УДК 621.01
https://doi.org/10.47533/2025.1606-146X.4-03

Ж. Т. ЖУМАШЕВА[1], Б. М. САГИТЖАНОВ[1], Ж. Т. АЙТУГАНОВА[1,2]*, А. Ж. АБЕКОВА[1,2]

[1]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан;
[2]Алматинский технологический университет Алматы, Казахстан.
**E-mail: zhamila_a77@mail.ru*

СТРУКТУРНО-КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НАПРАВЛЯЮЩЕГО РЕГУЛИРУЕМОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА IV КЛАССА ВИДА ВВЦССВВС

Жумашева Жадыра Токановна, – к.т.н., доцент, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

E-mail: Zhadyra_14@mail.ru; https://orcid.org/0000-0001-7158-0995;

Сагитжанов Бирлик Майронович – старший преподаватель, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

E-mail: beriksagitzhanov94@gmail.com; https://orcid.org/0009-0009-4482-7943

Айтуганова Жамила Темирбаевна – докторант, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г.Алматы., лектор, Алматинский технологический университет, Алматы, Казахстан;

E-mail: zhamila_a77@mail.ru; https://orcid.org/0000-0003-0013-8272

Абекова Айдана Жумагалиевна – докторант, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г.Алматы., научный сотрудник, Институт механики и машиноведения имени У.А.Джолдасбекова, Алматы, Казахстан.

E-mail:Abekova310792@gmail.com; https://orcid.org/0009-0002-0881-8707

Рассматривается задача структурно-кинематического синтеза направляющего регулируемого пространственного механизма IV класса вида ВВЦССВВС (где В – вращательная, Ц – цилиндрическая, С – сферическая кинематические пары).

Изложены алгоритмы кинематического анализа регулируемого пространственного механизма IV класса вида ВВЦССВВС (где В – вращательная, Ц – цилиндрическая и С – сферическая кинематические пары) методом условных обобщенных координат.

Ключевые слова: *Структурно-кинематический синтез, Кинематический анализ, Пространственный механизм IV класса, Механизм вида ВВЦССВВС, Вращательная кинематическая пара (В), Цилиндрическая пара (Ц), Сферическая пара (С).*

Ж. Т. ЖУМАШЕВА[1], Б. М. САГИТЖАНОВ[1], Ж. Т. АЙТУГАНОВА[1,2]*, А. Ж. АБЕКОВА[1,2]

[1]әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан;
[2]Алматы технологиялық университеті, Алматы, Қазақстан.
**E-mail: zhamila_a77@mail.ru*

ААЦССААС ТҮРЛЕС БАҒЫТТАУШЫ РЕТТЕЛЕТІН КЕҢІСТІКТІК МЕХАНИЗМНІҢ ҚҰРЫЛЫМДЫҚ-КИНЕМАТИКАЛЫҚ СИНТЕЗІ ЖӘНЕ КИНЕМАТИКАЛЫҚ ТАЛДАУЫ

Жумашева Жадыра Токановна – т.ғ.к., доцент, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан;

E-mail: Zhadyra_14@mail.ru; https://orcid.org/0000-0001-7158-0995;

Сагитжанов Бирлик Майронович – аға оқытушы, әль-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан;

E-mail: beriksagitzhanov94@gmail.com; https://orcid.org/0009-0009-4482-7943

Айтуганова Жамила Темирбаевна – докторант, әль-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Алматы технологиялық университеті, лектор, Алматы, Қазақстан;

E-mail: zhamila_a77@mail.ru; https://orcid.org/0000-0003-0013-8272

Абекова Айдана Жумагалиевна – докторант, Аль-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, ғылыми қызметкер, У.А. Джолдасбеков атындағы механика және машинатану институты, Алматы, Қазақстан.

E-mail:Abekova310792@gmail.com; https://orcid.org/0009-0002-0881-8707

IV класты ААЦССААС (мұндағы А - айналмалы , Ц – цилиндрлі және С – сфералы кинематикалық жұптар) түрлес бағыттаушы реттелетін кеңістіктік механизмнің құрылымдық – кинематикалық синтезі қарастырылған.

Шартты жалпылама координаттар әдісімен IV класты ААӘССФФС (мұндағы А – айналмалы, Ц – цилиндрлі және С – сфералық кинематикалқ жұптар) түрлес бағытталған реттеуші кеңістік механизмнің кинематикалық талдауының алгоритмі баяндалған.

Түйін сөздер: *құрылымдық-кинематикалық синтез, кинематикалық талдау, IV классты кеңістіктік механизм, ВВЦССВВС түріндегі механизм, бұрылмалы кинематикалық жұп (В), цилиндрлік кинематикалық жұп (Ц), сферикалық кинематикалық жұп (С).*

ZH. T. ZHUMASHEVA[1], B. M. SAGITZHANOV[1], ZH. T. AITUGANOVA[1,2]*, A. ZH. ABEKOVA[1,2]

[1]al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;
[2]Almaty Technological University, Almaty, Kazakhstan.
**E-mail: zhamila_a77@mail.ru*

STRUCTURAL AND KINEMATIC SYNTHESIS AND KINEMATIC ANALYSIS OF THE GUIDING ADJUSTABLE SPATIAL MECHANISM OF THE CLASS OF THE RRCSSRRS TYPE

Zh.T.Zhumasheva – candidate of technical sciences, associated professor, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

E-mail: Zhadyra_14@mail.ru; https://orcid.org/0000-0001-7158-0995;

B.M. Sagitzhanov – al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

E-mail: beriksagitzhanov94@gmail.com; https://orcid.org/0009-0009-4482-7943

Aituganova Zhamila Temirbayevna – Doctoral student, al-Farabi Kazakh National University, Almaty., lecturer Almaty Technological University, Almaty, Almaty, Kazakhstan;

E-mail: zhamila_a77@mail.ru; https://orcid.org/0000-0003-0013-8272

A.Zh. Abekova – Doctoral student, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, lecturer Almaty Technological University, Almaty, researcher, Institute of mechanics and engineering named after academician U.A. Dzholdasbekov, Almaty, Kazakhstan.

E-mail:Abekova310792@gmail.com; https://orcid.org/0009-0002-0881-8707

The problem of the structural – kinematical synthesis of the path – generating adjustable spatial mechanisms of the IV class of a kind RRCSSRRS (where R-rotative, C-cylindrical and S-spherical kinematical pairs) is considered.

It is given by the method of conditional general coordinates the algorithms of the kinematical analysis of the adj ustable spatial mechanisms of the IV class of a kind RRCSSRRS (where R – rotative, C – cylindrical and S – spherical kinemaric pairs).

Keywords: *structural-kinematic synthesis, kinematic analysis, spatial mechanism of class iv, mechanism of type RRCSS RRC, cylindrical pair (C), spherical pair (S).*

Введение. Направляющий регулируемый пространственный механизм IV класса вида ВВЦССВВС (рис. 1) предназначен для воспроизведения в абсолютной системе координат O X Y Z семейства заданных движений точки P

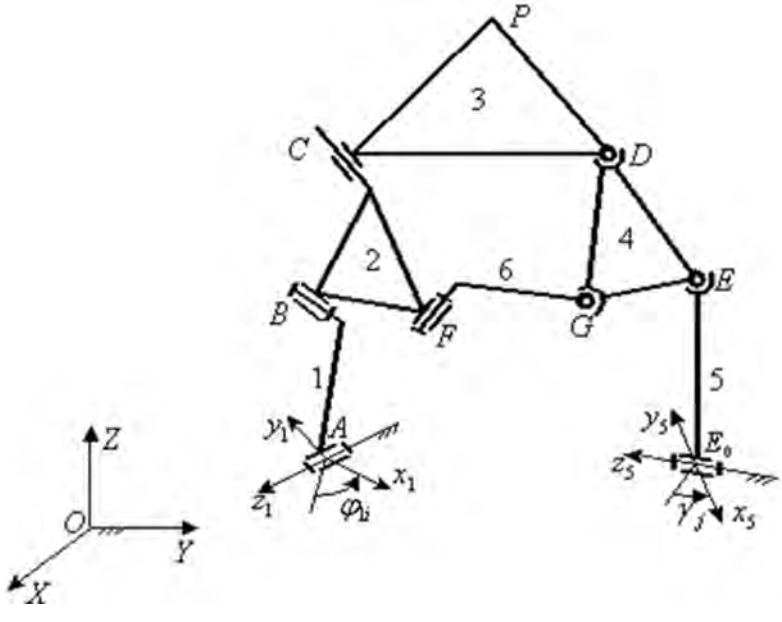

Рисунок 1 – Пространственный регулируемый направляющий механизм IV класса

$$Xp_{ij} = X_p(t_{ij}), Yp_{ij} = Y_p(t_{ij}),\ Zp_{ij} = Z_p(t_{ij}),\ i = \overline{1, N};\ j = \overline{1, M} \qquad (1)$$

при заданных движениях входного звена

$$\varphi_i=\varphi(t_i),\ i=\overline{1,N} \tag{2}$$

и регулирующего параметра

$$\gamma_j=\gamma(t_j),\ j=\overline{1,M}. \tag{3}$$

Рассматриваемый механизм сформирован путем соединения звеньев 2- и 4- шестизвенной регулируемой пространственнной направляющей исполнительной кинематической цепи (ИКЦ) $ABCPDEE_0$ первого вида бинарным звеном FG вида СВ. Следовательно, задача синтеза рассматриваемого механизма состоит из задач синтеза шестизвенной регулируемой пространственной направляющей ИКЦ $ABCPDEE_0$ первого вида и бинарного звена FG вида СВ.

Синтез шестизвенной регулируемой пространственной направляющей ИКЦ ABCPDEE0 проводится по следующему алгоритму:

1. Задать начальные значения параметров синтеза $\overrightarrow{P^0}$ проектируемой шестизвенной регулируемой пространственной направляющей ИКЦ.

2. Анализ положений звеньев шестизвенной пространственной направляющей ИКЦ по их начальным значениям параметров синтеза $\overrightarrow{P^0}$ и заданным значениям координат выходной точки P и регулирующего параметра γ_j.

3. Если полученные значения обобщенной координаты $\widetilde{\varphi}_{1i}$ шестизвенной регулируемой пространственной направляющей ИКЦ отличаются от их заданных значений φ_{1i} в пределах требуемой точности ε, то уточняются параметры синтеза шестизвенной регулируемой пространственной направляющей ИКЦ.

Синтез шестизвенной регулируемой пространственной направляющей ИКЦ $ABCPDEE_0$, в свою очередь, состоит из синтеза четырехзвенной незамкнутой пространственной кинематической цепи ABCP вида ВВЦ и пространственного двухзвенника DEE_0 вида ССВ.

Задаемся начальными значениями параметров синтеза:

а) пространственной четырехзвенной кинематической цепи ABCP вида ВВЦ (рис. 2):

$$X_A = X_A^0, Y_A = Y_A^0, Z_A = Z_A^0, Q_{1X} = Q_{1X}^0, Q_{1Y} = Q_{1Y}^0, Q_{1Z} = Q_{1Z}^0,$$

$$x_{B_1}^{(1)} = {x_{B_1}^{(1)}}^0, y_{B_1}^{(1)} = {y_{B_1}^{(1)}}^0, z_{B_1}^{(1)} = {z_{B_1}^{(1)}}^0,$$

$$x_{C_1}^{(1)} = {x_{C_1}^{(1)}}^0, y_{C_1}^{(1)} = {y_{C_1}^{(1)}}^0, z_{C_1}^{(1)} = {z_{C_1}^{(1)}}^0,$$

$$h = h^0, \alpha = \alpha^0, q_{1x} = q_{1x}^0, q_{1y} = q_{1y}^0, q_{1z} = q_{1z}^0,$$

$$q_{2x} = q_{2x}^0, q_{2y} = q_{2y}^0, q_{2z} = q_{2z}^0, l_{B_1B} = l_{B_1B}^0,$$

где X_A, Y_A, Z_A – координаты входного шарнира A в абсолютной системе координат OXYZ; Q_{1X}, Q_{1Y}, Q_{1Z} – направляющие косинусы оси Q_1 шарнира A; $x_{B_1}^{(1)}, y_{B_1}^{(1)}, z_{B_1}^{(1)}$ и $x_{C_2}^{(3)}, y_{C_2}^{(3)}, z_{C_2}^{(3)}$ - координаты точек пересечения B_1 и C_1 осей вращательной B и цилин-

дрической С кинематических пар соответственно с плоскостями системы координат $Ax_1y_1z_1$ и $Px_3y_3z_3$, жестко связанных созвеньями 1 и 3; h и a – наикратчайшее расстояние и угол между осями $q1$ и $q2$ вращательной В и цилиндрической С кинематических пар; $q1x$, $q1y$, $q1z$ и $q2x$, $q2y$, $q2z$ – направляющие косинусы осей 9, и 42; в,в – расстояние от точки В, до основания В общего перпендикуляра между осями $q1$ и $q2$ $q1$ и $q2$;

б) регулируемого пространственного двухзвенника DEEo вида ССВ (см. рис. 2):

$$x_D^2 = x_D^{2^0}, y_D^2 = y_D^{2^0}, z_D^2 = z_D^{2^0}, x_E^5 = x_E^{5^0}, y_E^5 = y_E^{5^0}, z_E^5 = z_E^{5^0}, X_{E_0} = X_{E_0}^0,$$
$$y_{E_0} = y_{E_0}^0, z_{E_0} = z_{E_0}^0, Q_{2x} = Q_{2x}^0, Q_{2y} = Q_{2y}^0, Q_{2z} = Q_{2z}^0.$$

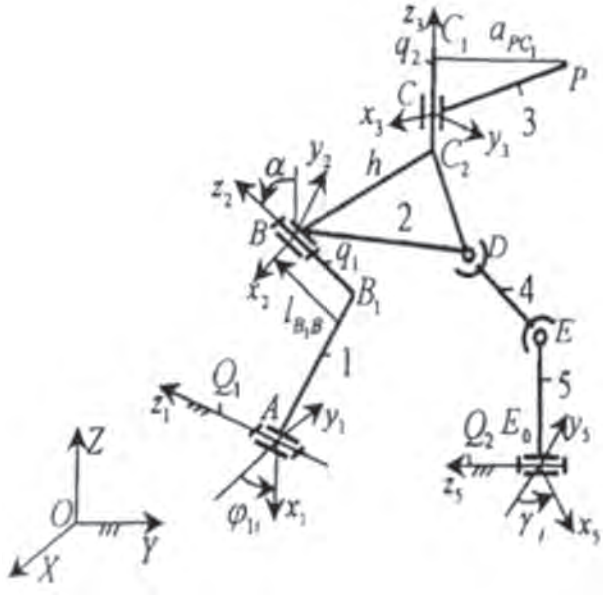

Рисунок 2 – Шестизвенная регулируемая пространственная направляющая ИКЦ вида ВВЦССВ

Где x_D^2, y_D^2, z_D^2 и , x_E^5, y_E^5, z_E^5 – координаты центров сферических шарниров D и E в системах координат $Bx_2y_2z_2$ и $E_0x_5y_5z_5$ соответственно; $X_{E_0}, Y_{E_0}, Z_{E_0}$ и Q_{2x}, Q_{2y}, Q_{2z} – координаты точки Ео и направляющие косинусы вращательного шарнира Ео с регулирующим параметром γ в абсолютной системе OXYZ.

Определим положения звеньев шестизвенной регулируемой пространственной направляющей ИКЦ вида ВВЦССВ по заданным значениям координат выходной точки Р и регулирующего параметра γ_j, а также по начальным значениям параметров синтеза методом условных обобщенных координат [1].

Если полученные значения обобщенной координаты φ_{1i} отличаются от их заданных значений на величины больше требуемой точности є, то уточняются параметры синтеза проектируемой шестизвенной регулируемой пространственной направляющей ИКЦ $ABCPDEE_0$, синтез которой, в свою очередь, состоит из синте- за четырехзвенной незамкнутой пространственной кинематической цепи вида ВВЦ и регулируемого пространственного двухзвенника вида ССВ.

Параметры синтеза четырехзвенной пространственной кинематической цепи АВСР вида ВВЦ уточняются решением задачи о координации движений двух подвижных систем $Px_3y_3z_3$ и $Ax_1y_1z_1$, жестко связанных со звеньями 3 и 1, при помощи бинарного звена ВС вида ВЦ[2].

Для синтеза регулируемого пространства двухзвенника DEE_0 вида ССВ рассмотрим движение системы координат $Bx_2y_2z_2$ относительно системы координат $E_0x_5y_5z_5$ и составим взвешенную разность

$$\Delta q_{ij} = \left(x_{Dij}^{(5)} - x_E^{(5)}\right)^2 + \left(y_{Dij}^{(5)} - y_E^{(5)}\right)^2 + \left(z_{Dij}^{(5)} - z_E^{(5)}\right)^2 - l_{DE}^2, \quad (4)$$

минимизируя которую находим параметры синтеза этого двухзвенника.

Направляющий регулируемый пространственный механизм IV класса вида ВВЦССВВС (рис.) содержит пространственную группу IV (2,3,4,6) направляющий механизм IV класса вида ВЦСССВ и два входных звена 1 и 5 и имеет структурную формулу

$$I(1) \rightarrow IV\ (2,3,4,6) < 1(5). \quad (1)$$

Входное звено 1 с обобщенной координатой Ф1i (i = 1,N) данного механизма обеспечивает движение выходной точки Р на её j-й (j=1, M) траектории, а переход от одной траектории к другой траектории выходной точки Р обеспечивается вторым входным звеном 2 с регулирующим параметром y j.

Анализ положений звеньев рассматриваемого механизма IV класса проводится методом условных обобщенных координат, согласно которому удаляем звено CD вида ЦС путем разъединения и кинематических пар. Так как геометрия удаляемого бинарного звена CD вида ЦС характеризуется наикратчайшим расстоянием DC, от центра сферического шарнира D до оси цилиндрической пары С, то в исследуемом пространственном механизме IV класса появляется одна дополнительная степень свободы. Если выбрать угол поворота Ф элементов вращательной пары В, то исследуемый пространственный механизм IV класса преобразуется в пространственный механизм II класса со структурной формулой

$$I(1) \text{ -> } I(2) \text{ -> } II(6,4) \text{ <- } I \quad (5)$$

Составляем целевую функцию невязки

$$\Delta y = L_{DC} - \tilde{L}_{(DC),}$$

где переменное расстояние $\tilde{L}_{(DC),}$, определяется уравнением

Координаты точек С и D в уравнении (4) определяются выражениями

$$\begin{bmatrix} X_{C_M} \\ Y_{C_M} \\ Z_{C_M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{B_i} \\ Y_{B_i} \\ Z_{B_i} \end{bmatrix} + [T_{21}] * \begin{bmatrix} x_{C_1}^{(2)} \\ y_{C_1}^{(2)} \\ z_{C_1}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} X_{D_M} \\ Y_{D_M} \\ Z_{D_M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{E_i} \\ Y_{E_i} \\ Z_{E_i} \end{bmatrix} + [T_{45}] * \begin{bmatrix} x_{D_1}^{(4)} \\ y_{D_1}^{(4)} \\ z_{D_1}^{(4)} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

где

$$\begin{bmatrix} X_{B_i} \\ Y_{B_i} \\ Z_{B_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} + [T_{21}] * \begin{bmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \\ z_B^{(1)} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} X_{E_j} \\ Y_{E_j} \\ Z_{E_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{E_0} \\ Y_{E_0} \\ Z_{E_0} \end{bmatrix} + [T_{50}] * \begin{bmatrix} x_E^{(5)} \\ y_E^{(5)} \\ z_E^{(5)} \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Угол φ_{41}, в матрице $[T_{45}]$ определяется решением задачи о положениях пространственной диады E_0ED вида ВСС для данной пространственной диады необходимо определить величины проекций ортов $\vec{e}_{FG}, \vec{e}_{GE}$ векторов, L_{FG} , L_{GE}. и $x_G^{(6)}, y_G^{(6)}, Z_G^{(6)}$ – координаты точки G в системе координат $Fx_6y_6z_6$ жестко связанной с звеном 6.

Геометрические места звеньев рассматриваемой пространственной диады находятся точками пересечения окружности и сферы радиусами L_{FG} и L_{GE} центрами в точках F и G. При этом получим две точки G и G, которые соответствуют двум сборкам исследуемой пространственной диады вида ВСС.

Соединим кинематические пары F и E вектором $\vec{L}_{FE}$, модуль и направление которого определяются следующими выражениями

$$L_{FE}=\left[\left(x_E^{(5)} - x_F^{(2)}\right)^2 + \left(y_E^{(5)} - y_F^{(2)}\right)^2 + \left(z_E^{(5)} - z_F^{(2)}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos a_{FE} &= \frac{x_E^{(5)} - X_F^{(2)}}{L_{FE}} \\ \cos \beta_{FE} &= \frac{y_E^{(5)} - y_F^{(2)}}{L_{FE}} \\ \cos \gamma_{FE} &= \frac{z_E^{(5)} - z_F^{(2)}}{L_{FE}} \end{aligned}\right\}; \tag{10}$$

Из векторного уравнения замкнутости контура FGEF получим

$$\left.\begin{aligned} L_{FG}.\vec{e}_{FG} + L_{GE}.\vec{e}_{GE} - L_{FE}.\vec{e}_{FE} = 0 \\ 0\vec{e}_{FG}.\overrightarrow{q_F} = \cos a \\ \vec{e}_{FG}^2 = \vec{e}_{GE}^2 = 1 \end{aligned}\right\}, \tag{11}$$

где a – заданный угол между направлениями вектора $\vec{L}_{FG}$ и оси вращения другие кинематической пары F.

Развертывая систему уравнений (11), получим систему из шести алгебраических уравнений, два из которых представляют собой квадратные уравнения.

До развертывания системы (11) можно исключить три неизвестных, содержащихся в ортах $\vec{e}_{FG}$ и $\vec{e}_{GE}$.

Для этого перенесем второе слагаемое первого уравнения системы (11) в правую часть и возведем обе части полученного уравнения в квадрат, учитывая, что

$$\vec{e}_{FG}^2 = \vec{e}_{GE}^2 = 1$$

При этом получим

$$\left.\begin{array}{r} \vec{e}_{FG}.\vec{e}_{GE} = \lambda \\ \vec{e}_{FG}.\vec{q}_{F=cosa} \\ \vec{e}_{FG}^2 = 1 \end{array}\right\} \quad (12)$$

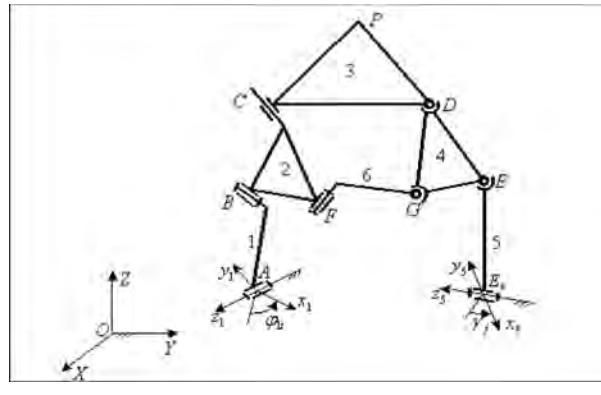

Рисунок 3 – Семизвенный регулируемый пространственный направляющий механизм IV класса

где

$$\lambda = \frac{l_{FG}^2 + l_{FG}^2 - l_{GE}^2}{21_{FG}l_{FE}}. \quad (13)$$

Из системы (12) определим проекции орта $\vec{e}_{FG}$.

Орт $\vec{e}_{GE}$ вектора $\vec{l}_{GE}$ определяется из первого уравнения системы (5.50) в следующем виде:

$$\vec{e}_{GE} = \frac{\vec{l}_{FE}*\vec{e}_{FE} - \vec{l}_{FG}*\vec{e}_{FG}}{l_{GE}}. \quad (14)$$

Орт $\vec{e}_{GE}$ определяет угол φ_{41}. Следовательно, целевая функция невязки (3) является функцией от одной переменной – условной обобщенной координаты φ_{21}.

Минимизацией целевой функции невязки (3) по условной обобщенной координате определяются значение углов φ_2, φ_4 и координат точек C, C_1 и D, по значениям которых находятся величины матриц $[T_{32ij}]$ и $[T_{34ij}]$.

По значениям матриц $[T_{32ij}]$ или $[T_{34ij}]$ находятся координаты выходной точки P в абсолютной системе OXYZ

$$\begin{bmatrix} X_{P_{ij}} \\ Y_{P_{ij}} \\ Z_{P_i}j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{D_i} \\ Y_{D_i} \\ Z_{D_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{34ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P^{(3)} \\ y_P^{(3)} \\ z_P^{(3)} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где $x_P^{(3)}$, $y_P^{(3)}$, $z_P^{(3)}$ – координаты точки P в системе координат $Dx_3y_3z_3$.

Заключение. В данной статье рассматриваются задачи структурно-кинематического синтеза и кинематического анализа направляющего регулируемого пространственного механизма IV класса вида ВВЦССВВС, который включает в себя вращательные, цилиндрические и сферические кинематические пары. Основное внимание уделяется алгоритмам кинематического анализа таких критериев, которые позволяют воспроизводить заданные точки движения в абсолютной системе координат. Основные выводы и можно обобщить следующим образом:

Исследуемый механизм имеет структурную формулу I(1) → IV(2,3,4,6) < 1(5), что указывает на его конструктивные особенности и взаимосвязи между звеньями. Использование метода условных обобщенных координат позволяет осуществлять детальный анализ движений звеньев механизма, что критично для его проектирования и оптимизации. Для синтеза механизмов учитываются параметры, такие как координаты входных звеньев, угол поворота и расстояния между ключевыми точками, что влияет на функциональность и стабильность работы механизма. Минимизация целевой функции невязки позволяет находить оптимальные углы и координаты для обеспечения точности движений выходной точки механизма.

В работе представлены алгоритмы, которые помогают в автоматизации процесса синтеза и анализа, что упрощает проектирование сложных пространственных механизмов.

Полученные результаты могут быть применены в инженерной практике, особенно в проектировании сложных механических систем.

Таким образом, работа представляет собой значимый вклад в понимание и развитие методов структурно-кинематического синтеза механических систем.

ЛИТЕРАТУРА

1 Байгунчеков Ж.Ж., Джолдасбеков С.У. Основы структурного, кинематического и динамического анализа пространственных механизмов высоких классов. Алматы, 1993. 148 с.

2 Байгунчеков Ж.Ж., Джолдасбеков С.У. Основы структурно-кинематического синтеза пространственных механизмов высоких классов. Алматы, 1993. 117 с.

3 Assur L.V. Investigation of plane hinged mechanism with lower pairs from the point of view of their structure and classification. Bull. Petrograd Polytech. Inst. 1914, pp. 187-283.

4 Angeles J., Bai S., Mech 541. Kinematic Synthesis. Lecture Notes. McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 2016.

5 Peng H., Huafeng D. Structural synthesis of Assur groups with up to 12 links and creation of their classified databases. Mechanism and Machine Theory, 2020, Vol. 145, pp.1-19, https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.103668

6 Li S., Wong H., Dai J. S. Assur-Group Inferred Structural Synthesis for Planar Mechanisms. Journal of Mechanisms and Robotics, 2015, Vol. 7(4), 041001, https://doi.org/10.1115/1.4029116

7 Gogu G., Structural Synthesis of Parallel Robots. Solid Mechanics and its Application, 2010, 173, 1-703.

8 Hunt K.H., Kinematic Geometry of Mechanisms. Oxford University Press, New York, 1978.

УДК 531.8
https://doi.org/10.47533/2025.1606-146X.4-04

Ж. ИСКАКОВ[1], А. К. ТУЛЕШОВ[1], М. Ж. КУАТОВА[1,2]*, А. К. КАЛЫБАЕВА[1]

[1]Институт механики и машиноведения им. У.А. Джолдасбекова,
Алматы, Казахстан;
[2]Международный инженерно-технологический университет,
Алматы, Казахстан.
**E-mail: kuatova.moldyr@gmail.com*

РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ЖЕСТКОГО РОТОРА С ВЯЗКОУПРУГОЙ ОПОРОЙ И СДВИГОВЫМ МАГНИТНЫМ ПОДШИПНИКОМ

Искаков Жарилкасын – кандидат технических наук, профессор, главный научный сотрудник РГП на ПХВ «Институт механики и машиноведения имени академика У.А.Джолдасбекова» КН МНВО РК, Алматы, Казахстан;

E-mail: iskakov53@mail.ru; https://orcid.org/0000-0001-5950-7779

Тулешов Амандык Куатович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник РГП на ПХВ «Институт механики и машиноведения имени академика У.А.Джолдасбекова» КН МНВО РК, Алматы, Казахстан;

E-mail: aman_58@mail.ru; https://orcid.org/0000-0001-9775-3049

Куатова Молдир Жангелдиевна – PhD, ведущий научный сотрудник РГП на ПХВ «Институт механики и машиноведения имени академика У.А.Джолдасбекова» КН МНВО РК, Алматы, Казахстан; директор Департамента по научно-инновационной деятельности Международного инженерно-технологического университета, Алматы Казахстан;

E-mail: kuatova.moldyr@gmail.com; https://orcid.org/0000-0002-7614-6124

Калыбаева Акмарал – ассоцированный профессор, старший научный сотрудник, РГП на ПХВ «Институт механики и машиноведения имени академика У.А.Джолдасбекова» КН МНВО РК, Алматы, Казахстан.

E-mail: kunanbaykyzy80@mail.ru; https://orcid.org/0000-0003-4032-4934

В статье представлены результаты исследования резонансных колебаний гироскопического вертикального ротора, поддерживаемого на его нижнем конце шарнирным соединением, на его верхнем конце, ближе к диску ротора вязкоупругой опорой и над диском, соединенным с неподвижной частью с помощью сдвигового магнитного подшипника. При предположении, что радиусы витков значительно меньше, чем расстояние между ними определяется сила притяжения неподвижного токового витка подвижного токового витка, построены уравнения движения гироскопической роторной системы. Амплитудная характеристика показывает, что применение предлагаемого магнитного подшипника уменьшает амплитуду вибрации ротора в области до критической скорости, смещает критическую скорость в сторону ее увеличения. Вовлечение нелинейной жесткости материала опоры при взаимодействии с линейным и кубически нелинейным демпфированием переносит свойства виброизоляции сил притяжения магнитных подшипников из области меньших критического значения скоростей вращения вала в область около резонансной скорости.

Ключевые слова: *резонансные колебания, гироскопический ротор, вязкоупругая опора, кубически нелинейное демпфирование, магнитный подшипник.*

Ж. ИСКАКОВ[1], А.К. ТУЛЕШОВ[1], М.Ж.КУАТОВА[1,2]*, А.К. КАЛЫБАЕВА[1]

[1]Академик Ө.А.Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы, Қазақстан;
[2]Халықаралық инженерлік-технологиялық университеті, Алматы, Қазақстан.
**E-mail: kuatova.moldyr@gmail.com*

ТҰТҚЫР СЕРПІМДІ ТІРЕКТІ ЖӘНЕ ЫҒЫСУ МАГНИТТІК МОЙЫНТІРЕКТІ ГИРОСКОПТЫҚ ТІК РОТОРДЫҢ РЕЗОНАНСТЫҚ ТЕРБЕЛІСТЕРІ

Искаков Жарилкасин – т.ғ.к., профессор, академик Ө.А.Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы, Қазақстан;

E-mail: iskakov53@mail.ru; https://orcid.org/0000-0001-5950-7779

Тулешов Амандық Қуатович – техника ғылымдарының докторы, профессор, бас ғылыми қызметкер, академик Ө.А.Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы, Қазақстан;

E-mail: aman_58@mail.ru ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9775-3049

Қуатова Мөлдір Жангелдиевна – PhD, жетекші ғылыми қызметкер, академик Ө.А.Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты; Ғылыми-инновациялық қызмет департаментінің директоры, Халықаралық инженерлік-технологиялық университеті, Алматы, Қазақстан;

E-mail: kuatova.moldyr@gmail.com ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7614-6124

Қалыбаева Акмарал – қауымдастырылған профессор, аға ғылыми қызметкер, академик Ө.А.Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы, Қазақстан.

E-mail: kunanbaykyzy80@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4032-4934

Мақалада төменгі ұшында топсалы қосылысы, жоғарғы ұшында, дискінің астында тұтқыр серпімді тірегі және дискінің үстінде өзінің бекітілген бөлігімен байланысқан ығысу магниттік мойынтірегі бар гироскоптық тік ротордың реонанстық тербелістерін зерттеу нәтижелері ұсынылады. Орамдар арасындағы қашықтық олардың радиустарынан едәуір үлкен деп есептеп, ток орамдарының арасындағы тартылыс күші анықталады, қозғалыс теңдеулері құрылады. Амплитудалық-жиілік сипаттама орамдардағы эквивалентті токтардың қосылуы ротордың төменгі айналу жылдамдығының аймақтарында діріл амплитудасын төмендететінін, сындық жылдамдықты оның ұлғаюына қарай ығыстыратынын көрсетті. Сызықтық және геометриялық сызықтық емес демпферлеумен әрекеттесу кезінде тірек материалының геометриялық сызықтық емес қаттылығын ескеру магниттік мойынтіректің тарту күшінің дірілді оқшаулау қасиеттерін біліктің айналу жылдамдығының сындық мәнінен төмен аймақтан резонанстық жылдамдыққа жақын аймаққа ауыстырады.

Түйін сөздер: *резонанстық тербелістер, гироскоптық ротор, тұтқыр серпімді тірек, кубтық сызықты емес демпфирлеу, магниттік мойынтірек.*

ZH. ISKAKOV[1], A. K. TULESHOV[1], M. ZH. KUATOVA[1,2]*, A. K. KALYBAYEVA[1]

[1]Joldasbekov Institute of Mechanics and Engineering, Almaty, Kazakhstan
[2]International Engineering and Technological University, Almaty, Kazakhstan
**E-mail: kuatova.moldyr@gmail.com*

RESONANCE OSCILLATIONS OF GYROSCOPIC RIGID ROTOR WITH VISCOELASTIC SUPPORT AND SHEAR MAGNETIC BEARING

Iskakov Zh. – Candidate of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, Joldasbekov Institute of Mechanics and Engineering, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: iskakov53@mail.ru; https://orcid.org/0000-0001-5950-7779

Tuleshov Amandyk K. – Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, Joldasbekov Institute of Mechanics and Engineering, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: aman_58@mail.ru ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9775-3049

Kuatova Moldir Zh. – PhD, Leading Researcher, Joldasbekov Institute of Mechanics and Engineering; Director of the Department for Scientific and Innovation Activities, International Engineering and Technological University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: kuatova.moldyr@gmail.com ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7614-6124

Kalybayeva Akmaral – associate professor, Senior Researcher, Joldasbekov Institute of Mechanics and Engineering, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: kunanbaykyzy80@mail.ru; https://orcid.org/0000-0003-4032-4934

The article presents the results of a study of the resonance oscillations of a gyroscopic vertical rotor supported at its lower end by a hinged joint, at its upper end, closer to the rotor disk by a viscoelastic support and above the disk connected to the fixed part using a shear magnetic bearing. Assuming that the radii of the turns are significantly smaller than the distance between them, the attractive force of the fixed current turn of the movable current turn is determined, the equations of motion of the gyroscopic rotor system are formulated. The amplitude characteristic shows that the use of the proposed magnetic bearing reduces the vibration amplitude of the rotor in the region to a critical speed, shifts the critical speed towards its increase. Involving the nonlinear stiffness of the support material when interacting with linear and cubical nonlinear damping transfers the vibration insulation properties of the magnetic bearing attractive forces from the region of less than the critical value of the shaft rotation speeds to the region near the resonant speed.

Keywords: *resonance oscillations, gyroscopic rotor, viscoelastic support, cubic nonlinear damping, magnetic bearing*

Введение. Несмотря на то, что исследованиям динамики роторных машин посвящено достаточное количество литературы, имеется немало проблем, связанных с вибрациями, возникающими во время пуска, в режиме эксплуатации и выключении машины. Их источниками являются, в частности, эксцентричность массы диска и других элементов, неполадки в опорных конструкциях и их подшипниках. Очень важно использование восстанавливающих и демпфирующих свойств и характеристик материала опор и их подшипников в целях стабилизации движения. Демпфирующими свойствами обладают различные марки резины, каучуки и другие вязко упругие

материалы, из которых обычно изготавливаются опоры с демпфирующими и восстанавливающими характеристиками.

Известно, что линейное демпфирование колебаний происходит до и в резонансной области, а кубически нелинейное демпфирование в отличие от линейного демпфирования, не только значительно подавляют максимальную резонансную амплитуду колебаний, но и сохраняет виброизоляцию за резонансом областях скорости вращения вала машины, устраняет прыжковые эффекты [1-8]. Кубически нелинейное демпфирование наряду с расширением области рабочих скоростей используется и для управления колебаниями ротора большими амплитудами и для плавного выхода из области неустойчивости с эффектами Зоммерфельда или для ослабления и устранения этих эффектов [7, 8]

Демпфирование вибрации можно осуществить с помощью магнитных подшипников с регулируемыми эквивалентными электрическими токами. Базовая информация о конструкции и свойствах постоянных магнитных опор в области роторной динамики представлена в [9]. Обзор сверхпроводящих магнитных подшипников и их использования в области технологии высокоскоростных роторов приведен в [10]. В [11] рассматривается концепция сдвига бесконтактного пассивного магнитного подшипника, предназначенного для поддержки вертикальных роторов. Его моделирование показывает, что применение этого подшипника стабилизирует вибрацию ротора и уменьшает амплитуду его колебаний в диапазоне меньших угловых скоростей [11]. В системе с внутренним демпфированием неуравновешенного гибкого вала и диска зону неустойчивости с эффектом Зоммерфельда можно сужать постепенным увеличением тока смещения в линеаризованных активных магнитных подшипниках. Когда ток смещения достигает определенного значения при определенных условиях зона нестабильности и эффект Зоммерфельда полностью исчезнет [12]. Эффект демпфирования сдвигового магнитного подшипника с регулируемыми эквивалентными токами можно усилить, совместив с линейным и кубически нелинейным демпфированием вибрации. Известно, что гироскопические роторные машины применяются в пищевой, фармацевтической, химической, медицинской и других отраслях промышленности и обеспечение их стабильного функционирования является первостепенной задачей предпроектных исследований. Следовательно, исследование резонансных колебаний гироскопического жесткого ротора с вязкоупругой опорой и сдвиговым магнитным подшипником, с регулируемыми эквивалентными токами, обуславливающими стабильную работу машины, является важным.

Уравнения движения. Решения уравнений движения. Рассматривается гироскопический вертикальный ротор (рисунок 1), поддерживаемый на его нижнем конце шарнирным соединением 1 с валом двигателя 2, ближе к диску ротора 3 вязкоупругой опорой 4 и сдвиговым магнитным подшипником 5 на его верхнем конце, соединенным со стационарной частью 6. Диск обладает массой m, моментом инерции относительно его полярной оси вращения J_P и моментом инерции относительно его радиальной оси J_R , и закреплен без перекоса на свободном конце жесткого вала. Вал имеет длину L, расстояние между нижней шарнирной и верхней вязкоупругой опоры l_0. Скорость вращения вала ω настолько высокая, что ротора можно рассматривать как гироскоп. Положение геометрического центра диска S в неподвижной системе координат $Oxyz$

(рисунок 1) определяется координатами x, y, z, а положение вала в пространстве – углами Эйлера α, β и углом поворота $\varphi = \omega t$. Далее обозначим координаты центра масс m диска через x_m и y_m Предполагаем также, что линейный эксцентриситет e_r лежит по оси N системы координат $ONKZ$, вращающейся вместе с ротором. Углы отклонения оси ротора в плоскости Oxy настолько малы, что координату z можно принять равной $z = L$ = const и исключить из рассмотрения.

Материал верхней опоры обладает упругими свойствами, определяемыми коэффициентами линейной жесткости k_1 и нелинейной жесткости k_3, вязко демпфирующими характеристиками, описываемыми коэффициентами линейного демпфирования μ_{d1} и кубически нелинейного демпфирования μ_{d3}.

Крепление состоит из двух постоянных магнитов, один из которых прикреплен к диску ротора, а другой – к неподвижной части. Магниты взаимно притягиваются, что всегда возвращает ротор в положение равновесия во время его вибрации. В разработанной вычислительной процедуре ротор представлен абсолютно твердым телом, а постоянные магниты – электрическими катушками, питаемыми эквивалентными токами.

Два магнита можно отождествлять на два круговых витка с радиусами r_1 и r_2 количествами витков n_1 и r_2, токами I_1 и I_2 (рисунок 2). При малых угловых координатах α и β геометрического центра диска и пренебрежением его вертикального перемещения плоскости витков и их оси можно считать параллельными. Перемещения оси подвижного витка относительно оси неподвижного витка составляют $(L + h_m)\alpha$ и $(L + h_m)\beta$. Производим расчет силу взаимодействия двух круговых токовых витков и создаваемый ею вращающий момент при предположении, что радиусы витков r_1 и r_2 значительно меньшем чем расстояние между ними h (рисунок 2). Определим силу действия неподвижного витка с током I_2 на подвижный виток с током I_1.

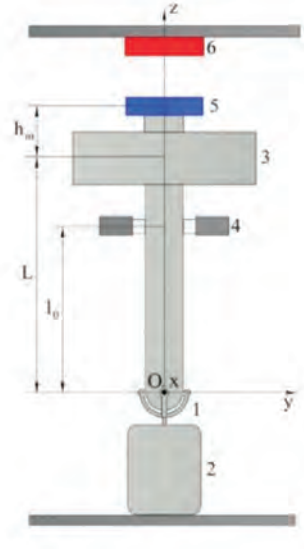

Рисунок 1 **–** Схема роторной системы с геометрическими параметрами и системой координат

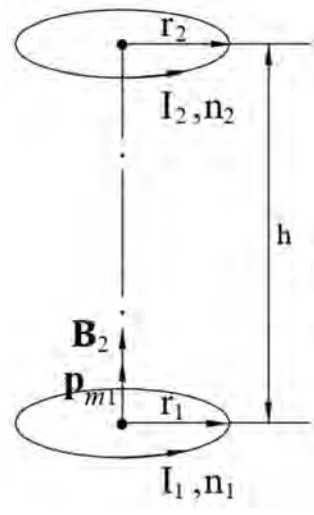

Рисунок 2 – Схема токов в двух витках катушек для расчета силы их взаимодействия и ее момента

Вектор магнитного момента второго кругового тока $\mathbf{P}_{m2}$ ориентирован параллельно оси z. Из-за малости угловых координат α и β вращение $\mathbf{P}_{m1}$ происходит в окрестности оси z с радиусом r_1. При этом плоскость подвижного витка остается параллельной плоскости неподвижного витка (рисунок 2). Тогда сила взаимодействия двух параллельных круговых тока может быть вычислена по формуле

$$F_m = p_{m1}\, dB_2 / dh. \tag{1}$$

Индукция магнитного поля на оси кругового тока I_2 с количеством витков n_2

$$B_2 = \mu_0 n_2 r_2^2 I_2 \Big/ \left[2\left(r_2^2 + h^2\right)^{1.5} \right], \tag{2}$$

где μ_0 – магнитная постоянная, h – расстояние между витками.

Подставив (2) в (1) с учетом выражения магнитного момента подвижного кругового тока $p_{m1} = n_1 \pi r_1^2 I_1$, получим

$$F_m = -\frac{3\pi\mu_0 n_1 n_2 \left(r_1 r_2\right)^2 h I_1 I_2}{2\left(r_2^2 + h^2\right)^{\frac{5}{2}}}. \tag{3}$$

Моменты этой силы относительно угловых координат α и β

$$M_{m\alpha} = -\frac{3\pi\mu_0 n_1 n_2 \left(r_1 r_2\right)^2 h\left(L + h_m\right) I_1 I_2}{2\left(r_2^2 + h^2\right)^{\frac{5}{2}}}\alpha, M_{m\beta} = -\frac{3\pi\mu_0 n_1 n_2 \left(r_1 r_2\right)^2 h\left(L + h_m\right) I_1 I_2}{2\left(r_2^2 + h^2\right)^{\frac{5}{2}}}\beta. \tag{4}$$

Выразим проекции угловой скорости ротора в координатных осях системы *ONKZ,* координаты центра масс диска и координаты верхней опоры через угловые координаты α, β и φ. Находим выражения кинетической энергии диска, потенциальной энергии и функции Релея, проекций момента силы тяжести [6], действующих на ротор. Подставив эти выражения и формулы (5) в уравнения Лагранжа второго рода в предположений второго и более высокого порядков малости относительно α, β, их производных и их комбинаций, $\ddot{\varphi} << \omega^2$, получим нелинейные дифференциальные уравнения движения ротора

$$\begin{aligned}
&\left(J_R + mL^2\right)d^2\alpha/dt^2 + J_P\omega\, d\beta/dt = \\
&me_r\omega^2 L\cos\omega t - \mu_{d1}\, d\alpha/dt - \mu_{d3}\left(d\alpha/dt\right)^3 - \left[\left(k_1 l_0^2 - mgL\right) - F_m\left(L + h_m\right)\right]\alpha - k_3 l_0^4\alpha^3, \\
&\left(J_R + mL^2\right)d^2\beta/dt^2 - J_P\omega\, d\alpha/dt = \\
&me_r\omega^2 L\sin\omega t - \mu_{d1}\, d\beta/dt - \mu_{d3}\left(d\beta/dt\right)^3 - \left[\left(k_1 l_0^2 - mgL\right) - F_m\left(L + h_m\right)\right]\beta - k_3 l_0^4\beta^3.
\end{aligned} \tag{5}$$

При малых значениях угловых координат α и β в решениях системы (5) преобладают главная гармоника с частотой момента эксцентриковой силы инерции. Тогда, разложив решений уравнений (5) по гармоникам и пренебрегая гармониками второго, третьего и высшего порядков, учитывая малости их влияния [4], решения системы (5), зададимся в следующем виде:

$$\alpha = A\cos\left(\omega t + \gamma\right), \beta = A\sin\left(\omega t + \gamma\right), \tag{6}$$

где A – амплитуда колебаний, γ – угол сдвига фазы между колебаниями угловых координат и проекциями вынуждающего момента эксцентриковой силы инерции.

Для решения нелинейных дифференциальных уравнений движения (5) используем метод гармонического баланса. Подставляя выражения (6) в систему уравнений (5), используя некоторые тригонометрические тождества и приравнивая только коэффициенты при функциях cosωt и sinωt (отбрасывая коэффициенты при функциях cos3ωt и sin3ωt), и разрешив полученную систему уравнений относительно переменной $A(\omega)$, получим уравнение для резонансной кривой:

$$\begin{aligned}
f = &\left\{\left\{\left[mL^2 + \left(J_R - J_P\right)\right]\omega^2 - \left(k_1 l_0^2 - mgL\right) + F_m\left(L + h_m\right)\right\}A - 0.75k_3 l_0^4 A^3\right\}^2 \\
&+ \left(\mu_{d1} A\omega + 0.75\mu_{d3} A^3\omega^3\right)^2 - \left(me_r\omega^2 L\right)^2 = 0.
\end{aligned} \tag{7}$$

Отсюда имеем выражение собственной частоты бездемпфирной линейной гироскопической роторной системы:

$$\omega_n = \sqrt{\left(k_1 l_0^2 - mgL\right)/\left[mL^2 + \left(J_R - J_P\right)\right]}. \tag{8}$$

Граничные кривые зоны нестабильности определяются уравнением геометрического места точек, в которых амплитудная кривая для колебаний на частоте вынуждающего усилия имеет вертикальную касательную

$$\partial A/\partial\omega = \infty \text{ или } \partial\omega/\partial A = 0. \tag{9}$$

Продифференцируем уравнение (7) по частоте вынуждающего момента, тогда получим условие, удовлетворяющее равенства (9), определяющее граничные кривые зоны нестабильности

$$\begin{aligned}\partial f/\partial A = &\left\{\left\{\left[mL^2 + \left(J_R - J_P\right)\right]\omega^2 - \left(k_1 l_0^2 - mgL\right) + F_m\left(L + h_m\right)\right\}A - 0.75k_3 l_0^4 A^3\right\}\\ &\cdot\left\{\left[mL^2 + \left(J_R - J_P\right)\right]\omega^2 - \left(k_1 l_0^2 - mgL\right) + F_m\left(L + h_m\right) - 2.25k_3 l_0^4 A^2\right\}\\ &+\left(\mu_{d1}A\omega + 0.75\mu_{d3}A^3\omega^3\right)\left(\mu_{d1}\omega + 2.25\mu_{d3}A^2\omega^3\right) = 0.\end{aligned} \tag{10}$$

Результаты. Амплитудно-частотные зависимости. Границы зоны нестабильности. Для расчета по формулам (7) и (10) гироскопическая роторная система имеет следующие значения параметров: m = 2 *кг*, L = 0.48 *м*, l_0 = 0.33 *м*, J_P = 0.011 *кгм*^{2}, J_R = 0.090 *кгм*^{2}, e_r = 0.1·10^{-3} *м*, k_1 = 0, 2·10^4 *Н·м*$^{-1}$, k_3 = 1692.6 *Нм*$^{-3}$, μ_{d1} = 5 *Нмс*; *10 Нмс*, μ_{d3} = 48.83 *Нмс*^{3}, n_1 = 2000, n_2 = 2000, r_1 = 0.02 *м*, r_2 = 0.02 *м*, h = 0.10 *м*, h_m = 0.01 *м*, I_1 = 50 А, I_2 = 50 А.

Результаты расчета по формулам (7) и (10) приведены на рисунках 3 – 5.

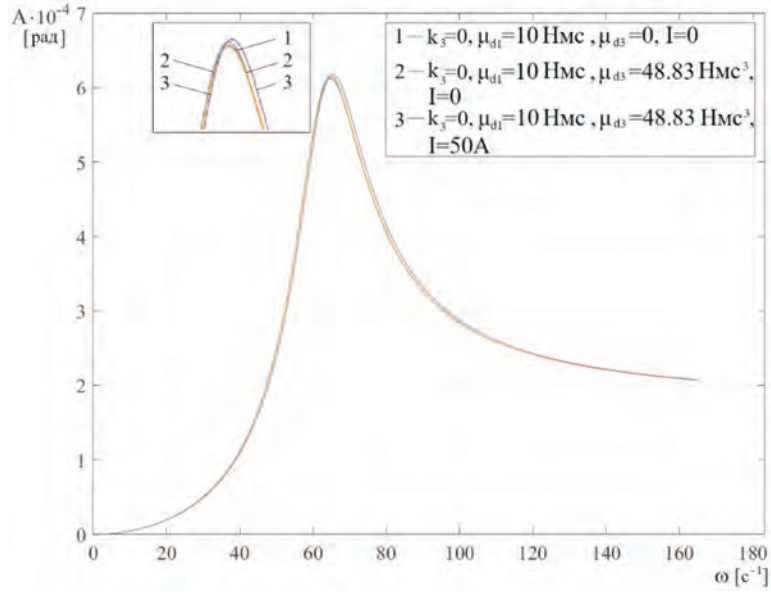

Рисунок 3 – Амплитудно-частотные зависимости при отсутствии нелинейной составляющей жесткости k_3 материала упругой опоры, при значениях коэффициентов различного демпфирования μ_{d1}, μ_{d3} и сил токов I_1=I_2=I в магнитных подшипниках

Из этих графиков прежде всего можно увидеть линейное демпфирование амплитуду вибрации в области резонансной скорости вращения вала, а кубически нелинейное демпфирование далее подавляет резонансную амплитуду. При увеличении силы токов в витках магнитного подшипника до 50 А амплитуда колебаний в области до

резонансных (малых) скоростей вращения вала, примерно в диапазоне 39.2 c^{-1}÷68 c^{-1}, как в работе [11] снижается, до 0.02 мм, критическая скорость увеличивается от 68.8 c^{-1} до 70 c^{-1}. Смещение критической скорости вращения вала в сторону увеличения очевидно, что слагаемое, определяющее момента силу притяжения магнитов в виде формулы (4), входит в уравнения движения (5), в коэффициенты перед угловыми коэффициентами α и β, а также входит в уравнение резонансных кривых (7), куда входят слагаемые, определяющие критическую скорость бездемпфирной гироскопической роторной системы. Из формулы (7) получаем выражение, определяющее критическую скорость бездемпфирной гироскопической роторной системы с учетом влияния магнитных подшипников

$$\omega_n = \sqrt{\left[\left(k_1 l_0^2 - mgL\right) - F_m\left(L + h_m\right)\right] \Big/ \left[mL^2 + \left(J_R - J_P\right)\right]}. \qquad (11)$$

Отсюда, если учесть знак числовых значений F_m, то, несомненно, учет влияния магнитных подшипников приведет к смещению критической скорости в сторону ее увеличения.

При учете нелинейной составляющей k_3 материала опоры амплитудные характеристики гироскопической роторной системы при значениях коэффициентов линейного и совместного линейного и кубически нелинейного демпфирования и значениях силы эквивалентных токов показаны на рисунках 4 и 5. Сравнительный анализ

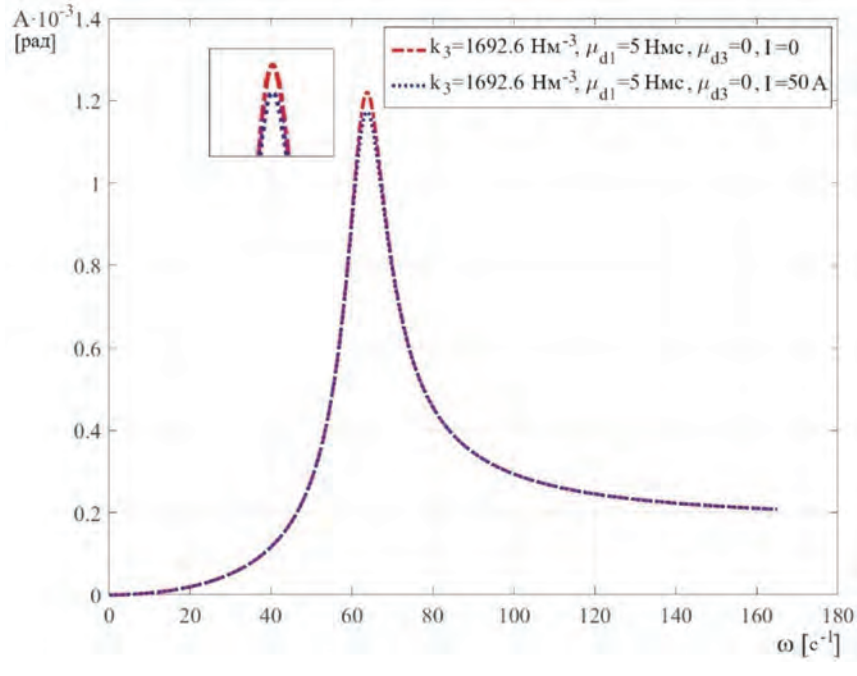

Рисунок 4 – Амплитудно-частотные зависимости при наличии нелинейной составляющей жесткости k_3 = 1692.6 Nm^{-3} материала упругой опоры, при значениях коэффициента линейного демпфирования μ_{d1} и силы токов $I_1 = I_2 = I$ в магнитных подшипниках

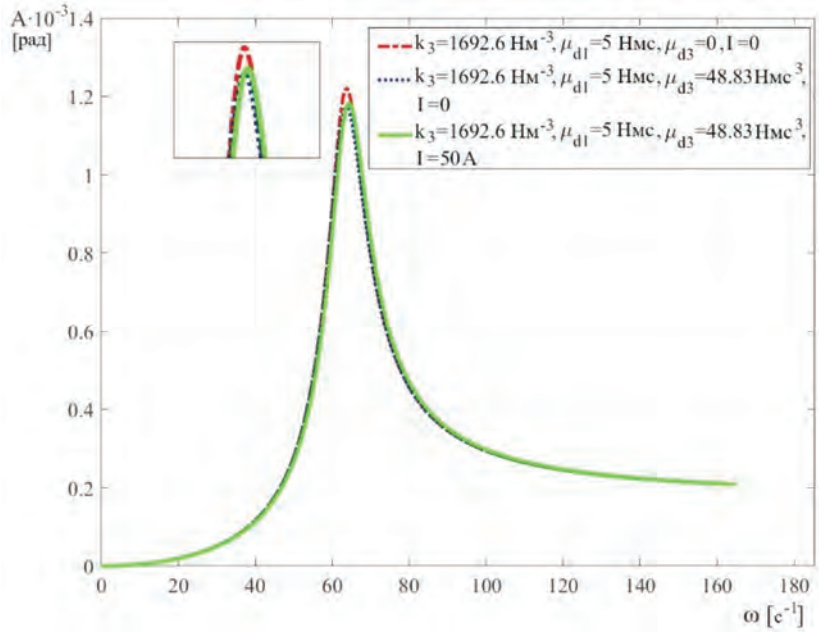

Рисунок 5 **–** Амплитудно-частотные зависимости при наличии нелинейной составляющей жесткости k_3 = 1692.6 Nm^{-3} материала упругой опоры, при значениях коэффициентов различного демпфирования μ_{d1}, μ_{d3} и сил токов $I_1 = I_2 = I$ в магнитных подшипниках

Графиков на рисунке 3 и рисунках 4 и 5 показывает, что привлечение кубически нелинейной жесткости материала опоры переносит свойства виброизоляции сдвиговых магнитных подшипников из области меньших скоростей вращения вала на резонансную область. Это происходит при линейном демпфировании и совместном линейном и кубически нелинейном демпфировании. Комбинированное совместное демпфирование эффективнее чем линейное демпфирование, что является существенным преимуществом совместного вида демпфирования. Таким образом, сила притяжения в сдвиговых магнитных подшипниках обладает не только восстанавливающим свойством, которое отражается в увеличении критической скорости вала, но и демпфирующим свойством при комбинировании с линейным демпфировании и совместным линейным и кубически нелинейным демпфированием. Здесь необходимо учесть, что вязкоупругий материал опоры одновременно обладает и линейными вязкоупругими свойствами, и нелинейными жесткостью и демпфированием, что нельзя игнорировать.

Расчет по формуле (10) определяет левые границы зоны неустойчивости, которые являются вертикальными линиями, параллельными оси амплитуды колебаний A, проходящими через критические значения скорости ω_n.

Благодарность. Данное исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан в рамках программы BR28713691, в ходе которого были получены исходные экспери-

ментальные и расчётные данные, использованные в настоящей работе. Часть теоретических положений и методологические подходы опираются на результаты фундаментальных научных исследований BR20280990

.

ЛИТЕРАТУРА

1 Lang, Z. Q., Jing, X. J., Billings, S. A., Tomilinson, G. R., & Peng, Z. K. (2009). Significant effects of nonlinear damping on vibration isolation. Journal of Sound and Vibration, 323, 352–365.

2 Peng, Z. K., Meng, A., Lang, Z. Q., Zhang, W. M., & Chu, F. L. (2012). Study of the effects of cubic non-linear damping on vibration isolations using Harmonic Balance Method. International Journal of Non-Linear Mechanics, 47(10), 1065–1166.

3 Xiao, Z. L., Jing, X., & Cheng, L. (2013). The transmissibility of vibration isolators with cubic non-linear damping under both force and base excitations. Journal of Sound and Vibration, 332(5), 1335–1354.

4 Iskakov, Zh. (2017). Dynamics of a vertical unbalanced gyroscopic rotor with nonlinear characteristics. In New Advances in Mechanisms, Mechanical Transmissions and Robotics (Vol. 46, pp. 107–114). Mechanisms and Machine Science.

5 Mofidian, S. M. M., & Bardaweel, H. (2018). Displacement transmissibility evaluation of vibration isolation system employing nonlinear-damping and nonlinear-stiffness elements. Journal of Vibration and Control, 24(18), 4247–4259.

6 Iskakov, Zh., Bissembayev, K., Jamalov, N., & Abduraimov, A. (2021). Modeling the dynamics of a gyroscopic rigid rotor with linear and nonlinear damping and nonlinear stiffness of the elastic support. Machines, 9(11), 276.

7 Iskakov, Z., Jamalov, N., & Abduraimov, A. (2022). Non-stationary resonance transition of the gyroscopic rigid rotor with nonlinear damping and non-ideal energy source. In Advances in Italian Mechanism Science (Vol. 122, pp. 114–122). Mechanisms and Machine Science.

8 Iskakov, Zh., Bissembayev, K., Jamalov, N., & Kamal, A. (2022). Dynamic modeling of a non-ideal gyroscopic rotor system with nonlinear damping and nonlinear rigidity of an elastic support. Advances in Mechanical Engineering, 14(7), 1–31.

9 Gasch, R., Nordmann, R., & Pfützner, H. (2002). Rotordynamik (2nd ed.). Springer-Verlag.

10 Supreeth, D. K., Bekinal, S. I., & Chandranna, S. R. (2022). A review of superconducting magnetic bearings and their application. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 32(3), Article 148.

11 Zapoměl, J., Koláček, J., Kozánek, J., & Košina, J. (2023). Analysis of levitated flywheels mounted in superconducting bearings. In Advances in Mechanism and Machine Science (Vol. 147, pp. 857–868). Mechanisms and Machine Science.

12 Jha, A. K., & Dasgupta, S. S. (2019). Attenuation of Sommerfeld effect in an internally damped eccentric shaft-disk system via active magnetic bearings. Meccanica, 54(1–2), 311–320.