінің координаттары.

Біркелкі жазықтық фигуралардың ауырлық күштері фигуралардың аудандарына пропорционал, сондықтан ауырлық центрлерінің формулаларын келесі түрде жазамыз:

$$x_c = \sum S_i x_i / \sum S_i ; \quad y_c = \sum S_i y_i / \sum S_i ,$$

мұнда S_i - әр қарапайым түсті фигураның ауданы.

Есеп. (23 - суретте) келтірілген өлшемдерін пайдаланып біркелкі қиықшаның ауырлық центріні табу.

Шешімі: 23 - суретте көрсетілген қиықша-фигураны үш қарапайым фигураларға бөліп, әр бөлігінің ауданын және ауырлық центрінің координаттарын табамыз.

Квадрат. $S_1 = 40 \cdot 40 = 1600 \text{ см}^2$, $x_B = 40 \text{ см}$, $y_B = 20 \text{ см}$.

Тікбұрыш. $S_2 = 20 \cdot 30 = 600 \text{ см}^2$, $x_A = 10 \text{ см}$, $y_A = 15 \text{ см}$.

Тікбұрыш. $S_3 = 20 \cdot 30 = 600 \text{ см}^2$, $x_D = 75 \text{ см}$, $y_D = 30 \text{ см}$.

Қиықшаның ауырлық центрінің координаттары тең:

$$x_c = \frac{1600 \cdot 40 + 600 \cdot 10 + 600 \cdot 75}{1600 + 600 + 600} = \frac{115000}{2800} \approx 41,1(\text{см}) ;$$

$$y_c = \frac{1600 \cdot 20 + 600 \cdot 15 + 600 \cdot 30}{1600 + 600 + 600} = \frac{59000}{2800} \approx 21,1(\text{см}) .$$

Ойығы бар қиықшаның ауырлық центрін табу үшін, сол (кері) таңбалы аудандар тәсілін қолданады: ойыққа келетін бөліктің ауданы сол (кері) таңбалы саналады.

Есеп. (24 - суретте) келтірілген өлшемдерін пайдаланып ойық тесігі бар біркелкі қиықшаның ауырлық центрін табу.

Шешімі. Қимадағы екі фигураны қарастырамыз: бірінші - өлшемдері 80х40см тікбұрышты төртбұрыш; екінші – радиусы 10 см дөңгелек (ойық). Тікбұрыштың ауданын оң таңбалы, ал дөңгелек ойықтың ауданын сол таңбалы санаймыз.

Тікбұрыш. $S_1 = 80 \cdot 40 = 3200\text{см}^2$, $x_A = 40\text{см}$, $y_A = 20\text{см}$.

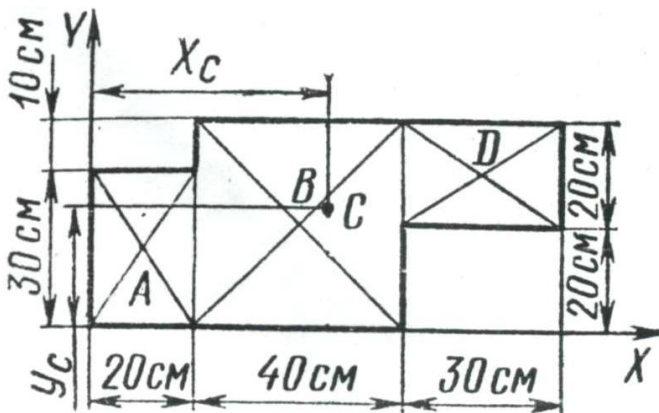
Дөңгелек.

$S_I = -\pi R^2 = -3,14 \cdot 10^2 = -314\text{см}^2$, $x_B = 65\text{см}$, $y_B = 25\text{см}$.

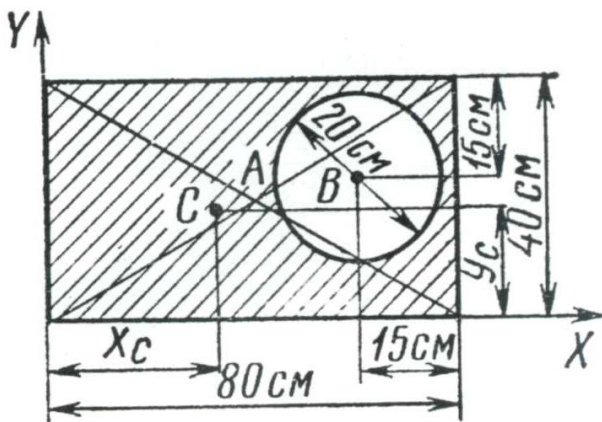
Қиықшаның ауырлық центрінің координаттары тең:

$$x_c = \frac{3200 \cdot 40 - 314 \cdot 65}{3200 - 314} \approx 37(\text{см}) ;$$

$$y_c = \frac{3200 \cdot 20 - 314 \cdot 25}{3200 - 314} \approx 19(\text{см}) .$$



23-сурет. Есептікі



24-сурет. Есептікі

1.10. Динамика. Негізгі түсініктемелер

Динамика – дене қозғалысын күштер жүйесінің денеге әсер етуіне байланысты қарастыратын механиканың білім саласы.

Динамикалық есептердің шешімдері, тірек реакциялары мен құрылғы аудандары және бөлшектерінде, қозғалуына байланысты пайда болатын тірек реакциялары мен күштерді

табуға қосымша мүмкіндік береді, демек машиналар мен құрылғыларды қозғалу тұсынан есептеуге мүмкіндік береді.

Динамиканың негіздері ағылшын ғалымы И. Ньютонның 1687 жылы бірінші рет келтірілген заңдарынан басталады.

Бірінші заң (инерция заңы). Материалдық нүктеге күштер әсер етіп бірқалыптылық жағдайын өзгерткенше, ол тыныштықта болуын, немесе біркелкі бір түзу бойымен қозғалуын сақтайды.

Бірінші Ньютон заңының қорытындысы: нүкте жылдамдығы тек қана күш әсер етуіне байланысты өзгереді. Егер күш нүктеге әсер етпесе, онда нүкте жылдамдығын еш өзгертпейді, нүктенің бұл қасиеті инерция аталады, заң да осыған байланысты – инерция заңы деп аталады.

Екінші заң нүктеге әсер етіп тұрған күшпен және нүктенің үдеуі араларындағы бір біріне тәуелділіктерін көрсетеді: нүктенің үдеуі әсер еткен күшке оңды пропорционал, ал нүктенің массасына кері пропорционал.

Масса деген – материалдық нүктенің инерттілік сандық өлшемі. Неғұрлым масса көбейген сайын, белгілі күш әсері тудыратын массаның үдеуі төмендейді.

Нүктенің толық үдеуін $\vec{a}$ -, ал бұл нүктеге әсер етіп тұрған күшті $\vec{F}$ әріптерімен белгілейік. Енді екінші заңға сәйкес, $\vec{F} = m\vec{a}$ деп жазуға болады. Мұндағы m – нүкте массасы.

Бұл тәуелділік күш пен үдеу арасындағы мөлшерді беруімен қатар, үдеудің вектор ретінде, оны тудырған күш бағытында болатынын көрсетеді.

Үшінші заң (екі дененің бір-біріне келтіретін күш ықпалдарының теңдік заңы). Әр түрлі әсер өзіне тең және кері бағытталған әсер тудырады.

Салмақ күші мен масса араларындағы тәуелділік. Барлық денелерге Жерге қарай бағытталған салмақ күші әсер етеді, бұл бүкіл дүниелік тартылу күшінің көрінісі. Бүкіл дүниелік тартылу күші заңынан және Ньютонның екінші заңынан шығатын қорытынды: салмақ күші Жер бетіне жақын барлық денелердің үдеуін тудырады

$$g = \nu M / R^2 ,$$

мұндағы M - Жер массасы; R -Жер радиусы; ν -гравитациялық тұрақты, демек $g = const$ (денелер салмақ күші әсерінен өз еркімен құлайды), $g = 9,8 м/с^2$.

Ньютонның екінші заңына сәйкес, денеге әсер етіп тұрған және оның $\vec{g}$ үдеуін тудыратын $\vec{F}$ салмақ күшін былай жазуға болады: $\vec{F} = m\vec{g}$.

Денелердің бәрі Жерге қарай тартылып тұрғандығына байланысты, тірек үстіне қойылған, немесе жіп арқылы ілінген денелер, тартылыс күшімен әсер етіп тіректі деформациялайды, жіпті созады. Дененің Жерге қарай тартылуына байланысты тірекке және жіпке әсер еткен күшті *дене салмағы* дейді.

Дене салмағы дегеніміз – бұл дененің өзіне емес, тек тірекке, немесе жіпке түсірілген күш. Салмақ пен ауырлық күші араларындағы айырмашылық Жер мен Көктей екенін еш ұмытпау керек: әрқашанда салмақ пен ауырлық күшінің әсерлері әр басқа, бір-бірінен бөлек денелерге түседі.

Салмақ ньютондармен (Н), килоньютондармен (кН), меганьютондармен (МН), көрсетіледі. $1МН = 10^3 кН = 10^6 Н$.

Массаны өлшеу үшін: килограмм (кг), грамм (г); тонна (т) бірліктері (өлшем көрсеткіштері) қолданылады.

2. МАТЕРИАЛДАР КЕДЕРГІСІНІҢ НЕГІЗДЕРІ

2.1. Пәннің мақсаттары. Негізгі түсініктемелер.

Анықтамалар

«Материалдар кедергісі» бөлімінде құрылғы элементтері мен машина бөлшектеріне түскен сыртқы күштер әсерінен пайда болған ішкі күштердің таралу заңдары зерттеледі. Осы заңдарды қолданып, ең арзан және пайдалы элементтерге керек материалды іздеп табу мен олардың қандай көріністе (формада) болатындығын қарастыратын есептерді шешуге болады.

«Теориялық механика»-дан айырмашылығы «Материалдар кедергісі» курсына сыртқы жүктеме күші әсерінен формасы мен өлшемдіктерін өзгертетін, демек деформацияланатын денелерді қарастырады.

Деформациялар серпімді және қалдықты болулары мүмкін. Егер дене жүгінен босатылғаннан кейін өзінің алғашқы формасына келсе, онда дененің деформациялары *серпімді* аталады, ал дененің алғашқы қалпына (формасына) келгіш қасиеті серпімділік аталады. Абсолют серпімділікті денелер табиғатта кездеспесе де, егер деформациялары өте аз болса, онда денелерді серпімділікті денелер деуге болады, бұдан әрі дәл осындай деформациялар туралы сөз болады.

Егер дене деформацияланса, онда, жоғарыда келтірілген «Статика» тарауындағы абсолюттік қатты денелерге қолданғандай, күшті ықпал еткен түзу бойымен басқа жерге апаруға немесе күштер жүйесін тең әсерлі күшке ауыстыруға болмайды. Статиканың әдістерін тек қана дене толық орнықты тепе-теңдікте және деформацияланатын денені шартты абсолюттік қатты денеге ауыстыруға болатын жағдайда пайдалануға болады /8/.

Егер жүктен босанғаннан кейін дене бұрынғы қалпына (формасына) келмесе, онда денедегі деформацияларды *қалдық* деформация дейді.

Серпімділіктің қасиеттері дене материалына тәуелді. Сондықтан элементтердің өлшемдерін анықтағанда, олардың қандай материалдан екенін ескеру керек.

«Материалдар кедергісі» курсында оқылатын барлық денелерді біркелкі үздіксіз орта және материалдарының қасиеттері барлық нүктелерінде біртекті, *изотропты* саналады, яғни олардың механикалық қасиеттері барлық бағытта бірдей болады. Бұған қосымша, дененің барлық көлемі толық толтырылған болып саналады.

Жоғарыда айтылған болжамдар (гипотезалар) негізінде бірнеше ғана тәсілдермен әр түрлі материалды элементтерді тек қана әр түрлі серпімділік қасиеттерін ескеріп есептей беруге болады.

Табиғатта, техникада бұл гипотезалардың шарттарына барлық материалдар тегісінен бірдей сәйкес келе бермейді. Металдар бұл гипотезаларға ең дәл лайық келеді. Екі түрлі бір біріне материалдары ұқсамайтын бетон мен болаттан жасалған темірбетон біркелкіге жатпайды. Ағаш бір келкі зат деп саналсада, бірақ қасиеттері өзегіне перпендикуляр және өзек-тарамдары бойы бағыттарда әр түрлі болады және т.с. Дегенмен денелер бір келкіде деген болжау есептеу шектерінің анықтығындай шамамен сенімді қорытындылар алуға мүмкіндік береді, ал сондықтан бұдан да әрі қарай келтірілген гипотезаларға сүйенеміз (гипотезаларды негізге ұстаймыз).

Дене өлшемдері: ұзындығы, ені мен биіктіктерінің бір-біріне қатынастарына байланысты құрылғылар элементтерін кластарға бөледі.

Болжаммен дененің үш бағыттардағы өлшемдері бір-біріне тең болса – денені *массив* дейді.

Егер ені мен ұзындығы шамамен бір-біріне тең, ал биіктігінен көш ілгері ұзын болса, онда мұндай денені пластинка (қаңылтыр қиықшасы) атайды (егер екі беті жазықтықтармен шектелсе); немесе егер екі беті де қисық аудандар болса, онда оболочка (жұқа қабықша) дейді.

Ұзындығы биіктігі мен енінен көп есе ұзын денені төрт бұрышты *бөрене (брус)* дейді. Брус көлденең қималарының салмақтары түскен нүктелерден өткен сызықты брустың геометриялық өсі дейді. Егерде ось түзу болса, онда брусты *түзу брус* дейді.

Түзу төрт бұрышты бөрене сыртқы күштер әсерінен өзінің бастапқы түсін (формасын) өзгертеді, демек деформацияланады;

деформация түрлеп сыртқы күштерге тәуелді. Төрт бұрышты бөрене әр түрлі керілген жағдайларда болуы мүмкін. Егер төрт бұрышты бөренеге әсер еткен сыртқы күштер бөрене өзегімен бағытталса, онда бөрене сығылады немесе созылады. Бұл жағдайда бөренені (брусты) *стержень* деп атайды. Стержень созылу немесе сығылу кернеулі жағдайларда болуы мүмкін (демек стержень созылып немесе сығылып жұмыс істейді). Егер сыртқы күштер түзу бөренеге оның өзегімен (өсімен) белгілі бұрыш жасап әсер етсе, онда оның күш түсер алдындағы геометриялық түзу өсі қисық сызыққа айналады, демек брус иіледі. Бұл жағдайда брусты қары (беларка) деп атайды. Қары кернеудің иілу түрінде болуы мүмкін (демек қары иілуге жұмыс істейді). Егер сыртқы күштер қарының бір бөлігін екінші бөлігінен сырып тастауға ұмтылса, онда сыру серпімді күй пайда болады (демек қары сырылуға жұмыс істейді).

Егер қарыға өсіне перпендикуляр қима жазықтығында жатқан қос күш әсер етсе, онда қары бұралады. Мұндай жағдай техникада жиі кездеседі, мысалы доңғалақтардан (шківтерден) бұрау моменті берілгенде біліктердің бұралуы (білік – бұл көлденең қимасы дөңгелек (круг) қары).

Кернеу бірнеше қосындыларынан құралса, онда кернеу күйі күрделі деп саналады, мысалы қысылу мен иілу, иілу мен бұралу, иілу мен сырылу. Басқа да әртүрлі кернеу күйлері арасында *бойлық иілу* ерекше орын алады.

2.2. Элементке әсер ететін күштер

Абсолютті қатты денеге сыртқы жүктеме әсер етіп дененің бекітілген жерлерінде тірек күштері (реакциялары) пайда болуы «Статика» тарауынан белгілі.

Құрылғы конструкциясының бөлігіне (элементіне) әсер ететін таратылған немесе шоғырланған сыртқы жүктеме және тірек күштері (реакциялары) *сыртқы күштер жүйесін* құрастырады. Элементке әсер етуші сыртқы күштер жүйесі ең алдымен абсолютті қатты дене гипотезасына сүйенумен негізінде статика тәсілдерінен анықталады.

Жарамды дене – заттың және элементтің сыртқы өлшемдерін табу үшін, кішкентай бөлшектері араларында

қандай күштер пайда болатынын білу қажет. Бұл бір-біріне әсер ететін күштерді *ішкі* күштер дейді.

Ішкі күштер сыртқы жүктемелер әсеріне теңесуге тырысады. Егер ішкі күштер сыртқы жүктемелерді теңестірсе, онда дененің деформациясы әрі қарай болмайды. Егерде сыртқы жүктемелер ішкі кернеу күштерімен еш қандай теңеспесе, онда дененің кішкентай бөлшектері арасындағы бір-бірімен байланыстары бүлініп дене қирайды.

«Материалдар кедергісі» курсы тәсілдерін қолдана отырып, элементтерді қирауға жақындатпайтын олардың сыртқы өлшемдерін дәлелдеп табады.

2.3. Қималар тәсілі

Дене деформацияланғанда пайда болатын ішкі күштерді табу үшін қималар тәсілі қолданылады. Денеге әсер етіп тұрған сыртқы күштер жүйесі белгілі болғанда осы тәсілді қолданады.

Қималар тәсілін қолданғанда, сыртқы күштер әсер етіп тұрған денені қыймамен бөліп, содан кейін бөліктің тепе-теңдікте болуы қарастырылады. Мысал ретінде түзу қары (брус) арқылы қыйма тәсілі неден тұратынын қарастырамыз. Қарыға (24 - суретте) тепе-теңдіктегі F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 күштер жүйесі әсер етіп тұр. Бұл күштер жүйесі статиканың теңдеулерімен анықталады.

I-I қимамен денені ойша екі А мен В бөліктеріне кесеміз. Мысалы, В бөлігін алып тастап қалған А бөлігін қарастырамыз. Алып тастаған В бөліктің әсерін $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3...$ күштерімен ауыстырамыз. Қалған А бөлікке әсер етіп тұрған (сыртқы) $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3...$ және (ішкі) $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3...$ күштердің тепе-теңдік шарттарын құрамыз. Осы тепе-теңдік шарттар негізінде әсерлерін қимаға түсіретін ішкі күштерді анықтаймыз.

Ішкі $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ күштер оң жақтағы В бөліктің сол жақтағы А бөлікке әсер ететінін және екі бөлшектің бір-бірімен байланысын сипаттайды. Бұл күштер қима ауданында таралып, әр нүктелерінде ауытпалы да болуы мүмкін. Ішкі күштердің

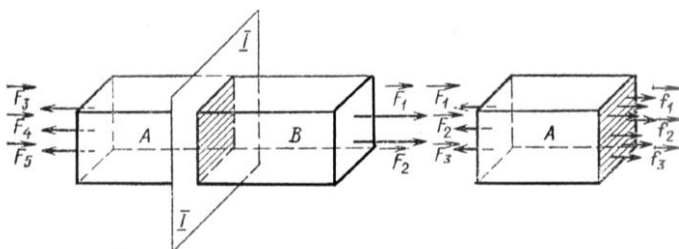
таралу заңын анықтау үшін, сыртқы әр түрлі күштер әсерінен дененің деформациясы қандай болып жатқанын қарастыру қажет.

Дене деформацияларымен және дененің ішкі күштері арасында белгілі тәуелділік бар. Бұл тәуелділікті табу- есептің физика жағын дәлелдеп шешу деген сөз. Сонымен, есептерді «Материалдар кедергісі» курсына шешкенде, олардың шешімдерін үш жақты тұстан қарастыру қажет:

1) Статикалық жағы (сыртқы және ішкі күштер әсер еткенде дене бөлігінің тепе-теңдік шартында болуын);

2) Геометриялық жағы (денедегі деформациялардың таралып орын алуы – деформация түрі);

3) Физикалық жағы (деформациялар және ішкі күштер араыарындағы байланыстарын).



24-сурет. Ішкі күштерді қима тәсілімен табу

2.4. Тік (нормалды) және жанама кернеулер

Ішкі күштер қима ауданында әр түрлі тәсілдермен таралуы мүмкін.

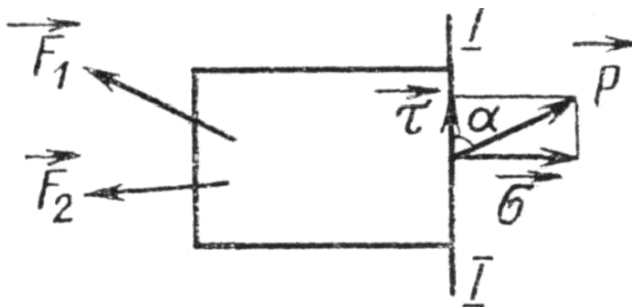
Қиманың бірлік ауданына әсер еткен ішкі күшті *кернеу* дейді.

Егер F - қиманың S ауданында тегіс біркелкі таралған барлық $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ ішкі күштерге тең баламасы болса, онда $\vec{p}$ кернеу F -тің S -ке қатынасы ретінде анықталады:

$$\vec{p} = \frac{\vec{F}}{S}. \quad (3)$$

Кернеу паскальмен – 1Па (Н/м²), килопаскальмен (кПа) және мегопаскальмен (МПа) көрсетіледі.

Кернеу $\vec{p}$ векторының I-I қима ауданының жазықтығымен α бұрыш жасап бағытталған жағдайын қарастырамыз (25- сурет). $\vec{p}$ векторды екі: қима ауданының жазықтығына перпендикуляр $\vec{\sigma}$ және қима ауданының жазықтығына жанама $\vec{\tau}$ құрама векторларына (талдап) бөліп жіберуге болады.



25-сурет. Кернеуді анықтау

Тура бұрышты төртбұрыштан құрамалардың проекцияларын анықтаймыз:

$$\sigma = p \cdot \sin \alpha; \quad \tau = p \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

Қима жазықтығына перпендикуляр кернеудің $\vec{\sigma}$ қосындысы *нормалдық кернеу* деп аталады.

Қима жазықтығына жанама кернеудің $\vec{\tau}$ қосындысы *жанамалық кернеу* деп аталады.

Жанамалық пен нормалдық кернеулер – кернеудегі дененің негізгі сипаттамалары. Олар кернеу бірліктерімен беріледі. Жанамалық пен нормалдық кернеулерді білу – денені таңдап алуға және геометриялық өлшемдерін шамалауға мүмкіндік береді.

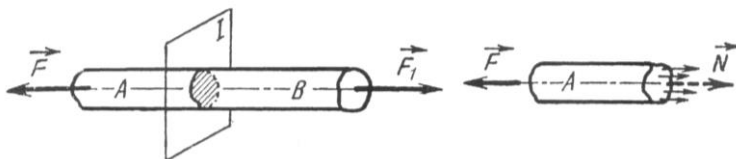
3. СОЗЫЛУ, ҚЫСЫЛУ, МЫЖЫЛУ, СЫРЫЛУ

3.1. Бойлық созу мен қысқандағы кернеулер мен деформациялар

Егер стерженьге бойлық күштер әсер етсе, онда стержень қысылады немесе созылады.

Бұл жағдайдағы әсер ететін күштерді бойлық немесе осьтік күштері дейді.

$\vec{F}$ және $\vec{F}_1$ күштерімен созылған стерженьді қарастыралық (26-сурет). Стерженьді ойша өсіне перпендикуляр қима I-I жазықтығымен кесіп, қимада пайда болатын ішкі күштерді табамыз.



26-сурет. Түзу бөрененің бойлық созылуы

Қию тәсілін қолданып стерженнің оң жақтағы В бөлігін кесіп алып тастаймыз. Оның бұрын сол жақтағы А бөлшекке тигізіп тұрған әсерін ішкі күштерге алмастырып бұл күштердің тепе-теңдік қосындысын N -деп белгілейміз. Сол жақтағы бөліктің тепе-теңдік шартында болуынан $N=F$ (есептің статикалық жағы) шығады [9].

Үлгілерді созып сынағанда ось бойымен түскен күштің әсерінен үлгінің бойлық талшықтарының бәрі бірдей ұзарып (есептің геометрия жағы) созылады. Демек, ішкі күштердің барлық қима ауданына біркелкі тегіс тарағандығы, созылған таяқшада (стерженьде) пайда болатын кернеуді табуға (есептің физика жағы), мына формула арқылы мүмкіндік береді:

$$\sigma = p = N / S. \quad (5)$$

Күштің қима жазықтығына перпендикуляр бағытына байланысты пайда болған кернеу де перпендикуляр бағытталған.

Егерде денеге қысатын күштер әсер етсе, онда күштер (осының алдындағы есептегі күштермен салыстырғанда) керісінше бағытталған. Кернеуді (5) формула арқылы табады.

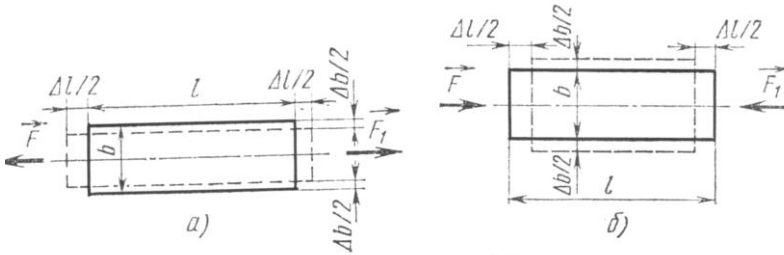
Созар алдында ұзындығы l таяқшаны (стерженьді) ось бойымен $\vec{F}$ және $\vec{F}_1$ күштермен тартып созғанда, оның созылғаннан кейінгі ұзындығы l_1 болады (27- сурет). Таяқша ұзындығының өзгеруін *абсолютті ұзаруы* деп Δl -мен белгілейді; $\Delta l = l_1 - l$.

Δl -дің мәні таяқша затының (материалының) кернеудегі жағдайын толық сипаттамайды, өйткені ең алғашқы өлшемдерінің күш әсерінен қандай дәрежеге дейін өзгергендері белгісіз. Мысалы, екі таяқша: бірінің ұзындығы 2 м, ал екіншісінің ұзындығы 20 см. Екеуі де күш әсер еткенде ұзындықтарын 2 см өзгертеді делік. Сонда ұзындығы 2 м таяқшаға бұл 2 см аса үлкен деформация емес, ал ұзындығы 20 см таяқшаға бұл деформация жеткілікті үлкен. Сондықтан деформацияның сипаттамасы ретінде салыстырма қатынастық көрсеткішті – *қатынасты ұзаруды* қабылдап, оны ε -мен белгілеп мына формуламен анықтайды:

$$\varepsilon = \Delta l / l, \quad (6)$$

мұндағы ε -түзу бөренені (брусты) созғандағы қатынастық бойлық деформация.

Таяқшаны (стерженьді) ось бойымен қысқанда оның ұзындығының өзгеруі Δl -*абсолютті қысқару* деп саналады (27 б-сурет); бұл жағдайда қатынастық көрсеткіш $\varepsilon = \Delta l / l$ таяқшаны қысқанда бойлық деформациясын сипаттайды.



27-сурет . Таяқшаны созғандағы (а) және қысқандағы (б) деформация

Ағылшын ғалымы Роберт Гук негізінде тәжірибе көрсеткіштеріне сүйеніп 1660 жылы, серпімділік деформация орындалып тұрғанда қатынасты деформация мен нормалды кернеу σ араларында тура пропорционалдық заңдылығы бар екенін тапты. Қатынасты деформация мен нормалды кернеу араларындағы тәуелділікті Гук заңы деп атайды. Гук заңы формуласының жазылуы:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (7)$$

мұндағы Е-пропорционалдық коэффициенті-серпімділік модулі (Юнг модулі), заттың (материалдың) деформацияға кедергі жасау қабілеттігін сипаттайтын көрсеткіш, МПа.

Гук заңы таяқшаның (стерженнің) қатынасты деформация мен ішкілік күштер (серпімділік) араларындағы пайда болатын байланысын (созу мен қысқанда материалдар кедергілері есебінің шешімінің физикалық жағы) анықтайды.

Юнг модулінің өлшемі кернеудікімен бірдей болады – Н/м²; МПа.

Материалдардың Юнг модульдері E әр түрлі болады.

Материал Серпімділік модулі, МПа

Болат $2 \cdot 10^5 \dots 2,2 \cdot 10^5$

Шойын $0,75 \cdot 10^5 \dots 1,7 \cdot 10^5$

Ағаш..... $1 \cdot 10^4$

Кернеу (σ) мен деформация (ε) арасындағы, Гук заңымен көрсетілетін, тәуелділікті көлденең абсцисса өсіне α бұрыш жасап жантайған түзу сызық графигі (28 - сурет) арқылы салуға болады:

$$\operatorname{tg} \alpha = \sigma / \varepsilon = E. \quad (8)$$

Түзу таяқшаны (брусты) созғанда (немесе қысқанда) бойлық деформациядан өзгеше таяқшаның көлденендік өлшемдері де өзгереді. Таяқшаның (брустың) ені созғанда Δb -ға кішірейеді. Бұл көлденендік өлшемнің де абсолюттік өзгеруінің алғашқы еніне қатынасы, демек

$$\Delta b / b = \varepsilon_1,$$

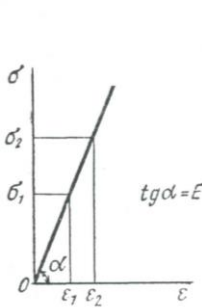
мұндағы ε_1 -түзу таяқшаны (брусты) созғандағы немесе қысқандағы қатынастық көлденең деформациясы.

Қатынастық көлденең ε_1 деформацияның қатынастық бойлық ε деформацияға қатынасы *Пуассон коэффициенті* деп аталады және μ әрпімен белгіленеді:

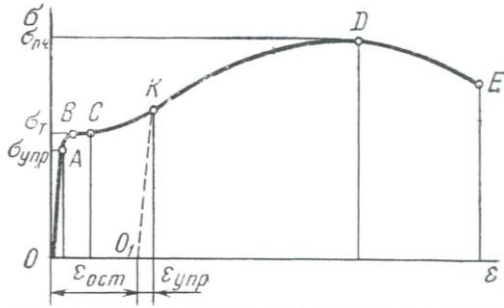
$$\mu = \varepsilon_1 / \varepsilon. \quad (9)$$

Пуассон коэффициенті серпімділіктің модуліндей дененің (материалдың) физикалық қасиеттерін сипаттайды. μ -дің мәні 0,2-ден 0,5 дейін шектеледі (төмендегіні қараңыздар).

Материал	μ
Болат	0,25...0,33
Бетон	0,16...0,22
Мыс	0,34
Алюминий	0,26...0,36



28-сурет. σ кернеу мен салыстырмалы ε деформациясы араларындағы байланыс



29-сурет. Болаттың созылу диаграммасы

Материалдың үлгілерін созып сынап механикалық қасиеттерін тәжірибе арқылы анықтайды. Материалдар сынақтарының қорытындыларын графиктер салып көрсетеді.

(29-суретте) цилиндр түсті болат үлгісінің созылу диаграммасы салынып, қатынасты ε деформация мен σ кернеу араларындағы тәуелділік көрсетілген.

3. 2. Элементтерді созу мен қысуға есептеу жолдары

Элементтерді созу мен қысуға (3) формуланы қолданып есептейді:

$$\sigma_{раб} = N_{расч} / S \leq R_{расч},$$

мұндағы $\sigma_{раб}$ - нормалдық жұмыс істеу кернеуі, Па, МПа;

$N_{расч}$ - есептелінген жүктеме, Н, кН; S – қиманың ауданы, м²;

$R_{расч}$ - есепті кедергі, Па, МПа.

Көлденең қиманың ауданын мына формула арқылы

$$S = N_{расч} / R_{расч}, \quad (10)$$

ал ұйғарымдық есептеу жүктемені келесі тәуелділікті қолданып анықтайды

$$N_{расч}^{max} \leq R_{расч} S.$$

Есеп. Есептеме күш $N_{расч} = 24кН$ болғанда квадраттық қимасы бар қарағай таяқшаның (брустың) қима ауданын табу.

Шешімі. Есепте жоспарлық есептеу жүргізуді қажет етеді. Таяқшаға (стерженьге) созу күштері әсер етіп тұр. Қарағайдың есептемелі кедергілігі $R_p = 10МПа$. Қиманың қажетті көлденең бағытталған ауданы (10) формула арқылы анықталады.

$$S_{ТРЕБ} = N_{РАСЧ} / R_p = (24 \cdot 10^3 Н) / (10 \cdot 10^6 Па) = 24 \cdot 10^{-4} (м^2) = 24 см^2$$

Қима квадрат болғандықтан $S=a^2$, a -квадраттың бір жағы. Сондықтан анықтайтынымыз

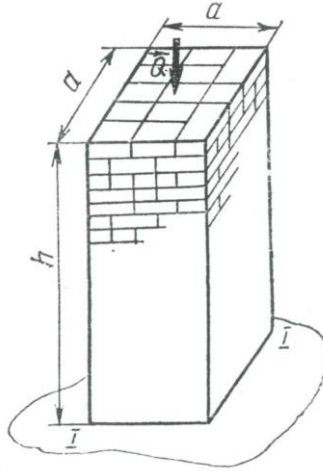
$$a_{треб} \sqrt{S_{треб}} = \sqrt{24 см^2} \approx 4,9 см$$

Қиманың ауданын $(5 \times 5) см^2$ деп алып жұмыс істейтін кернеуді тексереміз

$$S = (5 \times 5) см^2 = 25 см^2, \\ \sigma_{раб} = (24 \cdot 10^3 Н) / (25 \cdot 10^{-4} м^2) = 9,6 МПа < R_p.$$

Жауабы: қиманың ауданы $(5 \times 5) см^2$ деп қабылдаймыз.

Есеп. Кірпіштен қаланған тоқтаның ең қауіпті қимасында қандай кернеулер пайда болады (30-сурет), егер оның салмағы түскен қимасының орталығына (центріне) жоғарыдан тік үстіне есептелмелі $Q = 50кН$ жүктеме әсер етсе. Үлгінің биіктігі $h=2м$, көлденең қимасының ауданы $(0,64 \times 0,64) м^2$, $n=1,1$ болады.



30-сурет. Есептік

Үлгінің меншікті $\gamma = 17 \frac{kH}{m^3}$ салмағын ескеріп кернеулерді табу керек.

Шешімі. Тексеру есептеуін орындаймыз. Үлгінің көлденең қимасындағы кернеу Q күші әсерінің (σ_1) кернеуі және қимадан жоғарыдағы үлгі бөлігі салмағының әсерінің кернеуі (σ_2) қосындысы:

$$\sigma_{раб} = \sigma_1 + \sigma_2.$$

Үлгінің барлық көлемі әсер етіп тұрған астындағы I-I қима ең қауіпті саналады. Осы қимадағы қысу кернеуін табамыз:

$$\sigma_1 = Q/S; \sigma_2 = \gamma Shn/S = \gamma hn.$$

Сандық мәндерін қойып шығарамыз:

$$\sigma_1 = \frac{50}{0,64 \cdot 0,64} \text{ кН} / \text{м}^2 = 122 \text{ кПа},$$

$$\sigma_2 = 1,7 \cdot 2 \cdot 11 \text{ кН} / \text{м}^2 = 37,4 \text{ кПа},$$

$$\sigma_{\text{раб}} = \sigma_1 + \sigma_2 = (122 + 37,4) \text{ кПа} \approx 159 \text{ кПа} = 0,159 \text{ МПа}.$$

Енді кірпіштің белгілі қысу кедергісі $R = (0,5 \dots 2,2) \text{ МПа}$ шектерімен салыстырсақ, онда шешімі: $\sigma_{\text{раб}} = 0,159 \text{ МПа} < 0,5 \text{ МПа}$.

Есеп. Диаметрі $d = 2 \text{ см}$ болат тартпа қандай ең жоғары есептемелі тарту күшіне шыдайды? Болаттың белгілі есептемелі созу кедергісі $R = 210 \text{ МПа}$.

Шешімі. Болат тартпа (стерженнің) көлденең қимасының ауданын формула арқылы табамыз:

$$S = \pi d^2 / 4 = 3,14 \cdot 2^2 / 4 = 3,14 (\text{см}^2) = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Тартпаға түсетін тартылыс күшін формула арқылы есептеп шығарамыз:

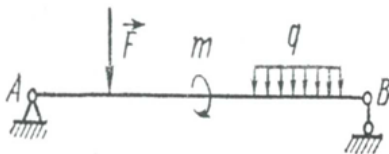
$$P_{\text{расч}}^{\text{max}} = RS = 210 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{м}^2 = 66 \cdot 10^3 \text{ Н} = 66 \text{ кН}.$$

4. ҚАРЫЛАРДЫҢ ИІЛУІ

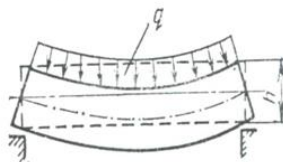
Иілу дегеніміз – бұл бөлшектің (элементтің) қарыға жүк түскендегі, оның түзу сызықты өсі (өзегі) күш әсерінен қисайғандағы жағдайы. Ең көп тараған иілетін элемент болып қары саналады. (31-суретте) қарыға әсер етіп тұрған жүктемелер көрсетілген: $\vec{F}$ - бір нүктеде шоғырланған күш, N . q - біркелкі таралған жүктеме, N/m ; m - шоғырланған момент, $N \cdot m$. Осы жүктемелердің әсерінен қарының өсі (өзегі) қисаяды, демек иілу пайда болады.

4.1. Иілу туралы түсініктеме

Қарының (білік) иілуінің ең қарапайым кезеңі – жазықтық көлденең иілу. Егерде қарының көлденең қимасы тік өсіне қатынасты симметриясын сақтаса және әсер ететін жүктемелер симметрия жазықтығында болса, онда *жазықтық иілуі* деп атайды. Егерде осы кезде барлық жүктемелер жоғарыдан төмен тік бағытталса, онда иілуді *жазықтық көлденең иілуі* деп атайды. Бұл тарауда дәл осындай иілу жағдайын оқимыз.



31-сурет. Білікке әсер етіп тұрған жүктемелер (күштер)



32-сурет. Қарының иілгендегі деформациялары

Екі тіректің үстінде горизонтальды жатқан, үстіне біркелкі таралып тік түсіп тұрған q жүктемесі бар қарыны қарастырамыз (32-сурет). Қарының көлденең қимасының биіктігі h . Егер қары жүк көтерер алдында түзу таяқша (стерженьдей) болса, ал жүктеме түскенде қары қисықша болып иіледі де оның жүк әсер еткен жағы өзекше имекке, ал екінші жағы томпақша доғаға айналады. Бұл жағдайдың түсінігі мынада: білік иілгенде оның көлденең қимасының әр түрлі: (жоғары-төмен жақтарынан) биіктіктерінен өтетін бойлық талшықтарының деформациялары

әр басқа болып – ұзаратындары (қарының төменгі бөлігінде) ұзарады, ал қысқаратындары (қарының жоғарғы бөлігінде) қысқарады. Бұл ұзарулар мен қысқарулардың ұзындықтары көлденең қима ортасынан жоғары-төмендеген сайын әртүрлі өзгеруде болады: сырт жақтарына (жоғары немесе төмен) жақындаған сайын деформация ұлғаяды /10/.

Деформациялардың жоғарыдағыдай тарауына сәйкес, деформациялармен Гук заңы арқылы байланысты кернеулер де қима биіктігінде бірдей емес: ең жоғары кернеулер ең үлкен деформацияларға сәйкес келеді. Демек, көлденең қиманың ортасынан алыстағанда ең қашығырағындағы шеткі бөлшектері жоғарырақ кернеуде болады. Сондықтан қимадағы қарапайым созып-қысқандағы кернеулерді табу үшін материалдардың көлемін (қима ауданын) ескерумен шектелмей кернеулердің қимадағы биіктік бойындағы таралымдарын да ескеру қажет. Төменіректе келтірілгендей, игенде ең ұтымдылықты негізгі материал массасы төңірегінде шоғырланған элемент қималары көрсетеді.

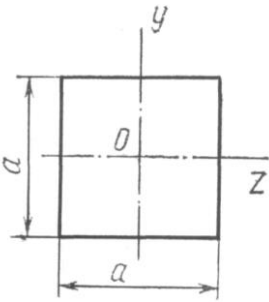
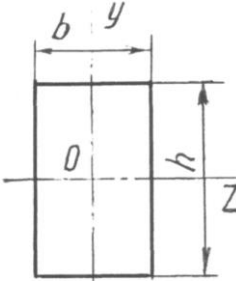
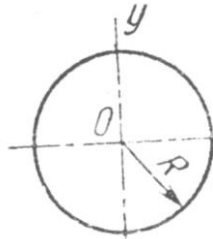
Сондықтан ию құбылысын сипаттау үшін, қиманың кейбір қажетті қасиеттерін пайдаланғанда, материалдың қима биіктігі бойындағы таралуы ескеріледі. OZ - осіне қатынасты геометриялық қасиеттері – бұл статикалық момент S_z , инерцияның осьтік моменті J_z және кедергі W_z – моменті. Егер OZ - осі қиманың салмақ орталық нүктесінен өтсе, онда статикалық S_z моменті нөлге тең. Инерциялық J_z моменті ылғи нөлден жоғары болады, ал мәні қиманың формасына тәуелді; инерция моментін $\text{см}^4, \text{м}^4$ көрсетеді.

Кестеде кейбір қималардың (квадраттың, тікбұрыштың, шеңбердің) инерция J_z моментінің формулалары келтірілген. Металл прокаттар қималарының (профильдерінің) J_z мәндері ГОСТ-тарда келтірілген.

Кедергі W_z моменті, инерция J_z моментінің OZ өсінен ең алыстағы қима нүктесінің қашықтығына қатынасы: $W_z = J_z / y_{\max}$ арқылы табылады. Мысалы, тікбұрыштың $y_{\max} = h/2$ және $W_z = J_z / h = bh^2 / 6$. Кедергі моменті $\text{м}^3, \text{см}^3$ өлшем көрсеткіштерімен белгіленеді. Кедергі W_z моментінің формалары 4.1 - кестеде келтірілген.

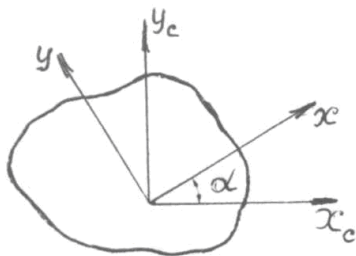
4.1-кесте

Қималардың геометрия сипаттамалары

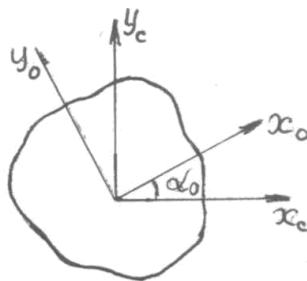
Қима көрінісі	Инерция моменті J_z	Кедергі моменті W_z
	$a^4/12$	$a^3/6$
	$bh^3/12$	$bh^2/6$
	$\pi R^4/4$	$\pi R^3/4$

4. 2. Негізгі осьтер және негізгі инерция моменттері

Егерде орталық осьтер, орталықтан сыртқа қарай бағытталған инерция моменті осьтерімен салыстырғанда нөлге тең болатын шамамен α_0 бұрышқа бұрылатын болса, онда бұл жағдайда осьтер қима инерциясының негізгі орталық осьтері деп аталады және x_0, y_0 әріптерімен белгіленеді (33, 34 - сурет).



33-сурет. x, y_0 осьтерінің α бұрышқа бұрылуы



34-сурет. x_0, y_0 осьтерінің α_0 бұрышқа бұрылуы

x_0, y_0 осьтерінің α_0 бұрышқа бұрылғандарын қабылдап негізінде:

$$j_x = j_{x_c} \cos^2 \alpha + j_{y_c} \sin^2 \alpha - D_{x_c y_c} \sin 2\alpha;$$

$$j_y = j_{y_c} \cos^2 \alpha + j_{x_c} \sin^2 \alpha + D_{x_c y_c} \sin 2\alpha; \quad (11)$$

$$D_{xy} = D_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 - (j_{y_c} - j_{x_c}) \sin 2\alpha / 2,$$

сүйеніп жазатынымыз:

$$D_{x_0} = D_{x_0 y_0} \cos 2\alpha_0 - (j_{y_c} - j_{x_c}) \sin 2\alpha / 2 = 0,$$

осыдан:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = 2D_{x_c y_c} / (j_{y_c} - j_{x_c}) \quad (12)$$

α_0 бұрышының (12) тендеу арқылы табылатын және бір-бірінен айырмашылығы 90° негізгі x_0 және y_0 осьтерінің тұратын орындарын сипаттайды. Сондықтан 35 а, г - суреттеріне сәйкес келесі жағдайлар болуы мүмкін: $D_{x_c y_c} > 0, j_{x_c} > j_{y_c}; D_{x_c y_c} > 0, j_{x_c} < j_{y_c}; D_{x_c y_c} < 0, j_{x_c} > j_{y_c}; D_{x_c y_c} < 0, j_{x_c} < j_{y_c}$. «а» және «г» схемалар теріс мәнді α_0 бұрышына сәйкес, ал «б», «в» - α_0 -дің оң мәніне сәйкес.

Негізгі осьтердің орындарын $j_{\max}$ және $j_{\min}$ инерция моменттері арқылы көрсетуге болады:

$$\operatorname{tg} \alpha_{1,2} = D_{x_c y_c} / (j_{y_c} - j_{1,2}), \quad (13)$$

мұндағы $\alpha_{1,2}$ - x және x_0, y_0 негізгі осьтер арасындағы бұрыштар. α_1 бұрыш остің, оған қатынасты инерция моментінің мәні $j_{\max}$ -ге тең, ал α_2 бұрыш - $j_{\min}$ -ге тең болатын жағдайын анықтайды.

Орталық негізгі осьтердің (12), (13) өрнектерімен есептелінген орындарын тексергенде, осыке қатысты салыстырмалық негізгі инерция моментінің максимумын көрсететін осі, салыстырмалық осьтік моменті максимумға тең екінші осьпен кіші бұрыш жасайтынын ескеру қажет.

Негізгі инерция моменттерінің мәндері мына өрнек арқылы табылады:

$$J_{x_0/y_0} = J_{\max/\min} = \left[(J_{x_c} + J_{y_c}) / 2 \right] \pm \sqrt{(J_{x_c} - J_{y_c})^2 + 4D_{x_c y_c}^2} / 2 \quad (14)$$

Максимальдық және минимальдық инерция моменттерінің қосындысы осьтік инерция моменттерінің қосындысына тең, демек

$$J_{\max} + J_{\min} = J_{x_c} + J_{y_c} . \quad (15)$$

Егерде негізгі инерция $J_{\max}$, $J_{\min}$ және осьтер J_{x_c} , J_{y_c} моменттерінің мәндері белгілі болса, онда центрден тепкіш X_c , Y_c осьтерімен салыстырмалық инерция моментін келесі өрнектердің бірімен табуға болады:

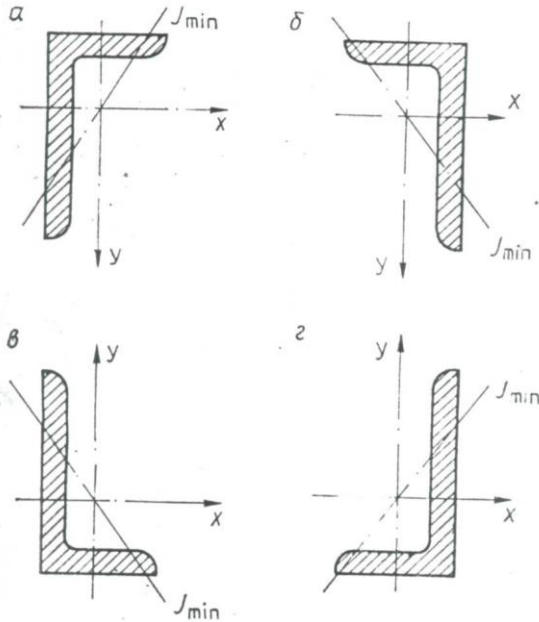
$$D_{x_c y_c} = \pm \sqrt{J_{x_c} J_{y_c} - J_{\max} J_{\min}} ; \quad (16)$$

$$D_{x_c y_c} = \pm \sqrt{(J_{\max} - J_{\min})^2 - (J_{x_c} - J_{y_c})^2} ; \quad (17)$$

$$D_{x_c y_c} = \pm \sqrt{(J_{x_c} - J_{\min})(J_{y_c} - J_{\min})} ; \quad (18)$$

$$D_{x_c y_c} = \pm \sqrt{(J_{\max} - J_{x_c})(J_{\max} - J_{y_c})} . \quad (19)$$

(16)-(19) өрнектерде таңба қиманың орналасу жағдайына байланысты алынады (мысалы, жақтары тең емес бұрышқа таңба 35-суретте көрсетілген). а, г схемалар үшін - $D_{x_c y_c} > 0$; б, в схемалар үшін - $D_{x_c y_c} < 0$.



35-сурет. Негізгі инерциялармен осьтер моменттері бағыттарының көріністері

Есеп. 36-суретінде көрсетілген есептеу схемасы 36-суретінде көрсетілген негізгі центрлік осьтердің орнын анықтап және негізгі центрлік инерция моменттерінің мәндерін есептеу.

Шешімі. Фигураны екі элементке бөліп және бөліктердің әрқайсысының аудандары мен осьтік инерция моменттерін анықтаймыз:

$$A_1 = 20 \cdot 2 = 40 \text{ см}^2;$$

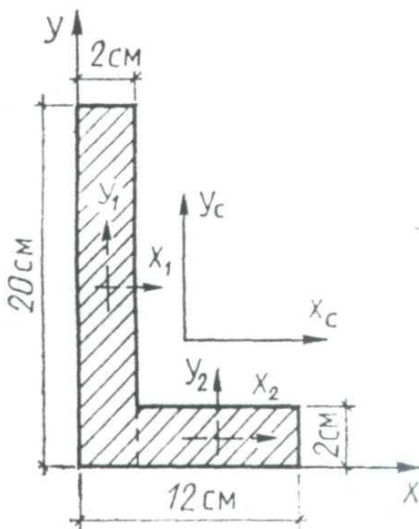
$$A_2 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ см}^2;$$

$$J_{x_{c1}} = bh^3 / 12 = 2 \cdot 20^3 / 12 = 1333 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_{c1}} = b^3 h / 12 = 2^3 \cdot 20 / 12 = 13 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_{c2}} = 10 \cdot 2^3 / 12 = 7 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_{c2}} = 10^3 \cdot 2 / 12 = 167 \text{ см}^4.$$



36-сурет. Фигураны элементтерге бөліп
аудандары мен инерцияларын табу схемасы

x , y осьтерді еркін жүргізіп осы осьтерге салыстырмалық барлық жүйенің салмақ центрін орнын табамыз:

$$S_x = A_1 y_1 + A_2 y_2 = 20 \cdot 2 \cdot 10 + 10 \cdot 2 \cdot 1 = 420 \text{ см}^3;$$

$$S_y = A_1 x_1 + A_2 x_2 = 20 \cdot 2 \cdot 1 + 10 \cdot 2 \cdot 7 = 180 \text{ см}^3;$$

$$A = A_1 + A_2 = 40 + 20 = 60 \text{ см}^2;$$

$$y_c = S_x / A = 420 / 60 = 7 \text{ см}; \quad x_c = S_y / A = 180 / 60 = 3 \text{ см}.$$

Осьтік және центрден тепкіш инерция моменттерінің мәндерін салыстырмалық центральдық x_c, y_c осьтеріне қатысты есептейміз:

$$J_{x_c} = \sum_{i=1}^n (J_{x_i} + b_i^2 A_i) = 1333 + 3^2 \cdot 40 + 7 + 6^2 \cdot 20 = 2420 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_c} = \sum_{i=1}^n (J_{y_i} + a_i^2 A_i) = 13 + 2^2 \cdot 40 + 167 + 4^2 \cdot 20 = 660 \text{ см}^4;$$

$$D_{x_c y_c} = \sum_{i=1}^n (D_{x_i y_i} + a_i b_i A_i) = 0 + 3 \cdot (-2) \cdot 40 + 0 \cdot (-6) \cdot 4 \cdot 20 = -720 \text{ см}^4.$$

Негізгі центральдық (орталық) инерция моменттері былайша табылады:

$$J_{x_0 / y_0} = J_{\max / \min} = [(J_{x_c} + J_{y_c}) / 2] \pm \sqrt{(J_{x_c} - J_{y_c})^2 + 4D_{x_c y_c}^2} / 2 = \\ = (2420 + 660) / 2 \pm \sqrt{(2420 - 660)^2 + 4 \cdot 720^2} / 2,$$

осыдан:

$$J_{\max} = 2677 \text{ см}^4; \quad J_{\min} = 403 \text{ см}^4.$$

Негізгі центрлік инерция осьтерінің орнын келесі өрнек арқылы табамыз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = 2D_{x_c y_c} / (J_{y_c} - J_{x_c}) = -2 \cdot 720 / (660 - 2420) = 0,818;$$

$$2\alpha_0 = 38^\circ 40'; \quad \alpha_0 = 19^\circ 20'.$$

Егер $J_{\max}$ және $J_{\min}$ белгілі болса, онда негізгі І центірлік инерция осьтерінің орындарын есептеп табамыз:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_1 &= D_{x_c y_c} / (J_y - J_1) = -720 / (660 - 2677) = 0,357; \\ \alpha_1 &= 19^{\circ} 20'; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_2 &= D_{x_c y_c} / (J_y - J_2) = -720 / (660 - 403) = -2,802; \\ \alpha_2 &= -70^{\circ} 40'. \end{aligned}$$

Демек, x осі мен өзінің салыстырмалық негізгі инерция моменті максимум болатын осьтің араларындағы бұрыш, $19^{\circ} 20'$ құрайды.

Есеп. Прокаттар құрамы нөмірі № 30 швеллер, $A=40,5 \text{ см}^2$, $J_{xc} = 5810 \text{ см}^4$, $J_{yc} = 327 \text{ см}^4$ және 25/16 бұрыш, $A=48,3 \text{ см}^2$, $J_{xc2} = 1032 \text{ см}^4$, $J_{yc2} = 3147 \text{ см}^4$, $J_{\min} = 604 \text{ см}^4$, $x_y = 7,97 \text{ см}$, $y_y = 3,53 \text{ см}$ болғанда, олардың құрам қимасының профиль-пішіні үшін (37-сурет) негізгі центральдық осьтерінің орындарын анықтау және негізгі центральды инерция моменттерінің мәндерін есептеу.

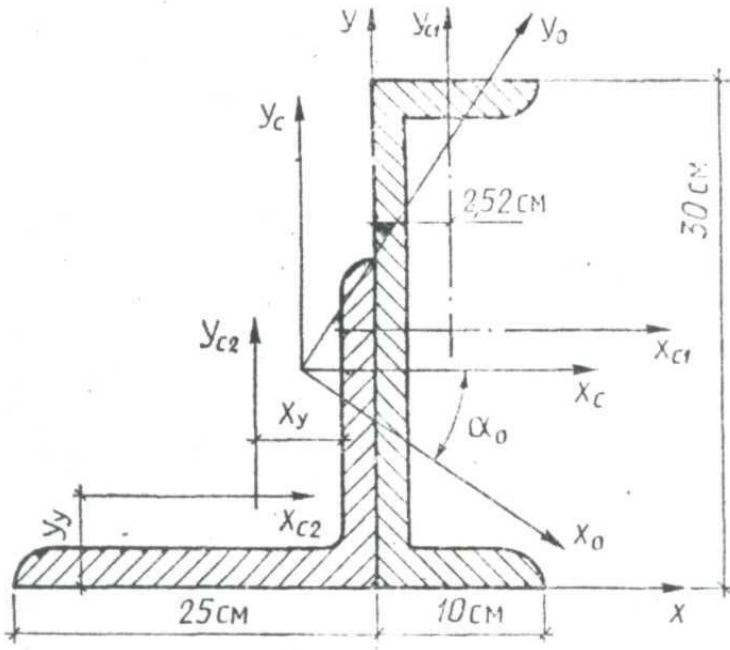
Шешімі. x пен y осьтерін қалай болса солай бағыттап алып, сонан кейін прокаттар құрамдары қимасының профиль-пішінінің салмақ центрінің орнын табамыз:

$$S_x = A_1 y_1 + A_2 y_2 = 40,5 \cdot 15 + 48,3 \cdot 3,53 = 778 \text{ см}^3;$$

$$S_y = A_1 y_1 + A_2 x_2 = 40,5 \cdot 2,52 + 48,3(-7,97) = -282,9 \text{ см}^3;$$

$$x_c = S_y / \sum A = -282,9 / 88,8 = -3,19 \text{ см};$$

$$y_c = S_x / \sum A = 778 / 88,8 = 8,76 \text{ см}.$$



37-сурет. X пен Y осьтерінің бағыттары арқылы прокаттар құрамдары кимасының профильдерін, салмақ центрлерінің орындарын табу.

Осьтік және центрден тепкіш инерция моменттерінің орталық X_c және Y_c осьтеріне салыстырмалық мәндерін анықтаймыз:

$$J_{X_c} = \sum_{i=1}^n (J_{X_i} + b_i^2 A_i) = 5810 + (6,24)^2 \cdot 40,5 + 1032 + (5,23)^2 \cdot 48,3 = 9740,1 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_c} = \sum_{i=1}^n (J_{y_i} + a_i^2 A_i) = 327 + (5,71)^2 \cdot 40,5 + 3147 +$$

$$(4,78)^2 \cdot 48,3 = 5898 \text{ см}^4;$$

$$D_{x_c y_c} = \sum_{i=1}^n (D_{x_i y_i} + a_i b_i A_i) = 0 + 6,24 \cdot 5,71 \cdot 40,5 + 1043,27 +$$

$$(-5,23) \cdot (-4,78) \cdot 48,3 = 3693,74 \text{ см}^4.$$

Бұрыштың центрден тепкіш инерция моменті

$$D_{x_{c2} y_{c2}} = \sqrt{(J_{x_{c2}} - J_{\min})(J_{y_{c2}} - J_{\min})} =$$

$$\sqrt{(1032 - 604)(3147 - 604)} = 1043,27 \text{ см}^4.$$

Негізгі центральдық инерция моменттерінің мәндерін табамыз:

$$J_{x_0 / y_0} = (J_{x_c} + J_{y_c}) / 2 \pm \sqrt{(J_{x_c} - J_{y_c})^2 + 4D_{x_c y_c}^2} / 2 =$$

$$(9740,1 + 5898) / 2 \pm \sqrt{(9740,1 - 5898)^2 + 4 \cdot (3693,74)^2} / 2,$$

$$\text{осыдан } J_{\max} = 11982,48 \text{ см}^4; \quad J_{\min} = 3655,62 \text{ см}^4.$$

Негізгі центральдық инерция осьтерінің орындарын анықтаймыз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = 2D_{x_c y_c} / (J_{y_c} - J_{x_c}) = 2 \cdot 3693,74 / (5898 - 9740,1) = -1,923;$$

$$2\alpha_0 = -62^{\circ}30'; \quad \alpha_0 = -31^{\circ}15'.$$

Егер $J_{\max}$ және $J_{\min}$ белгілі болса, онда негізгі центральдық инерция осьтерінің орындарын есептеп шығарамыз:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = D_{x_c y_c} / (J_{y_c} - J_{\max}) = 3693,74 / (5898 - 11982,48) = -0,607; \quad \alpha_1 = -31^{\circ}15';$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = D_{x_c y_c} / (J_{y_c} - J_{\min}) = 3693,74 / (5898 - 3655,62) = 1,647; \quad \alpha_2 = 58^{\circ}45'.$$

Сонымен, x осі мен негізгі инерция моменті салыстырғанда ең жоғары болатын осінің араларындағы бұрыш - $31^{\circ}15'$ - ке тең.

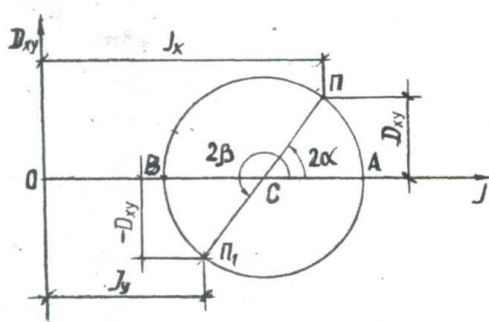
4.3. Инерция шеңбері

J_x , J_y , D_{xy} инерция моменттерінің негізгі $J_{\max}$, $J_{\min}$ инерция моменттерімен байланысын инерция шеңберін салып байқауға болады. Сонымен екі есептің: бірінің тікелей, ал екіншісінің керісінше шешу мүмкіншіліктері кездеседі.

Тікелей есепті шешкенде негізгі инерция моменттері және негізгі осьтердің басқа x , y осьтерімен салыстырғандағы бағыттары белгілі деп саналады. Демек, J_x , J_y , D_{xy} инерция моменттерін анықтап табу қажет. Инерция шеңберін құру үшін тік бұрышты координаттар жүйесін қолданады және белгілі масштабпен абсцисс осі бойына $j_{\max}$, $j_{\min}$ негізгі инерция моменттеріне тиісті ОА және ОВ түзу кесінділері түсіріледі (38-сурет). АВ кесіндіні тең екіге бөліп содан кейін С нүктесінен СА радиусымен инерция шеңбері сызылады. Негізгі $J_{\max}$ осімен α бұрышын құратын x осіне салыстырмалы инерция моментін анықтау үшін СП радиус-түзуі горизонтальға 2α бұрышпен жүргізіледі. Оң таңбалы бұрыштар сағат тілі айналуына кері-, ал сол таңбалы бұрыштар – айналу бағытымен

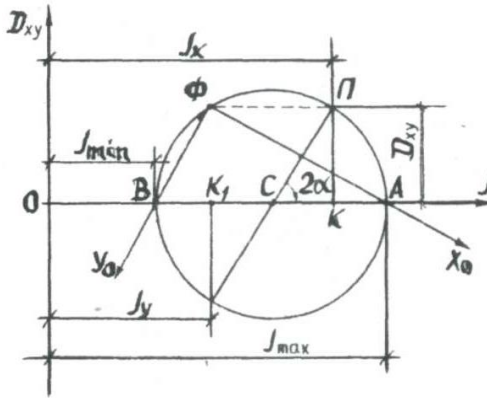
сәйкес болып салынады. Сонымен P -нүктенің ординатасы центрден тепкіш D_{xy} инерция моментіне тең, ал абсциссасы – осьтік J_x , СП түзуді ұзартып, ординатасы центрден тепкіш кері таңбалы инерция моментіне тең, ал абсциссасы - " y " осімен салыстырмалы, негізгі x_0 осіне $\beta = \alpha + \pi/2$ бұрышпен жүргізілген осьтік J_y инерция моментін сипаттайтын P_1 нүктені табамыз.

Центральдық x_c, y_c осьтеріне салыстырмалы J_x, J_y, D_{xy} инерция моменттері керісінше шығарылатын есепте белгілі саналады. Демек, негізгі инерция $J_{\max}, J_{\min}$ моменттерінің мәндерін және негізгі централдық осьтерінің орындарын анықтап табу қажет. Есепті шешу үшін тік бұрышты координаттар жүйесі қолданылады және белгілі масштабпен $OK = J_x, OK_1 = J_y, KP = D_{xy}$ түзу кесінділері салынады (39 - сурет). Осыдан кейін KK_1 кесінді дәл екіге бөлініп C нүктесінің орны инерция шеңберінің центрі ретінде табылады. СП радиусымен A және B нүкте орындарын және $OA = J_{\max} = J_{x_0}, OB = J_{\min} = J_{y_0}$ теңдіктерді сипаттайтын шеңбер жүргізіледі.



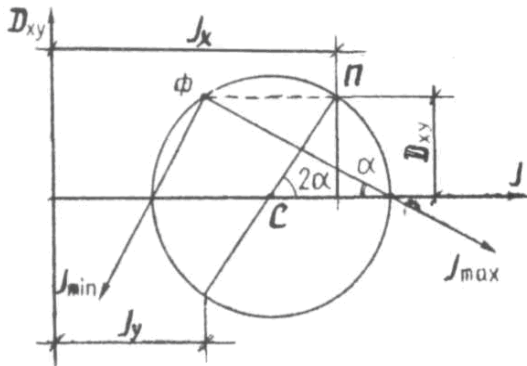
38-сурет. Инерция шеңберін құру тәсілі

Негізгі инерция осьтерінің бағыттарын анықтау үшін полюстің немесе инерция шеңбері фокусінің орнын табу қажет /11/. Осы мақсатпен П нүктеден абсцисс осіне параллель, шеңберді Ф нүктеде қиып өтетін сызықша жүргіземіз. Полюсті А және В нүктелерімен жалғастырып негізгі x_0 , y_0 осьтерінің бағыттарын анықтаймыз.

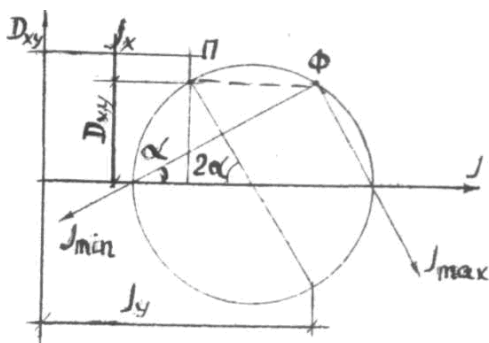


9-сурет. Тік бұрышты координаттар жүйесін қолдану және масштабпен J_x , J_y , D_{xy} салу тәсілі

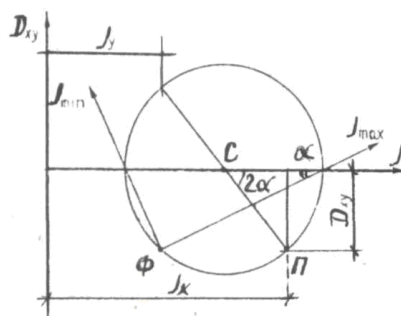
Кері есептің графикалық шешімі түрлі жағдайларға сәйкес 40-43-суреттерде көрсетілген.



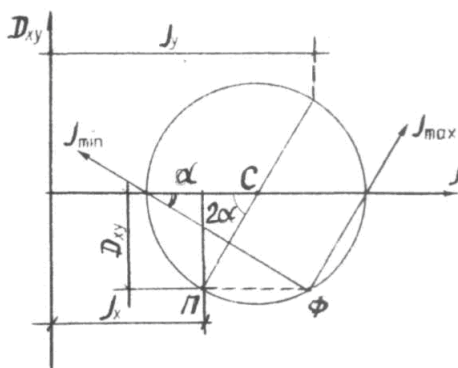
40-сурет. Кері есептің графикалық шешімінің түрі



41-сурет. П нүктесінен абсциссасына параллель жүргізу түрі



42-сурет. Кері есептің графикалық шешу тәсілінің бір көрінісі



43-сурет. Кері есептің графикалық шешімінің түрі

4.4. Инерция эллипсі

Инерция эллипсі қиманың кез келген эллипс центрінен өтетін осьпен салыстырмалы инерция моменттерінің мәндерін табуға мүмкіндік береді. Инерция эллипсінің теңдеуі келесідей:

$$\frac{x_0^2}{i_{y_0}^2} + \frac{y_0^2}{i_{x_0}^2} = 1 \quad (20)$$

деп жазылады. Мұндағы x_0 , y_0 - негізгі централдық осьтермен салыстырмалық эллипс нүктелерінің координаттары; $i_{x_0}^2$, $i_{y_0}^2$ - кима инерциясының централдық негізгі радиустары.

Қима инерциясының негізгі радиустары, берілген нүктеден өтетін осьтер үшін, негізгі инерция моменттері арқылы анықталады, демек:

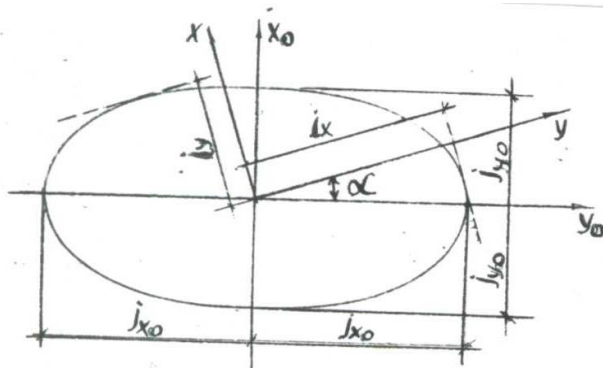
$$i_{x_0} = \sqrt{J_{x_0} / A}; \quad i_{y_0} = \sqrt{J_{y_0} / A}. \quad (21)$$

Егерде кездейсоқ фигура үшін негізгі централдық осьтер орындары белгілі болса, онда масштабпен негізгі инерция радиустарының мәндерін салып және (20) теңдеуді ескеріп инерция эллипсін құрады (44 - сурет).

Инерция эллипсі арқылы негізгі централды x_0 , y_0 осьтерімен α бұрыш жасап жайласқан кездейсоқ x , y осьтерімен салыстырмалы инерция моменттерін анықтау үшін, x , y осьтеріне параллельді эллипске жанамалар жүргізіледі. Эллипс центрінен жанамаларға дейінгі i_x , i_y арақашықтықтар қарастырылған осьтер үшін инерция радиустары саналады.

Сонда инерцияның осьтік моменттері келесі теңдіктермен есептелінеді:

$$J_x = i_x^2 A; \quad J_y = i_y^2 A. \quad (22)$$



44-сурет. Инерция эллипсін құру тәсілі

Бір-біріне перпендикуляр x және y осьтеріне салыстырмалы центрден тепкіш инерция моменті

$$D_{xy} = i_x a A, \quad (23)$$

өрнегімен табылады.

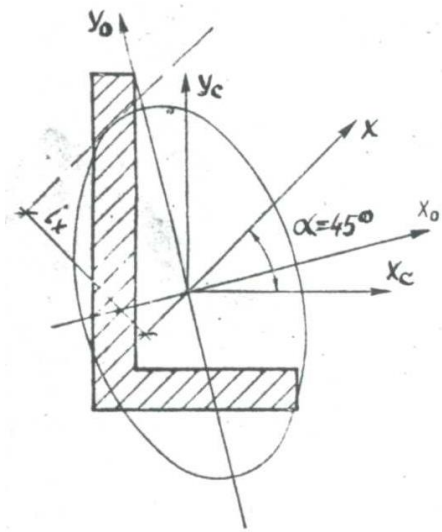
Егер негізгі екі осьтеріне салыстырмалы инерция моменттері бір-біріне тең болса, онда инерция эллипсі шеңберге айналады, ал бұл дөңгелек, сақина, шаршы (квадрат) және т.с. қималарға тән.

Есеп. 36 - суретінде көрсетілген параметрлері: $A = 60 \text{ см}^2$; $J_{x_0} = 2677 \text{ см}^4$; $J_{y_0} = 403 \text{ см}^4$ құрамалы қима үшін инерция эллипсін құру қажет.

Шешімі. Қима инерциясының негізгі радиустарының мәндерін анықтаймыз:

$$i_{x_0} = \sqrt{J_{x_0} / A} = \sqrt{2677 / 60} = 6,68 \text{ см};$$

$$i_{y_0} = \sqrt{J_{y_0} / A} = \sqrt{403 / 60} = 2,59 \text{ см}.$$

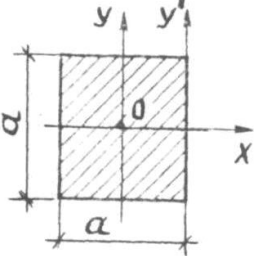
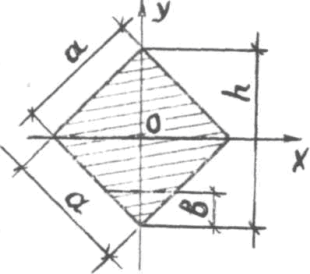
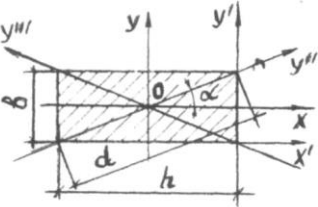


45 - сурет. Инерция эллипсінің құрылуы

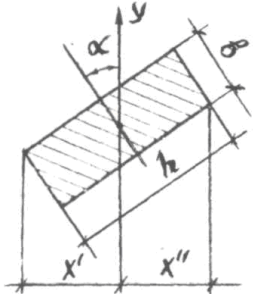
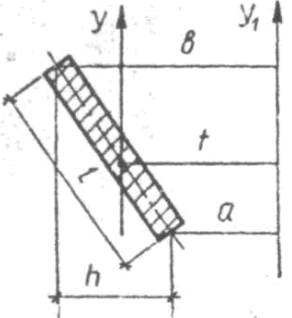
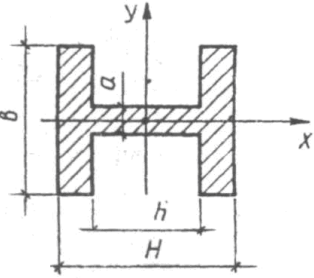
Осы мәліметтер арқылы инерция эллипсін құрамыз (45 - сурет). Эллипс арқылы негізгі x_0 осіне 45° жасап қисайған салыстырмалы x осіне қатысты инерция моментін табамыз. x осіне параллельді эллипске жанама жүргіземіз.

4.2-кесте

Аудандар, салмақ центрінң координаттары, осьтік инерция моменттері, кедергі моменттері және негізгі қима формаларының инерциялық радиустері

Қима	Қима параметрлері
1	2
	Квадрат $A = a^2; J_x = J_y = a^4 / 12;$ $J_{y_1} = a^4 / 3 = a^2 A / 3;$ $J_{p_0} = a^4 / 6; W_y = a^3 / 6;$ $i_x = i_y = a / \sqrt{12} = 0,289a .$
	Қабырғасына таянған квадрат $A = a^2; h = a\sqrt{2};$ $J_x = J_y = a^4 / 12; W_x = 0,118a^3 .$ Жоғарғы және төменгі бұрыштарын қиғанда W_x өседі. Бұрыштарды қиғандағы $b = h/18$ болғанда ең жоғарғы кедергі моменті $W_{x_{срез}} = 0,124h^3 .$
	Тікбұрыш $A = bh; J_y = bh^3 / 12;$ $J_x = hb^3 / 12; J_{y'} = bh^3 / 3;$ $J'_x = b^3 h / 3; D_{x'y'} = b^2 h^2 / 4;$ $J_{y''} = J_{y'''} = d^4 \sin \alpha / 48;$ $J_{p_0} = bh / 12 (b^2 + h^2) \}$ $W_y = bh^2 / 6; W_x = b^2 h / 6;$ $i_x = 0,289b; i_y = 0,289h .$

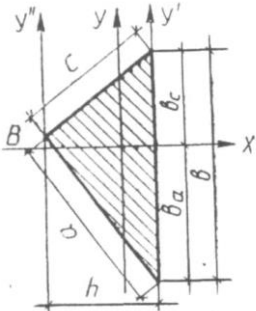
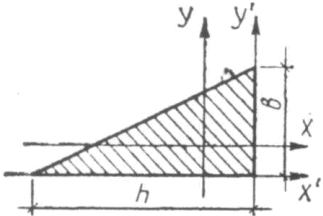
4.2- кестенің жалғасы

	α бұрышына бұрылған тікбұрыш $A = bh; \quad x' = x'' = 1/2(h \cos \alpha + b \sin \alpha);$ $J_y = bh/12(h^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha);$ $W_y = (bh/6)(h^2 \cos^2 \alpha + b \sin^2 \alpha) / (h \cos \alpha + b \sin \alpha);$ $i_y = 0,289\sqrt{h^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha}.$
1	2
	Ені тар тікбұрышты тілім $A = tl; \quad t = (a + b)/2; \quad J_y = tl^3/12;$ $J_{y'} = tl/3(a^2 + ab + b^2)$
	Тікбұрыштардан құрастырылған симметриялы қос тавр $A = ah + b(H - h);$ $J_y = ah^3/12 + b/12(H^3 - h^3);$ $J_x = a^3h/12 + b^3/12(H - h);$ $W_y = b/(6H)(H^3 - h^3) + ah^3/(6H);$ $W_x = a^3h/(6b) + b^3/6(H - h).$

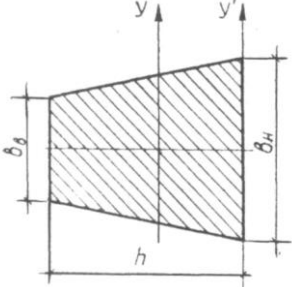
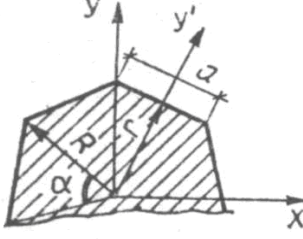
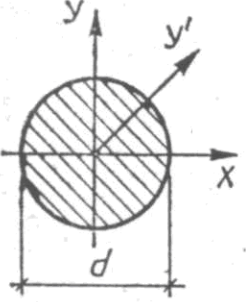
4.2- кестенің жалғасы

	Тікбұрыштардан құрастырылған симметриясыз қос тавр $A = bC_h + a(h_b - h_h) + BC_b;$ $b_1 = b - a;$ $B_1 = B - a;$ $x_h = [nH^2 + B_1C_h^2 + b_1C_b(2H - C_b)] / [2(aH + B_1C_b + b_1C_b)];$ $x_b = H - x_h;$ $J_y = 1/3(Bx_h^3 - B_1h_h^3 + bx_b^3 - b_1h_b^3).$
	Тең жақты бұрыш $A = t(2h - t);$ $x_b = [(h^2 + ht + t^2)] / [2(2h - t)\cos 45^\circ];$ $x_H = (h + t - 2c) / \sqrt{2};$ $J_y = 1/2[2c^4 - 2(c - t)^4 + t(h - 2c + t/2)^3];$ мұндағы $c = x_b \cos 45^\circ$.
	Жақтары тең емес бұрыш $A = t(b + h_1) = t(h + b_1);$ $y_0 = (b^2 + h_1t) / [2(b + h_1)];$ $x_b = (h^2 + b_1t) / [2(h + b_1)];$ $J_y = 1/3[t(h - x_b)^3 + bx_b^3 - b_1(x_b - t)^3];$ $J_x = 1/3[t(b - y_0)^3 + hy_0^3 - b_1(y_0 - t)^3];$ $D_{xy} = -(bb_1hh_1t) / [4(b + h_1)] =$ $-(bb_1hh_1t) / [4(h + b_1)].$

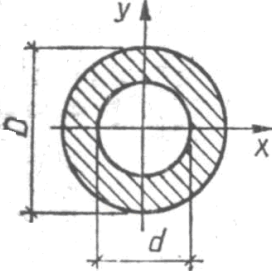
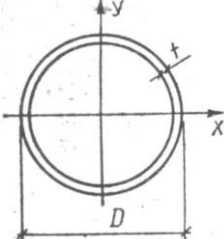
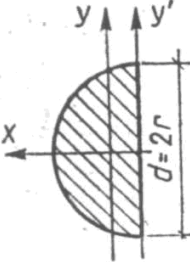
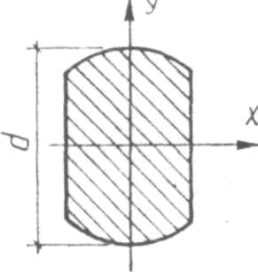
4.2- кестенің жалғасы

	Үшбұрыш $A = 1/2hb; \quad x_H = 2h/3;$ $a = (b_a - b_c)/3;$ $J_y = bh^3/36; \quad J_{y'} = bh^3/12;$ $J_{y''} = bh^3/4;$ $J_x = hb(b^2 - b_a b_c)/36;$ $J_{x'} = h(b_a^3 + b_c^3)/12;$ $J_{p_0} = [bh(h^2 + b_a^2 + b_a b_c + b_c^2)]/36;$ $J_{p_B} = h/12(3bh^2 + b_a^3 + b_c^3);$ $W_{y_h} = bh^2/12 - \text{оң тармақтар үшін};$ $i_y = 0,2357h; \quad W_y = bh^2/24 - \text{сол тармақтар үшін.}$
	Тікбұрышты үшбұрыш $A = bh/2; \quad x_{h_1} = h/3; \quad x_{h_2} = 2h/3;$ $b_1 = b/3; \quad b_2 = 2b/3; \quad J_y = bh^3/36;$ $J_x = b^3h/36; \quad D_{xy} = -b^2h^2/72;$ $J_{y'} = bh^3/12;$ $J_{x'} = b^3h/12; \quad D_{x'y'} = b^2h^2/24;$ $J_{p_0} = bh/36(h^2 + b^2) = bhc^2/36,$ мұндағы $c^2 = h^2 + b^2;$ $J_{p_D} = bh/36(h^2 + b^2) = bhc^2/12;$ $W_{y_b} = bh/12 - \text{оң тармақтар үшін};$ $i_y = 0,2357h; \quad W_{y_B} = bh^2/24 - \text{сол тармақтар үшін.}$

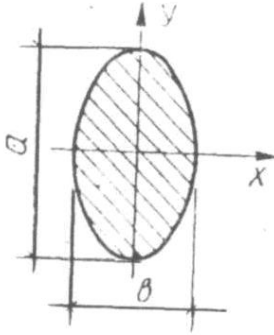
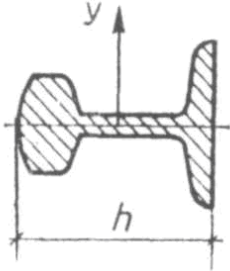
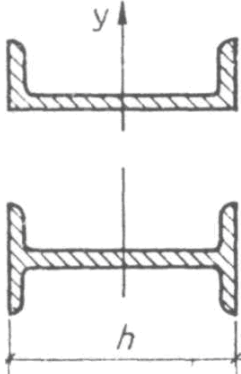
4.2- кестенің жалғасы

	Трапеция $A = 1/2(b_h + b_b)h;$ $x_h = (b_h + 2b_b)h/[3(h_h + h_b)];$ $x_b = (2b_h + b_b)h/[3(b_h + b_b)];$ $J_y = h^3(b_h^2 + 4b_h b_b + b_b^2)/[36(b_h + b_b)];$ $J_{y'} = h^3(b_h + 3b_b)/12;$ $J_{y''} = h(2b_h + b_b)/12;$ $i_y = h\sqrt{2(b_h^2 + 4b_h b_b + b_b^2)}/[6(b_h + b_b)].$
1	2
	п – жакты дұрыс көп бұрыш $A = 1/4na^2 \operatorname{ctg} \alpha;$ $R = a/(2 \sin \alpha);$ $r = a/(2 \operatorname{tg} \alpha);$ $J_y = J_{y'} = nar/96(12r^2 + a^2).$
	Дөңгелек $A = \pi d^2/4 \approx 0,785d^2;$ $J_x = J_y = J_{y'} =$ $= \pi d^4/64 = 0,05d^2;$ $J_{p_0} = 2J_y = \pi d^4/32;$ $W_y = W_x = W_{y'} = \pi d^3/32 \approx 0,1d^3;$ $i_x = i_y = d/4.$

4.2-кестенің жалғасы

	Сақина $A = \pi D^2 / 4 (1 - \alpha^2)$ $\alpha = d / D; J_x = J_y =$ $= \pi D^4 / 64 (1 - \alpha^2) \approx 0,05 D^4 (1 - \alpha^4);$ $W_y =$ $\pi D^3 / 32 (1 - \alpha^4) \approx 0,1 D^3 (1 - \alpha^4);$ $i_x = i_y = D / 4 \sqrt{\alpha^2 + 1}.$
	Жұқа сақина ($t \ll D$) $A = \pi D t;$ $J_x = J_y = \pi D^3 t / 4 = 0,3926 D^3 t;$ $W_x = W_y = \pi D^2 t / 4 \approx 0,7853 D^2 t;$ $i_x = i_y = 0,353 D.$
	Жартылай дөңгелек $A = \pi d^2 / 8 \approx 0,392 d^2; x_h = 0,2122 d;$ $x_b = 0,2878 d; J_y = 0,00686 d^4;$ $J_x = J_{y'} = \pi d^4 / 128 \approx 0,025 d^4;$ $W_{y_h} = 0,2587 r^3;$ $W_{y_b} = 0,1908 r^3.$
1	2
	Асты мен үсті жонылған бөрене қимасы $h = 0,866 d; J_y = 0,039 d^4;$ $W_y = 0,088 d^3; i_y = 0,223 d.$

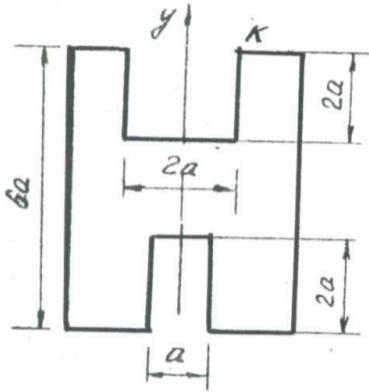
4.2-кестенің жалғасы

	Эллипс $A = \pi ab / 4; J_y = \pi ab^3 / 64;$ $J_x = \pi a^3 b / 64;$ $W_y = \pi ab^2 / 32;$ $W_x = \pi a^2 b / 32; i_y = b / 4;$ $i_x = a / 4.$
	Теміржол рельсінің қимасы (жуық өрнектер) $A \approx 0,238h^2; x_h = 0,5h; J_y \approx 0,032h^4;$ $W_y = 0,064h^3; i_y = 0,37h.$
	Стандартты прокат профильдерінің қималары (жуық өрнектер) 1) швеллер: $W \approx (h + 5)^3 / 81$ 2) қос тавр: $W \approx (h + 2)^3 / 51.$

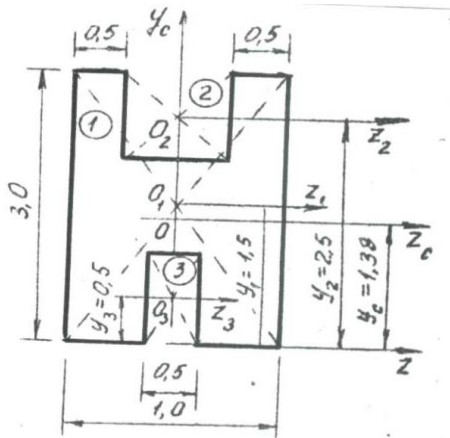
4. 5. Колоннаның орталығынан тыс қысылуын есептеу

Бастама деректер: $a = 0,5м$; $[\sigma]_p = 200кПа$;
 $[\sigma]_c = -2000кПа$; қысатын күш K нүктесіне әсер етеді;
 көлденең қиманың схемасы 46 - суретте көрсетілген.

z , y осьтеріне салыстырмалы салмақ центрінң орнын анықтау (47 - сурет).



46-сурет. Көлденең қиманың схемасы



47-сурет. Салмақ центрінң орнын анықтау

Қосынды элементтердің аудандарын

$$A_1 = 6a \cdot 4a = 6 \cdot 0,5 \cdot 4 \cdot 0,5 = 6m^2;$$

$$A_2 = 2a \cdot 2a = 4 \cdot 0,25 = 1m^2; A_3 = 2a \cdot a = 1 \cdot 0,5 = 0,5m^2.$$

деп келтіріп және олардың салмақ центрлерінің координаттарын $z_1 = 0, y_1 = 3a = 1,5m; z_2 = 0, y_2 = 5a = 2,5m; z_3 = 0, y_3 = a = 0,5m$ белгілеп y_c мәнін табамыз:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2 - A_3 y_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{6 \cdot 1,5 - 1 \cdot 2,5 - 0,5 \cdot 0,5}{6 - 1 - 0,5} = 1,38m.$$

Координаттар жүйесіндегі қима элементтерінің салмақ центрлерінің координаттары:

$$z_c - y_c; a_1 = y_1 - y_c = 1,5 - 1,38 = 0,12m;$$

$$a_2 = y_2 - y_c = 2,5 - 1,38 = 1,12m;$$

$$a_3 = y_c - y_3 = 1,38 - 0,5 = 0,88m.$$

Қиманың салмақ центрі координаттарының анықталуын тексергенде:

$$S_{z_c} = \sum_1^3 A_i a_i = 0,6(-0,12) + 1 \cdot 1,12 + 0,5(-0,88) \approx 0.$$

Қиманың центрлік инерция моменттерінің анықталуы:

$$J_u = \sum_1^3 (J_{z_{ci}} + a_i^2 A_i) = J_{z_{c1}} + a_1^2 A_1 - (J_{z_{c2}} + a_2^2 A_2) - (J_{z_{c3}} + a_3^2 A_3) =$$

$$\frac{2 \cdot 3^3}{12} + (0,12)^2 \cdot 6 - \left[\frac{1 \cdot 1^3}{12} + (1,12)^2 \cdot 1 \right] - \left[\frac{0,5 \cdot 1^3}{12} + (0,88)^2 \cdot 0,5 \right] = 2,825m^4;$$

$$J_{\vartheta} = \sum_1^3 (J_{y_{ci}} + b_i^2 A_i) = J_{y_{c1}} - J_{y_{c2}} - J_{y_{c3}} = \frac{3 \cdot 2^3}{12} - \frac{1 \cdot 1^3}{12} - \frac{1 \cdot 0,5^3}{12} = 1,903m^4.$$

Бейтарап сызықтың орынын анықтағанда, орталық осьтер мен салыстырмалы күш әсер еткен нүктенің координаттары тең:

$$u_F = 0,5\text{м}; \quad g_F = 1,62\text{м}.$$

Киманың инерция радиустарының квадраттары:

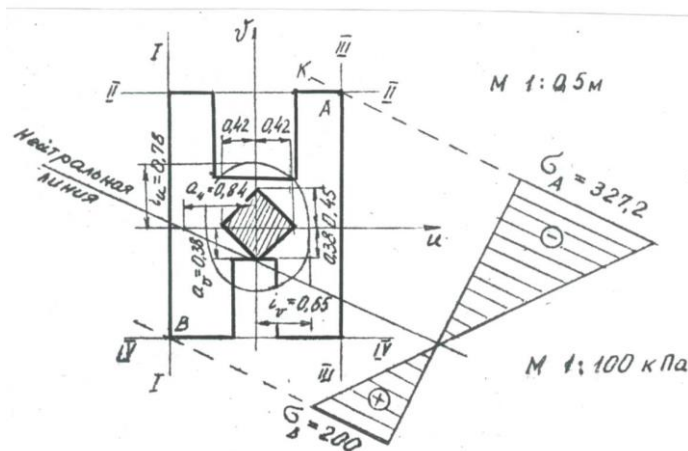
$$i_u^2 = \frac{J_u}{A} = \frac{2,825}{4,5} = 0,62\text{м}^2; \quad i_g^2 = \frac{J_g}{A} = \frac{1,903}{4,5} = 0,42\text{м}^2;$$

$$i_u = 0,78\text{м}; \quad i_g = 0,65\text{м}.$$

Координаттар осьтерінен бейтарап сызығы қиған кесінділер:

$$a_u = -\frac{i_g^2}{u_F} = -\frac{0,42}{0,5} = -0,84\text{м}; \quad a_g = -\frac{i_u^2}{g_F} = -\frac{0,62}{1,62} = -0,38\text{м}.$$

Инерция эллипсі және бейтарап сызығы 48 - суретте көрсетілген.



48-сурет. Инерция эллипсі және бейтарап сызығы

Нүктелердің координаттарын есептеу және қиманың түйінін (ядросын) құру.

Жанама I-I:

$$a_{u1} = -1м; \quad a_{g1} = \infty; \quad u_{я1} = -\frac{i_g^2}{a_{u1}} = -\frac{0,42}{-1} = 0,42м; \quad a_{я1} = 0.$$

Жанама II-II:

$$a_{g2} = 1,62м; \quad a_{u2} = \infty; \quad g_{я2} = -\frac{i_u^2}{a_{g1}} = -\frac{0,62}{1,62} = -0,38м; \quad u_{я1} = 0.$$

Жанама III-III:

$$a_{u3} = 1м; \quad a_{g3} = \infty; \quad u_{я3} = -\frac{i_g^2}{a_{u3}} = -\frac{0,42}{1} = -0,42м; \quad g_{я3} = 0.$$

Жанама IV-IV:

$$a_{g4} = -1,38м; \quad a_{u4} = \infty; \quad g_{я4} = -\frac{i_u^2}{a_{g4}} = -\frac{0,62}{-1,38} = 0,449м; \quad g_{я4} = 0.$$

Жүктеменің ұйғару мәнін анықтау: колоннаның көлденең қимасының қысылу жағында А және созылу жағында В нүктелері қауіпті саналады. Осы нүктелер үшін мықтылық шарттары:

$$\sigma_A = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{u_F u_A}{i_g^2} + \frac{g_F g_A}{i_u^2} \right) \leq [\sigma_c],$$

$$\sigma_B = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{u_F u_B}{i_g^2} + \frac{g_F g_B}{i_u^2} \right) \leq [\sigma_p],$$

$$F_{кр} = (a - b\lambda)A = (310 - 1,14 \cdot 31,6)46,5 \cdot 10^{-4} = 1,274(мН).$$

Мысал (49-сурет). Инерцияның негізгі центральдық моменттерін және негізгі центральдық инерция осьтерінің орындарын анықтау.

1. Қиманың x^*, y^* осьтеріне салыстырмалы ауырлық центрінің орнын анықтаймыз.

$$x_c = \frac{F^I x_1 + F^{II} x_2}{F^I + F^{II}} = \frac{0,5 \cdot 3 \cdot 6(-2) + 6 \cdot 2 \cdot 0}{0,5 \cdot 3 \cdot 6 + 6 \cdot 2} = -0,857(\text{см});$$

$$y_c = \frac{F^I y_1 + F^{II} y_2}{F^I + F^{II}} = \frac{0,5 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 + 6 \cdot 2 \cdot 0}{0,5 \cdot 3 \cdot 6 + 6 \cdot 2} = 1,29(\text{см}).$$

2. $X_c O Y_c$ осьтеріне салыстырмалы инерция моменттерін анықтаймыз.

$$J_{x_c} = J_{x_1}^I + F^I a_1^2 + J_{x_2}^{II} + F^{II} a_2^2 =$$

$$\frac{3 \cdot 6^3}{36} + 0,5 \cdot 3 \cdot 6(1,71)^2 + \frac{6 \cdot 2^3}{12} + 6 \cdot 2(-1,29)^2 = 68,28 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_c} = J_{y_1}^I + F^I b_1^2 + J_{y_2}^{II} + F^{II} b_2^2 =$$

$$\frac{6 \cdot 3^3}{36} + 0,5 \cdot 3 \cdot 6(-1,14)^2 + \frac{2 \cdot 6^3}{12} + 6 \cdot 2(0,857)^2 = 61,01 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_c y_c} = J_{x_1 y_1}^I + F^I a_1 b_1 + J_{x_2 y_2}^{II} + F^{II} a_2 b_2 =$$

$$-\frac{3^2 \cdot 6^2}{72} + 0,5 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 1,71 \cdot (-1,14) + 0 +$$

$$+ 2 \cdot 6(-1,29) \cdot 0,857 = -35,31 \text{ см}^4$$

$$a_1 = y_1 - y_c = 3 - 1,29 = 1,71 \text{ см};$$

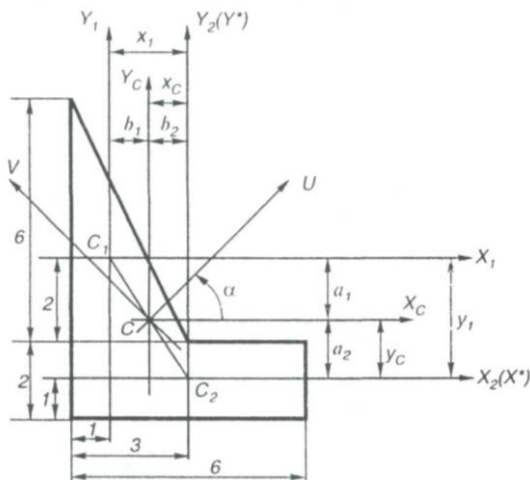
$$b_1 = x_c - x_1 = 0,857 - 2 = -1,14 \text{ см};$$

$$a_2 = -y_c = -1,29 \text{ см};$$

$$b_2 = x_c = 0,857 \text{ см}.$$

Тексеру: $\frac{|a_1|}{|a_2|} = \frac{|b_1|}{|b_2|} = \frac{F''}{F'};$

$$\frac{1,71}{1,29} = \frac{1,14}{0,857} = \frac{12}{9}; \quad 1,33 = 1,33 = 1,33.$$



49-сурет. Инерцияның негізгі центральдық моменттерін және олардың осьтерінің орындарын анықтау

3. Негізгі центральды осьтердің және оларға салыстырмалы инерция моменттерінің орындарын анықтаймыз.

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2J_{x_c y_c}}{J_{y_c} - J_{x_c}} = \frac{2(-35,31)}{61,01 - 68,28} = 9,71;$$

$$2\alpha = \operatorname{arctg}(9,71) = 84^{\circ}12'; \quad \alpha = 42^{\circ}6'.$$

$\alpha > 0$ болғандықтан $X_c O Y_c$ осьтер негізгілерге айналу үшін, оларды сағат жүрісіне кері бұруымыз керек.

$$J_{\min}^{\max} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2}\right)^2 + J_{x_c y_c}^2} = \frac{68,28 + 61,01}{2} \pm \sqrt{\frac{(68,28 - 61,01)^2}{2} + (-35,3)^2} = 64,645 \pm 35,49;$$

$$J_{\max} = J_u = 100,14 \text{ см}^4;$$

$$J_{\min} = J_v = 29,155 \text{ см}^4.$$

$$\text{Тексеру: } J_{\max} + J_{\min} = J_{x_c} + J_{y_c};$$

$$100,14 + 29,155 = 68,28 + 61,01; \quad 129,3 = 129,3.$$

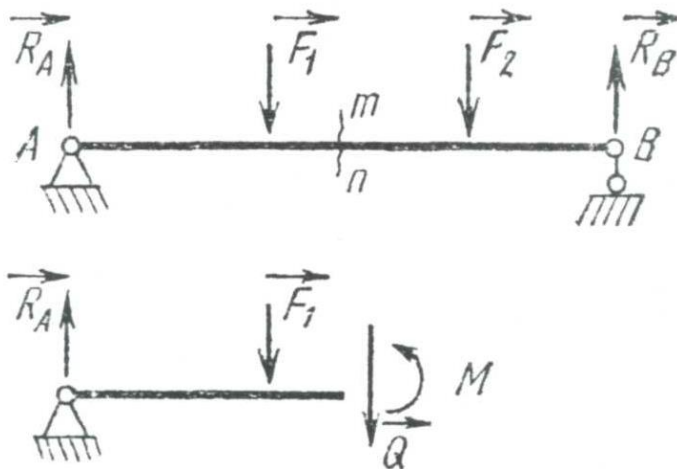
4.6. Ию моменті және көлденең күш түсініктері

Екі тірегі бар (50 - суретте), көлденең тік $\vec{F}_1$ және $\vec{F}_2$ күштермен жүктелген АВ қарыны қарастырамыз. Статиканың формулаларын қолданып қарының $\vec{R}_A$ және $\vec{R}_B$ тіректер реакцияларын табуға болады.

Қарының үлкендігін табу үшін, көрсетілген жүктемелер әсер еткенде оның қимасында қандай ішкі күштер пайда болатынын табамыз. Бұл үшін қима тәсілін қолданамыз. Қарының көлденең қимасында әсер ететін күштер оның осіне перпендикуляр бағытталған жалғыз күшпен бір қос күштеріне пара-пар (эквивалентті) болады.

Қос күштерінің M моменті *тп* қимадағы *ию моменті* деп, ал $\vec{Q}$ күші *көлденең* (кесетін) күш деп аталады.

Ию M моменті және көлденең $\vec{Q}$ күші – бұлар қарының көлденең қимасында пайда болатын ішкі күштер мен кернеулердің қимадағы тарауын анықтайтын факторлар.



50-сурет. Ию моменті мен көлденең күшті анықтауға

Көлденең $\vec{Q}$ күшінің абсолюттік мәні қиманың сол жағындағы барлық күштердің тік бағытталған оське түсірілген проекцияларының алгебралық қосындысына тең. Егерде проекциялардың алгебралық қосындысы тік жоғары бағытталған құрамды берсе, онда $\vec{Q}$ оң таңбалы, егер тік төмен бағытталған құрамды берсе, онда $\vec{Q}$ теріс таңбалы болғаны.

Ию M моменті қимаға қатынасты, оның сол жағындағы күштер моменттерінің алгебралық қосындысына тең. Егер қорытынды моменттің бағыты сағат тілінің айналу бағыты мен сәйкес болса, онда ию моменті оң таңбалы, егер керісінше болса, онда ию моменті сол таңбалы деп саналады.

Ию моментін және көлденең күшті қиманың оң жағында қарастырып табуға болады. Бұл жағдайда да M мен $\vec{Q}$ табу тәсілдері сақталады. Ал, белгілердің оң-терістік ережелері керісінше болады.

Оң таңбалы ию моменті қары қимасының төменгі тарамдарының созылуын және жоғары жағындағы тарамдарының қысылуын қоздырады. Ию моментінің және

көлденең күшінің абсолюттік мәндері мен таңбалары қарының көлденең қимасының орнына тәуелді болғандықтан, бұл негізгі есептемелі көрсеткіштерді қарының әр кездейсоқты қималарында да таба білген жөн.

Ию моменттері мен көлденең күштерінің табылған нәтижелерін, олардың эпюралары атанатын графиктерін салу арқылы көрсетіледі.

Ию моменттерінің эпюраларын салу жолы келесі көрсеткендегідей болады. Қарының осіне параллельді сызықтың әр нүктесінен перпендикуляр тұрғызып, оның бойымен таңдалған масштабмен ию моментінің тиісті мәні салынады. Осылай табылған нүктелер сызықпен біріктіріледі.

Оң таңбалы ию моменттерінің мәндері қары осінен төмен қарай бағытталып салынады. Осылайша қарының созылудағы тарамдар жағының эпюрасы көрсетіледі. Сондықтан моменттер эпюрасы созылған тарамның бойында тұрғызылады деп те айтады.

Көлденең күштердің эпюрасы дәл жоғарыда келтірілгендей салынады. Бұл жағдайда көлденең күштердің оң шамалы мәндері қары осінің үстіңгі жағында орнатылады.

Қарапайым жүктемелердің ию моменттері және көлденең күштері эпюраларын құралық.

51-суретте ұзындығы l АВ қары дәл ортасына түскен $\vec{F}$ күшімен жүктелген. Қарының тіректер реакциялар

$$R_A = R_B = F / 2.$$

Қиманы сол жақтағы тіректен x қашықтықта, демек $x \leq l / 2$ шартын орындап, өткіземіз. Ию M_x моменті мен көлденең Q_x күші тиісті келесілерге тең:

$$M_x = R_A x = F_x / 2; \quad Q_x = R_A = F / 2.$$

M_x -ты x -қа бірнеше мән беріп табалық:

$$x = 0, \quad M = 0;$$

$$x = \frac{1}{4} \ell, \quad M = F\ell/8;$$

$$x = \frac{3}{8} \ell, \quad M = \frac{3}{16} F\ell; \quad Q = F/2 = \text{const.}$$

$$x = \frac{1}{2} \ell, \quad M = F\ell/4;$$

Енді қиманы сол жақтағы тіректен x қашықтықта және де $x \geq \ell/2$ шартын орындап өткіземіз. Бұл жағдайда M_x және Q_x тең:

$$M_x = R_A \cdot x - F(x - \ell/2) = Fx/2 - Fx + F\ell/2;$$

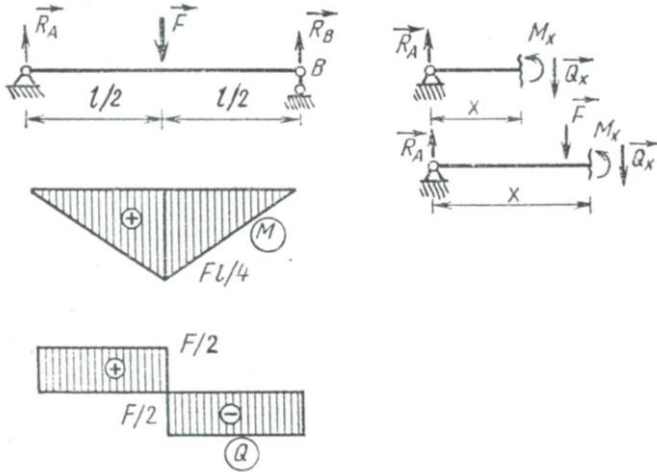
$$M_x = F(\ell/2 - x/2); \quad Q_x = R_A - F = -F/2.$$

M_x -ты x -қа бірнеше мән беріп табамыз:

$$\begin{aligned} x &= \ell/2, & M &= F\ell/2; \\ x &= (5/8)\ell, & M &= (3/16)F\ell; \\ x &= (3/4)\ell, & M &= (1/8)F\ell; \quad Q = -F/2 = \text{const} \\ x &= (7/8)\ell, & M &= F\ell/16; \\ x &= \ell, & M &= 0. \end{aligned}$$

Тіректерде ию моменттері нөлге тең екендерін, ал арақашықтықтың ортасындағы ($\vec{F}$ күші әсер еткен нүктеге сол және оң жағынан да өте жақын маңайларда) ию моменті $F\ell/4$ тең екенін есеп нәтижелері көрсетеді.

Сол жақтағы тіректен күш әсер етіп тұрған нүктеге дейін көлденең Q күшінің мәні тұрақты және $F/2$ -ге тең; күш түскен нүктеден оң жақтағы тірекке дейін де Q -дің мәні тұрақты және $(-F/2)$ - ге тең; күш әсер етіп тұрған нүктеде Q күші кенет өзгеріп F күшіне теңеледі.



51-сурет. Дәл ортасында шоғырланған күшпен жүктелген қарының ию моменттері мен көлденең күштердің эпюралары

Ию моменттері мен көлденең күштерінің эпюраларын салсақ, онда ию моменттерінің өзгеру графигі сынық-сынық сызықшаны береді. Күш әсер еткен нүктеде, демек $X = \ell/2$ болғанда ию моментінің ең жоғарғы мәні $M_{\max} = F\ell/4$.

2. Аралығы ℓ AB қарысы (52 - суретте) бір келкі таралған q күшімен жүктелген. R_A және R_B тірек реакцияларын табамыз. Бұл үшін біркелкі таралған жүктемені оған тең әсерлі қары ортасына түсетін $F=ql$ күшіне ауыстырамыз. Тепе - теңдіктің теңдеулерін құрамыз.

$$\sum M_A = 0; \quad ql(\ell/2) - R_B \ell = 0;$$

$$R_B = q\ell/2;$$

$$\sum F_Y = 0; \quad R_A + R_B - ql = 0;$$

$$R_A = q\ell/2.$$

Көлденең қиманы сол жақтағы тіректен x қашықтықта өткізіп қимадағы M_x пен Q_x табамыз:

$$M_x = R_A x - q x (x/2) = qx \ell / 2 - qx^2 / 2 = (q \ell / 2) (l-x);$$

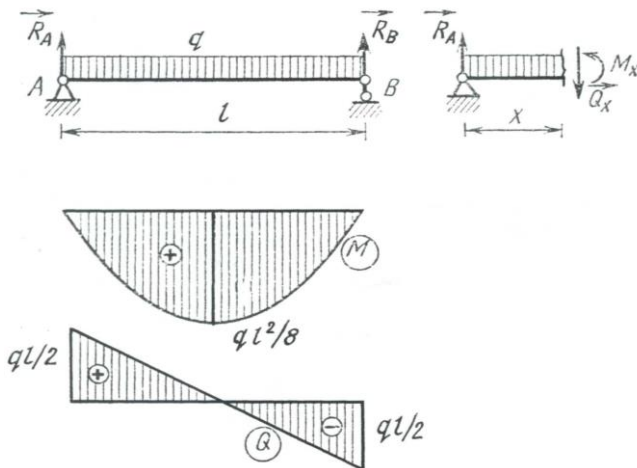
$$Q_x = R_A - q x = q \ell / 2 - qx = q [(\ell / 2) - x].$$

M және Q эпюраларын саламыз

Біркелкі таралған жүктеме әсер еткенде ию моменттерінің түрі квадраттық параболаны көрсетеді. Ию моменті ең жоғарғы $M_{\max} = q \ell^2 / 8$ көрсеткішіне (максимумына) $x = \ell / 2$ (арақашықтық ортасында) болғанда жетеді.

Біркелкі таралған жүктеме әсер еткенде Q эпюрасы арақашықтық ортасы нөлден өтіп қиғаш түзу болып түседі.

3. Бір жағы бос қарының A ұшы қабырғада қатты бекітілген, ал екінші үшін $\vec{F}$ күші әсер етіп тұр (53 - сурет).



52-сурет. Үстіне біркелкі таралған жүктемесі бар қарының ию моменттері мен көлденең күштерінің эпюралары

Тіректің кері әсері (реакциясы) $R_A = - F$, тірек моменті

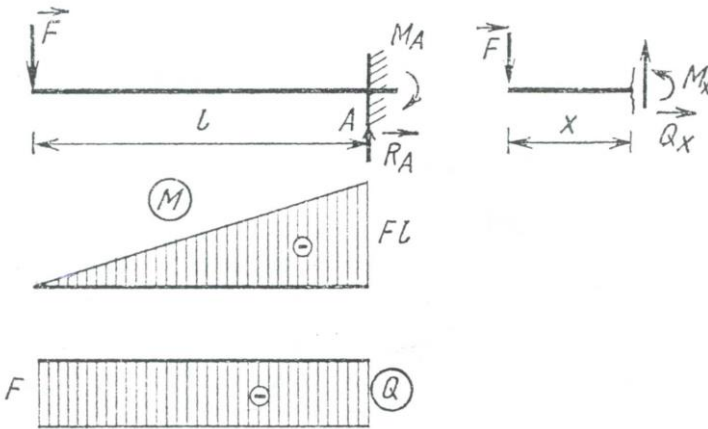
$$M_A = - F \ell .$$

Бір жағы бос қарыны ұшынан x – қашықтықта көлденең қиып M_x және Q_x табамыз;

$$M_x = -Fx; \quad Q_x = -F.$$

Табылған мәндері арқылы ию M_x моменттерінің және көлденең Q_x күшінің эпюраларын тұрғызамыз.

Ию моменттерінің эпюрасы қиғаш сызықпен көрсетіледі; $x = \ell$ (бекітпеде) болғанда $M_{\max} = -F\ell$.



53-сурет. Бос жағындағы ұшында шоғырланған күшпен жүктелген қарының (консольдің) ию моменттері мен көлденең күштерінің эпюралары

4.7. Көлденең күштермен ию моменттері эпюраларының тұрғызулары

Күрделі күшпен жүктелген қарылардың ию моменттері мен көлденең күштерінің эпюраларын мына кезекпен құрады:

- қарының тіректер реакцияларын табады;
- нүктелерге түскен күштерді, немесе біркелкі таралған жүктемесі бар бөліктердің басы мен соңын ескеріп қарыны осындай ерекше нүктелері арқылы бөлшектерге бөледі;
- әр бөлшектерде көлденең қималар жүргізіледі;
- әр бөлшек ауданның ию моменті мен көлденең күшінің формулалары жазылады;

- барлық бөлшек аудандардың шекаралықтарындағы ию моменттері мен көлденең күштерінің мәндерін табады;
- эпюраларды құрады.

Есеп. Қарының M және Q эпюраларын салу керек. Күштер мен өлшемдер (54 - сурет) көрсетілген.

Шешімі. AB қарының тіректер реакцияларын табамыз.

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0; & 2 \cdot 2 + 10 \cdot 4 - R_B \cdot 7 &= 0; & R_B &= 6,3 \text{ кН}; \\ \sum M_B &= 0; & 2 \cdot 5 - 10 \cdot 3 + R_A \cdot 7 &= 0; & R_A &= 5,7 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Қарыны ab ; bc ; cd ; бөліктерге бөлеміз. M мен Q -ді ab арақашықтығында табамыз. I-I- көлденең қима жүргіземіз.

$$0 \leq x \leq 2; \quad M = 5,7x; \quad Q = 5,7 \text{ кН};$$

$$x = 0, \quad M = 0$$

$$x = 2 \text{ м}, \quad M = 11,4 \text{ кНм} \quad Q = 5,7 \text{ кН}.$$

M мен Q табу үшін bc - арақашықтықта II-II қима жүргіземіз.

$$2 \leq x \leq 4; \quad M = 5,7x - 2(x - 2); \quad Q = 5,7 - 2 = 3,7 \text{ кН}$$

$$x = 2 \text{ м}, \quad M = 11,4 \text{ кНм};$$

$$x = 4 \text{ м} \quad M = 18,8 \text{ кНм}; \quad Q = 3,7 \text{ кН}.$$

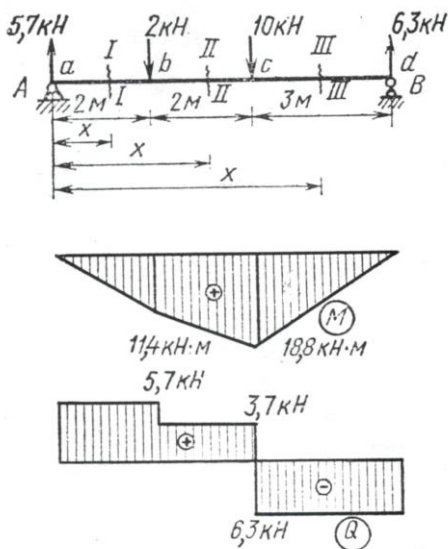
M мен Q табу үшін cd – арақашықтықта III-III – қима жүргіземіз.

$$4 \leq x \leq 7; \quad M = 5,7x - 20 \cdot (x - 2) - 10(x - 4);$$

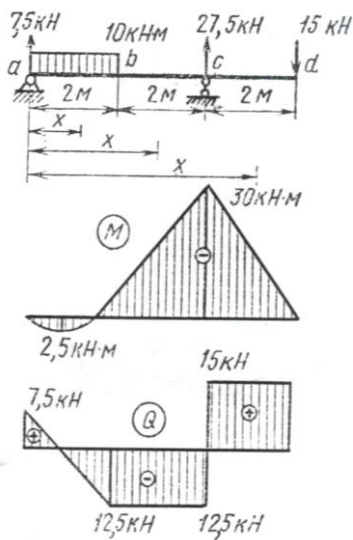
$$Q = 5,7 - 2 - 10 = -6,3 \text{ кН};$$

$$x = 4, \quad M = 18,8 \text{ кНм};$$

$$x = 7 \text{ м}, \quad M = 0; \quad Q = -6,3 \text{ кН}.$$



54-сурет. Бірінші есептікі



55-сурет. Екінші есептікі

Қарының әр бөлшектерінің шегералық нүктелеріне лайықты табылған M мен Q мәндерін таңдаған масштабпен салып және олардың әр бөлшектерде x - өсіне тәуелді өзгерулерін еске ала отырып, эпюраларын құрамыз.

Есеп. Қарының M мен Q эпюраларын құру (55-сурет).
Күштер мен өлшемдер суретте көрсетілген.

Ескерту. *ав* арақашықтықта M эпюрасы квадратты параболамен қоршалып салынған, өйткені қарының бұл аралығы біркелкі таралған күшпен жүктелген.

4.8. Түзу бөрене (брус) иілгенде пайда болатын кернеулер

Иілгенде пайда болатын кернеулерді табу үшін, ию моменттері мен көлденең күштердің қарыда таралуын (56 - сурет), оны екі симметриялық бір-біріне тең күштермен жүктегенде қарастырамыз.

Ию моменттерінің эпюрасынан қарының орталық бөлігінде ию моментінің мәні тұрақты екенін көреміз, ал көлденең күштерінің эпюрасынан бұл арада көлденең күш нөлге тең екенін көреміз. Қарының мұндай жағдайы таза иілу деп аталады.

Таза иілу кезінде қары қандай кернеулер мен деформациялар арқылы сыналатынын анықтаймыз (57а – сурет). Қарының ию M моменттері әсер етіп тұрған бөлігін (элементін) бөліп алып қарастырып, бұл ұзындығы ℓ элементінің деформациялары 57а - суреттегідей екенін көреміз.

Анығырақ болу үшін, бетінде тік және горизонтальды сызықтар түсірілген төрт бұрышты резинке таяқшасы иілгенде (57 б – сурет), тік сызықтар түзулігін сақтап, олар тек қана орталық горизонтальдық жазықтықта өткен нүктелерін айналып бұрылады және бұл жазықтық қисайғанда да оған тіктігін (перпендикуляр) екендіктерін сақтайды.

Қары өсінен өткен горизонтальдық жазықтықта жатқан тарам - талшықтар созылмай иіледі, сондықтан бұл жазықтықты бейтарапты (нейтралды) қабыршық деп атайды.

Бейтарапты қабыршықтан жоғары жатқан тарам - талшықтар сығылудан иіліп қысқарады, ал бейтарапты

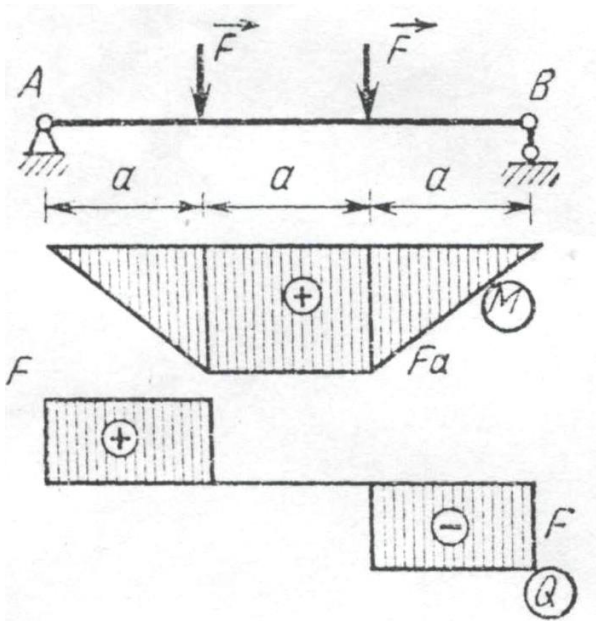
қабыршықтан төменгі тарам-талшықтар иіліп созылудан ұзарады.

Қарының көлденең қимасы жазықтығының бейтарапты қабыршықпен кездесу сызығын (OZ - осін) *бейтарапты осі* деп атайды.

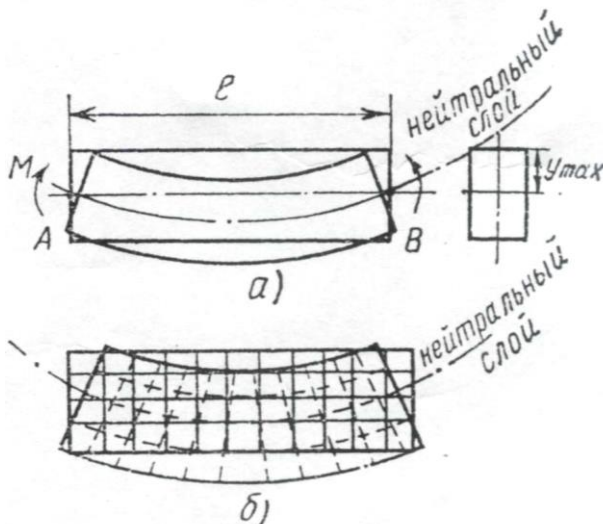
Таза иілу деформациясы болғанда қима жазықтығын сақтап, толығынан бейтарапты осі арқылы айналады.

Тәжірибелермен дәлелденген осы болжау *жазықтық қималар гипотезасы* деп аталады.

Демек, қарының бойлық тарам-талшықтары неғұрлым бейтарап осінен алысырақ жатса, онда деформациялары да артығырақ болады, сондықтан көлденең қимадағы кернеулерде бейтарап осінен қиманың қарастырылған нүктесіне дейінгі U_i арақашықтығына тұра пропорционал болады (58 – сурет).



56-сурет. Қарының анық иілуі



57-сурет. Анық иілгендегі деформациялар:
а) қарыныкі; б) резина таяқша

Қарының көлденең қимасындағы, ию моментіне, қиманың өлшемдері мен формасына тәуелді нормалдық кернеулерді мына формуламен табады

$$\sigma = y \cdot M / J_z.$$

Формуладан, бейтарап осінде $y = 0$ болғанда кернеудің мәні нөлге тең екені байқалады. Нормалдық кернеудің ең жоғарғы мәні (максимумы) бейтарап осьтен ең қашықтағы нүктеде, демек $y = y_{\max}$ болғанда пайда болады. Сондықтан $\sigma_{\max} = y_{\max} \cdot M / J_z$ және $W_z = J_z / y_{\max}$.

Бұл жағдайда

$$\sigma_{\max} = M / W_z,$$

мұнда $\sigma_{\max}$ - қары иілгенде туындалған максимальды нормалдық кернеу, Па; M - ию моменті, кНм; W_z - қары

иілгендегі көлденең қимасының бейтарап осіне қатынасты кедергілік моменті, см^3 (м^3).

Қарыны таңдау үшін, оның ең керекті есептік сипаттамасы ретінде жоғарғы және төменгі тарам-талшықтарында пайда болатын $\sigma_{\max}$ кернеудің көп (максимальдық) мәнін айтады.

Есеп. Ию моменті әсерінен екі таврлы (двутавр) болат қарыда (двутавр №36) пайда болатын нормалды кернеудің ең жоғарғы (максимальдық) мәнін анықтап табу. Есептеу жүктеменің ию моменті $M=95 \text{ кНм}$. Кедергі моменті (ГОСТ 82 39 – 72) сәйкес $W = 743 \text{ см}^3 = 743 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

Шешімі. Тексеру есептеуді орындап $\sigma_{\max}$ кернеуді келесі теңдеу арқылы анықтаймыз:

$$\sigma_{\max} = M / W = \frac{95 \text{ кНм}}{743 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3} = 128 \text{ МПа}.$$

Табылған кернеуді есептеу кедергі $R = 210 \text{ МПа}$ мәнімен салыстыралаық:

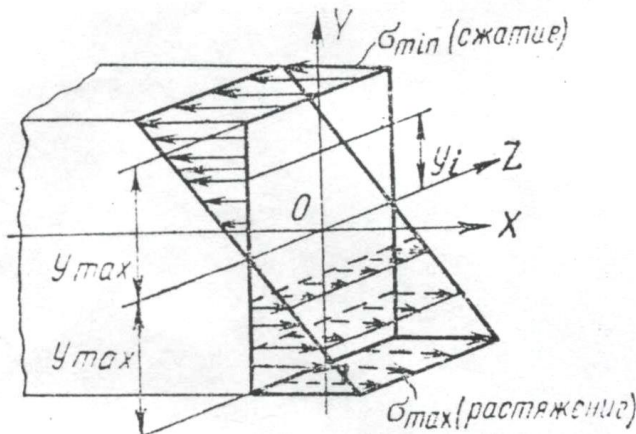
$128 \text{ МПа} < 210 \text{ МПа}$, сондықтан болат қары едәуір аз жүктелгендігі байқалады. Қарының таза иілуі – бұл оның кездейсоқ кернеулі жағдайы /12/.

Әдетте қарының қимасында ию M моментінен басқа қимада пайда болатын жанама күштеріне тең әсерлі көлденең Q күші әсер етеді.

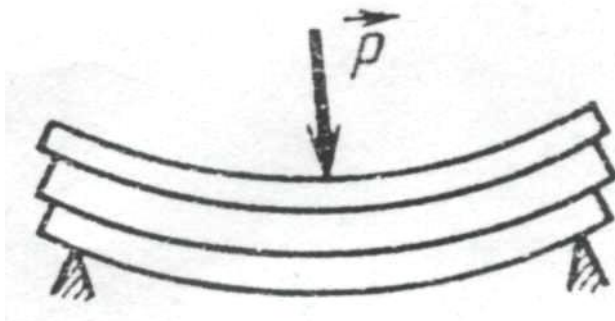
Жанама кернеулер қасиеті: бір-біріне әсерлі жүйеде болуы, яғни олар әрқашан бір-біріне перпендикуляр жазықтықтарда пайда болады.

Осыдан тұжырым: егер қары иілгенде жанама кернеулер қарының бойлық өсіне перпендикуляр қималарда пайда болса, онда жанама кернеулер бейтарап қабат бойындағы жазықтықтарда да пайда болады.

Бейтарап қабатына параллельді жазықтықтарда әсер ететін жанама кернеулер қарының горизонтальдық қабаттарын бір-бірінен сырып тастауға бағытталған.



58-сурет. Қары иілуінің нормалды кернеулері



59-сурет. Иілгенде жанама кернеулердің пайда болуы

Иілгенде жанама кернеулердің пайда болуын былайша суреттеуге болады.

Қарыны өзінше бос беттесіп жатқан бір-біріне горизонтальды тақтайшалардан құрастыралық.

Ию тәжірибесін жасағанда тақтайшалар бір-бірінен сырғиды да, сондықтан олардың шеткі ұштары басбалдақша текпешектенеді.

Егер тақтайшаларды бір-біріне біріктіріп желімдеп тастасақ, онда тәжірибеде сырғулар болмайды да, оларды болдыртпайтын жанама кернеулер пайда болады.

Тәжірибе көрсеткендей, қары қимасының биіктігі бойында жанама кернеулер біркелкі таралмаған және ең жоғары мәндері биіктіктің дәл ортасындағы қимада туындалады.

4.9. Қарылардың иілу кезіндегі мықтылығын есептеу

Негізгі есептеуге керек кернеу – бұл ең үлкен тік нормалды, $\sigma_{\max} = M / W_z$ формула арқылы анықталатын кернеу. Осы формула арқылы қарылардың үш типті есептерін шешуге болады. Төменде сондай есептердің екі типі қарастырылған.

Бірінші үлгі (тун). Қарыға түскен жүктеме және есепті кедергісі – белгілі берілгендер. Қарының жобаға сай қимасын табу қажет (бұл жобалау есебі).

Есепті шешу үшін қарының тірек реакцияларын тауып және әсер еткен жүктемелерден пайда болған ию моменттері мен көлденең күштердің эпюраларын құрамыз. Ең жоғары (максимальды) ию $M_{\max}$ моменті мен есепті R кедергіні пайдаланып қажетті кедергілік $W_{\text{треб}}$ моментін келесі формула арқылы табамыз.

$$W_{\text{треб}} \geq M_{\max} / R.$$

Заводтан құйылып шыққан түстер (сортаменттер) арқылы қарының жобаға лайықты біршама артықтау мықтылық беретін (запасты) қимасын анықтап табамыз. Содан соң қарының өз салмағынан (бойына біркелкі тараған жүктемеден) туындалған ию моменттері мен көлденең күштердің эпюраларын құрып, қарының өз салмағын ескеріп қимаға перпендикуляр кернеудің ең жоғары (максимальды) деңгейін табамыз. Бұл кернеу есепті кедергіден кем болуы тиіс:

$$\sigma_{\text{раб}} = (M_{\text{рас}} / W) \leq R.$$

Екінші үлгі (тун). Қары, оның қимасы және жүктемелер берілген. Ең күдікті қары қимасына перпендикуляр кернеудің

ең жоғарғы мәнін табу және оны тексеру қажет (бұл тексеру есеп). Жоғарыдағы келтірілген есептегідей, ең алдымен тірек реакцияларын тауып және ию моменттері мен көлденең күштердің эпюраларын құрамыз. Содан соң ең жоғары (максимальды) ию $M_{\max}$ және кедергі W моменттері арқылы кернеудің ең жоғарғы мәнін табамыз. Табылған кернеудің мәні есепті кедергіден кем болуы тиіс, демек $\sigma_{раб} \leq R$.

Қарыны есептегеннен кейін қимада максимальды көлденең күш әсер етіп тұрған жеріндегі жанама кернеулерін тексереміз.

Есеп. Максимальды ию моменті $M_{\max} = 15кН \cdot м$ болғанда, арақашықтығы (ұзындығы) $\ell = 6м$, прокаттан шыққан двутавр қарының қимасын таңдап алу.

Шешімі. Максимальды ию $M_{\max} = 15кН \cdot м$ моменті арқылы қиманы таңдап аламыз. Есепті кедергі $210МПа$.

Керекті кедергі моментін төменгі формула арқылы табамыз

$$W_{треб} = M_{\max} / R .$$

$$W_{треб} = (15 \cdot 10^3) / (210 \cdot 10^6) = 71,5 \cdot 10^{-6} м^3 = 71,5 см^3 .$$

Двутаврлар сортаменттері кестесінен қиманы (запасы біраз артығырақ болатындай етіп) таңдап аламыз. Бұл запас қарыда оның өз салмағынан туындалатын қосымша (үстеме) кернеулердің пайда болуына байланысты ескеріледі. Дәлірек есептегенде бұл қосымша кернеулерді анықтап тауып оларды сыртқы жүктемеден пайда болған кернеулерге қосады. (ГОСТ 8239-72)-де №14 двутаврдың кедергі моменті $W = 81,7 см^3$.

Есеп. Металдан жасалған №20 двутавр қарыға (54 - суреттегідей) жүктеме әсер етіп тұр. Қарының ең жоғары нормалды кернеуін тексеру (тексеру есебін жүргізу керек).

Шешімі. Қарының өз салмағынан туындаған ию M моменттерінің эпюраларын құрамыз (60-сурет). №20 двутаврдың сортаментпен 1 метрінің салмағы $q = 210Н / м$; $n = 1,1$.

Өз салмағынан R_A тірек реакциясы тең

$$R_A = qn\ell / 2 = 210 \cdot 1,1 \cdot 7 / 2 = 808(H).$$

Сыртқы жүктемеден туындаған ию моментінің ең көп болып тұрған C қимада, өз салмағының моменті тең

$$M_C = R_A \cdot 4 - qn \cdot 4^2 / 2 = 3232 - 210 \cdot 1,1 \cdot 16 / 2 = 1380H \cdot m = 1,38кН \cdot м$$

$$R_A = Q_{\max} = 808H = 0,808кН.$$

Демек, қарының өз салмағын ескергендегі ию моментінің максимумы тең

$$M_{\max} = 18,8 + 1,38 = 20,18кН \cdot м.$$

Сортаментке сәйкес кедергі моменті

$$W = 181см^3 = 181 \cdot 10^{-6} м^3.$$

Кернеудің максимальдық мәнін табамыз:

$$\sigma_{\max} = (M / W) = 20,18 \cdot 10^3 / (181 \cdot 10^{-6}) = 109,7 \cdot 10^6 H = 109,7МПа$$

$$109,7МПа < 210МПа, \text{ демек, } \sigma_{\max} < R.$$

Қарының қимасы ең тиімді болу үшін, кедергі W моменті, әр жағдайларда материал шығыны тепе-тең болғанда (демек, қималар тепе-теңдікте болғанда), ең жоғары болуы керек. Сондықтан қары қимасының тиімді (рационалды) түрінің (формасының) көрсеткіші ретінде W/S қатынасы саналады, мұндағы S -көлденең қиманың ауданы.

Тікбұрыш үшін бұл қатынас

$$W / S = bh^2 / (6bh) = \frac{1}{6} h;$$

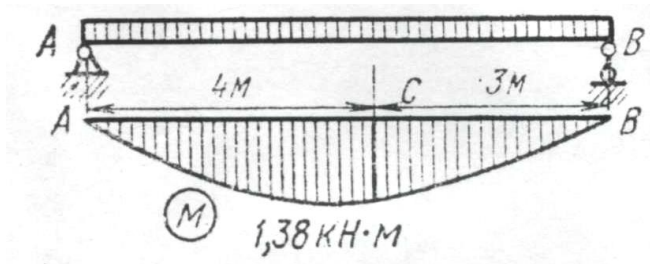
шеңбер ауданы үшін

$$W / S = \pi R^3 / (4\pi R^2) = \frac{1}{4} R = \frac{1}{8} d ,$$

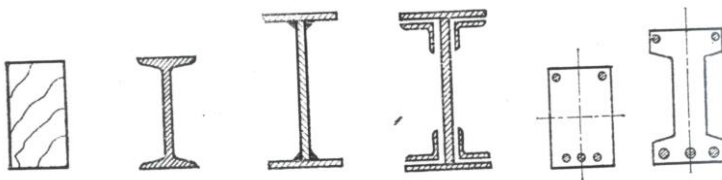
мұнда d -диаметр, см; h -қиманың биіктігі, см.

Тікбұрыш үшін W / S қатынасы шеңбер ауданыкінен көп, демек, биіктіктері тең иілетін элементтер үшін формасы тікбұрышты қима шеңбер түсті қимадан ұтымдырақ.

Металдардан қарылардың конструкцияларын жасағанда, қиманы таңдау материалдың көбі бейтарап өсінен алыста болуын көздейді. Бұл өтінішке кейбір прокаттар профильдері, мысалы двутаврлы қима сәйкес келеді.



60-сурет. Есепті шығаруға арналған.



61-сурет. Қарылардың көлденең қималар көріністері

Егерде прокат профилі қарының іс-жүзіндегі жағдайына сәйкес келмесе, онда керек қиманы заклепка (шегелеу), немесе электр доғасымен дәнекерлеу іздері тәсілдері арқылы дайын жазық және прокатты профильдерден құрастырады.

Кейбір қарылар қималарының түстері 61-суретте келтірілген.

5. КЕРНЕУЛЕРДІҢ ЦИКЛДІ ӨЗГЕРМЕЛІ ӘСЕРІ МЕЗГІЛІНДЕГІ МЫҚТЫЛЫҚ

Жұмыс істегенде машинаның көптеген бөлшектері уақыт аралығында қайталанып өзгеріп тұратын кернеулердің әсеріне тап болады. Мысалы, жанармай - қозғалтқыштарының кривошип-айналма механизм бөлшектері мезгілді өзгеріп тұратын күштер әсерінде болады. Күштердің өзгеру заңдылығы индикаторлық диаграмманың түсімен және механизмнің кинематикалық ершеліктерімен анықталады.

Доңғалақтармен бірге айналып тұрған вагонның осі де мезгілімен өзгеріп тұрған кернеу әсерінде болып, ал сыртқы күштер өз мәндерін сақтайды. Бұл жағдай айналып тұрған осьтің бөлшектері кей кезде созылу, ал кей кезде қысылу зоналарында болуынан туындалады.

Вагон осі қимасының сыртындағы нүктесінің кернеуі

$$\sigma = \frac{M_{изг} * y}{I_x}.$$

Шеңбердегі сыртқы нүктенің уақыттан тәуелді бейтарапты оське дейінгі у-қашықтық

$$y = \frac{\vartheta}{2} \sin \omega t,$$

мұндағы ω - доңғалақтың айналу бұрыш жылдамдығы. Ал, сондықтан

$$\sigma(t) = \frac{P_{av}}{2I_x} \sin \omega t.$$

Сонымен, ось қималарындағы нормалдық кернеу амплитудасы

$$\sigma_a = \frac{P_{av}}{2I_x},$$

синусоида заңымен өзгереді.

Ауыспалы кернеулер әсерінен бірнеше циклдан кейін бөлшектің қирауы мүмкін, ал кернеудің уақыт бойы өзгермей әсер еткенінде бөлшектің қирамайтынын тәжірибе көрсетеді /13/.

Бөлшек қирағанға дейінгі циклдар саны σ_a мөлшеріне тәуелді және өте кең аралық шектерінде өзгереді. Бұны көп циклдар арқылы сымды ары-бері майыстырып сындырғаннан байқауға болады. Аз кернеулер әсер еткенде бөлшек миллиондаған және миллиард циклдарға төтеп береді, ал одан да аз кернеулерде - бөлшек шексіз жұмыс істейді.

Бөлшек сынғанда сынық бетінде анық көрінетін екі зона байқалады. Бір зонасында кристалдарды жай көзбен көру өте қиын. Сынықтың микрожазықтығы тегістелініп кеткен. Екінші зонада жаңадан қарш сынудың көріністері шын байқалады. Кристалдар ерекше қоршалған және жалтыраған таза беттері бар.

Металдардың сыну түсі олардың кристалдық құрылыстарының өзгерулерімен тығыз байланысты.

Сызаттың өсуіне байланысты қима да босаңқыра береді. Ең соңында күтпеген мезгілде бөлшек сынады. Сынық бетінің сипаттамасын таза бүлінбеген кристалдардан тұрады деуге болады. Сынықтың көрінісі арқылы сызаттың өсу бағытын байқауға болады.

Циклдің ең жоғарғы және ең төменгі кернеулер σ_{max} , σ_{min} -деп белгілесек онда олардың арақатынастарын

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = r ,$$

циклдік ассиметрия коэффициенті деп атайды. Егер де $\sigma_{max} = -\sigma_{min}$, $r = -1$, бұл жағдайда цикл симметриялық циклдік деп аталады. Егер $\sigma_{min} = 0$, немесе $\sigma_{max} = 0$ кезінде $r = 0$ болады, ал циклді пульсациялы деп атайды.

Кездейсоқ циклді тұрақты σ_m кернеудің, айналмалы симметриялық циклмен өзгеретін, амплитудалы σ_a кернеуіне әсерін тигізуден туындайды деп түсінуге болады. Бұл жағдайда

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2},$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2},$$

деп жазылады.

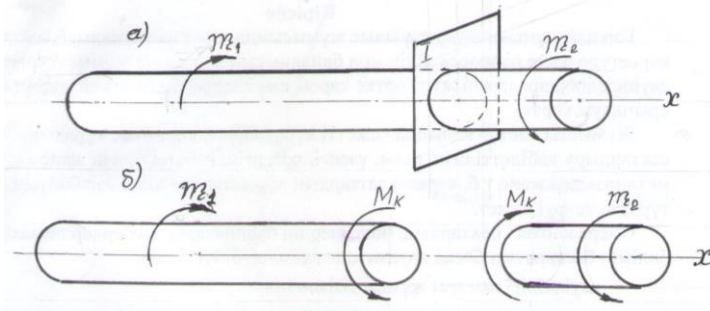
5.1. Негізгі түсініктемелер. Бұрау. Бұрау моменті

Бұралуы деп деформацияның түрі аталады, бұл кезде бөрененің көлденең қималарында тек қана бір ішкі күштік фактор пайда болады - мұны бұрылудың моменті M_k дейді. Бұралу біліктерде, бұрандалы темкіштерде және басқа құрылғылардың элементтерінде пайда болады. Түзу бөрененің бұралуы, оны сыртқы бұрау (қос күштер) күштер моменттерімен жүктелгенде туындайды. Қос күштер моменттерінің әсер ету жазықтықтары бөрененің осіне перпендикуляр болуы тиісті. Бұл моменттерді M - деп белгілейміз. Қисық бөренелердің бұралуы басқа да жүктемелердің түстерінде пайда болуы мүмкін.

Егер түзу бөрене тыныштықта, немесе біркелкі бұралуда болса, онда барлық сыртқы бұрайтын моменттердің алгебралық қосындысы нөлге тең.

Біліктерді есептеу сыртқы бұрау моменттері алған қуат мәні және біліктің айналу жиілігі арқылы анықталады. Егер білік минутына n -рет айналса, онда біліктің $1c$ бұрылған бұрышының радианмен өлшенген мәні $(n/60) \cdot 2\pi$ -ге немесе $\pi n/30$ тең болады. Бір секунд ($1c$) аралығында бұрап тұрған M моментінің жұмысы, немесе біліктің беретін N қуаты, білік

моментінің 1с бұрылған бұрышына (радианмен) көбейтіліп анықталады:



62-сурет. Бұрағыш моменттердің көріністері

$$N = M\pi n/30,$$

осыдан

$$M = 30N/(\pi n). \quad (24)$$

Егер N қуаты киловатпен берілген болса, онда формула келесідей:

$$M = \frac{30 \cdot 1000N}{\pi n} = 9550 \text{ Н/м}$$

немесе келесідей жазып көрсетеміз:

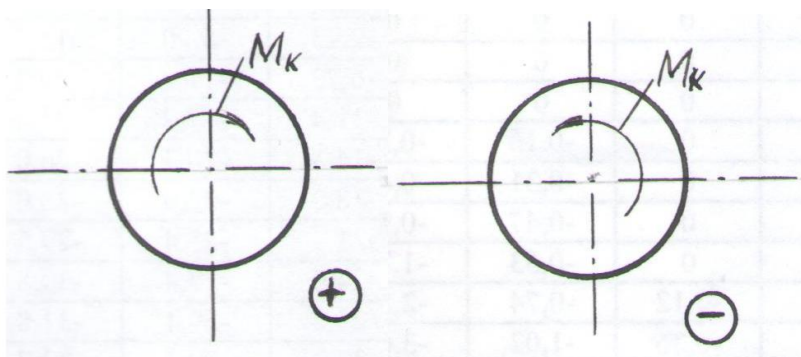
$$M = \frac{30 \cdot 1000N}{\pi n} = 9550 \frac{N}{n} \quad (25)$$

Бөренелердің көлденең қималарында туындайтын бұрағыш моменттер сырттан әсер етіп бұрайтын моменттер арқылы қиу тәсілінің көмегімен анықталады. Қарапайым жағдайда бөрене тек екі сыртқы моменттермен жүктелгенде (бұл моменттер бөрененің теңдікте $\sum M_k = 0$ болуымен байланысты барлық жағдайларда да бір-біріне мәндерімен тең және бағыттары

карама-қарсы болады), 62 а - суретте көрсетілгендей бұрау M_k моменті бөрененің кездейсоқ қималарында (сыртқы моменттер аралықтарында) сыртқы $M_1 = M_2$ моментіне тең. Бұдан да күрделі қиын жағдайларда, бөренеге бірнеше сыртқы моменттер әсер еткенде, бөрененің кездейсоқ қималарындағы бұрау моменттері әр түрлі болады.

Қима тәсілі негізінде бөрененің көлденең кездейсоқ қимасындағы бұрау моменті осы қиманың тек бір жағында бөренеге әсер еткен сыртқы бұрау моменттерінің өлшемі алгебралық суммаға тең болады.

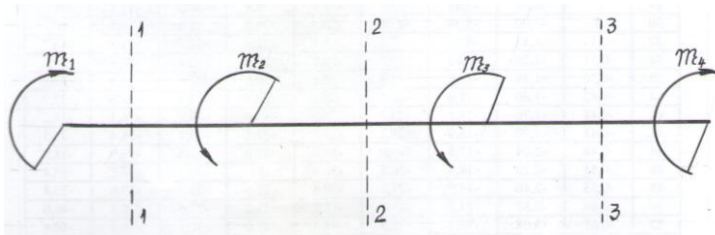
Мықтылық пен қаттылықтарды есептегенде бұрау моментінің таңбасы еш мағынаға апармайды, демек M_k эпюрасын салуға ыңғайлы болу үшін келесі таңбалар ережесін қабылдаймыз: бұрау моменті оң таңбалы деп саналады, егер бөрененің кесіп алып тастаған кесігіне қарағанда, оған әсер еткен момент бағыты сағат тілінің жүрісінде болса (63-сурет). Мысалы, бөрененің I қимасында (62 б-сурет) және саны сыртқы M_1 (немесе M_2) моментіне тең.



63-сурет. Бұрау моменттерінің бағыты (таңбалары)

64-суретте бөренеге сыртқы төрт бұрайтын моменттер әсер етіп тұрғаны көрсетілген. 1-1 қимадағы M_{1k} бұрау моменті, жоғарыда қабылданған таңбалар ережесіне сәйкес, кері таңбалы

M_1 -ге тең. 2-2 қимадағы бұрау моментінің мәні M_1 және M_2 моменттерінің айырымына тең, демек $|M_{2k}| = |M_1 - M_2|$, ал оның таңбасы осы моменттердің қатынасына тәуелді: егер $M_2 > M_1$, онда M_{2k} моменті оң таңбалы, ал егер $M_2 < M_1$, онда кері таңбалы болады.



64-сурет. Бөренеге сыртқы төрт бұрайтын моменттердің әсері

Егер бөрененің 3-3 қимасындағы бұрау моментінің абсолюттік мәнін 3-3 қиманың сол жағына әсер еткен сыртқы моменттер арқылы есептесе, онда

$$|M_{3k}| = |M_1 - M_2 - M_3|$$

Бұл жағдайда M_{3k} бұрау моментін сыртқы 3-3 қиманың оң жағына түскен жүктемелер арқылы анықтау ыңғайлылау, демек оң жақ тек сыртқы M_4 моментімен ғана (сол жақтың сыртқы үш моменттерінің орнына) жүктелген.

Бөрененің оң жақтағы кесінді бөлшегіне әсер етіп тұрған M_{3k} моментінің бағыты M_4 моментінің бағытына керісінше. Ал, бұл жағдай кесіндінің тепетендікте болуымен байланысты, сондықтан қабылданған таңбалар ережесіне сәйкес M_{3k} таңбасы да оң болады.

Бір ұшы мықты бастырылып мекемделген және екінші жағының ұшы бос бөренелер үшін, олардың көлденең қималарындағы бұрау моменттерін бос ұшы жағына әсер еткен сыртқы моменттер арқылы көрсету ыңғайлы болады. Бұл бекітпеде туындайтын реактивтік моментті есептемей-ақ бұрау моменттерін анықтауға мүмкіндік береді. Мысалы, I - I және

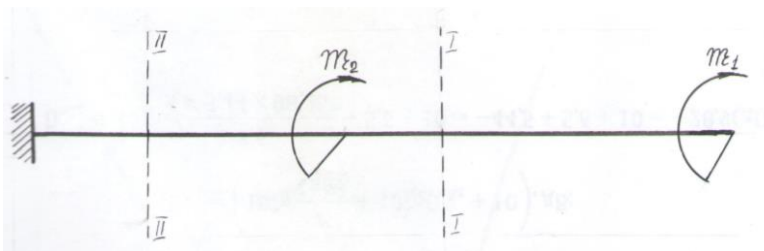
II - II бөрене қималарындағы (65-сурет) бұрау M_{Ik} және M_{IIk} моменттерін сол жақтағы бекітпедегі реактивті моментін есептеп шығармай-ақ анықтауға болады:

$$M_{Ik} = \mathfrak{M}_1; M_{IIk} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2$$

Моменттердің екеуі де оң таңбалы.

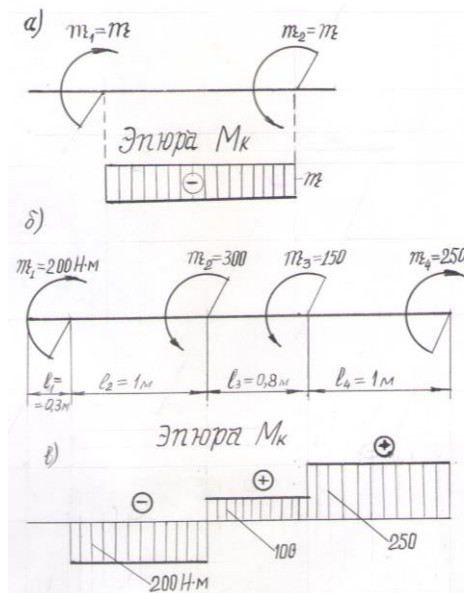
Бөрене бойында (ұзындығында туындайтын) бұрау моменттерінің өзгерулерін бұрау моменттерінің эпюралары арқылы графикалық түрде салу ыңғайлы. (62 а-суретте салынған бөрененің осындай эпюрасы 66 а - суретінде көрсетілген. 66 б- суретінде; 66 в - суретте бөрене үшін бұрайтын моменттер көрсетілген.

Қабылданған масштаб арқылы бұрау моменттері эпюрасының әр ординатасы, бөрененің белгілі көлденең қимасына әсер етіп тұрған бұрау моменттінің мәніне тең, егер моментке осы ордината лайықты болса. Бөрененің қимасына сыртқы бұрау моменті әсер еткенде эпюра ординатасының өлшемі секіртпелі осы моменттің мәніне тең өзгереді (66 в- сурет).

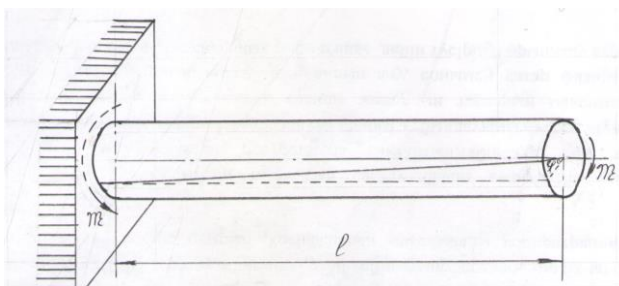


65 - сурет. Бұрау моменттерін анықтау тәсілі

Бөренеге әсерін тигізіп тұрған ең жоғарғы сыртқы бұрау моменті ылғи ең жоғарғы бұрау моментіне тең бола бермейтінін ескеру керек. Бөрененің мықтылығы мен қаттылығын жоғарғы бұрау моменті арқылы есептеледі. Мысалы, 66 б - суретте ең жоғарғы сыртқы моменттің мөлшері 300 Н·м, ал ең жоғарғы (абсолюттік мәні арқылы) бұрау моменті (ішкі) 250 Н·м тең (66 в - сурет).



66-сурет. Эпюраның ординатасы бұрау моментіне тең



67-сурет. Түзу бөрененің ұштарындағы бұрау моменттері

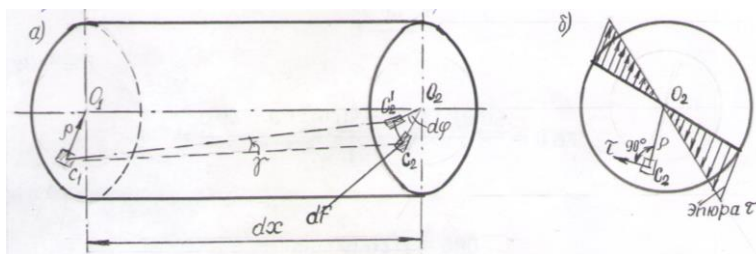
5. 2. Көлденең қимасы доңғалақ түзу бөрененің бұралуы

Ұштары бұрау M моменттерімен жүктелген көлденең қимасы (доңғалақ) шеңбер түзу бөренені қарастыралық (67-сурет). Осы моменттердің әсерінен бөрененің ұшындағы қималар бір-біріне бойлық осьтің бағытына қатынасты φ

бұрышына бұрылады. Бұл ұзындығы ℓ аралықтағы бөрененің толық бұралу бұрышы. Бұралу $d\varphi$ толық бөлігіне қатынасы бұралу қатынасының бұрышы деп аталады:

$$\theta = d\varphi/dx. \quad (26)$$

Егер түзу бөрененің көлденең қималарының шамалары және әсер ететін бұралу моменттері оның быраз аралығында тұрақты болса, онда θ мәні де тұрақты және осы аралықтағы толық φ бұралу бұрышының аралық ℓ ұзындығына қатынасы, демек $\theta = \varphi/\ell$ тең.



68-сурет. Бөрене бөлігіне әсер ететін бұрағыш моменттерінің және көлденең қималардың тұралығы

φ бұрыш радианмен (рад.) белгіленеді, ал қатынасты бұралу θ бұрышы - рад/см; рад/м және т.б., белгіленеді.

Көлденең қималары сақиналы дөңгелек түзу бөренелердің бұралу теориясы келесі ережелермен негізделген:

1. Деформацияланбаған бөрененің қималары жазық және оның осіне тік бағытталған болса, онда олар (жазықтық қималар гипотезасы арқылы) деформациядан кейінде сол күйлерінде қалады; олар осы осьті тек біршама бұрыштарына айналады.

2. Қималардың радиустары қисаймай өздерінің бұрынғы ұзындығын сақтайды.

3. Қималардың арақашықтықтары (бөрене осінің бойында) еш өзгермейді.

Осы ережелер негізінде шығарылған тендеулер серпімді теория тәсілдерімен шығарылған тендеулерімен дәл сәйкес келеді және экспериментпен дәлелденеді.

Екі көлденең қималармен бұралатын бөрененің ұзындығы dx (68 а - сурет) аралығын бөліп алалық. Деформациядан кейін бір қиманың екінші қимаға қатынасы $d\varphi = \theta dx$ бұрышына бұралады. dx элементтің кері жағындағы қиманы қозғалмайтындай етіліп бекітілген деп санаймыз. Сонда $d\varphi$ өлшемінің мәні элементтің оң жағындағы ұшқы қимасының бөрене осі бойында айналған бұрышы.

Бөрененің осінен ρ қашықтықтағы ұзынына бойлайтын C_1C_2 тармақты (68 а-сурет) биіктігі dx , ал табандары өте кіші C_1 және C_2 параллелепипеді деп қарастыруға болады. Бұл параллелепипед деформациядан (қисайып) бұралып C_1C_2' орынын алады. C_2 табаны бұл жағдайда өзінің жазықтығында, қарастырып отырған элементтің осі бойында оң жақтағы қимасымен бірге $d\varphi$ бұрышына жылжып бұрылады.

C_1C_2' жылжуының мәні тең $\rho d\varphi = \rho dx$ және параллелепипедтің C_2 табанының C_1 табанына қатынасты, бағыты ρ радиусына перпендикуляр, абсолюттік сырылуы. Бұл мәннің параллелупипедтің dx биіктігіне қатынасы қатынасты сырылуы деп Υ белгіленеді (Гук заңын және 68 а - суретін қараңыз):

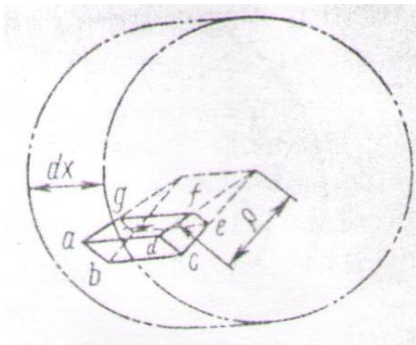
$$\Upsilon = C_2C_2'/dx = \theta \rho dx/dx = \theta \cdot \rho.$$

Параллелепипедтің сырылу бағытымен бағытталған C_2 табаны арқылы, демек ρ радиусына (тік) перпендикуляр жанама кернеулер τ әсер етеді (68 б-сурет). Гук заңы негізінде сырылудағы олардың мәндері тең

$$\tau = \Upsilon G = \theta \rho G. \quad (27)$$

Сонымен, бөрененің бұрағанда көлденең қималарында жанама кернеулер туындайды. Әр нүктелердегі кернеулердің бағыты нүктені қиманың центрімен жалғастыратын түзу радиусқа перпендикуляр, ал мәні нүкте мен центр арақашықтыққа тұра пропорционалды. Центрде ($\rho=0$, болғанда) жанама кернеулер нөлге тең, ал бөрененің сыртқы ауданына өте жақын нүктелердегі кернеулердің мәні ең

жоғары. Кездейсоқ радиус бойындағы τ мәндерінің өзгеру графигі (демек жанама кернеудің эпюрасы) түзу сызықпен белгіленеді (68 б-сурет).



69-сурет. Өте кіші параллелепипедті көрсету

Бөрененің (68 а - суреттегі) dx элементінен 69 - суретте көрсетілген өте кіші параллелепипедті бөліп алайық. Осы параллелепипедтің $dcef$ табаны бөрененің көлденең қимасының жазықтығында орналасқан, ал $adfg$ жаны - бөрененің осінен өтетін радиалдық жазықтықта; $abcd$ жаны r радиусқа перпендикуляр.

[69 - суретте параллелепипед (өте кіші емес) соңғы мәндерімен келтірілген, сондықтан ол трапециялы беттерімен призмаға ұқсайды].

Жанама кернеулер $dcef$ табаны арқылы әсер етеді және (27) формуламен анықталады. Жанама кернеулердің жұптық заңдылығынан алатынымыз, демек параллелепипедтің $adfg$ жанында жанама кернеулер туындайды. Бұларда (27) формуласымен анықталады. Сыртқы $abcd$ жанында жанама кернеулер нөлге тең.

Бөрененің көлденең қималары жазықтық болып қала береді және ось бойымен еш жылжымайды, ал қималардың контурлары мен радиустары деформацияланбайды, демек бөрененің кездейсоқ нүктесі үшін қарастырылып жатқан параллелепипедтің қабырғаларына қарай бағытталған ε_x , ε_y және ε_z деформациялары нөлге тең. Қорытылған Гук заңының формулаларынан:

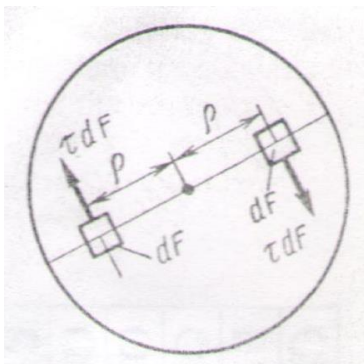
$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= (1/E)[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]; \\ \varepsilon_y &= (1/E)[\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)]; \\ \varepsilon_z &= (1/E)[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]; \end{aligned} \right\}$$

$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$ шарты тек $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ жағдайда ғана орындалатыны белгілі.

Сондықтан, элементарлық параллелепипедтің барлық беттеріне (69-сурет) тік кернеулер әсер етпейді, ал бұл параллелепипед (бұрылатын бөрене бойында жатқан шексіз көп басқа параллелепипедке ұқсап) таза сыру кернеулердің әсерінде болады.

Басқа сөздермен айтқанда, *дөңгелек бөренені бұрағанда барлық нүктелерінде таза сыру кернеулер пайда болады.*

Көлденең бөрене қимасының жалпы диаметрдің бойында орналасқан, қима центрінен арақашықтықтары бір-біріне тең екі элементарлы dF аудандарын қарастыралық (70-сурет). Осы аудандарға түсіп тұрған күштің мәні τdF , бөрененің көлденең қималарының жазықтықтарында орналасқан және бағыттары бір-біріне қарама-қарсы, диаметрге перпендикуляр. Олар элементарлы күштер жұбын құрады. Көлденең қимада осындай жұптар шексіз көп пайда болады. Олардың бәрі көлденең қиманың жазықтығында әсер ететін бір моментке келтіріледі және бұрау M_k моменті деп аталады.



70-сурет. Қима диаметрінің бойындағы r қашықтықтарда әсер ететін күштер жұбы

Бұрау моменті мен бөрененің көлденең қимасында пайда болатын жанама кернеулер аралықтарындағы тәуелділікті анықтаймыз. Қима центріне қатынасты элементарлық τdF күшінің моменті (немесе, сондай-ақ, бөрененің бойлық өсіне қатынасты) осы күштің dF ауданынан қиманың центріне дейінгі ρ қашықтығына көбейтіндісіне тең (71-сурет):

$$dM_k = \tau dF \cdot \rho,$$

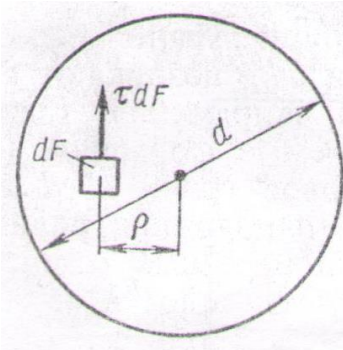
немесе (27) негізінде

$$dM_k = \theta \rho^2 G dF,$$

осыдан

$$M_k = \theta G \int_F \rho^2 dF.$$

Мұндағы $\int_F \rho^2 dF = I_p$ - бөрененің көлденең қимасының, оның центріне қатынасты инерциалдық полярлық моменті.



71-сурет. Қима центріне қатынасты $\tau \cdot dF$ күштің моменті $\tau \cdot dF \rho$ тең.

Сондықтан,

$$M_k = \theta G I_p, \quad (28)$$

осыдан

$$\theta = M_k / (G I_p). \quad (29)$$

Табылған θ мәнін (27) теңдеуіне қойып бұралатын дөңгелек бөрененің кездейсоқ нүктесіндегі жанама кернеуді табамыз:

$$\tau = (M_k / I_p) \rho. \quad (30)$$

Бөрененің сыртына жақын жерлерінде - демек оның көлденең қимасының пішін нүктелерінде пайда болатын жанама кернеудің ең жоғарғы мәнін (30) теңдеуге $\rho = d/2$ қойып табамыз:

$$\tau_{\max} = (M_k/I_p) \cdot \frac{\alpha}{2} = M_k/W_p. \quad (31)$$

Мұндағы W_p - көлденең бөрене қимасының кедергі полярлық моменті:

$$W_p = \frac{W_p}{d/2} = 2I_p/d. \quad (32)$$

Қиманың полярлық кедергі моменті деп полярлық момент инерциясының қима салмағы түсіп тұрған центрден оның ең алыс нүктесіне дейін ара қашықтығына қатынасын атайды. Полярлық момент кедергілері см^3 ; м^3 және басқаларымен белгіленеді.

Пішіні шеңбер көлденең қималардың полярлық моменттік инерциясы келесі теңдеуден анықталады:

$$I_p = \pi d^4/32 \approx 0,1 \cdot d^4;$$

сондықтан, полярлық момент кедергісі тең:

$$W_p = \pi d^3/16 \approx 0,2 \cdot d^3; \quad (33)$$

Дөңгелек қималары тұтас бірыңғай түзу бөренелердің бұралуын есептеу үшін шығарылған (28)... (32) формулаларды, егер көлденең қима сақина түрінде болғанда да қолдануға болады (72-сурет), өйткені деформациялардың сипаттамалары бұрағанда екі көрсетілген қималардың формалары үшін де бірдей болады.

Сақина түстес қиманың полярлық инерция моменті келесі формуламен анықталады:

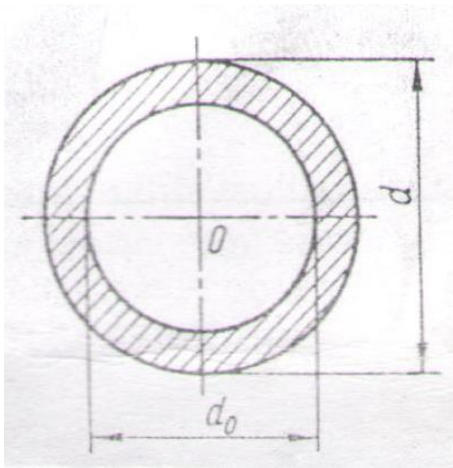
$$I_p = \frac{\pi(\alpha^4 \cdot \frac{d^4}{32} - d \cdot \frac{d^2}{32})}{32} (d^4 - c^4) \approx 0,1d^4(1 - c^4),$$

мұнда $c=d_0/d$.

Сақина түстес қима кедергісінің полярлық моменті келесі формуламен анықталады:

$$W_p = \frac{I_p}{d} = \frac{\pi(d^4 - d_0^4)}{16d} = \left(\frac{\pi d^3}{16}\right)(1 - C^4) \approx 0,2d^3(1 - C^4).$$

Сақина түстес қиманың полярлық момент кедергісі, екі тұтас бірыңғай бірінің диаметрі сақинаның сыртқы диаметріне, ал екіншісінікі - ішкі диаметріне тең қималар үшін есептелінгенін белгілесек, полярлық моменттер кедергілердің айырмаларына тең емес.



72-сурет. Көлденең қима сақина түрінде

Көлденең қималардың аудандары бір-біріне тең болғанда (демек материалдың шығыны бірдей кезде) полярлық момент инерциясы және полярлық кедергі моменті сақина түстес қима үшін, тұтас бірыңғай дөңгелек қиманың центрге жақын аудандары сақина түстес қима үшін, тұтас бірыңғай дөңгелек қиманың центрге жақын аудандары сақина қиманың центріне жақын аудандарынан көбірек болады. Сондықтан сақиналы қималы бөрене бұрағанда жалпы бірыңғай көлденең қималы

бөренеден тиімдірек, демек материал кемірек шығындайды /14/. Бірақ та біліктерді жобалағанда (жұмыс істегенде бұралатын бөренелерді) сақиналы қимасы бар заттарды дайындау қиындау және қымбаттырағын ескеру керек.

(26) және (29) теңдеулер негізінде бөрененің толық бұралу бұрышы l арақашықтығында

$$\varphi = \int_l \theta dx = \int_l \left[\frac{M_k}{GI_p} \right] dx. \quad (35)$$

φ бұрышты арақашықтығының ең шеткі қималарының өз аралық бұралу бұрышы дейді.

Егер бұрау моментінің мәні бөрененің барлық көлденең қималарында бірдей болса, ал қималардың өлшемдері барлық ұзындықта тұрақты болса, онда толық бұрау бұрышы келесіден анықталады:

$$\varphi = \theta^* l = M_k l / (GI_p). \quad (36)$$

(30) және (31) теңдеулерден бұрағанда кернеулердің мәндері бөрене материалының физикалық қасиеттеріне тәуелді емесін көрсетеді, өйткені G мәні кернеулердің теңдеулеріне енбейді. Ал, деформациялардың мәндері материалдардың қасиеттерінде тәуелді.

GI_p көбейтіндісі бұрағанда қиманың қаттылығы деп аталады. Бұл көбейтіндіні $\text{Н} \cdot \text{см}^2$; $\text{кН} \cdot \text{м}^2$ және тағы басқалармен белгілейді. Бөрененің қатынасты және толық бұралу бұрыштарының мәндері оның көлденең қималарының қаттылығына кері пропорционалдығы (29), (35) және (36) теңдеулерден шығады.

Бұралудағы бөрененің әр i бөлігі үшін есептеліп шығарылған толық бұралу φ^i бұрыштарының мәндері арқылы бөрененің кездейсоқ көлденең қимасының бұрылу α бұрышын қозғалмайтын (немесе шартқа байланысты қозғалмайды деп алынған қимаға) қатынасты табуға болады. Бұл жағдайда,

бөрененің кездейсоқ бөлігінде толық бұралу φ бұрышы осы бөлігінің оң және сол жақтарындағы ұштарының бұрылу $\alpha_{\text{оң}}$ және $\alpha_{\text{сол}}$ бұрыштарының айырымына тең болуын ескеру керек, демек:

$$\varphi = \alpha_{\text{оң}} - \alpha_{\text{сол}}$$

Сондықтан,

$$\alpha_{\text{оң}} = \alpha_{\text{сол}} + \varphi; \alpha_{\text{сол}} = \alpha_{\text{оң}} - \varphi. \quad (37)$$

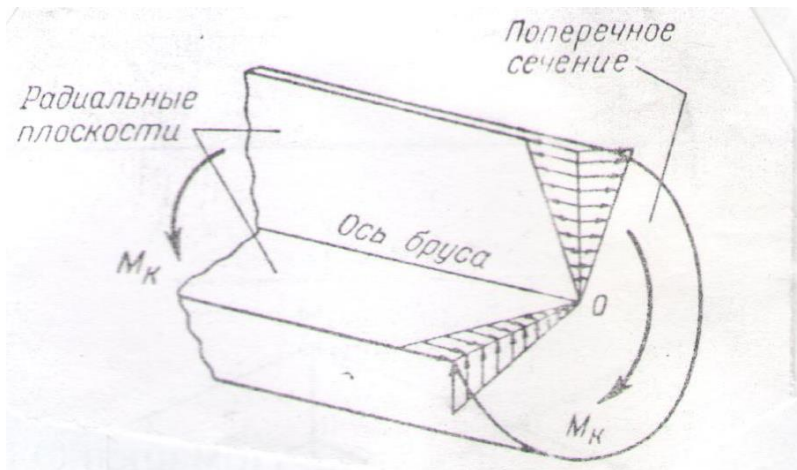
α бұрышы оң таңбалы, егер бөрененің сол жағындағы ұшынан оң жағына осьтік бойымен қарағанда бұрылыс қозғалуы сағат тілінің жүру бағытына қарсы, ал оң жақтағы ұшынан сол жағына осьтік бойымен қарағанда - сағат тілінің қозғалуымен бірдей болады.

Көлденең қимасы дөңгелек бөренені бұрағандағы негізгі кернеулер және деформацияның потенциалдық энергиясы

Бөренені бұрағанда көлденең қималарда жанама кернеулер туындайды. Кернеулер қиманың әр нүктесін бөрененің бойлық осімен жалғастыратын радиуска перпендикуляр. Және осындай кернеулер бойлық осінде жатқан жазықтарда да туындайды (73-сурет).

Бөренеден элементарлық радиусы ρ цилиндр бетінде орналасқан, табаны $abcd$, ал жанама bc және ad беттері бөрененің көлденең қималарында орналасқан параллелепипедті бөліп алайық (74-сурет). Осы параллелепипедтің бүйір жақтарында әсер ететіндер тек жанама кернеулер. Параллелепипедтің табандарында тік те, жанамада да кернеулер әсер етпейді.

Сондықтан, параллелепипед таза сыру жазықтық кернеулі жағдайында болады. Параллелепипедтің бүйір жақтары тек таза сыру аудандары, ал сондықтан оларға әсер ететін жанама кернеулер - экстремалды деп танылады.



73-сурет. Бөренені бұрағанда жазықтықтарында туындайтын жанама кернеулер

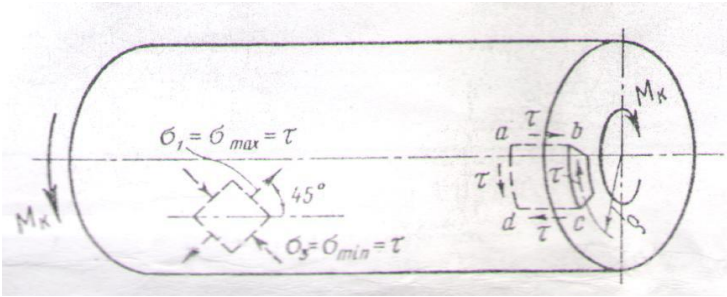
Параллелепипедтің $abcd$ табанына перпендикуляр кездейсоқ аудандардағы кернеулерді табу үшін жазықтықтық кернеулі жағдайлардың

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_x \sin 2\alpha;$$

$$\tau_{\alpha} \cdot (\sigma_x - \sigma_y) / 2 = \sin 2\alpha - \tau_x \cos 2\alpha,$$

теңдеулерін пайдалануға болады. Таза созылу кезінде негізгі σ_1 және σ_3 кернеулердің мөлшерлері экстремалды жанама кернеулеріне теңдіктері белгілі, сондықтан, бөрененің көлденең қималарындағы параллелепипедтің бүйірлеріне әсер ететін жанама кернеулеріне тең.

Негізгі аудандардың таза сыру аудандарына жантаю бұрышы 45° тең (74-сурет).

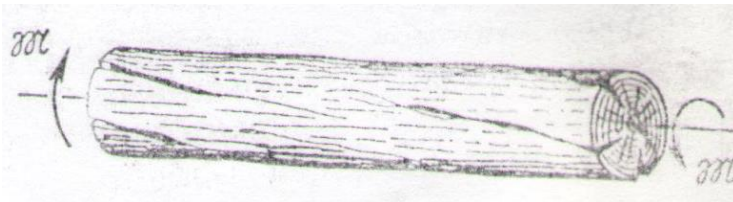


74-сурет. Параметрлері белгілі цилиндр бетіндегі параллелепипед

Ең үлкен мәнді экстремалды жанамалар мен негізгі кернеулер бөрененің сыртына тікелей жақын нүктелер маңайларында әсер етеді. Бұл кернеулерді келесі теңдеу арқылы

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \tau_{\max} = -\tau_{\min} = M_k/W_p, \quad (38)$$

анықтауға болады.



75-сурет. Кернеулердің бойлық жазықтықтардағы әсері

Жасалған тұжырымдардың дұрыстығын тәжірибе көрсеткіштері куәландырады. Мысалы, бұралудағы ағаш таяқшасы талшықтар бойларымен айырылып сынады (75-сурет). Ал, бұл оның бойлық (радиалдық) жазықтарында жанама кернеулердің бар екендігін куәландырады. Бұралған шойын таяқша негізгі тарту кернеулер әсерінен бұрандалы аудандармен сынады. Ал, бұл аудандардың шойын таяқшасының осіне жантаюы 45° тең. Бұл нәтиже жоғарыда келтірілген негізгі кішкентай аудандар орындарымен келісімді.

Енді бұрағанда туындайтын деформацияның потенциалдық U энергиясын анықтаймыз. Ұзындығы l , қаттылығы GI_p тұрақты бөренені қарастырамыз (67- суретті қараңыз); бөрененің барлық көлденен қималарында тұрақты бұрау $M_k = M$ моменті әсер етеді. Бөрененің оң жақ ұшының бұралу бұрышы оның толық бұралу бұрышына тең [(36) теңдеуді қараңыз]:

$$\varphi = M_k l / (2GI_p) .$$

Бұл теңдеу сыртқы статикалық өсу M моментінің жұмысы, осы моменттің соңғы мәнінің бөрененің бос ұшының бұрылу бұрышына көбейтіндісінің жартысына тең болады:

$$A = \frac{M\varphi}{2} = M_k \varphi / 2 = M_k^2 l / (2GI_p) .$$

Бұл теңдеу бөренені әр кездейсоқ жағдайларда бегіткенде де дұрыс.

Энергияның $U=A$ сақталу заңы негізінде және, сондықтан

$$U = M_k^2 l / (2GI_p) \quad (39)$$

Бөрененің қаттылығы ауыспалы жағдайда немесе M_k моментінің мәні өзгеруде болса, бөрененің ұзындығындағы деформацияның энергиясы

$$U = \sum \int_l [M_k^2 dx / (2GI_p)] . \quad (40)$$

Көлденең қимасы дөңгелек бөренені бұрағанда мықтылығын және қаттылығын есептеу

Бөрене бұралғанда туындайтын жанама кернеулердің ең жоғарылары тиісті мүмкіндік кернеулерден аспаулары керек:

$$\tau_{\max} \leq [\tau] . \quad (41)$$

Бұл қойылған талапты бұралу жағдайындағы мықтылық дейді.

Бұралғандағы мүмкіндік $[\tau]$ кернеу (деформацияның басқа түрлерінде де) есептелетін бөрене материалдарының қасиеттеріне және қабылданған мықтылық қорының коэффициентіне тәуелді:

$$[\tau] = \tau_{\text{пред.}} / [n]. \quad (42)$$

Заты (материалы) иленгіш (майысқақ) жағдайда қауіпті (шекті) $\tau_{\text{пред.}}$ кернеу ретінде τ_t -сырылғандағы ағудың шегін алады, ал материалы морт (осал) сыңғыш болғанда τ_b - мықтылықтың шегін алады.

Бұл мүмкіндік кернеулердің мәндері конструкциялар элементтері статикалық жүктелгенде таза бұралып жұмыс істеу оқиғаларына қатынасты. Біліктер негізгі бұралуға есептелетін объектер, тағы июге сыналады, ал біліктерде туындайтын кернеулер уақыт бойы өзгерткіш болады. Сондықтан, білікті тек статикалық жүктемелер арқылы бұралуға ғана иілуін және кернеулердің өзгерулерін ескермей есептегенде мүмкіндік $[\tau]$ кернеулердің төмен мәндерін алу керек. Практикада біліктердің материалдарына және жұмыс істеу жағдайларына байланысты болат біліктер үшін $[\tau] = 20 \dots 40$ МПа аралықтарда алынады.

Бөрененің (материалын) затын толық пайдалануға ұмтылу керек, демек бөренеде туындайтын ең жоғарғы есептелген кернеулер мүмкіндік кернеулерге тең болулары тиісті.

τ_{max} мөлшері мықтылық (41) жағдайында бөрененің сыртына тікелей жақын қауіпті қимасындағы ең жоғарғы жанама кернеу деп аталады. Бөрененің қауіпті қимасы үшін $\frac{M_k}{W_p}$ қатынасының абсолюттік мәні ең жоғары болады. Көлденең қималары тұрақты бөрене үшін ең қауіпті қима деп бұрау моменті ең жоғары абсолюттік мәні бар қиманы айтады.

Бұралудағы бөренелердің мықтылығы есептегенде, басқа құрылғыларды есептегендей мықтылықтың бір-бірінен өзгеше есебінің келесі үш түрі кездеседі (41): а) кернеулерді тексеру (тексеру есебі); б) қиманың орындысын алу (жобалау есебі); в) мүмкіндік жүктемені анықтау.

Берілген жүктеме және бөрененің өлшемдері арқылы кернеулерді тексергенде, бөренеде пайда болатын ең жоғарғы жанама кернеулер анықталады. Осы кезде, көп жағдайларда M_k

эпюрасын құру керек, өйткені ол бөрененің қауіпті қимасын анықтауды жеңілдетеді. Қауіпті қимадағы ең жоғарғы жанама кернеулер осыдан соң мүмкіндік кернеулермен салыстырылады. Егер бұл жағдайда (41) шарты қанағаттанбаса, онда бөрене қимасының өлшемдерін өзгерту, немесе оған (әсер етіп) түсіп тұрған жүктемені азайту, немесе материалының мықтылығы жоғарылауын қолдану керек. Әрине, максимальды есептелінген кернеулердің мәндері мүмкіндік кернеулерден аздаған (шамамен 5%) артығырағы қауіпті емес.

Қиманың берілген жіктемесі арқылы орындысын іздегенде бөрененің көлденең қималарындағы бұралу моменттері анықталады (әдетінше M_k эпюрасы құрылады), ал осыдан кейін (31) теңдеуден және (41) жағдайынан шыққан теңдеу арқылы

$$W_p \geq \frac{|M_k|_{\max}}{[\tau]}, \quad (43)$$

бөренені көлденең қимасының қажетті полярлық кедергі моменті анықталады. Оның әр бөлігіндегі қималары бұл кезде тұрақты болады. Мұндағы $|M_k|_{\max}$ - ең жоғарғы (абсолюттік мәні арқылы) осындай әр бөлігінің шектеріндегі бұрау моменті.

Полярлық кедергі моментінің мөлшері арқылы (33) теңдеудің көмегімен бүтін (бұл келкі) дөңгелек қиманың, немесе (34) теңдеудің көмегімен бөрененің сақиналы қимасының ішкі диаметрлері анықталады.

(31) теңдеу көмегімен мүмкіндік жүктемені белгілі мүмкіндік $[\tau]$ кернеулі арқылы және полярлық кедергі W_p моменті арқылы мүмкіндік бұрау $|M_k|_{\max}$ моменті анықталады, бұдан кейін мүмкіндік сыртқы жүктемелер белгіленеді, бұл жүктемелердің әсерлерінен бөрененің қималарында ең жоғарғы бұрау моменті туындап, ол мүмкіндік моментіне тең болады.

Білікті мықтылыққа есептегенде, оны қанағанда еш жіберілмейтін деформациялардың пайда болу мүмкіндігі ескеріледі. Біліктің үлкен бұралу бұрыштары өте-мөте оған уақыт аралығында ауыспалы моменттің берілуі қауіпті, өйткені бұл жағдайда біліктің мықтылығына қауіпті айналу тербелістері туындайды. Технологиялық жабдықтарда, мысалы, металдарды

кесетін станоктарда кейбір құрылғы элементтерінің бұралуға жеткіліксіз қаттылықтары (жекелеп айтқанда токарлық станоктарының қозғалғыш винттері) бұл станокта жасалатын бөлшектердің өңделулерінде дәлдік болмауына әкеліп соғады. Сондықтан қажетті жағдайларда біліктер мықтылыққа да, қаттылыққа да есептелінеді.

Бұралу кезіндегі бөрене қаттылығының шарты келесі түрде жазылады

$$\theta_{\max} \leq [\theta], \quad (44)$$

мұндағы $\theta_{\max}$ бөрене бұралуының ең жоғарғы қатынасты (29) теңдеумен анықталатын бұрышы; $[\theta]$ бұралу қатынасты мүмкіндік бұрышы. Оның мәнін әр құрылғылар мен түрлі жүктемелер үшін таяқшаның әр 1м ұзындығына 0,15-тен 2° дейінге тең деп алынса (0,0015-ден 0,02° дейін 1см ұзындық үшін немесе 0,000026-дан 0,00035 рад. біліктің 1см ұзындығына шаққанда шығады).

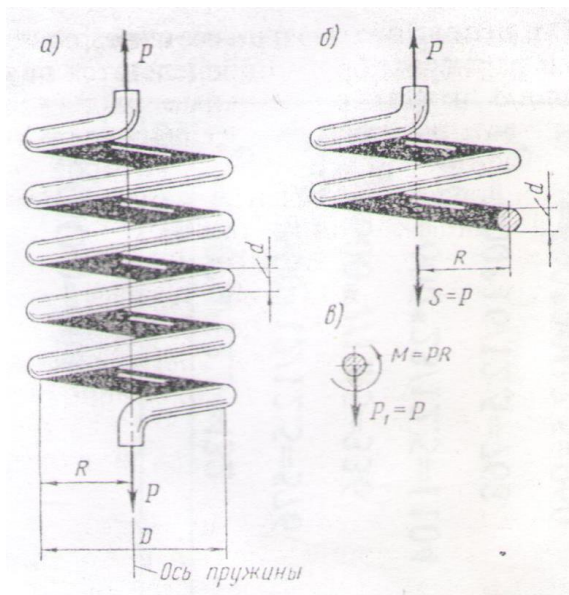
Цилиндрлік винтті серіппелерді есептеу

Серіппелер механизмдерде және машиналарда ең кеңірек таралған серпімді элементтерінің бірі. Оларды көбінесе амортизаторлар ретінде ұрынуларды, соғылуларды төмендету үшін қолданады. Кей жағдайларда серіппелер энергия аккумуляторлары ретінде кейбір бөлшектерді немесе механизмдерді қозғалту үшін қолданылады. Көлденең қимасы дөңгелек сымдардан, немесе шыбық-таяқшадан дайындалған, қысымға немесе созылуға жұмыс істейтін цилиндр түсті винттік серіппелер көбірек қолданылады. Төменде осындай серіппелерді жуық есептеуі келтірілген. Ұштары серіппенің осі бойымен әсер етіп тұрған және бір-біріне қарама-қарсы бағытталған созу Р күштерімен жүктелген серіппені қарастыралық (76 а- сурет). Серіппе сымының көлденең қима центрінен оның осіне дейінгі қашықтық аралықтағы радиусын $R=D/2$ және $d=2r$ -сым қимасының диаметрі деп белгілейміз /15/.

Серіппенің осімен өтетін жазықтық арқылы серіппенің сымын ойша кесіп төменгі жағын бөліп тастаймыз. Серіппенің үстіңгі жағы сыртқы Р күштің және ішкі кесілген сымның қимасындағы күштердің әсерлерінен теңестікте болады.

Бұл жағдайда ішкі күштер кесіп тастаған серіппенің төменгі жағының жоғарғы жағына әсерін алмастырады.

Серіппенің қалған жоғарғы бөлігінің тең әсерлікте болу шартына байланысты көрсетілген ішкі күштерінің тең әсерлі S күші серіппенің осі бойымен төмен бағытталған және P күшіне тең (76 б-сурет). Бұл күшті (серіппе қимасының дәл центрінде әсер ететін) тік $P_1 = P$ күшімен және жүргізілген серіппе сымының қимасынан өткен жазықтықтағы $M = PR$ моментімен алмастыруға болады (76 в-сурет).



76-сурет. Серіппені есептейтін параметрлер

Алдағы есептеулерді жеңілдету үшін серіппе орамдарының оның осіне жантаю бұрышы 90° жақындау деп болжаймыз. Серіппелердің келтірген бұрышының мәні 75° кем емес болғанда мұндай болжауды жасауға болады (әдетте бұрыш тең $80^\circ \dots 85^\circ$). Бұл болжау жоғарыдағы істелген серіппе сымының қимасын (76 б - сурет) көлденең қима ретінде, $M = PR$ моментті бұрау M_k моменті ретінде, ал $P_1 = P$ күшті көлденең Q күші ретінде қарастыруға болатынын береді.

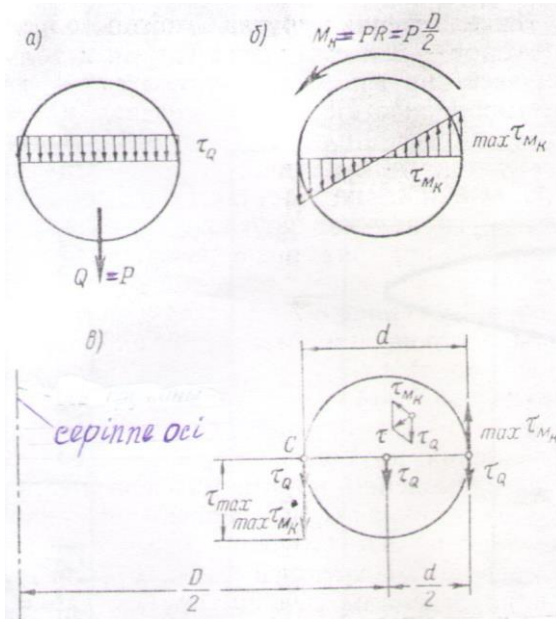
$Q = P$ күші қимада жанама τ_Q кернеулерді туындатады; бұл кернеулерді болжаммен серіппе сымының қимасында біркелкі таралған десек, онда:

$$\tau_Q = Q/F = 4P/(\pi d^2). \quad (45)$$

Жанама τ_Q кернеулердің эпюрасы 77 а - суретте көрсетілген. Бұдан басқа сымның қимасында жанама τ_{MK} кернеулер туындайды. Бұлардың пайда болуына себепті деп бұрау $M_k = PR = PD/2$ моментінің және (30-тендеу негізінде) тең:

$$\tau_{MK} = \frac{M_k \rho}{I_p} = \frac{P(D/2)\rho}{I_p}. \quad (46)$$

Жанама τ_{MK} кернеулердің эпюрасы 77 б - суретінде көрсетілген. (Серіппенің сымын қисық бөрене деуге болады, сондықтан түзу бөренеге тән (30)-тендеуді қолдануымыз, әрине, қатаң емес).



77-сурет. Жанама кернеулердің эпюрасы

Ең жоғарғы τ_{mk} кернеулер сымның сыртқы бетінде туындайды:

$$\max \tau_{mk} = \frac{P(D/2)}{W_p} = 8PD/(\pi d^3). \quad (47)$$

τ_{mk} кернеулер қиманың әр нүктесінде, осы нүктемен сым қимасының центрі аралығын жалғастыратын түзуге тік бағытталған. Қарама-қарсы Q күшінен және бұрау M_k моментінен туындаған кернеулер суммасын τ -ды сым қимасының әр нүктесінде геометриялық жолмен τ_Q және τ_{mk} кернеулерді қосып анықтауға болады (77 б - сурет). Серіппенің осіне өте жақын орналасқан сым қимасының C нүктесінде τ_{mk} және τ_Q кернеулердің бағыттары бірдей болады және τ_{mk} мәні бұл нүктеде $\max$. Сонымен, қосынды τ кернеудің мәні C нүктесінде ең жоғары болады:

$$\tau_{\max} = \max \tau_{mk} + \tau_Q = 8PD/(\pi d^3) + 4D/(\pi d^2) = [8PD/(\pi d^3)](1 + d/2D). \quad (48)$$

Әдетте (48) теңдеудің соңғы кішкене жақшалар ішіндегі екінші қосылғыш 1-ден едәуір кіші [көбіне $D/2 = 5 \dots 10$, сондықтан $d/(2D) = 0,05 \dots 0,1$] және ескермеуге болады. Ал, бұл бұрау кернеулерін көлденең күшінен туындаған кернеулерімен салыстырғанда кернеулердің екіншілерін ескермеумен тепе-тең. Сонда (48) теңдеу келесідей жазылады

$$\tau_{\max} = 8PD/(\pi d^3). \quad (49)$$

Серіппенің диаметрі өссе – оның мықтылығы төмендейді, ал орама сымының диаметрі өссе – оның мықтылығы асатыны (49) теңдеуден шығарылады.

Серіппенің мықтылығын қамтамасыз ету үшін $\tau_{\max}$ кернеудің мәні мүмкіндік $[\tau]$ мәнінен аспауы тиіс. Серіппелер өте сапалы болаттардан дайындалады, сондықтан мүмкіндік кернеулерінің мәндері өте жоғары: $[\tau] = 20 \dots 80 \text{ кН/см}^2$;

$$\tau_{\max} = 8PD/(\pi d^3) \leq [\tau]. \quad (50)$$

(49) және (50) - жуық теңдеулер. Серіппелердегі кернеулерді анықталған тәсілдерімен анықталған нәтижелерді қолданып, мықтылық шартын былай келтіруге болады

$$\tau_{\max} = k8PD/(\pi d^3) \leq [\tau], \quad (51)$$

мұндағы k - серіппелерді дәл есептеу тәсілдері негізінде анықталатын түзету коэффициенті. Мәнін келесі теңдеу арқылы шығаруға болады

$$k = \frac{\frac{D}{d} + 0,25}{\frac{D}{d} - 1}.$$

Енді серіппенің деформациясын, демек оның осі бойымен бағытталған ұзындығының өзгеруін қарастыралық. Екі P серіппенің ұштарына әсер етіп тұрған және оның осі бойымен бір-біріне қарама-қарсы бағытталған күштерден туындаған деформацияны λ -деп белгілейік.

Статикалық әсерін тигізіп тұрған P күштерінің, деформация кезіндегі қозғалудың мәні λ болғанда, осы аралықтағы істеген жұмысы келесіден анықталады

$$A = P \cdot \lambda / 2.$$

P күштері әсерінен болған серіппе деформациясының потенциалдық U энергиясын тек қана серіппе сымының көлденең қимасындағы бұрау $M_k = P(D/2)$ моменттерінен анықтаймыз. $Q = P$ күштерінің серіппе деформациясына ықпалдарын ескермейміз (39) теңдеуден

$$U = M_k^2 l / (2GI_p) = \frac{(PD/2)^2 \pi dn}{2G\pi d^4 / 32} = 4P^2 D^3 n / (Gd^4),$$

мұндағы $I_p = \pi d^4 / 32$; $l \approx \pi D n$ - серіппе сымының ұзындығы; n - серіппенің орамдар саны.

Энергияның $A=U$ сақталу заңы негізінде, сондықтан

$$\frac{P\lambda}{2} = \frac{4P^2D^3n}{Gd^4},$$

осыдан

$$\lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4}.$$

Серіппенің λ деформациясы P күші әсерінен бірге (1 мм, 1 см және т.б.) тең болғанда, P күшін *серіппенің қаттылығы* дейді және C әрпімен белгілейді. (53) теңдеуден

$$C = \frac{Gd^4}{8D^3n},$$

және

$$\lambda = P/C$$

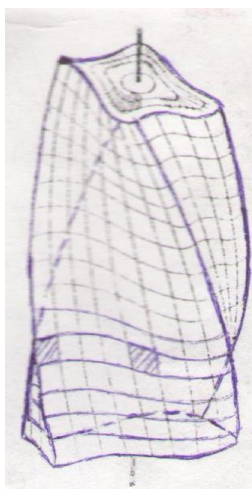
Серіппенің қаттылығын Н/м және Н/см тағы ұқсастарымен көрсетеді.

(53) және (54) теңдеулерден қорытындымыз: серіппенің орамдар n санын көбейтсек, онда пропорционалды λ деформациясы өседі және сондықтан, оның қаттылығы төмендейді; серіппе сымының диаметрі өссе, оның қаттылығы жоғарылайды, ал серіппенің диаметрі өссе, онда қаттылығын төмендетеді.

Көлденең қимасы дөңгелек емес түзу бөрененің бұралуы

Көлденең қималары дөңгелек емес бөренелерді бұрағанда туындайтын кернеулер мен деформацияларды анықтайтын есептерді материалдар кедергісінің тәсілдерімен шығаруға болмайды. Бұндай есептер серпімділік теориясының тәсілдерімен шешіледі. Дөңгелек бөренелерді бұрағанда олардың көлденең қималарының беттері жазықтықта қала береді, ал басқа түстес бөренелердің көлденең қималарының беттері жазықтықта жатпай қисық-қыңыр болып кетеді. Бұл жағдайда көлденең қиманың кездейсоқты нүктелері бір-біріне қатынасты бөрененің осьтік бойымен параллелді жылжиды - демек, бұл кезде көлденең қиманың *депланациясы* шығады.

78-суретте бөренені бұрағанда тура бұрышты көлденең қималардың депланациясы көрсетілген.



78-сурет. Тура бұрышты көлденең қималардың депланациясы

Қимасы түзу бұрышты бөрене

Егер түзу бұрышты қиманың ұзындығын h -пен және енін b -мен белгілесек, онда

$$I_k = \alpha b^4; W_k = \beta b^3, \quad (55)$$

мұндағы α және β h/b қатынас тәуелділігіне байланысты 5.1- кестесінен анықталады.

$(h/b) \geq 10$ болғанда жеңілденген теңдеулерді қолдануға болады

$$I_k = hb^3/3; W_k = I_k/b = hb^2/3. \quad (56)$$

$\tau_{\max}$ кернеулер тік бұрыштың ұзын жағының ортасында туындайды. Енінің ортасындағы жанама τ кернеулері

$$\tau = \gamma \tau_{\max}, \quad (57)$$

мұндағы γ мәндері 5.1 - кестесінен анықталады; $(h/b) \geq 4$ болғанда $\gamma = 0,74$ деп алуға болады.

α және β h/b қатынас тәуелділігіне байланысты

h/b	α	β	γ	h/b	α	β	γ
1,0	0,140	0,208	1,000	4,0	1,123	1,150	0,745
1,5	0,294	0,346	0,859	6,0	1,789	1,789	0,743
2,0	0,457	0,493	0,795	8,0	2,456	2,456	0,742
3,0	0,790	0,801	0,753	10,0	3,123	3,123	0,742

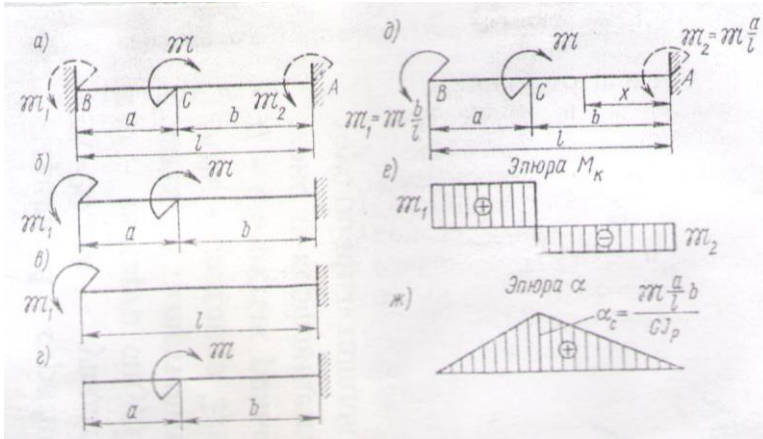
(Кейде W_k мөлшерін *бұрағандағы кедергі моменті*, ал I_k - *бұралу қаттылығының геометриялық сипаттамасы* дейді. Бұл мөлшерлер тек бірліктерімен және мәндерімен ғана есептеу теңдеулерінде дөңгелек қималы бөренелердің W_p және I_k ұқсастықтарын ескеру керек).

Бұрағанда статикалық анықталмайтын есептер

Бір ұшы бекітілген түзу бөренелірдің бұралуын есептегенде және (бұралып айналатын бөренелердей, өз ара тең күштерімен жүктелген бұралу моменттері бір-біріне тең) біліктерді есептегенде көлденең қималардағы бұралу моменттерінің мәндерін тек қана теңдіктегі жағдайлардың теңдеулері арқылы қималар тәсілімен анықтауға болады /16/. Сондықтан, осындай есептерді *статикалық анықталатындар* деп атайды.

Егер бұралудағы стерженьдердің көлденең қималарында туындайтын бұрау моменттері тек қана теңдікте болудың теңдеулері арқылы анықталмаса, бұралу есептерін шешу *статикалық анықталмайтындарға* жатқызылады. Бұл есептерді шығару үшін, теңдікте болу жағдайларының бүтін жүйеге, немесе оның қиып тастаған бөлігінің теңдеуіне қосымша тағы жүйе деформациясының сипаттамасын қарастыруына негізделген *жылжу теңдеулерін* құру қажет.

Мысалы, көлденең қимасы дөңгелек, екі жағының ұштары бекітілген және сол жағының ұшынан "а" қашықтығында  моментімен жүктелген бөренені қарастыралық (79 а - сурет).



79-сурет. Екі ұшы бекітілген, қимасы дөңгелек, сол жағының «а» қашықтығында m моментті бөрене

Бұл есепті шеші үшін тек қана теңестіктің бір теңдеуін - бөрене осіне қатынасты моменттерінің қосындысы нөлге тең деп құруға болады:

$$\sum M_k = m_1 - m + m_2 = 0,$$

мұнда m_1 және m_2 - бекітпелерде пайда болатын реактивтік бұрау моменттері.

Қарастырылған есепті шығару үшін қосымша теңдеуді келесідей табамыз. Бөрененің сол жағындағы тірелу бекітпесін ескермей, ал оң жағын өз күйінде қалдырайық (79 б - сурет). Осындай жолмен табылған бөрене үшін сол жақ ұшының бұрылуы нольге тең болуы тиісті, демек $\alpha_B = 0$, өйткені бөрененің бұл ұшы шынымен мықты бекітілген және бұрыла алмайды.

Күштер әсерлерінің тәуелсіздік принципі негізінде жылжулар теңдеуі келесідей жазылады

$$\alpha_B = \alpha_{B1} + \alpha_{B2} = 0.$$

Мұнда α_{B1} - сыртқы бұрау M_1 моментінен бөрененің сол жақтағы ұшының бұрылу бұрышы (79 в - сурет); α_{B2} - сыртқы бұрау M моментінің әсерінен бөрененің сол жақтағы ұшының бұрылу бұрышы (79 г - сурет).

Бөрененің оң жақтағы ұшының бұрылмайтынын ескеріп (демек $\alpha_A = 0$), (37) теңдеулердің екіншісінен және (36) теңдеуден табамыз

$$\alpha_{B1} = -\varphi_1 = -Ml/(GI_p);$$

$$\alpha_{B2} = -\varphi_2 = -Mb/(GI_p).$$

Осы мәндерін жылжулар теңдеуіне қойып:

$$-M_1 - Ml/(GI_p) + Mb/(GI_p) = 0,$$

осыдан

$$M_1 = Mb/l.$$

Тепе-теңдікте болу жағдайының теңдеуінен

$$M_2 = M - M_1 = Ma/l.$$

M_1 және M_2 моменттерді анықтағаннан кейін бұрау моменттерінің эпюрасын дағдылы тәсілмен, демек статикалық анықталатын бөрененікіндей (79 д - сурет) құруға болады. Қаралған есеп үшін бұл эпюра 79 е - суретінде келтірілген.

Бөрене бойында көлденең қималарының бұрылу бұрыштарының өзгерулері туралы *бұрыштардың бұрылу эпюрасы* (кей кезде оны бұрыштардың бұралуы дейді) көрнекі көз алдына келтіреді. Осы эпюраның әр ординатасы, қабылданған масштаб арқылы, бөрененің көлденең қимасына сәйкес бұрышының бұрылу мөлшерін береді.

Бұл жағдайда M_1 мәні табылғанын және бұрау моменттерінің эпюрасы құрылғанын (79 е - суретте) ескеріп, бөрене үшін осындай эпюраны (79 д - суретте) құрамыз. Оң жақтағы ең шеткі бөрененің жылжымайтын А қимасы, демек $\alpha_A=0$. Оң жағының ұшынан Х қашықтықта және АС аралықтағы

кездейсоқ көлденең қима келесі бұрышқа бұрылады [(37) теңдеулердің екіншісін қараңыз].

$$\alpha_x = \alpha_A - \varphi_x = 0 + m_2 x / (GI) = \frac{m \left(\frac{a}{l} \right) x}{GI_p}.$$

Мұндағы φ_x -(36) теңдеуден анықталатын, ұзындығы X бөлігіндегі бұралу бұрышы.

Сонымен, бұрылу бұрыштары « X » қашықтығына тәуелді түзулік заңымен өзгереді. Көрсетілген теңдікке $X=b$ қойып C қиманың бұрылу бұрышын табамыз:

$$m_a \cdot \alpha_c = \frac{m \left(\frac{a}{l} \right) b}{GI_p}.$$

Шоғырланған бұрайтын моменттермен қимасы тұрақты бөренені жүктегенде, көлденең қималардың бұрылу бұрыштарының эпюрасы, бөрененің әр бөлігінде түзу болатынын әрқашан ескеру керек.

СВ аралықтығы эпюраны құру үшін B қиманың бұрылу бұрашын есептеп шығаралық. (37) теңдеудердің екіншісі және (36) теңдеу негізінде

$$\alpha_B = \alpha_C - \varphi_{CB} = \frac{m \left(\frac{a}{l} \right) b}{GI_p} - \frac{m_1 a}{GI_p} = \frac{m \left(\frac{a}{l} \right) b}{GI_p} - \frac{m \left(\frac{b}{l} \right) a}{GI_p} = 0.$$

Бұл нәтиже есептің дұрыс шешілгенін мақұлдайды, өйткені қабылданған шартта B қима мықты бекітілген. Сонымен, көлденең қималардың бұрылу бұрыштарының эпюрасын құру, таза иллюстративтік мәнділігінен басқа кейбір статистикалық анықталмайтын есептердің шешімдерін тексеру ретінде қарастыруға болады.

Алынған мәндер арқылы құрылған бұрылу бұрыштарының эпюрасы (79 ж- суретінде) келтірілген.

Бөренеге бірнеше сыртқы бұрау моменттері әсер еткенде, және бөренелердің кейбір бөліктерінің көлденең қималары әр

түрлі болғанда, толықтырғыш теңдеуді жазып келтіруге болады (мысалы, 27 қараңыз).

Цилиндрлік серіппені есептегенде статикалы анықталатындар мен қатар статикалы анықталмайтындар да есептер кездеседі. Егер серіппенің ұштары бекітілмеген және бос серіппенің осьтік бойымен жылжымалы болса, немесе бір жағының ұшы бекітілсе, онда мұндай серіппені есептеу статикалық анықталатындарға жатқызылады.

Егер серіппенің екі ұшы да еш қозғалмайтындай бекітілсе, онда оның шығарылатын есебі статикалық анықталмайтынға жатады. Оны шығару үшін тағы қосымша жылжулардың теңдеуін құрастыру қажетті.

Бұл теңдеуді құру екі ұшы бекітілген түзу таяқшаның есебін осьтік бойында әсер ететін сыртқы жүктемелерге есептеу теңдеуін құруына ұқсас. Осындай типті есептердің қосымша теңдеулерін құрастыру жоғарыда қарастырылған («Статикалық анықталмайтын жүйелерді» және «Көлденең қимасы дөңгелек түзу бөренелердің бұралы» қараңыз).

Серіппелердің статикалық анықталмайтын есебін есептеу үлгісі болып саналатын жүйе 80 - суретте көрсетілген. Бұл жүйе *концентрацияланған серіппелер* деп аталады. Жүйенің бұлай аталуының себебі: бір серіппенің ішінде екіншісі орналасып екеуі бірге жұмыс істейді.

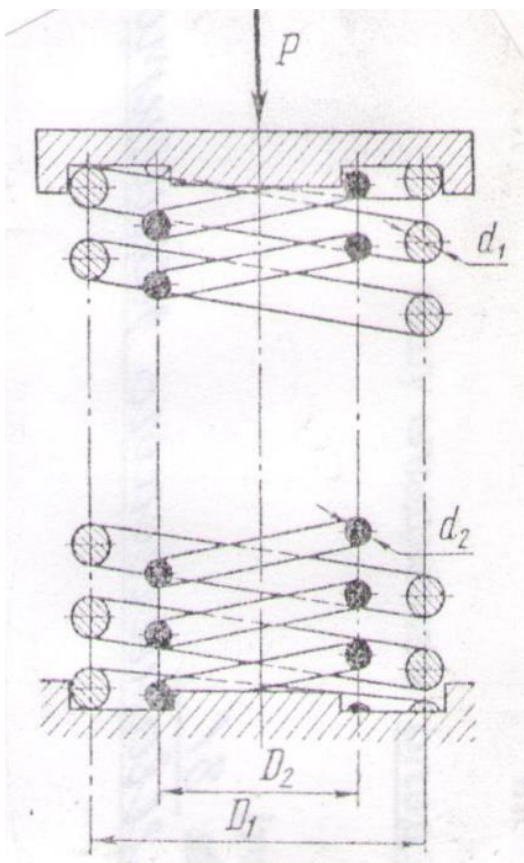
Теңдіктік шартында тұрған үстіңгі плитаға әсер етіп тұрған P күші, осыдан сыртқы және ішкі серіппелерді қысып тұрған P_1 және P_2 күштердің қосындысы сыртқы P күшіне тең. Бұл жалғыз ғана теңдіктің теңдеуін екі белгісіз P_1 және P_2 анықтау үшін құруға мүмкіндік береді, демек есеп бір рет статикалы анықталмайтынға жатқызылады.

Қаралған есептің жылжулар теңдеу сыртқы және ішкі серіппелер қалдықтарының бір-біріне тең екенін көрсетуі тиісті:

$$\lambda_1 = \lambda_2, \text{ немесе}$$

$$8P_1 D_1^3 n_1 / (Gd_1^4) = 8P_1 D_2^3 n_2 / (Gd_2^4).$$

Бұл теңдеудің шешімі теңдік $P=P_1+P_2$ шартымен бірге серіппелердегі күштерді табуға, ал содан кейін олардың мықтылығын есептеуді орындауға мүмкіндік береді.



80-сурет. Серіппелердің статикалық анықталмайтын жүйе үлгісі

БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ

1. *Конторова Г., Френкель Я.* Статическая теория хрупкой прочности. – Москва. ЖТФ, XI, вып. 3, 1941.
2. *Афанасьев Н. Н.* Статическая теория усталостной прочности металлов. – Москва. Изд. АН СССР, 1953.
3. «Познание прочности», – Москва. «Правда», № 87 (21056) от 27.03.1976.
4. *Федосьев В. И.* Сопротивление материалов. – Москва. Главная редакция физико-математической литературы, «Наука», 1970, 544 с.
5. *Дарков А. В., Шпиро Г. С.* Сопротивление материалов: Учеб. для техн. вузов-5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1989. – 624 с.
6. *Протодьяконов М. М., Койфман М. Н., Чирков С. Е. и др.* Паспорта прочности горных пород и методы их определения. – М.: Наука, 1964. – 78 с.
7. *Барон Л. И., Керекелица Л. Г.* Сопротивляемость горных пород отрыву. – Киев: Наукова думка, 1974. – 192 с.
8. *Балгожин Ш. А-Г., Помашев О. П., Бибосынов Ж. Б.* Устройство для испытания образцов бетона на растяжение: А.С. СССР, № 1013849. // Бюл. изобретений. №15, 1983.
9. *Кузнецов Г. Н.* Определение механических свойств горных пород на малых образцах // Вопросы разрушения и давления горных пород. – М: Углетехиздат, 1955.
10. *Юматов Б. П.* Технология открытых горных работ и основные расчеты при комбинированной разработке рудных месторождений. – М.: Недра, 1966. –147 с.
11. *Чабдарова Ю. И., Жужгов Ю. В., Букин А. Н.* Горное давление при антиклинальных структурах Джекказгана. – Алма-Ата: Наука, 1980. –196 с.
12. *Бориц-Компониенц В. И., Макаров А. Б.* Горное давление при отработке мощных пологих рудных залежей. – М.: Недра, 1986. – 271 с.
13. *Юматов Б. П., Байков Б. Н.* Технология буровзрывных работ на карьерах цветной металлургии. – М: Недра. 1969. –100 с.

14. *Петров Н. Г., Сенатская Г. С., Шаповаленко В. Д.* Экспериментальные исследования прочностной структуры горных пород. Сб. «Научные сообщения», вып. 96. – М.: ИГД им. А. А. Скочинского, 1972.

15. *Коршунов Д. А. Клевцов В. А.* Стандартизация неразрушающего контроля качества железобетона. //Бетон и железобетон, №1, – Москва. 1977.

16. *Масленников В. Н.* О зависимости механических свойств горных пород от формы и размеров образцов. //Горный журнал, №12, – Москва. 1956.

МАЗМҰНЫ

Кіріспе	3
1. СТАТИКАНЫҢ, КИНЕМАТИКАНЫҢ, ДИНАМИКАНЫҢ КЕЙБІР ТҮСІНІКТЕМЕЛЕРІ.	6
1.1 Векторлар мен скалярлық өлшемдер	6
1.2 Статиканың негізгі ұғым түсініктері	8
1.3 Статиканың аксиомалары	11
1.4 Байланыстар және байланыстар реакциялары	13
1.5 Типтік байланыстардың негізгі түстері	15
1.6 Жазықтық күштер жүйесі. Күш моменті. Қос күштер	19
1.7 Статиканың жазықтық күштер жүйесіне арналған негізгі екі міндетті есебі	24
1.8 Жазықтық күштер жүйесі әсеріндегі денелердің тепе-теңдікте болулары туралы есептер шешімі ..	31
1.9 Ауырлық центрі	35
1.10 Динамика. Негізгі түсініктемелер	38
2. МАТЕРИАЛДАР КЕДЕРГІСІНІҢ НЕГІЗДЕРІ	41
2.1 Пәннің мақсаттары. Негізгі түсініктемелер. Анықтамалар	41
2.2 Элементке әсер етуші күштер	43
2.3 Қималар тәсілі	44
2.4 Тік (нормалды) және жанама кернеулер	45
3. СОЗЫЛУ, ҚЫСЫЛУ, МЫЖЫЛУ, СЫРЫЛУ	47
3.1 Бойлық созу мен қысқандағы кернеулер және деформациялар	47
3.2 Элементтерді созу мен қысуға есептеу жолдары .	51
4. КАРЫЛАРДЫҢ ИІЛУІ	55
4.1 Иілу туралы түсініктеме	55
4.2 Негізгі осьтер және негізгі инерция моменттері ..	58
4.3 Инерция шеңбері	67
4.4 Инерция эллипсі	71
4.5 Колоннаның орталығынан тыс қысылуын есептеу	81
4.6 Ию моменті және көлденең күш түсініктері.....	87
4.7 Көлденең күштер мен ию моменттері эпюраларының тұрғызылулары.....	93

4.8	Түзу бөрене (брус) иілгенде пайда болатын кернеулер.....	96
4.9	Қарылардың иілу кезіндегі мықтылығын есептеу	101
5.	КЕРНЕУЛЕРДІҢ ЦИКЛДІ ӨЗГЕРМЕЛІ ӘСЕРІ МЕЗГІЛІНДЕГІ МЫҚТЫЛЫҚ.....	105
5.1	Негізгі түсініктемелер. Бұрау. Бұрау моменті.....	107
5.2	Көлденең қимасы доңғалақ түзу бөрененің бұралуы.....	112
	БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ	140

Оқулық басылым

Онал Перманкүлұлы Помашев
Ғалымбек Ақбергенұлы Баймаханов

ТЕХНИКА ЖӘНЕ ҚҰРЫЛЫС МЕХАНИКАСЫ

Оқу құралы

ОБО РБ бастығы

Редакторы

Компьютерде беттеген

З. А. Ғұбайдулина

А. И. Бейсебаева

С. Е. Орысбекова

Басуға қол қойылды 20.02.2017 ж.

Таралымы 300 дана. Пішімі 60х84х 1/16.

№ 1 баспаханалық қағаз.

Е.-б.т. 9,0. Ш.б.т. 8,3. Тапсырыс № 794. Бағасы келісімді.

Қ. И. Сәтбаев атындағы

Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті басылымы

ҚазҰТЗУ Қоғаммен байланыс жөніндегі департаменті

Баспа басқармасы

Алматы қ., Сәтбаев көшесі, 22

ISBN 978-601-323-076-4



9