

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН**

**Казахский национальный исследовательский технический
университет имени К.И.Сатпаева**

Б. Х. АЙТЧАНОВ

**СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ЦИФРОВЫХ ЧАСТОТНО-
ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ**

Алматы 2016

УДК 519.7(035-3)

ББК 22.172

А 36

Рецензенты

М.А. Бейсенби, профессор кафедры системного анализа Евразийского национального университета им. Гумилева, доктор технических наук, профессор

И.Т. Утепбергенов, профессор кафедры инженерной кибернетики Алматинского университета энергетики и связи, доктор технических наук, профессор

Айтчанов Б.Х.

Статистическая теория цифровых частотно-импульсных систем. – А36 – Монография. – Алматы: ИП «Inter print», 2016. – 156 с.

ISBN 978-601-239-420-7

В монографии рассмотрены вопросы статистической теории цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления (ДЧИСАУ) объектами с запаздыванием, включающей методы математического описания и построения моделей этого класса систем, статистического анализа и синтеза. Исследования цифровых ДЧИСАУ объектами с запаздыванием проводятся на базе единого методологического подхода, основанного на использовании и развитии теории дискретных функциональных рядов Вольтерра.

Монография предназначена для научно-технических работников, для студентов старших курсов, докторантов PhD и специалистов, специализирующихся в области применения математических методов и автоматического управления.

Ил. 51. Табл. 4. Библиогр. – 117 назв.

УДК 519.7(035-3)

ББК 22.172

ISBN 978-601-239-420-7

© Айтчанов Б.Х., 2016

© КазНИТУ им. К.И. Сатпаева, 2016

ПРЕДИСЛОВИЕ

Обширный класс технологических и производственных процессов относится к классу объектов с запаздыванием, т.е. характеризуются существенным временным запаздыванием в каналах управления и измерения, и их параметры подтверждены существенным случайным помехам. В этой связи сохраняется актуальность создания и исследования систем управления технологическими процессами с запаздыванием.

В настоящее время широкое применение на практике нашли системы управления с динамической частотно-импульсной модуляцией (ДЧИМ). Включение динамического частотно-импульсного модулятора в систему управления технологическими процессами придаёт ей новые свойства и открывает широкие возможности для её оптимизации при сохранении простоты технической и алгоритмической реализации.

Теоретические и прикладные результаты по исследованию частотно-импульсных систем автоматического управления достигла высокого уровня. Однако непосредственное применение этих методов при исследовании систем управления объектами с запаздыванием связано значительными математическими и вычислительными проблемами, не всегда преодолимыми при рассмотрении многих прикладных задач.

В этой связи создание теоретических основ, разработка моделей и методов исследования цифровых стохастических динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием, ориентированных на решение широкого спектра прикладных задач автоматизации и управления, является весьма актуальной.

Первый раздел монографии приведен краткое описание частотно-импульсных модуляторов и современное состояние теории и практики частотно-импульсных систем. Описаны принципы действия динамических частотно-импульсных систем автома-

тического управления и современное состояние статистического исследования частотно-импульсных систем.

Описаны методы оценки точности работы динамической частотно-импульсной системы автоматического управления, на входе которой действует случайный процесс с заданными статистическими характеристиками. Приведенный анализ современного состояния теории и практики частотно-импульсных систем показал недостаточную ее проработанность в разрезе особенностей промышленных действующих технологических процессов, ибо они являются объектами с запаздыванием и их параметры подвержены существенным случайным помехам и, как следствие этого, отсутствие эффективных методов исследования таких систем.

Реализация современных частотно-импульсных систем с помощью микроконтроллера или других средств вычислительной техники приводит к необходимости при их проектировании и исследовании учета дискретизации сигналов во времени.

Условие функционирования динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием, как и других систем, в реальной среде характеризуется случайными изменениями их внутренних параметров. Исследование этой проблемы привело во втором разделе к разработке эквивалентной дискретной системы управления объектами с запаздыванием. Эти системы отличаются от исходных тем, что в них по казатели состояния, вызванные внутренними нелинейными преобразованиями случайных процессов, оцениваются внешними аддитивными и мультипликативными случайными шумами. Предложена процедура построения эквивалентной цифровому модулятору нелинейной системы с фильтром ℓ -го порядка и реализация её в виде микроконтроллера. Функции ДЧИМ и ФИ реализует микроконтроллер

В третьем разделе на базе эквивалентных нелинейных дискретных систем развиты конструктивные способы построения дискретных вольтерровских моделей динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием. Получены модели конкретных видов цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием.

Четвертый раздел монографии посвящён созданию алгоритмов статистического анализа цифровых частотно-импульсных систем с запаздыванием как при присутствии, так и при отсутствии внешних помех. Для упрощения анализа построены различные по точности и вычислительной трудоемкости линеаризованные дискретные модели систем, основанные на различных принципах статистической линеаризации.

В пятом разделе, полученные в третьем разделе дискретные нелинейные и статистически линеаризованные модели цифровой системы, позволили ставить и решать задачу синтеза асимптотически оптимальной по статистическим критериям цифровой динамической частотно-импульсной системы, которая сводится к оценке параметров динамического частотно-импульсного модулятора. Статистически линеаризованные дискретные модели дают возможность развить параметрический метод синтеза асимптотически оптимальной по статистическим критериям цифровой динамической частотно-импульсной системы управления.

Предложенные методы синтеза асимптотически оптимальной по статистическим критериям динамической частотно-импульсной системы доведены в настоящем разделе до вычислительных алгоритмов, позволяющих реализовать процедуру синтеза на ПК.

В приложениях приводятся основные сведения по разработке математических моделей и алгоритмов формирования дискретных вольтерровских моделей цифровых динамических частотно-импульсных систем с запаздыванием, помогающим читателям пользоваться материалом книги.

Большинство разделов книги снабжены расчетными примерами, некоторые из которых не только иллюстрируют теоретические результаты, но и имеют самостоятельное значение.

Книга снабжена довольно обширной библиографией.

Автор

1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНО-ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

В настоящем разделе приводится краткое описание частотно-импульсных модуляторов и современное состояние теории и практики частотно-импульсных систем. Описаны принципы действия динамических частотно-импульсных систем автоматического управления и современное состояние статистического исследования частотно-импульсных систем.

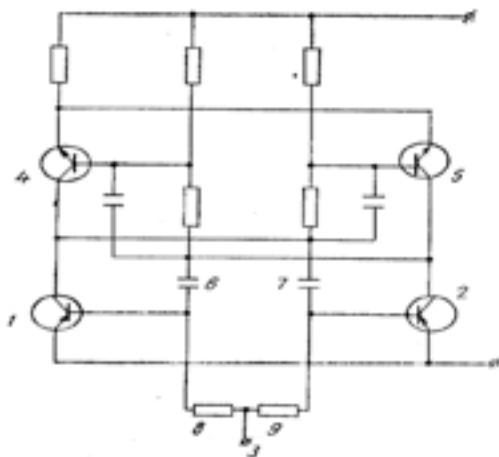
1.1 Примеры частотно-импульсных систем

В частотно-импульсных системах особое место занимает частотно-импульсный модулятор, который своим расположением в структуре системы может оказывать различное влияние на функционирование всей системы.

Частотно-импульсный модулятор описывается во многих трудах ученых [15 – 22]. Как средство связи частотно-импульсную модуляцию исследовал в 1947 году Росс [15]. Основное внимание было уделено точности этого метода (модуляции и демодуляции) при воспроизведении синусоидального сигнала. Предложенная в [16] модель процесса ЧИМ предназначена для тех нейронных систем, в которых разряд нейронов является случайным. Модель в [16] описывает внешнее поведение данной нервной системы, где изучаются основные динамические свойства модели. В работе [18] частотно-импульсная модуляция (ЧИМ) является методом кодирования информации. В настоящее время этот метод представляет особый интерес для исследователей, работающих на прямое общение с центральной нервной системой человека, поскольку нервная система использует ЧИМ для передачи информации [19], [20], нейронные всплески импульсов возникают из химических потенциалов действия на клеточном уровне [21].

Рассмотрим некоторые из них:

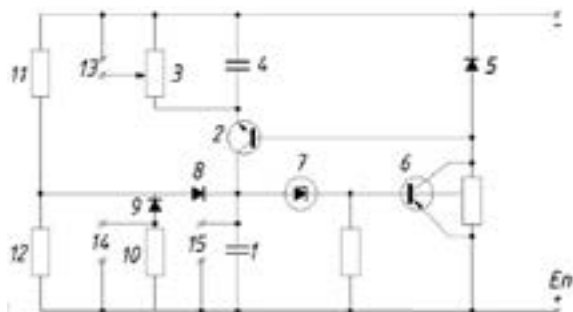
1) *частотно-импульсный модулятор*, содержащий мультивибратор, выполненный на транзисторах одного типа проводимости. Предложенный в [24] частотно-импульсный модулятор, отличается от известных тем, что в качестве коллекторных нагрузок транзисторов мультивибратора включены транзисторы другого типа проводимости, соединенные по схеме триггера; коллекторы транзисторов мультивибратора соединены с коллекторами соответствующих транзисторов триггера. Это отличие позволяет повысить линейность рабочей характеристики модулятора, увеличить входное и уменьшить выходное сопротивление (рисунок 1.1).



где 1, 2, 4, 5 – транзисторы; 3 – клемма; 6, 7 – конденсаторы; 8, 9 – резисторы

Рисунок 1.1 – Частотно-импульсный модулятор в [24]

2) представленный в [25] частотно-импульсный модулятор относится к импульсной технике низкочастотного и инфранизкочастотного диапазонов. При создании данного модулятора в [25] была поставлена цель – упростить устройство, расширить частотный диапазон модуляции в области инфранизких частот и уменьшить влияние нестабильности напряжения питания на частоту следований импульсов (рисунок 1.2).



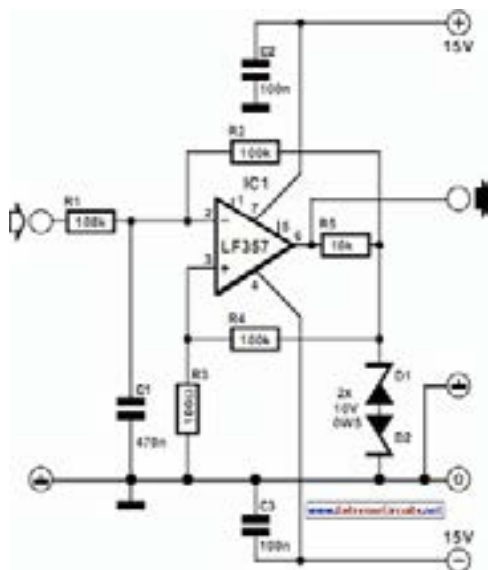
1 – накопительный конденсатор; 2 – токостабилизирующий транзистор типа п-п-п; 3 – потенциометр; 4 – конденсатор; 5 – диод; 6 – транзистор типа п-п-п; 7 – стабилитрон; 8 – разделительный диод; 9 – динистор; 10 – ограничительный резистор; 11, 12 – резистивный делитель; 13, 14, 15 – клеммы

Рисунок 1.2 – Частотно-импульсный модулятор в [25]

3) *частотно-импульсный модулятор* в [26] отличается от частотно-импульсных модуляторов представленных в [24] и [25] тем, что длительность импульса компактного модулятора и частота импульсов может изменяться путем изменения точки переключения конденсатора C1 с контролем напряжения через резистор R1. Когда управляющее напряжение больше, чем напряжение стабилитрона, генератор перестает работать. Максимальный период времени адаптации системы путем изменения значения C1 (конденсатор) составляет 25 мс. Это, конечно, также изменяет максимальную частоту [26] (рисунок 1.3).

Частотно-импульсная модуляция (ЧИМ) представляет собой процесс преобразования информации в интервалах (или во времени) импульсов. Исследование систем автоматического управления с частотно-импульсной модуляцией широко развивалось с конца 1960-х до начала 1970-х. Поскольку информация в частотно-импульсном модуляторе передается в виде импульсов, на выходе импульсы могут быть любой формы, что способствует хорошей помехоустойчивости системы. Это преимущество дало возможность найти множество применений [23] данной технологии.

Рассмотрение ЧИМ в качестве метода для разомкнутой системы находит широкое применение в разных областях науки и техники, таких как силовая электроника, машиностроение, микробиология, робототехника, медицина (медицинское оборудование).



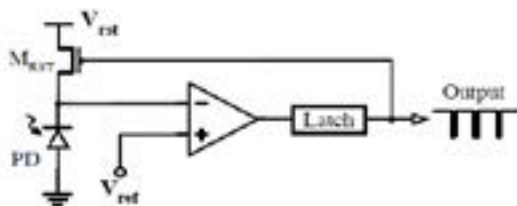
где IC1 – компаратор 1; C1, C2, C3 – конденсаторы;
R1, R2, R3, R4, R5 – резисторы

Рисунок 1.3 – Частотно-импульсный модулятор в [26]

4) Двойные – Дельта компенсационные методы для датчиков изображения CMOS с частотно-импульсной модуляцией [27].

В работе [27] спроектированы двойные – дельта компенсирующие (ДДК) методы для компаратора на основе частотно-импульсной модуляции (ЧИМ) пикселей (ячеек). Сущность этого способа заключается в достижении сокращения неподвижных структурных шумов (НСШ) и расширении динамического диапазона (ДД) на высоком световом участке. Моделирование было выполнено с помощью метода Монте-Карло для реального диапазона изменения параметров 0,18- μm технологии CMOS (рисунок 1.4).

Пиксели частотно-импульсной модуляции или широтно-импульсной модуляции (ШИМ) были разработаны с целью достижения широкого динамического диапазона (ШДД) визуализации приложений. Их типичная структура использует сигма-дельта (Σ - Δ) операнд, обычно несимметричный компаратор, для выполнения легких преобразований частот. Высокий световой диапазон



где M_{RST} – режим сброса, PD – емкость фотодиода,
 V_{RST} – сброс, V_{REF} – опорное напряжение

Рисунок 1.4 – Блок-схема ЧИМ

визуализации ухудшается по длительности периода сброса, что увеличивает подсветку. Эта проблема непосредственно связана с задержкой распространения компаратора и довольно трудно решаемая при нынешних технологиях CMOS. Блок-схема ЧИМ пикселя показана на рисунке 1.4. Для того, чтобы генерировать более высокую выходную частоту, которая является предпочтительной во многих приложениях, необходимо уменьшить V_{diff} (разница между сбрасываемым (V_{RST}) и заданым (V_{ref}) напряжениями). Если V_{diff} уменьшить, то это несоответствие индуцированного смещения становится относительно большим и значительно увеличивает НСШ. Если уменьшить V_{diff} , то это приводит к меньшей интеграции коэффициента возврата в течение одного периода импульса, который отключает работу ЧИМ пикселя, когда период сброса становится больше, чем период интеграции. В результате, подход, который решает проблемы с помощью не большого V_{diff} позволяет лучше использовать ЧИМ пиксели.

В данном контексте введем понятие метода ДДК и его схемную реализацию. Были показаны несколько сценариев моделирования, которые поддерживают идею ДДК и дают полезную информацию для реализации чипа в будущем.

Понятие метода ДДК описано следующим образом. Для ЧИМ пикселя операция сброса обычно повторяется много раз в одном кадре. Таким образом, любые существующие V_{off} в компараторе изменят первоначальные V_{diff} (V_{diff} и V_{off}) и полученная выходная частота пикселя будет изменять весь массив пикселей. Поскольку V_{off} компаратор часто рассматривают, как источник напряжения в

одном из двух узлов ввода этот эффект может быть компенсирован в течение каждой двух последовательных интеграций если соединения между сигналами (V_{PD} и V_{ref}) и входами, а также полярности обоих компараторов переключаются. Эта идея иллюстрируется на рисунок 1.5.

Состояние пикселя изменится в одном из двух режимов для каждой интеграции. Компаратор должен переключать его полярность, оставляя напряжение смещения неизменным.

Двойная-дельта компенсация для ЧИМ CMOS датчика изображения предполагает сократить НСШ и увеличить ДД. Этот метод требует только восемь дополнительных транзисторов, четыре из которых используются для коммутации входных соединений, а другие в коммутируемой полярности компаратора.

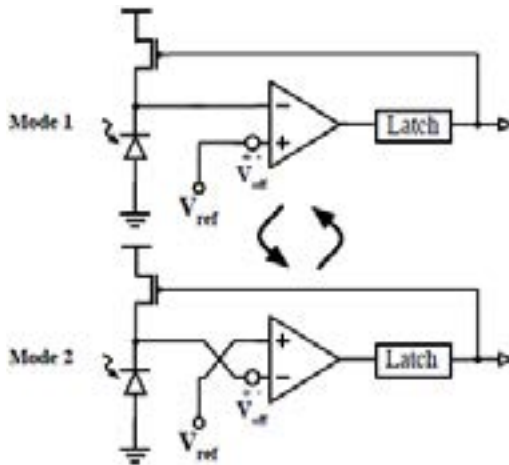


Рисунок 1.5 – Концепция ДДК.

Хотя восемь дополнительных транзисторов значительно снизят коэффициент заполнения, если шаг пикселей мал, этот способ будет все еще полезен тогда, когда пиксель имеет ячейку памяти. Этот способ был смоделирован с использованием HSPICE и метода Монте-Карло в 0,18- μm CMOS процессе. Различные параметры, в том числе напряжение смещения, а также ширина транзистора и пороговые напряжения, используются для проверки этого метода.

По предварительным результатам, метод ДДК успешно снижает НСШ. В целом ДДК может быть реализована с минимальными затратами в любом ЧИМ пикселе, который использует компаратор.

5) *Передача видео сигнала по оптическому волокну в системах связи, использующих частотно-импульсную модуляцию* [28].

Методика была разработана для определения требования к условиям эксплуатации системы с частотно-импульсной модуляцией. Коэффициент усиления при обработке ЧИМ получен на уровне 40 дБ с индексом модуляции $\beta=2,5$, что хорошо согласуется с теорией. Теоретическое увеличения коэффициента усиления при обработке ЧИМ по сравнению с ЧМ составляет 15,9 дБ для индекса модуляции $\beta=2,5$ с шириной полосы пропускания приемника $B_{rx} = 50$ МГц.

Передача видеосигналов с использованием прямой модуляции лазерного диода соединенного с оптическим волокном дает значительно больший дифференциальный коэффициент, но и большее усиление дифференциального искажения фазы из-за модальных шумов. Хотя эти искажения видеосигнала могут быть сведены к минимуму, используя многомодовые или одномодовые оптические волокна с большей апертурой, более высокую степень устойчивости к этим искажениям, а также нелинейности оптической амплитуды источника и колебаниям достигается за счет использования ЧИМ. Этот метод модуляции также обеспечивает способность получить компромисс между соотношением сигнала-шума (SNR) и пропускной способностью канала на выходе приемника по аналогии с ЧМ.

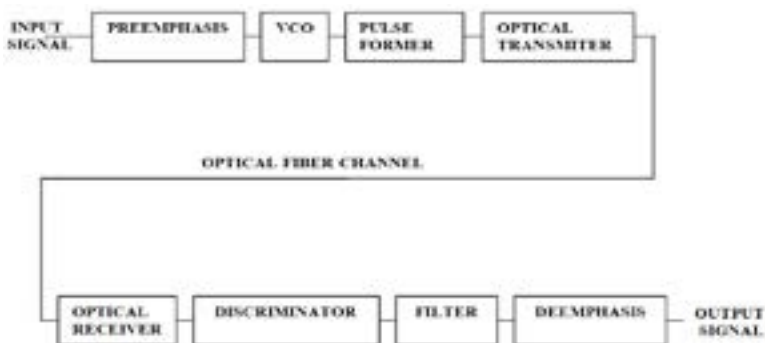


Рисунок 1.6 – Схема системы с частотно-импульсной модуляцией

Данный метод был разработан для проектирования системы ЧИМ, как показано на рисунок 1.6. Эта методика позволяет указать требуемое отношение сигнала к шуму (SNR) и минимальное количество всплесков шума в секунду (Н).

6) *Нелинейная дискретная система эквивалентная системе с интегрально частотно-импульсной модуляцией* [29].

В данной работе исследуется влияния интегральной частотно-импульсной модуляции (ИЧИМ) на управление системой с обратной связью с одним входом и одним выходом. При нулевых входных сигналах такие системы могут быть представлены в виде нелинейной дискретной системы. Принцип устойчивости Лагранжа используется для исследования устойчивости таких систем. Пошаговая процедура была разработана для построения траектории состояния ИЧИМ системы. Для этого была использована система второго порядка, на примере которой было показано, что неустойчивость, асимптотическая устойчивость в целом, и асимптотическая устойчивость по Лагранжу присущи таким системам. Показано также, что в ИЧИМ системах периодические колебания зависят от выбора начального состояния (рисунок 1.7, 1.8 и 1.9).



Рисунок 1.7 – Блок диаграмма функционального частотно-импульсного модулятора

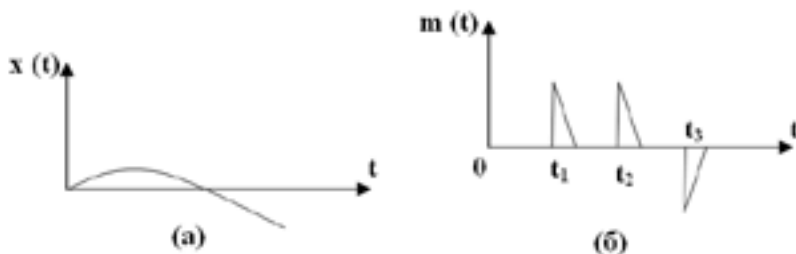


Рисунок 1.8 – Вход в модулятор рисунка 1.7 (а), выход из модулятора рисунка 1.7 (б)

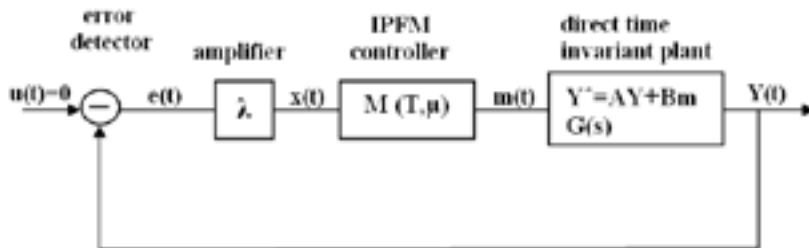


Рисунок 1.9 – Блок диаграмма ИЧИМ системы управления с обратной связью

7) *Новый цифровой детектор изображения CMOS с широким динамическим диапазоном (ШДД) и частотно-импульсной модуляцией в пикселе с переменным опорным напряжением [30].*

В данной работе предлагается новый цифровой датчик (ЦД) с частотно-импульсной модуляцией используемый для увеличения разрешения пикселей, особенно при низком уровне освещения. Предлагаемый ЦД ЧИМ имеет привлекательные характеристики: уменьшенное время интеграции, при низком уровне освещенности, уменьшенную сложность маршрутизации и стоимость кремния, и коэффициенты заполнения, сопоставимые с обычными ЦД ЧИМ, однако, при значительно улучшенном динамическом диапазоне. Предлагаемый цифровой датчик изображения выполняется на базе TSMC 0.18 мкм-1.8V CMOS технологии и проверены с помощью моделей Spectre с BSIM3V3. Результаты моделирования показывают, что цифровой пиксель ЧИМ имеет динамический диапазон в 150 дБ при времени интегрирования в 60 мкс, что примерно на 70 дБ больше, чем обычные цифровые датчики пикселя с ЧИМ.

Конфигурация традиционного ЧИМ-пикселя с N-битовым счетчиком (N-bit counter) показана на рисунке 1.10. В фазе сброса напряжение на фотодиоде PD, обозначаемое V_{pd} , увеличивается до V_{dd} примерно тогда, когда транзистор сброса M_r включен. Выход компаратора устанавливается на уровне логической «1». Выключение pMOS – транзистора M_r начинает фазу считывания. V_{pd} начинает снижаться в связи с проводимостью фотодиода. Ток

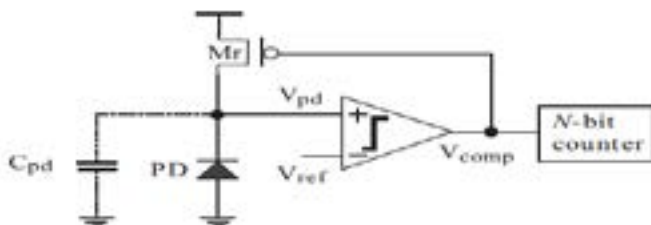


Рисунок 1.10 – Конфигурация ШДД ЧИМ с постоянным опорным напряжением

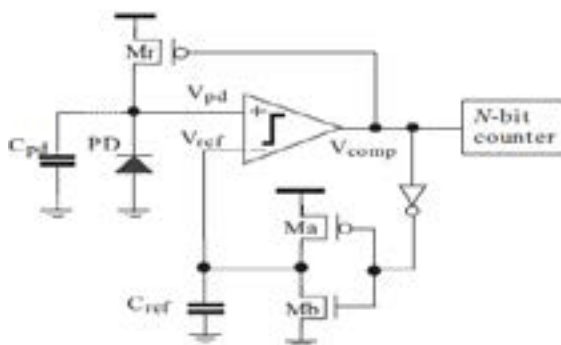


Рисунок 1.11 – Цифровой пиксель ЧИМ с переменным опорным напряжением в пикселе (ЧИМ с опорным генератором)

фотодиода I_{pd} устанавливается уровнем освещенности. Когда V_{pd} достигает опорного напряжения – V_{ref} , выход компаратора V_{comp} переключится из логической «1» в логический «0», заставляя счетчик пикселя увеличиваться. Он также включает транзистор сброса M_r и перезаряжает фото диод до V_{dd} . Так как $V_{pd} > V_{ref}$, выход компаратора установится в состояние логической «1» и выключит транзистор M_r . Процесс регистрации сигнала повторяется.

Конфигурации предлагаемого ЦД ЧИМ пикселя с переменным опорным генератором показаны на рисунке 1.11. По сравнению с обычным ЦД ЧИМ показанным на рисунке 1.10, предлагаемый ЦД ЧИМ использует C_{ref} как опорный конденсатор для генерации нарастающего опорного напряжения. Чтобы увидеть, как

работает этот датчик изображения, предположим, что выходной сигнал компаратора – логический «0». pMOS (транзистор) сброса включен и конденсатор перехода фотодиода заряжается до V_{dd} . Инвертор в цепи опорного напряжения включает транзистор Mb, чтобы разрядить конденсатор C_{ref} . Выход компаратора переключается на логическое «1» и транзистор сброса M_r выключается. V_{pd} начинает снижаться в связи с освещением фотодиода. Опорный конденсатор C_{ref} заряжается в результате включения в Ма и увеличивает значение V_{ref} . Когда $V_{pd} = V_{ref}$, выход компаратора переключается на логическое «0».

8) *Модель частотно-импульсной модуляции управления одним коммутатором трехфазного Бак выпрямителя*

В данной работе рассматривается модель частотно-импульсной модуляции управления одним коммутатором трехфазного Бак выпрямителя. Результаты моделирования показывают, что система обеспечивает низкие гармонические искажения входных линейных токов при высоком коэффициенте мощности, и хорошо регулирует выходное напряжение, что приводит к высокой производительности системы.

Предложенная схема управления показывает хорошие результаты в плане низких гармонических искажений входного тока, высокий коэффициент мощности, и регулирование выходного напряжения постоянного тока. Схема управления имеет возможность держать выходное напряжение в пределах небольшого отклонения при ступенчатом изменении приложенной нагрузки (рисунок 1.12).

9) *Хаотическая модель для генерации сигналов сердечного ритма с помощью интегральной частотно-импульсной модуляции*

Вариабельности сердечного ритма (ВСР) является очень полезным сигналом для исследования деятельности вегетативной нервной системы (ВНС), которая влияет на функции сердца. Построение математической модели для производства искусственного сигнала ВСР необходимо, чтобы получить концептуальное понимание того, как ВНС контролирует частоту сердечных сокращений (ЧСС). Структура Интегральной частотно-импульсной модуляции (ИЧИМ) используется в этой статье для моделирования синоатриального узла. Принимая во внимание сложность

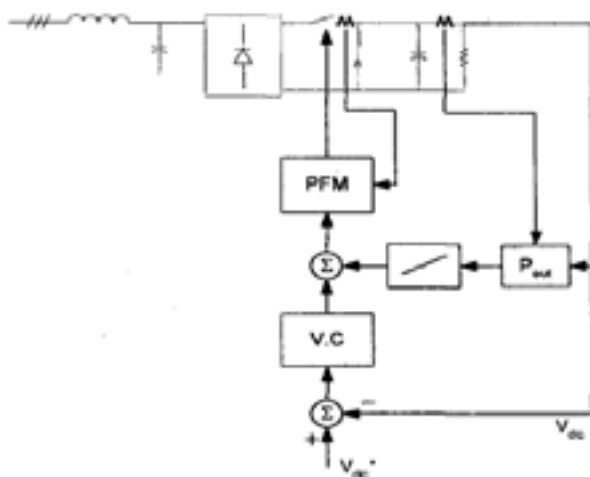


Рисунок 1.12 – Блок диаграмма системы управления

и нелинейность динамики в реальном ВСР сигнале, в предложенной модели используется хаотический входной сигнал. Вместо того, чтобы использовать фиксированный порог в ИЧИМ модели, как и в большинстве предыдущих работ, мы применили соответствующую переменную сигнала, который имеет нелинейную хаотическую динамику. После прогона модели, был рассчитан спектр мощности выходного сигнала, который затем используется для расчета нелинейных характеристик. Результаты были тесно связаны с реальными данными, подтверждающими эффективность предлагаемой модели.

Модель ИЧИМ получает непрерывный входной сигнал и преобразует его во временной ряд, как дискретный выход. Эта модель интегрирует входной сигнал он достигает определенного порога. Позже он генерирует импульс, как сердцебиение. Интегратор сбрасывается в ноль, после чего эта последовательность продолжает использоваться для получения импульсов [31]. ИЧИМ модель имеет три отдельных входа, которые включают симпатической и парасимпатической вход $m(t)$, внутренний вход m_0 и порог Th , а также один выход, $S(t)$ которые показаны на рисунке 1.13.

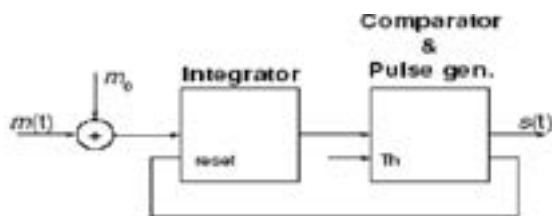


Рисунок 1.13 – Блок-схемы модели ИЧИМ

Предложенная модель реализована отдельно в трех пороговых состояниях. После запуска модели, выходной сигнал и его спектр мощности извлекается для каждого состояния, затем следует вычисление нелинейных характеристик. Были вычислены нелинейные параметры выходного сигнала, например, экспонента Ляпунова, корреляционная размерность и информационная размерность. Для сравнения результатов трех предложенных состояний с реальностью и верификации предлагаемой модели, была проанализирована база данных реального сигнала ВЧСС (Вариабельность частоты сердечных сокращений) принадлежащего нормальному человеку, были определены спектры его мощности и нелинейный параметр.

10) *Сжатое измерение для интегральной частотно-импульсной модуляции (ИЧИМ) на основе спектральной оценки вариабельности сердечного ритма*

В данной работе введена модель на основе сжатого измерения (СИ) спектрального анализа вариабельности сердечного ритма (ВСР) с использованием интегральной частотно-импульсной модуляции. Предыдущие исследования в литературе указывает, что ИЧИМ модель рассматривается как функциональное описание кардиостимулятора и таким образом, очень полезна при моделировании механизма, посредством которого вегетативная нервная системы (ВНС) модулирует частоту сердечных сокращений (ЧСС). С другой стороны, в последние годы СИ привлек большое внимание во многих аспектах обработки сигнала. В соответствии с моделью ИЧИМ, был представлен алгоритм вывода амплитуды спектра модулирующего сигнала основанного на СИ для оценки вариабельности сердечного ритма. На самом деле, применение

метода СИ для спектральной оценки является новым и беспрецедентным анализом ВСР. Численные экспериментальные результаты показали, что предлагаемый метод может стать надежным при получении точных спектральных оценок ВСР, даже в случае неполноты данных интервала сердечного ритма или данных, вызванные эктопическими или отсутствующими сокращениями.

11) *Новый способ импульсной модуляции со сдвигом для управления цифровым преобразователем постоянного тока (DC)*

Метод широтно-импульсной модуляции (ШИМ) и метод частотно-импульсной модуляции (ЧИМ), широко используются в генерации импульсов для управления цифровыми преобразователями DC. Однако эти методы приводят к различным потерям, а также колебаниям выходного напряжения при использовании широкого диапазона нагрузок. Потеря проводимости и пульсации выходного напряжения являются доминирующими в ШИМ при высоких нагрузках, а динамические потери являются доминирующими в ЧИМ при низких нагрузках. Таким образом, был предложен новый метод модуляции, который динамически изменяет рабочий цикл и частоту импульса управления для контроля переключателей в DC-DC преобразователях. Результаты показывают, что предлагаемый метод уменьшает потери проводимости и пульсации напряжения присущие ШИМ и потери переключения, присущие ЧИМ, тем самым повышается эффективность преобразователей в широком диапазоне нагрузок.

Портативным устройствам требуются схемы со сверхнизким энергопотреблением для экономии заряда батареи. Цифровые конвертеры, такие, как буст и бак преобразователи используется для регулирования напряжения от аккумулятора с повышением или понижением до уровня, требуемого нагрузкой. Нагрузка в этих портативных устройствах резко меняется при переходе из режима ожидания в рабочий режим [32] – [33]. Поэтому высокая эффективность цифрового преобразователя постоянного тока с широким диапазоном нагрузки важна для продления срока службы аккумулятора. Часто используемые методы для управления DC преобразователями основаны на широтно-импульсной модуляции (ШИМ) и частотно-импульсной модуляции (ЧИМ). Техника ШИМ меняет рабочий цикл управляющего импульса без из-

менения частоты, а ЧИМ метод изменяет частоту управляющего импульса без изменения рабочего цикла [34] – [37].

Тем не менее, как ШИМ так и ЧИМ имеют низкую эффективность преобразования при некоторых условиях нагрузки [38] – [39]. ШИМ является менее эффективным в условиях низкой нагрузки и ЧИМ является менее эффективным в условиях высокой нагрузки [40] – [43]. Этот недостаток обусловлен потерей проводимости, потерей переключения и пульсацией выходного напряжения. Потеря проводимости и пульсация выходного напряжения доминируют в ШИМ методе из-за низкого рабочего цикла управления импульсом [44] – [47], в то время как потери на переключение доминируют в ЧИМ методе из-за высокой частоты переключения [49]. В данной работе был предложен новый метод модуляции, повышающий эффективность преобразователи постоянного тока в широких диапазонах нагрузки. Этот метод, импульсной модуляции со сдвигом (ИМС) динамически управляет частотой коммутации и рабочим циклом управляющего импульса для поддержания постоянной мощности и снижения потерь, присущих как ШИМ так и ЧИМ – методам. При низких значениях нагрузки, частота переключения манипулируется вместе с рабочим циклом в технике ШИМ для сохранения рабочего цикла выше минимального значения $D_{\min}$ и минимизации пульсаций выходного напряжений и потерь, присущих технике ШИМ. При высоких значениях нагрузки, рабочий цикл манипулируют вместе с частотой переключений в ЧИМ методе, чтобы снизить потери переключения, присущие ЧИМ методу (рисунок 1.14, 1.15).

В данной работе обсуждался метод управления цифровым преобразователем DC на основе ПЛИС. Этот метод динамически манипулирует рабочий цикл и частоту переключения управляющего импульса. Результаты показывают, что предлагаемый способ имеет меньше потерь проводимости и пульсации напряжения по сравнению с потерями и пульсацией напряжения присущими технике ШИМ.

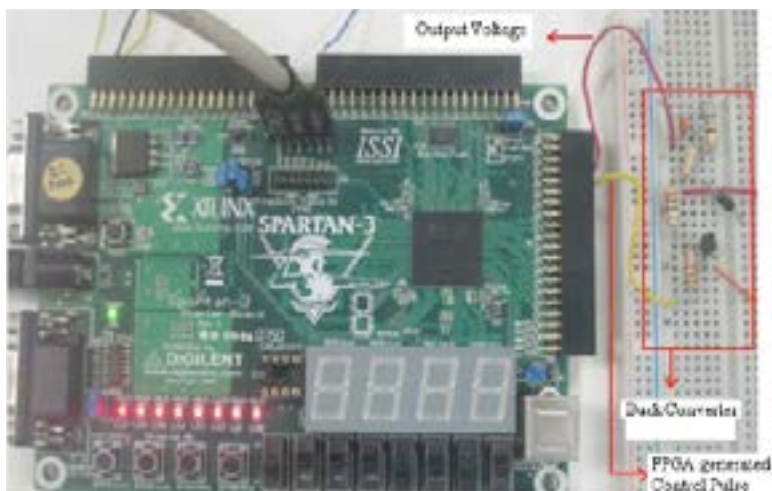


Рисунок 1.14 – Понижающий преобразователь на основе ИМС и программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС)

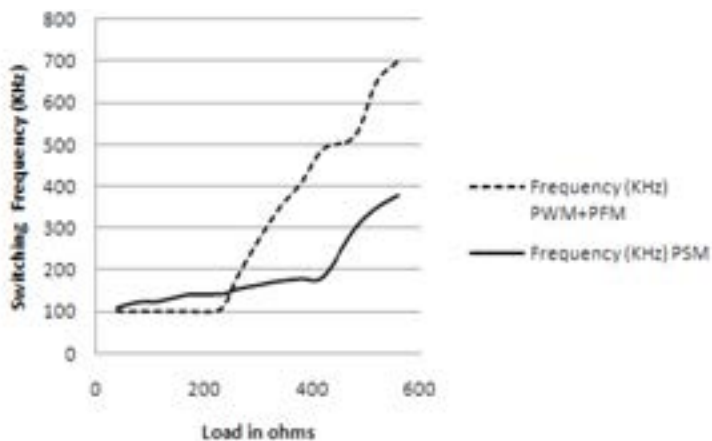


Рисунок 1.15 – Частота при различных значениях нагрузки

Кроме того, он также значительно снижает потери на переключение по сравнению с ЧИМ-методами. Таким образом, преобразователь на основе предлагаемого способа приводит к более высокой эффективности в широком диапазоне нагрузок.

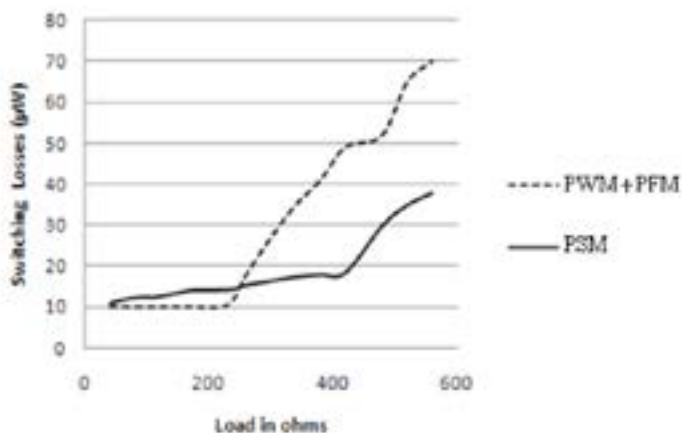


Рисунок 1.16 – Потери переключения при различных значениях нагрузки

Рисунок 1.16 показывает сравнение потерь на переключение предлагаемого метода с ЧИМ-методом при различных значениях нагрузки. В ЧИМ методе, частота переключения управляющего импульса высока, что приводит к большим потерям переключения. Тем не менее, с предлагаемой техникой рабочего цикла, а также с манипуляцией частоты переключения достигаются снижение частоты коммутаций и, следовательно, более низкие потери переключения.

12) *Цифровая эмуляция частотно-импульсной модуляции для нейропротеза с сенсорной обратной связью.*

Частотно-импульсная модуляция (ЧИМ) является методом кодирования информации, где мгновенная частота цепочки импульсов несет информацию сигнала. ЧИМ представляет особый интерес для тех, кто работает в области взаимодействия протезов непосредственно с нервной системой человека. В работе рассмотрены эффекты непосредственного исполнения ЧИМ с цифровым микропроцессором. Рассмотрим три цифровых ЧИМ алгоритма: два детерминированных, а третий с вероятностным характером имеющим желаемые характеристики усредненных значений. Для каждого алгоритма на выходе микропроцессора, аналитически

разделены ошибки между желаемой частотой импульса и фактической частотой. Оборудования для проектирования и анализа замкнутых систем Нейропротеза содержащие ЧИМ представлено на рисунке 1.17.



Рисунок 1.17 – Эксперимент Нейропротеза руки разработанный в университете штата Юта

Нервная система использует для передачи ЧИМ информацию, так как нейронные всплески возникают от химических потенциалов действия на клеточном уровне. Особенно интересна в ЧИМ для прямого контроля нейронных протезов руки и кисти через периферическую нервную систему (ПНС) [50], (рисунок 1.18).

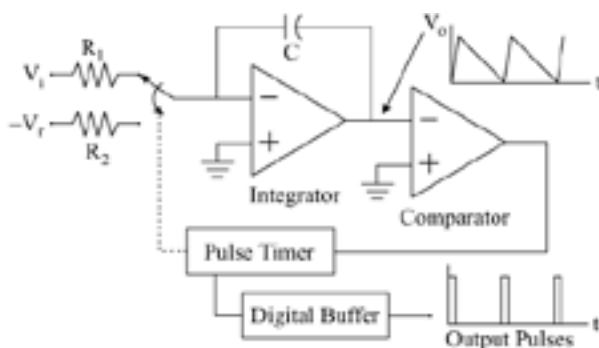


Рисунок 1.18 – V / F-преобразователь. Частота выходного импульса F линейно пропорциональна входному напряжению V_i

begin loop $I = I + T_s$ if $I \geq T_r$ Output pulse $I = 0$ end if end loop	begin loop $I = I + T_s$ if $T_r - I < 0.5T_s$ Output pulse $I = 0$ end if end loop	begin loop $I = I + T_s$ if $I \geq T_r$ Output pulse $I = I - T_r$ end if end loop
Algorithm 1	Algorithm 2	Algorithm 3

Рисунок 1.19 – Три алгоритма цифровой ЧИМ для вывода последовательности импульсов с заданным периодом импульса T с использованием постоянного периода T выборки

Три алгоритма были представлены для реализации ЧИМ на базе микропроцессора с собственной частотой дискретизации, таким образом уменьшена сложность аналоговой электроники необходимой для афферентной сенсорной обратной связи (рисунок 1.19). Два метода дают детерминированное отображение нужной частоты импульсов фактическими частотами. Было продемонстрировано, что выбор алгоритмов уменьшил количество ошибок в два раза. С третьим алгоритмом были получены импульсные частоты, близкие к желаемой частоте в вероятностном смысле. Использование знания ошибки связанной с цифровой реализацией ЧИМ, а также максимальной частоты импульсов, которые могут быть дискриминированы нервной системой человека и допустимые погрешности системы, можно найти необходимую нижнюю границу частоты дискретизации, чтобы ЧИМ мог быть реализован на базе микропроцессора.

13) Теоретический анализ функции скорострельности нервных импульсов на основе модели частотно-импульсной модуляции

Методы низкочастотной фильтрации были предложены в качестве простого подхода к восстановлению информации исходной входной модуляции процесса интегральной частотно-импульсной модуляции (ИЧИМ) имитируя механизмы физиологического нейронного кодирования. Однако из-за нелинейности модели ИЧИМ и трудности в оценке порогового значения нейронов в естественных условиях, практически невозможно восстановить амплитуду входной модуляции или интенсивность информации путём про-

стой низкочастотной фильтрации. Вместо этого, было обнаружено через математический анализ, что такая демодуляция имеет особое значение для изучения скорострельных характеристик нейронных и мышечных клеток. Используя синусоидальный сигнал в качестве сигнала входной модуляции ИЧИМ модели, было выведено выражение для отношения между мгновенной скорострельностью и интенсивностью входного сигнала. Результаты показывают, что функция скорострельности от модулирующего сигнала и порога может быть восстановлена с достаточной степенью точности методом простой низкочастотной фильтрации (рисунок 1.20).

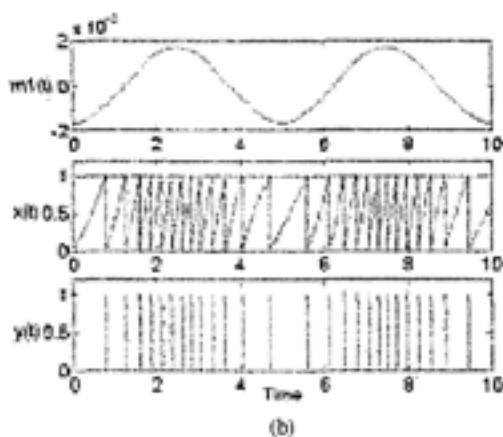
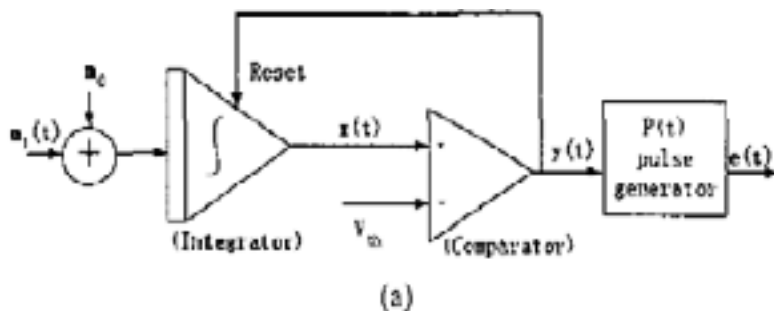


Рисунок 1.20 – Схема модели ИЧИМ (а), вход и выход ИЧИМ (б)

14) *Частотно-импульсная модуляция с мягкой коммутацией обратного хода одноступенчатого инвертера*

Возобновляемые источники энергии играют важную роль в энерго- системах, для операторов связи, коммерческих и жилых применений. Традиционный инвертер солнечной энергии состоит из двух ступеней. Первая ступень представляет собой преобразователь постоянного тока который выполняет регулирование входного напряжения путем передачи максимального количества энергии, вторая ступень – это синусоидальный инвертер широтно-импульсной модуляции (СШИМ). Эта структура имеет простую схему управления, но её недостаток в наличии двух ступеней, что приводит к более низкой эффективности и высокой стоимости.

В последние годы инвертеры одноступенчатой структуры начали привлекать все больше внимания в связи с потенциально более высокой эффективностью и меньшим количеством компонентов [51-52]. Структура с одной ступенью использует силовую ступень, чтобы создать синусоидальный сигнал, который подается непосредственно в энергосистему.

Преобразователь с переменной частотой широтно-импульсной модуляции работающий в режиме граничной проводимости (РГП) обычно более предпочтителен из-за нулевого тока включения, но характера работы одноступенчатого инвертора и изменение уровня мощности во время линии цикла и РГП могут привести к очень высоким частотам переключений при пересечении нуля. С другой стороны, преобразователь ЧИМ использует неизменное время включения и переменную частоту для управления передачей энергии от входа к выходу [53]. Частота коммутации уменьшается при низких уровнях мощности и ведет к более высокой общей эффективности. По этой причине, ЧИМ преобразователи, как правило, используются в портативных устройствах для максимального срока службы аккумулятора, особенно, когда устройства выключены в течение длительного периода времени. В данной работе был предложен ЧИМ квазирезонансный одноступенчатый инвертор обратного хода, который сочетает в себе низкую стоимость компонентов, с одной ступенью и эффективность ЧИМ с ZCS в уникальном решении, которое может способ-

ствовать дальнейшей адаптации растущей области возобновляемых источников энергии в отрасли связи.

Полуволновой квазирезонансный преобразователь ZCS обратного хода показанный на рисунке 1.21, использует квазирезонансный метод, для достижения нулевого тока при переключении конвертера обратного хода.

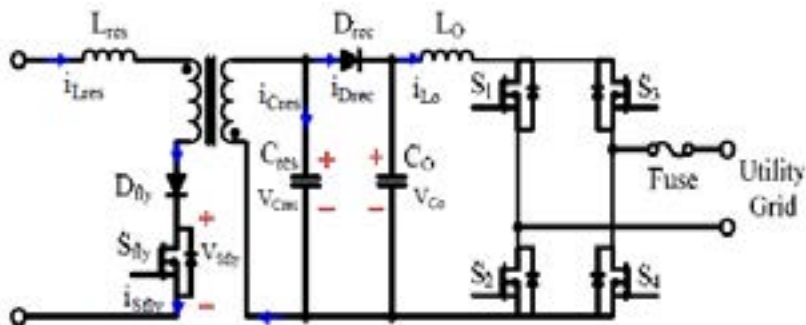


Рисунок 1.21 – ZCS обратноходовой одноступенчатый инвертор с ЧИМ управлением

Теоретические результаты анализа и моделирования показывают, что новая топология является хорошим дизайном одноступенчатой схемы инвертора. Экспериментальные результаты показывают, что с помощью ZCS топологии обратного хода можно добиться хорошей производительности, благодаря простой стратегии управления, меньшему количеству компонентов и более высокой эффективности.

15) Частотно-импульсный модулятор, используемый для прямого цифрового управления тиристором

Интегральный частотно-импульсный модулятор используется для прямого цифрового управления тиристором таким образом, чтобы составляющая постоянного тока на выходе тиристора была пропорциональна численному выходу цифрового компьютера. Опорный сигнала модулятора пропорционален напряжению питания на аноде тиристора; а выход модулятора состоит из потока импульсов, время разделения которых удовлетворяет условию линейной работы. Импульсы отсчитываются от начала по-

ложительного полупериода опорного сигнала. Они подаются на тиристор после обнаружения совпадения с числом подаваемым на цифровой вход управления.

Чувствительность частотно-импульсной модуляции к возмущениям напряжения и частоты снижается с помощью методов фазовой синхронизации. Отклонение от линейности было экспериментально установлено в пределах 1%, и связано с насыщением прямого падения напряжения тиристора.

В полуволновой тиристорной схеме показанной на рисунок 1.22, фиксированная R нагрузка питается от сети переменного тока в которой контроллер посылает триггерные импульсы на затвор тиристора, тем самым положив начало проводимости с нужным фазовым углом. Составляющая постоянного выходного напряжения не является линейной функция от угла проводимости; для синусоидальной формы напряжения сети, постоянная составляющая выходного напряжения является функцией косинуса от угла проводимости, рисунок 1.23.

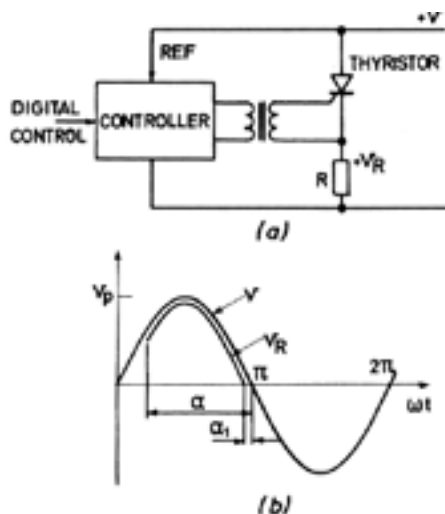


Рисунок 1.22 – Конфигурация тиристора и контроллера (а), сигналы напряжения питания и нагрузки (б)

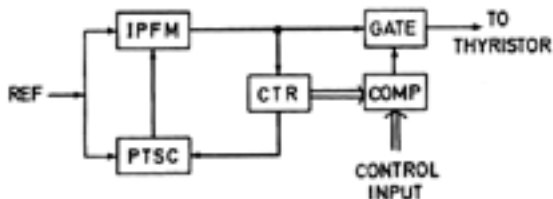


Рисунок 1.23 – Блок диаграмма управления тиристором

Контроллер на рисунок 1.22 показан в развернутом виде на рисунок 1.23. Он состоит из интегрального частотно-импульсного модулятора (ИЧИМ), цифрового счетчика (ЦС), контроллера синхронизации последовательности импульсов (КСПИ), цифрового компаратора (КОМП) и логических цепей управления тиристором. ИЧИМ интегрирует опорный входной сигнал и генерирует выходной импульс, который обнуляет интегратор, когда интегрированный опорный сигнал достигает порога. Импульсы подсчитываются счетчиком и КСПИ регулирует порог излучения импульсного модулятора, в виде фазовой автоподстройки частоты (2), для поддержания заданного числа импульсов на выход модулятора в полупериод сигнала напряжения сети. Состояние счетчика сравнивается с цифровым сигналом управления на входе и, при обнаружении совпадения, затвор посылает поток триггерных импульсов на тиристор.

16) Частотно-импульсная модуляция на основе CMOS-датчика изображения для субретинальной стимуляции

В данной работе был разработан CMOS датчик изображения на основе частотно-импульсной модуляции для субретинальной имплантации. Сенсорный чип является частью предлагаемого внутриглазного протеза сетчатки, где передача данных и энергии предусмотрены по беспроводному каналу от внешнего блока. Восприятия изображения и электрическое стимулирование интегрировано на одном чипе. Изображение с достаточным разрешением был продемонстрирован с использованием 16x16 пикселей. Были достигнуты Бифазные импульсы стимулирующего тока на уровне выше пороговых значений сетчатки человека (500 мкА) при изменении частоты кадров (от 4 Гц до 8 кГц). Имплантат чип

был изготовлен с использованием стандартной CMOS технологии.

По оценкам, 50 000 человек в Японии и 1500000 людей во всем мире слепы из-за ухудшения состояния фоторецепторов, вызванным пигментным ретинитом (ПР) [54]. Ретинальные дегенеративные заболевания, такие как ПР и возрастное макулярная дегенерация (ВМД) заставляют десятки миллионов людей страдать различной степенью необратимой потери зрения. В настоящее время изучаются многие возможные методы лечения и чип для искусственного имплантата сетчатки идентифицирован в качестве возможного решения для пациентов, которые страдают от ПР или ВМД [55 – 56]. Были продемонстрированы несколько реализаций имплантата. Один способ основан на развязке фотодатчика и стимул электрода [57 – 58]. Данные изображения и энергия передаются по беспроводной сети с внешнего устройства к сетчатке имплантата. Другой метод, который был принят и представлен в данной статье, подразумевает, что датчик изображения и матрица стимул-электродов расположены на одном чипе, а энергия передается беспроводным способом [59] – [60]. Еще один метод основан только на пассивных устройствах и не предусматривает внешнего питания [61]. При этом было показано, что поток всплесков, а не стимуляция постоянной амплитудой, электрически или оптически, является предпочтительным методом для индуцирования отклика клеток сетчатки [62]. На основании данного факта, был разработан субретинальный имплантат чип, основанный на фотодатчике цепи с частотно-импульсной модуляцией (ЧИМ) [59]. С фотодатчиком ЧИМ, мы можем реализовать адаптацию светочувствительности по аналогии с работой сетчатки млекопитающих [63]. Это было показано в предыдущей работе авторов [64]. Также была продемонстрирована обработка изображения на основе выходного импульса схемы ЧИМ [65]. Кроме того, было установлено, что утонченный микроэлектронный чип при сгибании до кривизны глаза человека, показывает незначительное изменение в характеристиках цепи [66]. Общая схема системы протеза сетчатки показана на рисунке 1.24. Цель авторов заключалась в разработке

устройства, которое регистрирует изображение, которое падает на сетчатку, и обеспечивает необходимые пространственные и временные электрические стимулы для клеток сетчатки. На примере этого чипа, были мы показаны, изображения цифровых импульсов, которые подходят для стимуляции клеток сетчатки. Электрическая стимуляция клеток сетчатки осуществляется с помощью генератора программируемых сигналов, который управляет импульсным током в линейной и экспоненциальной форме.

Экстраокулярный блок обеспечивает питание и интерфейсы с интраокулярным блоком с использованием беспроводного канала. Субретинальный чип имплантат, который является частью внутриглазного блока, имплантируется в пространстве, занимаемом клетками дисфункциональных фоторецепторов.

Упрощенная схема пикселя, показана на рисунок 1.25. Она состоит из цепи ЧИМ фотодачика, 3-битной памяти амплитуды стимулирующего сигнала и $100 \times 100 \text{ мкм}^2$ электрода. Уровень амплитуды стимулирующего сигнала устанавливается независимо для каждого пикселя. Используемые сигналы DATA сохраняются в 3-разрядной памяти при поступлении восходящего сигнала CLKWDATA.

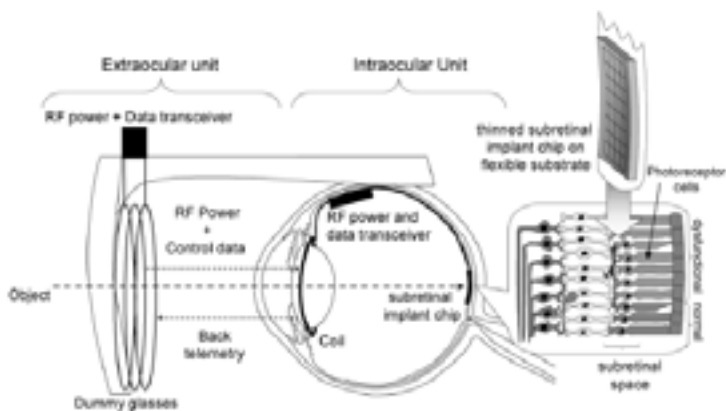


Рисунок 1.24 – Архитектура системы предлагаемого субретинального протеза

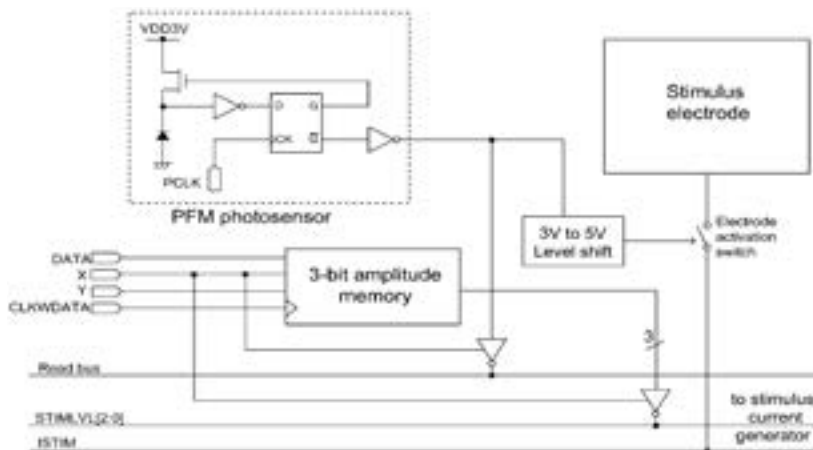


Рисунок 1.25 – Упрощенная схема пикселя показывает цепь ЧИМ фотодатчика

Разработанный датчик изображения на базе CMOS чипа был предложен для субретинальной имплантации. Регистрация изображения была достигнута с достаточным разрешением, также был продемонстрирован линейно и экспоненциально контролируемый двухфазный ток стимулирующего воздействия превышающий пороговые уровни сетчатки человеческого глаза.

1.2 Описание и уравнения цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления

Цифровая динамическая частотно-импульсная система автоматического управления представляет собой замкнутую систему, состоящую из цифрового динамического частотно-импульсного модулятора и объекта управления. Структурная схема одной из которых приведена на рисунке 1.26.

Основное преимущество применения динамической частотно-импульсной модуляции заключается в высокой степени помехозащищенности и простотой программной реализации.

Большинство технологических и производственных объектов характеризуются наличием запаздывания и функционируют в стохастической среде, что при проектировании приводит к необходимости рассмотрения эффекта запаздывания и влияния внутренних и внешних случайных помех [67 – 69].

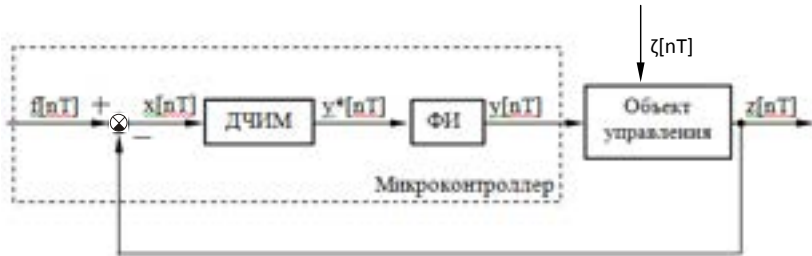


Рисунок 1.26 – Цифровая динамическая частотно-импульсная система управления

В состав цифровой динамической частотно-импульсной системы входят цифровой ДЧИМ, формирователь прямоугольных импульсов (ФИ) и объекта управления. Функции цифрового ДЧИМ и ФИ реализует микроконтроллер, на выходе которого формируются прямоугольные частотно-модулированные единичные импульсы с шириной h [82].

По аналогии с обычными ДЧИМ [75], цифровой ДЧИМ можно представить в виде дискретного фильтра (Ф) и импульсного устройства (ИУ) (рисунок 1.27).

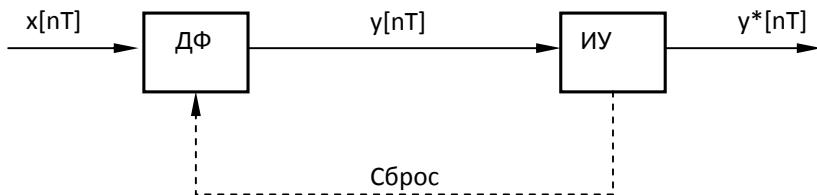


Рисунок 1.27- структура цифрового динамического частотно-импульсного модулятора

В дискретном фильтре Φ осуществляется некоторое динамическое преобразование решетчатого сигнала $x[nT]$ в решетчатый сигнал $y[nT]$. В момент времени $nT = n_v T$, когда значение $y^*[nT]$ равно или превышает значение Δ , где Δ – порог срабатывания, импульсное устройство ИУ генерирует единичную импульсную функцию $\tilde{\delta}[(n - n_v)T]$ с соответствующим знаком и осуществляется обнуление всех ячеек памяти, которые входят в состав дискретного фильтра Φ :

$$\tilde{\delta}[(n - n_v)T] = \begin{cases} 1, & \text{если } n = n_v, \\ 0, & \text{если } n \neq n_v. \end{cases} \quad (1.1)$$

Уравнения движения цифровой динамической частотно-импульсной системы с учетом описания составляющих ее элементов ДЧИМ и объекта управления примут вид [72 – 73]:

$$x[nT] = f[nT] - z[nT], \quad (1.2)$$

где $z[nT]$ сигнал выхода объекта управления описываемого некоторым оператором

$$z[nT] = H[y^*[rT] \mid n_v \leq r \leq n_{v+1}] \quad (1.3)$$

На объект оказывает влияние случайное возмущение $\zeta[nT]$. Цифровой ДЧИМ описывается следующими уравнениями

$$y^*[nT] = \sum_n \lambda_{v+1} \delta[(n - n_{v+1})T], \quad (1.4)$$

$$\lambda_{v+1} = \text{sign } y[n_{v+1}T - 0], \quad (1.5)$$

$$y[n_{v+1}T - 0] = \lambda_{v+1} \cdot \Delta, \quad (1.6)$$

$$y[n_v T + 0] = 0, \quad (1.7)$$

$$y[nT] = \Phi[y(rT), x(rT) \mid n_v \leq r \leq n_{v+1}], \quad (1.8)$$

где $f[nT]$ – сигнал на входе; $x[nT] = x(t)|_{t=nT}$ – сигнал ошибки; $y^*[nT]$ – выходной сигнал дискретного ДЧИМ; $y[nT]$ – выходной сигнал дискретного фильтра Ф; $z[nT]$ – сигнал выхода объекта управления описываемого некоторым оператором.

1.3 Методы статистических исследований частотно-импульсных систем автоматического управления

Методы статистических исследований частотно-импульсных систем подробно изложены в работах [14 – 13; 71; 74; 104; 109].

В настоящее время изучение и исследование стохастических систем с ЧИМ является развивающимся разделом, в выше указанных трудах отмечены методы статистического анализа динамических частотно-импульсных систем.

Преобразование случайного процесса частотно-импульсными модуляторами. Изучение преобразования случайного процесса частотно- импульсными модуляторами наиболее полно проведено для их частных видов – статических амплитудно-частотно-импульсных модуляторов (САЧИМ), что для анализа выходной последовательности САЧИМ необходимо знание всех многомерных функции распределения входного процесса.

Преобразование случайного процесса замкнутой системой с ДЧИМ. Следует заметить, что приведенная непрерывная часть характеризуется только постоянными параметрами рисунок 1.29. На входе системы действует стационарный случайный процесс, изучение свойств преобразования такого случайного процесса системой с ДЧИМ основывается на её замене эквивалентной релейно-гистерезисной замкнутой системой [95; 42]. Такая эквивалентная система позволяет провести статистический анализ систем с ДЧИМ на основе методов статистического анализа нелинейных динамических систем.

Математическая модель эквивалентной системы была получена в виде ряда Вольтерра [96]:

$$x(t) = \int_0^\infty n_0(\gamma_0, \gamma_m, \tau) d\tau + \sum_{k=1}^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty n_k(\gamma_0, \gamma_m, \tau_1, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k f(t - \tau_i) d\tau. \quad (1.13)$$

Удобство модели (1.13) заключается в том, что она устанавливает явную связь между процессом ошибки $x(t)$ и входным процессом $f(t)$ системы (рисунок 1.29), что позволяет использовать её для оценки точности работы системы, т.е. для определения необходимых статистических характеристик процесса ошибки $x(t)$ [13; 94].

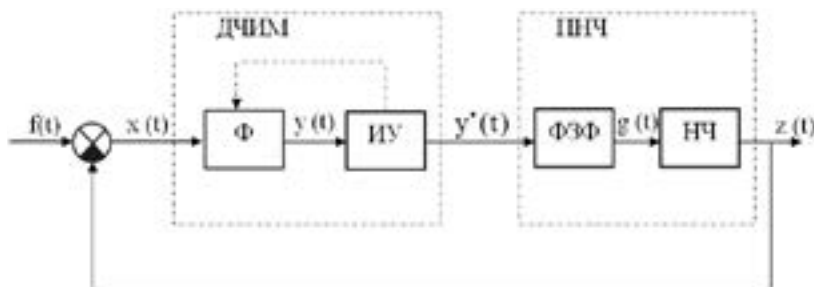


Рисунок 1.29 – Структурная схема динамической частотно-импульсной системы автоматического управления

Чаще всего такими характеристиками точности являются среднее значение m_x , дисперсия ошибки σ_x^2 , вероятность попадания её в определённую зону $P(|x| \leq \pi \alpha)$, корреляционная функция ошибки $R_x(\tau)$

Определим среднее значение и дисперсию процесса ошибки $x(t)$. Из математической модели (1.13), имеем [41; 44]

$$m_x = \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} (k) \cdot \int_0^{\infty} n_k(\tau_0, \tau_m, \tau_1, \dots, \tau_k) R_f^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k d\tau_i, \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 = & \sum_{k_1, k_2=1}^{\infty} \int_0^{\infty} (k_1 + k_2) \cdot \int_0^{\infty} n_{k_1}(\tau_0, \tau_m, \tau_1, \dots, \tau_{k_1}) n_{k_2}(\tau_0, \tau_m, \gamma_1, \dots, \gamma_{k_2}) \times \\ & \times [R_f^{(2)}(\tau_1, \dots, \tau_{k_1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{k_2}) - (R_f^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_{k_1}) \times \\ & \times R_f^{(2)}(\gamma_1, \dots, \gamma_{k_2}))] \prod_{i=1}^{k_1} d\tau_i \prod_{j=1}^{k_2} d\gamma_j, \end{aligned} \quad (1.15)$$

где

$$R_f^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_k) = M\left\{\prod_{l=1}^k f(t - \tau_l)\right\}, \quad (1.16)$$

$$R_f^{(2)}(\tau_1, \dots, \tau_{k_1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{k_2}) = M\left\{\prod_{l=1}^{k_1} f(t - \tau_l) \prod_{j=1}^{k_2} f(t - \gamma_j)\right\}. \quad (1.17)$$

Если требуется определить корреляционную функцию процесса $x(t)$, то она будет иметь следующий вид [41, 44]:

$$\begin{aligned} R_x(\tau) = & \sum_{k_1, k_2=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \cdot (k_1 + k_2) \cdot \int_0^{\infty} n_{k_1}(\tau_0, \tau_m, \tau_1, \dots, \tau_{k_1}) n_{k_2}(\tau_0, \tau_m, \gamma_1, \dots, \gamma_{k_2}) \times \\ & \times [R_f^{(2)}(\tau, \tau_1, \dots, \tau_{k_1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{k_2}) - (R_f^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_{k_1}) \times \\ & \times R_f^{(1)}(\tau, \gamma_1, \dots, \gamma_{k_2}))] \prod_{i=1}^{k_1} d\tau_i \prod_{j=1}^{k_2} d\gamma_j, \end{aligned} \quad (1.18)$$

где

$$R_f^{(1)}(\tau, \tau_1, \dots, \tau_k) = M\left\{\prod_{l=1}^k f(t + \tau - \tau_l)\right\}, \quad (1.19)$$

$$R_f^{(2)}(\tau, \tau_1, \dots, \tau_{k_1}, \gamma_1, \dots, \gamma_{k_2}) = M\left\{\prod_{l=1}^{k_1} f(t - \tau_l) \prod_{j=1}^{k_2} f(t + \tau - \gamma_j)\right\}. \quad (1.20)$$

Полученные выражения (1.15), (1.18) для оценки точности работы системы с ДЧИМ показывают, что, с одной стороны, они требуют большого объёма информации о статистических характеристиках входного процесса, а с другой – приводят к необходимости решения довольно сложных систем нелинейных уравнений. Перечисленные обстоятельства обуславливают разработку ряда процедур аппроксимации, позволяющих получить результат с различной точностью, используя с учётом требований решаемых конкретных задач.

Естественным путём упрощения полученной модели является её линеаризация, которая может проводиться разными путями.

Линеаризованную модель системы с динамической частотно-импульсной модуляцией можно строить в виде [13]

$$\hat{x}(t) = \int_0^{\infty} l_0^i(\gamma_0, \gamma_m, m) m_i d\tau + \int_0^{\infty} l_1^i(\gamma_0, \gamma_m, m) f^0(t - \tau) d\tau, \quad (1.21)$$

где индекс i указывает на различие способов получения соответствующих импульсных характеристик $l_0^i(\gamma_0, \gamma_m, \tau)$, $l_1^i(\gamma_0, \gamma_m, \tau)$. В [18] предложены четыре способа статистической линеаризации, которые отличаются как степенью точности воспроизведения свойств исходной системы с ДЧИМ, так и степенью трудоёмкости вычислительных процедур.

В [67] предложен частный способ статистической линеаризации систем с ДЧИМ. Система с ДЧИМ заменяется эквивалентной системой, предложенной в [56]. Для статистической линеаризации релейно-гистерезисного элемента $y = \varphi(x)$ применяется способ, использующий наряду с входным сигналом и его производную

$$y = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \varphi_{i1}(x) \varphi_{i2}(\dot{x}), \quad (1.22)$$

где

$$\varphi_{i1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } i-1 < x < i, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\varphi_{i2}(\dot{x}) = \begin{cases} i-1 & \text{при } \dot{x} > 0, \\ i & \text{при } \dot{x} < 0. \end{cases} \quad (1.24)$$

Приведенный выше анализ современного состояния теории и практики частотно-импульсных систем показал недостаточную ее проработанность в разрезе особенностей промышленных действующих технологических процессов, ибо они являются объектами с запаздыванием и их параметры подвержены существенным случайным помехам и, как следствие этого, отсутствие эффективных методов исследования таких систем.

Реализация современных частотно-импульсных систем с помощью микроконтроллера или других средств вычислительной

техники приводит к необходимости при их проектировании и исследовании учета дискретизации сигналов во времени.

Целью данной монографии является разработка статистической теории методов цифровых динамических частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием.

Для достижения выше сформулированной цели необходимо решить следующие задачи:

1. построение структурных моделей цифровых ДЧИМ в виде эквивалентной ей нелинейной дискретной системы;
2. разработка нелинейных моделей цифровых динамических частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием в классе стохастических дискретных функциональных рядов Вольтерра;
3. построение статистически линеаризованных моделей цифровых динамических частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием
4. разработка методов статистического анализа и синтеза цифровых динамических частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием.

2 СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ ЦИФРОВЫХ ЧАСТОТНО-ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

2.1 Принцип действия и уравнения цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием

Рассмотрим цифровую систему управления с запаздыванием, структурная схема которой изображена на рис. 2.1.

Цифровой динамический частотно-импульсный модулятор состоит из дискретного фильтра ДФ и импульсного устройства ИУ с порогом Δ [5, 9]. Дискретный фильтр описывается дискретной передаточной функцией вида [41,43]

$$W^*(z) = \frac{G(z)}{D(z)}, \quad (2.1)$$

где $G(z)$ и $D(z)$ в терминах z -преобразования определяются в виде

$$G(z) = \sum_{k=0}^{m_1} a_k z^k, \quad D(z) = 1 + \sum_{k=1}^m b_k z^k, \quad z = e^{-pT}, \quad m_1 < m, \quad (2.2)$$

T – период дискретизации.

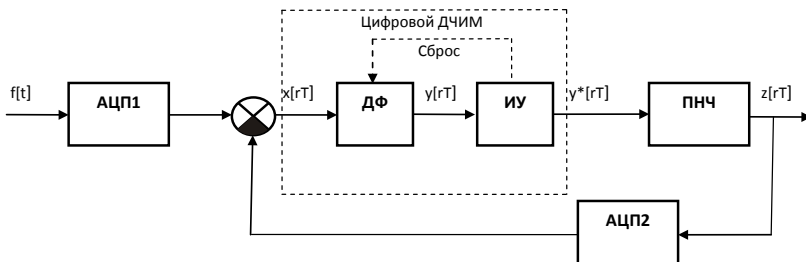


Рис. 2.1. Структурная схема цифровой системы с ДЧИМ

Пусть в момент времени $r_n T$ на выходе импульсного устройства появился n -й импульс. Тогда $(n+1)$ -й импульс вида:

$$y^*[qT] = \lambda_{n+1} \delta[(q - q_{n+1})T], \quad (2.3)$$

где

$$\delta[(q - q_{n+1})T] = \begin{cases} 1, & \text{если } q = q_{n+1} \\ 0, & \text{если } q \neq q_{n+1}; q, q_{n+1} = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

с учетом свойств управляемого объекта с запаздыванием [77] определяется из условия

$$y[q_{n+1}T - 0] = \sum_{q=q_n+\gamma_m+1}^{q_{n+1}} w[(q_{n+1} - q)T] * [qT] \geq \lambda_{n+1}\Delta, \quad (2.4)$$

$$\lambda_{n+1} = \text{sign } y[q_{n+1}T - 0], \quad (2.5)$$

где $w[qT]$ – дискретная импульсная характеристика, соответствующая дискретной передаточной функции $W^*(z)$ (2.1), γ_m – целое число, характеризующее запаздывание объекта управления ($\gamma_m = \frac{\tau_m}{T}$). В эти же моменты времени ИУ обнуляет состояние дискретного фильтра ДФ:

$$y[q_{n+1}T + 0] = 0. \quad (2.6)$$

Входной сигнал $f(t)$ и выход приведенной непрерывной части ПНЧ $z(t)$ преобразуется аналого-цифровыми преобразователями АЦП1 и АЦП2 в цифровые сигналы

$$z[qT] = z(t) \Big|_{t=qT}, \quad f[qT] = f(t) \Big|_{t=qT}. \quad (2.7)$$

Приведенная непрерывная часть включает в себя непрерывную часть НЧ и формозадающий фильтр ФЗФ и описывается в виде дискретного ряда Вольтерра [59]:

$$z(qT) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k \bigoplus_k y * [qT], \quad (2.8)$$

где $h_k \bigoplus_k y * [qT]$ обозначена k -мерная дискретная свертка импульсных переходных характеристик $h_k[\gamma_0 T, qT, \dots, q_k T]$ и сигнала $y^*[(q - q_i)T]$, $i = 1, 2, \dots, k$, имеющая вид:

$$h_k \oplus u[qT] = \sum_{q_1, \dots, q_k=0}^q h_k[\gamma_0 T, q_1 T, \dots, q_k T] \prod_{i=1}^k y^*[(q - q_i)T]. \quad (2.9)$$

Уравнение замыкания системы (2.1) в силу (2.7) имеет вид:

$$x[qT] = f[qT] - z[qT]. \quad (2.10)$$

Наличие в математическом описании цифрового ДЧИМ, применяемого для управления объектами с запаздыванием, логических условий сброса (2.4), (2.5) приводит при аналитическом исследовании таких систем к значительным трудностям.

Более удобна при аналитических исследованиях цифровой системы с ДЧИМ, эквивалентная ей замкнутая система, в которой цифровой модулятор заменяется нелинейной дискретной системой – структурной моделью [2, 5, 53].

Тогда, следуя из [98; 102; 104 – 105] модель цифрового ДЧИМ будем формировать в виде замкнутой системы со структурной схемой (рисунок 2.2, а), которая содержит блок сброса БС, характеризуемый некоторым нелинейным оператором $A[x, y^*, \gamma_m]$, и релейный элемент РЭ (рисунок 2.2, б).

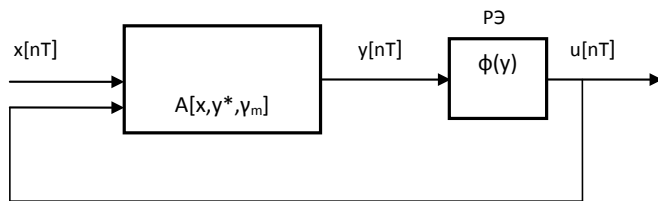
Для устранения нелинейности в полученной системе, основная задача заключается в определении вида оператора $A[x, y^*, \gamma_m]$, при котором замкнутая система генерирует ту же последовательность импульсов, что и цифровой ДЧИМ.

2.2 Структурная модель цифрового Σ -частотно-импульсного модулятора

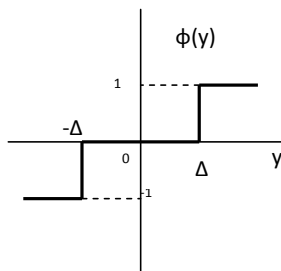
Рассмотрим цифровой ДЧИМ, дискретный фильтр ДФ которого в терминах z -преобразования представляется передаточной функцией вида:

$$W(z) = \frac{z}{z - d_0}, \quad (2.11)$$

где $z = e^{pT}$, $d_0 = e^{p_0 T}$.



а) структурная схема



б) характеристика нелинейного элемента

Рисунок 2.2 – Структурная схема нелинейной эквивалентной системы

Такой вид цифрового ДЧИМ называется дискретным аналогом Σ -ЧИМ. В соответствии с соотношениями (2.4), (2.5) моменты появления импульсов $q_{n+1}T$ вида (2.3) для цифрового ДЧИМ (2.11) определяются уравнением

$$y[q_{n+1}T - 0] = \sum_{q=q_n + \gamma_m + 1}^{q_{n+1}} d_0^{q_{n+1} - q} x[qT] \geq \lambda_{n+1} \Delta, \quad (2.12)$$

$$\lambda_{n+1} = \text{sign } y[q_{n+1}T - 0]. \quad (2.13)$$

Теперь рассмотрим разностное уравнение дискретного фильтра характеризующегося передаточной функцией (2.11):

$$y[(q+1)T] = d_0 y[qT] + x[(q+1)T]. \quad (2.14)$$

Пусть в момент времени $q_n T$ появился n -й импульс. Тогда выход $y[qT]$ дискретного фильтра (2.14) в последующие ($qT > q_n T$) моменты времени определяются в виде:

$$\tilde{y}[qT] = \sum_{r=q_n}^q d_0^{q-r} x[rT] + d_0^{q-q_n} y[q_n T - 0] - d_0^{q=q_n} x[q_n T],$$

$$q_n < q < q_{n+1}, \quad (2.15)$$

Из уравнений (2.12) и (2.15) видно, что суть операции сброса сводится в настоящем случае к обнулению начального условия $y[q_n T - 0]$ и принудительном обнулении сигнала $x[qT]$ в течение времени запаздывания управляемого объекта. По аналогии с непрерывным случаем эта операция производится путем формирования и подачи на вход дискретного фильтра в момент времени $qT = q_n T$ соответствующих сигналов $\eta[qT]$ и $\mu[rT]$. Тогда уравнение дискретного фильтра примет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{y}[qT] = & d_0^{q-q_n} y[q_n T - 0] + \\ & + \sum_{r=q_n}^q d_0^{q-r} \{x[rT] - x[q_n T] \delta[(q - q_n)T] - \eta[rT] - \mu[rT]\}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

где

$$\delta[(q - q_n)T] = \begin{cases} 1, & q = q_n \\ 0, & q \neq q_n; q, q_{n+1} = 1, 2, 3, \dots; n = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (2.17)$$

Из сравнения уравнений (2.12) и (2.16) вытекает, что $y[qT] = \tilde{y}[qT]$ когда сигнал $\eta[qT]$ и дополнительный сигнал $\mu[rT]$ определяются выражениями

$$\eta[qT] = y[q_n T - 0] \delta[(q - q_n)T], \quad (2.18)$$

$$\mu[rT] = \begin{cases} x[rT], & \text{если } q_n < r < (q_n + \gamma_m), \\ 0, & \text{если } (q_n + \gamma_m) < r < q_{n+1} \end{cases} \quad (2.19)$$

Последовательность единичных импульсов $\delta[qT]$ представима в виде

$$\delta[(q - q_n)T] = \begin{cases} 1, q = q_n \\ 0, q \neq q_n; q, q_{n+1} = 1, 2, 3, \dots; n = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (2.20)$$

Для формирования дополнительного сигнала $\mu[rT]$ (2.19) используем существующий выход $s(qT)$.

Сигнал $\mu[rT]$ можно получить в виде

$$\mu[rT] = x[rT] \chi[rT], \quad (2.21)$$

где

$$\chi[rT] = \sum_{\theta=0}^r q_{\gamma_m} [(r - \theta)T] s[\theta T], \quad (2.22)$$

$$q_{\gamma_m} [rT] = Z^{-1} \{ G_{\gamma_m} (z) \}, \quad (2.23)$$

$$G_{\gamma_m} (z) = \frac{z}{z - 1} [1 - z^{-\gamma_m}] \quad (2.24)$$

Структура звена, осуществляющего операцию сброса (2.16) будет иметь вид, показанный на рис. 2.2. Выход цифрового модифицированного сброса (ЦМБС) в промежутках времени $q_n T + 0 < qT < q_{n+1} T - 0$ совпадает с левой частью соотношения (2.12).

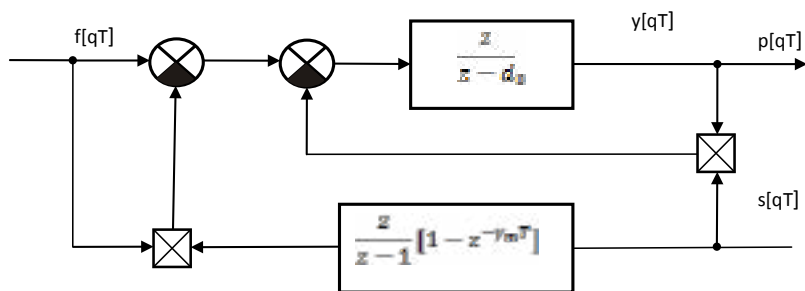


Рисунок 2.2 – Блок сброса цифрового Σ -ЧИМ системы с запаздыванием

Последовательность $s[qT]$ генерируется цифровым блоком формирования импульсов (ЦБФИ), аналогичным тому, который входил в основную структурную модель.

Теперь задача сводится к построению дискретного аналога этого блока, который производит сравнение выхода (2.16) с порогом $\pm\Delta$, преобразует выход дискретного блока сброса в выходной сигнал $y^*[qT]$ (2.3) и сигнал сброса $s[qT]$ (2.20). Особенность дискретизации сигналов во времени сводится к тому, что в этом случае характеристика нелинейного элемента, служащего основой построения БФИ, упрощается и имеет вид (рис. 2.3)

$$v[qT] = \phi[\rho[qT]] = \begin{cases} 1, u[qT] \geq 1 \\ 0, -1 < u[qT] < 1, \\ 1, u[qT] \leq -1 \end{cases} \quad (2.25)$$

$$\rho[qT] = \frac{1}{\Delta} y[qT].$$

Из сравнения (2.25) с (2.3) следует, что

$$y^*[qT] = v[qT]. \quad (2.26)$$

Из (2.25) видно, что если в момент времени $qT = q_n T$ появился n -й импульс, то $(n+1)$ импульс появляется в момент $qT = q_{n+1} T$, определяемый уравнением

$$\tilde{y}[q_{n+1} T - 0] - y[q_n T + 0] = \lambda_{n+1} \Delta. \quad (2.27)$$

Момент $q_{n+1} T$, определяемый уравнением (2.12), (2.13), совпадает с моментом $\tilde{q}_{n+1} T$, определяемым уравнениями (2.16), (2.18), (2.25), (2.27), если формировать сигнал сброса $s[qT]$ (2.19) в виде:

$$s[qT] = v^2[qT] = \begin{cases} 1, |\rho[qT]| \geq \Delta \\ 0, |\rho[qT]| < \Delta \end{cases}. \quad (2.28)$$

Тогда на выходе дискретного блока формирования импульсов будем иметь решетчатую функцию $v[qT]$ (2.25), интервалы квантования по времени и знаки дискрет которой определяются уравнениями (2.12), (2.13) и положительную решетчатую функцию (2.28).

Структурная модель цифрового Σ -ЧИМ системы управления объектами с запаздыванием, показана на рисунке 2.4.

2.3 Структурная модель цифрового ДЧИМ с линейным фильтром общего вида

В пункте 2.1.2 показана возможность обобщения методики построения структурной модели Σ -ЧИМ, применяемого для управления объектами с запаздыванием, на цифровой случай. Аналогично, структурные модели конкретных видов цифровых ДЧИМ, применяемых для управления объектами с запаздыванием можно получить, как и в случае непрерывных ДЧИМ (раздел 2), без принципиальных затруднений. Как известно, задача сводится к построению только модифицированного блока сброса МБС. В этом пункте рассмотрим цифровой ДЧИМ с линейным дискретным фильтром общего вида, применяемый для управления объектами с запаздыванием.

Дискретный фильтр в этом случае в терминах z -преобразования описывается передаточной функцией

$$W(z) = \frac{G(z)}{D(z)}. \quad (2.29)$$

Предположим, что полюсы передаточной функции простые, и обозначим как $d_1 = e^{-p_1 T}$, $d_2 = e^{-p_2 T}$, ..., $d_l = e^{-p_l T}$.

Тогда передаточную функцию $W(z)$ (2.29) можно представить в виде разложения на простые дроби

$$W(z) = \sum_{i=1}^{lk} \frac{c_i}{z - d_i}, \quad (2.30)$$

где
$$c_i = \frac{G(d_i)}{D(d_i)}, \quad D(d_i) = \left. \frac{dD(z)}{dz} \right|_{z=d_i}. \quad (2.31)$$

Тогда задача построения структурной модели цифрового ДЧИМ с фильтром (2.29), применяемого для управления объектами с запаздыванием сводится к построению структуры модифицированного блока элементарного дискретного звена с передаточной функцией

$$W_i(z) = \frac{c_i}{z - d_i}. \quad (2.32)$$

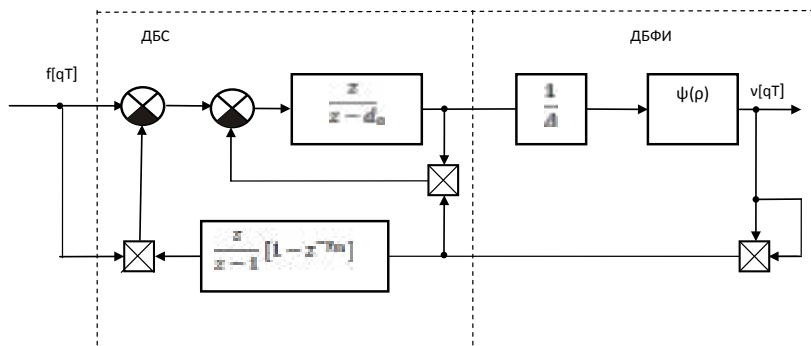


Рисунок 2.4 – Структурная модель цифрового Σ -ЧИМ, применяемого для управления объектами с запаздыванием

Моменты появления $q_{n+1}T$ импульсов ДЧИМ с передаточной функцией (2.29) определяются уравнением

$$y[q_{n+1}T - 0] = \sum_{i=1}^1 \sum_{r=q_n+\gamma_m}^{q_{n+1}-1} c_i d_i^{q_{n+1}-r-1} x[rT] \geq \lambda_{n+1} \Delta. \quad (2.33)$$

Теперь рассмотрим разностное уравнение дискретного фильтра характеризующегося передаточной функцией (2.32)

$$y[(q+1)T] = \sum_{i=1}^1 y_i[(q+1)T] = \sum_{i=1}^1 \{d_i y_i[qT] + c_i x[qT]\}. \quad (2.34)$$

Пусть в момент времени $q_n T$ появился n -й импульс. Тогда выход $y[qT]$ дискретного фильтра (2.34) в последующие ($qT > q_n T$) моменты времени определяются в виде

$$\tilde{y}[qT] = \sum_{i=1}^1 \left\{ d_i^{q-q_n} y_i[q_n T - 0] + \sum_{r=q_n}^{q-1} \{ d_i^{q-r-1} c_i x[rT] \} \right\}. \quad (2.35)$$

Из уравнений (2.33) и (2.35) следует, что $y[qT] = \tilde{y}[qT]$, если

$$\begin{aligned} \tilde{y}[qT] = & \sum_{i=1}^1 \left\{ d_i^{q-q_n} \tilde{y}_i[q_n T - 0] + \right. \\ & \left. + \sum_{r=q_n}^{q-1} d_i^{q-r-1} c_i \left\{ x[rT] - \frac{d_i}{c_i} \eta[rT] - \mu[rT] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

где сигнал сброса $\eta[rT]$ определяется по выражению

$$\eta_i[rT] = y_i[q_n T - 0] \delta[(r - q_n)T], \quad (2.37)$$

а сигнал $\mu(t)$ определяется по соотношению (2.21).

Так как фильтр с дискретной передаточной функцией $W(z)$ (2.29) образован параллельным соединением элементарных звеньев с дискретными передаточными функциями $W_i(z)$ (2.32), то структурная схема блока сброса принимает вид, показанный на рис.2.5.

Из анализа выражения (2.36) видно, что при $l=1$ и $d_1=1$ из структурной модели (2.5) получим структурную модель цифрового ИЧИМ, применяемого для управления объектами с запаздыванием [2,5] (рис. 2.6).

2.3 Эквивалентная цифровому модулятору нелинейная система с фильтром ℓ -го порядка

Цифровая динамическая частотно-импульсная система управления функционирует с цифровым фильтром Φ и описывается линейным разностным уравнением ℓ -го порядка:

$$a_0 y[(n+1)T] = a_1 y[nT] + a_2 y[(n-1)T] + \dots + a_\ell y[(n-\ell+1)T] + b_1 x[nT] + b_2 x[(n-1)T] + \dots + b_\ell x[(n-\ell+1)T]. \quad (2.38)$$

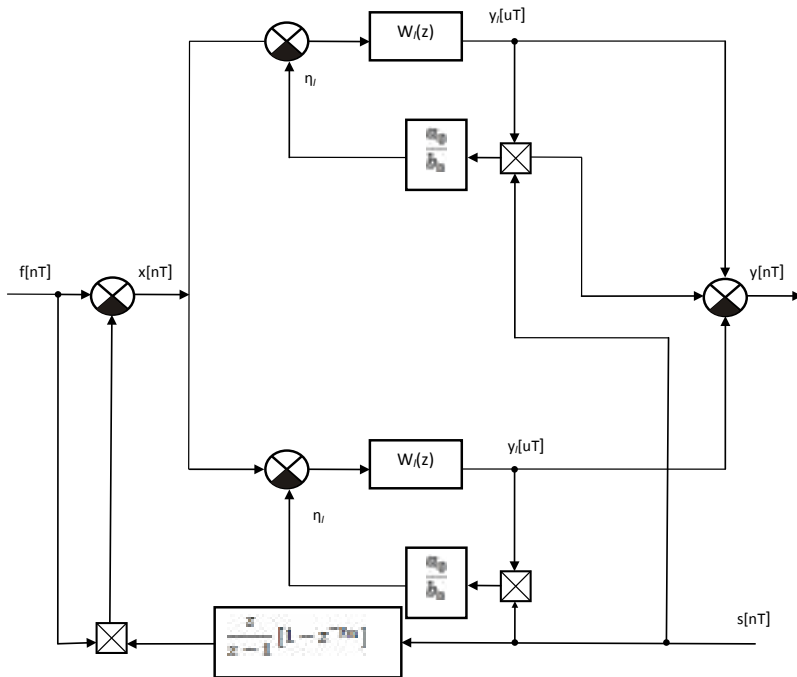


Рисунок 2.5 – Блок сброса модели ДЧИМ с фильтром ℓ -го порядка

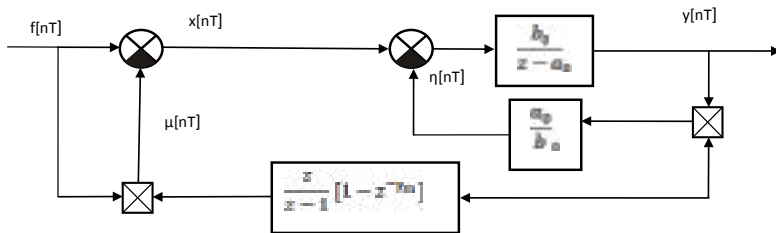


Рисунок 2.6 – Блок сброса Σ -ЧИМ системы с запаздыванием

Подвергнув уравнение (2.1) Z – преобразованию получим:

$$\begin{aligned}
 Y(z) (a_0 z - a_1 - a_2 z^{-1} - \dots - a_\ell z^{-\ell+1}) = X(z) (b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_\ell z^{-\ell+1}) + \\
 + a_0 z y[0] + (a_2 + a_3 z^{-1} + \dots + a_\ell z^{-\ell+2}) y[-T] + \\
 + (a_3 + a_4 z^{-1} + \dots + a_\ell z^{-\ell+1}) y[-2T] + \dots + a_\ell y[-(\ell+1)T] + \\
 + (b_2 + b_3 z^{-1} + \dots + b_\ell z^{-\ell+2} x[-T] + \dots + b_\ell x[-(\ell+1)T])
 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Введем новые переменные:

$$G(z) = a_0 z - a_1 - a_2 z^{-1} - \dots - a_\ell z^{-\ell+1} \quad (2.40)$$

$$R(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_\ell z^{-\ell+1} \quad (2.41)$$

$$Q_p(z) = \sum_{i=p}^{\ell} a_i z^{p-i}; \quad F_p(z) = \sum_{i=p}^{\ell} b_i z^{p-i}; \quad (p=1, 2, \dots, \ell). \quad (2.42)$$

Тогда с учетом выражений (2.40), (2.41), (2.5) уравнение (2.42) принимает вид

$$Y(z) = \frac{R(z)}{G(z)} \left(X(z) + \frac{1}{R(z)} \sum_{p=1}^{\ell} Q_p(z) y[-(p+1)T] + \frac{1}{R(z)} \sum_{p=2}^{\ell} F_p(z) x[-(p+1)T] \right) \quad (2.43)$$

За начальный момент времени примем момент времени $n_v T$. Допустим $\delta(n_v T - 0) \neq 0$, тогда решение уравнения (2.1)-(2.2) имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{y}[nT] = & \sum_{m=0}^{\infty} \omega[(n-m)T] \left(x[mT] + \sum_{p=1}^{\ell} \sum_{k=n_v}^m g_p[(m-k)T] \tilde{\delta}[(k-n_v)T] \times \right. \\ & \times y[(n_v-p+1)T] + \sum_{p=2}^{\ell} \sum_{k=n_v}^m f_p[(m-k)T] \tilde{\delta}[(k-n_v)T] x[(n_v-p+1)T] \Big), \\ & n_v < n < n_{v+1} \end{aligned} \quad (2.44)$$

где

$$\omega[mT] = Z^{-1} \left\{ \frac{R(z)}{G(z)} \right\}; \quad (2.45)$$

$$g_p[mT] = Z^{-1} \left\{ \frac{Q_p(z)}{R(z)} \right\}; \quad (2.46)$$

$$f_p[mT] = Z^{-1} \left\{ \frac{F_p(z)}{R(z)} \right\}; \quad (2.47)$$

При управлении объектами с запаздыванием уравнение (2.44) примет вид

$$\begin{aligned} \tilde{y}[nT] = & \sum_{m=0}^{\infty} \omega[(n-m)T] \left(x[mT] + \sum_{p=1}^{\ell} \sum_{k=n_v}^m g_p[(m-k)T] \tilde{\delta}[(k-n_v)T] \times \right. \\ & \times y[(n_v-p+1)T] \Big) - \eta[kT] - \mu[kT] + \sum_{p=2}^{\ell} \sum_{k=n_v}^m f_p[(m-k)T] \times \\ & \times \tilde{\delta}[(k-n_v)T] x[(n_v-p+1)T] \end{aligned} \quad (2.48)$$

где $\mu[kT]$ – помеха. Из сравнения уравнений (2.44) и (2.48) следует, что $y[n_{v+1}T] = \tilde{y}[n_{v+1}T]$, если компоненты сигнала представлены в следующей форме

$$\begin{aligned}\eta[mT] = & \sum_{p=1}^{\ell} \sum_{k=n_v}^m g_p [(m-k)T] \tilde{\delta}[(k-n_v)T] y[(n_v-p+1)T] + \\ & + \sum_{p=2k=n_v}^{\ell} \sum_{k=n_v}^m f_p [(m-k)T] \tilde{\delta}[(k-n_v)T] x[(n_v-p+1)T].\end{aligned}\quad (2.49)$$

$$\mu[mT] = \begin{cases} x[mT], & \text{если } n_v < m < (n_v + \gamma_m), \\ 0, & \text{если } (n_v + \gamma_m) < m < n_{v+1} \end{cases}. \quad (2.50)$$

Для получения сигнала сброса $\eta[nT]$ рассмотрим преобразование сигнала $y[nT]$, осуществляемое в релейном элементе, описываемом следующей нелинейностью $\varphi(y)$:

$$u[nT] = \varphi(y[nT]) = \begin{cases} +1, & \text{если } y[nT] \geq \Delta, \\ 0, & \text{если } -\Delta < y[nT] < \Delta, \\ -1, & \text{если } y[nT] \leq -\Delta, \end{cases} \quad (2.51)$$

Введем сигнал

$$s[nT] = u^2[nT] = \begin{cases} 1, & \text{если } |y[nT]| \geq \Delta, \\ 0, & \text{если } |y[nT]| < \Delta. \end{cases} \quad (2.52)$$

Из анализа выражения (2.49) можно сделать следующий вывод:

$$s[nT] = \tilde{\delta}[(n-n_v)T], \quad n_v \leq n \leq n-1 \quad (2.53)$$

Для формирования дополнительного сигнала $\mu[nT]$ используем полученный сигнал в (2.53). Тогда, сигнал $\mu[nT]$ представим в виде произведения

$$\mu[nT] = g[nT] \cdot x[nT], \quad (2.54)$$

где импульсная переходная функция

$$g[nT] = g_{\gamma_m} \cdot s[nT], \quad (2.55)$$

$$\Phi = \frac{R(z)}{G(z)} = \frac{a_0 z - a_1 - a_2 z^{-1} - a_3 z^{-2} - \dots - a_\ell z^{-\ell+1}}{b_1 + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-2} + \dots + b_\ell z^{-\ell+1}} \quad (2.56)$$

Уравнения (2.48)-(2.49) и (2.53)-(2.54) полностью описывают нелинейный оператор $A[x, y^*, \gamma_m]$, где Φ – цифровой фильтр ℓ -го порядка. Согласно этим уравнениям построена структурная схема эквивалентной нелинейной модели цифрового ДЧИМ (рисунок 2.7).

Из сравнения полученной модели цифрового ДЧИМ с аналогичной моделью обычного ДЧИМ, описанной в работе [105], можно указать существенные отличия в модели цифрового ДЧИМ. Так, отсутствует дискретный интегратор и вместо неоднозначной релейно-гистерезисной нелинейности в модели цифрового ДЧИМ присутствует однозначная нелинейность типа реле с зоной нечувствительности. Вышеуказанные особенности существенно упростят расчет модели цифрового ДЧИМ.

В полученной эквивалентной дискретной нелинейной цифровой системе параметрические связи заменены на сигнальные. Проведены численные эксперименты, подтверждающие адекватность нелинейной системы реальному цифровому динамическому частотно-импульсному модулятору и указывающие на его преимущества по сравнению с ранее разработанными системами.

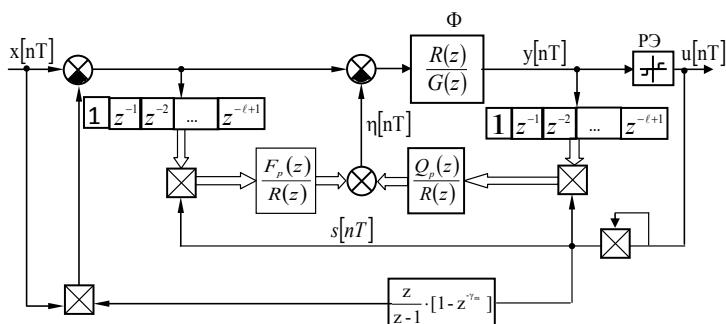


Рисунок 2.7 – Структурная схема модели цифрового ДЧИМ

Заменяя ДЧИМ нелинейной эквивалентной ему системой, получим структурную схему модели системы с Σ -ЧИМ, показанную на рисунок 2.8.

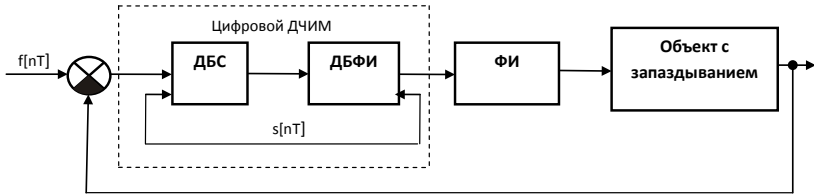


Рисунок 2.8 – Структурная схема модели цифровой системы с Σ -ЧИМ

Полученная структурная схема модели цифровой системы с Σ -ЧИМ состоит из дискретного блока сброса (ДБС), дискретного блока формирователя импульсов (ДБФИ), формирователя импульсов с передаточной функцией $W(p)$ и объекта с запаздыванием (ОЗ).

Для полного представления принципов действия системы, необходимо рассмотреть все элементы, входящие в каждую блоки системы. Рассмотрим структурную схему дискретного блока сброса (ДБС) модели цифровой системы с ДЧИМ. На примере системы с цифровым фильтром ℓ -го порядка

где $W(p)$ -передаточная функция, равная:

$$W(p) = \frac{b_a}{z - a_a} \quad (2.57)$$

Тогда, полученная система с Σ -ЧИМ описывается следующими уравнениями:

$$x[nT] = f[nT] - z[nT], \quad (2.58)$$

$$z[nT] = H[\lambda, \gamma_0, y^*[nT] | 0 \leq \gamma \leq T] \quad (2.59)$$

$$y[nT] = \Phi[y(rT), x(rT), \gamma_m T | n_v \leq r \leq n_{v+1}] \quad (2.60)$$

$$y^*[nT] = \sum_n \lambda_{v+1} \delta[(n - n_{v+1})T] \quad (2.61)$$

$$\lambda_{v+1} = \text{sign } y[n_{v+1}T - 0], \quad (2.62)$$

$$y[n_{v+1}T - 0] = \lambda_{v+1} \cdot \Delta, \quad (2.63)$$

$$y[n_vT + 0] = 0 \quad (2.64)$$

где $f[nT]$ – сигнал на входе, $x[nT] = x(t)|_{t=nT}$ – сигнал ошибки, $y^*[nT]$ – выходной сигнал Σ -ЧИМ, $y[nT]$ – выходной сигнал дискретного фильтра Φ , γ_0 – параметр, учитывающий запаздывание объекта, γ_m – параметр модулятора введенный для учета запаздывания управляемого объекта $\gamma_m \geq \gamma_0$, $z[nT]$ – сигнал выхода объекта управления описываемого некоторым оператором.

Выходной сигнал $y[nT]$ ДБС преобразуется дискретным блоком ФИ. Путем несложных преобразований в ДБС модели ДЧИМ, получим структурную схему дискретного сброса (ДБС) модели цифровой системы с Σ -ЧИМ.

Блок формирования сигнала $\mu[nT]$ удовлетворяющего соотношениям (2.17), после выдачи импульса управления удерживает выходной сигнал $y[nT]$ в нулевом состоянии в течение времени запаздывания объекта.

При анализе блока ФИ с Σ -ЧИМ выяснилось, что блок ФИ с Σ -ЧИМ идентичен блоку ФИ с ДЧИМ. Из этого получаем, что изменение параметров или структуры БС приводит к изменению всей системы. Полная структурная схема модели цифровой системы с Σ -ЧИМ представлена на рисунке 2.9

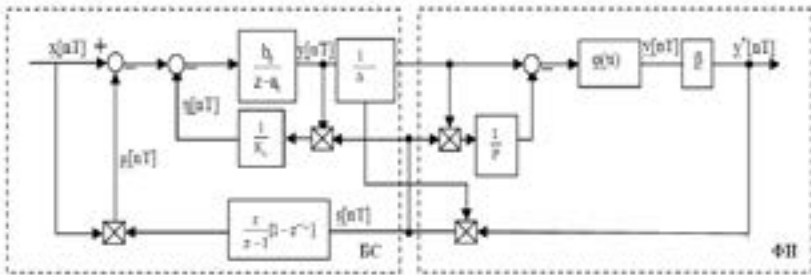


Рисунок 2.9 – Эквивалентная цифровому модулятору нелинейная дискретная система с Σ -ЧИМ

Полученные уравнения полностью описывают модель системы с Σ -ЧИМ, которая является существенно нелинейной и применение их для исследования системы требует трудоемких вычислений с необходимостью обращения к численным методам, но имеется возможность нахождения одного из решений благодаря применению в решении уравнений функциональных рядов Вольтерра.

2.4 Сравнительный анализ эквивалентной модели цифровой системы с ранее разработанными системами

В качестве примера возьмем систему второго порядка, описанную следующим дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad (2.65)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

и

$$a_{21} = 0, \quad a_{22} = -25, \quad b_2 = 50$$

Вышеуказанные уравнения описывают систему электропривода с двигателем постоянного тока использованную в работе [113]. Имитационная модель двигателя постоянного тока и предложенный в данной работе частотно-импульсный модулятор были исполнены в среде Matlab/Simulink с шагом дискретизации 0,001 с. По аналогии с [113] были проведены два численных эксперимента по управлению позицией двигателя.

В первом случае сигнал на входе имеет форму шага с амплитудой 0,4 рад, при этом стоит заметить, что во избежание больших величин производных данный сигнал в начале пропущен через низкочастотный фильтр с полосой пропускания 15 рад/с.

Результаты численного эксперимента №1(Э1) представлены на рисунках 2.7-2.10

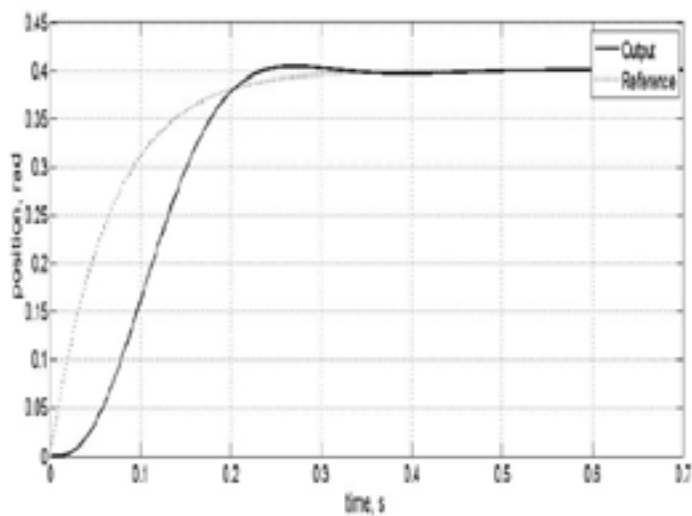


Рисунок 2.7 – Отклик системы управления (Э1)

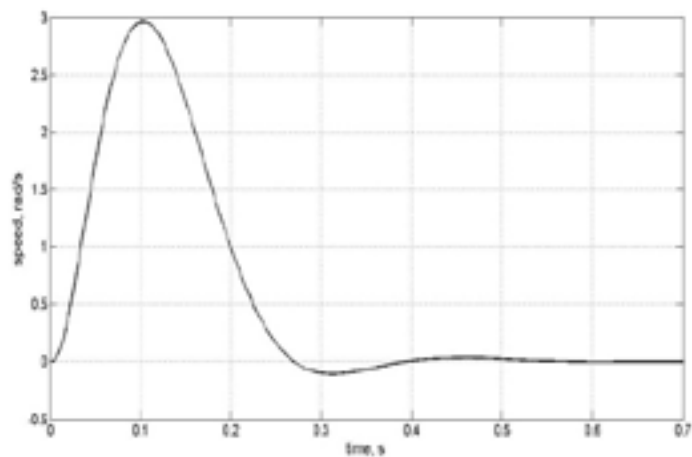


Рисунок 2.8 – Скорость системы управления (Э1)

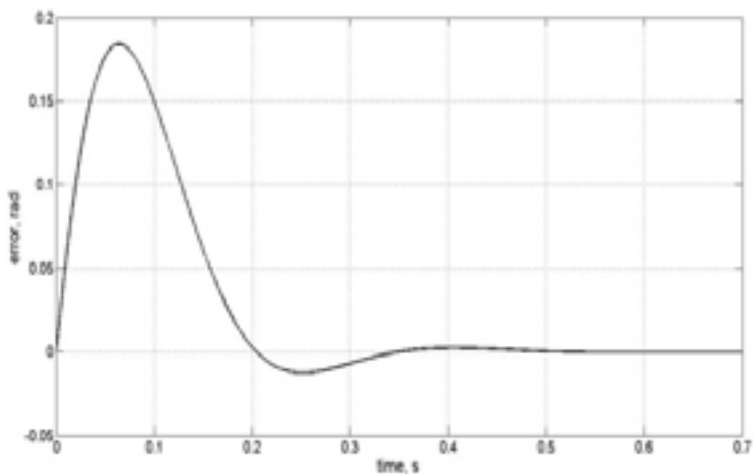


Рисунок 2.9 – Ошибка системы управления (Э1)

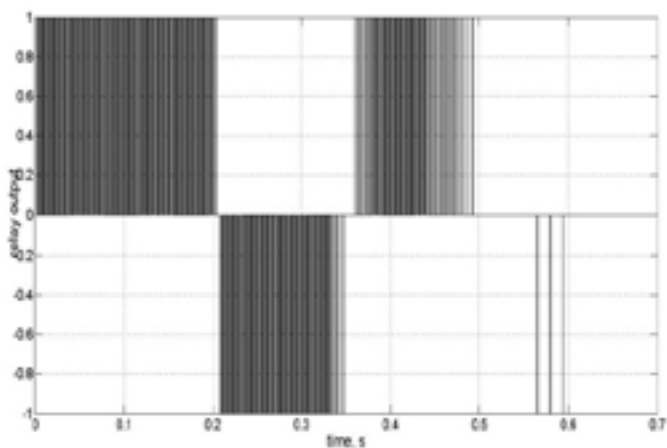


Рисунок 2.10 – Управляющий сигнал (Э1)

Как видно из рисунков 2.7-2.10 время отклика системы составляет 0,3 с. При данной величине входного сигнала, сигнал управления, показанный на рисунке 2.10, представляет собой последовательность импульсов, частота которых уменьшается с приближением системы к устойчивому состоянию.

Во втором численном эксперименте (Э2) амплитуда входного сигнала увеличена до 4 рад. Результаты представлены на рис 2.11-2.13.

Как видно из рисунков, динамика срабатывания существенно не меняется. В тоже время, частота импульсов сигнала управления значительно выше, как видно из рисунок 2.11.

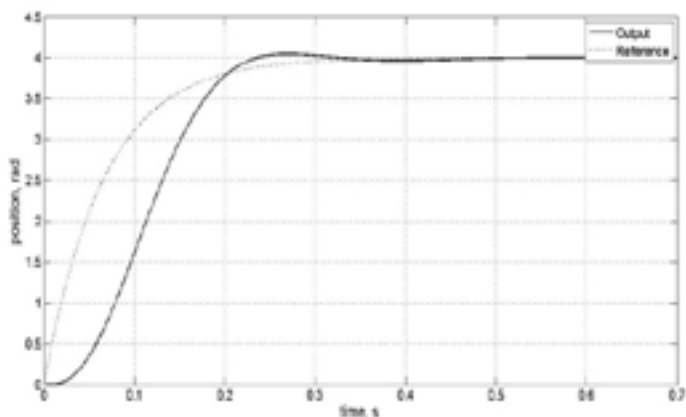


Рисунок 2.11 – Отклик системы управления (Э2)

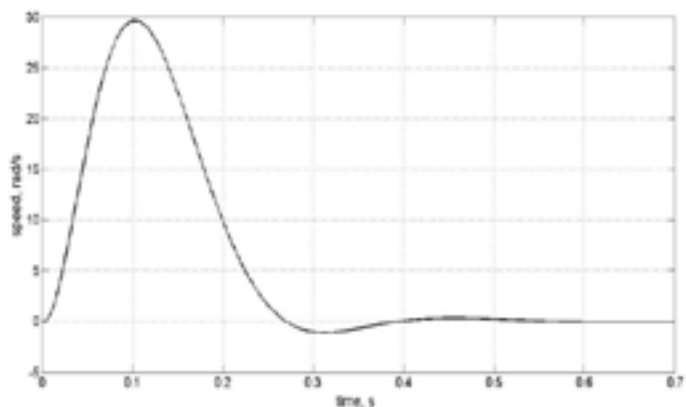


Рисунок 2.12 – Скорость системы управления (Э2)

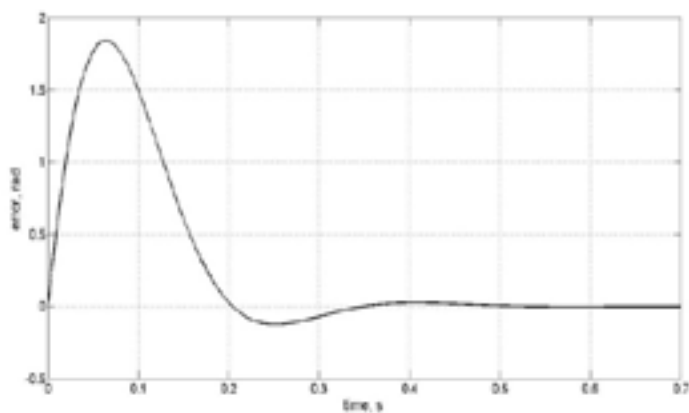


Рисунок 2.13 – Ошибка системы управления (Э2)

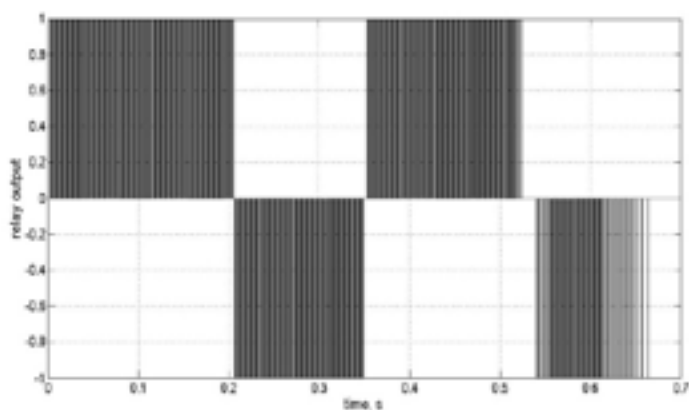


Рисунок 2.14 – Управляющий сигнал (Э2)

По сравнению с результатами, опубликованными в [113], предложенная в данной работе система обладает улучшенными характеристиками. В частности время отклика уменьшено примерно на 25% т.е. с 0,4 с до 0,3 с. Также, описанный нами ДЧИМ работает на тактовой частоте 1 кГц, в то время как система предложенная в [113] используют частоту 10 кГц. Таким образом, предложенный в данном эксперименте алгоритм позволяет использовать более дешевое оборудование.

3 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЦИФРОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНО-ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

3.1 Общая процедура формирования вольтерровских моделей цифровых динамических частотно-импульсных систем с запаздыванием

Рассматривается цифровая динамическая частотно-импульсная система с запаздыванием, структурная схема которой приведена на рисунке 3.1. Заменяя ДЧИМ его структурной моделью получим расчетную модель состоящую из дискретного блока сброса ДБС, дискретного блока формирователя импульсов ДБФИ и приведенной непрерывной части ПНЧ.

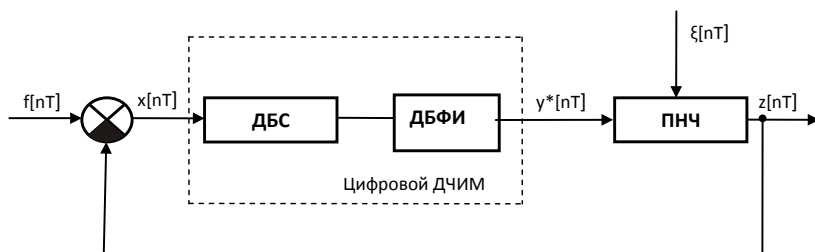


Рисунок 3.1 – Эквивалентная цифровая динамическая частотно-импульсная система

После замены блоков ДЧИМ и ПНЧ (рисунок 3.1) их вольтерровскими моделями получим систему, изображенную на рисунке 3.2

Основная методика построения эквивалентной ЦДЧИМ системы включенной в контур управления, которая содержит БС и ФИ, состоит в построении вольтерровских моделей для каждого из элементов БС и ФИ, а затем для самих блоков. Суть проводимых операций на каждом этапе заключается в замене замкнутого нелинейного контура соответствующим блоком, не содержащим нелинейной обратной связи.

Для формирования вольтерровских моделей цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием используется аппарат дискретных функциональных рядов Вольterra.

Общая процедура построения дискретных вольтерровских моделей состоит из трех этапов:

- 1) дискретной вольтерровской модели цифрового ДЧИМ;
- 2) дискретной вольтерровской модели разомкнутой системы с запаздыванием;
- 3) дискретной вольтерровской модели замкнутой системы с запаздыванием.

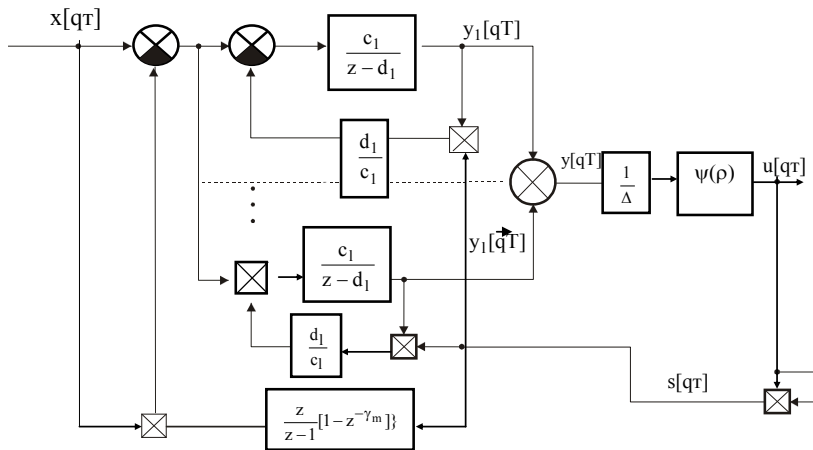


Рисунок 3.2 – Структурная модель цифрового ДЧИМ с линейным фильтром в системах с запаздыванием

Основой для нее служит структурная модель системы (рис. 3.2), где в приведенную непрерывную часть входит наряду с непрерывной частью и формирующий элемент.

Процедура построения дискретных вольтеровских моделей цифровой ДЧИСАУ объектами с запаздыванием состоит из нескольких этапов [2, 5].

В дальнейшем подробно рассмотрим построение дискретных моделей интегральной частотно-импульсной системы управления объектами с запаздыванием.

Поведение цифровых динамических частотно-импульсных системы управления (рис. 3.2) описывается следующими уравнениями

$$x[qT] = f[qT] - z[qT], \quad (3.4)$$

$$z[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ h_k \oplus y * [qT] \right\}, \quad (3.5)$$

$$y * [qT] = \varphi(v[qT]), \quad (3.6)$$

$$v[qT] = \frac{y[qT]}{\Delta}, \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} y[qT] = & (w \oplus x[qT]) - \{w \oplus x[qT](q_{\gamma m} \oplus s[qT])\} - \\ & - \left\{ w \oplus \frac{1}{k_u} y[qT] s[qT] \right\}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$s[qT] = (y * [qT])^2, \quad (3.9)$$

где символом $\left\{ h_k \oplus y * [qT] \right\}$ обозначена k -мерная свертка решетчатых импульсных характеристик объекта с запаздыванием $h_k(\gamma T, r_1 R, \dots, r_k T)$ сигнала $y * [(n-r)T]$, $i=1, k$, т. е.

$$\left\{ h_k \oplus y * [qT] \right\} = \sum_{q_1, \dots, q_k}^q h_k(\gamma_0 T, q_1 T, \dots, q_k T) \prod_{i=1}^k y * [(q - q_i)T],$$

γ_0 – характеристика объекта с запаздыванием ($\gamma_0 T = \tau_0$),
 $w[qT] = Z^{-1}[W(z)]$;

$$W(z) = \frac{k_u z}{z-1}; \quad q_{\tau_m}[qT] = Z^{-1}[G_{\tau_m}(z)]; \quad G_{\tau_m}[z] = \frac{z}{z-1} [1 - z^{-\gamma_m}];$$

$\phi(v[qT])$ – однозначная нелинейность релейного типа, определяемого выражением (3.3).

Непосредственное использование уравнений (3.4)–(3.9) для исследования цифровой системы приводит к трудностям математического характера, в частности, привлечения численных методов для решения этих уравнений.

Для преодоления этих трудностей используется и развивается аппарат функциональных рядов Вольтерра в дискретной форме [62,81]. Математическая модель модифицированных цифровых интегральных частотно-импульсных систем автоматического управления формируется в следующем виде

$$x[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \left[n_k \overset{k}{\oplus} f[qT] \right], \quad (3.10)$$

где $n_k(\gamma_0 T, \gamma_m T, q_1 T, \dots, q_k T)$ – решетчатые импульсные характеристики математической модели (3.10).

Задача построения дискретной вольтерровской модели (3.10) цифровой системы состоит в определении связи между решетчатыми импульсными характеристиками $n_k(\gamma_0 T, \gamma_m T, q_1 T, \dots, q_k T)$ и характеристиками элементов системы, описываемой уравнениями (3.4) – (3.9).

Согласно процедуре построения вольтерровских моделей, на первом этапе формируется математическая модель цифрового ДЧИМ, на втором – разомкнутой системы, и на третьем – замкнутой системы.

В свою очередь, для построения вольтерровской модели цифрового ДЧИМ необходимо получить математические модели его составляющих дискретных блока сброса ДБС и блока формирования импульсов ДБФИ (рис. 3.7).

3.2.1 Вольтерровская модель цифрового динамического частотно-импульсного модулятора системы с запаздыванием

Для построения вольтерровской модели цифрового ДЧИМ рассмотрим ее структурную схему, показанную на рис. 3.6. В ней выделены дискретные блок сброса ДБС, описываемый уравнением (3.8) и дискретный блок формирования импульсов БФИ, поведение которого характеризуют уравнения (3.6), (3.7) и (3.9).

Рассмотрим дискретный блок сброса, поведение которого характеризует уравнение (3.8). Решение уравнения (3.8) можно представить в следующем виде

$$y[qT] = (d_0 \oplus x[qT]) + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ d_k \oplus x[q_1 T] \prod_{i=2}^k s[q_i T] \right\}. \quad (3.11)$$

Подставив выражение (3.11) в уравнение (3.8) получим:

$$\begin{aligned} d_0 \oplus x[qT] + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ d_k \oplus \left(x[q_1 T] \prod_{i=2}^k s[q_i T] \right) \right\} = \{w \oplus x[qT]\} - \\ - \left\{ \omega \oplus x[qT] (q_{\gamma_m} \otimes s[qT]) \right\} \left\{ w \oplus \frac{1}{k_u} y[qT] s[qT] \right\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Применим к каждому слагаемому в (3.12) многомерное дискретное преобразование Лапласа, тогда после приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях XS получим выражение для изображения ядер (3.8) в виде:

$$D_0(z) = W(z) = \frac{k_u z}{z - 1};$$

$$D_1(\tau_m, z_1, z_2) = -W(z_1, z_2) \left[\frac{1}{k_u} D_0(z_2) - G_{\gamma_m}(z_2) \right]; \quad (3.13)$$

$$D_k(\tau_m, z_1, z_2, z_3) = -W(z_1 z_2 \dots z_{k+1}) D_{k-1}(\tau_m, z_1, \dots, z_k), \quad k=2, 3, \dots$$

Для построения вольтеровской модели дискретного блока формирования импульсов рассмотрим уравнение этого блока (3.6), (3.7) и (3.9). В структуре этого блока присутствует релейный элемент с единичной зоной нечувствительности.

Тогда для получения математической модели дискретного БФИ необходимо разложить эту нелинейность в ортогональный ряд. С этой целью разложим нелинейность $y*[qT] = \phi(v[qT])$ в ряд по ортогональным полиномам Эрмита с весовой функцией

$$\vartheta = \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{\sigma_p}\right)^2\right].$$

Весовую функцию ϑ можно интерпретировать как плотность распределения сигналов $\rho[nT]$ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной σ_p^2 . Условие равенства нулю математического ожидания сигнала $\rho[nT]$ показано статистическим моделированием дискретного фильтра со сбросом в [43].

В данном случае разложение нелинейности $\psi(\rho)$ имеет следующий вид:

$$\phi(\rho) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k \left(\frac{\rho}{\sigma_p}\right) H_k \left(\frac{\rho}{\sigma_p}\right), \quad (3.14)$$

где

$$b_k = \frac{1}{k! \sigma_p \sqrt{2\pi}} \left\{ \int_1^{\infty} H_k \left(\frac{\rho}{\sigma_p}\right) e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_p^2}} d\rho - \int_{-\infty}^{-1} H_k \left(\frac{\rho}{\sigma_p}\right) e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_p^2}} d\rho \right\}. \quad (3.15)$$

Анализ выражения (3.52) показывает, что

$$b_k = \begin{cases} 0, & \text{для } k = 0, 2, 4, \dots \\ \frac{2 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_p}\right)^2\right]}{k! \sqrt{2\pi}} H_{k-1} \left[\frac{1}{\sigma_p}\right], & \text{для } k = 1, 3, 5, \dots \end{cases}, \quad (3.16)$$

Ряд (3.14) после несложных преобразований можно привести к следующему виду:

$$\varphi(\rho) = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m-1} \rho^{2m-1}, \quad (3.17)$$

где

$$\beta_m = \left\{ b_0 + \sum (-1)^k c_{1+2k}^k b_{1+2k} \prod_{i=1}^k c_{2i-1}^{2i-2} \right\}, \quad (3.18)$$

$$c_i^j = \binom{1}{j} = \frac{1!}{j!(1-j)!} \text{ — биномиальные коэффициенты.}$$

Сигнал $s[nT]$, определяемый уравнением (3.9) с учетом (3.14) определяется из выражения

$$s[qT] = \varphi^2(\rho) = \left(\sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m-1} \rho^{2m-1} \right)^2 = \sum_{m=1}^{\infty} e_{2m} \rho^{2m}, \quad (3.19)$$

где

$$e_{2m} = \sum_{j=1}^m \beta_{2j-1} \beta_{2(s-j)+1}. \quad (3.20)$$

Подставляя выражение для сигнала $s[qT]$ (3.19) в уравнение (3.11) получим:

$$y[qT] = \{d_0 \oplus x[qT]\} + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ d_k \oplus \left(x[qT] \prod_{j=2}^k \sum_{m=1}^{\infty} e_{2m} \rho^{2m} \right) \right\}. \quad (3.21)$$

Решение уравнения (3.21) ищем в виде:

$$y[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \varepsilon_k \oplus x[qT] \right\}, \quad (3.22)$$

где, например, первые три ядра (3.229) определяются из соотношений

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1(z) &= D_0(z); \\
\varepsilon_1(\tau_m, z_1, z_2) &= 0; \\
\varepsilon_1(\tau_m, z_1, z_2, z_3) &= \frac{e_2}{\Delta^2} D_1(\tau_m, z_1, z_2, z_3) \prod_{i=1}^3 \varepsilon_1(z_i).
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Подставляя выражение для $y[qT]$ (3.22) в ряд (3.6), с учетом (3.7) окончательно получим:

$$y * [qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{k-1} \left(\frac{1}{\Delta} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \varepsilon_m \oplus x[qT] \right\} \right). \tag{3.24}$$

Уравнение (3.24) полностью описывает поведение цифрового ДЧИМ и представимо в следующем виде

$$y * [qT] = \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ m_l \oplus x[qT] \right\}, \tag{3.25}$$

где

$$\begin{aligned}
M_1(z) &= \frac{e_1}{\Delta} \varepsilon_1(z); \\
M_2(\tau_m, z_1, z_2) &= 0; \\
M_3(\tau_m, z_1, z_2, z_3) &= \frac{e_1}{\Delta} \varepsilon_1(\tau_m, z_1, z_2, z_3) + \frac{e_3}{\Delta^3} \prod_{i=1}^3 \varepsilon_1(z_i); \\
M_2(\tau_m, z_1, z_2) &= 0; \\
M_3(\tau_m, z_1, z_2, z_3) &= \frac{e_1}{\Delta} \varepsilon_1(\tau_m, z_1, z_2, z_3) + \frac{e_3}{\Delta^3} \prod_{i=1}^3 \varepsilon_1(z_i).
\end{aligned} \tag{3.26}$$

3.2.2 Вольтерровская модель замкнутой цифровой динамической частотно-импульсной системы

Объединяя ряды (3.5) и (3.25) получим вольтерровскую модель разомкнутой системы в виде:

$$z[qT] = \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \theta_l \oplus x[qT] \right\}, \tag{3.27}$$

где

$$\begin{aligned}\theta_1(\tau_0, \tau_m, z) &= H(\tau_0, z)M_1(\tau_m, z); \\ \theta_2(\tau_0, \tau_m, z) &= 0; \\ \theta_3(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2, z_3) &= H(\tau_0, z_1, z_2, z_3)M(\tau_m, z_1, z_2, z_3).\end{aligned}\quad (3.28)$$

Ряд (3.27) совместно с уравнением замыкания системы (3.4) полностью описывает систему. Подставляя (3.27) в (3.4), получим уравнение для процесса сигнала ошибки системы в следующем виде

$$x[qT] = f[qT] - \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \theta_l \oplus^1 x[qT] \right\}. \quad (3.29)$$

Решение уравнения (3.29) получим в виде ряда

$$x[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ n_k \oplus^k f[qT] \right\}. \quad (3.30)$$

Подставляя ряд (3.30) в уравнение (3.29) получим

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left\{ n_k \oplus^k f[qT] \right\} = f[qT] - \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \theta_l \oplus^1 \left(\sum_{m=1}^{\infty} \left(n_m \oplus^m f[qT] \right) \right) \right\}. \quad (3.31)$$

Применим к каждому слагаемому в (3.31) многомерное дискретное преобразование Лапласа, тогда после приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях X , получим следующие выражения для ядер ряда

$$\begin{aligned}N_1(\tau_0, \tau_m, z) &= \frac{1}{1 + \theta_1(\tau_0, \tau_m, z)}; \\ N_2(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2) &= 0; \\ N_3(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2, z_3) &= \frac{\theta_3(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2, z_3) \prod_{i=1}^3 N_1(\tau_0, \tau_m, z_i)}{1 + \theta_3(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2, z_3)}.\end{aligned}\quad (3.32)$$

Ряд (3.30) является вольтерровской моделью цифровой модифицированной интегральной частотно-импульсной системы управления объектами с запаздыванием.

3.3 Вольтерровские модели цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием при наличии помех

3.3.1 Общая процедура построения математических моделей цифровых систем управления при наличии помех

Общая процедура построения дискретных вольтерровских моделей цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием при наличии помех состоит из трех этапов:

1) формирование дискретной вольтерровской модели цифрового ДЧИМ в виде:

$$u[nT] = \sum_{\ell=0}^{\infty} \vec{m}_{\ell}^T[\gamma_m, \ell] \Delta \vec{x}_1^T[\ell] \quad (3.33)$$

где $\vec{m}_{\ell}$ – импульсные характеристики ДЧИМ

2) формирование дискретной вольтерровской модели разомкнутой системы с запаздыванием:

$$z[nT] = \sum_{m=0}^{\infty} \Delta \vec{x}_1^T[m] P[\gamma_0, \gamma_m, m, l] \Delta * \vec{w}[l], \quad (3.34)$$

где $\vec{P}$ – импульсные характеристики ПНЧ

3) формирование дискретной вольтерровской модели замкнутой системы с запаздыванием:

$$x[nT] = f[nT] - \sum_{\ell=0}^{\infty} \Delta \vec{x}_1^T[m] \vec{P}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] \Delta * \vec{w}[l] \quad (3.35)$$

В работах [104] – [108] были приведены процедуры построения эквивалентных систем (рисунок 3.1), соответствующих рассматриваемой непрерывной системе управления объектами с запаздыванием, где динамический частотно-импульсный модулятор состоит из блока сброса (БС), блока формирования импульсов (БФИ) с порогом Δ и приведенной непрерывной части (ПНЧ) [106].

Для составления стохастической вольтерровской модели рассмотрим каждый из блоков отдельно (рисунок 3.2). При введенная непрерывная часть ПНЧ [107] описывается стохастической вольтерровской моделью блока $H[z]$:

$$H[z] \Rightarrow z[nT] = \sum_{\ell=0}^{\infty} \Delta \bar{u}_{\ell}^T[m] \vec{h}[\gamma_0, \gamma_m, m, \ell] \Delta \vec{w} * [\ell] \quad (3.36)$$

ДЧИМ описывается стохастической вольтерровской моделью блока $M[z]$:

$$M[z] \Rightarrow u[nT] = \sum_{\ell=0}^{\infty} \tilde{m}_{\ell}^T[\gamma_m, \ell] \Delta \bar{x}_1[\ell]$$

где

$$\Delta u_{\ell}^{\circ}[m] = [1 : \Delta u_1[m_1 T] : \Delta u_1[m_1 T] \Delta u_2[m_2 T] : \Delta u_1[m_1 T] \dots \Delta u_{\ell}[m_r T] : \dots]$$

$$\Delta u_i[m] = u_i[mT] - u_i[(m-1)T] = U[mT] \cdot T \quad (3.37)$$

$$\vec{h}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] = \begin{bmatrix} h_{0,0} & h_{0,1}[l_1 T] & \dots & h_{0,s}[l_1 T, \dots, l_s T] \dots \\ h_{1,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T] & h_{1,1}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, l_1 T] & \dots & \dots \\ h_{2,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T] & h_{2,1}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, l_1 T] & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{r,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_r T] & h_{r,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_r T, l_1 T, \dots, l_s T] & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\Delta * w[\ell] = [1 : \Delta w_1[l_1 T] : \Delta w_1[l_1 T] \Delta w_2[l_2 T] : \Delta w_1[l_1 T] \dots \Delta w_{\ell}[\ell_s T] : \dots]$$

где $\Delta w_1[\ell T] = w[\ell T] - w[(\ell - 1)T] = \mu[\ell T] \cdot T$ (3.39)

при $\Delta x_1[1T] = x[1T] \cdot T.$ (3.40)

Рассматривается система с цифровым ДЧИМ, схема которого представлена на рисунке 3.1. Заменяя цифровой ДЧИМ показанный на рисунке 3.3 его структурной схемой (рисунок 2.1), получаем структурную схему расчетной системы показанную на рисунке 3.4

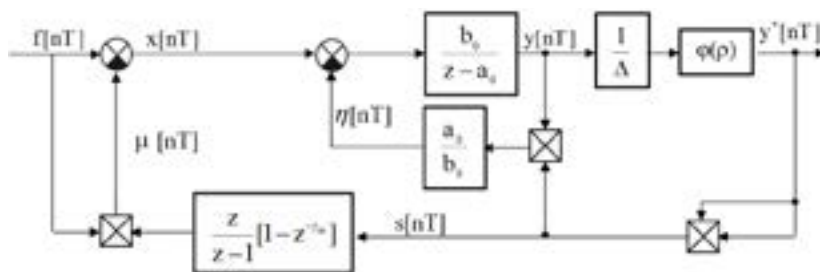


Рисунок 3.3 – Структурная схема модели цифрового ДЧИМ системы с запаздыванием

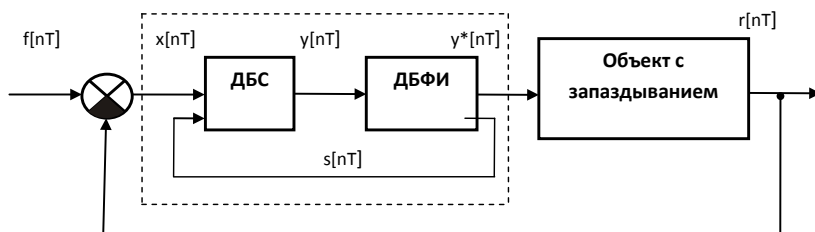


Рисунок 3.4 – Модель системы с цифровым ДЧИМ

Тогда, поведение системы с цифровым ДЧИМ описывается следующими уравнениями:

$$x[nT] = f[nT] - \mu[nT] \quad (3.41)$$

$$r[nT] = \sum_{m=1}^{\infty} \{W_m \bigoplus^m y^*[nT]\}, \quad (3.42)$$

$$y^*[nT] = \varphi(\rho[nT]) \quad (3.43)$$

$$\rho[nT] = \frac{y[nT]}{\Delta} \quad (3.44)$$

$$y[nT] = (g \oplus x[nT]) - (g \oplus \eta[nT] \frac{b_0}{z - a_0}) \quad (3.45)$$

$$\eta[nT] = y[nT]s[nT] \frac{a_0}{b_0} \quad (3.46)$$

$$s[nT] = (y^*[nT])^2 \quad (3.47)$$

$$g_{\gamma_m} = \frac{z}{z-1} [1 - z^{-\gamma_m}] \quad (3.48)$$

$$g[nT] = g_{\gamma_m} \cdot s[nT] \quad (3.49)$$

где символом $\{W_m \bigoplus^m y^*[nT]\}$ обозначена m – мерная свертка решетчатых импульсных характеристик объекта с запаздыванием. $\varphi(\rho[nT])$ – однозначная нелинейность релейного типа.

Фильтр Φ (рисунок 3.3) представлен в виде:

$$\Phi = \frac{R(z)}{G(z)} = \frac{a_0 z - a_1 - a_2 z^{-1} - a_3 z^{-2} - \dots - a_\ell z^{-\ell+1}}{b_1 + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-2} + \dots + b_\ell z^{-\ell+1}}; \quad (3.50)$$

Непосредственное использование уравнений (3.41)-(3.48) для исследования цифровой системы приводит к трудностям математического характера, в частности, привлечение численных методов для решения этих уравнений.

3.3.2 Математические модели цифрового модулятора с фильтром I-порядка

Для построения вольтерровской модели цифрового ДЧИМ рассмотрим ее структурную схему, представленную на рис 3.4. В ней присутствует дискретные блок сброса ДБС, который описывается уравнением (3.45) и блок формирования импульсов ДБФИ, поведение которого характеризуют уравнения (3.43), (3.47).

Рассмотрим дискретный блок сброса, описанный уравнением (3.45). Решение этого уравнения можно представить в следующем виде:

$$y[nT] = (d_0 \oplus x[nT]) + \sum_{K=1}^{\infty} \{d_K \oplus (x[n_1T] \cdot \prod_{i=2}^K S[n_iT])\}. \quad (3.51)$$

Подставив выражение (3.51) в уравнение (3.45) получим:

$$\begin{aligned} & \{d_0 \oplus x[nT]\} + \sum_{K=1}^{\infty} \{d_K \oplus (x[n_1T] \cdot \prod_{i=2}^K S[n_iT])\} = \\ & = \{g \oplus x[nT]\} - \{g \oplus x[nT](g_{\gamma_M} \oplus S[nT])\} - \\ & \quad - \{g \oplus \frac{1}{K_E} y[nT] \cdot S[nT]\}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Применим к каждому слагаемому в (3.52) многомерное дискретное преобразование Лапласа, тогда, после приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях $[X \cdot S]$, получим выражение для изображения ядер (3.51) в виде:

$$D_0(z) = \frac{a_0 z - a_1 - a_2 z^{-1} - a_3 z^{-2} - \dots - a_{\ell} z^{-\ell+1}}{b_1 + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-2} + \dots + b_{\ell} z^{-\ell+1}} \quad (3.53)$$

$$D_1(h_M, z_1, z_2) = -G(z_1 \cdot z_2) \left[\frac{1}{K_E} D_0(z_2) - G_{\gamma_M}(z_2) \right] \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} D_K(h_M, z_1, z_2, z_3) &= -G(z_1 \cdot z_2 \cdots z_{K+1}) D_{K-1}(h_M, z_1, \dots, z_K) \\ K &= 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.55)$$

Для построения вольтерровской модели дискретного блока формирования импульсов рассмотрим уравнения этого блока (3.41) – (3.47). В структуре этого блока присутствует релейный элемент с единичной зоной нечувствительности.

Тогда для получения математической модели дискретного блока формирования ДБФИ необходимо разложить эту нелинейность в ортогональный ряд. С этой целью, разложим нелинейность $\psi(\rho)$ в ряд по ортогональным полиномам Эрмита с весовой функцией

$$v = \frac{1}{\sigma_\rho \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{\sigma_\rho} \right)^2 \right] \quad (3.56)$$

Весовую функцию v можно интерпретировать как плотность распределения сигналов $\rho[nT]$ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией равной σ_ρ^2 . Условие равенства нулю математического ожидания сигнала $\rho[nT]$ показано статистическим моделированием дискретного интегратора со сбросом в [43].

В данном случае разложение нелинейности $\psi(\rho)$ имеет следующий вид:

$$\psi(\rho) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k (\sigma_\rho^2) H_k \left(\frac{\rho}{\sigma_\rho} \right), \quad (3.57)$$

где

$$b_k = \frac{1}{k! \sigma_\rho \sqrt{2\pi}} \left\{ \int_1^{\infty} H_k \left(\frac{\rho}{\sigma_\rho} \right) e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_\rho^2}} d\rho - \int_{-\infty}^{-1} H_k \left(\frac{\rho}{\sigma_\rho} \right) e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_\rho^2}} d\rho \right\} \quad (3.58)$$

$$H_0 \left(\frac{\rho}{\sigma_\rho} \right) = 1; \quad (3.59)$$

$$H_1 \left(\frac{\rho}{\sigma_\rho} \right) = \frac{\rho}{\sigma_\rho}; \quad (3.60)$$

$$H_{K+1}\left(\frac{\rho}{\sigma_\rho}\right) = \frac{\rho}{\sigma_\rho} H_{K+1}\left(\frac{\rho}{\sigma_\rho}\right) - (K+1)H_K\left(\frac{\rho}{\sigma_\rho}\right). \quad (3.61)$$

Анализ выражения (3.61) показывает, что

$$b_k = \begin{cases} 0, & \text{для } k = 0, 2, 4, \dots \\ \frac{2 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_\rho}\right)^2\right]}{k! \sqrt{2\pi}} H_{k-1}\left[\frac{1}{\sigma_\rho}\right], & \text{для } k = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad (3.62)$$

Ряд (3.57) после несложных преобразований можно привести к следующему виду:

$$\psi(\rho) = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m-1} \cdot \rho^{2m-1}, \quad (3.63)$$

где

$$\beta_m = \left\{ b_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k C_{l+2k}^k b_{l+2k} \prod_{i=1}^k C_{2i-1}^{2i-2} \right\},$$

$$C_l^j = \binom{l}{j} = \frac{l!}{j!(l-j)!} \text{ — биномиальные коэффициенты.}$$

Сигнал $s[nT]$, определяемый уравнением (3.47) с учетом (3.57) определяется из выражения

$$S[nT] = \psi^2(\rho) = \left(\sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m-1} \rho^{2m-1} \right)^2 = \sum_{m=1}^{\infty} e_{2m} \rho^m, \quad (3.64)$$

где

$$e_{2m} = \sum_{j=1}^m \beta_{2j-1} \beta_{2(S-j)+1}. \quad (3.65)$$

Подставляя выражение для сигнала $S[nT]$ (3.64) в уравнение (3.45) получим:

$$y[nT] = \{d_0 \oplus x[nT]\} + \sum_{K=1}^{\infty} \{d_K \bigoplus^K (x[nT_1] \prod_{j=2}^K \sum_{m=1}^{\infty} e_{2m} \rho^{2m})\}. \quad (3.66)$$

Решение уравнения (3.66) ищем в виде:

$$y[nT] = \sum_{K=1}^{\infty} \{\varepsilon_K \bigoplus^K x[nT]\}, \quad (3.67)$$

где, например, первые три ядра (3.67) определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(z) &= D_0(z), \\ \varepsilon_2(h_M, z_1, z_2) &= 0, \\ \varepsilon_3(h_M, z_1, z_2, z_3) &= \frac{e_2}{\Delta^2} D_1(h_M, z_1, z_2 \cdot z_3) \prod_{i=1}^3 \varepsilon_1(z_i) \end{aligned} \quad (3.68)$$

Подставляя выражения для $y[nT]$ (3.67) в ряд (3.33), с учетом (3.47) окончательно получим:

$$u[nT] = \sum_{K=1}^{\infty} \beta_{2K-1} \left(\frac{1}{\Delta} \sum_{m=1}^{\infty} \{\varepsilon_m \bigoplus^m x[nT]\} \right). \quad (3.69)$$

Уравнение (3.69) полностью описывает поведение цифрового ДЧИМ и представимо в следующем виде:

$$u[nT] = \sum_{l=1}^{\infty} \{m_l \bigoplus^l x[nT]\}, \quad (3.70)$$

где

$$\begin{aligned} M_1(z) &= \frac{e_1}{\Delta} \varepsilon_1(z); \\ M_2(h_M, z_1, z_2) &= 0, \\ M_3(h_M, z_1, z_2, z_3) &= \frac{e_1}{\Delta} \varepsilon_3(h_M, z_1, z_2, z_3) + \frac{e_3}{\Delta^3} \prod_{i=1}^3 \varepsilon_1(\rho_i) \end{aligned} \quad (3.71)$$

Вольтерровская модель цифрового ДЧИМ с фильтром ℓ -го порядка применяемого для управления объектами с запаздыванием (3.1), формируется в следующем виде:

$$u[nT] = \sum_{\ell=0}^{\infty} \tilde{m}_{\ell}^T[\gamma_m, \ell] \Delta \bar{x}_1^T[\ell] \quad (3.72)$$

где

$$\tilde{m}_{\ell}^T[\gamma_m, \ell] = [m_0 : m_1[\gamma_m, \ell_1 T] : m_2[\gamma_m, \ell_1 T, \ell_2 T] : m_1[\gamma_m, \ell_1 T] \dots m_r[\gamma_m, \ell_1 T, \dots, \ell_r T] : \dots] \quad (3.73)$$

$$\Delta x_1^{\circ}[\ell] = [1 : \Delta x_1[\ell_1 T] : \Delta x_1[\ell_1 T] \Delta x_2[\ell_2 T] : \Delta x_1[\ell_1 T] \dots \Delta x_{\ell}[\ell_r T] : \dots],$$

$$\Delta x_1[\ell T] = x[\ell T] \cdot T \quad (3.74)$$

$\tilde{m}_{\ell}$ – выражение, определяющее связь дискретных импульсных характеристик $m_r[\gamma_m T, \ell_1 T, \dots, \ell_r T]$ с параметрами цифрового ДЧИМ. В терминах многомерного z-преобразования они определены в приложении А.

3.3.2 Математические модели разомкнутой цифровой системы

Стохастическая вольтерровская модель разомкнутой системы управления объектами с запаздыванием формируется, с учётом уравнений (3.72) и (3.35) описывающим ДЧИМ и ПНЧ, в виде

$$z[nT] = \sum_{m=0}^{\infty} \Delta \bar{x}_1^T[m] \tilde{P}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] \Delta^* \bar{w}[l], \quad (3.75)$$

где векторы $\Delta^* \bar{w}[l]$ и $\Delta \bar{x}_1[m]$ определяются в виде (3.39) и (3.40), соответственно;

$$\tilde{P}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] = \begin{bmatrix} P_{0,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, l_1 T] & P_{0,1}[\gamma_0 T, \gamma_m T, l_1 T] & P_{0,2}[\gamma_0 T, \gamma_m T, l_1 T, l_2 T] & \dots & P_{0,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, l_1 T, \dots, l_s T] \\ P_{1,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T] & P_{1,1}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, l_1 T] & \dots & P_{1,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, l_1 T, \dots, l_s T] \\ P_{2,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T] & P_{2,1}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, l_1 T] & \dots & P_{2,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, l_1 T, \dots, l_s T] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{r,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, \dots, m_r T] & \dots & P_{r,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, \dots, m_r T, l_1 T, \dots, l_s T] \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Дискретные импульсные характеристики $P_{r,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_r T, l_1 T, \dots, l_s T]$ определяются объединением рядов (3.35) и (3.72). В терминах многомерного z-преобразования они определены в приложении Б.

3.3.3 Математические модели замкнутой цифровой системы

Поведение замкнутой цифровой системы с учетом дискретной вольтерровской модели разомкнутой системы (3.75) примет вид:

$$x[nT] = f[nT] - \sum \Delta x_l[m]^T P[\gamma_0, \gamma_m, m, l] \Delta * w[l]. \quad (3.77)$$

Решение этого уравнения ищем в виде:

$$x[nT] = \sum \Delta f_l^T[m] \tilde{h}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] \Delta * w[l], \quad (3.78)$$

где вектор $\Delta * w[l]$ определен в (3.39);

$$\Delta f_l^T[m] = [1 : \Delta f_l[mT] : \Delta f_l[m_1 T] \Delta f_l[m_2 T] : \dots]; \quad (3.79)$$

$$\Delta f_l[mT] = f[mT] \cdot T; \quad (3.80)$$

$$\bar{c}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] = \begin{bmatrix} c_{0,0} & c_{0,1}[lT] & c_{0,1}[l_1T, l_2T] \dots \\ c_{1,0}[mT] & c_{2,1}[\gamma_0T, \gamma_mT, m_1T, m_2T, l_1T] \dots \\ c_{2,0}[\gamma_0T, \gamma_mT, m_1T, m_2T] & c_{2,1}[\gamma_0T, \gamma_mT, m_1T, \dots, l_1T] \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{r,0}[\gamma_0T, \gamma_mT, m_1T, \dots, m_rT] \dots & c_{r,s}[\gamma_0T, \gamma_mT, m_1T, \dots, m_rT, l_1T, \dots, l_sT] \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

В терминах многомерного z-преобразования дискретные импульсные характеристики $\bar{c}_{r,s}[\gamma_0T, \gamma_mT, m_1T, \dots, m_rT, l_1T, \dots, l_sT]$, представлены в приложении Б.

Ряд (3.78) является стохастической вольтерровской моделью цифровой ДЧИСАУ объектами с запаздыванием.

Полученные в работе стохастические вольтерровские модели цифровой ДЧИСАУ объектами с запаздыванием могут быть непосредственно использованы для статистического анализа и позволяют построить статистически линеаризованные приближенные модели данного класса систем.

3.4 Алгоритмы формирования математической модели цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием

1. Формирование вольтерровских моделей для дискретного блока ФИ и дискретного БС.

Вольтерровская модель дискретного блока ФИ [108] представлена в виде

$$u[nT] = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{2k-1} \left(\frac{y[nT]}{\Delta} \right)^{2k-1}, \quad \bar{s}_0[nT] = \sum_{k=1}^{\infty} c_{2k} \left(\frac{y[nT]}{\Delta} \right)^{2k}, \quad (3.82)$$

где коэффициенты β_k, c_k определяются соотношениями:

$$\beta_k = \frac{1}{\sigma_{\xi}^k} \{b_k + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i c_{(k+2i)}^i b_{(k+2i)} \prod_{i=1}^i c_{2i-1}^{2i-2}\},$$

$$b_k = \begin{cases} 0, & k = 0, 2, 4, \dots, \\ \frac{2 \exp[-\frac{1}{2}(\frac{1}{\sigma_{\xi}})^2]}{k! \sqrt{2\pi}}, & k = 1, 3, 5, \dots, \end{cases}, \quad c_{2k} = \sum_{j=1}^k \beta_{2j-1} \beta_{2(k-j)+1}. \quad (3.83)$$

Вольтерровская модель дискретного БС [108] представлена в виде:

$$y[nT] = \sum_{q_1=0}^q \bar{d}_0[\gamma_m T, q_1 T] x[(q - q_1)T] + \\ + \sum_{k=1}^q \sum_{q_1, \dots, q_{k+1}=0}^q \bar{d}_k[\gamma_m T, q_1 T, \dots, q_{k+1} T] x[(q - q_1)T] \prod_{j=2}^{k+1} \bar{s}[(q - q_j)T], \quad (3.84)$$

где

$$\bar{D}_0(z) = \frac{z}{z - d_0}, \quad (3.85)$$

$$\bar{D}_{k-1}(\gamma_m, z_1, z_2, \dots, z_{k+1}) = \bar{D}_0(z_1 \cdot z_2 \cdots z_{k+1}) - G_{\tau_m}(\gamma_m, z_1 \cdot z_2 \cdots z_{k+1}), \quad (3.86)$$

$$G_{\tau_m}[z] = \frac{z}{z - 1} [1 - z^{-\gamma_m}] \quad (3.87)$$

2. Формирование математической модели цифрового модулятора приведено в приложении А и в приложении Б.

3. Вольтерровская модель цифрового ДЧИМ с фильтром ℓ -го порядка.

Дискретные импульсные характеристики $m_{\ell}[\gamma_m, \ell_1 T, \dots, \ell_r T]$ определяются из следующих соотношений:

$$M_1(\gamma_m, z) = \frac{\beta_1}{\Delta} \bar{Q}_1(\gamma_m, z), \quad (3.88)$$

$$M_{2k}(\gamma_m, z_1, \dots, z_{2k}) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

$$M_3(\gamma_m, z_1, z_2, z_3) = \frac{\beta_3}{\Delta^3} \prod_{j=1}^3 \bar{Q}_1(\gamma_m, z_j) + \frac{\beta_1}{\Delta} \bar{Q}_3(\gamma_m, z_1, z_2, z_3),$$

$$\bar{Q}_1(z) = D_0(z), \quad (3.89)$$

$$\bar{Q}_{2k}(\gamma_m, z_1, \dots, z_{2k}) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

$$\bar{Q}_3(\gamma_m, z_1, z_2, z_3) = \frac{c_2}{\Delta^2} D_1(\gamma_m, z_1 z_2 z_3) \prod_{j=1}^3 \bar{Q}_1(z_j),$$

4. Формирование математической модели разомкнутой системы.

В терминах многомерного Z -преобразования (3.75) изображения ядер определяются из следующих соотношений:

$$\tilde{P}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] = \begin{bmatrix} P_{0,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, l_1 T] & P_{0,2}[\gamma_0 T, \gamma_m T, l_1 T, l_2 T] & \dots & P_{0,k}[\gamma_0 T, \gamma_m T, l_1 T, \dots, l_s T] \\ P_{1,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T] & P_{1,1}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, l_1 T] & \dots & P_{1,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, l_1 T, \dots, l_s T] \\ P_{2,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T] & P_{2,1}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, l_1 T] & \dots & P_{2,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, l_1 T, \dots, l_s T] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{r,0}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, \dots, m_r T] & \dots & P_{r,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, m_2 T, \dots, m_r T, l_1 T, \dots, l_s T] \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

тогда

$$P_{0,0} = h_{0,0};$$

$$P_{1,0}(z) = H_{1,0}(z)M_1(z);$$

$$P_{2,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = H_{1,0}(\gamma_0, z_1, z_2)M_2(\gamma_m, z_1, z_2) +$$

$$\begin{aligned}
& + H_{2,0}(\gamma_0, z_1, z_2)M_1(z_1)M_2(z_2); \\
& P_{0,1}(\gamma_0, \gamma_m, z) = H_{0,1}(\gamma_0, \gamma_m, z); \\
& P_{0,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = H_{0,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2); \\
& P_{1,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = H_{1,1}(\gamma_0, z_1, z_2)M_1(z_1); \\
& P_{1,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2, z_3) = H_{1,2}(\gamma_0, z_1, z_2, z_3)M_1(z_1); \\
& P_{2,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2, z_3) = H_{1,1}(\gamma_0, z_1, z_2, z_3)M_2(\gamma_m, z_1, z_2) + \\
& \quad + H_{2,1}(\gamma_0, z_1, z_2, z_3)M_1(z_1)M_1(z_2); \\
& P_{2,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, \dots, z_4) = H_{1,2}(\gamma_0, z_1, z_2, z_3, z_4)M_2(\gamma_m, z_1, z_2) + \\
& \quad + H_{2,2}(\gamma_0, z_1, \dots, z_3)M_1(z_1)M_1(z_2) \text{ и т.д.}
\end{aligned}$$

5. Формирование математической модели замкнутой системы.
В терминах многомерного z -преобразования (3.3) примет вид:

$$C_{0,0} = -\sum \bar{P}_{r,0}(1, \dots, 1)C_{0,0}^r; \quad \bar{C}_{1,0} = \frac{1}{1 + \sum_{r=1}^N C_r^1 \bar{P}_{r,0}(z, 1, 1, \dots, 1)C_{0,0}^{r-1}}; \quad (3.91)$$

$$\bar{C}_{2,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = -\frac{\sum_{r=2}^N \bar{P}_{r,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2, 1, \dots, 1)C_r^2 C_{0,0}^{r-1} \prod_{i=1}^2 C_{1,0}(z_i)}{1 + \bar{P}_{1,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) + \sum_{r=2}^N \bar{P}_{r,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2, 1, \dots, 1)C_r^1 C_{0,0}^{r-1}};$$

$$\bar{C}_{0,1}(\gamma_0, \gamma_m, z) = -\frac{\bar{P}_{0,1}(z)}{1 + \bar{P}_{1,0}(z) + \sum_{r=2}^N C_r^1 C_{0,0}^{r-1} \bar{P}_{r,0}(\gamma_0, \gamma_m, z, 1, \dots, 1)}$$

$$\bar{C}_{0,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = - \frac{\bar{P}_{0,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) + \bar{P}_{2,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) \prod_{i=1}^2 C_{0,i}(z_i)}{1 + \bar{P}_{1,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2)};$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_{1,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = & -[P_{1,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2)C_{1,0}(z_1) + \sum_1^N C_r^1 \bar{P}_{r,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, 1, \dots, 1, z_2)] \times \\ & \times C_{1,0}(p_1)C_{0,0}^{r-1} + \bar{P}_{2,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2)C_{1,0}(z_1)C_{1,0}(z_2)]/[1 + P_{1,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2)] \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

4 МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЦИФРОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНО- ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

4.1 Определение статистических характеристик процесса ошибки цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием при отсутствии помех

Полученная в пункте 3 дискретная вольтерровская модель системы с цифровым ДЧИМ устанавливает явную связь между процессом ошибки $x[qT]$ и входным сигналом $f[qT]$, что позволяет использовать ее для определения статистических характеристик сигнала ошибки $x[qT]$.

Рассмотрим систему с цифровым ДЧИМ, изображенную на рис. 3.1. На входе системы действует решетчатый стационарный (нормальный) случайный процесс $f(qT)$ с известными статистическими характеристиками m_f , σ_f^2 , $R_f[mT]$, $S_f(\omega)$.

Согласно (4.67) ошибка системы определяется выражением

$$x[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ n_k \oplus^k f[qT] \right\}, \quad (4.1)$$

Определим среднее значение и дисперсию ошибки. Из (4.69) имеем:

$$m_x = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m_1, \dots, m_l=0}^{\infty} n_l [\gamma_m T, \gamma T, m_1 T, \dots, m_l T] R_f^{(1)}[m_1 T, \dots, m_l T], \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 = & \sum_{l_1, l_2=1}^{\infty} \sum_{m_1, \dots, m_{l_1}=0}^{\infty} n_{l_1} [\gamma_m T, \gamma T, m_1 T, \dots, m_{l_1} T] \times \\ & \times n_{l_2} [\gamma_m T, \gamma T, m_1 T, \dots, m_{l_1} T] \left(R_f^{(2)}[m_1, \dots, m_{l_1}, \beta_1, \dots, \beta_{l_2}] - \right. \\ & \left. - R_f^{(1)}[m_1, \dots, m_{l_1}] R_f^{(2)}[\beta_1, \dots, \beta_{l_2}] \right), \end{aligned}$$

где

$$R_f^{(1)}[m_1, \dots, m_{l_1}] = M \left\{ \prod_{i=1}^{l_1} f[(q - m_i)T] \right\},$$

$$R_f^{(2)}[m_1, \dots, m_{l_1}, \beta_1, \dots, \beta_{l_2}] = M \left\{ \prod_{j=1}^{l_1} f \left[(q - m_j)T \prod_{i=1}^{l_2} f[(q - \beta_i)T] \right] \right\}. \quad (4.3)$$

Полученные выражения (4.2) и (4.3) для определения статистических характеристик процесса ошибки $x[qT]$ показывают, что с одной стороны, они требуют довольно большого объема информации о статистических характеристиках входного процесса $f[qT]$, а с другой, приводят к необходимости решения довольно сложной системы нелинейных уравнений. В связи с этим при решении инженерных задач имеет смысл поступиться точностью ради получения приемлемых результатов.

Естественным путем упрощения модели (4.1) является ее линеаризация, которая может проводиться двумя принципиально различными путями. В первом случае линеаризация может быть проведена путем отбрасывания всех высших членов выше первого порядка в ряде (4.1), а во втором случае путем определения их статистических оптимальных линейных эквивалентов.

4.2 Статистическая линеаризация цифровых динамических частотно-импульсных систем с запаздыванием

Линеаризованные модели системы с цифровым ДЧИМ строятся в следующем виде

$$\begin{aligned} \hat{x}[qT] = & \hat{x}^0[qT] + m_x = \sum_{m=0}^{\infty} l_0^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f + \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(i)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT] f^0[(q - m)T], \end{aligned} \quad (4.4)$$

где m_f и $f^0[(q - m)T]$ – соответственно математическое ожидание и центрированная составляющая входного случайного процесса $f[qT]$, i – индекс способа линеаризации.

Рассмотрим подробнее способы построения линейных моделей системы с цифровым ДЧИМ [62].

Линеаризация системы в целом. В данном случае в уравнении (4.1) отбрасываются члены выше первого порядка, в результате чего решетчатые импульсные характеристики $1_1^{(1)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ и $1_1^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ в терминах z-преобразования определяются из следующих соотношений

$$L_0^{(1)}(\tau_0, \tau_m, 1) = N_1(\tau_0, \tau_m, 1), \quad (4.5)$$

$$L_1^{(1)}(\tau_0, \tau_m, z) = N_1(\tau_0, \tau_m, z). \quad (4.6)$$

Оптимальная линеаризация системы в целом. В этом случае, решетчатые импульсные характеристики $1_0^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ и $1_1^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ подбираются так, чтобы выход линейной системы (4.4) приближался к выходу нелинейной системы (4.1) в смысле квадратичного критерия

$$I_2 = M\{[x[qT] - \hat{x}[qT]]^2\} \rightarrow \min, \quad (4.7)$$

Подставляя в (4.7) уравнения (4.1) и (4.4) и, решая задачу минимизации по $1_0^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ и $1_1^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$, получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} 1_0^{(2)}(\gamma_m T, \gamma T, mT) m_f^2 = m_f \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m_1, \dots, m_s=0}^{\infty} n_s[\gamma_m T, \gamma T, m_1 T, \dots, m_s T] \times \\ \times M\left\{ \prod_{i=1}^s f[(q - m_i)T] \right\}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} 1_1^{(2)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) M\{f^0[(q - p)T] f^0[(q - m)T]\} = \\ = \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m_1, \dots, m_s=0}^{\infty} n_s[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_s T] M\left\{ \prod_{i=1}^s f[(q - m_i)T] \right\}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Данный способ статистической линеаризации базируется на представлении решения нелинейной системы уравнений функциональными рядами Вольтерра, что позволяет получить линейный статистический эквивалент системы с цифровым ДЧИМ любой степени точности.

Рассмотрим первое приближение $S=1$. В этом случае (4.7) и (4.9) будут выглядеть следующим образом:

$$m_f \sum_{m=0}^{\infty} l_0^{(2)l}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) = \sum_{m=0}^N n_l(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f, \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(2)l}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT] R_f[(p-m)T] &= \sum_{m=0}^N n_l[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT] m_f \times \\ &\times M\{f[(q-p)T](m_f + f^0[(q-m)T])\}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Отсюда получим, что

$$l_0^{(2)l}(\tau_0, \tau_m, 1) = N_l(\tau_0, \tau_m, 1), \quad (4.12)$$

$$l_1^{(2)l}(\tau_0, \tau_m, z) = N_l(\tau_0, \tau_m, z). \quad (4.13)$$

Выражения (4.12) и (4.13) совпадают соответственно с (4.6) и (4.7), т.е. в первом приближении получаем результат, совпадающий с результатом первого способа линеаризации.

Рассмотрим второе приближение ($S=2$). Из выражения (4.1) следует, что $N_2(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2)$ равно нулю. Тогда из выражений (4.8) и (4.9) следует, что результат второго приближения совпадает с результатом первого приближения.

Рассмотрим третье приближение ($S=3$). С использованием результатов приложения ПЗ получаем следующие выражения для определения линейной эквивалентной системы с цифровым МИЧИМ

$$L_0^{(2)3}(\tau_0, \tau_m, 1) = L_0^{(2)l}(\tau_0, \tau_m, 1) + m_f^2 N_3\left(\tau_0, \tau_m, 1, \frac{1}{d}, 1\right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sigma_f^2 \left[N_3 \left(\tau_0, \tau_m, 1, d, \frac{1}{d} \right) + m_f^2 N_3(\tau_0, \tau_m, 1, 1, 1) \right] + \\
& + \sigma_f^2 \left[N_3 \left(\tau_0, \tau_m, 1, d, \frac{1}{d} \right) + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, 1, \frac{1}{d}, d \right) + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, d, 1, \frac{1}{d} \right) + \right. \\
& + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, \frac{1}{d}, 1, d \right) + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, d, \frac{1}{d}, 1 \right) + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, \frac{1}{d}, d, 1 \right) \left. \right] \quad , \quad (4.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_1^{(2)3}(\tau_0, \tau_m, z) &= L_0^{(2)1}(\tau_0, \tau_m, 1) + m_f^2 [N_3(\tau_0, \tau_m, z, 1, 1) + \\
& N_3(\tau_0, \tau_m, 1, z, 1) + N_3(\tau_0, \tau_m, 1, 1, z)] + \sigma_f^2 \left[N_3 \left(\tau_0, \tau_m, z, d, \frac{1}{d} \right) + \right. \\
& N_3 \left(\tau_0, \tau_m, z, \frac{1}{d}, d \right) + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, d, z, \frac{1}{d} \right) + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, \frac{1}{d}, z, d \right) + \\
& \left. + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, d, \frac{1}{d}, z \right) + N_3 \left(\tau_0, \tau_m, \frac{1}{d}, d, z \right) \right]. \quad (4.15)
\end{aligned}$$

Продолжая аналогичную процедуру можно получить линейные статистические модели с цифровым ДЧИМ с любой степенью точности.

Полученные линейные статистические модели цифровой динамической частотно-импульсной системы управления позволяют довольно просто решать задачи статистического анализа и синтеза.

Например, математическое ожидание и дисперсия процесса ошибки $x[qT]$ системы определяются соотношениями [2, 18, 19]:

$$m_x = L_0^{(i)}(\tau_0, \tau_m, 1) m_f, \quad (4.16)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \left[L_1^{(i)}(\tau_0, \tau_m, e^{j\omega T}) \right]^2 S_f(\omega) d\omega, \quad (4.17)$$

где $S_f(\omega)$ – спектральная плотность входного случайного сигнала $f[qT]$.

Полученная линейная модель (4.4) системы с цифровым МИ-ЧИМ имеет ряд свойств. Например, решетчатая импульсная характеристика $L_0^{(i)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ (4.14) равна нулю. Это ее свойство приводит к тому, что математическое ожидание процесса ошибки $x[qT]$ равно нулю при использовании линейной модели цифровых интегральных частотно-импульсных системы любой степени точности.

Покажем это на примере. При использовании первого приближения ($S=1$) получаем:

$$m_x = L_0^{(1)}(\tau_0, \tau_m, 1) m_f = m_f \frac{1}{1 + \theta_1(\tau_0, \tau_m, 1)}. \quad (4.18)$$

Ядро разомкнутой цифровой системы $\theta_1(\tau_0, \tau_m, 1)$ определяется соотношением:

$$\theta_1(\tau_0, \tau_m, 1) = M_1(\tau_m, z) W(\tau_0, z) = \frac{e_1}{\Delta} \frac{k_u z}{z-1} W(\tau_0, z). \quad (4.19)$$

Наличие в знаменателе $\theta_1(\tau_0, \tau_m, z)$ (4.19) множителя $(z-1)$ приводит к тому, что

$$N(\tau_0, \tau_m, 1) = \lim_{z \rightarrow 1} N(\tau_0, \tau_m, z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{\Delta(z-1)}{\Delta(z-1) + e_1 k_u z} W(\tau_0, z). \quad (4.20)$$

Следовательно,

$$m_x = L_0^{(1)}(\tau_0, \tau_m, 1) m_f = 0. \quad (4.21)$$

Рассмотрим третье приближение ($S=3$). Тогда выражение (4.16) с учетом (4.14) примет вид

$$\begin{aligned}
m_x = m_f \{ & L_0^{(1)l}(\tau_0, \tau_m, 1) + m_f N_3(\tau_0, \tau_m, 1, 1, 1) + \\
& + \sigma_f^2 [N_3\left(\tau_0, \tau_m, 1, d, \frac{1}{d}\right) + N_3\left(\tau_0, \tau_m, 1, \frac{1}{d}, d\right) + \\
& + N_3\left(\tau_0, \tau_m, d, 1, \frac{1}{d}\right) + N_3\left(\tau_0, \tau_m, \frac{1}{d}, 1, d\right) + \\
& + N_3\left(\tau_0, \tau_m, d, \frac{1}{d}, 1\right) + N_3\left(\tau_0, \tau_m, \frac{1}{d}, d, 1\right)] \}. \quad (4.22)
\end{aligned}$$

Выражение для определения $N_3(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2, z_3)$ согласно (4.1) имеет вид:

$$N_3(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2, z_3) = - \frac{\theta_3(\tau_0, \tau_m, z_1, z_2, z_3) \prod_{i=1}^3 N_3(\tau_0, \tau_m, z_i)}{1 + \theta_3(\tau_0, \tau_m, z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)}. \quad (4.23)$$

Анализ (4.23) показывает, что если, хотя бы одно из сомножителей произведения $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ равно единице, то в связи с (4.23) можно заключить, что

$$\begin{aligned}
N_3(\tau_0, \tau_m, 1, 1, 1) &= N_3\left(\tau_0, \tau_m, d, 1, \frac{1}{d}\right) = \dots = \\
&= N_3\left(\tau_0, \tau_m, \frac{1}{d}, d, 1\right) = 0. \quad (4.24)
\end{aligned}$$

Следовательно,

$$m_x = L_0^{(i)}(\tau_0, \tau_m, 1) m_f = 0. \quad (4.25)$$

Из анализа ядер вольтерровской модели (4.15) системы с цифровым модифицированным ДЧИМ можно заключить, что при

любом приближении величины математическое ожидание процесса ошибки системы m_x равно нулю.

С учетом (4.25) статистически линеаризованная модель системы примет вид:

$$\hat{x}[qT] = \sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) f^0[(q-m)T]. \quad (4.26)$$

4.3 Определение статистических характеристик цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием при наличии помех

В цифровых динамических частотно-импульсных системах управления с запаздыванием при наличии помех на систему в целом действуют случайные возмущения (помехи, белый шум и т.д.) Для оценки качества управления необходимо применить методы статистического анализа с учетом статистических характеристик [10]-[11]. В цифровых динамических частотно-импульсных системах управления с запаздыванием при наличии помех происходит нелинейное преобразование случайных возмущений осуществляемое как фильтром, так и импульсным устройством цифрового модулятора.

Вольтерровские модели применяются для определения более точных статистических характеристик, благодаря которым выявляется взаимосвязь между управлением системы и возмущениями, оказываемыми на ЦДЧИИУС. Из проведенных ранее исследований с применением Вольтерровских моделей в работах [9], [10], [11] известно о необходимости применения статистической линеаризации. Это объясняется тем, что определение точных статистических характеристик требует довольно трудоемкие вычисления.

На рис 3.1. была представлена цифровая динамическая частотно-импульсная система управления, на входе которой действует стационарный процесс $f[nT]$ с заданными или известными статистическими характеристиками и помеха ζ .

В работе [114] и в главе 3 построена дискретная стохастическая математическая модель динамических частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием в классе дискретных функциональных рядов Вольтерра:

$$x[nT] = \sum \Delta \bar{f}_1^T[m] \bar{c}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] \Delta * \bar{w}[l], \quad (4.27)$$

$$\Delta * w[l] = w[lT] - w[(l-1)T] = \mu[lT] \cdot T \quad (4.28)$$

$$\Delta \bar{f}_1^T[m] = [1 : \Delta f_1[mT] : \Delta f_1[m_1 T] \Delta f_1[m_2 T] : \dots]; \quad (4.29)$$

$$\Delta f_1[mT] = f[mT] \cdot T; \quad (4.30)$$

где входной сигнал $f[nT]$, $i=1, 2, \dots, k$, $x[nT]$ – процесс ошибки системы.

Модель дискретной системы (4.1) устанавливает явную связь между процессом ошибки $x[nT]$ и входным сигналом $f[nT]$, что позволяет использовать ее для решения задач статистического анализа.

Статистические характеристики процесса ошибки системы на основе вольтерровской модели определяются в виде

$$m_x = M \left\{ \sum \Delta \bar{f}_1^T[m] \bar{c}[\gamma_0, \gamma_m, m, l] \Delta * \bar{w}[l] \right\}, \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 = M \left\{ \int_0^\infty d\bar{f}_1^T(t, \tau) \bar{c}(\tau_0, \tau, \theta) d\bar{w}(t, \theta) d\bar{w}^T(t, \beta) \times \right. \\ \left. \times \bar{c}^T(\tau_0, \tau_m, \gamma, \beta) d\bar{f}_1^T(\gamma) \right\} - m_x^2 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Полученные в [115] соотношения для определения статистических характеристик процесса ошибки $x[nT]$, с одной стороны, требуют довольно большого объема информации о статистических характеристиках входного процесса $f[nT]$, а с другой, приводят к необходимости решения довольно сложной системы нелинейных уравнений. В связи с этим, при решении инженерных задач имеет смысл построение приближенных моделей для получения приемлемых результатов.

Одним из путей упрощения модели (4.28) является ее статистическая линеаризация, которая может проводиться двумя путями. В первом случае линеаризация может быть проведена путем отбрасывания всех членов выше первого порядка в ряде (4.28), а во втором случае путем определения их статистических оптимальных линейных эквивалентов.

4.4 Построение статистических линеаризованных моделей цифровой системы при наличии помех

На входе цифровой системы, построенной во втором разделе, действует стационарный нормальный случайный процесс $f[nT]$ с корреляционной функцией вида

$$R_f[mT] = \sigma_f^2 e^{-|\alpha|mT} \quad (4.33)$$

Линеаризованные модели системы с дискретным модулятором строятся в следующем виде

$$\begin{aligned} \hat{x}[nT] = & \sum_{m=0}^{\infty} l_0^i(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f + \sum_{n,m=0}^{\infty} l_1^i(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) f^0[(n-m)T] + \\ & + \sum_{n,m=0}^{\infty} l_\zeta^i(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) \zeta^0[(n-m)T] \end{aligned} \quad (4.34)$$

где m_f и $f^0[nT]$ – соответственно математическое ожидание и центрированная составляющая входного случайного процесса $f[nT]$, i – индекс способа линеаризации, $\zeta^0[mT]$ – центрированная составляющая случайной помехи.

Рассмотрим подробнее некоторые способы построения линейных моделей системы с дискретным ДЧИМ.

Линеаризация системы в целом. За исходное нелинейное уравнение берется уравнение замкнутой системы (3.77). В данном случае в уравнениях отбрасываются члены выше первого порядка, в результате чего решетчатые импульсные характеристики $l_0^{(i)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$, $l_1^{(i)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ и $l_\zeta^i(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT)$ в тер-

минах z-преобразования определяются из следующих соотношений

$$L_0^{(1)}(\gamma_0, \gamma_m, 1) = C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, 1) \quad (4.35)$$

$$L_1^{(1)}(\gamma_0, \gamma_m, z) = C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, z) \quad (4.36)$$

$$L_\zeta^{(1)}(\gamma_0, \gamma_m, z) = C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z) \quad (4.37)$$

Оптимальная линеаризация системы в целом. В этом случае, решетчатые импульсные характеристики $l_0^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$, $l_1^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ и $l_\zeta^{(2)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT)$ подбираются так, чтобы выход линейной системы (4.34) приближался к выходу нелинейной системы (4.28) в смысле квадратичного критерия

$$I_2 = M\{[x[qT] - \hat{x}[qT]]^2\} \rightarrow \min, \quad (4.38)$$

Подставляя в (4.38) уравнения (4.27) и (4.34) и решая задачу минимизации по $l_0^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ и $l_1^{(2)}[\gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$ получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} l_0^{(2)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f^2 &= m_f \\ &= \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m_1, \dots, m_s=0}^{\infty} C_{os}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_s T] \times M\left\{\prod_{i=1}^s f^0[(n - m_i)T]\right\} \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(2)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) M\{f^0[(n - p)T] f^0[(n - m)T]\} &= \\ &= \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m_1, \dots, m_s=0}^{\infty} C_{os}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_s T] \times M\left\{\prod_{i=1}^s f^0[(n - m_i)T]\right\} \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} l_\zeta^{(2)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) M\{f^0[(n - p)T] f^0[(n - m)T]\} &= \\ &= \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m_1, \dots, m_s=0}^{\infty} C_{os}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_s T] \times M\left\{\prod_{i=1}^s \zeta^0[(n - m_i)T]\right\} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Данный способ статистической линеаризации базируется на представлении решения нелинейной системы уравнений функциональными рядами Вольтерра, что позволяет получить линейный статистический эквивалент системы с дискретным ДЧИМ любой степени точности.

Рассмотрим первое приближение $S=1$. В этом случае (4.39) и (4.41) будут выглядеть следующим образом:

$$m_f \sum_{m=0}^{\infty} I_0^{(2)1}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) = \sum_{m=0}^{\infty} C_{00}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f \quad (4.42)$$

$$m_f \sum_{m=0}^{\infty} I_1^{(2)1}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} C_{01}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) \times \\ \times M \{ f^0[(n-p)T](m_f + f^0[(n-m)T]) \} \quad (4.43)$$

$$m_{\zeta} \sum_{m=0}^{\infty} I_{\zeta}^{(2)1}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} C_{02}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) \times \\ \times M \{ \zeta^0[(n-p)T](m_f + \zeta^0[(n-m)T]) \} \quad (4.44)$$

Отсюда получим, что

$$I_0^{(2)1}(\gamma_0, \gamma_m, 1) = C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, 1), \quad (4.45)$$

$$I_1^{(2)1}(\gamma_0, \gamma_m, z) = C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, z). \quad (4.46)$$

$$I_{\zeta}^{(2)1}(\gamma_0, \gamma_m, z) = C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z). \quad (4.47)$$

Выражения (4.45) и (4.47) совпадают соответственно с (4.36) и (4.38), т.е. в первом приближении получаем результат, совпадающий с результатом первого способа линеаризации.

Рассмотрим второе приближение ($S=2$). В работе [115] показано, что ядро второго порядка дискретной вольтерровской модели $C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z)$ равно нулю. Тогда из выражений (4.43) и (4.45) следует, что результат второго приближения совпадает с результатом первого приближения.

Рассмотрим третье приближение ($S=3$). На основе результатов, полученных в [114,115] для определения линейного эк-

вивалента исходной дискретной системы получаем следующие выражения

$$\begin{aligned}
 L_0^{(2)3}(\gamma_0, \gamma_m, 1) = & L_0^{(2)1}(\gamma_0, \gamma_m, 1) + m_f^2 C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, 1, \frac{1}{d}, 1) + \sigma_f^2 \left[C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, 1, d, \frac{1}{d}) + \right. \\
 & + m_f^2 C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, 1, d, \frac{1}{d}) + \sigma_\zeta^2 \left[C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, 1, d, \frac{1}{d}) + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, 1, \frac{1}{d}, d) + \right. \\
 & + C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, 1, d, \frac{1}{d}) + C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, 1, d) + C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, d, \frac{1}{d}, 1) + C_{00}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, d, 1)
 \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned}
 L_1^{(2)3}(\gamma_0, \gamma_m, z) = & L_1^{(2)2}(\gamma_0, \gamma_m, z) + m_f^2 [C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, z, 1, 1) + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, 1, z, 1) + \\
 & + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, 1, 1, z)] + \sigma_f^2 \left[C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, z, d, \frac{1}{d}) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z, \frac{1}{d}, d) + \right. \\
 & + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, d, \frac{1}{d}, z) + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, d, z) + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, d, z, \frac{1}{d}) + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, z, d) \Big] + \\
 & + \sigma_\zeta^2 \left[C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z, d, \frac{1}{d}) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z, \frac{1}{d}, d) + \right. \\
 & + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, d, \frac{1}{d}, z) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, d, z) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, d, z, \frac{1}{d}) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, z, d) \Big]
 \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned}
 L_\zeta^{(2)3}(\gamma_0, \gamma_m, z) = & L_1^{(2)2}(\gamma_0, \gamma_m, z) + m_f^2 [C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, z, 1, 1) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, 1, z, 1) + \\
 & + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, 1, 1, z)] + \sigma_f^2 \left[C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z, d, \frac{1}{d}) + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, z, \frac{1}{d}, d) + \right. \\
 & + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, d, \frac{1}{d}, z) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, d, z) + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, d, z, \frac{1}{d}) + C_{01}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, z, d) \Big] + \\
 & + \sigma_\zeta^2 \left[C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z, d, \frac{1}{d}) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, z, \frac{1}{d}, d) + \right. \\
 & + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, d, \frac{1}{d}, z) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, d, z) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, d, z, \frac{1}{d}) + C_{02}(\gamma_0, \gamma_m, \frac{1}{d}, z, d) \Big]
 \end{aligned} \quad (4.50)$$

Продолжая аналогичную процедуру, можно получить линейные статистические модели с дискретным ДЧИМ с любой степенью точности.

Полученные линейные статистические модели цифровой динамической частотно-импульсной системы управления позволяют довольно просто решать задачи статистического исследования таких систем управления.

Например, математическое ожидание и дисперсия процесса ошибки $x[nT]$ системы определяются соотношениями [116, 117]:

$$m_x = L_0^{(1)}(\gamma_0, \gamma_m, 1)m_f \quad (4.51)$$

$$\sigma_f^2 = T/2\pi \int_{-\pi/T}^{\pi/T} [L_0^{(1)}(\gamma_0, \gamma_m, e^{j\omega T})]^2 S_f(\omega) d\omega \quad (4.52)$$

где $S_f(\omega)$ – спектральная плотность входного случайного сигнала $f[nT]$.

4.5 Статистический анализ цифровой системы с сигма частотно-импульсной модуляцией при наличии помех

В качестве эксперимента рассмотрим типовую цифровую динамическую частотно-импульсную систему с запаздыванием, структурная схема которой представлена на рисунке 4.1.

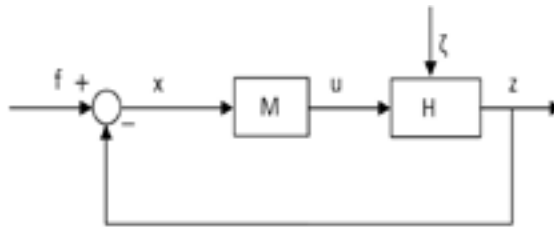


Рисунок 4.1 – структурная схема цифровой системы

где f – входная дискретная последовательность,
 ζ – случайная помеха на входе объекта управления.

Цифровая система с сигма частотно-импульсной модуляции характеризуется линейным управляемым объектом и имеет передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{k_{об}}{p(p + w)} e^{-\tau_0 p} \quad (4.53)$$

На объект управления действует случайное возмущение с корреляционной функцией вида

$$R_\zeta[mT] = \sigma_\zeta^2 e^{-|\beta|mT} \quad (4.54)$$

Цифровой ДЧИМ характеризуется передаточной функцией фильтра:

$$G(z) = \frac{k_M \cdot z}{z - d_0}; \quad (4.55)$$

где

$$z = e^{pT}; \quad d_0 = e^{p_0 T};$$

и порогом срабатывания Δ импульсного устройства.

На входе системы действует дискретная случайная последовательность импульсов с корреляционной функцией

$$R_f[mT] = \sigma_f^2 e^{-|\alpha|mT} \quad (4.56)$$

Задача экспериментального исследования заключается в выяснении влияния периода дискретизации T на статистические свойства типовой ЦДЧИИУС с запаздыванием.

Вычисление дисперсии σ_x^2 производилось с одной стороны, статистическим моделированием (по методу Монте-Карло), а с другой расчетными формулами, полученные путем статистической линеаризации замкнутой системы, статистической линеаризации в целом и оптимальной линеаризации в работах со вторым способом линеаризации.

Расчетная формула дисперсии ошибки, с учетом проведенной нами линеаризации имеет следующий вид:

$$\sigma_x^2 = \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} \left| L_1^{(i)}(e^{j\omega T}) \right|^2 S_f(\omega) d\omega \quad (4.57)$$

где $S_f(\omega) = \frac{\sigma_x^2 (1 - d_5)}{1 + d_5^2 - 2d_5 \cos \omega T}$ – спектральная плотность входного случайного процесса, $d_5 = \exp(-\alpha T)$, $L_1^{(i)}(e^{j\omega T})$ – передаточная функция линеаризованной системы по централизованной составляющей входного процесса.

Изображения ядер первого и третьего членов ряда (замкнутой системы) имеют вид:

$$C_{00}(z) = \frac{1}{1 + p_1(z)} \quad (4.58)$$

$$C_{01}(z_1, z_2) = - \frac{p_{01}(z_1, z_2) \prod_{i=1}^2 C_{00}(z_i)}{1 + p_1(z_1 \cdot z_2)} \quad (4.59)$$

$$C_{02}(z_1, z_2, z_3) = - \frac{p_3(z_1, z_2, z_3) \prod_{i=1}^3 C_{00}(z_i)}{1 + p_1(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)} \quad (4.60)$$

Изображения ядер ряда (3.2) разомкнутой системы имеют вид:

$$p_1(z) = M(z) \cdot H(z) \quad (4.61)$$

$$p_{01}(z_1, z_2) = M_2(z_1 \cdot z_2) \cdot H_2(z_1 \cdot z_2), \quad (4.62)$$

$$p_{02}(z_1, z_2, z_3) = M_3(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3) \cdot H_3(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3), \quad (4.63)$$

где

$$M_1(z) = \frac{e_1}{\Delta} \cdot \frac{k_1 z}{z - d_0} \quad (4.64)$$

$$M_3(z) = (z_1, z_2, z_3) = -\frac{e_1^2}{\Delta^2} \cdot \frac{k_M z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 - d_0} \left\{ \frac{1}{k_M} \cdot \frac{k_M \cdot z_2 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_3 - d_0} \right\} -$$

$$-\frac{k_M \cdot z_2}{z_2 - d_0} \cdot \frac{k_M \cdot z_3}{z_3 - d_0} + \frac{e_3}{\Delta^3} \cdot \frac{k_M \cdot z_1}{z_1 - d_0} \cdot \frac{k_M \cdot z_2}{z_2 - d_0} \cdot \frac{k_M \cdot z_3}{z_3 - d_0} \quad (4.65)$$

с коэффициентами:

$$e_1 = \frac{b_1 - 3b_3}{\sigma_\rho}; \quad e_3 = \frac{b_3}{\sigma_\rho^3}; \quad b_1 = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\rho^2}\right)$$

$$b_3 = \frac{2}{2\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\rho^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sigma_\rho^2} - 1\right).$$

В терминах z – преобразования передаточная функция объекта с запаздыванием имеет следующий вид:

$$H(z) = k_\phi \cdot Z \left(\frac{1 - e^{\tau_\phi p}}{p} \cdot \frac{k_{\text{об}}}{p(p+W)} \right) = \frac{P_1 Z + P_2 + P_3 + P_4}{(z-1)(z-d_1)}, \quad (4.66)$$

где

$$P_1 = k(h_6 - d_1 d_2 / H_1 + d_1 d_3 / H_1) \quad (4.67)$$

$$P_2 = k(d_1 d_2 / H_1 - d_1 d_2 / H - h_6 d_1) \quad (4.68)$$

$$P_3 = k(h_6 + d_1 / H_1 - d_1 d_4 / H_1) \quad (4.69)$$

$$P_4 = k(d_1 d_4 / H_1 - d_1 / H_1 - h_3 d_1) \quad (4.70)$$

$$h_6 = \begin{cases} T, & \text{если } \tau_\phi \geq T \\ h_H, & \text{если } \tau_\phi < T \end{cases} \quad z = e^{j\omega T} \quad d = e^{WT} \quad (4.71)$$

$$d_2 = \exp(h_6 H_1); \quad d_3 = 1; \quad d_4 = \exp(h_3 \cdot \alpha); \quad (4.72)$$

$$d_1 = \exp(-H_1 T); \quad h_3 = \gamma_0 T$$

Передаточная функция получена путем линеаризации системы в целом и имеет вид:

$$L_1(e^{j\omega T}) = C_{00}(e^{j\omega T}) + \sigma_j^2(C_{01}(z, d, 1, d) + C_{01}(z, 1, d, d) + C_{01}(d, z, 1, d) + C_{01}(d, z, 1, d) + C_{01}(1, d, z, d) + C_{01}(d, 1, d, z) + C_{01}(1, d, d, z)) + \sigma_\zeta^2(C_{02}(z, d, 1, d) + C_{02}(z, 1, d, d) + C_{02}(d, z, 1, d)) \quad (4.73)$$

Используя структурную схему представленную на рисунок 4.2 определим передаточную функцию показывающая зависимость ошибки от дискретной последовательности на входе

$$W_f(z) = \frac{x(z)}{f(z)} = \frac{1}{1 + M(z) \cdot H(z)} \quad (4.74)$$

и передаточную функцию показывающая зависимость ошибки от помехи

$$W_\zeta(z) = \frac{x(z)}{\zeta(z)} = \frac{-H(z)}{1 + M(z) \cdot H(z)} \quad (4.75)$$

В численных экспериментах f задается как входная дискретная случайная последовательность с корреляционной функцией

$$R_f[mT] = \sigma_f^2 e^{-|\alpha|mT} \quad (4.76)$$

где ζ – случайная помеха на входе объекта управления сгенерированная как последовательность случайных чисел с корреляционной функцией

$$R_\zeta[mT] = \sigma_\zeta^2 e^{-|\beta|mT} \quad (4.77)$$

Зависимость дисперсии ошибки σ_x^2 (4.31) найдена как функция от периода дискретизации T при различных T_1 , где

$$T_1 = h/T_2$$

$$h_1 = 5$$

$$\sigma_p^2 = 4$$

Линия с точками – аналитический метод основанный на оптимальной линеаризации в целом, непрерывная линия – метод Монте – Карло, 0 – линия с символами «0»- статистическая линеаризация.

На рисунке 4.2 приведены зависимости дисперсии ошибки системы от периода дискретизации T при различных значениях параметров системы.

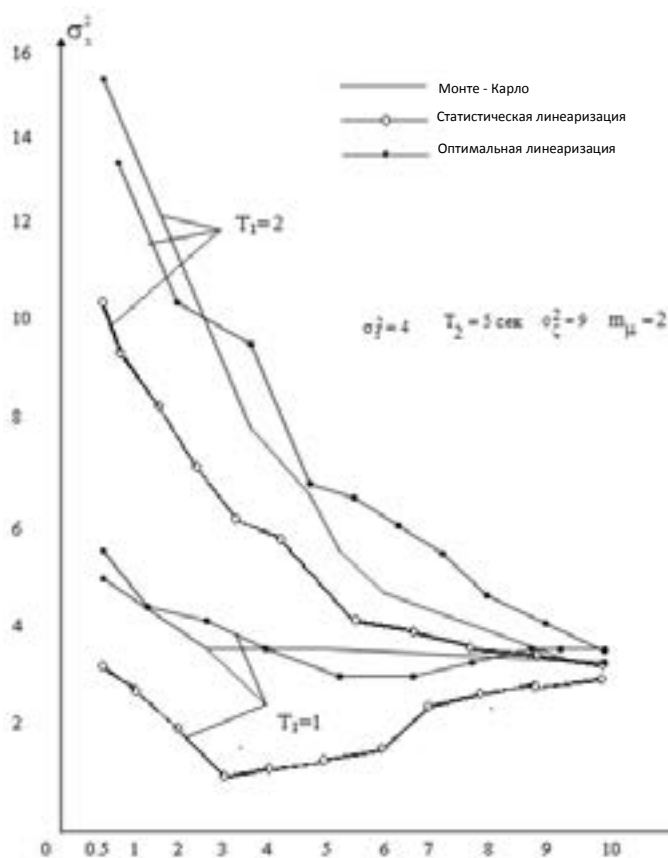


Рисунок 4.2 – Зависимости дисперсии ошибки σ_x^2 от периода дискретизации T при различных T_1 ($T_1 = \frac{\tau_\phi}{T_2}$)

Из анализа этих зависимостей можно сделать вывод о приемлемом совпадении результатов цифрового статистического моделирования системы и аналитического метода, основанного на оптимальной линейаризации системы в целом.

Таблица 4.1 – Показатели графиков на рисунке 4.2

	$T_1 = 1$										
Т	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
метод Монте-Карло	5,1	4,3	3,8	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2
аналитический метод	3,2	2,7	1,8	1,0	1,2	1,4	1,5	2,4	2,8	3,1	3,3
аналитический метод	5,7	4,3	4,1	4,0	3,3	3,0	2,9	2,9	3,2	3,7	3,8
	$T_1 = 2$										
метод Монте-Карло	15,4	14,0	11,3	9,2	7,8	6,3	5,7	5,0	4,2	4,0	3,8
аналитический метод	10,2	9,5	8,0	7,0	6,0	5,4	4,0	3,9	3,7	3,7	3,6
аналитический метод	13,5	13,0	10,5	10,0	9,5	6,8	6,4	6,1	5,0	4,5	4,2

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о стремлении дисперсии процесса ошибки системы к дисперсии входного процесса с увеличением периода дискретизации. Этот факт объясняется тем, что с увеличением периода дискретизации система стремится к разомкнутому виду. Уменьшение периода дискретизации улучшает статистические характеристики системы.

4.6 Вычислительная эффективность алгоритма управления

Спроектированная цифровая динамическая частотно-импульсная информационно-управляющая система требует достаточного быстродействия, что накладывает определенные ограничения на количество вычислений в режиме реального времени. Многие алгоритмы адаптивного управления, синтезированные для объектов

с запаздыванием, требуют решения задач с высокой вычислительной нагрузкой. Предложенный нами подход основан на простых операциях с входными и выходными сигналами. Для оценки сложности предложенного нами алгоритма мы рассматриваем количество операции с плавающей точкой (Flops) на одну итерацию вычисления заданную уравнениями (3.17)-(3.26). В целях сравнения мы также рассчитали количество операции с плавающей точкой, для такой известной вычислительной задачи как инвертирование матрицы. Как правило, сложность регулятора зависит от порядка системы. Поэтому инвертирование производится на матрице, размерность которой соответствует порядку системы. Результаты показаны на рисунок 4.4, где порядок системы меняется от 1 до 4.

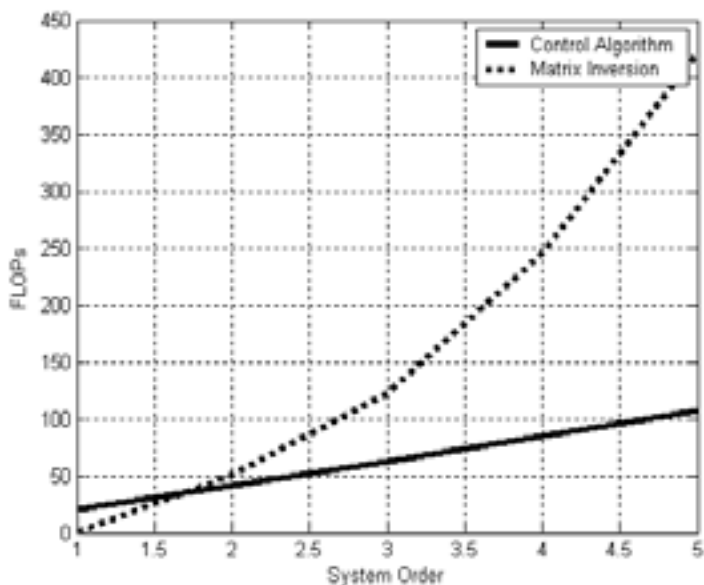


Рисунок 4.4 – Вычислительная эффективность алгоритма

Неоспоримым преимуществом нашей методики является линейная, а не экспоненциальная зависимость от порядка системы.

Листинг кода программы для вычисления и проверки эффективности алгоритма управления приведен в приложении Г.

5 СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНО-ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

5.1 Общая схема синтеза цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием

Рассматривается цифровая динамическая частотно-импульсная система автоматического управления объектами с запаздыванием, структурная схема которой приведена на рисунке 2.1.

Содержательное описание преобразований, осуществляющихся в системе, и математическое описание цифровой ИЧИСАУ объектами с запаздыванием подробно приведены во втором разделе.

Эффективность функционирования системы характеризуется статистическим критерием [1, 6, 20]:

$$I = MQ(x), \quad (5.1)$$

где M —знак математического ожидания; $Q(x)$ — заданная функция от ошибки.

Этот критерий охватывает многие известные виды критериев качества [2]. Например, если

$$Q(x) = x^2, \quad (5.2)$$

то получим среднеквадратичное отклонение ошибки. Если

$$Q(x) = \begin{cases} 0, & d_1 \leq x \leq d_2 \\ 1, & x > d_2, x < d_1 \end{cases}, \quad (5.3)$$

то получим вероятность выхода ошибки из заданных допусков (d_1, d_2)

Как видно из вышеприведенного описания модулятора, применяемого для управления объектами с запаздыванием он характеризуется последовательностью своих параметров $c_1, \frac{1}{4}, c_n$.

Например, в случае модифицированного ИЧИМ введя обозначения

$$\Delta = c_1, A = c_2, \gamma = c_3, k_u = c_4, \tau_m = c_5,$$

получим, что модифицированный интегральный частотно-импульсный модулятор с прямоугольными импульсами характеризуется вектором, состоящим из пяти параметров:

$$c = [c_1, c_2, c_3, c_4, c_5]^T. \quad (5.4)$$

Аналогично модифицированный Σ -ЧИМ характеризуется вектором, компонентами которого являются шесть параметров:

$$c = [c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6]^T. \quad (5.5)$$

где $\Delta = c_1, A = c_2, \gamma = c_3, c_v = c_4, p_v = c_5, \tau_m = c_6$.

В случае линейного фильтра (5.4) модифицированный ДЧИМ характеризуется $(1 + l_1^0 + 3)$ – мерным вектором:

$$c = [c_1, c_2, \dots, c_{(1+l_1^0+3)}]^T. \quad (5.6)$$

В нелинейном случае ДЧИМ также характеризуется вектором из постоянных параметров

$$c = (c_1, \dots, c_n)^T, \quad (5.7)$$

размерность которого определяется числом используемых членов ряда Вольтера. Эти параметры могут выбираться из допустимой области, задаваемой в общем случае в виде

$$\text{Мр}(x[qT]) \leq 0. \quad (5.8)$$

5.2 Параметрический синтез цифровой динамической частотно-импульсной системы автоматического управления объектами с запаздыванием

В связи с вышеприведенной формализацией процесса функционирования автоматической системы с цифровой динамической частотно-импульсной модуляцией, используемой при управлении объектами с запаздыванием, математическая постановка задачи ее параметрического синтеза примет вид: следует определить вектор постоянных параметров с (5.5)–(5.7) из условия минимума критерия качества вида (4.1) при соответствующих ограничениях (5.7) – (5.14) и (5.8).

Задача параметрического синтеза цифровых ДЧИСАУ объектами с запаздыванием, содержательное описание которой дано в 2.1, математически формулируется следующим образом [2, 39]:

$$MQ(x[qT]) \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$Mp(x[qT]) \leq 0, \quad (5.9)$$

$$x[qT] = f[qT] - z[qT]; \quad (5.10)$$

$$z(qT) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k \bigoplus_k^k y^*[qT]; \quad (5.11)$$

$$y^*[qT] = \lambda_{n+1} \delta[(q - q_{n+1})T]; \quad (5.12)$$

$$y[q_{n+1}T - 0] = W\{c, x[qT], q_nT + 0 \leq qT \leq q_{n+1} - 0\} = \lambda_{n+1}\Delta; \quad (5.13)$$

$$\lambda_{n+1} = \text{sign } y[q_{n+1}T - 0]; \quad (5.14)$$

$$y[q_{n+1}T + 0] = 0 \quad (5.15)$$

где $x[qT]$ – сигнал ошибки системы, $f[qT]$ – входной стационарный случайный процесс системы, $z[nT]$ – выходной сигнал непрерыв-

ной части, в состав которой помимо управляемого объекта с запаздыванием входит формозадающий фильтр, $\tilde{w}_k(\tau_m, q_{T1}, \dots, q_k T)$ – импульсные характеристики вольтерровского ряда (2.48), $u^*[qT]$ – сигнал на выходе идеального ИЧИМ, Δ – порог срабатывания импульсного устройства, $y[qT]$ – выходной сигнал фильтра в ДЧИМ.

Суть предлагаемой в работе методики решения задачи параметрического синтеза (5.9) – (5.15) заключается в осуществлении преобразования исходной задачи к задаче поиска экстремума функции многих переменных [17, 18]:

$$F(c) \rightarrow \min, \text{ при } P(c) \leq 0 \quad (5.16)$$

путем исключения из уравнений (5.9)–(5.15) переменных x , y , z . Такое преобразование может быть осуществлено разными путями. В работе предлагается три подхода к преобразованию, каждый из которых, с одной стороны, непосредственно решает исходную задачу, а с другой стороны, каждый предыдущий путь служит основанием для последующего, более рационального с практической точки зрения. Процедура исключения переменных x , y , z из математической модели исходной системы содержит принципиальные трудности. Как видно из уравнений (5.9)–(5.15), математическое описание системы содержит неявное функциональное соотношение (5.13), причем уравнения (2.80) и (2.82) связаны между собой через это функциональное соотношение. В моменты времени, когда удовлетворяется соотношение (5.13), изменяется правая часть уравнения (2.80) (на входе управляемого объекта появляется импульс) и силу уравнения (2.85) – осуществляется сброс. В связи с этим система уравнений (2.79) – (2.85) не допускает непосредственного решения, а, следовательно, невозможно исключить переменные x , y , z из этих уравнений для преобразования исходной задачи к виду (2.86). Описанные трудности связаны с особенностями режима функционирования фильтра в ДЧИМ. Этот режим характеризуется наличием операции сброса, которая заключается в обнулении через конечные моменты времени всех накопителей энергии в фильтре с помощью сигналов неявной обратной связи от импульсного устройства, и после это-

го принудительном удерживании сигнала ошибки системы в течение времени запаздывания объекта в нулевом состоянии.

Предлагаемый в работе первый путь сводится к тому, чтобы найти такую структуру частотно-импульсной системы, которая, с одной стороны, точно воспроизводит процессы, протекающие в исходной системе, и с другой—исключает “параметрические” обратные связи. Во втором разделе была предложена процедура построения эквивалентной замкнутой системы с релейно-гистерезисной нелинейностью, обладающей описанными выше свойствами. Замена модифицированного ДЧИМ эквивалентной структурой позволяет исключить из математической модели системы неявные функциональные соотношения. В результате математическая модель системы с линейным фильтром с простыми полюсами приобретает следующий вид:

$$x[qT] = f[qT] - z[qT]; \quad (5.17)$$

$$z(qT) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k \bigoplus_k^k y * [qT]; \quad (5.18)$$

$$y * [qT] = \phi(v[qT]); \quad (5.19)$$

$$v[qT] = \frac{y[qT]}{\Delta}; \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}[qT] = & (c_n, d_0^{q-q_n} y[q_n T - 0] + \\ & + \sum_{r=q_n}^q d_0^{q-r} \{x[rT] - x[q_n T] \delta[(q - q_n)T] - \eta[rT] - \mu[rT]\}); \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\mu[rT] = x[rT] \sum_{\theta=0}^r q_{\gamma_m} [(r - \theta)T] s[\theta T]; \quad (5.22)$$

$$s[qT] = v^2[qT], \quad (5.23)$$

где $y_i([qT])$ – выходной сигнал элементарного звена фильтра, получающегося при разложении фильтра на l параллельно соединенных звеньев с передаточными функциями

$$W_{v_i}(z) = \frac{c_{v_i}}{z - d_{v_i}},$$

где $v[qT]$ – выходной сигнал блока формирования импульсов, $s[qT]$ – сигнал сброса, $q_{\gamma_m}[rT] = Z^{-1}\{G_{\gamma_m}(z)\}$, $G_{\gamma_m}(z) = \frac{z}{z-1}[1 - z^{-\gamma_m}]$.

С учетом уравнений (2.87) – (2.93) исходная задача параметрического синтеза примет вид

$$MQ(x[qT]) \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$Mp(x[qT]) \leq 0, \quad (5.24)$$

$$x[qT] = f[qT] - \sum_{k=1}^{\infty} (h_k \oplus) y^*[qT];$$

$$y^*[qT] = \phi(v[qT]);$$

$$v[qT] = \frac{y[qT]}{\Delta};$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}[qT] = & (c_n, d_0^{q-q_n} y[q_n T - 0] + \\ & + \sum_{r=q_n}^q d_0^{q-r} \{x[rT] - x[q_n T] \delta[(q - q_n)T] - \eta[rT] - \mu[rT]\}), \end{aligned}$$

$$\mu[rT] = x[rT] \sum_{\theta=0}^r q_{\gamma_m}[(r - \theta)T] s[\theta T];$$

$$s[qT] = v^2[qT],$$

В полученной задаче (5.24) отсутствует функциональное отношение вида (2.83) и она в принципе может быть сведена к па-

раметрическому виду (5.86). Однако задача (5.24) аналитически трудно разрешима относительно переменных x, y, z , так как представляет собой систему нелинейных интегральных уравнений. Поэтому для ее решения используются приближенные методы.

Второй подход к преобразованию исходной задачи к виду (2.86), предлагаемый в работе, заключается в применении аппарата функциональных рядов Вольтерра к задаче (2.94). В работе [5, 11] показана процедура построения вольтерровской модели системы, которая заключается в последовательном размыкании замкнутых контуров на основе решения соответствующих уравнений с помощью функциональных рядов Вольтерра. Во втором разделе работы получена вольтерровская модель ДЧИСАУ объектами с запаздыванием в виде

$$x[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ n_k \oplus^k f[qT] \right\} \quad (5.25)$$

где $n_k(c, \gamma_0 T, \gamma_m T, q_1 T, \dots, q_k T)$ – импульсные характеристики замкнутой системы, зависящие от параметров модулятора.

Вольтерровская модель (5.25) описывает явную связь между процессом ошибки $x(t)$ и входным процессом $f(t)$ системы. С помощью этой модели исключаются переменные x, y, z из уравнений задачи (2.94), и задача приводится к параметрическому виду (2.86)

$$MQ \left[\sum_{k=1}^{\infty} \left\{ n_k \oplus^k f[qT] \right\} \right] \rightarrow \min$$

при

$$Mp \left[\sum_{k=1}^{\infty} \left\{ n_k \oplus^k f[qT] \right\} \right] \approx 0. \quad (5.26)$$

Во многих практических случаях удобно вместо задачи (5.26) использовать задачу, полученную путем статистической линеаризации вольтерровской модели (2.95) [2, 5]. Линейная модель ДЧИСАУ объектами с запаздыванием в подразделе 5.2 получена в виде

$$\begin{aligned} \hat{x}[qT] = & \sum_{m=0}^{\infty} l_0^{(i)}(\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f + \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(i)}[\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT] f^0[(q-m)T], \end{aligned} \quad (5.27)$$

где индекс i указывает на различие способов получения соответствующих импульсных характеристик $l_0^{(i)}(\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT)$, $l_1^{(i)}[\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT]$.

На основе линейной модели (2.97) задача, решаемая в данной работе, представляется в виде

$$\begin{aligned} & MQ(\sum_{m=0}^{\infty} l_0^{(i)}(\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f + \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(i)}[\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT] f^0[(q-m)T]) \rightarrow \min \end{aligned} \quad (5.28)$$

при

$$Mp(\sum_{m=0}^{\infty} l_0^{(i)}(\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f + \sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(i)}[\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT] f^0[(q-m)T]) \leq 0.$$

Таким образом, использование при синтезе частотно-импульсной системы ее вольтерровской модели позволяет получить асимптотически точный результат. В практических применениях число элементов вольтерровской модели системы конечно, что приводит к появлению погрешности. Однако эту погрешность можно уменьшить увеличивая число элементов модели. И наконец, вольтерровская модель позволяет формировать различные типы линейных моделей, что делает метод параметрического синтеза приближенным, но зато более простым с вычислительной точки зрения.

5.3 Параметрический синтез цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления при среднеквадратичном критерии качества

Одним из наиболее часто используемых на практике критериев качества при разработке автоматических систем является среднее квадратичное отклонение процесса ошибки [36, 38, 45, 46]. Этот критерий является частным случаем критерия общего вида (2.71) при выполнении соотношения (2.72). С использованием этого критерия задача оптимизации ДЧИСАУ объектами с запаздыванием формулируется следующим образом [18]:

$$M\{x[qT] - m_x\}^2 \rightarrow \min \quad (5.29)$$

при ограничениях

$$Mp(x[qT]) \leq 0, \quad (5.30)$$

$$x[qT] = f[qT] - z[qT]; \quad (5.31)$$

$$z(qT) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k \bigoplus_k y * [qT]; \quad (5.32)$$

$$y * [qT] = \lambda_{n+1} \delta[(q - q_{n+1})T]; \quad (5.33)$$

$$y[q_{n+1}T - 0] = W\{c, x[qT], q_nT + 0 \leq qT \leq q_{n+1} - 0\} = \lambda_{n+1} \Delta; \quad (5.34)$$

$$\lambda_{n+1} = \text{sign } y[q_{n+1}T - 0]; \quad (5.35)$$

$$y[q_{n+1}T + 0] = 0 \quad (5.36)$$

Для решения задачи (5.29), (5.30) – (5.36) построим для исходной системы эквивалентную структурную модель, сформируем вольтерровскую модель полученной эквивалентной системы, которая описывается следующим образом:

$$x[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ n_k \oplus^k f[qT] \right\}. \quad (5.37)$$

Импульсные характеристики $n_k(t_1, 1/4, t_k, c)$ ряда (4.37) определяются из соотношений (2.87). Подставляя ряд (5.37) в критерий качества (5.2) с учетом (2.1) и (2.2) имеем

$$\min_{\vec{c}} \left\{ \sum_{l_1, l_2=1}^{\infty} \sum_{m_1, \dots, m_l=0}^{\infty} n_{l_1} [\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_l T, \vec{c}] \times \right. \\ \times n_{l_2} [\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_l T, \vec{c}] (R_f^{(2)}[m_1, \dots, m_{l_1}, \beta_1, \dots, \beta_{l_2}] - \\ \left. - R_f^{(1)}[m_1, \dots, m_{l_1}] R_f^{(2)}[\beta_1, \dots, \beta_{l_2}]: \text{M}p \left(\sum_{k=1}^{\infty} n_k \oplus^k f[qT] \right) \leq 0 \right\},$$

где

$$R_f^{(1)}[m_1, \dots, m_{l_1}] = M \left\{ \prod_{i=1}^{l_1} f[(n - m_i)T] \right\} \\ R_f^{(2)}[m_1, \dots, m_{l_1}, \beta_1, \dots, \beta_{l_2}] = M \left\{ \prod_{j=1}^{l_1} f[(n - m_j)T] \prod_{i=1}^{l_2} f[(n - \beta_i)T] \right\}. \quad (5.38)$$

Задача (5.23) не содержит переменных x, y, z и имеет параметрический вид (2.86). Однако в вычислительном отношении ее решение является весьма трудоемким, так как связано с необходимостью решения систем сложных нелинейных уравнений. Кроме того, целевая функция содержит, как это видно из (5.23), многомерные моментные функции, определение которых на практике сопровождается значительными трудностями вычислительного характера.

С целью упрощения полученной задачи (5.38) используем статистическую линеаризацию вольтерровской модели системы. Суть и методика линеаризации были изложены в пункте 2.3, и линейный статистический эквивалент системы получается в виде

$$\begin{aligned}\hat{x}[qT] = & \sum_{m=0}^{\infty} l_0^{(i)}(\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT) m_f + \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(i)}[\vec{c}, \gamma_0 T, \gamma_m T, mT] f^0[(q-m)T]\end{aligned}\quad (5.39)$$

где $i=1, 2, 3, 4$ — способ линеаризации.

Подставляя выражение линейного статистического эквивалента (5.39) для различных способов линеаризации в известную формулу для вычисления дисперсии [42]

$$\sigma_x^{2(i)} = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \left[L_1^{(i)}(\tau_0, \tau_m, e^{j\omega T}) \right]^2 S_f(\omega) d\omega, \quad (5.40)$$

получим четыре модификации задачи вида (5.38).

С целью упрощения задачи (5.38) в дальнейшем при ее решении используются статистически линеаризованные модели (5.39). Тогда задача (5.38) представляется в виде

$$\begin{aligned}& \min_{\vec{c}} \left\{ \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \left| L_1^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, e^{j\omega T}, \vec{c}) \right|^2 S_f(\omega) d\omega : \right. \\ & \left. M_p \left(\sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT, \vec{c}) m_f + \sum_{m=0}^{\infty} l_1(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) f^0[(q-m)T] \right) \right\},\end{aligned}$$

где $S_f(\omega)$ — спектральная плотность входного случайного сигнала $f[qT]$, $L_1^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, \vec{c}, z) = Z \{ l_1^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT, \vec{c}) \}$ — Z-преобразование от импульсной характеристики $l_1^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT, \vec{c})$ линеаризованной модели замкнутой системы (5.38).

Первая из этих задач основана на модели (5.35), когда в вольтеровских моделях ДЧИМ и управляемого объекта отбрасывают члены порядка выше первого. В этом случае изображения ядер линейного статистического эквивалента (5.39) примут вид

$$L_0^1(\tau_0, \tau_m, 0) = \frac{1 - \frac{1}{m_f} H_1(\tau_0, 0) M_1(\tau_m, 0, \bar{c})}{1 + H_1(\tau_0, 0) M_1(\tau_m, 0, \bar{c})}, \quad (5.41)$$

$$L_1^1(\tau_0, \tau_m, z, \bar{c}) = \frac{1}{1 + H_1(\tau_0, p) M_1(\tau_0, z, \bar{c})}. \quad (5.42)$$

Подставляя (4.42) в (4.40), приведем задачу (4.38) к виду

$$\min_{\bar{c}} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left| \frac{1}{1 + H_1(\tau_0, \tau_m, z) M_1(\tau_0, \tau_m, z, \bar{c})} \right|^2 S_f(\omega) d\omega : g_1(\bar{c}) \leq 0 \right\}. \quad (5.43)$$

Сформулированная задача легко реализуема в вычислительном отношении. Вместе с тем в ней не учитываются нелинейности модулятора и управляемого объекта. Поэтому решение данной задачи целесообразно использовать для первоначальной приближенной оценки областей оптимальных параметров ДЧИ-САУ объектами с запаздыванием в условиях минимума затрат машинного времени. Такая задача решается на этапе проектирования систем с целью обоснования предварительного выбора оптимальных проектных решений.

При формировании второй задачи из класса (5.38) за исходную модель принимается линеаризованная вольтерровская модель (2.32) разомкнутой системы. Изображения ядер этой модели определяются из следующих соотношений:

$$L_0^2(\tau_0, \tau_m, 0, \bar{c}) = \frac{1 - \frac{1}{m_f} \theta_0(\tau_0, \tau_m, 0, \bar{c})}{1 + \theta_1(\tau_0, \tau_m, 0, \bar{c})}, \quad (5.44)$$

$$L_1^2(\tau_0, \tau_m, z, \bar{c}) = \frac{1}{1 + \sum_{r=1}^N r H_r(\tau_0, z, 0, \dots, 0) M_1(\tau_m, j\omega, \bar{c}) M_0^{r-1}(0, \bar{c})}. \quad (5.45)$$

Преобразованная задача в этом случае имеет вид

$$\min_{\vec{c}} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left| \frac{1}{1 + \sum_{r=1}^N r H_r(\tau_0, z, 0, \dots, 0) M_1(\tau_m, j\omega, \vec{c}) M_0^{r-1}(z, \vec{c})} \right|^2 \times \right. \\ \left. \times S_f(\omega) d\omega : g_2(\vec{c}) \leq 0 \right\}. \quad (5.46)$$

В этой задаче, как видно из (5.45), учитываются особенности нелинейного преобразования случайного процесса, осуществляемого в управляемом объекте. Поэтому задачу (5.46) целесообразно использовать при синтезе частотно-импульсных систем объектами с запаздыванием с существенно нелинейной непрерывной частью для уточнения областей оптимальных параметров, полученных в результате решения первой задачи.

Третья задача из класса (5.38) основывается на линеаризации вольтерровской модели замкнутой системы (2.54), изображения ядер которой имеют вид:

$$L_0^3(\tau_0, \tau_m, 0, \vec{c}) = \frac{1}{m_f} (N_0(\tau_0, \tau_m, 0, \vec{c}) + N_1(\tau_0, \tau_m, 0, \vec{c})), \quad (5.47)$$

$$L_1^3(\tau_0, \tau_m, z, \vec{c}) = \frac{1}{1 + \sum_{r=1}^N \theta_r(\tau_0, \tau_m, z, 0, \dots, 0, \vec{c}) N_0^{r-1}(\tau_0, \tau_m, 0, \vec{c})}, \quad (5.48)$$

где $\theta_r(\tau_0, \tau_m, q_1 T, \dots, q_r T, c)$ — ядра вольтерровской модели разомкнутой системы, определяемые отношениями (2.54).

Тогда задача (5.38) приобретает следующий вид:

$$\times S_f(\omega) d\omega : g_3(c) \leq 0 \}. \quad (5.49)$$

В этой задаче по сравнению с предыдущей задачей учитываются свойства нелинейного преобразования случайного процесса не только управляемым объектом, но и, как видно из (2.34) и (2.54), модулятором. Следовательно, данную задачу можно использовать при существенно нелинейных управляемых объектах с запаздыванием для уточнения границы областей оптимальных

параметров, построенных на основе решения предыдущих задач, по отдельным параметрам, существенно зависящим от нелинейных свойств модулятора.

Преобразование задачи (5.48) к виду (5.38) может быть основано на линейном статистическом эквиваленте модели замкнутой системы, полученном путем минимизации средней квадратичной ошибки приближения. В этом случае задача (5.38) принимает следующий вид:

$$\min_{\vec{c}} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} |L_1(\tau_0, \tau_m, z, \vec{c})|^2 S_f(\omega) d\omega : g_4(\vec{c}) \leq 0 \right\}, \quad (5.50)$$

где $L_1^4(\tau_0, \tau_m, z, c) = L\{l_1^4(\tau_0, \tau_m, \tau, c)\}$ – Z-преобразование от импульсной характеристики $l_1^4(\tau_0, \tau_m, qT, c)$ линеаризованной модели замкнутой системы (2.37).

В данной задаче учитываются особенности всех трех видов нелинейного преобразования случайного процесса, имеющих место в автоматических системах с ДЧИМ, применяемых для управления объектами с запаздыванием. Однако, в вычислительном отношении эта задача является наиболее трудоемкой. Вследствие этого данная задача решается в тех случаях, когда требуется более точная граница оптимальной области по отдельным параметрам, существенно зависящим от свойств нелинейного преобразования случайного процесса системой в целом.

5.4 Алгоритмы параметрического синтеза цифровой динамической частотно-импульсной системы автоматического управления объектами с запаздыванием

Осуществление рационального выбора численного способа оптимизации и анализа результатов задач (5.43) (5.46), (5.49) и (5.50) требует предварительного их исследования. Это связано с тем, что в преобразованных задачах отсутствует полная информация о свойствах и структуре критериев качества $I_i(c)$ и ограничений $g_i(c) \leq 0$, $i=(1, 2, 3, 4)$. Заданными являются только ал-

горитмы их формирования. Из-за сложности этих алгоритмов удается вычислить с помощью ЭВМ только конкретные значения этих функций. В связи с этим проводится предварительная оценка выпуклости критериев качества $I_i(c)$ и ограничений $g_i(c) \leq 0$, а также степени нелинейности $I_i(c)$ [39]. В связи с вышеуказанными особенностями критериев качества и ограничений эти задачи решаются численными способами на ЭВМ. Ниже приводятся их укрупненные алгоритмы.

5.4.1 Алгоритм оценки выпуклости

Оценка выпуклости функций $I_i(c)$ и $g_i(c) \leq 0$, $i=(1, 2, 3, 4)$ проводится путем цифрового статистического моделирования с использованием стохастического аналога формулы Иенсена. Для удобства алгоритм приведем в следующем виде:

1. Используя датчики псевдослучайных чисел, формируем значение вектора $c(w)$.

2. Проверяется попадание значений вектора $c(w)$ в допустимую область. По тем компонентам вектора $c(w)$, по которым нет попадания в допустимую область, процедура повторяется с первого шага.

5. Производится вычисление значений $I_i(c)$.

4. Производится накопление значений $c(w)$ и $I_i(c(w))$ для вычисления $MI_i(c(w))$ и $I_i(M(c(w)))$.

Эти четыре шага повторяются до набора соответствующего объема выборки, определяемого точностью метода статистического цифрового моделирования.

5. Вычисляются $MI_i(c(w))$ и $I_i(M(c(w)))$.

6. Производится сравнение $I_i(M(c(w))) \leq MI_i(c(w))$.

Если это неравенство выполняется, то функция $I_i(c)$ выпуклая.

5.4.2 Алгоритм оценки степени нелинейности

Оценку степени нелинейности критерия качества производит путем численного разложения его в многомерный ряд Тейлора.

Для удобства алгоритм приведем для функции одной переменной $I_i(c)$.

1. Произвольно фиксируется опорная точка c_0 в допустимой области. Вычисляются производные функции в опорной точке.

2. На основе вычисленных производных строится ряд Тейлора $p(c-c_0)$.

5. Вычисляется суммарная квадратичная ошибка

$$S(c_0) = \sum_c [I_i(c) - P(c - c_0)]^2.$$

4. Вычисляется радиус сходимости построенного ряда $S(c_0)$. Эти четыре шага повторяются с изменением значения опорной точки c_0 .

5. Окончательный ряд выбирается из условия $\min S(c_0)$ при радиусе сходимости, покрывающем допустимую область.

6. Производится сравнительный анализ полученных коэффициентов ряда Тейлора. По результатам анализа делается вывод о степени нелинейности критерия качества.

5.4.3 Алгоритм минимизации

Решение задачи параметрического синтеза осуществляется по следующему алгоритму:

1. Проводится анализ выпуклости функции качества $I_i(c)$.

2. Выбор очередной исходной точки c_0 из допустимого множества $g_i(c) \leq 0$.

5. С помощью датчиков псевдослучайных чисел из исходной точки делается m случайных независимых шагов (проб): $b\xi_1, b\xi_2, \dots, b\xi_m$, где $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$ – случайно выбранные направления, b – длина шага

4. Проверяется попадание каждой из m точек $c_0 + b\xi_j, j=1, \dots, m$ в допустимую область. Если какая-либо из этих точек не удовлетворяет допустимым ограничениям, то неудачный шаг, приведение к этой точке, заменяют другим, сделанным также в случайном направлении, до тех пор, пока не выполняются условия ограничений.

5. Вычисляется значение функции качества в каждой из m точек.

6. Запоминается тот шаг, который привел к наибольшему снижению функции качества, т. е.

$$I_c(c_0 + b\xi_k) = \min_{j=1, m} I_i(c_0 + b\xi_j),$$

где ξ_k — направление наилучшей пробы.

7. Проводится оценка степени нелинейности функции качества $I_i(c)$ в направлении ξ_k в соответствии с приведенным выше алгоритмом.

$$I(\vec{c}_0 + b\xi_k) = I(b) = I(\vec{c}_0) + \sum_{n=1}^N \frac{\partial^n I}{\partial b^n} \Big|_0 b^n.$$

8. С помощью одного из методов одномерной оптимизации определяется оптимальная длина шага b из условия $I(b) \rightarrow \min$.

9. Если точка $\vec{c}_0 + b_{\text{опт}}\xi_k$ вышла за пределы допустимой области, то длина шага $b_{\text{опт}}$ уменьшается до тех пор, пока не выполняются условия ограничений.

10. Осуществляется перемещение рабочей точки в точку $\vec{c}_0 + b_{\text{опт}}\xi_k$.

11. Все операции повторяются с третьего шага из точки $\vec{c}_0 + b_{\text{опт}}\xi_k$. Эта процедура осуществляется до тех пор, пока абсолютная величина разности между значениями целевой функции при двух соседних шагах итерационного процесса не станет меньше заданной величины погрешности.

5.5 Оценка настроечных параметров цифровой интегральной частотно-импульсной системы автоматического управления объектами с запаздыванием

Цифровая интегральная частотно-импульсная система автоматического управления объектами с запаздыванием характеризуется линейным управляемым объектом и имеет передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{k}{p(p+w)} e^{-\tau_0 p}$$

Цифровой ИЧИМ характеризуется передаточной функцией фильтра

$$G(z) = \frac{k_n \cdot z}{z-1},$$

где $z = e^{pT}$, и порогом срабатывания Δ импульсного устройства.

На входе системы действует стационарный случайный процесс с корреляционной функцией

$$R_f(\tau) = \sigma_f e^{-|\alpha|\tau}$$

Расчетная формула дисперсии ошибки, полученная с помощью оптимальной линеаризации системы, имеет следующий вид:

$$\sigma_x^2 = \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} |L_1(e^{j\omega T})|^2 S_f(\omega) d\omega$$

$$S_f(\omega) = \frac{\sigma_x^2 (1 - d_s)}{1 + d_s^2 - 2d_s \cos \omega T}, \quad d_s = \exp(-\alpha T),$$

$L_1(e^{j\omega T})$ – дискретная передаточная функция линеаризованной системы по центрированный составляющей входного процесса.

Изображения ядер первого и третьего членов ряда имеют вид:

$$N_1(z) = \frac{1}{1 + \theta_1(z)}$$

$$N_3(z_1, z_2, z_3) = - \frac{\theta_3(z_1, z_2, z_3) \prod_{i=1}^3 N_1(z_i)}{1 + \theta_1(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)}$$

Изображения ядер ряда имеют вид:

$$\theta_1(z) = W(z) \cdot M(z)$$

$$\theta_3(z_1, z_2, z_3) = W(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3) M_3(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3),$$

$$\text{где } M_1(z) = \frac{e_1}{\Delta} \cdot \frac{k_{\text{и}} z}{z - d_0}$$

$$M_3(z) = (z_1, z_2, z_3) = -\frac{e_1^2}{\Delta^2} \cdot \frac{k_{\text{и}} z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 - d_0} \left\{ \frac{1}{K_{\text{и}}} \cdot \frac{k_{\text{и}} \cdot z_2 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_3 - d_0} \right\} -$$

$$-\frac{k_{\text{и}} \cdot z_2}{z_2 - d_0} \cdot \frac{k_{\text{и}} \cdot z_3}{z_3 - d_0} + \frac{e_3}{\Delta^3} \cdot \frac{k_{\text{и}} \cdot z_1}{z_1 - d_0} \cdot \frac{k_{\text{и}} \cdot z_2}{z_2 - d_0} \cdot \frac{k_{\text{и}} \cdot z_3}{z_3 - d_0}$$

с коэффициентами:

$$e_1 = \frac{b_1 - 3b_3}{\sigma_p}; \quad e_3 = \frac{b_3}{\sigma_p^3}; \quad b_1 = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_p^2}\right)$$

$$b_3 = \frac{2}{2\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_p^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sigma_p^2} - 1\right)$$

В терминах z - преобразования передаточная функция объекта имеет следующий вид:

$$W(z) = Z \left\{ \frac{k_{\delta} (1 - e^{h_{\delta} p})}{p} \cdot \frac{k}{p(p + w)} e^{-\tau_0 p} \right\} = \frac{P_1 z + P_2 + P_3 + P_4}{(z - 1)(z - d_1)},$$

где

$$P_1 = k(h_{\delta} - d_1 d_2 / w_1 + d_1 d_3 / w_1)$$

$$P_1 = k(h_6 - d_1 d_2 / w_1 + d_1 d_3 / w_1)$$

$$P_2 = k(d_1 d_2 / w_1 - d_1 d_2 / w_1 - h_6 d_1)$$

$$P_3 = k(h_6 + d_1 / w_1 - d_1 d_4 / w_1)$$

$$P_4 = k(d_1 d_4 / w_1 - d_1 / w_1 - h_3 d_1)$$

$$h_6 = \begin{cases} T, & \text{если } h_\phi \geq T \\ h_\phi, & \text{если } h_\phi < T \end{cases}$$

$$z = e^{j\omega T} d_2 = \exp(h_6 w_1); d_3 = e^{\tau_0 w}; h_3 = h_\phi + \tau_0 - T, d_4 = \exp(h_3 \cdot \alpha);$$

$$d_1 = \exp(-w_1 T); \gamma = \frac{\tau_0}{T}$$

Передаточная функция линеаризованной системы с ИЧИМ имеет вид:

$$L_1(e^{j\omega T}) = N_1(e^{j\omega T}) + \sigma_j^2 (N_3(z, d, 1/d) + N_3(z, 1/d, d) + N_3(d, z, 1/d) + \\ + N_3(d, z, 1/d) + N_3(1/d, z, d) + N_3(d, 1/d, z) + N_3(1/d, d, z))$$

Критерии качества системы

$$I(x[qT], c) = M\{[x[qT] - m_x]^2, c\} \rightarrow \min_{c \in \Phi},$$

Синтез данной системы на основе линеаризованной четвертым способом модели

$$\min_{\vec{c}} \left\{ \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} |L_1^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, e^{j\omega T}, \vec{c})|^2 S_f(\omega) d\omega : \right.$$

$$M\left(\sum_{m=0}^{\infty} l_1^{(i)}(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT, \vec{c}) m_f + \sum_{m=0}^{\infty} l_1(\gamma_0 T, \gamma_m T, mT) f^0[(q-m)T]\right) \leq 0\Big\},$$

где $\vec{c} = \left[\tau_m, \Delta, c_v, \frac{1}{p_v} \right]$ – вектор настроечных параметров частотно-импульсного модулятора.

Результаты параметрического синтеза

Параметры цифровой интегральной частотно-импульсной системы автоматического управления объектами с запаздыванием			
c	$\frac{1}{p_v}$	Δ	τ_m
2,68	0,82	12,44	13,26

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Послание Президента Республики Казахстан Н. А. Назарбаева народу Казахстана. – 2012, декабрь – 14 // <http://www.akorda.kz>.
- 2 Гунько О. Казахстан: Применение прогрессивных современных технологий в животноводстве. – 2012, март – 1 // http://kazakh-zerno.kz/index.php?option=com_content&view=article&id=53291&fromfeed=1
- 3 Сигель Г.Д. Stochastically robust resource management in heterogeneous parallel computing systems. – IEEE, 2009. – С. 1-2
- 4 Айтчанов Б.Х. Стохастические частотно-импульсные системы с запаздыванием. – Алматы: Строительство и Архитектура. 2007. – 160 с.
- 5 Айтчанов Б.Х. Модели и методы синтеза стохастических частотно-импульсных управляющих систем. – Алматы: Строительство и Архитектура. 2011. – 260 с.
- 6 Aitchanov B.Kh., Kurmanov B.K., Umarov T.F. Dynamic Pulse-Frequency Modulation in Objects Control with Delay // Journal “Asian Journal of Control”. – 2012. – Vol.14. – P. 1662-1668
- 7 Айтчанов Б.Х., Ескендинова Д.М. Оценка оптимальных настроечных параметров динамических частотно-импульсных управляющих систем // Вестник Восточно-Казахстанского Технического университета им. Д. Серикбаева. – 2010. – №2. – С. 53-57
- 8 Айтчанов Б.Х. Аналитико-экспериментальный метод статистического анализа динамических частотно-импульсных управляющих систем // Вестник КазНТУ им. Сатпаева. – №5. – 2011. – С. 126-134
- 9 Савин М.М., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: Радио и связь, 2004. – 608 с.
- 10 Попков Ю.С., Киселев О.Н., и др. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем – М.: Энергия, 1976. – 440 с.
- 11 Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: Радио и связь, – 2004. – 608 с.
- 12 Клячкин В.Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии. – М.: Финансы и статистика; ИНФРАМ-М, 2009. – 304 с.
- 13 Пупков К.А., Егупов Н.Д., Макренков А.М., Трофимов А.И. Теория и компьютерные методы исследования стохастических систем. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 400 с.
- 14 Айтчанов Б.Х., Айтжанова Ж.Б. Цифровые динамические частотно-импульсные управляющие системы // Вестник Казахской национальной академии естественных наук. – Вып. 1. – 2013. – С. 34-38

- 15 Ross A.E. Theoretical Study of Pulse-Frequency Modulation. Proceedings of the IRE. – 1949, november. – Vol. 37. – P. 1277-1286
- 16 Gestri Giuseppe. Pulse-Frequency Modulation in neural systems // Biophysical Journal. – 1971. – P. 98-109.
- 17 Ammar A., El-Bakry M., Godah H. M. Application of Pulse-Frequency Modulation for voltage frequency control of inventers. AL-Mar University, SICE '95. – Sapporo, Egypt. – 1565, July 26-28. – 1570 p.
- 18 Abbott J.Jake, Meek G. Sanford. Digital Emulation of Pulse Frequency Modulation for Neuroprosthetic Sensory Feedback // IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering. – 2007, March. – Vol. 15, №1. – P. 131-135
- 19 Rieke F., Warland D., De Ruyter van Steveninck R., Bialek W. Spikes. Exploring the Neural Code. – Cambridge, MIT Press. – 1997.
- 20 Horch K. W. and Dhillon G. S. Neuroprosthetics: Theory and Practice. – New York: World Scientific, 2004. – P. 951—978
- 21 Kandel E. R., Schwartz J. H., Jessell T. M. Principles of Neural, Science, 4th ed. – New York: McGraw-Hill, 2000. – 1414 p.
- 22 Шаталов А.С. Задачник по теории автоматического управления. –М.: Энергия, 1971 – 496 с.
- 23 Todo T., Selvaratnam K., Mori T., Kuroe Y. Analysis of hybrid feedback systems with PFM mechanisms. IEE Pm // Control Theory A&. – 1999, May. – Vol. 146, № 3. – P. 259-264.
- 24 Гордеев Л.С. Частотно-Импульсный Модулятор. – 1967, январь – 26.
- 25 Громов Г.Р. Частотно-Импульсный Модулятор. (G.R. Gromov. «Frequency Pulse Modulator») Patent #304684. Filing date: December 31, 1969, May – 25, 1971.
- 26 Pulse Frequency Modulator. – 2013 // <http://www.extremecircuits.net/2010/07/pulse-frequency-modulator.html>
- 27 Tsai Sung-Hsun, Hornsey Richard. A Double-Delta Compensating Technique for Pulse-Frequency Modulation CMOS Image Sensor. – IEEE, 2012. – P. 945-948
- 28 Heker F.Sergio, Herkowitz J. Gerald, Grebel Haim, Wichansky Howard. Video Transmission in Optical Fiber Communication Systems Using Pulse Frequency- Modulation// IEEE Transactions on communications. – 1988, February. – Vol. 36, № 2. – P. 191-194
- 29 Jury I. Eleahu, Blanchard G. Jean. A Nonlinear Discrete system Equivalence of Integral Pulse Frequency Modulation System // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1967, August. – Vol.12, №4. – P. 415 – 422

30 Chen Y., Yuan F., Khan G. A New Wide Dynamic Range CMOS Pulse-Frequency-Modulation Digital Image Sensor with In-Pixel Variable Reference Voltage. – IEEE, 2008. – P. 129-132

31 Lak Mahdi, Dabanloo1 Jafarnia Nader, Setarehdan S. Kamaledin. A Chaotic Model for Generating Heart Rate Variability Signal Using Integral Pulse Frequency Modulation // Computing in Cardiology. – № 33. – P. 857-858

32 Daniel H. Introduction to power Electronics (First Edition). – Prentice Hall. – 1996, October. – 418 p.

33 Erickson R., Maksimovic D. Fundamentals of Power Electronics. – Norwell, MA: Kluwer, 2001. – 883 p.

34 Tremor S.A. Controlling a DC – DC Converter by Using the Power MOSFET as a Voltage Controlled Resistor // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – 2000, March. – Vol. 47, № 3. – P. 357 – 362

35 Concepci H. Santa. FPGA-Based Digital Pulse width Modulator with Time Resolution under 2 ns // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2008, November. – Vol. 23, № 2. – P. 3135 – 3141

36 Foley R., Kavanagh R., Marnane, W., Egan, M.G. Multiphase Digital Pulse width Modulator // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2006, March. – Vol. 21, № 3. – P. 842 – 846

37 Óscar L., Francisco F.D., Alfonso L. Comparison of the FPGA Implementation of Two Multilevel Space Vector PWM Algorithms // IEEE Transactions on Industry Electronics. – 2008, April. – Vol. 55, № 4. – P. 1537-1547

38 Man S., Philip M.K., Nang L.Ka, Yat-Hei L., Wing-Hung K. A Voltage-Mode PWM Buck Regulator with End-Point Prediction // IEEE Transactions on Circuits And Systems. – 2006, April. – Vol. 53, № 4. – P. 294-298

39 Khai N.D.T, Shantanu M.K., Mike W. Synthetic-Ripple Modulator for Synchronous Buck Converter // IEEE Power Electronics Letters. – 2005, December. – Vol. 3, № 4. – P. 148-151

40 Wan-Rone L. A High Efficiency Dual-Mode Buck Converter IC for Portable Applications // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2008, March. – Vol. 23, № 2. – P. 667-677

41 Bülent Ertan H., Balkan Simsir N. Comparison of PWM and PFM Induction Drives Regarding Audible Noise and Vibration for Household Applications // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2004, December. – Vol. 40, № 6. – P. 1621-1628

42 Sahu B. An Accurate, Low-Voltage, CMOS Switching Power Supply with Adaptive On-Time Pulse-Frequency Modulation (PFM) Control. – IEEE Transactions on Circuits and Systems. – 2007, February. – Vol. 54, № 2. – P. 312-321

- 43 Sahu B. A low voltage, dynamic, non-inverting, synchronous buck-boost Converter for portable applications // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2004, March. – Vol. 19, № 2. – P. 443-452
- 44 Rajesh G. Switching Characterization of Cascaded Multilevel-Inverter-Controlled Systems // IEEE Transactions on Industry Electronics. – 2008, April. – Vol. 55, № 3. – P. 1047 – 1058
- 45 Forghani-zadeh H.P., Rincón-Mora G.A. Current-sensing techniques for DC-DC Converters // Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS). – 2002. – P. 577-580
- 46 Yuvarajan S., Wang L. Power conversion and control using a current-sensing MOSFET // Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS). – 1992. – P. 166 –169
- 47 Chen J., Su J., Lin H., Chang C., Lee Y., Chen T., Wang H., Chang K., Lin P. Integrated current sensing circuits suitable for step-down DC-DC converters // Electronics Letters. – 2004, February. – Vol. 40. – P. 200-201
- 48 Lee C., Mok P. A monolithic current-mode CMOS DC-DC converter with on chip Current-sensing technique // IEEE Journal of Solid States Circuits. – 2004, January. – Vol. 39. – P. 3-14
- 49 Dallago E., Passoni M., Sassone G. Lossless current-sensing in low-voltage High-current DC-DC modular supplies // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2000, December. – Vol. 47. – P. 1249-1252
- 50 Aitchanov B.H., Baimuratov O.A., Kozhamzharova D.K., Nikulin V.V. Structural transformation and simulation of dynamic pulse frequency controlled systems // GV-CONF 2013 – Global Virtual Conference 2013, 16 – Electronics, Electrical Systems, Electrical Engineering (GV-CONF 2013), Goce Delchev University Macedonia & THOMSON Ltd, Slovakia. – 2013, April 8. – 12. – P. 484-488
- 51 Chaffai R., Ai-Haddad K., Rajagopalan V. A 5kW Utility-Interactive Inverter Operating At High Frequency and Using Zero Current Turn Off Comfet Switches. – 1990. – Vol.2. – P. 1081 – 1085
- 52 Deng Songquan, Mao Hong, Mazumdar J., Batarseh I., Islam K.K. A new control scheme for high-frequency link inverter design // Applied Power Electronics Conference and Exposition. – 2003, February. – Vol. 1. – P. 512-517
- 53 Practical considerations in current mode power supplies, Unitorde Application Notes, U-111, Texas Instruments Incorporated. – 1999.
- 54 Heckenlively J. R., Heckenlively J. R. The diagnosis and classification of retinitis pigmentosa // Retinitis Pigmentosa. Philadelphia, PA: JB Lippincott. – 1988. – P. 21–23
- 55 Margalit E., Maia M., Weiland J. D., Greenberg R. J., Fujii G. Y., Torres G., Piyathaisere D. V., O'Hearn T. M., Liu W., Lazzi G., Dagnelie G.,

Scribner D. A., De Juan E., Humayun M. S. Retinal prosthesis for the blind // *Surv. Ophthalmol.* – 2002, July. – Vol. 47. – P. 335–356

56 Zrenner E. Will retinal implants restore vision? // *Science.* – 2002, February. – Vol. 295. – P. 1022–1025

57 Humayun M. S., De Juan E. Jr., Weiland J. D., Dagnelie G., Katona S., Greenberg R., Suzuki S. Pattern electrical stimulation of the human retina // *Vision Res.* – 1999, July. – Vol. 39. – P. 2569–2576

58 Liu W., Vichienchom K., Clements M., DeMarco S. C., Hughes C., McGucken E., Humayun M. S., De Juan E. Jr., Weiland J. D., Greenberg R. A neuro-stimulus chip with telemetry unit for retinal prosthetic device // *IEEE J. Solid-State Circuits.* – 2000, October. – Vol. 35, №10. – P. 1487–1497

59 Ohta J., Yoshida N., Kagawa K., Nunoshita M. Proposal of application of pulsed vision chip for retinal prosthesis // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2002, April. – Vol. 41. – P. 2322–2325

60 Dollberg A., Graf H. G., Höfflinger B., Nisch W., Spuentrup J. D. S., Schumacher K., Zrenner E. A fully testable retinal implant // *BioMED.* – 2003, June. – P. 255–260

61 Chow A. Y., Pardue M. T., Chow V. Y., Peyman G. A., Liang C., Perlman J. I., Peachey N. S. Implantation of silicon chip micro photodiode arrays into the cat subretinal space // *IEEE Trans. Neural Syst. Rehab. Eng.* – 2001, March. – Vol. 9, №1. – P. 86–95

62 Stett A., Barth W., Weiss S., Haemmerle H., Zrenner E. Electrical multisite stimulation of the isolated chicken retina // *Vision Res.* – 2000, June. – Vol. 40. – P. 1785–1795

63 Sakmann B., Creutzfeldt O. D. Scotopic and mesopic light adaptation in cat's retina // *Pfugers Arch.* – 1969. – Vol. 313. – P. 168–185

64 Kagawa K., Isakari K., Furumiya T., Uehara A., Tkuda T., Ohta J., and Nunoshita M. Pixel design of a pulsed CMOS image sensor for retinal prosthesis with digital photosensitivity control // *Electron. Lett.* – 2003, March. – Vol. 39. – P. 419–421

65 Kagawa K., Yasuoka K., Ng D. C., Furumiya T., Tokuda T., Ohta J., Nunoshita M. Pulse-domain digital image processing for vision chips applicable to low-voltage operation in deep-submicron technologies // *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.* – 2004, July. – Vol.10, № 7. – P. 816–828

66 Ng D. C., Isakari K., Uehara A., Kagawa K., Tokuda T., Ohta J., Nunoshita M. A study of bending effect on pulse-frequency-modulationbased photosensor for retinal prosthesis // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2003, December. – Vol. 42. – P. 7621–7624

67. Wu J., Wo S., Lu G., Asymptotic stability and stabilization for a class of nonlinear descriptor systems with delay // *Asian J. Control.* – 2011. – Vol. 13. – doi: 10.1002/ asjc.309(2011). – P. 361–367

68 Malik F. M., Malik M. B., Munawar K. Sampled-data state feedback stabilization of a class of nonlinear systems based on Euler approximation // Asian J. Control. – 2011. – Vol. 13. – doi: 10.1002/asjc.233 (2011) . – P. 186–197

69 Ghaffari, A., Tabatabaei Oreh S. H., Kazemi R., and Karbalaee M. A. R. An intelligent approach to the lateral forces usage in controlling the vehicle yaw rate // Asian J. Control. – 2011. – Vol. 13. – doi: 10.1002/asjc.312 (2011) . – P. 213–231

70. Aitchanov B.H., Nikulin V.V. Baimuratov O.A. Mathematical Modeling of Digital Pulse-Frequency Modulation Control Systems Developed for Objects with Transport Delay // Control and Decision Conference. – 2013, May 25-27. – P. 186–197

71 Попков Ю.С., Ашимов А.А., Асаубаев К.Ш. Статистическая теория автоматических систем с динамической частотно-импульсной модуляцией. М.: Наука, 1988. – 256 с.

72 Айтчанов Б.Х. Квантование во времени в динамических частотно-импульсных системах с запаздыванием // Изденис – Поиск. Серия естественных и технических наук. – 2003. – №3. – С. 219-223

73 Айтчанов Б.Х. К анализу стохастических цифровых частотно-импульсных систем с запаздыванием // Изденис – Поиск. Серия естественных и технических наук. – 2004. – №2. – С. 209-214

74 Ашимов А.А., Асаубаев К.Ш., Айтчанов Б.Х. Статистический анализ цифровых интегральных частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием Вопросы создания АСУ технологическими процессами и предприятиями. – КазПИИ. – 1983. – С. 3-10

75 Айтчанов Б.Х. Частотно-импульсные системы управления объектами с запаздыванием // Материалы 3-ей международной научно-практической конференции «Наука и инновации» . – София: Бял ГРАД-БГ. – 2007. – С. 54-58

76 Schwartz Mischa. Information transmission, modulation, and noise. – New-York: McGraw-Hill. – 1970 – 672 p.

77 Rochelle R. W. Pulse-Frequency Modulation // IRE TRANSACTIONS ON SPACE ELECTRONICS AND TELEMETRY. – 1962. – P. 107-111

78 Баймуратов О.А. Сравнительный анализ систем с частотно-импульсной модуляцией // Вестник Семипалатинского государственного университета имени Шакарима. – 2013. – №2(62). – С. 30-34

79 Friedland Bernard. On design of observer-based pulse-frequency-modulated feedback control systems // IECON 2010 – 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society. – P. 187 – 192

80 Цыпкин Я.З., Попков Ю.С. Теория нелинейных импульсных систем. – М.: Наука, 1973. – 416 с.

81. Асаубаев К.Ш., Ашимов А.А., Попков Ю.С., Модели систем автоматического управления с динамической частотно-импульсной модуляцией. Автоматика и телемеханика. – 1977. – №2. – С. 52-63
82. Лим Ю.А. Построение модели цифровой системы управления с динамической частотно-импульсной модуляцией // Автоматика и телемеханика. – 1978. – С. 172-176
- 83 Шаталов А.С. Задачник по теории автоматического управления. М.: Энергия, 1988. – 351 с.
84. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Физматгиз, 1959. – 918 с.
- 85 Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука. – 1967. – 223 с.
- 86 Бессекерский В.А., Попов Е.А. Теория систем автоматического регулирования – М.: Наука. – 2003. – 752 с.
- 87 Воронов А.А. Основы теории автоматического управления. – М.: Энергия, 1965-1966
- 88 Казаков И.Е. Статистические методы проектирования систем управления. – М.: Машиностроение, 1969
- 89 Малкин И.Г. Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний ОГИЗ. – М.: Гостехиздат, 1949
- 90 Наумов Б.Н. Исследование абсолютной устойчивости положения равновесия в нелинейных САУ при помощи ЛЧХ // Автоматика и Телемеханика. – 1965. – т. 26, №4
- 91 Попов В.М. Критерий качества нелинейных регулируемых систем // Труды 1 Международного конгресса Международной федерации по автоматическому управлению ИФАК. – Изд-во АН СССР. – 1959. – Т.1
- 92 Пугачев В.С. И. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Физматгиз. – 1962
- 93 Цыпкин Я.З., Наумов Б.Н. Частотный критерий абсолютной устойчивости процессов в нелинейных системах автоматического управления // Автоматика и Телемеханика. – 1964. – №6
- 94 Айтчанов Б.Х., Баймуратов О.А. Стохастические дискретные вольтеровские модели цифровых динамических частотно-импульсных управляющих систем с запаздыванием // Вестник Казахского национального технического университета имени К.И. Сатпаева. – 2013. – № 3(97). – С. 71-77
- 95 Пугачев В.С. Основы автоматического управления. – 1974
- 96 G. Adomian Stochastic systems, Mathematics in science and engineering. – New York : Academic Press, 1983. – Vol. 169. – 331 p.
- 97 Foundations and trends in stochastic systems, Thomson Gale (Firm), Hanover. – MA : Now Publishers, Inc., 2006

98 O. L. R Jacobs Analysis and optimization of stochastic systems International Conference on Analysis and Optimization of Stochastic Systems (1978 : University of Oxford) . – New York : Academic Press. – 1980. – 573 p.

99 P. J Green (Peter J.) ; Nils Lid Hjort ; S Richardson (Sylvia) Highly structured stochastic systems. – New York : Oxford University Press, 2003. – 509 p.

100 Chernyak V.Y , Klein J.R, Sinitsyn N.A. Quantization and fractional quantization of currents in periodically driven stochastic systems counting statistics // The Journal of chemical physics. – 2012. – Vol.136(15). – P. 154-108

101 Айтчанов Б.Х., Модели и методы синтеза стохастических частотно-импульсных управляющих систем. – ЮКГУ им М.Ауезова. – 2010. – 260 с.

102 Айтчанов Б.Х., Яскевич Т.В. Теория информации. Учебное пособие. Алматы. КазНТУ, 2009. – 138 с.

103 Айтчанов Б.Х., Ескендирова Д.М. Оценка оптимальных настроечных параметров динамических частотно-импульсных управляющих систем. Вестник ВКГТУ им. Д. Серикбаева, №2, 2010. С. 53-57.

104 Айтчанов Б.Х., Баймуратов О.А. Структурное преобразование динамических частотно-импульсных информационно-управляющих систем // Труды II Международной научно-практической конференции «Информационно-инновационные технологии: интеграция науки, образования и бизнеса». – Алматы, 2011. – т. II. – С. 295-300

105 Айтчанов Б.Х., Ескендирова Д.М. Синтез статистически оптимальных частотно-импульсных управляющих систем // Вестник КазНТУ им. Сатпаева. – 2010. – №6. – С. 74-79

106 Айтчанов Б.Х. Аналитико-экспериментальный метод статистического анализа динамических частотно-импульсных управляющих систем // Вестник КазНТУ им. Сатпаева. – 2011. – №5. – С. 128-134

107 Айтчанов Б.Х. Методы математического описания частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием // Вестник КазНТУ им. Сатпаева. – 2002. – №2(30). – С. 72-82

108 Айтчанов Б.Х., Попова И.Е. Статистические исследования цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием // Информатизация и автоматизация технологии. – Алматы: КазНТУ. – 1996. – С. 41-49

109 Айтчанов Б.Х., Ескендирова Д.М. Синтез структуры динамического частотно-импульсного модулятора управляющих систем // Вестник Актюбинского государственного университета. – 2010. – №2. – С. 14-17

110 Айтчанов Б.Х., Параметрический синтез динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием. // Информатизация и автоматизация технологии. – Алматы: КазНТУ. – 1996. – С. 34-40

111 Айтчанов Б.Х. Дискретные нелинейные системы, эквивалентные и мажорирующие частотно-импульсные системы с запаздыванием // Труды 3-ей международной научно-технической конференции. – Энергетика, телеком-муникации и высшее образование в современных условиях. – Алматы: АИЭС. – 2002. – С. 334-337

112 Aitchanov B.H., Baimuratov O.A., Kozhamzharova D.K., Nikulin V.V. Structural transformation and Analysis of a Control System Based on Digital Dynamic Pulse Frequency Modulation for Objects with Transport Delay // Modern directions of theoretical and applied researches'2013, SWorld. – 2013, March 19-30

113 Айтчанов Б.Х., Жартыбаева М.Г., Бектилеуова П.Х. Описание динамических частотно-импульсных управляющих систем в виде стохастических дифференциальных уравнений Ланжевена // Вестник Казахской национальной академии естественных наук. – 2011. – Вып.4. – С. 13-16

114 Aitchanov B.H. Construction of majorizing pulse-frequency with delay // Journal Nauka i studia. – 2010. – №3 (27). – P. 81-85

115 Айтчанов Б.Х., Айтчанова Ш.К., Попова И.Е. Статистические исследования цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием // Информатизация и автоматизация технологии. – Алматы: КазНТУ, 1996.

116 Aitchanov B.H., Aitzhanova Zh.B. Digital pulse-frequency management system // Journal Nauka i studia. – 2012. – № 3 (48). – P. 109-114

117 Первозванский А.А. Случайные процессы в нелинейных автоматических системах. – М.: Наука, 1979. – 52 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Вольтерровские модели цифрового Σ -ЧИМ, включенный в контур управления объектами с запаздыванием

Вольтерровская модель цифровой Σ -ЧИМ (3.33) строится на основе описания эквивалентной системы (рис. 3.3) [10,25]. Дискретные импульсные характеристики $m_r[\gamma_m T, q_1 T, \dots, q_r T]$, $r = 0, 1, 2, \dots$, формируются в соответствии со следующим алгоритмом.

1. Строится вольтерровская модель дискретного БФИ (рис. 3.2) в виде

$$u[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{2k-1} \left(\frac{y[qT]}{\Delta} \right)^{2k-1}, \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{s}_0[qT] = \sum_{k=1}^{\infty} c_{2k} \left(\frac{y[qT]}{\Delta} \right)^{2k}, \quad (\text{A.2})$$

где коэффициенты β_k, c_k определяются соотношениями

$$\beta_k = \frac{1}{\sigma_{\xi}^k} \left\{ b_k + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i c_{(k+2i)}^1 b_{(k+2i)} \prod_{i=1}^1 c_{2i-1}^{2i-2} \right\}, \quad (\text{A.3})$$

$$b_k = \begin{cases} 0, & k = 0, 2, 4, \dots, \\ 2 \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{\xi}}\right)^2\right] & \\ \frac{1}{k! \sqrt{2\pi}}, & k = 1, 3, 5, \dots, \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

$$c_{2k} = \sum_{j=1}^k \beta_{2j-1} \beta_{2(k-j)+1}. \quad (\text{A.5})$$

2. Вольтерровская модель дискретного блока ДБС (рис. 2.3) строится в виде

$$y[qT] = \sum_{q_1=0}^q \bar{d}_0[\gamma_m T, q_1 T] x[(q - q_1)T] + \\ + \sum_{k=1}^q \sum_{q_1, \dots, q_{k+1}=0}^q \bar{d}_k[\gamma_m T, q_1 T, \dots, q_{k+1} T] x[(q - q_1)T] \prod_{j=2}^{k+1} \bar{s}[(q - q_j)T], \quad (A.6)$$

где

$$\bar{D}_0(z) = \frac{z}{z - d_0}, \\ \bar{D}_k(\gamma_m, z_1, \dots, z_{k+1}) = -\bar{D}_0(z_1 \cdot z_2 \cdots z_{k+1}) \bar{D}_{k-1}(\tau_m, z_1, z_2, \dots, z_{k+1}), \\ k = 1, 2, 3, 4, \quad (A.7)$$

$$\bar{D}_{k-1}(\gamma_m, z_1, z_2, \dots, z_{k+1}) = \bar{D}_0(z_1 \cdot z_2 \cdots z_{k+1}) - G_{\tau_m}(\gamma_m, z_1 \cdot z_2 \cdots z_{k+1}),$$

$$G_{\tau_m}[z] = \frac{z}{z-1} [1 - z^{-\gamma_m}].$$

3. Строится вольтерровская модель цифрового Σ -ЧИМ, включенного в контур управления объектами с запаздыванием (3.33). Дискретные импульсные характеристики $m_r[\gamma_m T, q_1 T, \dots, q_r T]$ определяются из следующих соотношений:

$$M_1(\gamma_m, z) = \frac{\beta_1}{\Delta} \bar{Q}_1(\gamma_m, z), \quad M_{2k}(\gamma_m, z_1, \dots, z_{2k}) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

$$M_3(\gamma_m, z_1, z_2, z_3) = \frac{\beta_3}{\Delta^3} \prod_{j=1}^3 \bar{Q}_1(\gamma_m, z_j) + \frac{\beta_1}{\Delta} \bar{Q}_3(\gamma_m, z_1, z_2, z_3), \quad (A.8)$$

$$M_5(\gamma_m, z_1, \dots, z_5) = \frac{\beta_1}{\Delta} \bar{Q}_5(\gamma_m, z_1, \dots, z_5) + \frac{3\beta_3}{\Delta^3} \bar{Q}_3(\gamma_m, z_1, z_2, z_3) \times \\ \times \bar{Q}_1(z_4) \bar{Q}_1(z_5) + \frac{\beta_5}{\Delta^5} \prod_{j=1}^5 \bar{Q}_1(z_j),$$

$$\begin{aligned}
& \dots \qquad \qquad \dots \qquad \qquad \dots \qquad \qquad \dots \\
& \overline{Q}_1(z) = \overline{D}_0(z), \qquad \overline{Q}_{2k}(\gamma_m, z_1, \dots, z_{2k}) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \\
& \overline{Q}_3(\gamma_m, z_1, z_2, z_3) = \frac{c_2}{\Delta^2} \overline{D}_1(\gamma_m, z_1 z_2 z_3) \prod_{j=1}^3 \overline{Q}_1(z_j), \\
& \overline{Q}_5(\gamma_m, z_1, \dots, z_5) = \overline{D}_1(\gamma_m, z_1 z_2, \dots, z_5) \left[\frac{c_4}{\Delta^4} \prod_{j=1}^5 \overline{Q}_1(z_j) + \frac{2c_2}{\Delta^2} \overline{Q}_1(z_2) \times \right. \\
& \quad \times \overline{Q}_3(\gamma_m, z_3, z_4, z_5) \left. \right] + \frac{c_2^2}{\Delta^4} \overline{D}_2(\gamma_m, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5) \prod_{j=2}^5 \overline{Q}_1(z_j). \quad (A.9)
\end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Дискретные импульсные характеристики стохастических моделей цифровых динамических частотно-импульсных систем

Дискретные импульсные характеристики

$$P_{r,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_r T, l_1 T, \dots, l_s T], r, s = 0, 1, 2, \dots,$$

разомкнутой цифровой системы (3.34) в терминах многомерного Z-преобразования определяются из следующих соотношений:

$$P_{0,0} = h_{0,0};$$

$$P_{1,0}(z) = H_{1,0}(z)M_1(z);$$

$$P_{2,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = H_{1,0}(\gamma_0, z_1, z_2)M_2(\gamma_m, z_1, z_2) +$$

$$+ H_{2,0}(\gamma_0, z_1, z_2)M_1(z_1)M_2(z_2);$$

.....

$$P_{0,1}(\gamma_0, \gamma_m, z) = H_{0,1}(\gamma_0, \gamma_m, z);$$

$$P_{0,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = H_{0,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2);$$

.....

$$P_{1,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) = H_{1,1}(\gamma_0, z_1, z_2)M_1(z_1);$$

$$P_{1,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2, z_3) = H_{1,2}(\gamma_0, z_1, z_2, z_3)M_1(z_1); \quad (Б.1)$$

$$P_{2,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2, z_3) = H_{1,1}(\gamma_0, z_1, z_2, z_3)M_2(\gamma_m, z_1, z_2) +$$

$$+ H_{2,1}(\gamma_0, z_1, z_2, z_3)M_1(z_1)M_1(z_2);$$

$$P_{2,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, \dots, z_4) = H_{1,2}(\gamma_0, z_1, z_2, z_3, z_4)M_2(\gamma_m, z_1, z_2) +$$

$$+ H_{2,2}(\gamma_0, z_1, \dots, z_3) M_1(z_1) M_1(z_2).$$

Дискретные импульсные характеристики

$$\bar{c}_{r,s}[\gamma_0 T, \gamma_m T, m_1 T, \dots, m_r T, l_1 T, \dots, l_s T], \quad r, s = 0, 1, 2, \dots,$$

замкнутой цифровой системы (3.78) определяются из тождества, полученного подстановкой ряда (3.78) в уравнение (3.77). Например, имеют вид:

$$\begin{aligned} C_{0,0} &= -\sum \bar{P}_{r,0}(1, \dots, 1) C_{0,0}^r; \quad \bar{C}_{1,0} = \frac{1}{1 + \sum_{r=1}^N C_r^1 \bar{P}_{r,0}(z, 1, 1, \dots, 1) C_{0,0}^{r-1}}; \\ \bar{C}_{2,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) &= \\ &= -\frac{\sum_{r=2}^N \bar{P}_{r,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2, 1, \dots, 1) C_r^2 C_{0,0}^{r-1} \prod_{i=1}^2 C_{1,0}(z_i)}{1 + \bar{P}_{1,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) + \sum_{r=2}^N \bar{P}_{r,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2, 1, \dots, 1) C_r^1 C_{0,0}^{r-1}}; \\ \bar{C}_{0,1}(\gamma_0, \gamma_m, z) &= -\frac{\bar{P}_{0,1}(z)}{1 + \bar{P}_{1,0}(z) + \sum_{r=2}^N C_r^1 C_{0,0}^{r-1} \bar{P}_{r,0}(\gamma_0, \gamma_m, z, 1, \dots, 1)}; \quad (Б.2) \\ \bar{C}_{0,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) &= -\frac{\bar{P}_{0,2}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) + \bar{P}_{2,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) \prod_{i=1}^2 C_{0,1}(z_i)}{1 + \bar{P}_{1,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2)}; \\ \bar{C}_{1,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) &= -[P_{1,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) C_{1,0}(z_1) + \sum_1^N C_r^1 \bar{P}_{r,1}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, 1, \dots, 1, z_2)] \times \\ &\times C_{1,0}(p_1) C_{0,0}^{r-1} + \bar{P}_{2,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2) C_{1,0}(z_1) C_{1,0}(z_2)] / [1 + P_{1,0}(\gamma_0, \gamma_m, z_1, z_2)]; \end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Листинг и структурная схема имитационной модели электропривода в Matlab/Simulink

```
clear clc
a0=0.85 }
b0=0.2   } значения параметров дискретной передаточной функции
```

```
load astanal.mat
t=m(1,:);
X1=m(2,:);
X2=m(3,:);
X3=m(4,:);
Y=m(5,:);
Y2=m(6,:);
YM=m(7,:);
U=m(8,:);
```

} присвоение значений в Mux

```
figure(1)
plot(t,Y,'k-',t,YM,'k:', 'LineWidth',2)
xlabel('time, s')
ylabel('position, rad')
grid
legend('Output', 'Reference')
```

} построение первого графика

```
figure(2)
plot(t,X1,'k-', 'LineWidth',2)
xlabel('time, s')
ylabel('error, rad')
grid %
```

} построение второго графика

```
figure(3)
stairs(t,X2,'k-')
xlabel('time, s')
ylabel('filtered error, rad')
grid
```

} построение третьего графика

```
figure(4)
stairs (t,X3,'k-')
xlabel ('time, s')
ylabel ('relay output')
grid
```

построение четвертого графика

```
figure(5)
plot (t,Y2,'k-', 'LineWidth',2)
xlabel ('time, s')
ylabel ('speed, rad/s')
grid
```

построение пятого графика

```
figure(6)
stairs(t,U,'k-')
% plot (t,U,'k-')
xlabel ('time, s')
ylabel ('control effort')
stairs
grid
```

построение шестого графика

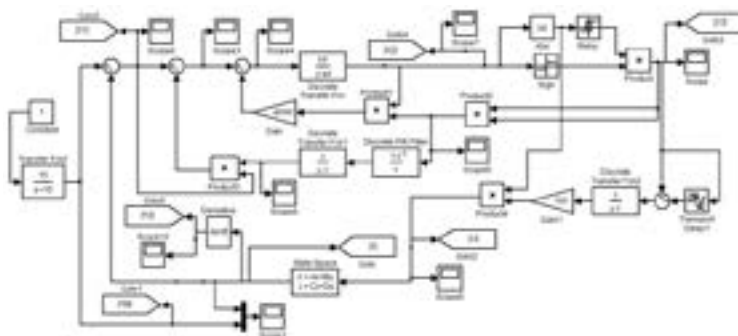
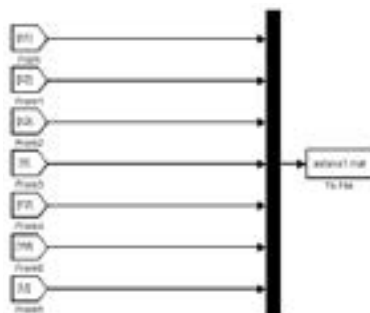


Рисунок Б.1 – Структурная схема имитационной модели электропривода в Matlab/Simulink



ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Листинг кода программы для вычисления и проверки эффективности алгоритма управления

Invert.m

clear

for i=1:5

 flops(0)

 %for k=1:100

 %tstart=tic;

 aaa=rand(i);

 aa=aaa^(-1);

 %telapsed(k)=toc(tstart);

 %end

 %t_av(i)=mean(telapsed)

 fl(i)=flops;

 flops(0)

end

plot(fl)

Общий вид для 1-го порядка

clear

flops(0)

q=1;

v=1;

k=1;

for i=2:500;

 a(i)=1;

 m(1)=0;

 b(1)=0;

 h(1)=0;

 c(1)=0;

 d(1)=0;

 H(1)=0;

 G(1)=0;

 E(1)=0;

 F(1)=0;

```

S(1)=0;
m(i)=a(i)*G(i-1);
b(i)=a(i)*m(i-1);
h(i)=H(i-1)/k;
c(i)=b(i)-h(i-1);
d(i)=d(i-1)+k*c(i);
H(i)=d(i)*c(i); % v
E(i)=d(i)/q; % g
if E(i)>=1
    r=1;
end
    if E(i)> -1
        r=0 ;
    end
        if E(i)<1
            r=0;
        end
if E(i)<=1
    r=-1 ;
end
F(i)=E(i)*r;
S(i)=F(i)*F(i);
G(i)=S(i-1)-S(i-v)+G(i-1);
fl1(i)=flops;
plot(fl1)
end
flops/499
flops(0)
Общий вид для 2-го порядка
clear
flops(0)
b1=2;
b2=2;
a1=1;
a2=2;
a3=2;
a0=1;
ans = 20

```

```

v=1;
A=[0 0];
m=[0 0];
B=[0 0];
h=[0 0];
C=[0 0];
D=[0 0];
H=[0 0];
g=[0 0];
E=[0 0];
F=[0 0];
S=[0 0];
for i=3:501;
    A(i)=1;
    m(i)=A(i)*g(i-1);
    B(i)=A(i)+m(i-1);
    h(i)=a1/b1*D(i-1)+2*a2/b1*D(i-2)+b2/b1*B(i-1)-b2/
b1*h(i-1);
    C(i)=B(i)+h(i);
    D(i)=b1/a0*C(i-1)+b2/a0*C(i-2)+a1/a0*D(i-1)+a2/a0*D(i-2);
    if D(i)>=1
        r=1;
    end
    if D(i)> -1
        r=0;
    end
    if D(i)<1
        r=0;
    end
    if D(i)<=1
        r=-1;
    end
    F(i)=D(i)*r;
    S(i)=F(i)*F(i);
    g(i)=g(i-1)-S(i-v)+S(i); % v
    fl(i)=flops;
    plot(fl)

```

```

end
flops/499
flops(0)          ans = 42
Общий вид для 3-го порядка
clear
flops(0)
b1=2;
b2=2;
b3=2;
a1=1;
a2=2;
a3=2;
a0=1;
v=1;
A=[0 0 0];
m=[0 0 0];
B=[0 0 0];
h=[0 0 0];
C=[0 0 0];
D=[0 0 0];
H=[0 0 0];
g=[0 0 0];
E=[0 0 0];
F=[0 0 0];
S=[0 0 0];
for i=4:502;
    A(i)=1;
    m(i)=A(i)*g(i-1);
    B(i)=A(i)+m(i);
    h(i)=a1/b1*D(i-1)+2*a2/b1*D(i-2)+3*a3/b1*D(i-3)+b2/b1*B(i-
1)+2*b3/b1*B(i-2)-b2/b1*h(i-1)-b3/b1*h(i-2);
    C(i)=B(i)+h(i);
    D(i)=b1/a0*C(i-1)+b2/a0*C(i-2)+b3/a0*C(i-3)+a1/a0*D(i-1)+a2/
a0*D(i-2)+a3/a0*D(i-3) ;
    if D(i)>=1
        r=1;
    end
end

```

```

    if D(i)> -1
        r=0 ;
    end
        if D(i)<1
            r=0;
        end
    if D(i)<=1
        r= -1 ;
    end
    F(i)=D(i)*r;
    S(i)=F(i)*F(i);
    g(i)=g(i-1)-S(i-v)+S(i); % v
    fl3(i)=flops;
    plot(fl3)
end
flops/499
flops(0)                                ans =    63
Общий вид для 4-го порядка
clear
flops(0)
b1=2;
b2=2;
b3=2;
b4=2;
a1=1;
a2=2;
a3=2;
a4=2;
a0=1;
v=1;
A=[0 0 0 0];
m=[0 0 0 0];
B=[0 0 0 0];
h=[0 0 0 0];
C=[0 0 0 0];
D=[0 0 0 0];
H=[0 0 0 0];

```

```

g=[0 0 0 0];
E=[0 0 0 0];
F=[0 0 0 0];
S=[0 0 0 0];
for i=5:503;
    A(i)=1;
    m(i)=A(i)*g(i-1);
    B(i)=A(i)+m(i);
    h(i)=a1/b1*D(i-1)+2*a2/b1*D(i-2)+3*a3/b1*D(i-3)+4*a4/
b1*D(i-4)+b2/b1*B(i-1)+2*b3/b1*B(i-2)+3*b4/b1*B(i-3)-
    -b2/b1*h(i-1)-b3/b1*h(i-2)-b4/b1*h(i-3);
    C(i)=B(i)+h(i);
    D(i)=b1/a0*C(i-1)+b2/a0*C(i-2)+b3/a0*C(i-3)+b4/a0*C(i-4)+a1/
a0*D(i-1)+a2/a0*D(i-2)+a3/a0*D(i-3)+a4/a0*D(i-4);
    if D(i)>=1
        r=1;
    end
    if D(i)> -1
        r=0 ;
    end
    if D(i)<1
        r=0;
    end
    if D(i)<=1
        r= -1 ;
    end
    F(i)=D(i)*r;
    S(i)=F(i)*F(i);
    g(i)=g(i-1)-S(i-v)+S(i);
    fl(i)=flops;
    plot(fl)
end
flops/499
flops(0)
ans = 85

```

Общий вид для 5-го порядка

```

clear
flops(0)
b1=2;
b2=2;
b3=2;
b4=2;
b5=2;
a1=1;
a2=2;
a3=2;
a4=2;
a5=2;
a0=1;
v=1;
A=[0 0 0 0 0];
m=[0 0 0 0 0];
B=[0 0 0 0 0];
h=[0 0 0 0 0];
C=[0 0 0 0 0];
D=[0 0 0 0 0];
H=[0 0 0 0 0];
g=[0 0 0 0 0];
E=[0 0 0 0 0];
F=[0 0 0 0 0];
S=[0 0 0 0 0];
for i=6:504;
    A(i)=1;
    m(i)=A(i)*g(i-1);
    B(i)=A(i)+m(i);
    h(i)=a1/b1*D(i-1)+2*a2/b1*D(i-2)+3*a3/b1*D(i-3)+4*a4/
b1*D(i-4)+5*a5/b1*D(i-5)+b2/b1*B(i-1)+2*b3/b1*
    *B(i-2)+3*b4/b1*B(i-3)+4*b5/b1*B(i-4)-b2/b1*h(i-1)-b3/b1*h(i-
2)-b4/b1*h(i-3)-b5/b1*h(i-4);
    C(i)=B(i)+h(i);
    D(i)=b1/a0*C(i-1)+b2/a0*C(i-2)+b3/a0*C(i-3)+b4/a0*C(i-4)+b5/
a0*C(i-5)+a1/a0*D(i-1)+a2/a0*D(i-2)+a3/a0*D(i-3)+a4/a0*D(i-
4)+a5/a0*D(i-5);

```

```

if D(i)>=1
    r=1;
end
    if D(i)> -1
        r=0 ;
    end
        if D(i)<1
            r=0;
        end
if D(i)<=1
    r=-1 ;
end
F(i)=D(i)*r;
S(i)=F(i)*F(i);
g(i)=g(i-1)-S(i-v)+S(i); % v
fl3(i)=flops;
plot(fl3)
end
flops/499
flops(0)                                ans = 107

```

Получив результаты для каждого порядка:

1-го ans=20,

2-го ans=42,

3-го ans=63,

4-го ans=85,

5-го ans=107,

был построен график, который представлен на рисунке 4.4

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
1 Современное состояние теории и практики динамических частотно-импульсных систем.....	6
1.1 Примеры частотно-импульсных систем.....	6
1.2 Описание и уравнения цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления.....	32
1.3 Методы статистических исследований частотно-импульсных систем автоматического управления.....	35
2 Структурные модели цифровых частотно-импульсных систем управления с запаздыванием ...	40
2.1 Принцип действия и уравнения цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием	40
2.2 Структурная модель цифрового Σ -частотно-импульсного модулятора.....	42
2.3 Структурная модель цифрового ДЧИМ с линейным фильтром общего вида	47
2.3 Эквивалентная цифровому модулятору нелинейная система с фильтром ℓ -го порядка.....	50
2.4 Сравнительный анализ эквивалентной модели цифровой системы с ранее разработанными системами ...	57
3 Математические модели цифровых динамических частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием	62
3.1 Общая процедура формирования вольтерровских моделей цифровых динамических частотно-импульсных систем с запаздыванием	62
3.2 Вольтерровские модели цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием при отсутствии помех	64

3.2.1	Вольтерровская модель цифрового динамического частотно-импульсного модулятора системы с запаздыванием.....	67
3.2.2	Вольтерровская модель замкнутой цифровой динамической частотно-импульсной системы.....	70
3.3	Вольтерровские модели цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием при наличии помех.....	72
3.3.1	Общая процедура построения математических моделей цифровых систем управления при наличии помех.....	72
3.3.2	Математические модели цифрового модулятора с фильтром I-порядка.....	76
3.3.2	Математические модели разомкнутой цифровой системы.....	80
3.3.3	Математические модели замкнутой цифровой системы ...	81
3.4	Алгоритмы формирования математической модели цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием	82
4	Методы статистического анализа цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием	87
4.1	Определение статистических характеристик процесса ошибки цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием при отсутствии помех.....	87
4.2	Статистическая линейаризация цифровых динамических частотно-импульсных систем с запаздыванием.....	88
4.3	Определение статистических характеристик цифровых динамических частотно-импульсных систем управления с запаздыванием при наличии помех	94
4.4	Построение статистических линейаризованных моделей цифровой системы при наличии помех	96
4.5	Статистический анализ цифровой системы с сигма частотно-импульсной модуляцией при наличии помех...	100

4.6	Вычислительная эффективность алгоритма управления.....	106
5	Синтез цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием	108
5.1	Общая схема синтеза цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления объектами с запаздыванием	108
5.2	Параметрический синтез цифровой динамической частотно-импульсной системы автоматического управления объектами с запаздыванием	110
5.3	Параметрический синтез цифровых динамических частотно-импульсных систем автоматического управления при среднеквадратичном критерии качества.....	116
5.4	Алгоритмы параметрического синтеза цифровой динамической частотно-импульсной системы автоматического управления объектами с запаздыванием.....	121
5.4.1	Алгоритм оценки выпуклости	122
5.4.2	Алгоритм оценки степени нелинейности.....	122
5.4.3	Алгоритм минимизации	123
5.5	Оценка настроечных параметров цифровой интегральной частотно-импульсной системы автоматического управления объектами с запаздыванием.....	124
	Список использованных источников	129
	Приложение А	138
	Приложение Б.....	141
	Приложение В	143
	Приложение Г	145

Научное издание

Айтчанов Бекмурза Хусайнович

**СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЦИФРОВЫХ
ЧАСТОТНО-ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ**

Монография

Подписано в печать 11.02. 2016 г.

Тираж 500 экз. Формат 60х84 $\frac{1}{16}$. Бумага типографская № 1.

Объем 9,75 уч.— изд. л. Заказ № 172. Цена договорная.



ИП «Inter Print»

050008, г. Алматы, ул. Ауэзова, 82, уг. ул. Мынбаева, тел./факс 375-51-33.