МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Казахский национальный технический университет
имени К.И. Сатпаева

Т.И. Омаров

ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ РЕЛЬСОВЫХ МАШИН

Алматы, 2014

УДК 621.01:629.43 (072)
ББК 39.275я7
О-57

Посвящается памяти:
научного наставника
С.Н. Кожевникова
и отца И.О. Омарова

Омаров Т.И.
О-57 Динамика механизмов переменной структуры рельсовых машин. – Алматы, КазНТУ им. К.И.Сатпаева, 2014. – 231 с.

ISBN 978-601-228-672-4

В монографии рассматриваются вопросы структуры и динамики исполнительных механизмов рельсовых грузоподъёмных и транспортных машин с учётом изменения их структуры в процессе работы. Показано влияние статической неопределимости механизма передвижения на распределение вертикальной нагрузки, возникновение и рост динамической нагрузки на несущие элементы привода и другие негативные факторы. При исследовании учитываются реальные свойства деталей и сочленений звеньев в механизмах. Приводится методика составления динамических и математических моделей для исследования движения механических систем.

Для научных сотрудников, инженеров, преподавателей и студентов ВУЗов, интересующихся проблемами машиностроения.

Ил. 88. Библиогр.: с. 220 – 230 (166 назв.)

УДК 621.01:629.43 (072)
ББК 39.275я7

Научный редактор: д.т.н. Е.Я. Антонюк, Институт механики
им. С.П. Тимошенко НАН Украины

Рецензенты:
д.т.н., проф. К.С. Иванов, Алматинский университет энергетики и связи
д.т.н., член-корр. НИА РК А.А. Джомартов, Институт механики и машиноведения им. акад. У.А. Джолдасбекова МОН РК

ISBN 978-601-228-672-4

© Омаров Т.И., 2014
© КазНТУ им. К.И. Сатпаева

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ……..…… 5
Г л а в а 1 СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ 11
1.1 Обзор конструкций типовых механизмов рельсовых грузоподъёмных и транспортных машин ……..……. 11
1.2 Обзор работ по исследованию структуры и динамики механизмов рельсовых грузоподъёмных и транспортных машин .....… 32
Г л а в а 2 СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ РЕЛЬСОВЫХ ГРУЗОПОДЪЁМНЫХ И ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН ……. 46
2.1 Механизм передвижения рельсовых машин ……..…. 46
2.2 Анализ структуры механизма передвижения рельсовой машины с индивидуальным приводом ……..……..… 56
2.3 Механизм передвижения тележки ……..……..…… 57
Г л а в а 3 СОСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ...… 64
3.1 Динамическая модель механизма передвижения рельсовой машины …… 64
3.1.1 Определение приведенных моментов инерции……..…… 67
3.1.2 Определение эквивалентной жесткости упругих элементов……... 69
3.1.3 Определение приведенного диаметра и приведённой длины ступенчатого вала …… 71
3.1.4 Приведение крутильных жесткостей валов трансмиссии механизма передвижения рельсовой машины ……..…….....…..... 76
3.2 Характеристики упругих звеньев ……..... 80
3.3 Динамические модели консольных грузоподъемных устройств..... 83
3.3.1 Динамическое моделирование защемленной консольной балки 84
3.3.2 Динамическое моделирование двухопорной консольной балки…..... 88
3.3.3 Определение приведенной массы изгибно-колеблющейся консольной балки переменного поперечного сечения ….....…..... 96
3.3.4 Приведение массы изгибно – колеблющейся консольной балки переменного поперечного сечения с продольным отверстием 106
3.4 Приведение масс с учетом трения на элементах кинематических пар …….....……..... 116
Г л а в а 4 МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ …… 120
4.1 Линейные колебания …… 120
4.1.1 Вынужденные колебания материальной точки без учёта сопротивления ……...…… 121
4.1.2 Явление резонанса ……..... 126
4.1.3 Явление биений ……..... 128

4.2 Нелинейные колебания механических систем ……..... 129
4.3 Параметрические колебания ……..... 135
4.4 Автоколебания ……..... 137
4.5 Колебательные модели подвижного состава подрессоренного рельсового транспорта ……..…… 140
4.5.1 Вынужденные колебания одномассовой системы ……...…… 145
4.5.2 Вынужденные колебания двухмассовой системы …..…..…. 149
4.5.3 Колебания тележечного подвижного состава ……..... 152
Г л а в а 5 ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТРАНСМИССИИ МЕХАНИЗМА ПЕРЕДВИЖЕНИЯ РЕЛЬСОВЫХ МАШИН …….....……..... 158
5.1 Основания для динамического расчета машин ……. 158
5.2 Аналитическое описание движения рельсовых транспортных машин…….....……... 160
5.3 Аналитическое описание движения неподрессоренных рельсовых машин …….....…… 174
5.4 Анализ структуры системы дифференциальных уравнений движения рельсовой машины …….....…….....…… 182
5.5 Анализ решения системы дифференциальных уравнений движения неподрессоренной рельсовой машины ….....…… 190
5.6 Исследование статически определимого механизма передвижения неподрессоренной рельсовой машины …….....…. 194
Г л а в а 6 ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МЕХАНИЗМАХ СТРЕЛОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ КОНСОЛЬНЫХ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ УСТРОЙСТВ …….....….....… 199
6.1 Составление расчетной схемы и аналитическое описание движения консольного грузоподъемного устройства …… 199
6.2 Составление системы дифференциальных уравнений движения консольного грузоподъемного устройства 208
6.3 Анализ решения системы дифференциальных уравнений колебаний консольного грузоподъемного устройства ……..... 215
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ …… 220

ВВЕДЕНИЕ

Существующие в промышленности естественные тенденции повышения производительности рабочих машин определяют актуальность исследований их исполнительных механизмов. Характер динамических нагрузок в механизмах рабочих машин зависит от технологической схемы, от вида выполняемой механизмом операции, от типа самого исполнительного механизма и его привода. Возможны также и другие, не учтённые факторы, возникающие в процессе эксплуатации рабочей машины на производстве.

В современном машиностроении надежность и долговечность машин имеет первостепенное значение, поскольку простои из-за поломок при ремонте приводят к перебоям в выпуске готовой продукции и, как следствие, к большим материальным потерям.

Для надежной работы машин крайне важно так осуществить подбор параметров и элементов (звеньев) входящих в машины механизмов, чтобы возникающие в кинематических парах нагрузки были минимальными. Выбор кинематических схем механизмов и рабочих параметров машины, проведенный при проектировании, должен исключить возможность появления дополнительных нагрузок, кроме тех, которые необходимы для работы данной машины. Дополнительные нагрузки, возникающие в контурах звеньев механизмов машин при ее работе, могут быть следствием дефектов структуры исполнительных механизмов, а также нежелательного динамического режима работы машины. Поэтому при проектировании новых машин следует первостепенное внимание уделить структуре составляющих ее механизмов (структурный синтез механизмов). При исследовании уже созданных машин с целью их реконструкции и модернизации следует, прежде всего, провести структурный анализ исполнительных механизмов.

Анализ структуры механизмов передвижения подавляющего большинства рельсовых технологических и транспортных машин, таких как вагоны трамваев и метрополитена, мостовые краны, слитковозы, завалочные машины сталеплавильных цехов и других машин подобного типа показывает, что на звенья исполнительных механизмов машин наложены избыточные связи. Результатом воздействия этих связей при работе исполнительных механизмов в контурах его звеньев появляются нагрузки, многократно превышающие технологические, т. е. необходимые для перемещения и выполнения других операций. Наличие избыточных связей приводит к статической неопределимости механизмов. Практика эксплуатации машин, имеющих в своем составе исполнительные механизмы с избыточными связями, показывает, что именно статическая неопределимость является причиной повышенных динамических нагрузок, возникающих в приводах механизмов.

Применение методов динамических расчетов проиллюстрировано на примере исследований динамической нагруженности звеньев механизмов напольной завалочной машины, применяющейся в сталеплавильном производстве для загрузки шихтой мартеновских печей. Завалочная машина,

как и большинство технологических рельсовых машин и их тележек, обслуживающих заводские цеха, имеет неподрессоренную опорно-ходовую часть в виде жесткой мостовой конструкции с центральным (групповым) или индивидуальным приводом ходовых колес. Рассматривая опорный механизм передвижения рельсовой машины, можно сказать, что, будучи четырехопорным твердым телом при наличии жесткой мостовой конструкции, он представляет собой статически неопределимую систему из-за одной избыточной геометрической связи в виде четвертого опорного колеса. Общеизвестно, что центральная вертикальная нагрузка равномерно распределяется при наличии трех опор, т.е. трехопорную конструкцию можно считать статически определимой. В результате наличия избыточной связи в элементах соприкасающихся поверхностей системы «колесо-рельс» опорного механизма рельсовой машины нагрузка на колеса при его движении не будет постоянной и распределена она будет неравномерно. Вполне вероятна даже кратковременная потеря контакта одного из колес с рельсом и связанное с этим отсутствие реакции на данное колесо со стороны рельса. В процессе работы машины, при перемещении по мостовой конструкции машины грузоподъемной тележки, происходит изменение положения центра масс системы, в результате чего возможен отрыв одного или даже двух колес от рельсов, что приведет к значительной перегрузке других колес. Восстановление контакта колес с рельсом обычно сопровождается проскальзыванием и ударными нагрузками, значительно превосходящими статические нагрузки. Все это способствует более интенсивному износу и преждевременному выходу из строя деталей и узлов механизма передвижения рельсовой машины.

Ходовой механизм рельсовой машины или механизм, посредством которого осуществляется перемещение машины, является также статически неопределимым из-за наличия избыточной фрикционной связи. Термин «фрикционная связь» подразумевает условие, при котором отсутствует проскальзывание колес относительно рельсов. На каждое из колес пары при движении рельсовой машины кроме геометрических наложено еще по одной фрикционной связи. В механизме, где передача усилия от электродвигателя к ходовым колесам осуществляется по жесткой схеме, показанной на рисунке 1.1, одна из фрикционных связей, наложенных на колеса одной оси, будет избыточной, т.к. для передвижения теоретически достаточно иметь приводным лишь одно из колес пары. Но исходя из практической необходимости, для исключения перекосов при движении рельсовой машины приводными выполняются оба колеса, смонтированные на одной оси вращения. Механизм передвижения машины (моста) образует с рельсами замкнутый контур, в котором при движении формируется дополнительная, сверх необходимой для перемещения, нагрузка на трансмиссионные валы привода. Условиями отсутствия динамических нагрузок в приводе механизма передвижения будет абсолютное равенство геометрических параметров ходовых колес и такой же абсолютно точный монтаж их на трансмиссионных валах с необходимым совпадением осей геометрических

центров колес и валов с осью их вращения. Такие условия практически невыполнимы, поскольку геометрические размеры ходовых колес машины (их диаметры) будут различными в пределах допуска на изготовление. Поэтому при поступательном перемещении машины ее ходовые колеса имеют неодинаковые углы поворота (угловое перемещение), что приводит к закручиванию трансмиссионных валов и как следствие этого – формированию и росту в них моментов сил упругости. В зоне контакта ходового колеса с рельсом возникает сила трения, модуль которой ограничен максимальным значением, определяемым коэффициентом трения скольжения покоя. При достижении моментом сил упругости в трансмиссии значения, превышающего максимальное значение момента силы трения, происходит разрыв фрикционной связи в системе «колесо-рельс», сопровождающийся проскальзыванием колеса относительно рельса. Это называется релаксацией от латинского слова relaxatio – ослабление, т.е. происходит резкое уменьшение значения момента сил упругости. Такое явление периодически повторяется, поэтому движение рельсовой машины сопровождается фрикционными (релаксационными) автоколебаниями, что, очевидно, является следствием избыточной фрикционной связи. Знакопеременные нагрузки, вызываемые автоколебаниями, вызывают преждевременный износ ходовых колес, зубчатых колес и подшипников редуктора механизма передвижения, муфт валов и опор трансмиссии, а также других деталей привода и самого рельсового пути. Все это в целом отрицательно сказывается на эксплуатационной надежности рельсовой машины.

Кроме завалочных машин, аналогичную структурно-кинематическую схему механизма передвижения, а следовательно, и такие же недостатки имеют различные типы мостовых кранов и их тележки, слитковозы и другие рельсовые машины в том числе транспортные, имеющие ходовую часть с упругой системой подвешивания.

Конструктивной особенностью завалочных машин, отличающей ее от других типов грузоподъемных и технологических рельсовых машин, является наличие хобота – консольно-расположенного основного рабочего органа машины, которым осуществляется жесткий захват груженой шихтой мульды, разгрузка содержимого мульды в мартеновскую печь и транспортировка состава вагонеток, нагруженных мульдами с шихтой. При проведении этих операций элементы приводов механизма качания и вращения хобота подвергаются значительным перегрузкам из-за консольного расположения груза в виде сосредоточенной на конце переменной массы. Ось качания хобота расположена на значительном расстоянии (около 7 метров) от центра масс мульды с шихтой общим весом порядка 150 кН. Из-за наличия упругого звена в приводе механизма качания хобота, упругости материала самого хобота при отрыве мульды от платформы, резком торможении и особенно при разгрузке возбуждается колебательный процесс с параметрическим возбуждением, дающий динамическую составляющую нагрузки. Зазоры в сочленениях звеньев механизма качания способствуют появлению ударных нагрузок. Из-за переменности массы при разгрузке

шихты к уже возникшим свободным колебаниям добавляется параметрическая составляющая, возможен даже кратковременный параметрический резонанс. Подобные механические нагрузки испытывают несущие элементы стреловых конструкций подъемных кранов, экскаваторов и других грузоподъемных машин с консольным расположением грузонесущего устройства.

Типовые механизмы реальных рельсовых грузоподъёмных и транспортных машин имеют существенные недостатки, резко ограничивающие возможности повышения их надежности, долговечности и доведения до уровня современных требований. Для исследования нагрузок, возникающих в процессе эксплуатации рабочей машины на производстве, важным этапом является разработка динамических моделей исполнительных механизмов рельсовых машин, в данном случае, механизма передвижения и консольного грузоподъемного устройства. Для изучения структуры и динамики основных исполнительных механизмов рельсовых машин следует составить их полные динамические модели, разработать предложения по усовершенствованию механизмов машин, как систем переменной структуры.

Для выявления динамических нагрузок в контурах звеньев в качестве математического аппарата удобно использовать дифференциальные уравнения движения исследуемых механизмов, учитывающие такие реальные факторы, как упругость звеньев механизмов (трансмиссионные валы привода, консольная балка), их диссипативные свойства, переменность массы материала при загрузке и разгрузке, нелинейные характеристики упругих связей, зазоры в сочленениях звеньев, различие геометрических параметров идентичных деталей (ходовых колёс одной оси). Учитывается также статическая неопределимость привода исполнительного механизма. Как правило, составленные дифференциальные уравнения оказываются нелинейными. Для эффективного решения таких уравнений могут быть использованы современные компьютерные программы. При интегрировании аналитических выражений, связанных с решением задач приведения масс консольной балки переменного поперечного сечения с известными численными параметрами, можно использовать программу «Maple».

В настоящей работе предлагаются методики проведения следующих работ: структурный анализ и синтез типовых механизмов передвижения рельсовых технологических и транспортных машин; составление динамических моделей и методы динамического расчета механизмов передвижения указанных машин с учетом упругих и диссипативных свойств материала звеньев, статической неопределимости привода, пространственных вертикальных колебаний; составление динамических моделей консольных грузоподъемных устройств с учетом переменности структуры механической системы, вызванной зазорами в сочленениях звеньев механизмов, переменной массы ведомого звена и нелинейными характеристиками упругих связей. Структурный анализ и синтез типовых механизмов передвижения рельсовых транспортных и технологических машин проведен с учетом

погрешностей геометрических размеров пары "колесо-рельс" и погрешностей изготовления и монтажа, деформаций основания. Динамическое исследование механизмов передвижения рельсовых машин выполнено с учётом переменности структуры исследуемых систем; показано влияние структурных дефектов (избыточных связей) на формирование и рост динамической нагруженности, возникающей в трансмиссии привода. Составлены кинематические схемы статически определимых механизмов передвижения рельсовых машин и их тележек. Динамическая и математическая модели консольных грузоподъемных устройств составлены с учетом переменности параметров (масса, жесткость), упругости звеньев, наличия зазоров в соединениях. Составлены расчетные схемы консольных балок с переменным поперечным сечением.

Достоверность полученных научных результатов подтверждается экспериментальными данными, проводимыми независимо от данной работы на тех же исследуемых объектах. Максимальные численные значения моментов сил упругости, возникающие в трансмиссионных валах привода при движении рельсовой машины, полученные в результате решения приведенной в данной работе системы дифференциальных уравнений ее движения, составленных при помощи разработанных динамических моделей совпадают с результатами экспериментов, проводимых на аналогичной рельсовой машине под руководством академика АН Украины Ф.К.Иванченко [1 - 3]. Автоколебательный характер изменения нагрузки в приводе рельсовой машины подтверждают осциллограммы, полученные японскими учеными [4].

Разработанные модели исполнительных механизмов рельсовых машин, позволяют при помощи математического описания движения, выявить истинную картину динамических нагрузок несущих элементов приводов, установить причины их возникновения и дать предложения по устранению недостатков. Результаты работы могут быть использованы для динамического исследования действующего оборудования механизмов передвижения рельсовых машин и в грузоподъемных устройствах консольного типа с целью определения истинных нагрузок, возникающих в звеньях (задачи динамического анализа механизмов). Полученные в результате исследования расчеты могут быть положены в основу проектирования и конструирования новых механизмов перемещения рельсовых машин (задачи динамического синтеза механизмов), индифферентных к погрешностям изготовления и монтажа, деформациям основания, структура которых исключает возникновение значительных статических и динамических нагрузок; при создании новых грузоподъемных устройств консольного типа, а также для использования при модернизации существующего оборудования.

По результатам научных исследований, связанных с данной работой получено три авторских свидетельства [5, 6, 7]. Результаты исследований были также использованы при модернизации ходовой части слитковоза блюминга 1150 (завод «Криворожсталь») [8], при написании научной мо-

нографии [9] и составлении учебно-методических комплексов по учебной дисциплине «Динамика машин» [10,11], используемых при обучении студентов и магистрантов по специальности 050712 – «Машиностроение», специализация – «Динамика и прочность машин», а также докторантов PhD (6D071200) по курсам «Нелинейные задачи динамики машин» и «Динамический синтез механизмов» в Казахском национальном техническом университете им. К.И. Сатпаева.

Более широкая и подробная классификация механизмов переменной структуры, а также более глубокий динамический анализ подобных механизмов представлен в монографии Е.Я. Антонюка «Динамика механизмов переменной структуры» [9]. Е.Я. Антонюк – представитель украинской школы динамики машин, основанной известным учёным С.Н. Кожевниковым, работы которого имеют приоритетный характер в данной отрасли науки.

Глава 1
СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1 Обзор конструкций типовых механизмов рельсовых технологических и транспортных машин

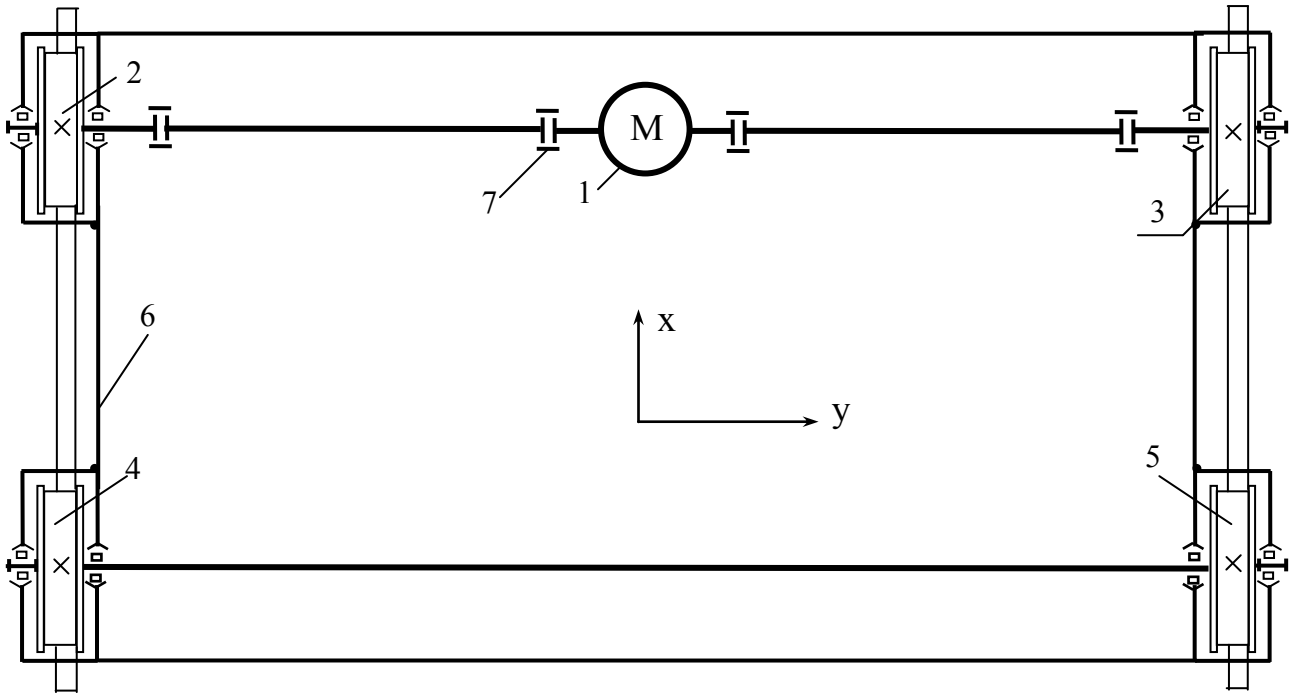
Рельсовые машины по назначению можно поделить на транспортные (вагоны трамвая и метрополитена, железнодорожный транспорт), грузоподъемные (мостовые, башенные, козловые краны, кран-балки), технологические (напольные и крановые завалочные машины, слитковозы, шахтные вагонетки, локомотивы и другие), а также универсальные машины, выполняющие несколько функций.

По конструкции опорно-ходовой части среди рельсовых транспортных, грузоподъемных, технологических машин можно выделить два основных вида. Первый вид представляют машины, оси ходовых колес которых устанавливаются на раме без подрессоривания, второй вид – машины с подрессоренными осями ходовых колес. Первый вид составляют такие машины как мостовые и башенные подъемные краны, напольные и крановые завалочные машины и другие грузоподъемные и технологические машины, условием работы которых является статическое положение основания (рамы). Ко второму виду могут быть отнесены транспортные машины (электровозы, тепловозы, вагоны трамвая и метрополитена), а также некоторые технологические, например, такие как машина для завалки лома в конвертер, слитковоз, ленточные загрузочные и заправочные машины, применяемые в сталеплавильном производстве и другие.

На рисунке 1.1 показана условная кинематическая схема механизма передвижения четырехопорной рельсовой машины с неподрессоренной ходовой частью. Установленная на жесткой раме 6 пара ведущих колес 2 и 3, расположенных на одной оси вращения, имеют групповой (центральный) привод от одного электродвигателя 1 через редукторы и трансмиссионные валы (редукторы и валы на схеме не показаны). Вторая пара ходовых колес 4 и 5 также может иметь идентичный независимый привод или выполняется без привода. Такие колесные пары рельсовых машин традиционно выполняются как одно тело, считающееся абсолютно твердым, с жестко смонтированными на оси вращения колесами. Теоретически предполагается, что их диаметры одинаковы, а геометрические оси вращения колес совпадают с их истинными центрами. На самом деле эти предположения неверны, поскольку они не учитывают таких реальных факторов как упругость материала, из которого выполнены валы, зубчатые и ходовые колеса, а также неизбежные погрешности при их изготовлении и монтаже.

Наличие этих факторов, в частности погрешности геометрических параметров при изготовлении и монтаже на жесткой раме четырехопорного рельсового экипажа (рисунок 1.2), также неровности пути, приводит к тому, что центральная вертикальная нагрузка **G** распределяется неравномерно. Это вызовет переменные реакции на колесах $\mathbf{N_i}$ со стороны рельсов

в процессе движения машины. Общеизвестно, что вертикальная нагрузка пространственной неподрессоренной конструкции равномерно распределяется при наличии трех опор.



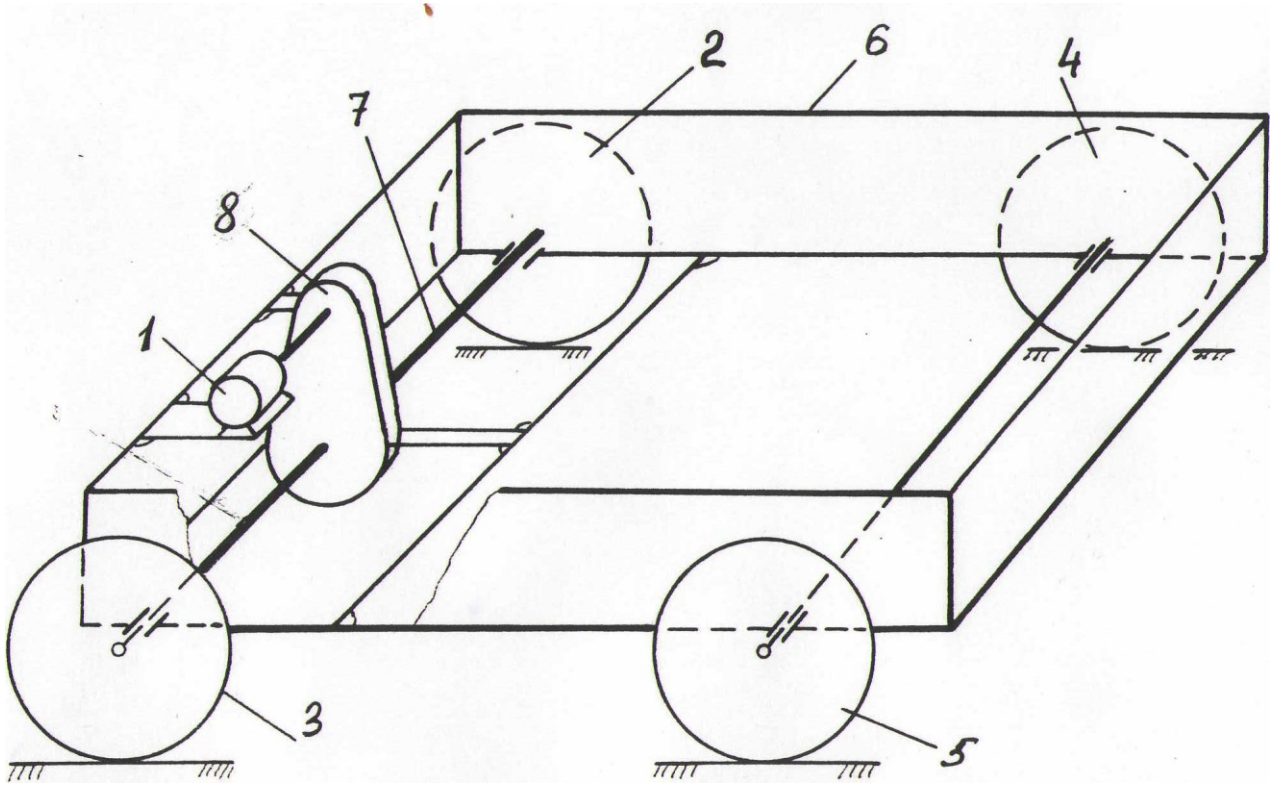
1 – электродвигатель; 2,3,4,5 – ходовые колеса; 6 – рама (кузов); 7 – муфта

Рисунок 1.1 Кинематическая схема механизма передвижения рельсовой машины с групповым приводом ходовых колес

При наличии четырех и более опор вертикальная нагрузка равномерно распределиться может только при наличии абсолютной точности монтажа, одинаковых геометрических размерах колес и идеально ровного рельсового пути, что практически исключено. Следовательно, опорный механизм неподрессоренной рельсовой машины статически неопределим из-за наличия избыточной геометрической связи, реализуемой четвертым опорным колесом.

Избыточная фрикционная связь, наложенная на ведущую пару колес 2 и 3 механизма передвижения машины, вызывает формирование и рост моментов сил упругости в трансмиссии механизма. Значения моментов нарастает до величин, превышающих предельное значение момента силы трения, после чего происходит разрыв фрикционной связи, сопровождающийся проскальзыванием колеса относительно рельса.

Опорно-ходовое устройство неподрессоренной машины при двух кинематически независимых приводных колесных парах трижды статически неопределимо.



1 – электродвигатель; 2, 3 – приводные ходовые колеса; 4, 5 – неприводные ходовые колеса;
6 – рама (кузов); 7 – ведомый вал; 8 –редуктор

Рисунок 1.2 – Схема опорно-ходовой части неподрессоренной рельсовой машины

Одна лишняя геометрическая связь появляется из-за наличия четвертого колеса (опорный механизм) и по одной избыточной фрикционной связи вносит каждый из колесных скатов (непосредственно механизм передвижения). При большем количестве колесных пар (двухосная, трехосная машина и т.д.) каждая пара привносит по две избыточные связи и порядок статической неопределимости, соответственно, повышается. Далее будет показано, что на порядок статической определимости механизма передвижения оказываю влияние и другие факторы.

Эксплуатация мобильных машин при наличии статической неопределимости механизма передвижения приводит к возникновению в приводе динамической нагрузки, способствующей ускоренному износу и преждевременным поломкам несущих элементов трансмиссии.

В некоторых типах рельсовых машин (козловые, башенные краны, мостовые краны с большим пролетом и др.) используется механизм передвижения с индивидуальным (раздельным) приводом ходовых колес, кинематическая схема которого показана на рисунке 1.3. Каждое колесо машины ведущее, имеет свой независимый привод, в связи с чем конструкция трансмиссии в этом случае более компактна, чем в механизме передвижения с групповым приводом колес. Однако, из-за наличия избыточных связей, механизму передвижения, выполненному по такой схеме, будут присущи, в основном, те же недостатки опорного и ходового механизмов. При такой схеме пробуксовывание колес будет происходить даже более интенсивно, чем в механизме с групповым приводом из-за меньшей суммарной податливости (или большей жесткости) валов трансмиссии механизма передвижения с индивидуальным приводом.

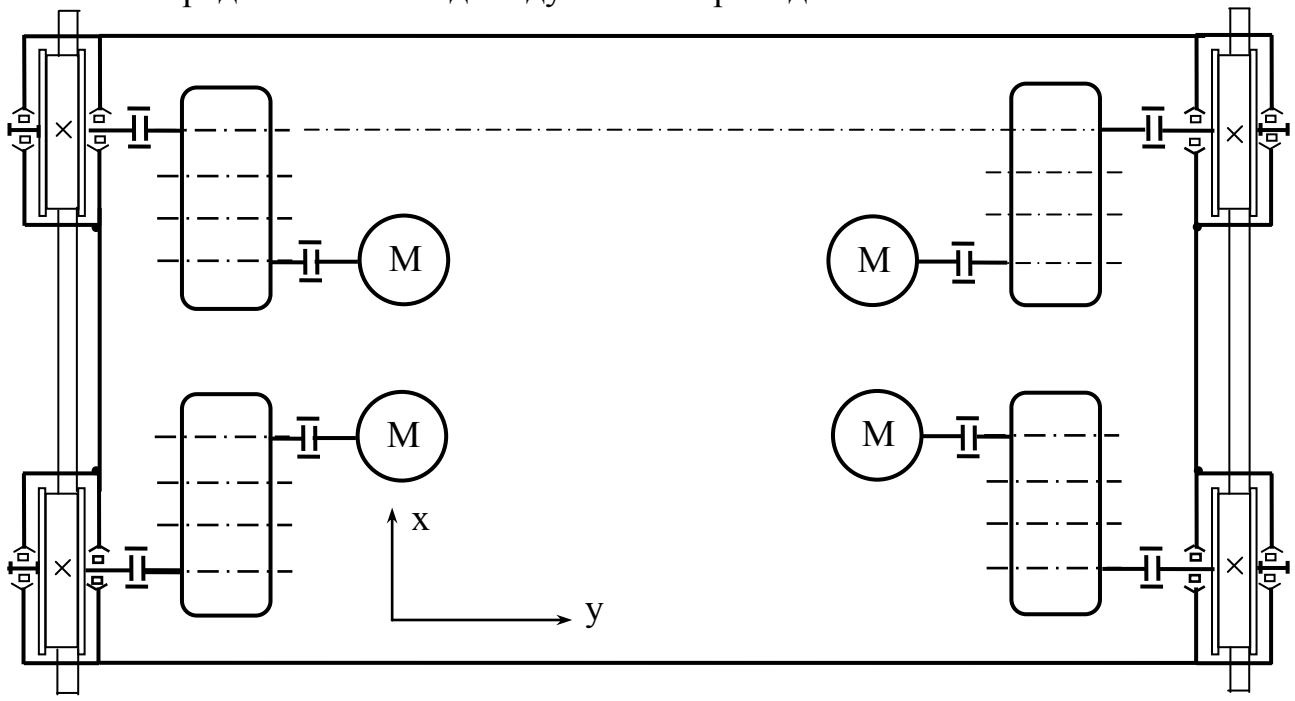


Рисунок 1.3 – Кинематическая схема механизма передвижения рельсовой машины с индивидуальным приводом ходовых колес

Кроме того, при эксплуатации рельсовых машин с индивидуальным приводом ходовых колес отмечается повышенный расход электроэнергии (в три-четыре раза по сравнению с групповым приводом) и перегрузка электродвигателей; перемещение машины сопровождается перекосами, вызывающими дополнительные напряжения в металлоконструкции моста (рамы, кузова) и неравномерное движение машины [12].

На рисунке 1.4 также показана кинематическая схема механизма передвижения также с индивидуальным приводом ходовых колес. Данная схема привода отличается от предыдущей тем, что роторы электродвигателей приводов ходовых колес, расположенных на одной оси вращения, соединены общими валами. Валы были установлены с целью синхронизации вращения колес и уменьшения их пробуксовывания. Из-за наличия избыточной фрикционной связи и разности диаметров ходовых колес в приводе механизма передвижения, а также различных характеристик электродвигателей в такой системе также будут возникать большие динамические нагрузки, повышенный расход электроэнергии и перегрузка электродвигателей. В практике эксплуатации разливочных кранов, механизм передвижения которых выполнен с индивидуальным приводом ходовых колес и общим валом, отмечались случаи, когда соединительные валы разрушались [13].

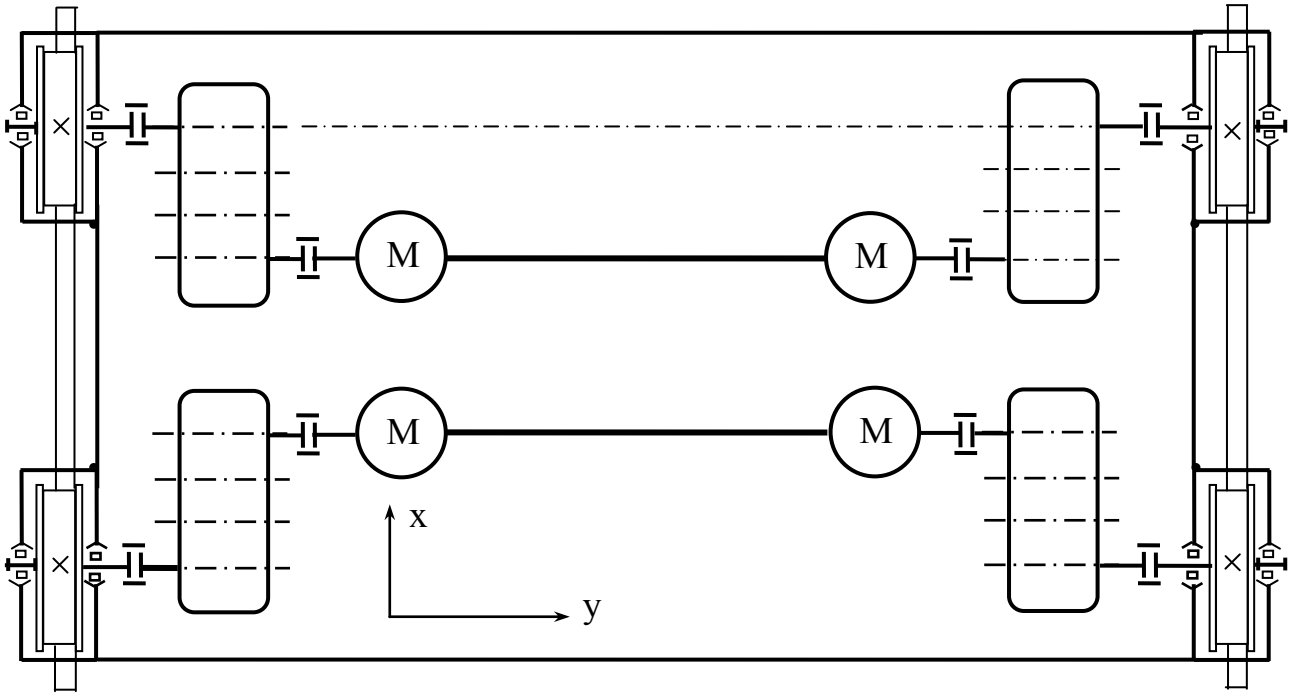


Рисунок 1.4 – Кинематическая схема механизма передвижения рельсовой машины с индивидуальным приводом ходовых колес и общим валом

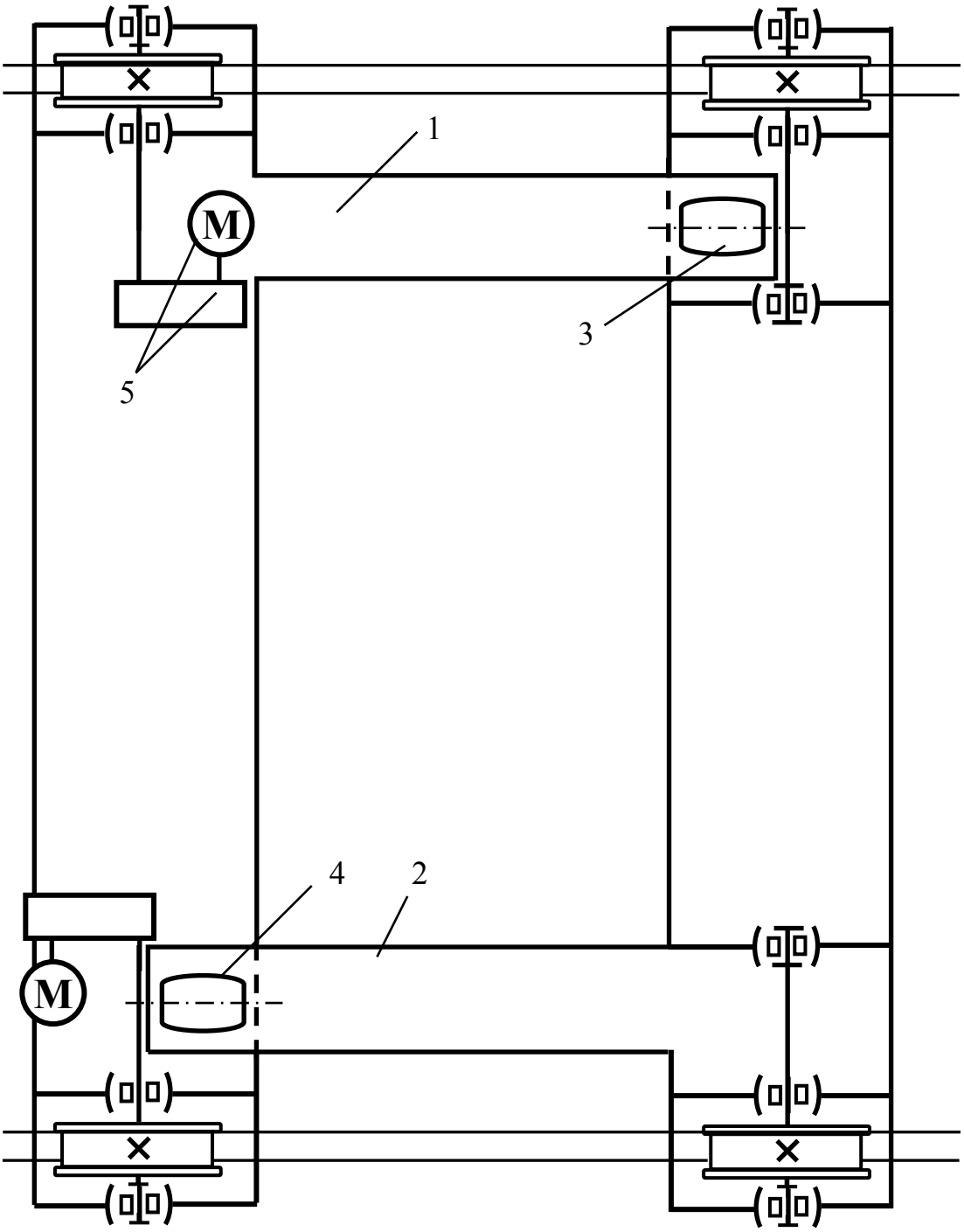
Эксплуатация грузоподъемных машин на рельсовом ходу с жесткой конструкцией рамы, таких как мостовые краны, завалочные машины и другие очень часто сопряжена с затруднениями, обусловленными неисправностями ходовой части машин или нарушением контрольных размеров металлоконструкции. Причиной этих неполадок является в основном деформация подкрановых путей, сопровождающаяся нарушением размера колеи (пролета). Даже незначительные нарушения геометрии подкрановых путей отрицательно оказываются на работе грузоподъемных машин, эксплуатируемых в напряженном режиме из-за повышенной жесткости конструктивных элементов моста (рамы), опорно-ходовой части механизма передвижения и значительных температурных деформаций металлоконструкций. Они вызывают появление поперечных горизонтальных сил и крутящих моментов. Действие поперечных сил приводит к износу колесных реборд, а скручивающие моменты вызывают напряжения и деформации в металлоконструкции моста. Поэтому нередки случаи заклинивания и даже схода кранов с рельсового пути.

Причина всех этих негативных явлений – статическая неопределимость опорного механизма рельсовой машины с жесткой конструкцией моста.

Устранить статическую неопределимость опорного механизма неподрессоренной рельсовой машины позволяет составная конструкция рамы (моста). Рама четырехопорного мостового крана, кинематическая схема механизма передвижения которого показана на рисунке 1.5, состоит из двух Г – образных балок 1 и 2, сочлененных посредством роликов 3 и 4, допускающих взаимное относительное вращение балок моста вокруг оси, проходящей через геометрические центры роликов [14]. Таким образом, вместо одной жесткой четырехопорной рамы (статически неопределимая система) с неравномерно распределенной вертикальной нагрузкой получили две трехопорные балки (статически определимая система). Подобная конструкция составной рамы позволяет более равномерно распределить нагрузки на ходовые колеса и стабилизировать значения реакции на них со стороны рельсов. Подвижное сочленение Г-образных балок (полумостов) допускает значительные нарушения в расположении рельсовых путей, не вызывая перераспределения вертикальных нагрузок между ходовыми колесами и устраняя причины возникновения поперечных сил между колесами и рельсовыми путями. Практика эксплуатации мостовых кранов с составной конструкцией рамы показала, что при такой (статически определимой) конструкции моста значительно возрос (в пять - десять раз) срок службы ходовых колес, почти вдвое уменьшилась потребляемая двигателями механизма передвижения моста электроэнергия, и достигнуто более равномерное распределение мощности между двумя электроприводами [14, 27].

Но механизм привода перемещения машины в схеме, показанной на рисунке 1.5 статически неопределим из-за наличия избыточной фрикционной связи, что приводит к динамической перегрузке в трансмиссии приво-

да. Результатом такой перегрузки будет повышенный износ несущих деталей привода, в том числе и ходовых колес. Хотя износ указанных деталей будет значительно менее интенсивным, чем в кранах с жесткой конструкцией рамы.



1.2 – Г– образные балки, 3,4 – ролики, 5 – привод

Рисунок 1.5 – Схема механизма передвижения мостового крана с составной рамой

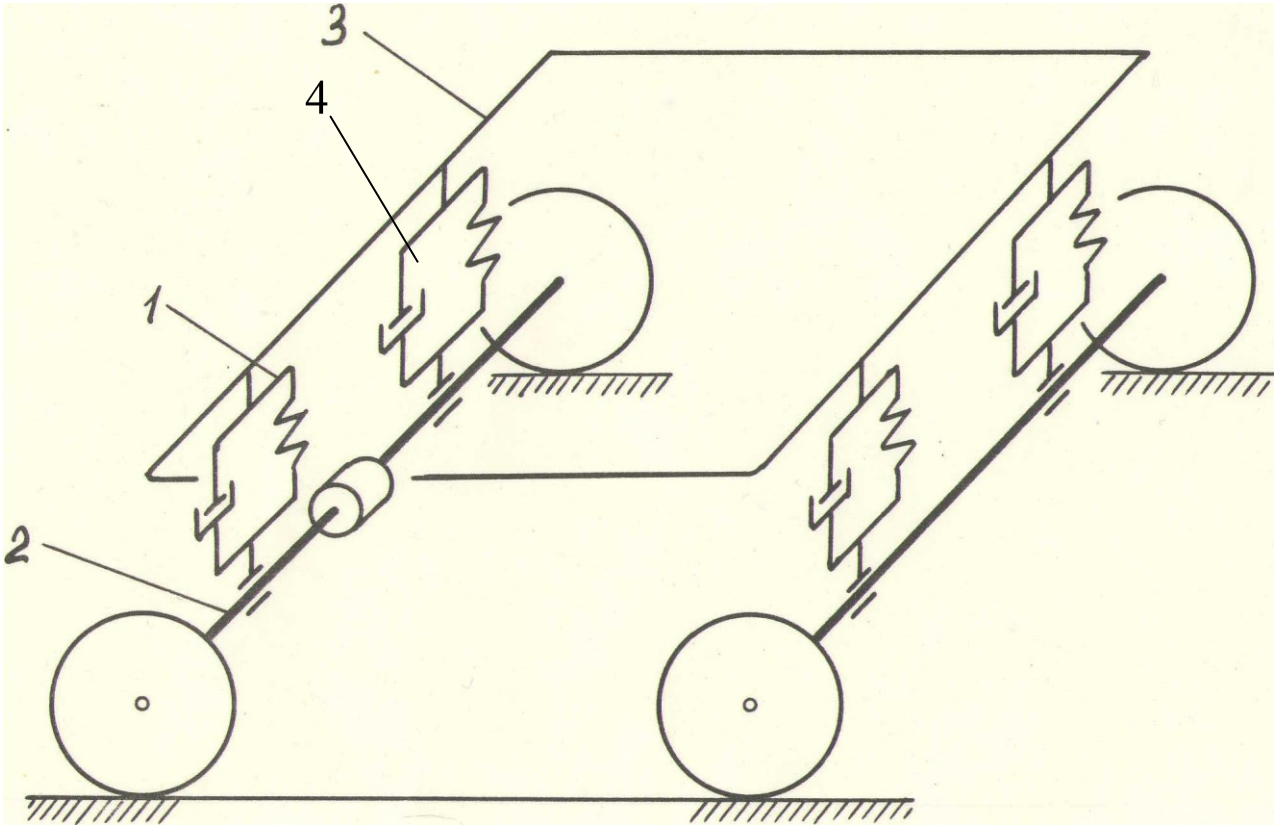
Недостатком данной схемы является также возможное взаимное сме-

щение балок моста, из-за чего трудно реализовать постоянное устойчивое положение на раме рельсовой колеи для перемещения тележки крана. Этот недостаток можно устранить, несколько изменив конфигурацию балок и установив упоры с гидравлическим приводом, которые будут функционировать только при перемещении тележки, т.е. когда механизм передвижения не работает. Таким образом, оказывается возможным осуществить устойчивое положение рельсовой колеи для перемещения крановой тележки. При перемещении самой машины гидроприводы отключаются, и каждая балка вновь становится трехопорной, т.е. система будет статически определима. Подобная модернизация, безусловно, усложнит конструкцию моста (рамы) и работу машиниста, но позволит передвигаться тележке без риска схода с рельсового пути.

В транспортных машинах (рисунок 1.6) связь кузова 3 с ходовой частью 2 осуществляется посредством упругих элементов 1 (листовые рессоры, пружины, пневмоустройства и др.), обеспечивающими необходимую плавность хода, устойчивость, постоянный контакт колес с рельсами или другим путевым покрытием. При наезде ходового колеса на неровность пути энергия удара поглощается и аккумулируется в виде потенциальной энергии сжатия упругого элемента, связывающего ходовую часть машины с кузовом.

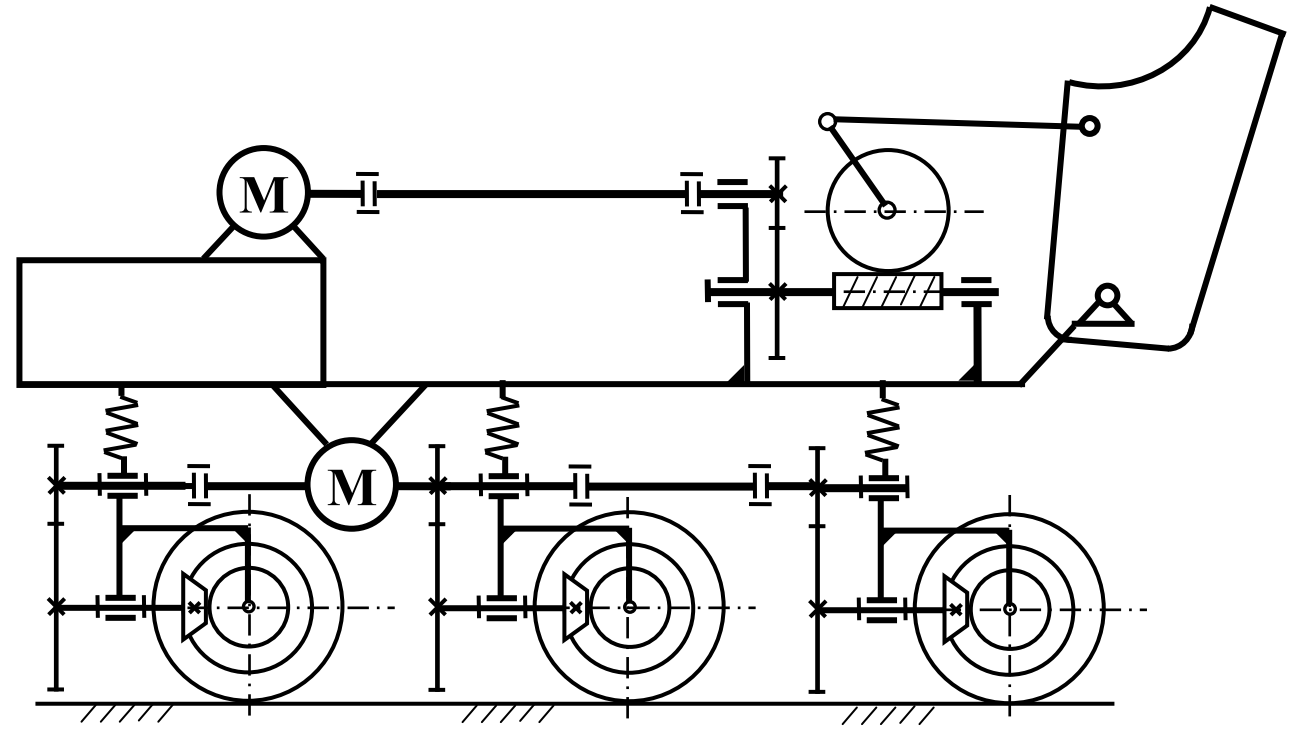
Далее потенциальная энергия преобразовывается в кинетическую энергию, вызываемую колебательными движениями кузова. Следует отметить, что колебания кузова могут быть различными, но в данном случае речь идет о свободных (затухающих) колебаниях, вызванных случайным возбуждением. Амплитуда и частота таких колебаний зависит от характеристик упругих элементов подвешивания и гасителей колебаний. Очевидно, что при упругом подвешивании ходовой части металлоконструкции машин испытывают меньшие, чем неподрессоренные экипажи динамические нагрузки, вызываемые неравномерной деформацией рельсового пути, его стыками, неровностями, засоренностью, наклоном к горизонту, непараллельностью и другими факторами. Подобные схемы механизмов передвижения применяются в основном при создании скоростных систем (железнодорожные локомотивы, пассажирские вагоны трамвая и метрополитена и др.). Для большинства типов технологических и грузоподъемных машин применение механизма передвижения с подрессоренной ходовой частью нецелесообразно, поскольку с увеличением числа упругих связей при переменности массы и других параметров системы в процессе работы машины увеличивается вероятность появления параметрического резонанса.

Кроме рассмотренных четырехопорных конструкций механизмов передвижения применяются многоосные конструкции, такие как железнодорожные вагоны и локомотивы, вагоны трамвая и метрополитена с подрессоренными тележками, некоторые типы подъемных кранов, слитковозы и другие машины.

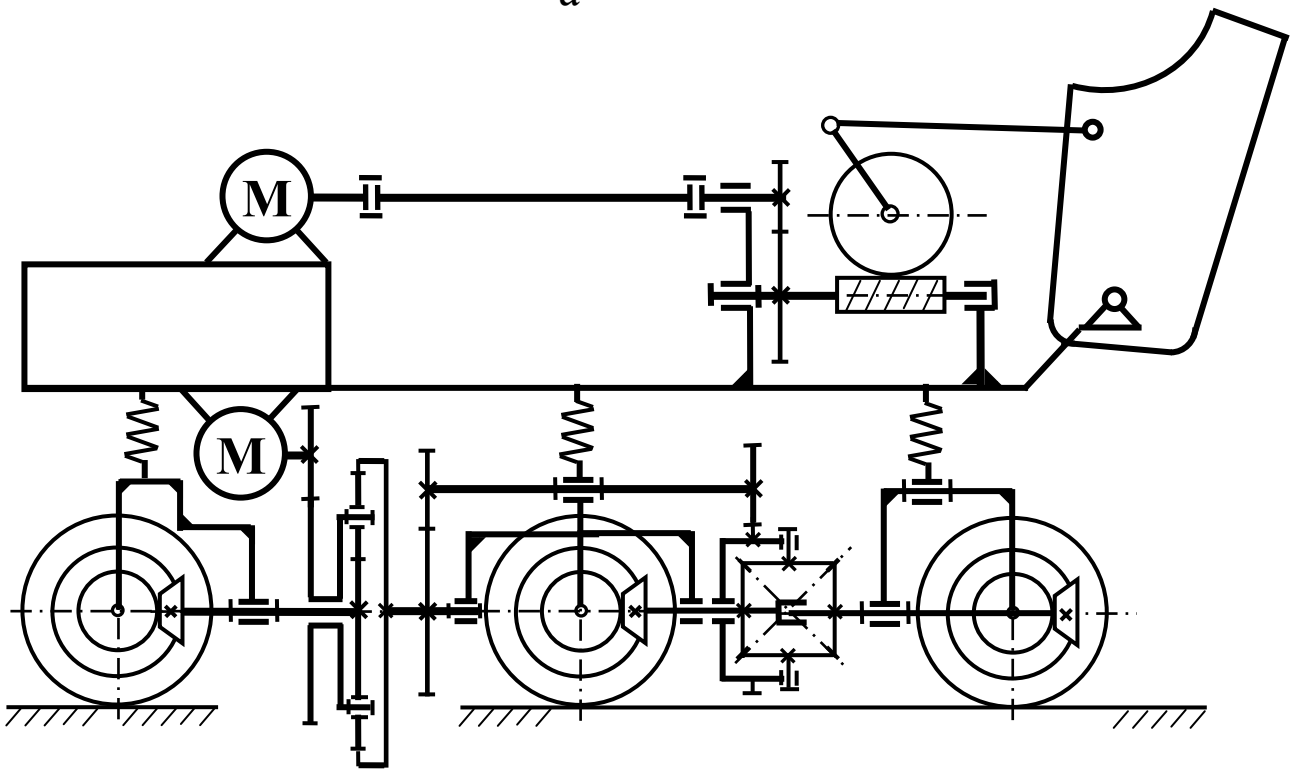


1 – упругий элемент, 2 – ходовая часть, 3 – кузов (рама); 4 – гаситель колебаний (амортизатор)

Рисунок 1.6 – Ходовая часть рельсовой транспортной машины



а



б

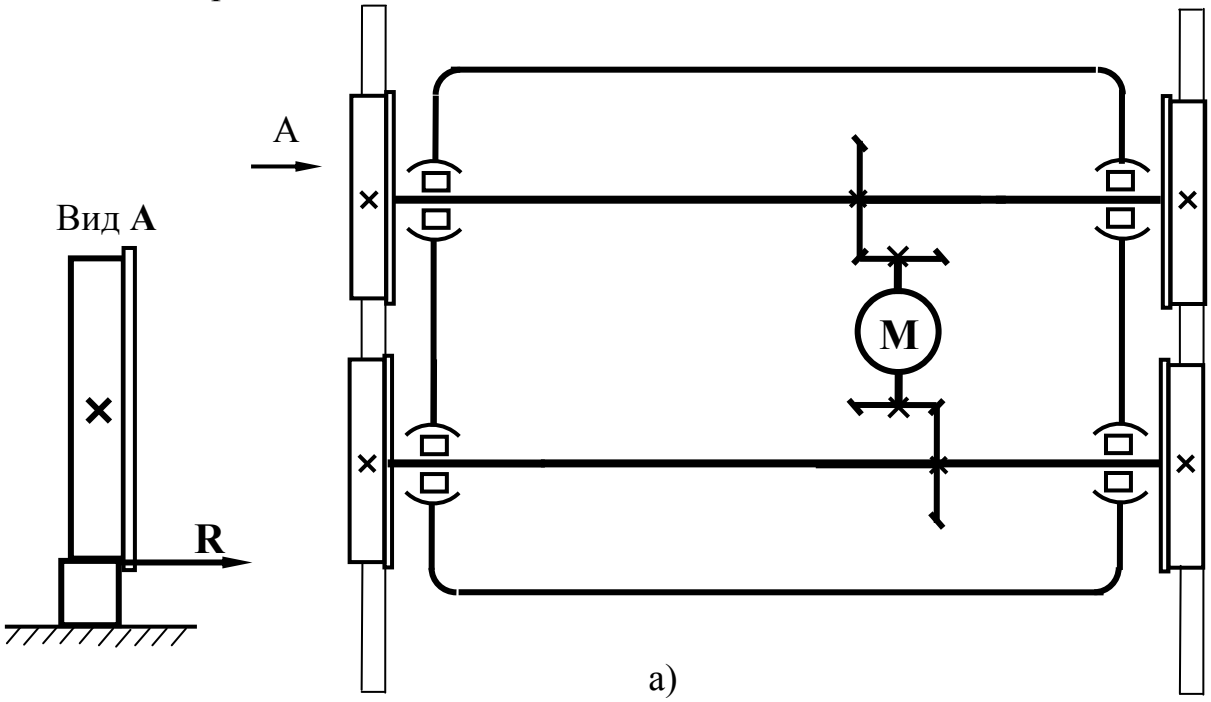
Рисунок 1.7 – Кинематическая схема слитковоза блюминга 1150

На рисунке 1.7,а приведена кинематическая схема слитковоза блюминга 1150, в котором все три пары колес приводятся через зубчатые редукторы от одного двигателя. Развязка привода от двигателя к осям на подрессоренных тележках осуществлена при помощи зубчатых муфт.

Механизм передвижения слитковоза пятикратно статически неопределим. По одной избыточной фрикционной связи вносит каждый из трех скатов. При различных радиусах колес одной оси в валах трансмиссии возникают дополнительные нагрузки, не связанные с сопротивлением качения, в результате чего одно из колес на каждой оси при движении машины будет периодически проскальзывать. При двух ведущих скатах, приводимых одним двигателем, появляется еще одна, а при трех ведущих скатах – две лишние связи. Для устранения избыточных связей в привод следует включить уравнительный механизм, который делил бы силовой поток на три равные части. Такую возможность дает механизм, показанный на рисунке 1.7,б, в трансмиссию которого включено два дифференциала.

Первый из них, непосредственно связанный с электродвигателем, имеет передаточное отношение u = 1 : 2 и делит силовой поток в отношении один к двум, причем одна часть потока приходится на ближайший к двигателю скат, а две части потока второй дифференциал с передаточным отношением u = 1 равномерно распределяет на два других ската. Таким образом, тяговые усилия от всех трех ведущих пар оказываются одинаковыми [8, с. 43-45].

Механизм передвижения трамвайной тележки (рисунок 1.8,а), имеющий привод от одного электродвигателя на две пары колес трижды статически неопределим.

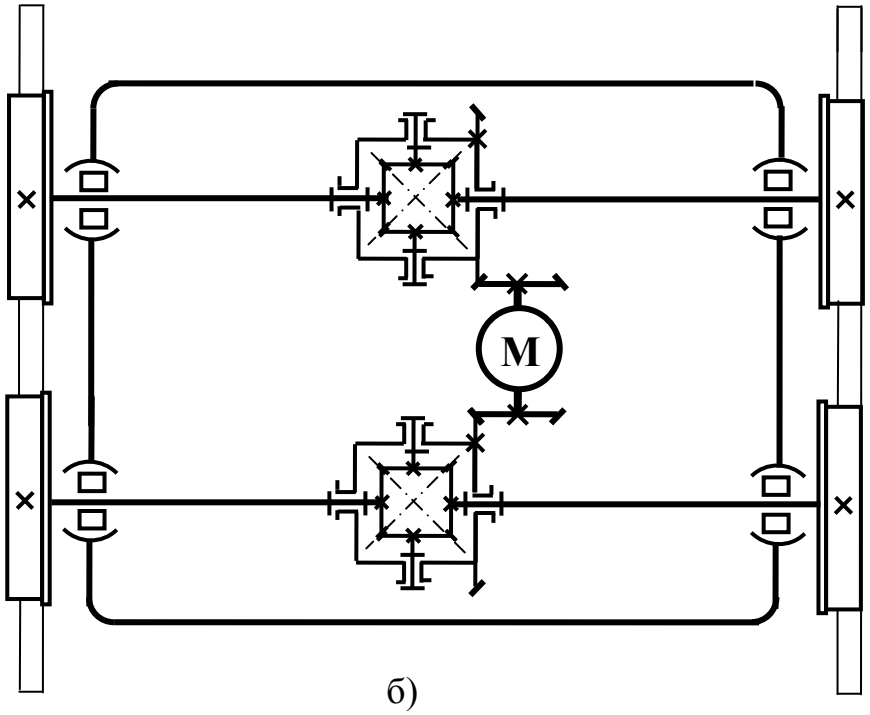


а)

Рисунок 1.8 – Кинематическая схема механизма передвижения тележки трамвайного вагона с приводом от одного двигателя, лист 1

Аналогично ранее рассмотренной схеме слитковоза, по одной избыточной фрикционной связи вносит каждый из двух скатов, которые будут способствовать накоплению в несущих деталях привода избыточной потенциальной энергии. При двух колесных скатах, приводимых от одного двигателя, появляется еще одна, третья избыточная связь. Участки ведомого вала имеют неодинаковую длину, следовательно, и крутильные жесткости этих участков различные. Результатом этого будет движение тележки с перекосами из-за разных значений моментов сил упругости, формирующихся в участках ведомого вала. При этом реборда ходового колеса периодически подвергается действию реакции **R** со стороны головки рельса, вызывая усталостные напряжения в металле.

Опорный механизм тележки трамвайного вагона благодаря упругому подвешиванию статически определим, поэтому для исключения статической неопределимости привода механизма передвижения тележки следует избавиться от избыточных фрикционных связей. Это возможно реализовать введением в привод двух конических дифференциалов, на каждую колесную пару. Это даст механизму две дополнительные степени свободы и механизм передвижения станет статически определимым (рисунок 1.8, б).



б)

Рисунок 1.8 – Кинематическая схема статически определимого механизма передвижения тележки вагона, лист 2

Также трижды статически неопределим из-за избыточных фрикционных связей механизм передвижения тележки трамвайного вагона с двумя приводами (рисунок 1.9). Кроме того, из-за несимметричного расположения электродвигателя левая и правая ветви трансмиссионных валов имеют

различные значения крутильных жесткостей. Это значит, что при движении вагона из-за статической неопределимости привода в ветвях трансмиссии тележки формируются не одинаковые значения моментов сил упругости. В результате поступательное движение тележки сопровождается так называемым «виляниem» – угловыми колебаниями системы в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси. Избавиться от статической неопределимости и в этом случае можно также установив дифференциальные передачи в каждый из приводов.

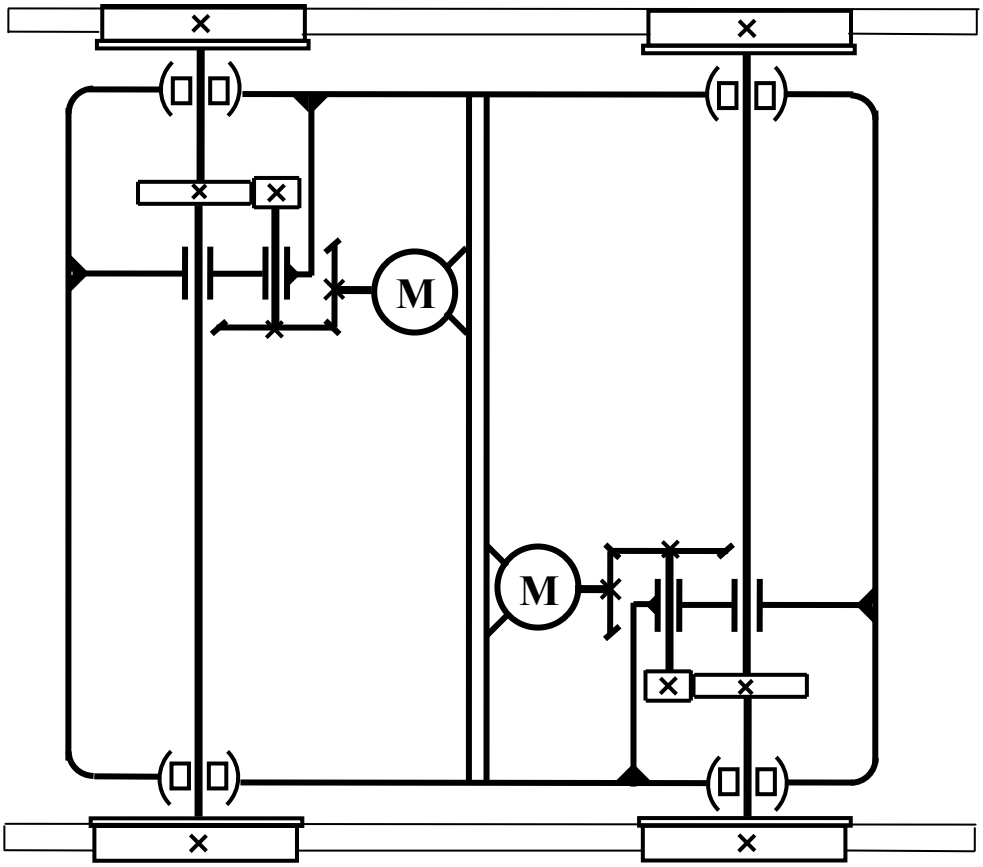
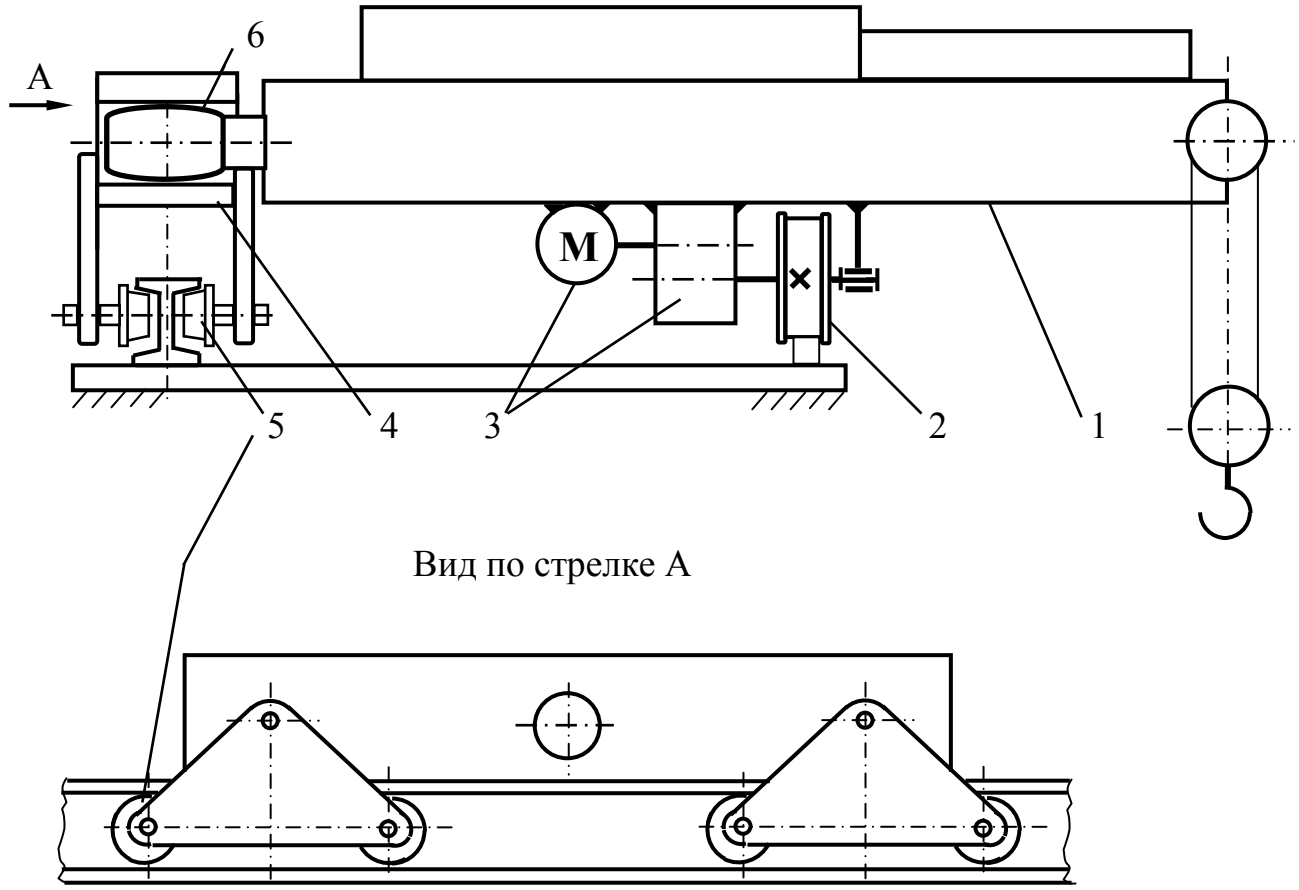


Рисунок 1.9 – Кинематическая схема механизма передвижения тележки трамвайного вагона с двумя приводами

По мостам, платформам технологических и грузоподъемных машин могут перемещаться рельсовые тележки со своими механизмами привода ходовой части. Тележки машин имеют также специальные механизмы для подъема груза, перегрузки материала, загрузки его в плавильные и нагревательные печи и других технологических операций. Очень часто подобные тележки оборудуются консольными грузоподъемными устройствами как, например, в завалочных машинах сталеплавильного производства, машинах для закладывания и доставания заготовок из печи (шаржирмашинах), и других. Башенные подъемные краны и экскаваторы также

снабжены консольным грузоподъемным устройством. По стреле башенного подъемного крана перемещается тележка с тросами для подъема груза. Движение тележки по консоли и меняющаяся длина троса в процессе работы крана приводят к тому, что изгибная жесткость консольной балки и жесткость на растяжение-сжатие троса будут величинами переменными. Переменной окажется также масса при разгрузке, и при неблагоприятном сочетании этих факторов появляется большая вероятность возникновения параметрического резонанса. Кроме того, строительные башенные подъемные краны подвержены воздействию ветровой нагрузки.

В работах [15] и [16] приводятся схемы и описание консольных грузоподъемных устройств на рельсовом ходу. Грузовая консольная тележка крана [16] , схема которой показана на рисунке 1.10 , включает в себя раму 1 с ходовыми колесами 2, приводом 3 и балансирную балку 4 с опорными



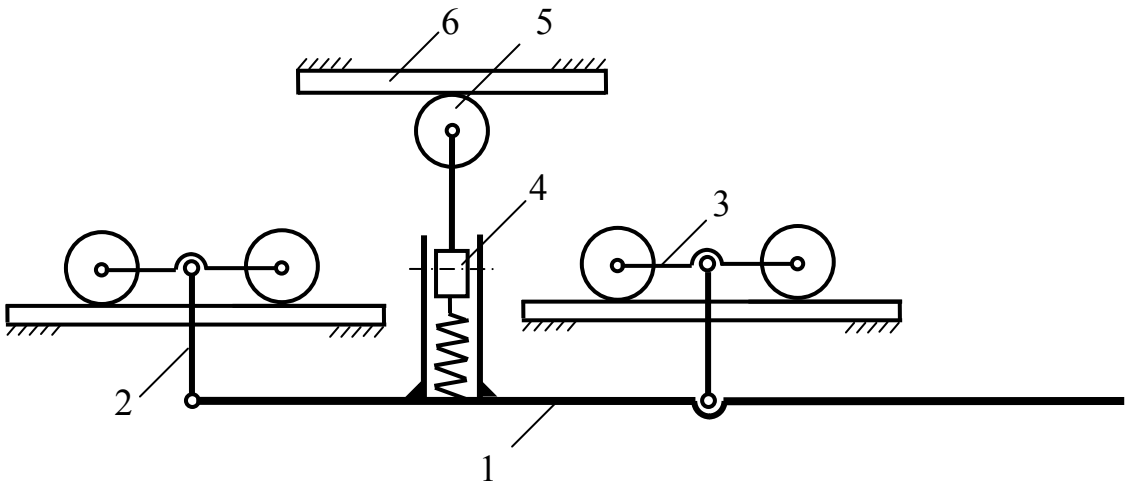
1 – рама, 2 – ходовые колеса, 3 – привод механизма передвижения, 4 – балансирная балка, 5 – опорные ролики, 6 – сферический шарнир

Рисунок 1.10 – Схема грузовой консольной тележки

роликами 5, связанную с рамой сферическим шарниром 6. Недостатком этого устройства является низкая надежность сферического шарнира и удерживающих катков, испытывающих ударные нагрузки при приложении и снятии нагрузки в процессе работы грузоподъемного устройства крана. Кроме того, установленные на одной раме два привода механизма передвижения грузовой тележки при перемещении будут взаимодействовать, что приведет к неравномерной распределению мощности между электродвигателями: один из них работает с перегрузкой, второй – недогружен.

Статическая неопределимость механизма передвижения вызывает повышенный износ ходовых колес из-за их проскальзывания, являющегося результатом релаксационных автоколебаний в приводе.

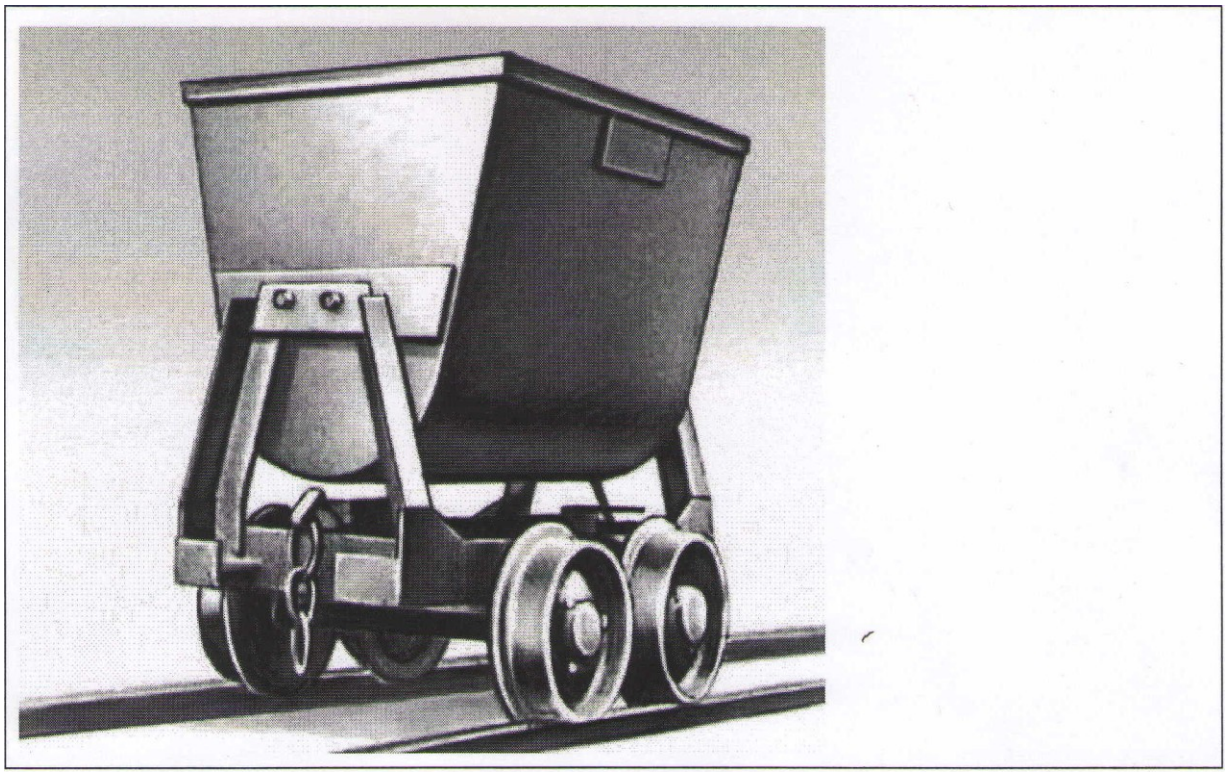
Для устранения ударных нагрузок предлагается тележка крана мостового типа [15] (рисунок 1.11,а) с пружинным устройством для поджатия колес к рельсовым путям. Предлагаемая тележка содержит основание 1 с грузозахватным устройством, подвешенное с помощью тандеров 2 к двум балансирным ходовым тележкам 3, установленным на грузонесущей балке и коромысло 4 с опорными роликами 5, связанное с основанием пружинами, направляющими и шарниром, а с контррельсами 6 – роликами 5. Из недостатков данной тележки следует отметить большую нагруженность опорных роликов, коромысла, пружин и других деталей из-за консольного расположении нагрузки (при подъеме и транспортировке груза) и сложность конструкции. Выполнение связи основания с ходовыми балансирными тележками посредством тандеров создает трудность при реализации перемещения основания и вызывает необходимость установки сложной системы управления приводами ходовых тележек для выравнивания их скоростей.



а)

1 – основание, 2 – тандер, 3 – балансирная тележка, 4 –коромысло, 5 – опорный ролик, 6 – контррельс

Рисунок 1.11 – Тележка крана мостового крана с консольным грузонесущим устройством, лист 1



б)

Рисунок 1.11 – Шахтная вагонетка, лист 2

Все рассматриваемые дефекты опорного и ходового механизмов рельсовых машин, имеющих привод, в полной мере относятся и к неприводным рельсовым механизмам передвижения, таким как железнодорожные вагоны, вагонетки (рисунок 1.11,б), различные платформы для перемещения грузов во внутризаводских помещениях и другие.

Тележки железнодорожных вагонов содержат упругие элементы подвешивания в ходовой части, поэтому ее опорный механизм статически определим, но в осях колесных пар при движении вагона возникает повышенная динамическая нагрузка из-за избыточной фрикционной связи.

Из всех типов грузоподъемных и технологических рельсовых машин в наименее благоприятных условиях эксплуатируются завалочные машины сталеплавильных (мартеновских) цехов. Такие машины предназначены для загрузки пода мартеновских печей шихтой. В процессе работы исполнительные механизмы завалочных машин испытывают значительные динамические нагрузки из-за консольного расположения грузозахватного устройства, статической неопределимости механизмов передвижения моста и тележки, а также других причин. Следует также отметить высокотемпературный режим, в котором работает рабочий орган завалочной машины.

Наибольшее применение получили напольные завалочные машины грузоподъемностью 7,5; 10 и 15 тонн, используемые в мартеновских цехах

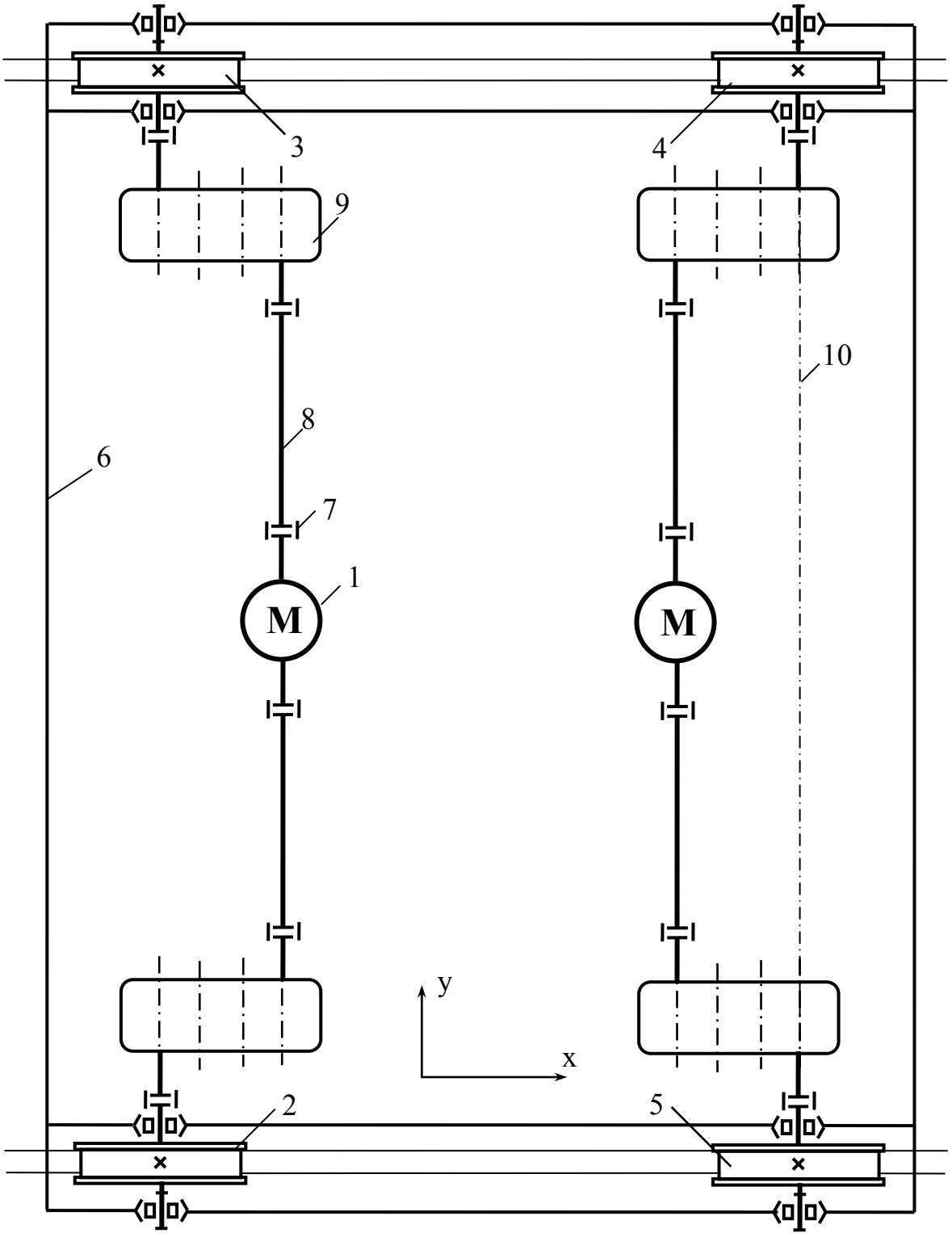
большой производительности. Они имеют в основном одинаковую конструкцию и различаются только размерами и характеристиками приводов исполнительных механизмов. Подробней устройство напольных завалочных машин может быть проиллюстрировано на примере машины грузоподъемностью 147 кН (15 тонн).

Машина состоит из двух основных частей: моста (рамы) и тележки. Для выполнения технологических операций в напольной завалочной машине установлены следующие механизмы: на мосту – механизмы передвижения машины (по одному на каждую из двух колесных пар); на тележке – механизмы передвижения тележки, качания и вращения хобота, а также механизм замыкания мульды.

Кинематическая схема механизма передвижения напольной завалочной машины (моста) с групповым (центральным) приводом ходовых колес показана на рисунке 1.12. Рама моста 6 посредством подшипников, без подрессоривания опирается на четыре ходовых колеса 2, 3, 4 и 5, которые приводятся в движение двумя одинаковыми механизмами передвижения. Привод каждого механизма включает в себя электродвигатель 1, зубчатые муфты 7, быстроходные трансмиссионные валы 8 и редукторы 9. Очевидно, что нагрузка, передающаяся от веса машины на опорные колеса без подрессоривания, окажется неравномерной и непостоянной, а избыточная фрикционная связь, наложенная на одно из колес каждой пары, будет способствовать появлению в приводе релаксационных автоколебаний.

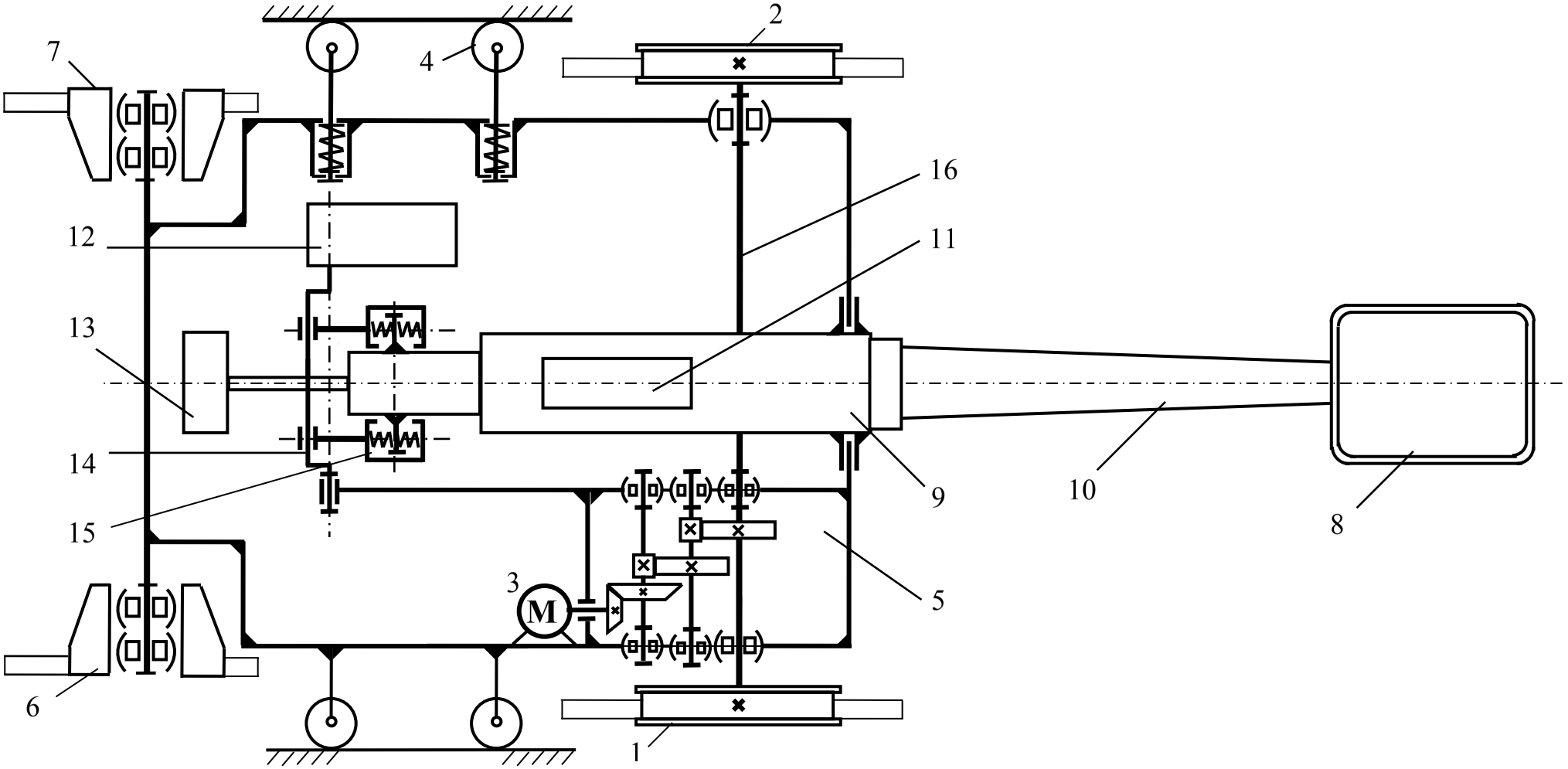
На рисунке 1.13 показана кинематическая схема тележки напольной завалочной машины. На жесткой раме смонтированы механизм передвижения тележки, а также механизмы основного рабочего органа завалочной машины – хобота, обеспечивающего его вращение, качание и замыкание мульды. При помощи этих механизмов осуществляется захват груженой металлоломом или рудой мульды, подъем ее от платформы с последующим направлением и ориентированием в створе мартеновской печи и загрузка (завалка) печи шихтовым материалом с возможным его разравниванием (планированием) внутри печи.

Ходовая часть тележки состоит из двух пар колес, передвигающихся по рельсам, зафиксированным на разных уровнях балок моста. Передняя приводная пара ходовых колес 1 и 2 получает вращение от электродвигателя 3 через редуктор 5. Задняя пара колес – неприводная. Колеса этой пары 6 и 7, выполняющие лишь опорные функции, свободно вращаются на осях, закрепленных на раме тележки, и перемещаются каждое между парой рельсов – верхней и нижней. Рельсы установлены на мосту машины с небольшим конструктивным зазором по отношению к цилиндру качения колеса, необходимым для предотвращения заклинивания колес. Подобная конструкция ходовой части выполнена для предотвращения опрокидывания тележки вокруг оси передних колес при подъеме и транспортировании груженой мульды. Из-за различия длин участков ведомого вала механизма передвижения тележки при ее движении возможны перекосы.



1 – электродвигатель; 2, 3, 4, 5 – ходовые колеса; 6 – рама (кузов); 7 – муфта; 8 – быстроходный вал; 9 – редуктор; 10 – ось вращения ходовых колес

Рисунок 1.12 – Кинематическая схема механизма передвижения рельсовой машины с групповым приводом ходовых колес

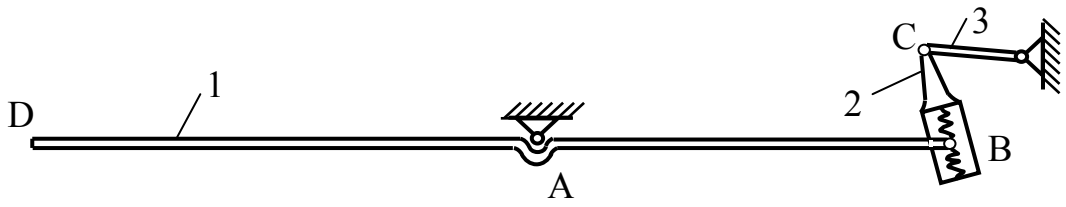


1, 2 – приводные колеса тележки; 3 – электродвигатель; 4 – опорный ролик; 6, 7 – опорные колеса; 8 – мульда; 9 – качающаяся рама; 10 – хобот; 11 – привод механизма вращения хобота; 12 – привод механизма качания хобота; 13 – гидропривод механизма замыкания мульды; 14 – кривошип; 15 – шатун с нелинейной упругой связью; 16 – ведомый вал

Рисунок 1.13 – Кинематическая схема механизма передвижения тележки

Для снижения негативного воздействия этого явления с двух сторон рамы тележки установлены упорные ролики 4, причем с одной стороны они подпружинены. Кроме кинематической схемы механизма передвижения тележки на рисунке 1.13 условно показаны качающаяся рама 9, хобот 10 с приводами механизма его вращения 11 и механизма качания 12, а также гидропривод 13 механизма замыкания мульды.

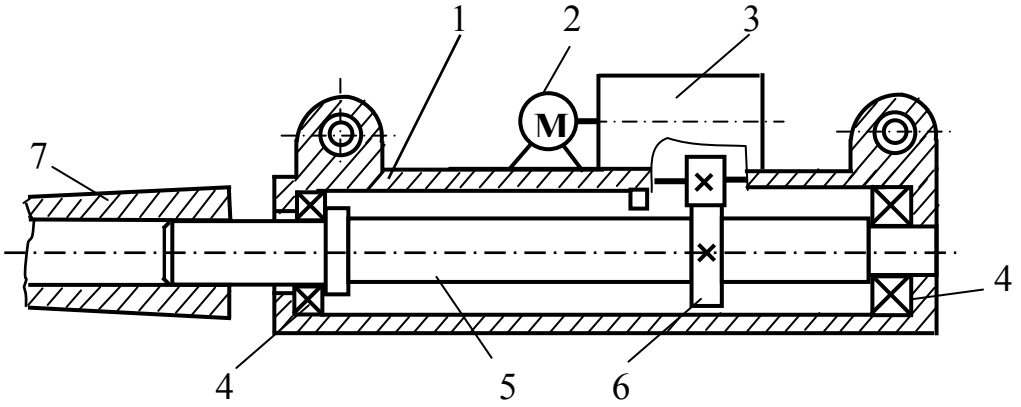
Качание хобота, необходимое для ориентирования и направления в створ мартеновской печи мульды с шихтой, осуществляется кривошипно-коромысловым механизмом (рисунок 1.14), включающем в себя качающуюся раму с хоботом (коромысло 1), шатун 2 с упругими элементами и коленчатый вал (кривошип 3), который получает вращение через редуктор механизма качания хобота от электродвигателя.



1 – коромысло; 2 – шатун с упругой связью; 3 – коленчатый вал (кривошип)

Рисунок 1.14 – Кинематическая схема механизма качания хобота напольной завалочной машины

К передней части рамы тележки шарнирно подвешена литая рама 1 качания хобота (рисунок 1.15), внутри которой на роликоподшипниках 4 установлен мундштук 5, на передней части которого жестко закреплен (сварка с клиньями) основной рабочий орган завалочной машины – хобот 7.

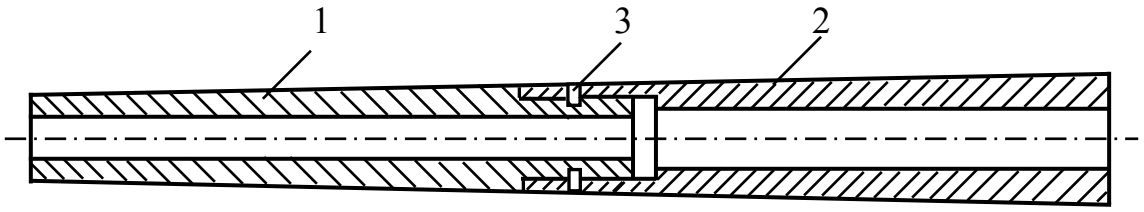


1 – рама; 2 – электродвигатель; 3 – редуктор; 4 – подшипники; 5 – мундштук; 6 – ведомое зубчатое колесо редуктора; 7 – мундштук хобота

Рисунок 1.15 – Мундштук и рама качания хобота

Балка хобота машины (рисунок 1.16) составная; она включает в себя головку 1 и мундштук хобота 2, жестко соединенных посредством сварки и штифтов 3. При работе машины хобот испытывает высокотемпературное воздействие и значительные механические перегрузки, возникающие из-за наличия зазоров в сочленениях звеньев (ударные нагрузки), упругости материала балки хобота, нелинейной характеристики упругой связи в шатуне механизма качания. При выполнении машиной операции «разгрузка» происходит изменение массы разгружаемой шихты, что вызывает параметрические колебания консольного грузоподъемного устройства.

Вращение хобота с мульдой вокруг продольной оси с целью разгрузки ее содержимого во внутреннее пространство мартеновской печи осуществляет механизм вращения хобота. Привод механизма вращения включает в себя (рисунок 1.15) электродвигатель 2, редуктор 3, ведомое колесо 6 которого жестко посажено на мундштук 5 и приводит во вращение хобот.



1 – головка хобота; 2 – мундштук хобота; 3 – штифт

Рисунок 1.16 – Хобот напольной завалочной машины

Основным недостатком тележки является недостаточная надежность механизма ее передвижения из-за неизбежного в данном случае наличия зазора между колесами, рельсами и контррельсами и интенсивных динамических нагрузок (в основном ударных), возникающих в процессе взаимодействия опорных колес с рельсами и контррельсами при разгрузке мульды с шихтой. Кроме того, здесь также, как и в предыдущем случае (механизм передвижения рельсовой машины), будет иметь место неравномерное распределение вертикальной нагрузки от силы технологической нагрузки и веса самой тележки по колесам из-за четырехопорной схемы соединения установленных на общей жесткой раме ходовых и опорных колес.

Наличие разницы диаметров и отклонения рабочих профилей поверхностей качения обоих ведущих колес одной оси в пределах допусков, разрешенных стандартом на изготовление, обуславливает неодинаковое распределение приводных моментов по колесам и работу колесной пары с проскальзыванием. Из-за периодического нарастания моментов сил упругости в трансмиссии возможно (с большой долей вероятности) возникновение фрикционных автоколебаний, что существенно может снизить дол-

говечность таких деталей привода как муфты, валы, зубчатые колеса, ходовые колеса ведущей оси и самих рельсовых путей.

Существенным недостатком механизма передвижения тележки является неодинаковая крутильная жесткость левой и правой ветвей ведомого вала (позиция 16, рисунок 1.13), на котором смонтированы ходовые колеса. При движении тележки из-за статической неопределимости привода в ветвях ведомого вала формируются неодинаковые моменты сил упругости. Вследствие этого тележка движется с перекосами и вилянием – колебаниями вокруг вертикальной оси конструкции, что затрудняет выполнение основной операции завалочной машины – ориентирование и введение мульды с шихтой в створ мартеновской печи с целью ее загрузки.

Рассмотренные в этом параграфе системы можно разделить по структурному и функциональному признаку на следующие основные виды: рельсовые машины с неподрессоренной ходовой частью (рисунки 1.1 – 1.5, 1.12); рельсовые машины с подрессоренной ходовой частью (рисунки 1.6, 1.7); консольные грузоподъемные устройства на рельсовом ходу (рисунки 1.10, 1.11,а, 1.13). Неподрессоренные рельсовые машины, иначе называемые технологические, применяются для погрузочно-разгрузочных операций, работают в цехах заводов, на терминалах, строительных площадках. Подрессоренные скоростные рельсовые машины применяются для перевозки пассажиров и грузов в инфраструктуре городов, а также для междугородних перевозок. Третий тип машин – консольные грузоподъемные устройства, которые, как правило, устанавливают на жесткие платформы неподрессоренных машин. Обзор работ по аналитическому и экспериментальному исследованию структуры и динамики описанных выше систем, а также задачи настоящего исследования рассматриваются в следующем параграфе.

1.2 Обзор работ по исследованию структуры и динамики рельсовых технологических и транспортных машин. Задачи исследования

Большой вклад в разработку структурного анализа и синтеза механизмов внесли Л.В.Ассур, И.И.Артоболевский, Г.Г.Баранов, А.П.Малышев, О.Г.Озол, С.Н.Кожевников, Л.Н.Решетов, Л.Т.Дворников [17 – 26] и другие авторы.

В настоящее время теоретически и экспериментально установлено, что статически определимые механизмы с оптимальными параметрами звеньев гарантируют получение машины минимального веса и значительное увеличение срока службы отдельных деталей и узлов [14, 19, 21, 22, 23, 25 – 28]. Учитывая специфические особенности некоторых видов рельсовых машин, характеризующиеся тяжелыми динамическими режимами, относительно большими деформациями от действия гравитационных сил, технологических нагрузок, а также термоупругих деформаций,

связанных с местным нагревом отдельных узлов и деталей (мостов слитковозов, мульды и конца хобота завалочных машин и составляющих других машин, занятых в горячем производстве), можно сделать вывод о целесообразности разработки статически определимых, адаптирующихся к всевозможным погрешностям изготовления и монтажа, деформациям звеньям механизмов. В связи с этим целесообразно решить вначале задачи структурного анализа типовых механизмов передвижения рельсовых технологических и транспортных машин для выявления наличия в них избыточных связей, вызывающих статическую неопределимость. После чего решается задача динамического синтеза механизма с целью уменьшения динамических нагрузок на несущие элементы привода.

Вопросами динамического исследования несущих систем и трансмиссии рельсовых технологических и транспортных машин В.А.Лазарян, Ф.К.Иванченко, С.А.Казак, М.М.Гохберг, Н.С.Поляков, М.С.Комаров, И.С.Ефремов, П.С.Шахтарь, А.А.Ренгевич, С.В.Вершинский, И.И.Николаев, Е.Я.Антонюк [9, 29 – 34, 36 – 53] и много других авторов.

Динамические явления, возникающие в приводах механизмов в процессе работы рельсовых машин, в подавляющем большинстве случаев рассматриваются без учета структуры механизмов.

В экспериментальных и теоретических исследованиях [1, 4, 31, 32, 36 – 39, 43, 46, 47, 48, 50 – 53] показано, что в трансмиссии механизмов передвижения рельсовых машин и их тележек возникает автоколебательный процесс. В указанных работах приводятся графики изменения моментов сил упругости, полученные экспериментально при работе действующего на заводе технологического оборудования и в процессе движения рельсовой транспортной машины. Но в результате анализа не всегда устанавливается, что является главной причиной возникновения автоколебаний в приводах механизмов передвижения машин, образующих в совокупности с рельсовыми путями замкнутый статически неопределимый контур, и каким путем негативные последствия этих явлений можно устранить или хотя бы снизить эффект их воздействия на детали и узлы привода.

Предлагаемые многими авторами и осуществляемые на практике методы повышения эксплуатационной надежности механизмов передвижения рельсовых машин сводятся в основном к упрочнению отдельных наиболее нагруженных деталей привода за счет увеличения их массы и прочностных характеристик. Предлагаются и другие меры, не исключающих статической неопределимости механизма привода. В частности, на некоторых рельсовых машинах вместо группового привода применялся индивидуальный, вместо цилиндрических редукторов устанавливались червячные, роторы электродвигателей колес одной оси при индивидуальном приводе соединялись общим трансмиссионным валом [13, с. 43; 33, с. 177] . Практика эксплуатации модернизированных таким образом машин показала, что этих мер явно недостаточно для надежной работы, а в ряде случаев наблюдалось повышенное по сравнению с прежней схемой (групповым приводом колес) потребление электроэнергии, поломки и разрушение об-

щих трансмиссионных валов и другие негативные факторы. В работе [54] для уменьшения износа ходовых колес и рельсов предлагается колесная пара дифференциального вращения. Данная рекомендация также не может считаться корректной, поскольку в рассматриваемой работе все звенья исполнительных механизмов принимаются абсолютно жесткими, т.е. не учитывается основной источник повышенных динамических нагрузок – упругость звеньев. Не исследуется структура ходового механизма, дефекты которой также способствуют возникновению и росту динамических нагрузок.

В работах С.Н.Кожевникова, О.Г.Озола, Л.Н.Решетова, Е.Я.Антонюка [9, 19, 20, 23, 24, 25, 26, 48, 49,] показано, что дополнительные, не связанные с технологическими циклом нагрузки, возникают, как правило, при наличии в системе избыточных связей.

Очевидно, что для выявления истинной картины нагружения в приводе механизма передвижения рельсовых машин необходимо разработать динамическую модель, учитывающую влияние структурных дефектов механизма на формирование динамической нагрузки в приводе.

Общими вопросами теории и методами расчета колебаний стержней и балок, в частности с консольным расположением груза и задачами дискретизации масс таких систем занимались лорд Рэлей (Джон Стретт), С.П.Тимошенко, Я.Г.Пановко, В.Л.Бидерман, И.М.Бабаков, А.А.Яблонский, В.И.Феодосьев [55 – 61] и другие авторы.

Фрикционные автоколебания, возникающие в трансмиссиях рельсовых машин и других системах, а также вопросы фрикционного взаимодействия звеньев механизма рассмотрены в работах А.А.Андронова, В.Л.Бидермана, С.Н.Кожевникова, Я.Г.Пановко, А.Н.Голубенцева, А.П.Павленко, Д.Костерина, А.С.Пономарева и других авторов [24, 56, 57, 62-74, 84-87].

В работах [37, 43, 44, 47, 51-53, 75-83] рассматриваются вопросы взаимодействия в системе «колесо – рельс» при движении рельсовых технологических и транспортных машин с учетом таких реальных факторов, как погрешности путевых устройств, износ цилиндров качения ходовых колес, наличие зазоров в сочленениях, податливость материала несущих деталей трансмиссии и других. В качестве мер по снижению и устранению пробуксовывания колес локомотивов предлагаются оптимизация тяговой характеристики электродвигателя [76, с. 272], увеличение сил сцепления в зоне контакта колес с рельсами [78, с. 8; 79, с. 123] с использованием песка и даже рассматривается схема электромагнитного устройства на подвижном составе для автоматической дозированной подачи песка на рельсовые пути во время движения [83]. Но вопрос, будет ли износ ходовых колес и рельсов от абразивной среды больше, чем от пробуксовывания (которое при этом также будет иметь место), остается открытым. В работе [83, с. 207] указывается, что наиболее распространенным и эффективным способом повышения коэффициента сцепления по-прежнему остается подача в зону контакта песка. «Этот метод стабилизации сцепления исполь-

зуется на железных дорогах еще с 1847 года» [83, с. 207]. В этих и некоторых других работах не учитываются упругие свойства трансмиссионных валов локомотивов и погрешности геометрических размеров ходовых колес, приводящие к периодическому их проскальзыванию и на прямолинейных участках пути [84, 85], а не только на закруглениях, как утверждается в работе [45]. В работах [44, 46, 47] показано, что основной причиной разрушения осей рудничных локомотивов является усталость металла, вызываемая крутильными автоколебаниями.

В работах [51, 75, 81, 86] указываются основные недостатки кранового оборудования, среди которых более других отмечается неудовлетворительная работа механизмов передвижения моста и тележки, а также малая стойкость ходовых колес.

Задачами исследования механизмов завалочных машин сталеплавильного производства, а также вопросами описания их конструкций и взаимодействия механизмов в процессе работы занимались Ф.К.Иванченко, С.А.Казак, В.М.Гребеник, И.И.Виниоли, П.З.Петухов, А.И.Сапко, А.Г.Гроховский, М.С.Эйдинов, А.Ф.Миронов, В.И.Зюзин [1 – 3, 13, 31 – 33, 37 – 39, 50, 80, 87 – 101] и другие авторы.

Работы [4, 27, 28, 34, 36, 37, 53, 89 – 91, 95, 100] посвящены экспериментальному исследованию рельсовых грузоподъемных и транспортных машин. Описана измерительная аппаратура, использованная в экспериментах, указаны места съема информации. В работах [36, 50] проводились измерения значений моментов сил упругости в трансмиссионных валах механизма передвижения напольных завалочных машин. Осциллограммы изменения этих моментов показывают, что в системе происходит колебательный процесс. Аналогичный характер носят диаграммы нагружения трансмиссионных валов механизмов передвижения мостовых металлургических кранов и их тележек [27, 28, 34, 37]. На осциллограммах (рисунок 1. 15) при экспериментальном исследовании нагрузки в приводе механизма передвижения рельсовой транспортной машины прослеживается автоколебательный характер изменения значений моментов сил упругости в трансмиссионных валах [4, с.2848].

Вопросы экспериментального исследования динамических процессов, возникающих при работе консольного грузонесущего устройства, применяемого в напольных завалочных машинах, рассмотрены в работах [36, 90, 100]. В работе [100] приведены данные экспериментальных исследований при выполнении машиной операции планирования шихты внутри мартеновской печи и перемещения состава с мульдовыми тележками. Показано, что при столкновениях с большими кусками металла при разравнивании шихты, рабочий орган консольного грузонесущего устройства – хобот подвергается многократным перегрузкам.

В работе [90, с. 57] проведены теоретические исследования колебаний хобота во время резких торможений механизма качания хобота. При исследовании приняты следующие упрощения: хобот с мундштуком длиной 9 метров принят за абсолютно твердое тело, т.е. не принят во внима-

ние фактор упругости материала, из которого изготовлен данный узел. Не учтены также зазоры в соединениях, что при определенных условиям может вызывать ударные нагрузки. Нелинейная (кусочно-линейная) характеристика упругой связи шатуна в механизме качания хобота заменена линейной; не учтена переменная масса шихты при разгрузке материала в мартеновскую печь. А ведь именно при проведении этой операции, вследствие изменения массы возникают наибольшие динамические нагрузки, приводящие к появлению максимальных напряжений. Изменение массы и жесткости упругой связи в процессе работы машины вызывает параметрические колебания, а при неблагоприятных условиях возможно возникновение параметрического резонанса. Все перечисленные реальные факторы не учтены в указанной работе. При таких упрощениях движение системы описывается линейными дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами, решения которых могут быть сравнительно легко получены. Но эти решения в должной мере не соответствуют реальному процессу, происходящему в рассматриваемой системе.

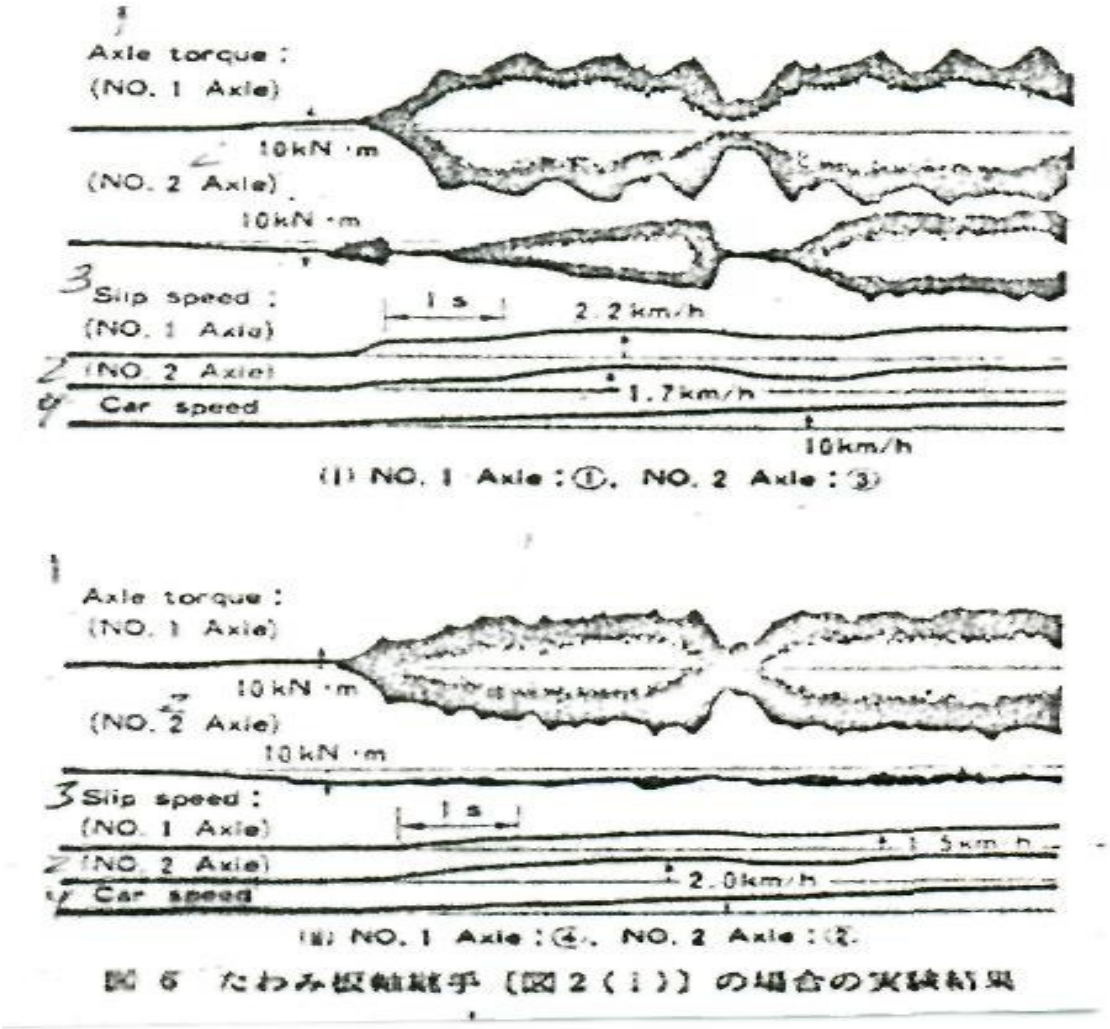


図 6 たわみ板軸継手〔図 2 (i)〕の場合の実験結果

Рисунок 1. 15 – Осциллограммы моментов сил упругости в трансмиссионных валах скоростной рельсовой машины

В работе [90] не указывается, как составлена расчетная динамическая схема, т.е. каким образом от реального объекта с распределенной массой (дискретно-континуальная система) совершен переход к дискретной системе и какие при этом приняты допущения и упрощения. Кроме того, при составлении дифференциальных уравнений движения не учтены достаточно большие нагрузки от сил тяжести звеньев и разгружаемой шихты. Только чистый вес (нетто) разгружаемой шихты составляет порядка 115 кН. Предлагаемая в статье рекомендация, сводящаяся к изменению конфигурации хобота с целью снижения напряжения в материале, не решает всех вопросов повышения надежности. Прежде всего, следует выявить характер динамических нагрузок принять меры к их снижению. Для этого следует составить корректную расчетную динамическую схему и математическую модель, описывающую движение системы переменной структуры с учетом таких реальных факторов, как упругость материала звеньев механизма, переменная масса разгружаемого материала, наличие зазоров в сочленениях звеньев, кусочно-линейная характеристика упругой связи шатуна в механизме качания хобота. Все перечисленные выше факторы оказывают существенное влияние на развитие нежелательных колебательных процессов в механизмах качания и вращения, затрудняющих нормальную работу этих механизмов. Кроме того, при наличии такого количества переменных параметров появляется возможность возникновения параметрического резонанса, пагубно влияющего на надежность всей машины в целом.

В работе [91] рассматривается движение тележки напольной завалочной машины при пуске и торможении. Составленная в статье система линейных дифференциальных уравнений движения тележки описывает движение трехмассовой системы в течение небольшого промежутка времени, лишь до первого проскальзывания колеса. В системе уравнений, описывающих движение тележки, отсутствует дифференциальное уравнение поступательного движения, т.е. не учитывается наличие замкнутого контура с двумя фрикционными связями в зоне контакта соосных колес тележки с рельсами, и таким образом игнорируется факт наличия статической неопределимости исследуемой системы. При такой постановке задачи левое и правое колеса тележки движутся независимо друг от друга, что не соответствует действительности. Составленные в статье дифференциальные уравнения движения не учитывают также разницу диаметров пары ходовых колес тележки, расположенных на одной оси вращения. Следствием этого фактора (разницы) при наличии замкнутого статически неопределимого контура будет то, что движение тележки сопровождается перекосами и проскальзыванием колес относительно рельсов, в том числе и при установившемся режиме движения, а не только в периоды пуска и торможения, как утверждается в статье. Приведенный момент, развиваемый электродвигателем постоянного тока, принят в уравнениях постоянной величиной. В дифференциальных уравнениях движения не учтены диссипативные составляющие, т.е. рассматривается консервативная система. Таким образом, использованные в работах [90, 91] динамические модели являются

чрезвычайно упрощенными, не позволяющими получить результаты, близко совпадающие с полученными из практики.

В монографии Ф.К.Иванченко и В.А.Красношапки «Динамика металлургических машин» [101] описано влияние нелинейных факторов на динамику электропривода в металлургических машинах. Перечисляются физические факторы, обусловливающие нелинейность дифференциальных уравнений, которыми описывается движение исследуемых систем. Среди этих факторов наиболее важными названы следующие:

1) переходные процессы в электродвигателях;

2) силы упругости и их моменты с нелинейными характеристиками;

3) нелинейные характеристик сил трения (упруго-вязкие демпферы);

4) силы технологического сопротивления, описываемые нелинейными зависимостями;

5) переменность некоторых параметров в процессе работы машин, в частности масса и жесткость упругих звеньев и связей.

Все это действительно нелинейные явления, но не были названы такие весьма важные факторы как зазоры в сочленениях звеньев исполнительных механизмов и их статическая неопределимость. Эти факторы существенно влияют на структуру дифференциальных уравнений, описывающих движение исследуемых машин, поскольку при учете зазоров и статической неопределимости уравнения будут иметь переменную структуру.

Нелинейные факторы вызывают повышенные динамические нагрузки в контурах звеньев исполнительных механизмов рабочих машин. В качестве мер по снижению динамических нагрузок в колебательных системах предлагается применять демпферы, амортизаторы и уравновешивающие устройства. Приведены осциллограммы моментов сил упругости, записанные с датчиков, установленных на валопроводах стана холодной прокатки труб Никопольского трубопрокатного завода до установки уравновешивающего устройства и после [101, с. 286]. Графики показывают значительное (более чем в три раза) уменьшение нагрузки в валопроводах. За эти исследования и последующее внедрение результатов работы в производство коллектив авторов во главе с член-корреспондентом АН УССР С.Н.Кожевниковым был удостоен Государственной премии СССР.

Монография [101] содержит большое количество осциллограмм динамических нагрузок, полученных в результате экспериментальных исследований, проводимых в основном авторами и другими учеными. В большинстве своем осциллограммы показывают автоколебательный характер изменения нагрузки в несущих элементах приводов. Приведены осциллограммы изменения моментов сил упругости в механизмах передвижения напольной завалочной машины и ее тележки, а также осциллограммы, записанные при работе механизма качания хобота – консольного грузоподъемного устройства [101, с. 20 – 22].

Сравнительно новым направлением в динамике машин является исследование систем переменной структуры [9, 22, 49, 102 – 106]. Рассматриваемые в данной работе исполнительные механизмы рельсовых техно-

логических и транспортных машин исследовались именно как системы переменной структуры.

Вопросы структуры и динамики механизмов передвижения рельсовых машин и консольных грузоподъемных устройств рассматривались в работах [8, 10, 11, 84, 85, 107 – 127], написанных автором или с его участием.

Необходимо отметить, что теоретические исследования структуры и динамики механизмов рельсовых машин являются в ряде случаев чрезмерно упрощенными и в них не учитываются некоторые существенные свойства их механических систем, решающим образом сказывающихся на их нагруженности в процессе работы машин. Это такие факторы как статическая неопределимость ходовых механизмов, в том числе и порожденная наличием повторяющихся фрикционных связей, упругость материала самих звеньев, переменность массы системы, наличие зазоров в кинематических парах, нелинейность характеристик упругих связей. Не всегда дается обоснование используемой расчетной схемы и приведение дискретно-континуальной системы к дискретной. Исследования движения механизмов неподрессоренных рельсовых машин ограничиваются решениями простейших линейных дифференциальных уравнений, без учета перечисленных выше факторов, существенно влияющих на энергозатраты и работоспособность рельсовых машин.

По результатам данного исследования было получено авторское свидетельство: «Тележка подъемно-транспортного средства» [5]. Изобретение относится к подъемно-транспортному машиностроению, а именно к тележкам напольных завалочных машин сталеплавильного производства, консольных кранов и другого оборудования с консольными грузоподъемными устройствами и может быть использовано в тяжелой индустрии.

Известна тележка напольной завалочной машины с приводом, содержащая основание с ведущими колесами на общем приводном валу и ведомыми колесами, заключенное каждое между рельсом и контррельсом [38, с.128-137]. Основным недостатком тележки является низкая надежность механизма передвижения вследствие неизбежного в данном случае наличия зазоров между колесами, рельсами и контррельсами и интенсивных динамических нагрузок, возникающих в процессе соударения опорных колес с рельсами (контррельсами) при загрузке и разгрузке мульды завалочной машины. Неблагоприятным фактором, также снижающим надежность опорного механизма, является неравномерность распределения нагрузки от сил тяжести груза и тележки по колесам (четырехопорная схема соединения закрепленных на общей раме колес с рельсами). Кроме того, различие в диаметрах и отклонения рабочих профилей поверхностей качания обоих ведущих колес в пределах допусков, предусмотренных стандартами, обуславливают неодинаковое распределение приводных моментов по колесам и работу колесных пар с проскальзыванием. В приводе возможно развитие фрикционных автоколебаний, что существенно может снизить долговечность колес и рельсов.

К такому же виду относится грузовая консольная тележка крана (ри-

сунок 1.10), содержащая раму, ходовые колеса с приводом и балансирную балку с роликами, связанную с рамой сферическим шарниром [16]. Это устройство более подробно описано на страницах 23 – 24.

Наиболее близкой по технической сущности и достигаемому эффекту к предлагаемому изобретению является тележка крана мостового типа [15] с пружинным устройством для поджатия колес к рельсовым путям (рисунок 1.11,а). Данная тележка содержит основание с грузозахватным устройством, подвешенным с помощью тандеров (вертикальных тяг) к двум балансирным ходовым тележкам, установленным на грузонесущей балке, и коромысло с опорными роликами, связанное с основанием пружинами, направляющими и шарниром, а с контррельсами – роликами.

Основным недостатком этого устройства является большая нагруженность несущих деталей при консольном приложении рабочей нагрузки (подъем груза) и сложность конструкции. Другие недостатки данной конструкции описаны на странице 24.

Целью настоящего изобретения является повышение надёжности и упрощение конструкции тележки. Для достижения этой цели в известной тележке, содержащей основание, балансирные ходовые тележки, привод, коромысло с опорными роликами, пружину, шарнирные соединения и вертикальные направляющие, коромысло установлено на балансирной тележке, поддерживающей основание с противоположной от грузоподъемного устройства стороны. При этом геометрическая ось качания коромысла лежит в плоскости симметрии балансирной тележки и параллельна рельсовому пути, колеса этой балансирной тележки расположены на пружинах, а опорные ролики коромысла – на внутренних поверхностях полок рельсовых путей. Поджатие колес и роликов к поверхности полок осуществляется предварительно сжатой пружиной, одним концом взаимодействующей с рамой балансирной тележки, а вторым – через тягу, расположенную в вертикальных направляющих рамы, – с коромыслом, шарнирно связанным с тягой.

Шарнирное соединение, связывающее балансирную тележку с основанием, может быть выполнено в виде двух разнесенных шаровых опор, одна из которых должна быть выполнена с возможностью перемещения вдоль геометрической оси качания балансирной тележки. Кроме того, с целью исключения проскальзывания ведущих колес, равномерного распределения приводных моментов по колесам и упрощения системы управления приводом перемещения, тележка снабжена дифференциалом, водило которого кинематически связано с двигателем, а центральные колеса – с ведущими колесами или приводными валами ходовых балансирных тележек.

На рисунке 1.16 представлен общий вид тележки, на рисунке 1.17 – вид сверху. На рисунке 1.18 представлен вид со стороны стрелки А.

Тележка содержит основание 1, ведущие колеса 2, балансирную тележку 3 с колесами 4, коромысло 5 с роликами 6, тягу 7, пружину 8 и дифференциал 9. Рама 10 балансирной тележки имеет две сферические голов-

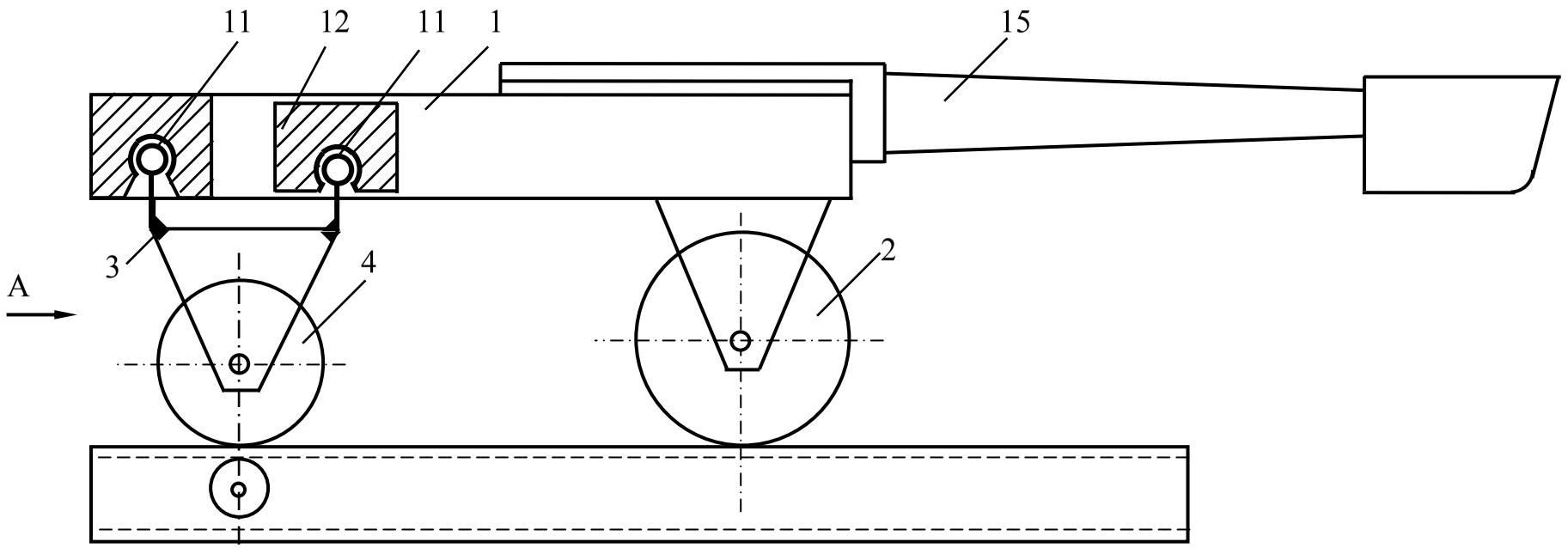
ки 11, 12, одна из которых помещается в сферическом гнезде основания 1, а вторая – в таком же гнезде ползуна 12, расположенного в прямолинейной направляющей основания 1. Тяга 7 шарнирно связана с коромыслом 5 и расположена в вертикальной направляющей 13 рамы 10 балансирной тележки 3. Грузоподъемное консольное устройство 15 установлено на основании 1 тележки. Тележка работает следующим образом. Привод ведущих колес осуществляется от двигателя через дифференциал 9. При перемещении тележки опорные колеса 4 балансирной тележки 3 и ролики 6 коромысла 5 обкатываются по наружным и внутренним поверхностям полок рельсовых путей 14. Относительные угловые перемещения балансирной тележки компенсируют всевозможные погрешности изготовления и монтажа, обеспечивают постоянный контакт колес с рельсовыми путями. Поступательное перемещение ползуна 12 шаровой опоры компенсирует погрешности изготовления и деформации основания и рамы балансирной тележки. Вертикальные усилия от веса груза, собственного веса тележки и грузоподъемного устройства равномерно распределяются по ведущим колесам 2 и соответственно по колесам 4 балансирной тележки 3 и роликам 6 коромысла 5. Усилие предварительно сжатой пружины 8, воздействуя на раму 10 балансирной тележки 3 и посредством тяги 7 на коромысло 5 с роликами 6, обеспечивает необходимое прижатие колес 4 и роликов 6 к полкам рельсовых путей. При снятии и приложении нагрузки на консоли грузоподъемного устройства 13 (загрузке и разгрузке мульды), зазоры между колесами балансирной тележки и полками рельсовых путей не раскрываются вследствие силового замыкания последних, реализуемого предварительно сжатой пружиной 8. Преимущества предлагаемой тележки заключаются в следующем: Значительно снижаются нагрузки на роликах, коромысле, пружине, шарнирном соединении, достигается равномерное распределение движущих моментов по ведущим колесам (приводным валам ходовых тележек) и из-за наличия в приводе дифференциала исключается проскальзывание колес и перекосы при движении, чем обеспечивается значительное повышение надежности тележки. Упрощается конструкция тележки и рельсового пути. Из-за отсутствия зазора не возникают ударные нагрузки при работе консольного грузоподъемного устройства.

Сущность изобретения заключается в том, что тележка подъемно-транспортной машины с консольным грузоподъемным устройством, содержит основание, шарнирно связанное с балансирной тележкой, ведущие колеса с приводом, коромысло с опорными роликами, размещенное в вертикальных направляющих и взаимодействующее с пружиной для поджатия роликов и колес к рельсовому пути. Предлагаемая конструкция отличается тем, что, с целью повышения надежности и упрощения конструкции за счет снижения нагрузок на пружине, коромысле, шарнирном соединении, коромысло установлено на раме балансирной тележки, поддерживающей основание с противоположной от грузоподъемного устройства стороны, причем геометрическая ось качания коромысла лежит в плоскости симметрии балансирной тележки и параллельна рельсовому пути. Колёса ба-

лансирной тележки расположены на наружных поверхностях, опорные ролики коромысла на внутренних поверхностях полок рельсовых путей. Поджатие колёс и роликов к поверхностям полок осуществляется предварительно сжатой пружиной, одним концом взаимодействующей с рамой балансирной тележки, а вторым через тягу, расположенную в вертикальных направляющих рамы этой тележки, с коромыслом, шарнирно связанным с тягой. Шарнирное соединение, связывающее балансирную тележку с основанием, выполнено в виде двух разнесенных шаровых опор, одна из которых выполнена с возможностью продольного перемещения вдоль геометрической оси качания балансирной тележки. Привод тележки снабжен дифференциалом, водило которого кинематически связано с приводным двигателем, а центральные колеса – с ведущими колесами.

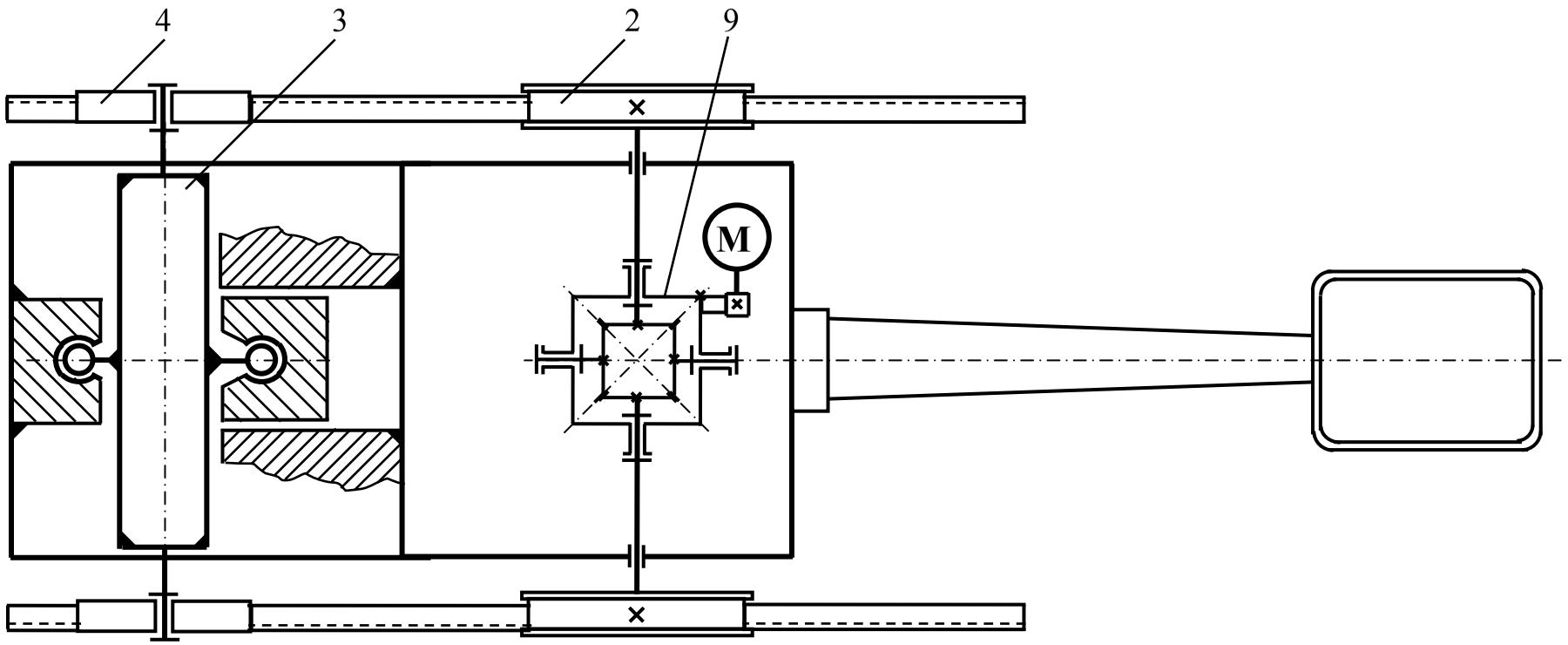
Еще два авторских свидетельства [6, 7], полученные в соавторстве с сотрудниками Института ядерной физики НАН РК, относится к методам улучшения несущих способностей валов тяжело нагруженных машин и агрегатов, работающих в стохастических режимах. Именно к такому классу относятся исследуемые в данной работе машины. Цели обоих изобретений – повышение усталостной прочности и износостойкости несущих деталей привода механизмов машин, работающих в нестационарном режиме. Повышение прочности достигается в одном случае [6] достигается путем лазерной термообработки и последующей пластической деформацией. Результаты проведенных испытаний показали, что усталостная прочность деталей повысилась в 3,1 раза, а износостойкость в 6,4 раза. Цель следующего изобретения [7] – улучшение качества путем лазерного излучения тепловой энергии без пластической деформации. Оба изобретения предлагаются в качестве мер по повышению износостойкости и повышению усталостной прочности тяжело нагруженных валов машин при невозможности кардинально изменить структуру его исполнительных механизмов.

Резюмируя обзор конструкций и научных работ, можно сказать, что в выполненных ранее теоретических исследованиях не достаточно полно вскрыты причины возникновения в приводах исполнительных механизмах повышенной динамической нагрузки, не учтены многие реальные физические свойства рассматриваемых механизмов и их составляющих. В связи с этим в данной монографии рассматриваются следующие задачи исследования: структурный анализ и синтез опорного и ходового механизма передвижения рельсовой машины с целью выявления всех статически неопределимых цепей основных механизмов; разработка динамических моделей статически неопределимых обобщенных механизмов привода ходовой части рельсовой машины с учетом повторяющихся фрикционных связей; математическое описание движения системы с учетом переменности ее структуры; исследование динамических процессов в указанных выше системах, а также разработка динамических и математических моделей для исследования колебаний подрессоренных элементов рельсовых транспортных машин; разработка динамических моделей консольных грузоподъемных устройств с привидением распределенной упруго-инерционной



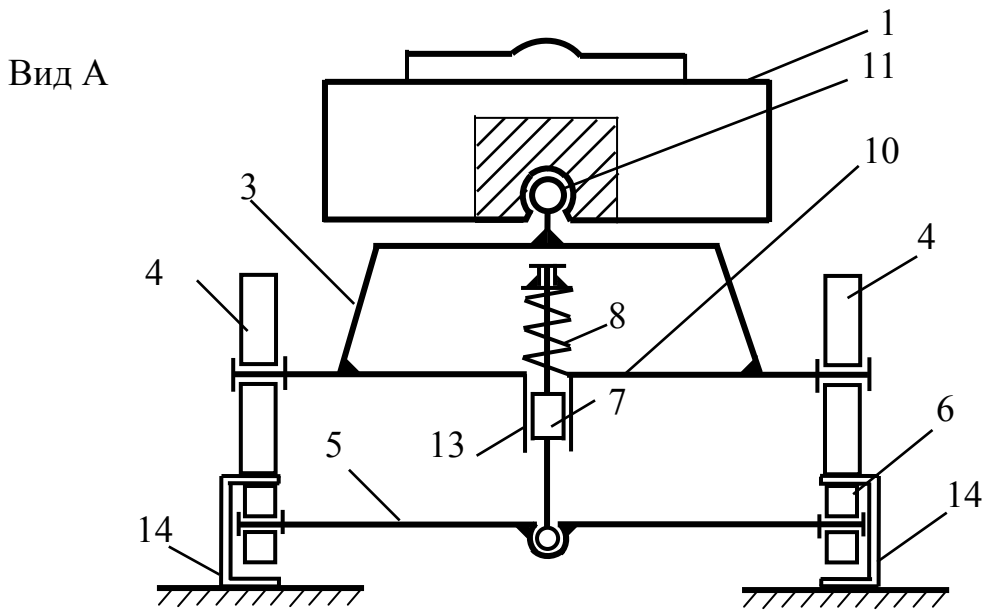
1 – основание; 2 – ведущее колесо; 3 – балансирная тележка; 4 – колесо балансирной тележки;
11 – сферические головки; 12 – гнездо ползуна; 15 – консольное грузоподъемное устройство

Рисунок 1.16 – Тележка подъемно – транспортного средства с консольным грузоподъемным устройством (общий вид)



2 – ведущее колесо; 3 – балансирная тележка; 4 – колесо балансирной тележки; 9 – дифференциал

Рисунок 1.17 – Тележка подъемно – транспортного средства с консольным грузоподъемным устройством (вид сверху)



1 – основание; 3 – балансирная тележка; 4 – колесо балансирной тележки; 5 – коромысло; 6 – ролик; 7 – плавающая подпружиненная опора; 8 – пружина; 10 – рама балансирной тележки; 11 – сферическая головка; 13 – вертикальная направляющая; 14 – рельсовый путь

Рисунок 1.18 – Тележка подъемно – транспортного средства с консольным грузоподъемным устройством

системы к дискретной; исследование динамических процессов, возникающих при работе консольных грузоподъемных устройств (разгрузка, погрузка); математическое описание движения подобных систем с учетом таких нелинейных факторов как зазоры в соединениях звеньев механизма привода, переменность массы разгружаемого материала, кусочно-линейная характеристика упругих связей; разработка предложений по усовершенствованию исполнительных механизмов рельсовых технологических и транспортных машин, в том числе машин, имеющих консольное расположение грузонесущего устройства, с целью повышения их надежности.

Глава 2
СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ РЕЛЬСОВЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ И ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН

В современных рельсовых технологических машинах, большинство из которых испытывают в условиях работы большие нагрузки, в процессе движения возникает деформация основания, зависимая от времени. То же самое можно сказать и о транспортных и других мобильных машинах, передвигающихся по неровному пути. На упругом основании (раме) монтируются все исполнительные механизмы машин. Естественно предположить, что для нормальной, безаварийной работы машины необходимо, чтобы указанные механизмы адаптировались к меняющемуся расположению опорных поверхностей основания, т.е. в материале звеньев механизмов не должны появляться дополнительные напряжения, не связанные с передачей технологической нагрузки. Такому условию в значительной мере соответствуют статически определимые механизмы. Если механизм статически неопределим, то его монтаж на раме, функционирования во время работы машины осуществляется, либо посредством принудительного деформирования звеньев, вызывающего дополнительные усилия натяжения, либо за счет перемещения в пределах зазоров. При этом зазоры, как правило, предусматривают повышенными, что приводит к увеличенным динамическим (ударным) нагрузкам, а сборка и функционирование за счет деформаций приводят к дополнительным натяжениям, которые вызывают снижение долговечности и надежности, ускоренный износ и преждевременные поломки наиболее нагруженных деталей привода.

Поэтому механизмы должны удовлетворять требованиям статической определимости. Это означает, что при создании новых машин в первую очередь следует проводить анализ структуры исполнительных механизмов машины, т.е. проверить на статическую определимость. При наличии статической неопределимости кинематическую схему механизма необходимо откорректировать с целью придания ей статической определимости.

2.1 Механизм передвижения рельсовых машин

В современных технологических рельсовых машинах широко применяется кинематическая схема, показанная на рисунке 1.10. На раме 1 моста в подшипниках без подрессоривания устанавливаются четыре ходовых колеса 2, 3, 4, 5, перекатывающихся по неподвижным рельсам. Привод ходовых колес осуществляется от двух электродвигателей, каждый из которых приводит во вращение пару ходовых колес, расположенных на одной оси вращения.

Для анализа структуры опорного механизма неподрессоренной рельсовой машины будем считать его одним твердым телом (рисунок 2.1),

имеющим четыре опоры с точечным контактом. Такое тело без учета фрикционных связей имеет три степени свободы – перемещения вдоль горизонтальных осей x и y и вращение вокруг вертикальной оси z. На рисунке 2.1 указаны колея – К и база – В машины, а также точка С – ее центр масс (тяжести) и его координаты. Положение центр масс (тяжести) может меняться в зависимости от режима движения машины, который в свою очередь зависит от выполняемой ею работы.

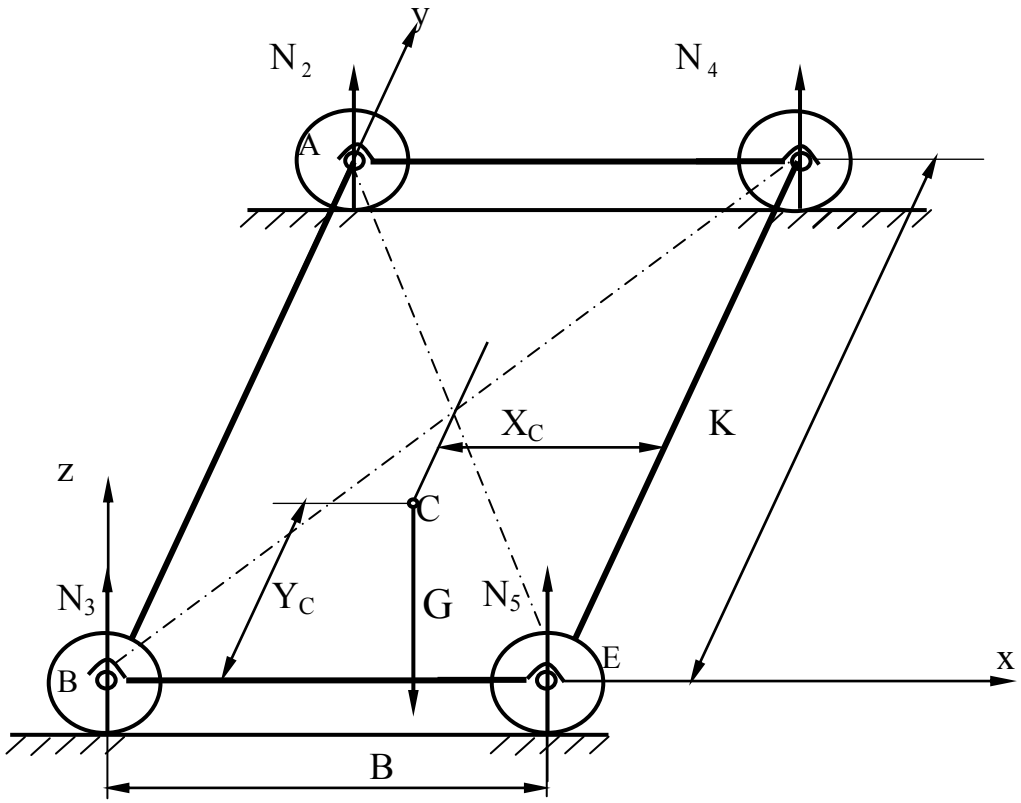


Рисунок 2.1 – Опорный механизм неподрессоренной рельсовой машины

Определим количество избыточных условий связи q по формуле Малышева [23]

$$q = w - 6(n-1) + \sum_{1}^{5}(6-i)p_i \qquad (2.1)$$

$$q = 3 - 6\times 1 + 1\times 4 = 1,$$

где w – число степеней свободы системы, w = 1,

n – 1 – число подвижных звеньев, n – 1 = 1,

i – род кинематической пары, i = 5,

p_i - количество кинематических пар пятого рода, $p_5 = 4$.

Система имеет одну избыточную связь. Физически это проявляется в том, что вертикальная центральная нагрузка распределяется по опорным колесам неравномерно. При наличии неизбежных погрешностей изготовления размеров колес (их диаметров), их расположения на раме, искривлений и взаимных смещений рельсов, нагрузка на одном из колес может оказаться существенно более низкой, чем на других колесах или даже равной нулю, в то время как другое колесо испытывает перегрузку. Из-за неизбежных искривлений, взаимных смещений рельсов и других погрешностей путевых устройств, а также при отсутствии подрессоривания, нагрузка на опорные колеса изменяется спонтанно, так что недогруженным может оказаться любое из колес. В результате недогрузки одного из колес, особенно в те моменты, когда оно из-за неровности профиля пути теряет контакт с рельсом, часть мостовой конструкции зависает в виде консольной балки, вызывая собственным весом внутренние напряжения в металлоконструкции моста, приводящие к появлению усталостных трещин вследствие деформации изгиба. Естественно предположить, что при одном недогруженном колесе остальные колеса будут подвержены воздействию повышенной вертикальной нагрузки, что само по себе снижает долговечность конструкции. По указанным выше причинам, в некоторые мгновения может произойти одновременный отрыв от рельсов сразу двух колес, а два других колеса будут воспринимать всю вертикальную нагрузку. Восстановление контакта колес с рельсами происходит, как правило, мгновенно, т.е. сопровождается ударными нагрузками, что значительно уменьшает долговечность ходовой части рельсовой машины.

Для примера определим истинные значения нормальных составляющих реакций на колеса напольной завалочной машины грузоподъемностью 15 тонн (147 кН) при отсутствии контакта одного из колес с рельсом в разных режимах работы машины.

Основные расчетные размеры механизма передвижения напольной завалочной машины показаны на рисунке 2.1: AB = 9,5 метров – колея машины, AD = 6,2 метра – база машины [128]. Точка C - центр масс машины, положение которого зависит от режима работы машины.

Движение машины возможно в следующих режимах:

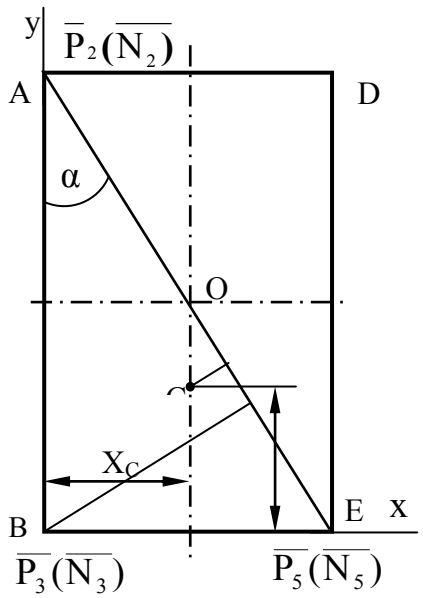
а) движение машины без технологической нагрузки;

б) движение машины при транспортировании состава с мульдовыми тележками;

в) движение машины с полной технологической нагрузкой – зафиксированной на конце хобота груженной металлоломом мульдой общим весом 147 кН; это наименее благоприятный режим работы машины.

Давления на колеса машины $\mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_3$, $\mathbf{P}_4$, $\mathbf{P}_5$, равные нормальным составляющим реакций на колеса, указанные в технической документации завода-изготовителя, были определены при допущении, что нагрузка между двумя колесами, катящимся по одному рельсу распределяется равномерно, т.е. при этом не учитывалась статическая неопределимость опорного механизма передвижения рельсовой машины.

Первый рассматриваемый режим работы машины – движение без технологической нагрузки (рисунки 2.1 и 2.2, вид сверху). Давления на колеса (из технической документации машины [128]) : $\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_4 = 30$ тонн **(**294 кН**),** $\mathbf{P}_3 = \mathbf{P}_5 = 65$ тонн (638 кН). Вес машины $G = 190$ тонн **(**1864 кН**)**, прикладывается точке С. Координаты центра масс системы в первом режиме $x_c = 3{,}1$ метра; $y_c = 3$ метра. При таком положении точки С – центра масс машины наиболее вероятен отрыв от рельса колеса 4 (рисунок 2.1, точка **D**), что соответствует отсутствию его контакта с рельсом, т.е. $\mathbf{N}_4$ $(\mathbf{P}_4) = 0$. Найдем при таких условиях численные значения нормальных составляющих реакций на других колесах – N_2, N_3, N_5, для чего составим уравнения статики для моментов, действующих на машину внешних сил (без учета сил трения), соответственно относительно осей АЕ, АВ, ВЕ в статическом режиме.



Уравнения равновесия при $N_4 = 0$

$$\sum M_x = 0; \quad N_2 \cdot AB - G \cdot y_c = 0$$

$$\sum M_y = 0; \quad G \cdot x_c - N_5 \cdot AD = 0$$

$$\sum M_{AE} = 0; \; G \cdot OC \sin\alpha - N_3 \cdot AB \sin\alpha = 0$$

$$OC = 0{,}5AB - Y_c = 0{,}5 \cdot 9{,}5 - 3 = 1{,}75 \text{ м.}$$

Рисунок 2.2 – Схема распределения на опорные колеса вертикальной центральной нагрузки машины в первом режиме

Решив уравнения, получим значения нормальных реакций, действующих на колеса со стороны рельсов (соответственно давлений на колеса $\mathbf{P}_2$**,** $\mathbf{P}_3$**,** $\mathbf{P}_5$) $N_2 = 60$ тонн (588,6 кН), $N_3 = 35$ тонн (343,4 кН), $N_5 = 95$ тонн (932 кН).

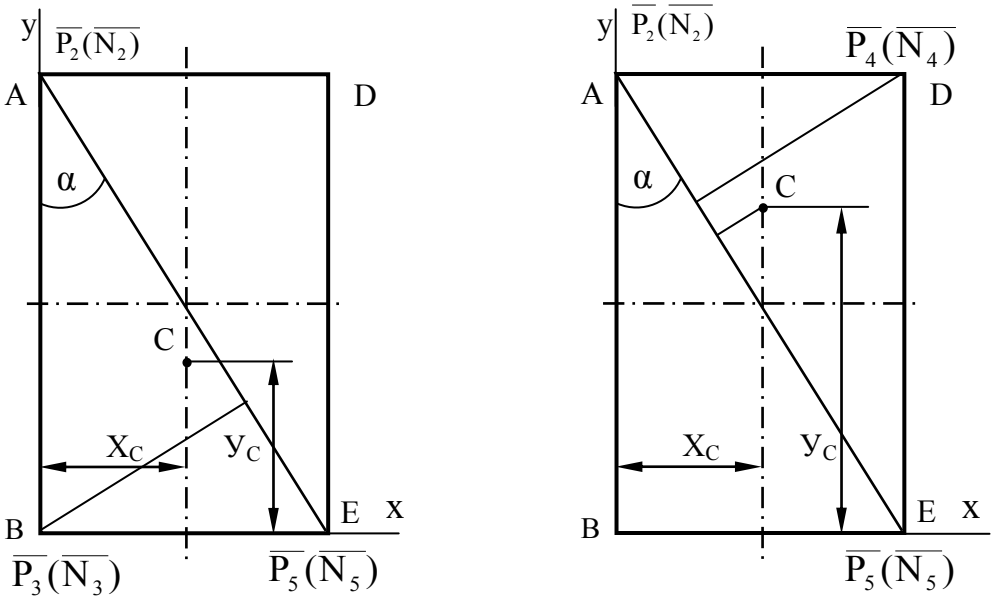
Аналогично определяются значения нормальных реакций в двух других режимах работы машины.

Второй режим работы – движение машины при транспортировании состава с мульдовыми тележками (рисунок 2.3,а). При этом режиме координаты центра масс машины: $X_c = 3{,}1\text{м}$; $Y_c = 4{,}3\text{м}$. Давления на колеса $P_2 = P_4 = 43$ тонны (422 кН), $P_3 = P_5 = 52$ тонны = 510 кН (из технической

документации). Вес машины $G = 190$ тонн $= 1864$ кН**.** Здесь ненагруженным также может оказаться колесо 4, т.е. $\mathbf{N}_4\ (\mathbf{P}_4) = 0$.

Уравнения равновесия в этом режиме по форме не отличаются от составленных ранее уравнений, но с другими значениями $Y_c = 4{,}3$м и $OC = 0{,}5AB - Y_c = 0{,}5 \cdot 9{,}5 - 4{,}3 = 0{,}45$м.

Значения нормальных реакций, полученных при решении уравнений (соответственно давлений на колеса $\mathbf{P}_2$**,** $\mathbf{P}_3$**,** $\mathbf{P}_5$) во втором режиме будут равны N_2 = 86 тонн (843,7 кН), N_3 = 9 тонн (88,3 кН), N_5= 95 тонн (932 кН).



а) б)

Рисунок 2.3 – Схема распределения на опорные колеса вертикальной центральной нагрузки машины во втором – а) и третьем – б) режимах

Третий режим: тележка в крайнем переднем положении с технологической нагрузкой (рисунок 2.3,б). Очевидно, что ненагруженным в этом случае может оказаться колесо 3, т.е. $\mathbf{N_3}\ (\mathbf{P_3}) = 0$. В третьем, наиболее тяжелом, режиме работы максимальный вес машины с грузом $G = 210$ тонны = 2060 кН, координаты центра масс: $X_c = 3{,}1$м; $Y_c = 8$м, давление на колеса $P_2 = P_4 = 80$ тонн = 784,8 кН; $P_3 = P_5 = 25$ тонн = 245,2 кН (из технической документации завалочной машины).

Составив и решив уравнения, получим следующие значения нормальных реакций N_2, N_3**,** N_5 при отсутствии контакта с рельсом колеса 3 т.е. при
$N_3\ (P_3) = 0$: N_2 = 105 тонн (1030 кН), N_4 = 71,8 тонн (704,7 кН), N_5= 33,2 тонны (325,3 кН).

Приведенные расчеты показывают, что при отрыве одного колеса от рельса вертикальная нагрузка на оставшиеся колеса распределяется крайне неравномерно, что показывают результаты расчетов, отличающиеся от данных, приведенных в технической документации. Одно из колес может быть значительно перегружено (на два колеса приходится 95% нагрузки), другое недогружено (5% от общей нагрузки), причем изменение нагрузки может происходить мгновенно, т.е. сопровождаться ударами. По этой же причине возможно проскальзывание ходовых колес, имеющих общий привод от одного двигателя, в те моменты времени, когда одно из этих колес из-за статической неопределимости оказывается недогруженным. В таком случае тяговое усилие, необходимое для перемещения рельсовой машины, может оказаться выше, чем суммарная сила трения в зоне контакта колес с рельсами. Это также отрицательно скажется на долговечности ходовой части рельсовой машины из-за возникающих фрикционных автоколебаний. Следует также отметить, что при отсутствии контакта с рельсом одного из колес, в частности при третьем режиме, нагрузка на одно из колес составляет половину веса всей машины. Неравномерная нагрузка на колеса уменьшает срок службы колес, валов и других частей привода, способствует их ускоренному разрушению. Результаты данных расчётов подтверждаются наблюдениями автора за работой напольных завалочных машин в условиях Карагандинского металлургического комбината (Казахстан) и металлургического комбината «Криворожсталь» (Украина). При работе машин были слышны характерные звуки, сопровождавшие удары ходовых колёс о рельсы.

Порядок статической неопределимости опорного механизма рельсовых машин такого типа фактически выше определенного ранее по причине того, что истинный контакт опорной цилиндрической поверхности колеса с плоскостью головки рельса практически происходит по прямой линии. Первоначально, при определении числа избыточных связей по формуле (2.1), предполагалось, что колеса имеют точечный контакт с рельсами. Таким образом, в формуле (2.1) род элементов кинематических пар i = 4, т.е. возможное число избыточных связей

$$q = 3 - 6\times 1 + (6 - 4)\times 4 = 5.$$

Избыточные связи, вызываемые линейным, а не точечным контактом колес с рельсами, теоретически можно исключить, применив рельс с выпуклой головкой или выполнив бочкообразной опорную поверхность ходовых колес. Практически же, из-за податливости материала колес и рельсов точечный контакт осуществить проблематично.

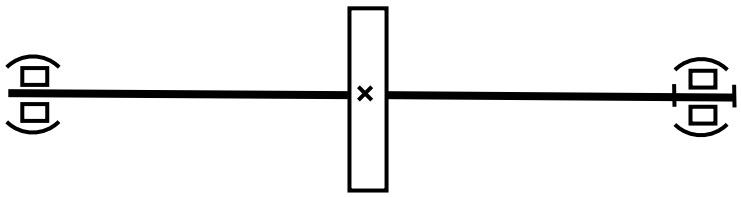
Кроме отмеченной статической неопределимости опорного механизма, также статически **неопределимы** механизмы передвижения машины (моста) из-за наличия в них по одной избыточной фрикционной связи. Наложим на две опорные оси моста по одному дополнительному условию связи, исключающему их перемещение вдоль оси **y**. Таким образом, систе-

ма будет иметь одну подвижность – перемещение параллельно оси **x**. Для того, чтобы число степеней свободы при присоединении структурных цепей механизма привода рельсовой машины не изменилось они должны быть ноль-группами (группами звеньев с нулевой подвижностью). Валы редукторов ходовых колес (рисунок 2.4, а) выполнены двухопорными в самоустанавливающихся подшипниках, причем одна из опор – пара четвертого, а другая – третьего рода. Таким образом, подвижность каждого вала ($p_4 = 2,\ p_3 = 1$), согласно формуле (2.1) будет

$$w = 6 \times 1 - 1 \times 2 - 1 \times 3 = 1,$$

т.е. подсистема статически определима, с одной степенью свободы. Каждый такой вал соединен с другим валом либо зубчатой муфтой, либо зубчатой передачей, налагающей по одному условию связи. Поэтому такая цепная система в целом будет обладать одной степенью свободы ($w = 1$).

Статически определимыми системами будут также два рассмотренных вала, связанных промежуточным валом двумя кинематическими парами, образованными зубчатыми муфтами.



а



б

Рисунок 2.4 Кинематические схемы механизмов статически определимых двухопорных валов

Такие соединения допускают две подвижности – вращения относительно двух взаимно перпендикулярных осей, не совпадающих с осью вала. Кроме того одна из них допускает также перемещение вдоль оси вала (рисунок 2.4, б), т.е. имеем 4 + 3 = 7 условий связи. Определим подвижность промежуточного звена между двумя валами в опорах:

$$w = 6 \times 1 - 4 \times 1 - 3 \times 1 = -1,$$

т.е. промежуточное звено является минус монадой.

При соединении двух статически определимых валов, имеющих в сумме две степени свободы, минус монадой, она вносит одно условие связи, т.е. такая система остается статически определимой с одной степенью свободы

$$w_2 = 2 + (- 1) = 1.$$

Концевыми парами механизма привода являются пары, образованные опорными поверхностями рельсов и колес. Каждая такая пара вносит дополнительно по одной фрикционной связи ($s_2 = 1$), проявляющейся в том, что в известных пределах силового взаимодействия исключается проскальзывание колеса относительно рельса.

Итак, каждая присоединяемая структурная группа механизма привода пары ходовых колес будет вносить

$$q_2 = 2s_2 - w_2 = 2 - 1 = 1$$

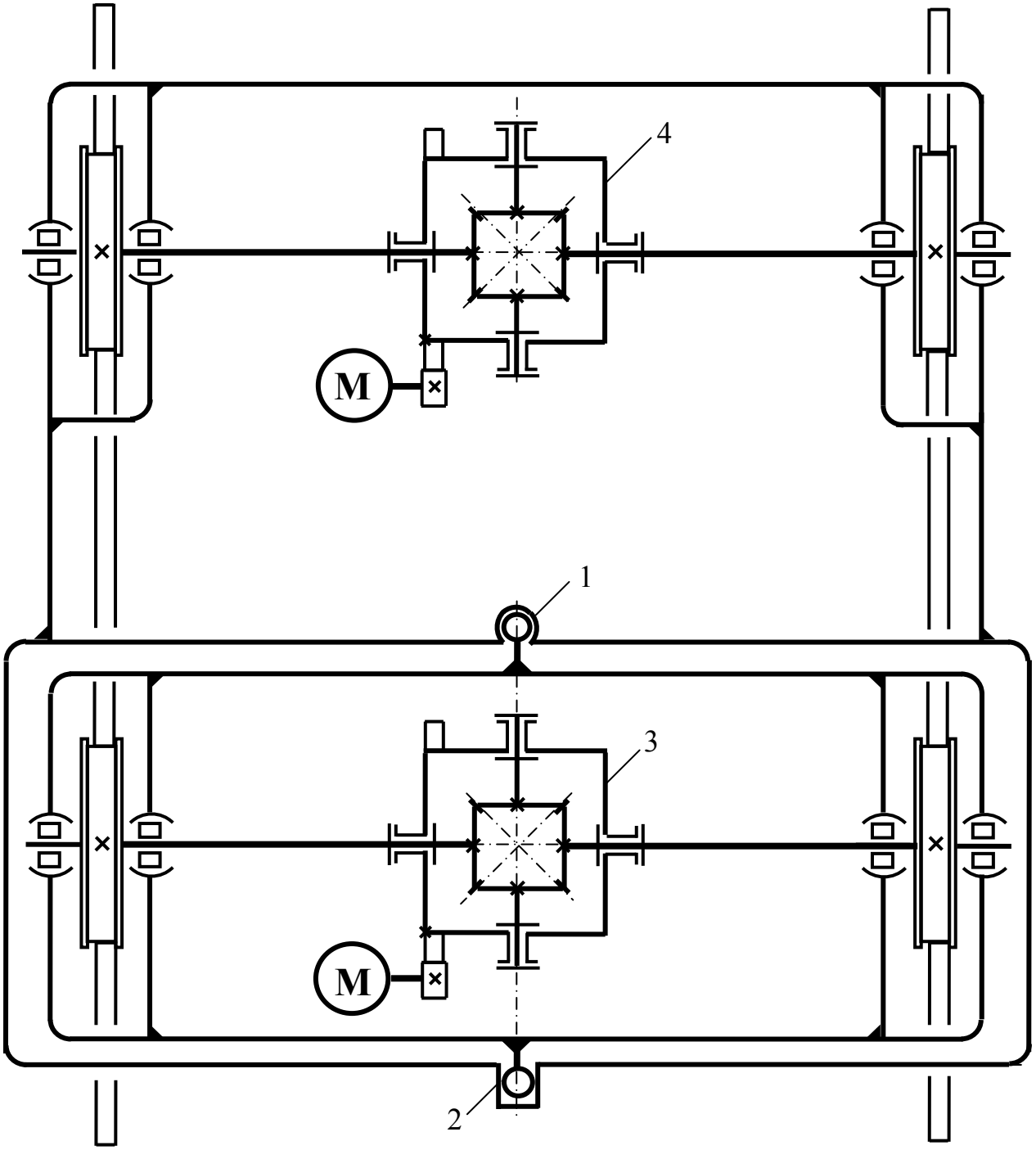
по одному избыточному условию связи. Учитывая, что присоединяются два механизма привода пары ходовых колес, система ходового механизма рельсовой машины в целом будет иметь три избыточных связи

$$q = q_1 + 2q_2 = 1 + 2 = 3.$$

Статическая неопределимость в реальных механизмах проявляется в том, что в замкнутых контурах возникают дополнительные напряжения, снижающие надежность и долговечность машины. Физический смысл в данном случае заключается в том, что при неизбежных погрешностях геометрических размеров, допущенных при изготовлении ходовых колес рельсовых машин, их диаметры будут неодинаковы, а ввиду того, что проходимый колесами при поступательном движении линейный путь одинаков, будут различными углы их поворота. Колесо любого транспортного средства при перемещении совершает плоскопараллельное движение – его ось движется поступательно, а остальная часть колеса совершает вращение вокруг движущейся оси. Различие углов поворота колес, смонтированных на одной оси вращения, обусловливается деформацией кручения имеющей место из-за податливости деталей (в основном валов) трансмиссии механизма передвижения. Закручивание валов трансмиссии вызовет возникновение и рост моментов сил упругости до тех пор, пока не наступит разрыв фрикционной связи (с проскальзыванием какого-либо колеса), после чего снова начнется нарастание момента сил упругости. Таким образом, при движении машины будет периодически происходить рост моментов сил упругости до значения несколько превышающего момент силы трения покоя с последующим проскальзыванием. Из-за напряженного состояния де-

талей трансмиссии механизма передвижения средние значения возникающих моментов сил упругости существенно превосходят значение необходимого для передвижения момента сил. Все это будет способствовать преждевременному износу, разрушению и поломкам, т.е. снижению надежности и долговечности конструкции. Для сохранения требуемой долговечности конструкции при наличии структурных дефектов необходимо значительно повысить прочность несущих деталей трансмиссии механизма передвижения, что возможно осуществить увеличением металлоемкости деталей или же выполнением их из особо прочного материала. В первом случае прогнозируется повышенный расход электроэнергии при передвижении, во втором – значительное удорожание конструкции. Однако и такие меры не гарантируют, что будет отсутствовать проскальзывание, преждевременный износ колес и рельсового пути и, соответственно выход из строя отдельных узлов из-за поломок и разрушений наиболее нагруженных деталей, т.е. подобные технические решения нельзя признать рациональными. Так, на Карагандинском металлургическом комбинате в Казахстане была предпринята попытка улучшения прочности цилиндрических зубчатых колес редукторов механизма передвижения моста напольной завалочной машины грузоподъемностью 15 тонн (147 кН) при помощи увеличения их металлоемкости. В результате общая масса всей конструкции увеличилась на 1,8 тонн (17,6 кН), но существенных положительных результатов получено не было. Также неэффективной оказалась замена группового привода пары колес одной оси механизма передвижения с индивидуальным приводом на каждое колесо с использованием червячных редукторов вместо традиционных зубчатых с цилиндрическими колесами, осуществленная на известном металлургическом комбинате “Криворожсталь” (Республика Украина). Кроме того, при индивидуальном приводе, также как и в случае с увеличением металлоемкости деталей привода, по статистике комбината “Криворожсталь”, приведенной в следующем подразделе, отмечался повышенный расход электроэнергии, перегрузка и перегрев электродвигателей.

Корректный путь модернизации подобных конструкций с целью улучшения их эксплуатационных свойств заключается в создании статически определимых, адаптирующихся систем. Для этого жесткую сплошную металлоконструкцию моста (рамы) следует выполнить состоящей из двух частей, образующих сложную, разнесенную кинематическую пару, как показано на рисунке 2.5 (позиции 1 и 2), что позволит равномерно распределить вертикальную нагрузку на колеса.



1, 2 – разнесенная кинематическая пара; 3, 4 – конические дифференциальные редукторы

Рисунок 2.5 – Кинематическая схема статически определимого механизма передвижения рельсовой машины

В результате образуется система двух трехопорных балок моста [5]. Полученный таким образом опорный механизм будет статически определим. Для ликвидации избыточных фрикционных связей в механизме передвижения рельсовой машины (моста) в каждую из трансмиссий необходи-

мо ввести по одной дифференциальной передаче (позиции 3 и 4), имеющей две степени свободы (w = 2). Полученная система (рисунок 2.5) в целом станет статически определимой.

Вместо четырехопорной рамы (моста) получим металлоконструкцию, состоящую из двух частей с равномерным распределением центральной вертикальной нагрузки по опорным колесам. При наличии дифференциалов в механизме передвижения рельсовой машины будут отсутствовать избыточные фрикционные связи на ходовых колесах, следовательно, в трансмиссии привода не будет формироваться избыточная динамическая нагрузка [5, 84, с. 190]. На рисунке 2.5 редукторы и муфты не показаны; 1 и 2 – сложная кинематическая пара, образованная двумя частями рамы моста; 3 и 4 – конические дифференциалы, размещенные в трансмиссии ходовой части механизма передвижения.

Предлагаемое изменение кинематической схемы механизма передвижения несколько усложнит конструкцию рельсовой машины, но позволит исключить из механизма замкнутые контуры звеньев, формирующие дополнительную нагрузку. Естественно предположить, что практическая реализация модернизированной машины вызовет дополнительные материальные расходы, которые должны будут окупиться при дальнейшей эксплуатации рельсовой машины с модернизированной структурой механизма передвижения.

2.2 Анализ структуры механизма передвижения рельсовой машины с индивидуальным приводом

На рисунке 1.3 показана кинематическая схема механизма передвижения рельсовой машины с индивидуальным приводом каждого из колес, применяемая в приводах напольных завалочных машин, разливочных кранов и других грузоподъемных и транспортных машин. Привод каждого колеса состоит из электродвигателя, который через редуктор и зубчатые муфты передает движение на ходовое колесо. В силу статической неопределимости четырехопорной системы и наличия избыточных фрикционных связей, подобная конструкция не может избавить механизм передвижения рельсовой машины от недостатков, свойственных механизму с групповым приводом. Та же неравномерность в распределении вертикальной нагрузки на колеса, меняющаяся во времени в связи с неровностью рельсового пути, достигающей некоторого минимального, а в некоторых случаях и нулевого значения, что вызывает с одной стороны недогрузку электродвигателя, а с другой стороны – повышенные (иногда и ударные) нагрузки на колеса. Наличие избыточных фрикционных связей в механизме передвижения также вызовет автоколебательный процесс в приводе с периодическим проскальзыванием колес. Знакопеременные и ударные нагрузки приводят к динамической перегрузке системы, приводящей к преждевременному разрушению и поломкам несущих деталей трансмиссии привода. По статистике

комбината “Криворожсталь”(Украина) подобные поломки в рельсовых напольных завалочных машинах большой грузоподъемности случаются в среднем через 60 суток, длительность ремонта в среднем составляет 6 – 7 часов. Кроме того завалочная машина с индивидуальным приводом при перемещении потребляет значительно больше электроэнергии. По той же статистике “Криворожстали” машина с индивидуальным приводом потребляет удельную мощность 0,52 – 0,66 кВт на одну тонну веса машины, а для машины с групповым приводом колес те же показатели соответственно: 0,12 – 0,22 кВт/т. Для синхронизации работы двух двигателей, приводящих в движение колеса одной оси вращения, роторы электродвигателей соединялись общим валом (рисунок 1.4). Однако при эксплуатации подобных машин из-за повышенных динамических нагрузок отмечались случаи, когда соединительные валы разрушались. Очевидно, что применение в рельсовых машинах индивидуального (раздельного) привода колес вместо группового без существенного изменения структуры опорно-ходовой части машины не решает проблем надежности механизма передвижения, а в некоторых случаях даже ухудшает эксплуатационные показатели.

2.3 Механизм передвижения тележки

Кинематическая схема механизма передвижения тележки напольных завалочных машин (рисунок 2.6) в основном идентична кинематической схеме механизма передвижения самой машины (моста). Различие заключается в том, что колеса 3 и 4 тележки неприводные. Они выполняют только опорные функции и могут свободно вращаться вокруг оси, закрепленной на раме тележки. Колеса 3 и 4 опираются либо на верхний, либо на нижний рельс в зависимости от нагрузки, действующей хобот – основной рабочий орган завалочной машины.

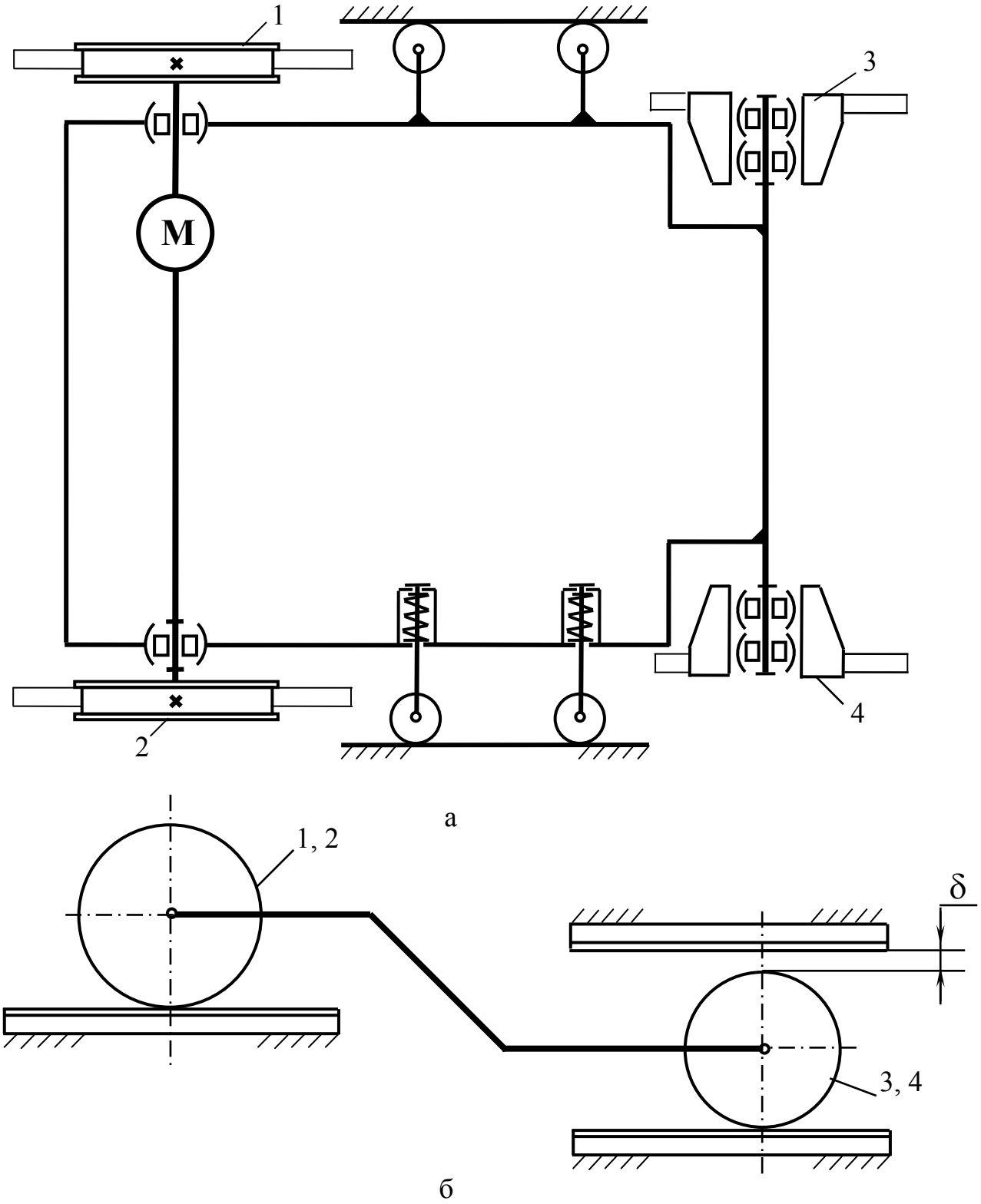
Очевидно, что и опорный и ходовой механизмы передвижения тележки имеют те же недостатки структуры, связанные со статической неопределимостью, что и механизм передвижения моста. Это неравномерное распределение центральной вертикальной нагрузки на ходовые 1 и 2 и опорные 3 и 4 колеса тележки и связанная с этим вероятность отрыва колес от рельсов. А также избыточная фрикционная связь, наложенная на одно из ходовых колес, которая является причиной возникновения автоколебаний в приводе механизма передвижения тележки. Для устранения нежелательных последствий в приводе механизма в виде динамической перегрузки конструкцию рамы тележки следует, также как и раму моста, выполнить состоящей их двух частей, образующих сложную кинематическую пару, а в трансмиссию ввести дифференциальную передачу [5]. На рисунке 2.7 показана кинематическая схема статически определимого механизма передвижения тележки с разнесенной кинематической парой и дифференциальной передачей в приводе.

Установка конических дифференциалов позволит равномерно распре-

делить движущее усилие в ветвях ведомого вала механизма передвижения, что позволит избежать перекосов при движении тележки и автоколебаний в приводе.

В отличие от механизма передвижения самой машины на опорные колеса 3 и 4 тележки (рисунок 2.6, б) наложены переключающиеся, двусторонние, удерживающие связи. Это необходимо для предотвращения опрокидывания тележки при подъеме мульды с металлоломом и при разгрузке ее содержимого в мартеновскую печь. В процессе разгрузки не исключено изменение на противоположное направление нормальных реакций опорных колес. При наличии зазора δ между ободом колеса и рельсом, имеющим место в реальных конструкциях и необходимого для свободного вращения колеса, изменение на противоположное направление нормальной реакции сопровождается ударными нагрузками. Ударные нагрузки вызывают преждевременный износ и более интенсивное разрушение опорных колес, их осей, буксовых узлов и рельсов. Основной функцией напольных завалочных машин является загрузка металлолома в мартеновскую печь. Это осуществляется вращением консольно-расположенным грузозахватным устройством (хоботом) длиной около семи метров. Изменение массы шихты при разгрузке и упругость материала хобота вызовет высокочастотные параметрические колебания, сопровождаемые ударными нагрузками. При этом частота ударных нагрузок опорных колес о рельсы соответствует частоте возникающих колебаний балки хобота.

Предпринимались попытки устранить зазор между ободом колеса и рельсом силовым замыканием системы “верхний рельс – колесо – нижний рельс” (рисунок 2.8), что приводило к некоторому усложнению конструкции тележки из-за введения в конструкцию дополнительных пружин. Кроме того, в этом случае на колесо в зоне контакта с верхним и нижним рельсами накладывается вместо одной (как на колесо самой машины) – две фрикционные связи, т.е. порядок статической неопределимости повышается. Физически это проявляется в том, что принудительное движение такого “зажатого” колеса будет осуществляться в результате разрыва одной или обеих фрикционных связей, что будет сопровождаться повышенным износом обода колеса и рельсов, увеличением температуры в зоне контакта, дополнительной нагрузки на двигатель и соответственно, добавочными затратами электроэнергии.



1, 2 – приводные колеса тележки; 3, 4 – опорные колеса

Рисунок 2.6 Кинематическая схема механизма передвижения тележки

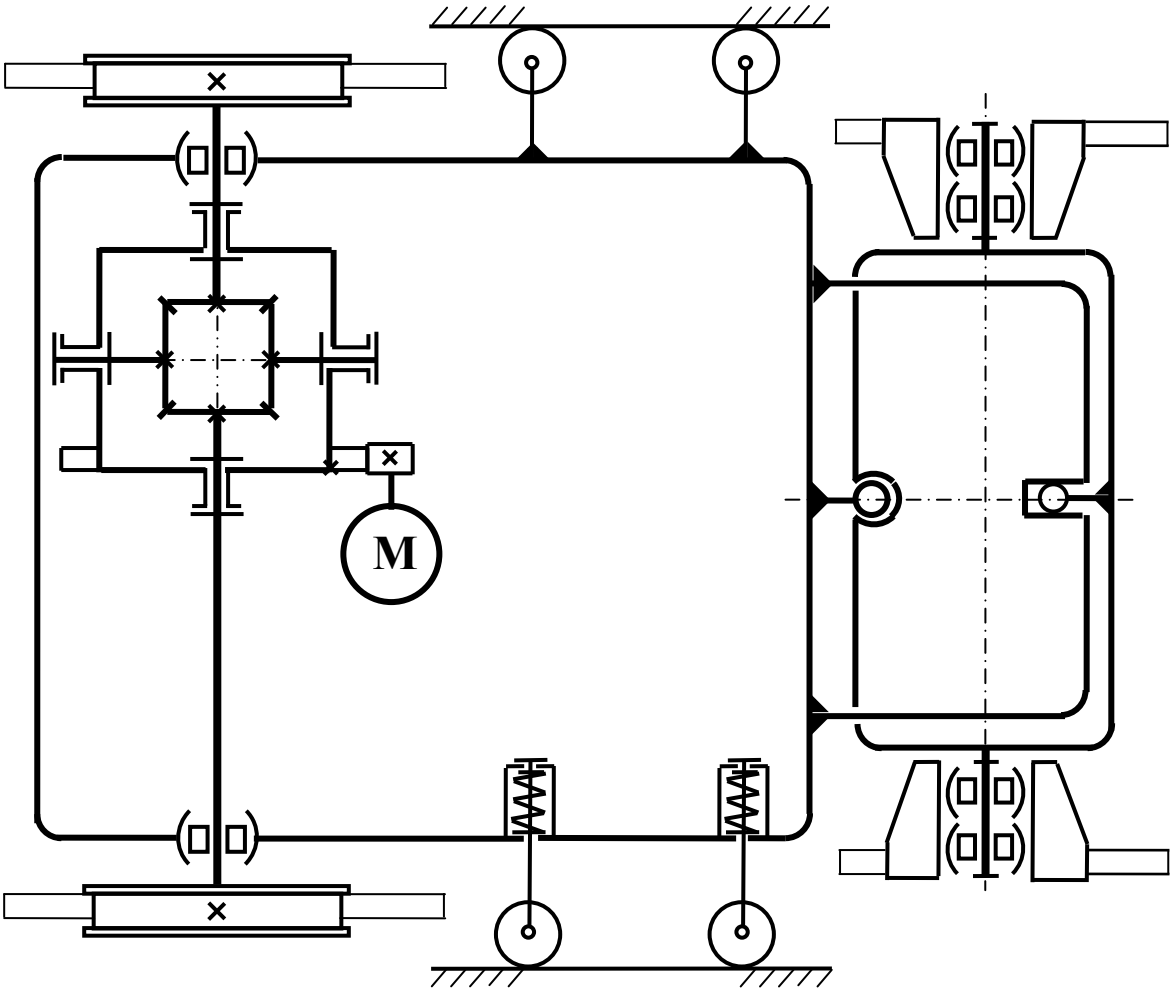


Рисунок 2.7 – Кинематическая схема статически определимого механизма передвижения тележки

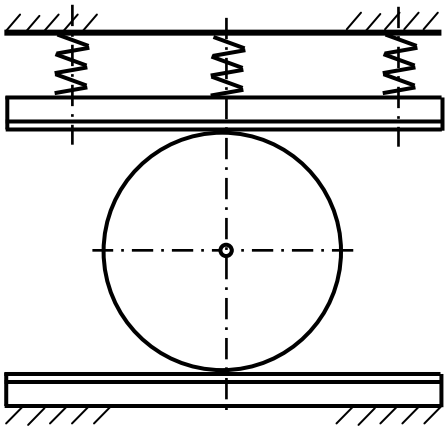
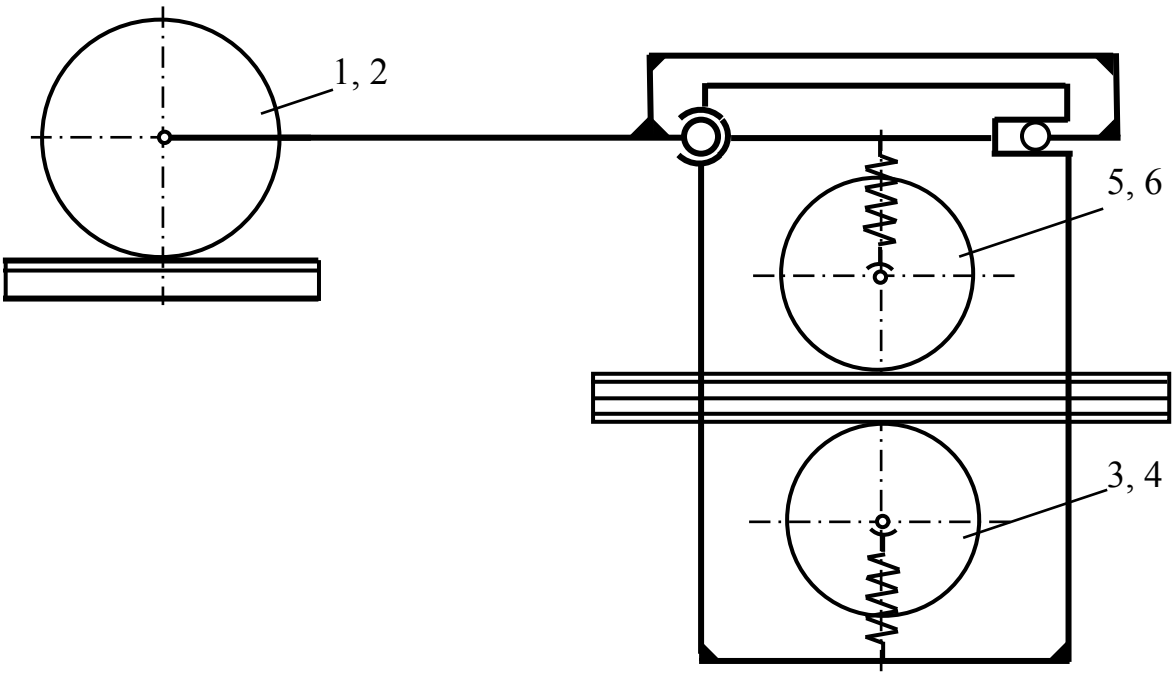


Рисунок 2.8 – Статически неопределимая система, образованная опорным колесом тележки с рельсами

Из-за избыточной нагрузки обмотки электродвигателя механизма передвижения тележки будут пропускать большее количество тока, т.е. будут перегружены, что вызовет их перегрев. В целом все это будет способствовать снижению долговечности конструкции. Перегрев обмоток электродвигателя механизмов передвижения моста и тележки отмечался на комбинате «Криворожсталь».



1, 2 – ходовые колеса тележки; 3, 4 и 5, 6 – опорные колеса

Рисунок 2.9 – Кинематическая схема установки опорных колес тележки, исключающая ударные нагрузки при работе

Статическую неопределимость опорного механизма тележки возможно устранить следующим образом: каждое из опорных колес тележки должно касаться рельса только по одной образующей, т.е. на каждое колесо будет наложено по два вместо существующих трех условий связи (рисунок 2.9).

Таким образом, становится возможным реализовать конструкцию тележки со статически определимым опорным механизмом передвижения. Практически для этого следует исключить из конструкции тележки один из опорных рельсов. А для того чтобы конструкция не опрокидывалась относительно оси вращения ведущих колес при подъеме груза и возможных при разгрузке колебаниях хобота, необходимо ввести в конструкцию дополнительно два колеса 5 и 6, подрессоренных со стороны корпуса (рамы)

тележки. Каждое из дополнительных колес имеет по две степени свободы: перемещение перпендикулярно рельсу и вращение относительно геометрической оси, одна из которых в каждом колесе устраняется наложением фрикционной связи, а вторая – наложением геометрической связи в виде ограничения перемещения перпендикулярно рельсу. Пружины (или другие элементы подрессоривания) должны быть смонтированы на тележке с предварительным поджатием, исключающим раскрытие системы при изменении нагрузки во время работы машины [5]. Возможны и другие варианты установки опорных колес, например так, как указано на рисунке 2.10.

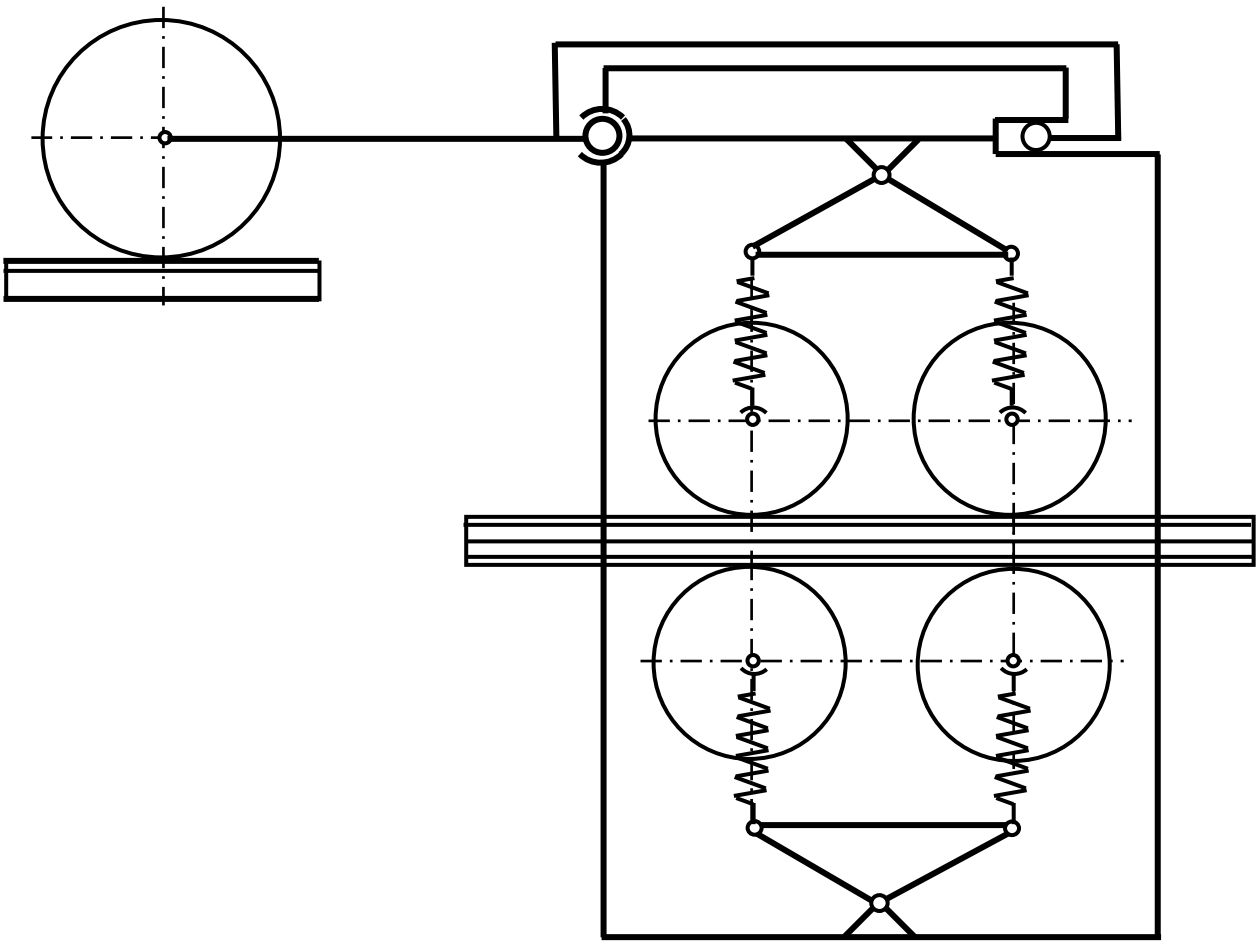


Рисунок 2.10 – Один из вариантов безударной установки опорных колес тележки

К дефектам существующего механизма передвижения тележки следует отнести наличие избыточной фрикционной связи на ходовом колесе, а также несимметричное расположение ведомого зубчатого колеса редуктора механизма (рисунок 1.11). Левая и правая ветви трансмиссионного вала механизма не одинаковой длины, поэтому крутильные жесткости ветвей вала будут различными и значения формирующихся в них моментов сил упругости при движении тележки со статически неопределимым приводом

окажутся также различными. При движении указанный фактор вызовет перекос и виляние тележки, в связи с чем происходит повышенный износ реборд ходовых колес, упорных роликов и направляющих моста. Эти недостатки также устраняется введением в привод дифференциальной передачи. При наличии дополнительной степени свободы благодаря дифференциалу вторая фрикционная связь не будет избыточной. Автономные движения обоих колес не будут способствовать формированию в ветвях трансмиссионных валов дополнительной нагрузки, кроме необходимой для перемещения. Из-за упругости валов трансмиссии и большой массы (инертности) самой тележки в начале движения возможно возникновение в валах привода повышенного момента сил упругости, но в дальнейшем его значение стабилизируется и, самое главное, исключаются фрикционные автоколебания, то есть движение будет происходить без проскальзывания.

Глава 3
СОСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

3.1 Динамическая модель механизма передвижения рельсовой машины

При исследовании какого-либо механизма на предмет наличия динамической нагрузки в его звеньях, необходимо составить динамическую модель механизма.

Динамическая модель – есть идеализированное отображение рассматриваемой механической системы (расчетная схема), используемое при ее теоретическом исследовании и инженерных расчетах [129, с. 8].

Различие между понятиями «расчетная схема» и «динамическая модель» можно условно определить таким образом: расчетная схема – это приведённая схема исследуемого объекта с параметрами (масса, жёсткость и др.) в общем виде, без численных значений, т.е. типовая схема. Динамическая модель – это та же расчётная схема для конкретного механизма с численно определёнными параметрами. В научной литературе обыкновенно эти два понятия не разделяют.

Динамические модели можно условно поделить на три вида: модели с распределенными параметрами (континуальные системы), модели с сосредоточенными параметрами (дискретные системы) и комбинированные модели (дискретно – континуальные системы).

Динамическая модель механизма обычно представляет собой расчетную динамическую схему, на которой реальные параметры механизма заменяются приведенными.

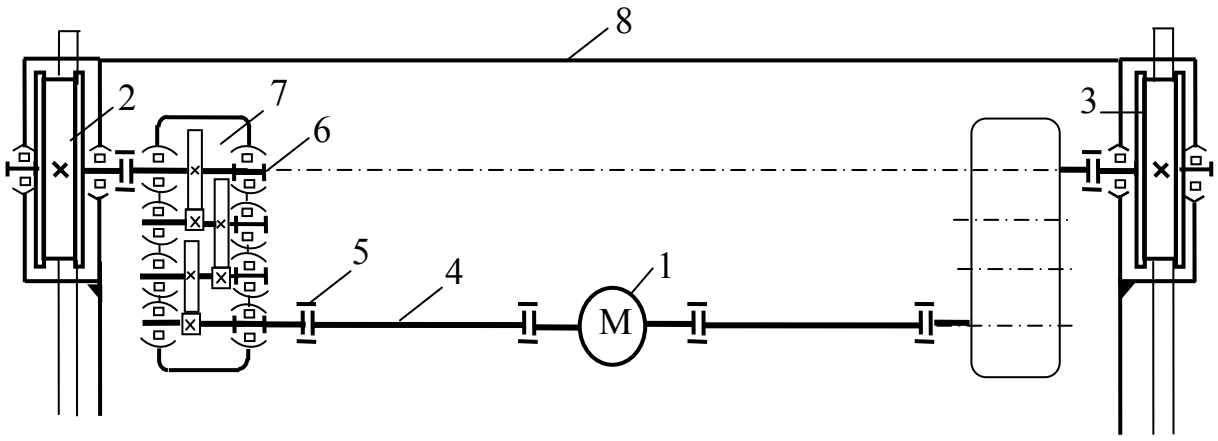
Динамическая модель механизма может быть составлена в предположении, что все его звенья абсолютно жесткие. Но такой подход к исследованию в настоящее время считается для большинства машин некорректным. Результаты таких расчетов существенно расходятся с экспериментально полученными значениями нагрузок, возникающими в контурах звеньев исполнительных механизмов при работе машин. Поэтому динамическое моделирование непременно должно проводится с учетом упругости звеньев, а при необходимости учитывается переменность таких параметров как масса (момент инерции) и жесткость упругих звеньев и наложенных на них связей. Влияние упругости звеньев механизмов было наглядно показано в работе С.Н. Кожевникова «Определение действительных нагрузок в линиях передач тяжелых машин» [130].

Составление динамической модели обусловлено тем обстоятельством, что реальный механизм представляет собой сложную механическую систему с последовательным или параллельным соединением звеньев, что значительно усложняет, а порой делает невозможным его динамическое исследование.

О сложности реального механизма можно убедиться на примере кинематической схемы механизма передвижения рельсовой напольной зава-

лочной машины, использующейся в цехах сталеплавильного производства (рисунок 3.1). Привод механизма передвижения рельсовой машины состоит из двух симметричных относительно электродвигателя 1 ветвей. В каждую ветвь механизма входит быстроходный вал 4, соединенный муфтами 5, подшипники, ходовые колеса 2, 3 и трехступенчатый редуктор 7, в структуре которого ведущий вал-шестерня, два промежуточных вала со смонтированными на нем зубчатыми колесами и ведомый (выходной) вал 6 с зубчатым колесом, на продолженном участке которого установлено ходовое колесо 2. Ведущий вал-шестерня (быстроходный вал) устанавливается на одной оси вращения с ротором электродвигателя 1. В целом привод монтируется на жёсткой раме 8.

Система валов трехступенчатого редуктора представляет собой последовательное соединение упругих элементов, в данном случае валов, работающих на кручение.



1 – электродвигатель; 2 и 3 – ходовые колеса; 4 – быстроходный вал; 5 – муфта; 6 – ведомый вал; 7 – редуктор; 8 – рама (кузов)

Рисунок 3.1 – Механизм передвижения рельсовой напольной завалочной машины

В связи с тем, что реальные объекты представляет собой сложную механическую систему, при динамическом моделировании следует учитывать доминирующие нагрузки, возникающие в рассматриваемом механизме в процессе его эксплуатации.

Рассмотрим составление расчетной динамической схемы (динамической модели) механизма передвижения рельсовой машины (рисунок 3.1).

Очевидно, что при движении рельсовой машины в трансмиссионных валах возникают крутящие моменты, передающиеся от электродвигателя на ходовые колеса машины. В данном случае доминирующая нагрузка – крутящие моменты. Из-за наличия упругости звеньев механизма привода машины в трансмиссионных валах возникают знакопеременные моменты сил упругости, т.е. движение машины сопровождаются крутильными коле-

баниями. Следовательно, при динамическом моделировании необходимо определять параметры, позволяющие описывать колебательный процесс, а именно: приведенные моменты сил движущих и сил сопротивления, приведенные моменты инерции и приведенные крутильные жесткости деталей трансмиссии механизма передвижения.

Механизм можно заменить механической моделью, составленной из дискретных (отдельных) масс и невесомых упругих связей. На рисунке 3.2 показана динамическая модель или расчетная схема механизма передвижения рельсовой машины, показанной на рисунке 3.1. На данной схеме моменты инерции вращающихся деталей и крутильные жесткости трансмиссионных валов, а также момент электродвигателя приводятся к оси вращения ходовых колес машины. При таком выборе места привидения параметров при динамическом исследовании будут рассматриваться реальные нагрузки, действующие на колеса.

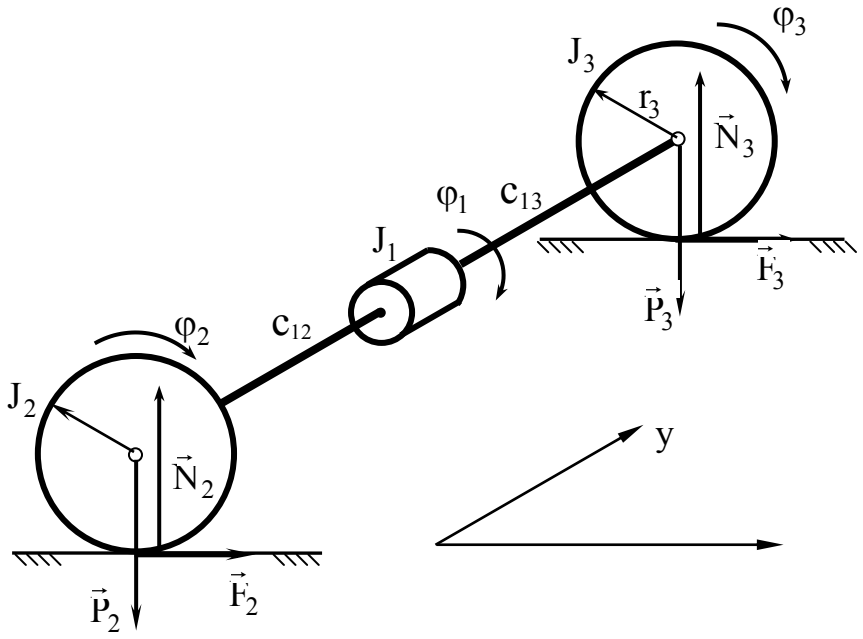


Рисунок 3.2 – Расчетная схема механизма передвижения рельсовой машины

Расчетная схема состоит из трех дискретных масс с приведенными моментами инерции J_1, J_2, J_3, связанных между собой невесомыми упругими связями (валами) с жесткостями c_{12} и c_{13}, приведенными к оси вращения ходовых колес 2 и 3. На схеме J_1 - приведенный момент инерции ротора электродвигателя; J_2 - приведенный момент инерции вращающихся частей левой ветви привода; J_3 - приведенный момент инерции вращающихся частей правой ветви привода.

При исследовании нагрузок других механизмов составляется расчетная схема, учитывающая виды нагрузок, доминирующих при работе устройства. Ниже (в 5-й главе) будут подробно описаны особенности составления динамической модели консольного грузоподъемного устройства на-

польной рельсовой завалочной машины.

Рассмотрим подробней методики определения приведенных моментов инерции и приведенных крутильных жесткостей механизма передвижения рельсовой напольной завалочной машины.

3.1.1 Определение приведенных моментов инерции

Задача определения приведенных моментов инерции решается из условия равенства кинетических энергий приведенной и приводимой масс.

Значения моментов инерции стандартных изделий – ротора электродвигателя, муфт и зубчатых колес редуктора берутся из справочной литературы [131–133] и из технической документации конкретной исследуемой машины.

Рассмотрим определение приведенных моментов инерции J_1 - ротора электродвигателя и J_2 - вращающихся масс левой части привода соответственно (рисунок 3.3). Ввиду симметричного расположения привода момент инерции вращающихся масс правой части привода J_3 будет равен моменту инерции левой части J_2 .

Приведенный момент инерции J_1 ротора электродвигателя определяется по формуле

$$J_1 = J_{ДВ} \cdot u_{12}^2 \qquad (3.1)$$

Здесь $J_{ДВ}$ - момент инерции ротора электродвигателя, значение которого берется из паспортной характеристики двигателя или [131]; $\mathbf{u_{12}}$ - передаточное отношение редуктора 9, его значение приводится в техническом описании редуктора или вычисляется по известным значениям чисел зубьев зубчатых колес редуктора.

Приведенный момент инерции J_2 левой части привода механизма передвижения может быть определен по формуле

$$J_2 = J_o + J_I^п + J_{II}^п + J_8^п \qquad (3.2)$$

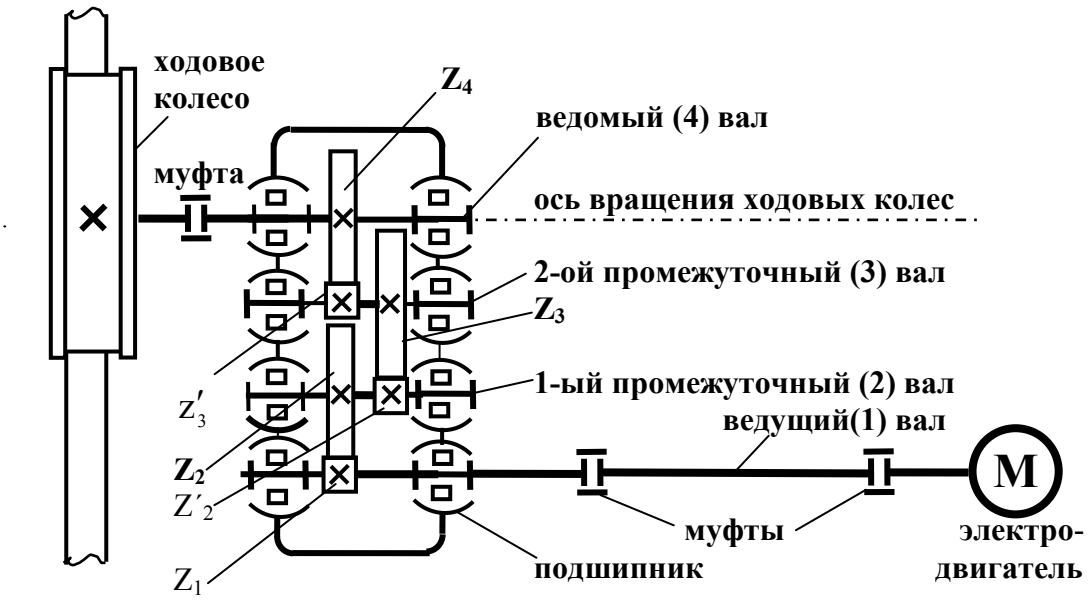


Рисунок 3.3 – Левая ветвь привода механизма передвижения рельсовой машины

Здесь J_o - момент инерции относительно оси ось вращения ходовых колес, получаемый суммированием моментов инерции колеса 2 – J_k, муфты - $J_м$, зубчатого колеса – $J_{зб}$ и участков ведомого вала 4 – $J_в$, на котором смонтированы эти детали, т.е.

$$J_o = J_k + J_м + J_{зб} + J_в,$$

$J_I^п$ и $J_{II}^п$ – соответственно приведенные моменты инерции промежуточных валов I и II редуктора с посаженными на них зубчатыми колесами, определяются по формулам

$$J_I^п = J_I \, u_I^2 \text{ и } J_{II}^п = J_{II} \, u_{II}^2,$$

где J_I и J_{II} – моменты инерции промежуточных валов I и II с зубчатыми колесами относительно собственных осей вращения;

u_I и u_{II} – передаточные отношения между промежуточными валами редуктора I и II и валом колеса 2, т.е. между приводимым и приведенными валами;

$J_8^п$ – приведенный момент инерции вращающихся на валу 8 масс (кроме ротора электродвигателя) левой части привода, определим по формуле

$$J_8^п = J_8 u_{12}^2,$$

где u_{12} – передаточное отношение редуктора,

J_8 – суммарный момент инерции относительно оси вращения вала $8 - J'_в$, двух муфт – $J'_м$ и ведущего вала-шестерни $J_ш$ редуктора, т.е.

$$J_8^п = (J'_в + 2J'_м + J_ш)u_{12}^2.$$

Окончательно формулу для определения приведенного момента инерции J_2 левой части привода получим в виде

$$J_2 = J_k + J_м + J_{зб} + J_в + J_I u_I^2 + J_{II} u_{II}^2 + (J'_в + 2J'_м + J_ш)u_{12}^2. \qquad (3.3)$$

Значения моментов инерции стандартных изделий, таких как зубчатые колеса, муфты обычно указываются в технической документации завода-изготовителя; при отсутствии этих данных их можно вычислить, также как и для других, нестандартных элементов привода, известными из теоретической механики методами [134].

Правая часть привода имеет идентичную структуру и при симметричном расположении электродвигателя 1 приведенный момент инерции J_3 правой части практически равен моменту инерции левой ветви привода J_2.

3.1.2 Определение эквивалентной жесткости упругих элементов

Упругие элементы, входящие в устройство какого-либо машинного агрегата, могут быть соединены последовательно (рисунок 3.4), параллельно (рисунок 3.5) или смешанно (рисунок 3.6) [135].

На всех трех рисунках позиции «а» соответствует соединение упругих элементов при растяжении-сжатии, позиции «б» - при кручении.

При определении эквивалентной жесткости последовательно соединенных упругих элементов с жесткостями C_i и C_k бывает удобно воспользоваться величиной, обратной жесткости, называемой податливостью

$$e = \frac{1}{C}.$$

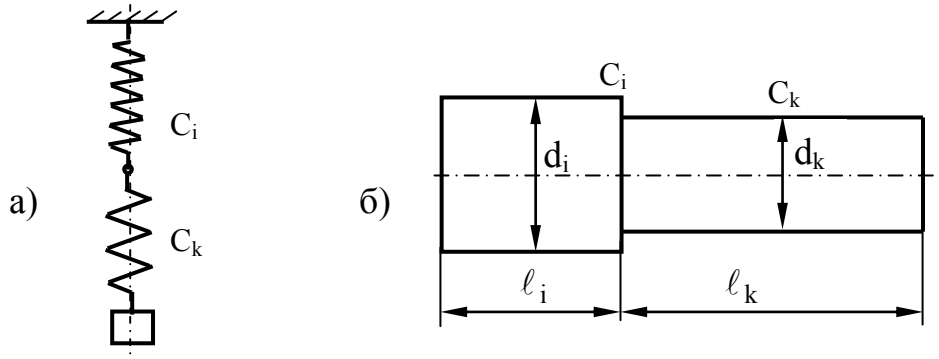


Рисунок 3.4 – последовательное соединение упругих элементов

При последовательном соединении упругих элементов (рисунок 3.4) их податливости складываются т.е.:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C_k},$$

откуда эквивалентная жесткость при последовательном соединении

$$C = \frac{C_i \cdot C_k}{C_i + C_k}. \qquad (3.4)$$

Для определения эквивалентной жесткости при параллельном соединении упругих элементов (рисунок 3.5) их жесткости складываются

$$C = C_i + C_k.$$

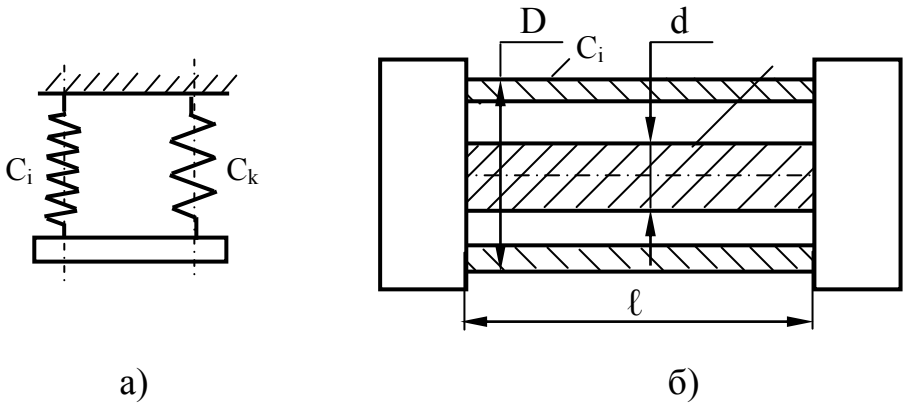
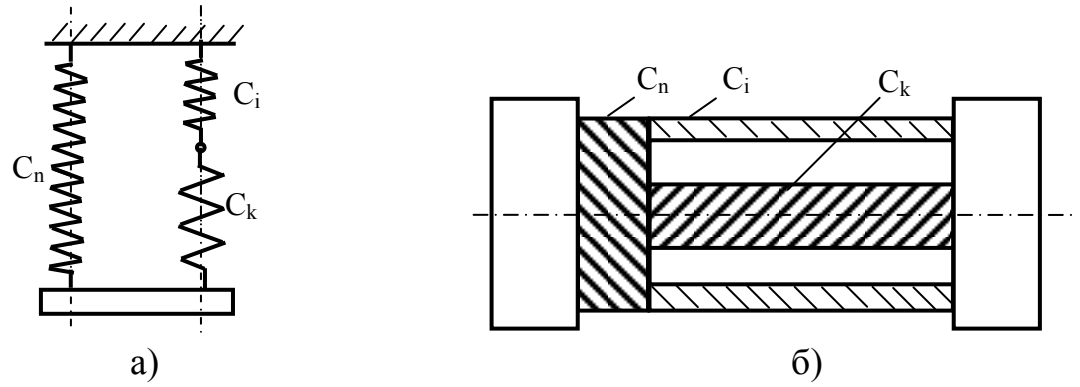


Рисунок 3.5 – параллельное соединение упругих элементов

Жесткость трубчатого участка вала C_i определяется по формуле

$$C_i = \frac{G\pi(D^4 - d^4)}{32\ell}.$$



а) б)

Рисунок 3.6 – Смешанное соединение упругих элементов

Эквивалентная жесткость смешанного (последовательного и параллельного) соединения при растяжении и сжатии (рисунок 3.6, а) определяется по формуле

$$C = \frac{C_i \cdot C_k}{C_i + C_k} + C_n.$$

Эквивалентная жесткость смешанного соединения при кручении (рисунок 3.6, б) определяется по формуле

$$C = \frac{(C_i + C_k) \cdot C_n}{C_i + C_k + C_n}$$

Очевидно, что при параллельном соединении упругих элементов эквивалентная жесткость увеличивается, при последовательном – уменьшается.

3.1.3 Определение приведенного диаметра и приведенной длины ступенчатого вала

Механизмы передвижения всех мобильных машин имеют привод, несущими элементами которого являются трансмиссионные валы, зубчатые колеса, муфты, гибкие звенья (цепи, ремни). В процессе эксплуатации машины из-за податливости материала, из которого изготовлены несущие элементы, в них возникает упругая деформация кручения, способствую-

щая возникновению и росту моментов сил упругости. Моменты сил упругости будут доминирующей нагрузкой в трансмиссии привода всех мобильных машин. Для динамического исследования таких механических систем необходимо определить численные значения некоторых параметров, важнейшим из которых является крутильная жесткость упругого элемента (вала). Трансмиссионные валы механизмов передвижения мобильных машин, как правило, имеют ступенчатую конфигурацию, что значительно усложняет задачу определения численного значения крутильной жесткости. Сначала определяется крутильная жесткость каждого участка вала, затем вычисляется общая крутильная жесткость всего вала, применив для этого формулу, определяющую жесткость при последовательном соединении упругих элементов.

В таких случаях бывает целесообразно ступенчатый вал (рисунок 3.7,а) заменить гладким валом эквивалентной жесткости (рисунок 3.7,б) [135, 136]. При этом изменится общая длина вала, которая теперь будет называться приведенной длиной ℓ. Диаметр гладкого вала постоянный по всей длине и будет называться приведенным диаметром d. Диаметр и длина – основные геометрические размеры вала для определения значения крутильной жесткости.

Приведенный диаметр вала можно определить по формуле

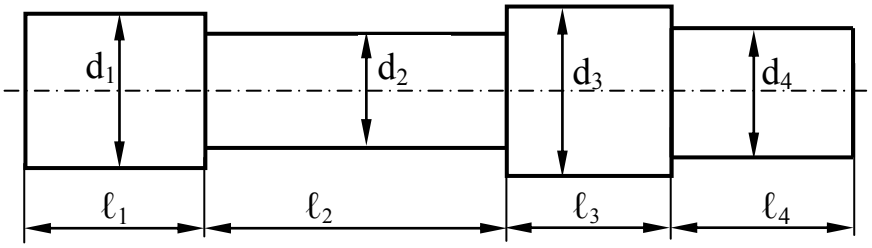
$$d = \frac{d_1\ell_1 + d_2\ell_2 + d_3\ell_3 + d_4\ell_4}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4}. \qquad (3.4)$$

Для определения приведенной длины рассмотрим ступенчатый вал, работающий на кручение (рисунок 3.7,а). Ступечатый вал можно рассматривать как последовательно соединенные дискретные массы. Податливость такого вала определяется суммированием податливостей участков вала:

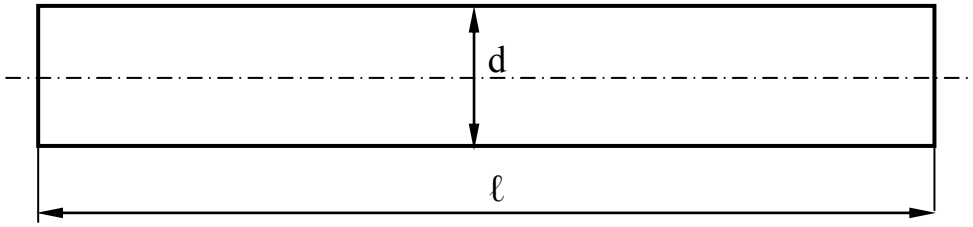
$$e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4.$$

Поскольку крутильная жесткость вала есть величина обратная его податливости $e = \frac{1}{C}$, то ее можно определить из формулы

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_3}. \qquad (3.5)$$



а)



б)

Рисунок 3.7 – Реальный (а) и приведенный (б) валы

Крутильная жесткость каждого участка вала

$$C_i = \frac{\pi G d_i^4}{32 \ell_i} \ (i = 1, 2, 3, 4).$$

Подставив это выражение в формулу (3.5), получим

$$\frac{32\ell}{\pi G d^4} = \frac{32\ell_1}{\pi G d_1^4} + \frac{32\ell_2}{\pi G d_2^4} + \frac{32\ell_3}{\pi G d_3^4} + \frac{32\ell_4}{\pi G d_4^4}. \qquad (3.6)$$

Здесь ℓ - приведенная длина вала, d – приведенный диаметр вала.

Таким образом, используя уравнение (3.6), получим формулу для определения приведенной длины вала:

$$\ell = \ell_1\left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \ell_2\left(\frac{d}{d_2}\right)^4 + \ell_3\left(\frac{d}{d_3}\right)^4 + \ell_4\left(\frac{d}{d_4}\right)^4. \qquad (3.7)$$

В эксплуатационной практике очень часто для уменьшения веса детали применяют полые валы (рисунок 3.8). Как показывают расчеты, продольное отверстие внутри вала очень незначительно влияет на прочностные характеристики детали, поскольку максимальные касательные напряжения возникают на периферии диаметра вала. Жесткости валов и при

кручении, и при растяжении и изгибе также удобно определять, используя такие параметры, как приведенная длина вала и приведенный диаметр вала.

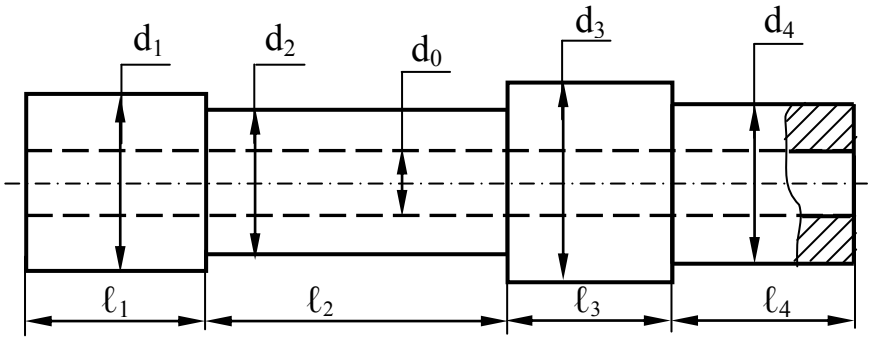


Рисунок 3.8 – Ступенчатый полый вал

Приведенная длина четырехступенчатого полого вала определяется по формуле

$$\ell = \ell_1 \frac{d^4}{d_1^4 - d_0^4} + \ell_2 \frac{d^4}{d_2^4 - d_0^4} + \ell_3 \frac{d^4}{d_3^4 - d_0^4} + \ell_4 \frac{d^4}{d_4^4 - d_0^4},$$

где d – диаметр приведенного вала, d_0 – внутренний диаметр полого вала.

Определим для примера используя формулы (3.4) и (3.7) приведенную длину и приведенный диаметр ведущего вала привода механизма передвижения рельсовой грузоподъемной машины [128], исследуемой в данной работе (рисунок 3.9). Вал имеет четыре ступени. Первый самый длинный участок вала (рисунок 3.1), фрагменты которого соединены с помощью зубчатых муфт принимается как одно тело.

Геометрические размеры ступенчатого вала: диаметры d_1 = 105 мм, d_2 = 110 мм, d_3 = 120 мм, d_4 = 185 мм; длины участков ℓ_1 = 3625 мм, ℓ_2 = 170 мм, ℓ_3 = 305 мм, ℓ_4 = 210 мм.

Приведенный диаметр ведущего вала d

$$d = \frac{105 \cdot 3625 + 110 \cdot 170 + 120 \cdot 305 + 185 \cdot 210}{3625 + 170 + 305 + 210} = 110 \text{ мм}.$$

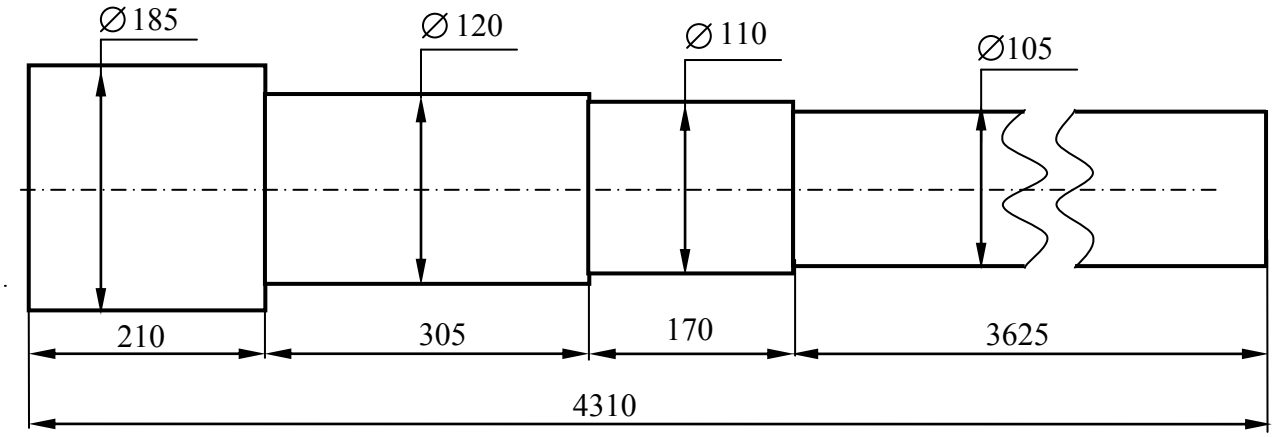


Рисунок 3.9 - Эскиз ведущего вала привода механизма передвижения рельсовой грузоподъемной машины

$$\ell = 3625\left(\frac{110}{105}\right)^4 + 170\left(\frac{110}{110}\right)^4 + 305\left(\frac{110}{120}\right)^4 + 210\left(\frac{110}{185}\right)^4 = 4778 \text{ мм}.$$

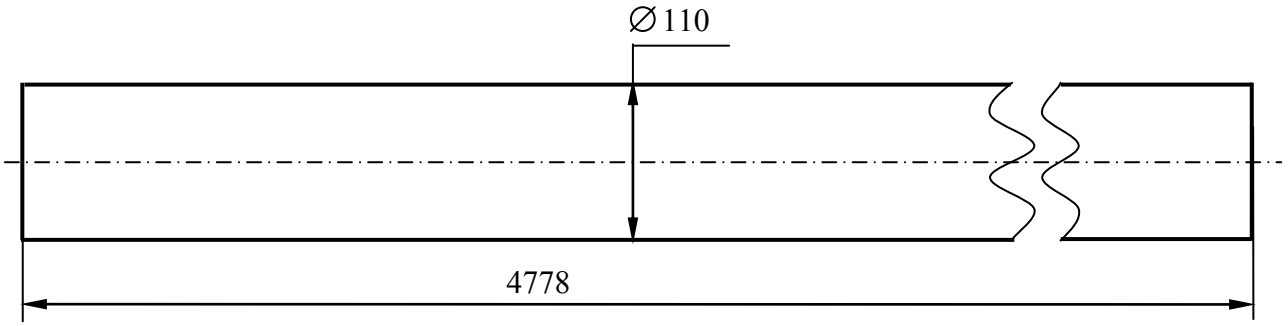


Рисунок 3.10 – Приведенный вал с жесткостью эквивалентной жесткости ведущего вала привода

В рассматриваемом примере приведенная длина оказалась больше реальной длины ведущего вала машины. За приведенный диаметр можно, в сущности, принять диаметр любой ступени вала, что несколько облегчит вычисление значения приведенной длины вала .

Аналогичные формулы можно получить для невесомого ступенчатого стержня, работающего на растяжение (сжатие). Приведенный диаметр определяется по формуле (3.5). Обозначим площади поперечных сечений ступеней стержня $A_1, A_2, \ldots A_k, \ldots, A_n$. Податливость ступенчатого стержня [135]

$$e = \frac{\ell}{EA} = \frac{\ell_1}{EA_1} + \frac{\ell_2}{EA_2} + \ldots + \frac{\ell_k}{EA_k} + \ldots + \frac{\ell_n}{EA_n},$$

а его приведенная длина

$$\ell = \frac{\ell}{EA} = \ell_1 \frac{A}{A_1} + \ell_2 \frac{A}{A_2} + ... + \ell_k \frac{A}{A_k} + ... + \ell_n \frac{A}{A_n}.$$

3.1.4 Приведение крутильных жесткостей валов трансмиссии механизма передвижения рельсовой машины

Ходовая часть машины моделируется описанным выше методом с учетом конструктивных особенностей привода. Доминирующая нагрузка привода – моменты упругих сил, возникающие из-за наличия дефектов структуры в механизме передвижения рельсовой машины. В конструкции привода механизма передвижения исследуемой машины несущими элементами являются трансмиссионные валы, зубчатые муфты, соединяющие отдельные участки валов, зубчатые колеса. Как показывает эксплуатационная и экспериментальная практика в большинстве случаев, как и в данном исследовании, крутильная жесткость зубчатых муфт и зубчатых колес величина настолько большая, что можно, без ущерба для исследования, считать их абсолютно жесткими телами и не учитывать упругие свойства этих деталей при определении приведенной крутильной жесткости ветви привода. Для примера, вычисленное по приведенной выше формуле (3.9) значение крутильной жесткости одного из самых податливых зубчатых колес редуктора механизма передвижения напольной завалочной машины оказалось равным $14{,}3 \cdot 10^8$ Нм, в то время как жесткость самого участка вала, на котором смонтировано колесо всего $83 \cdot 10^5$ Нм. Очевидно, что наиболее податливыми элементами приводов рельсовых машин являются трансмиссионные валы. При движении машины валы закручиваются, способствуя тем самым возникновению и росту в них моментов сил упругости. Основная характеристика валов как упругих элементов – крутильная жесткость, под которой обычно понимают коэффициент пропорциональности между силой в обобщенном смысле и вызываемой ею угловой деформацией. Крутильная жесткость является условной величиной и показывает, какой момент следует приложить к валу, чтобы свободный конец жестко закрепленного вала длиной 1 метр имел угол закручивания 1 радиан. Поскольку радиан величина безразмерная, размерность крутильной жесткости будет $Н \cdot м$.

Крутильная жесткость вала с постоянным поперечным сечением определяется по формуле

$$C = \frac{GJ_p}{\ell} = \frac{G\pi d^4}{32\ell}, \qquad (3.9)$$

где G – модуль сдвига (модуль упругости второго рода);

$J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ - полярный момент инерции сечения вала,

d - диаметр вала;

ℓ - длина вала с постоянным поперечным сечением.

Все вращающиеся массы привода в расчетной схеме (рисунок 3.2) заменены приведенными моментами инерции J_1, J_2, J_3. Массы связанны между собой невесомыми упругими валами с приведенными жесткостями C_{12} и C_{13}.

Приведение жесткостей осуществляется из условия равенства потенциальных энергий приводимой и приведенной систем. Приведенная крутильная жесткость вала редуктора $C_{пр}$ определяется по формуле

$$C_{пр} = C_{пм} \cdot u^2, \qquad (3.10)$$

где $C_{пм}$ - жесткость приводимого вала;

u - передаточное отношение между приводимым и приведенным валами.

Рассмотрим задачу определения приведённых крутильных жесткостей валов привода одной из ветвей механизма передвижения исследуемой рельсовой напольной завалочной машины (рисунки 3.1, 3.3). В данном случае участки быстроходного вала 4 и ведущий вал редуктора, имеющие предположительно одинаковую угловую скорость, соединены последовательно посредством муфт, также как и нагруженные участки ведомого вала редуктора. Именно на ведущий вал привода приходится основная составляющая моментов сил упругости, формирующихся в трансмиссии при движении машины. Этому способствует геометрические параметры вала, его полная длина составляет 3625 мм. На этом валу экспериментально замерялись значения моментов сил упругости для данного типа машин [2; 3; 50].

После определения эквивалентных жесткостей нагруженных участков валов трансмиссии, полученные результаты приводятся к оси вращения ходового колеса 2 согласно формуле (3.10). Таким образом, получается система последовательно соединенных упругих элементов соответственно с жесткостями C_2, $C_{I\,пр}$, $C_{II\,пр}$, $C_{1в.пр}$ (рисунок 3.11).

На рисунке 3.10 обозначено C_2 - эквивалентная жесткость ведомого вала; $C_{I\,пр}$ – приведенная эквивалентная жесткость первого промежуточного вала редуктора; $C_{II\,пр}$ – приведенная эквивалентная жесткость второго промежуточного вала редуктора; $C_{1пр}$– приведенная эквивалентная жесткость ведущего вала.

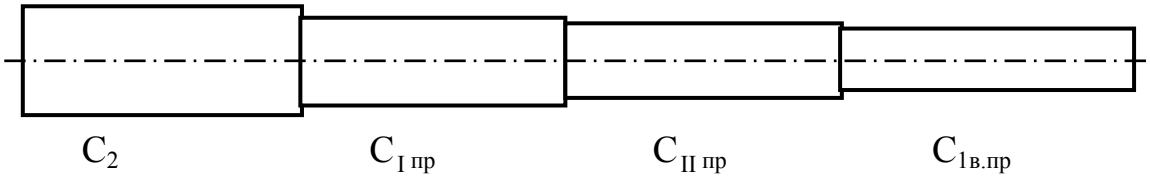


Рисунок 3.11 – Схема последовательно соединенных упругих элементов

Жесткости $C_{I\,пр}$, $C_{II\,пр}$, $C_{1пр}$ определяются по формулам:

$$C_{I\,пр} = C_I u_I^2; \qquad C_{II\,пр} = C_{II} \cdot u_{II}^2; \quad C_{1в.пр} = C_1 \cdot \mathbf{u_{12}^2}.$$

Здесь C_I, C_{II} - соответственно эквивалентные жесткости первого и второго промежуточных валов редуктора; $C_{1в.}$ - эквивалентная жесткость ведущего вала; u_1, u_{II} - передаточные отношения между промежуточными валами редуктора и колесом 2; u_{12} - передаточное отношение всего редуктора.

Результирующая приведенная крутильная жесткость C_{12} невесомого упругого вала, соединяющего на расчетной схеме массы J_1 и J_2 (т.е. аналога трансмиссии привода) (рисунок 3.2) определяется как при последовательном соединении упругих элементов из формулы

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_I \cdot u_I^2} + \frac{1}{C_{II} \cdot u_{II}^2} + \frac{1}{C_{1в.} \cdot u_{12}^2}. \qquad (3.11)$$

Аналогично определяется приведенная жесткость C_{13} для правой части привода. При симметричном расположении электродвигателя крутильные жёсткости левой и правой частей привода c_{12} и c_{13} практически равны между собой.

В результате приведения масс и жесткостей механизм передвижения машины (система с распределенными параметрами, рисунок 3.1) заменяется расчетной схемой с тремя дискретными массами (моментами инерции) J_1, J_2, J_3 (рисунок 3.2). Дискретные массы соединены между собой невесомыми упругими связями с крутильными жесткостями c_{12} и c_{13}. Такая система имеет 4 обобщенных координаты, т.е. ее положение определяют 4 параметра: φ_1 - приведенный к оси вращения ходовых колес угол поворота ротора электродвигателя; φ_2 и φ_3 - соответственно углы поворота ходовых колес 2 и 3; x - поступательное движение всей системы (машины).

Действующие в механизме силы и моменты сил для удобства исследования должны быть приведены к звену, в котором сосредоточена вся

масса механизма, т.е. к звену приведения. Значения приведенных сил и моментов сил определяются из условия равенства мощностей приводимой и приведенной сил или моментов сил.

Данная расчетная схема может быть использована для математического описания движения приведенной системы.

Рассмотрим численный пример определения приведенной крутильной жесткости c_{12} невесомой упругой связи левой ветви привода механизма передвижения исследуемой рельсовой машины (рисунки 3.1, 3.2, 3.3). При определении параметров элементов привода использовалась техническая документация завода «Криворожсталь» [128].

Как уже отмечалось, основная составляющая моментов сил упругости, формируется на ведущем валу 4 привода. Остальные валы редуктора обладают значительно меньшей податливостью, следовательно, большей крутильной жесткостью.

Сначала следует определить жесткость каждого из четырех валов привода.

Ведущий вал 4 (рисунок 3.1) редуктора механизма передвижения машины имеет несколько ступеней различной длины и диаметра (рисунок 3.9).

Используем полученные в п. 3.1.3 результаты расчетов приведенной длины $\ell = 4778$ мм и приведенного диаметра $d = 110$ мм.

Согласно формуле (3.9) крутильная жесткость ведущего вала

$$c_1 = \frac{G\pi d^4}{32\ell} = \frac{8{,}1\cdot 10^4 \cdot 3.14 \cdot 110^4}{32 \cdot 4778} = 2{,}42 \cdot 10^8 \,\text{Н}\cdot\text{мм}.$$

Или в системе СИ $c_1 = 2{,}42 \cdot 10^5$ Нм.

Здесь $G = 8{,}1\cdot 10^4$ МПа – модуль сдвига.

Далее, используя формулы (3.4) и (3.7) для определения приведенного диаметра и приведенной длины, определим эти параметры для первого d_I и второго d_{II} промежуточных валов редуктора, а также для ведомого вала d_2 привода механизма передвижения. В результате вычислений получим:

для первого промежуточного вала $d_I = 170$ мм, $\ell_I = 790$ мм,

для второго промежуточного вала $d_{II} = 209$ мм, $\ell_{II} = 1289$ мм,

для ведомого вала привода $d_2 = 153$ мм, $\ell_{II} = 633$ мм.

Затем, согласно формуле (3.9), определяем крутильные жесткости:

Для первого промежуточного вала

$$c_I = \frac{8{,}1 \cdot 10^4 \cdot 3.14 \cdot 170^4}{32 \cdot 790} = 83 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

В системе СИ $c_I = 83 \cdot 10^5$ Нм.

Для второго промежуточного вала

$$c_{II} = \frac{8{,}1 \cdot 10^4 \cdot 3.14 \cdot 209^4}{32 \cdot 1289} = 98 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

В системе СИ $c_{II} = 98 \cdot 10^5$ Нм.

Для ведомого вала привода

$$c_2 = \frac{8{,}1 \cdot 10^4 \cdot 3.14 \cdot 153^4}{32 \cdot 633} = 68 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

В системе СИ $c_2 = 68 \cdot 10^5$ Нм.

Из формулы (3.11) определяется приведенная крутильная жесткость левой ветви привода механизма передвижения машины

$$\frac{1}{c_{12}} = \frac{1}{68} + \frac{1}{83 \cdot 4{,}51^2} + \frac{1}{98 \cdot 1{,}923^2} + \frac{1}{2{,}42 \cdot 10{,}33^2}.$$

Окончательно имеем $c_{12} = 2{,}45 \cdot 10^5$ Нм.

Здесь $u_{12} = 10{,}33$ – передаточное отношение редуктора; $u_I = 4{,}51$ и $u_{II} = 1{,}923$ – передаточные отношения между промежуточными валами редуктора и колесом 2.

Аналогично определяется приведенная жесткость c_{13} для правой части привода. При симметричном расположении электродвигателя в приводе механизма передвижения жесткости c_{12} и c_{13} практически равны между собой.

3.2 Характеристики упругих звеньев

Упругие звенья (связи) являются носителями потенциальной энергии в динамических системах. Потенциальная энергия в упругих звеньях мо-

жет накапливаться или освобождаться, превращаясь в кинетическую энергию связанных с ней масс или в работу внешних сил. Реакция связи может оказаться линейной или нелинейной функцией деформации, удерживающей или неудерживающей.

Рассмотрим некоторые наиболее часто встречающиеся в машинах характеристики упругих элементов [135] и их влияние на аналитическое описание движения исследуемых систем.

Линейная характеристика упругой связи на рисунке 3.12 сохраняет угол наклона независимо от знака обобщенной деформации q (растяжение – сжатие или кручение). Зависимость между обобщенной реакцией связи Q и деформацией q выражена уравнением

$$Q = c\,q, \qquad (3.12)$$

где c – коэффициент жесткости или просто жесткость.

На рисунке 3.13 показана ломаная характеристика реакции связи, имеющая излом в начале координат. Связь между силой Q и деформацией q линейная, но коэффициенты жесткости различные: для $q > 0$ $c = c_1$, а для $q < 0$ $c = c_2$.

На рисунке 3.14,а изображена кусочно-линейная характеристика упругой связи. Конструктивное исполнение такой упругой связи показано на рисунке 3.14,б. При деформации упругого элемента с жесткостью c_1 в пределах

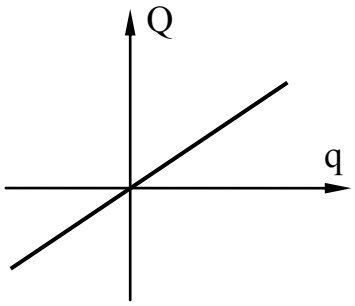


Рисунок 3.12 – Линейная характеристика упругой связи

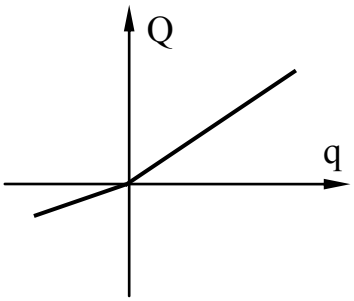
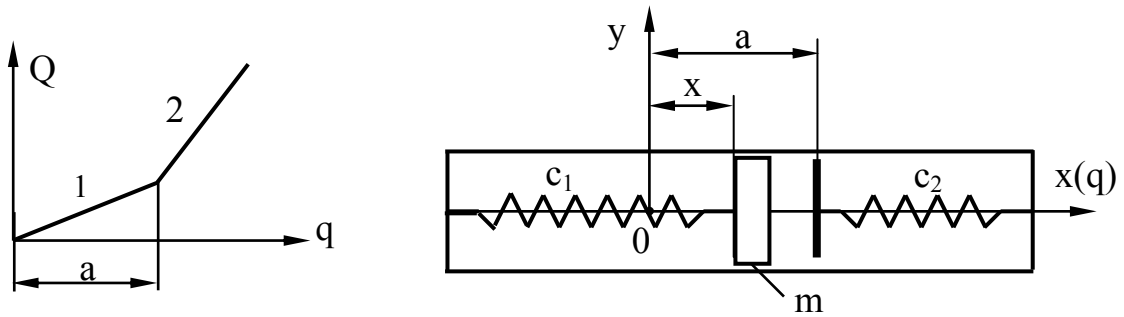


Рисунок 3.13 – Ломаная характеристика упругой связи

расстояния a ($x \le a$) от начала координат O жесткость связи характеризуется прямой 1. Сила упругости на этом участке $P_1 = |c_1 \cdot x|$ При дальнейшей деформации, при $x \ge a$ характеристика упругой связи представлена прямой 2. Сила упругости при этом будет $P_2 = |(c_1 + c_2)\,x|$.

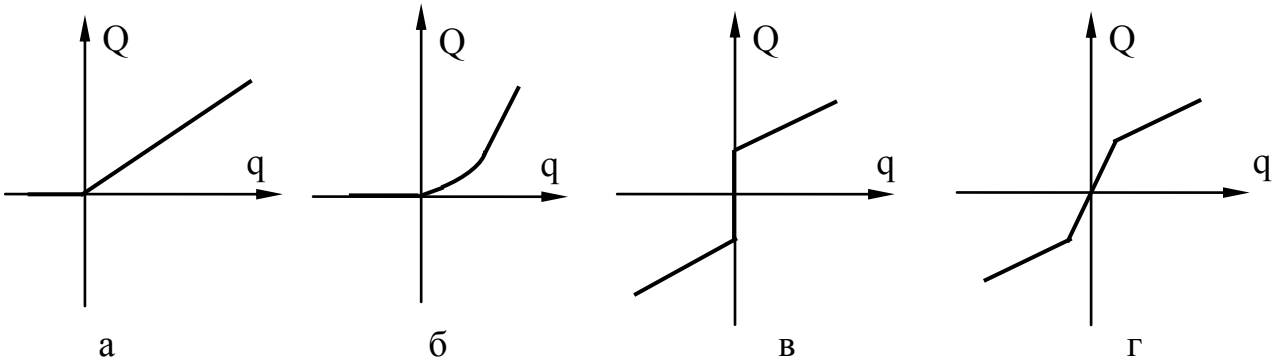


а) б)

Рисунок 3.14 – Кусочно-линейная характеристика упругой связи и ее конструктивное исполнение

Линейная характеристика неудерживающей упругой связи показана на рисунке 3.15,а. А на рисунке 3.15,б изображена нелинейная характеристика для неудерживающей связи.

На рисунках 3.15,в и 3.15,г изображены характеристики связей с предварительно деформированными (сжатыми) упругими элементами.



а б в г

Рисунок 3.15 – Характеристики неудерживающих связей: (а) – линейная, (б) – нелинейная и связей с предварительно деформированными упругими элементами – (в, г)

Нелинейные характеристики упругих связей показаны на рисунках 3.16,а и 3.16,б. Характеристика на рисунке 3.16,а называется жесткой; величина силы упругости, возникающая в такой связи, нарастает очень интенсивно. Мягкая характеристика (рисунок 3.16,б) связи, наоборот, имеет тенденцию медленного роста величины силы упругости.

Характеристика упругой связи с зазором приводится на рисунке 3.16,в. Здесь δ – величина зазора. В пределах $-\delta < q <+\delta$ обобщенная сила упругости $Q = 0$. Кроме того, упругая реакция, возникающая в шарнире с зазором меняет знак в зависимости от точки соприкосновения элементов кинематической пары.

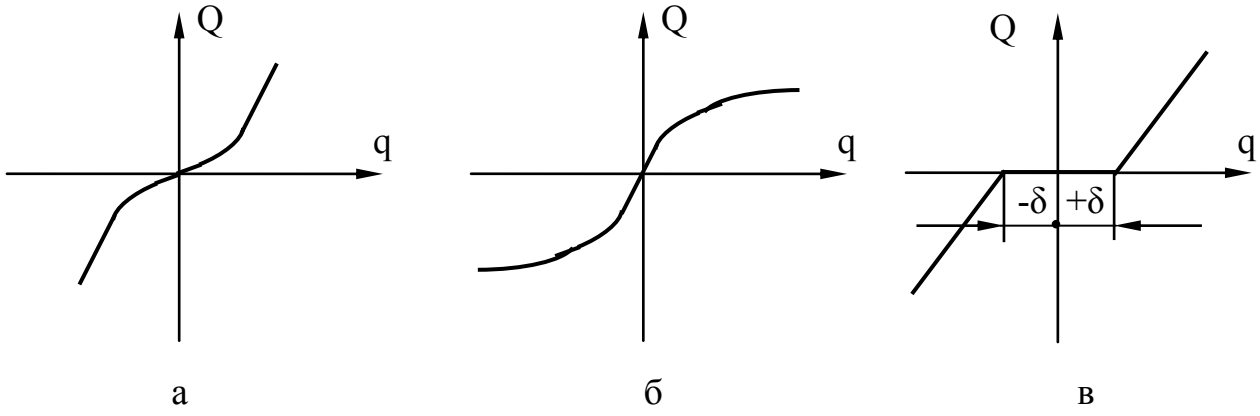


Рисунок 3.16 – Нелинейные характеристики упругой связи: (а) – жесткая, (б) – мягкая; характеристика упругой связи с зазором (в)

Дифференциальные уравнения, описывающие движение механических систем со связями, имеющие характеристики, показанные на рисунках 3.12; 3.13; 3.14,а; 3.15,а, в, г и 3.16,в, будут линейными. Но структура дифференциальных уравнений во все время движения системы сохраняется только при линейной характеристике упругой связи, показанной на рисунке 3.12. При остальных видах перечисленных выше характеристик движение механической системы описывается дифференциальными уравнениями переменной структуры с изменяющимися постоянными коэффициентами при деформации связи, соответствующей точке излома характеристики, в которой производная $\frac{dQ}{dt}$ претерпевает разрыв. При нелинейных характеристиках упругих связей, изображенных на рисунках 3.15,б; 3.16,а и 3.16,б, движение механических систем описывается нелинейными дифференциальными уравнениями. В частности, нелинейными дифференциальными уравнениями описываются фрикционные автоколебания из-за проскальзывания и, вследствие этого, скачкообразного изменения коэффициента трения скольжения. Нелинейными же уравнениями описываются параметрические колебания из-за изменения параметра (в основном массы и жесткости), входящего в дифференциальное уравнение.

3.3 Динамические модели консольных грузоподъемных устройств

Основной задачей динамического моделирования реальных механических систем, в том числе и стержневых колебательных систем, является составление наглядной расчетной динамической схемы, учитывающей все основные свойства исследуемой механической системы. В расчетной схеме должны быть указаны или математически описаны такие свойства как упругость материала звеньев исполнительных механизмов, переменность параметров (масса, жесткость), наличие зазоров и других производствен-

ных дефектов, характеристики упругих связей в том числе и нелинейных и другие реальные факторы, приводящие к возникновению динамических нагрузок.

3.3.1 Динамическое моделирование защемленной консольной балки

Рассмотрим сначала задачу составления динамической модели на примере защемленной упруго-деформированной консольной балки с равномерно распределенной по участку АВ массой (рисунок 3.17, а). Такого типа устройства называют системами с распределенными параметрами или континуальными системами. Это может быть в общем виде конструкция консольного грузоподъемного устройства, часто встречающаяся в практике. Такая система может быть приведена к дискретной (рисунок 3.17, б), с сосредоточенной в точке **В** массой $m_{пр}$, совершающей колебания в вертикальной плоскости. При такой модели в системе будет сохранена низшая частота, которой соответствует нагрузки с максимальной амплитудой. Собственно решается задача приведения системы с распределенными параметрами (исходная консольная балка) к дискретному виду с точечной приведенной массой, соединенной с точкой закрепления невесомым упругим стержнем, характеризуемым изгибной жесткостью [137].

Для нахождения дискретной (приведенной) массы $m_{пр}$ воспользуемся условием равенства кинетических энергий **Т** – равномерно распределенной массы изгибно-колеблющегося стержня (исходная система) и $T_{пр}$ - сосредоточенной в точке D массы $m_{пр}$ (приведенная система).

Кинетическая энергия $T_{пр}$ приведенной системы равна

$$T_{пр} = \frac{m_{пр}\,\dot{z}_B^2}{2} \qquad (3.13)$$

где $\dot{z}_B = V_B$ - скорость точки В при изгибных колебаниях стержня.

Кинетическую энергию Т исходной системы без учета высших форм колебаний можно определить используя метод Рэлея [57, с. 29] из выражения

$$T = \int_0^m \frac{\dot{z}^2 dm}{2} \qquad (3.14)$$

где dm – масса элементарного выделенного участка (с целью упрощения принимаем, что масса равномерно распределена по участку АВ длиной L стержня (балки);

m – масса всего стержня;
z – координата упругой линии прогнутого стержня.

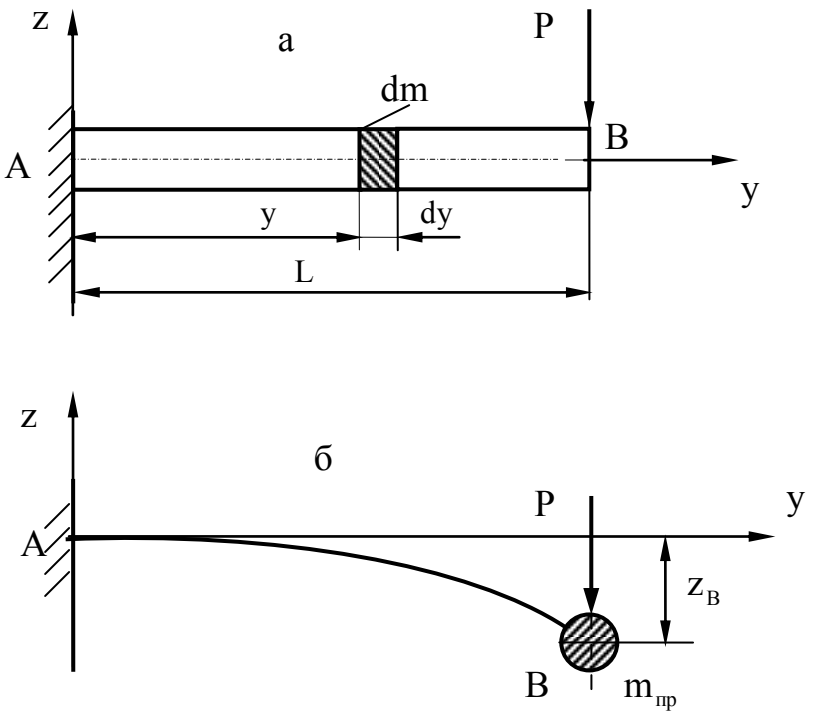


Рисунок 3.17 – схема защемленной консольной балки (а) и расчетная схема – динамическая модель (б)

Элементарная масса dm может быть представлена зависимостью

$$dm = \frac{m}{L} dy,$$

используя которую преобразуем формулу (3.14)

$$T = \frac{m}{2L} \int_0^L \dot{z}^2 \, dy. \qquad (3.15)$$

Форму упругой линии определим как для консольной балки, нагруженной в точке B некоторой силой P. При этом будем предполагать, что отклонение упругой линии инерционной балки той же силой P в точке B**,** будет незначительным по сравнению с безинерционной (невесомой) балкой, т.е. при приведении будет учтена основная первая форма колебаний.

Дифференциальное уравнение упругой линии данной балки

$$\frac{d^2z}{dy^2} = \frac{M_y}{E\,I_x}, \qquad (3.16)$$

где E – модуль упругости;

I_x – центральный осевой момент инерции сечения балки;

M_y – изгибающий момент в сечении, находящемся на расстоянии y от начала системы координат.

Выражение для изгибающего момента на участке AB имеет вид [60]

$$M_y = -\ P\,(L - y). \qquad (3.17)$$

После подстановки выражений (3.17) в (3.16) и первого интегрирования дифференциального уравнения упругой линии данной балки на участке AB получим выражение для определения угла поворота поперечного сечения балки θ

$$\theta = \frac{dz}{dy} = -\frac{P}{E\,I_X}\left(L\,y - \frac{y^2}{2}\right) + C_1. \qquad (3.18)$$

После интегрирования выражения (3.18) получим общее решение дифференциального уравнения (3.16)

$$z(y) = -\frac{P}{E\,I_X}\left(\frac{L\,y^2}{2} - \frac{y^3}{6}\right) + C_1\,y + C_2, \qquad (3.19)$$

из которого, определив значения постоянных C_1 и C_2, получим уравнение упругой линии данной балки или уравнение прогиба.

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяем из следующих граничных условий:

при y=0 $\qquad z_{AB}(0) = 0$, $\quad \theta = \frac{dz}{dy} = 0$.

В результате подстановки этих значений в выражения (3.18) и (3.19) получаем $C_1 = 0,\ C_2 = 0$.

Подставив значения постоянных интегрирования в формулу (3.18) и (3.19) получим уравнение для координат прогиба упругой линии прогнутой стрелы на участке AB

$$z(y) = -\frac{P}{E\,I_x}\left(\frac{L\,y^2}{2} - \frac{y^3}{6}\right) \qquad (3.20)$$

и уравнение угла поворота поперечного сечения балки

$$\theta = \frac{dz}{dy} = -\frac{P}{E I_x}\left(L y - \frac{y^2}{2}\right).$$

Для определения кинетической энергии **T** согласно формуле (3.15) необходимо продифференцировать z(y) (формула 3.20) по времени полагая, что ***y*** не зависит от времени, а сила **P –** меняется во времени т. е.

$$\dot{z}(y) = -\frac{\dot{P}}{E I_x}\left(\frac{L y^2}{2} - \frac{y^3}{6}\right). \qquad (3.21)$$

Подставив выражение $\dot{z}$ **(**y**)** в формулу (3.15) получим следующую зависимость для определения кинетической энергии **T** исходной системы с равномерно распределенной по длине стрежня массой m

$$T = \frac{\dot{P}^2}{E^2 I_x^2}\frac{m}{2L}\int_0^L\left(\frac{L y^2}{2} - \frac{y^3}{6}\right)^2 dy.$$

В результате интегрирования получим

$$T = \frac{\dot{P}^2}{E^2 I_x^2}\cdot\frac{m}{8L}\left(\frac{L^2 y^5}{5} - \frac{L y^6}{9} + \frac{y^7}{63}\right).$$

После подстановки пределов интегрирования (y = 0, y = L) и последующего упрощения результатов интегрирования, выражение для кинетической энергии **T** исходной системы примет вид

$$T = \frac{0{,}013\,\dot{P}^2\, m L^6}{E^2 I_x^2}. \qquad (3.21a)$$

Для определения кинетической энергии $T_{пр}$ приведенной системы найдем сначала скорость точки B из выражения (3.21) при y = L

$$\dot{z}_B = \dot{z}(L) = V_B = -\frac{\dot{P} L^3}{3 E I_x}.$$

Возводя полученное выражение в квадрат и подставив в (3.13) найдем выражение для определения кинетической энергии $T_{пр}$ приведенной системы

$$T_{пр} = \frac{m_{пр}\,\dot{z}_B^2}{2} = \frac{\dot{P}^2\ L^6\ m_{пр}}{18\,E^2 I_X^2}.$$

Приравняв правые части выражений для кинетической энергии $\mathbf{T_{пр}}$ приведенной системы и кинетической энергии **T** исходной системы (3.21а)

$$\frac{\dot{P}^2\ L^6\ m_{пр}}{18\,E^2 I_X^2} = \frac{0{,}013\,\dot{P}^2\,m L^6}{E^2 I_X^2}$$

найдем приведенную в точку **B** массу стержня:

$$m_{пр} = \ \ 0{,}234\,m.$$

Приведенную изгибную жесткость стержня найдем из выражения (3.20) при y = L. Она будет равна обратной величине коэффициента при силе P

$$c_{пр} = \ \frac{3EJ_x}{L^3}\ . \qquad (3.22)$$

Таким образом, исходная система (консольная балка) с равномерно распределенной по участку AB массой (рисунок 3.17,а) заменена дискретной системой с массой $m_{пр}$, сосредоточенной в точке B (рисунок 3.17,б) и соединенной с опорой невесомым упругим стержнем с изгибной жесткостью $c_{пр}$. При исследовании только вертикальных колебаний можно полагать, что полученная дискретная система с точечной массой имеет одну обобщенную координату (степень свободы) Это позволяет исследовать колебательный процесс не механической системы, а материальной точки, что значительно упрощает решение поставленной задачи.

3.3.2 Динамическое моделирование двухопорной консольной балки

На рисунке 3.18,а показана в общем виде без расположенных на нем механизмов схема конструкции стрелового грузоподъемного устройства. Оно представляет собой упруго-деформированную двухопорную консольную балку с равномерно распределенной по участкам AB и AD массой.

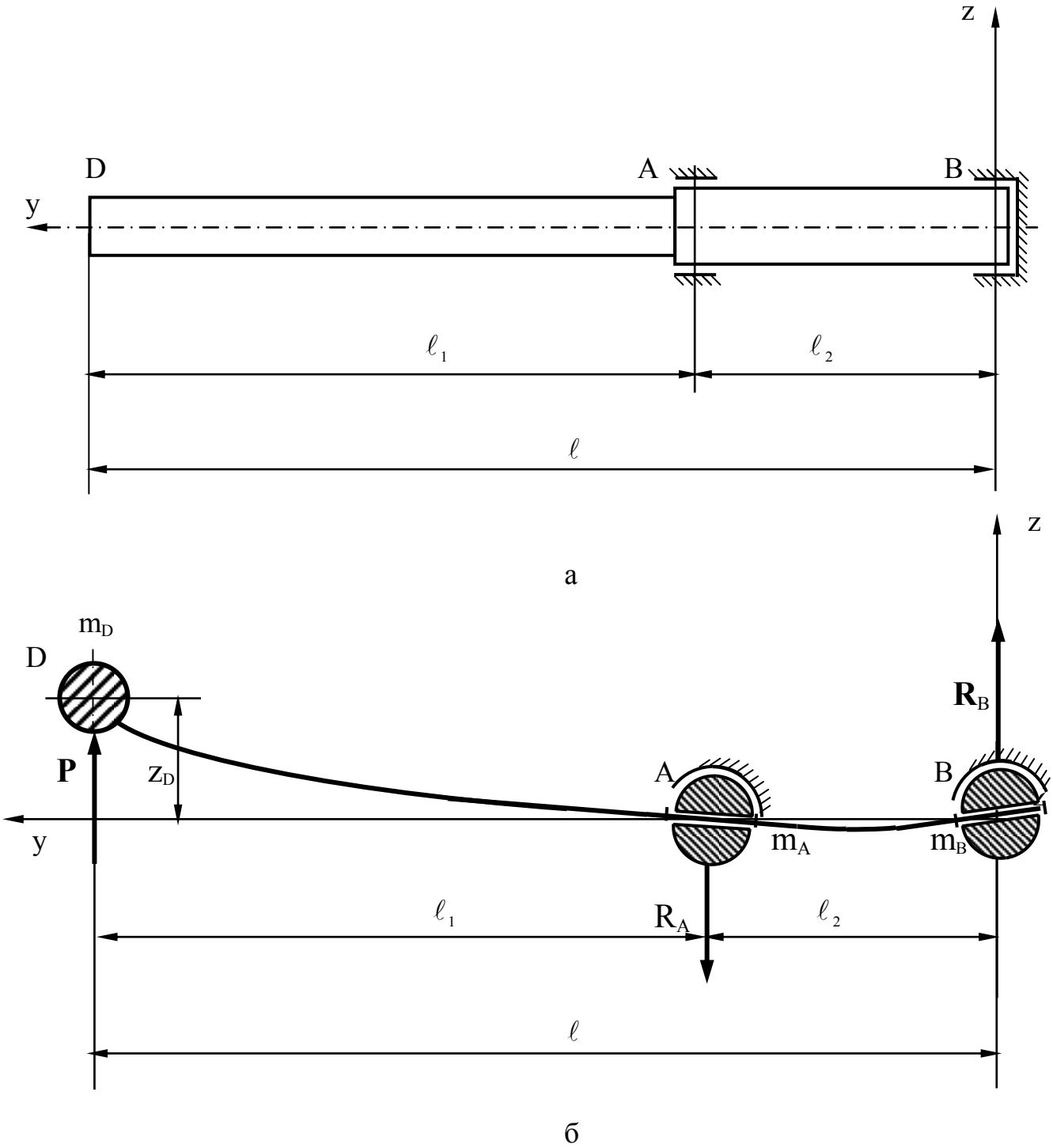


Рисунок 3.18 – Схема исходной (а) и приведенной (б) систем стрелового грузоподъёмного устройства

Такая система с распределенными параметрами для удобства исследования может быть заменена динамической моделью.

Динамическая модель может быть представлена дискретной трехмассовой системой (рисунок 3.18,б) с сосредоточенной в точке D приведенной массой m_D , совершающей колебания в вертикальной и горизонтальной

(например в связи с вращением балки вокруг продольной оси **y**) плоскостях, а также массами m_A и m_B в точках A и B кинематических пар механизма привода.

Все три массы соединены невесомым упругим стержнем с приведенной изгибной жесткостью $c_и$ [138]. Такая модель удобна для исследования изгибных колебаний балки. При такой модели в системе будет сохранена низшая частота, которой соответствует нагрузки с максимальной амплитудой.

Для нахождения дискретной массы m_D воспользуемся условием равенства кинетических энергий **T** – распределенной массы изгибно колеблющегося стержня (исходная система) и $T_{пр}$ - сосредоточенной в точке D массы m_D (приведенная система).

Кинетическая энергия $T_{пр}$ приведенной системы равна

$$T_{пр} = \frac{m_D \dot{z}_D^2}{2}, \qquad (3.23)$$

где $\dot{z}_D$ - скорость точки D при изгибных колебаниях стержня.

Кинетическую энергию T исходной системы без учета высших форм колебаний можно определить из выражения

$$T = \int_0^m \frac{\dot{z}^2 dm}{2} = \int_0^{m_2} \frac{\dot{z}^2 dm_{AB}}{2} + \int_{m_2}^m \frac{\dot{z}^2 dm_{AD}}{2}, \qquad (3.24)$$

где dm- масса элементарного выделенного участка (с целью упрощения принимаем, что масса равномерно распределена по участкам AD и AB длиной ℓ_1, ℓ_2 стрелы (стержня));

m – масса всего стержня, $m = m_1 + m_2$, m_1 и m_2 - соответственно массы частей AD и AB стержня;

z – координата упругой линии прогнутого стержня.

Элементарные массы dm_{AB} и dm_{DA} могут быть представлены зависимостями

$$dm_{AB} = \frac{m_{AB}}{\ell_2} dy \qquad dm_{AD} = \frac{m_{AD}}{\ell_1} dy,$$

используя которые преобразуем формулу (3.24)

$$T = \frac{m_{AB}}{2\ell_2}\int_0^{\ell_2}\dot{z}^2\,dy + \frac{m_{AD}}{2\ell_1}\int_0^{\ell_2}\dot{z}^2\,dy. \qquad (3.25)$$

Форму упругой линии определим как для двухопорной балки с консолью, нагруженной в точке D некоторой силой P. При этом будем предполагать, что отклонение упругой линии инерционной той же силой P в точке D, будет незначительным по сравнению с безинерционной балкой, т.е. при приведении будет учтена основная – первая форма колебаний.

Дифференциальное уравнение упругой линии данной балки

$$\frac{d^2z}{dy^2} = \frac{M_y}{E\,I_x}. \qquad (3.26)$$

где E – модуль упругости;

I_x - центральный момент инерции сечения балки;

M_y-изгибающий момент в сечении, находящимся на расстоянии y от начала B системы координат.

Ввиду того, что балка имеет два участка DA и AB определяем выражения для M_y на каждом из них, для чего предварительно с помощью уравнений статики определим выражения для реакций в точках A и B, вызываемых силой P.

Решив уравнения

$$\sum M_A(\bar{F}) = 0; \quad R_B\,\ell_2 - P\,\ell_1 = 0 \quad \text{и} \quad \sum M_B(\bar{F}) = 0, \quad R_A\,\ell_2 - P\,\ell = 0,$$

получим следующие зависимости, определяющие выражения для реакций R_A и R_B

$$R_B = P\frac{\ell_1}{\ell_2}, \qquad R_A = P\frac{\ell}{\ell_2}.$$

Выражение для изгибающих моментов на участках AB и DA имеют вид [60]

$$M_y^{AB} = P\frac{\ell_1}{\ell_2}y \qquad \text{и} \qquad M_y^{AD} = P(\ell - y). \qquad (3.27)$$

После подстановки выражений (3.27) в формулу (3.26) и первого интегрирования дифференциального уравнения упругой линии данной балки на каждом участке DA и AB получим уравнения для угла поворота сечения

$$\theta_{AD}(y)=\frac{P}{E I_{1x}}\left(\ell\, y-\frac{y^2}{2}\right)+C_1$$

$$\theta_{AB}(y)=\frac{P\,\ell_1}{2\,E I_{2x}\,\ell_2}\;y^2+C_3\;,$$

где I_{1x} и I_{2x} - центральные моменты инерции сечения балки соответственно на участках DA и AB.

После второго интегрирования дифференциального уравнения на каждом участке DA и AB получим выражения для нахождения прогиба балки

$$z_{AD}(y)=\frac{P}{E I_{1x}}\left(\frac{\ell\, y^2}{2}-\frac{y^3}{6}\right)+C_1\, y+C_2$$

$$z_{AB}(y)=\frac{P\,\ell_1}{6\,E I_{2x}\,\ell_2}\;y^3+C_3\, y+C_4, \qquad (3.28)$$

Постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4 определяем из следующих граничных условий:

при $y = 0$ $\quad z_{AB}(0)=0,$

при $y = \ell_2$ $\quad z_{AB}(\ell_2)=0, \quad z_{DA}(\ell_2)=0,$

при $y = \ell_2$ $\quad \frac{d\, z_{AB}}{d\, y}(\ell_2)=\frac{d\, z_{DA}}{d\, y}(\ell_2).$

Используя граничные условия в уравнениях для угла поворота сечения и в уравнениях прогиба (3.28), получаем выражения, определяющие постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4

$$C_1=\frac{P}{E}\left[\frac{\ell_1\,\ell_2}{3\,I_{2x}}-\frac{1}{I_{1x}}\left(\ell\,\ell_2\;-\frac{\ell_2^2}{2}\right)\right]\;,$$

$$C_2=-\frac{P}{E\,I_{1x}}\left(\frac{\ell\,\ell_2^2}{2}-\frac{\ell_2^3}{6}\right)-\frac{P\ell_2}{E}\left[\frac{\ell_1\,\ell_2}{3\,I_{2x}}-\frac{1}{I_{1x}}\left(\ell\,\ell_2\;-\frac{\ell_2^2}{2}\right)\right],$$

$$C_3 = -\frac{P\,\ell_1\,\ell_2}{6\,E\,I_{2x}}, \quad C_4 = 0.$$

Подставив полученные выражения для постоянных интегрирования в формулы (3.28), получим уравнения для координат упругой линии прогнутой балки соответственно на участках AD и AB

$$z_{AD}(y) = \frac{P}{E}\left\{-\frac{1}{6I_x}y^3 + \frac{\ell}{2I_{1x}}y^2 + \left[\frac{\ell_1\,\ell_2}{3\,I_{2x}} - \frac{\ell_2}{I_{1x}}(\ell - \ell_2)\right]y + \right.$$

$$\left. + \frac{\ell_2^2}{I_{1x}}\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell_2}{6}\right) - \ell_2^2\left[\frac{\ell_1}{3\ell_2} - \frac{1}{I_{1x}}\left(\ell - \frac{\ell_2}{2}\right)\right]\right\}$$

$$z_{AB}(y) = \frac{P}{E}\left(\frac{\ell_1}{6I_{2x}\ell_2}y^3 - \frac{\ell_1\ell_2}{6I_{2x}}y\right).$$

Если ввести следующие обозначения

$$a_1 = -\frac{1}{6I_{1x}}, \qquad a_2 = \frac{\ell}{2I_{1x}}, \qquad a_3 = \frac{\ell_1\,\ell_2}{3\,I_{2x}} - \frac{\ell_2}{I_{1x}}(\ell - \ell_2),$$

$$a_4 = -\frac{\ell_2^2}{I_{1x}}\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell_2}{6}\right) - \ell_2^2\left[\frac{\ell_1}{3\ell_2} - \frac{1}{I_{1x}}\left(\ell - \frac{\ell_2}{2}\right)\right],$$

$$a_5 = \frac{\ell_1}{6I_{2x}\ell_2}, \qquad a_6 = -\frac{\ell_1\ell_2}{6I_{2x}}.$$

полученные формулы можно записать в более компактном виде

$$z_{AD}(y) = \frac{P}{E}\left(a_1y^3 + a_2y^2 + a_3y + a_4\right)$$

$$z_{AB}(y) = \frac{P}{E}\left(a_5y^3 + a_6y\right). \qquad (3.29)$$

Для определения кинетической энергии **T** исходной системы согласно формуле (3.25) необходимо продифференцировать $z_{AD}(y)$ и $z_{AB}(y)$ по времени полагая, что координата y не зависит от времени, а сила **P** – меняется во времени т. е.

$$\dot{z}_{AD}(y)=\frac{\dot{P}}{E}\left(a_1y^3+a_2y^2+a_3y+a_4\right)$$

$$\dot{z}_{AB}(y)=\frac{\dot{P}}{E}\left(a_5y^3+a_6y\right).$$

Подставив выражения $\dot{z}_{AD}(y)$ и $\dot{z}_{AB}(y)$ в формулу (3.25) получим следующую интегральную зависимость для определения кинетической энергии T исходной системы с равномерно-распределенными по участкам AD и AB массами m_{DA} и m_{AB}

$$T=\frac{\dot{P}^2m_{AB}}{E^2 2\ell_2}\int_0^{\ell_2}\left(a_5y^3+a_6y\right)^2dy+\frac{\dot{P}^2m_{AD}}{E^2 2\ell_1}\int_{\ell_2}^{\ell}\left(a_1y^3+a_2y^2+a_3y+a_4\right)^2dy. \qquad (3.30)$$

После определённого интегрирования полученной зависимости и последующего упрощения результатов выражение для кинетической энергии **T** исходной системы примет вид

$$T=\frac{\dot{P}^2}{E^2}\left(\frac{m_{AD}}{2\ell_1}a_7+\frac{m_{AB}}{2\ell_2}a_8\right). \qquad (3.31)$$

Здесь обозначено

$$a_7=a_1^2\frac{\ell^7-\ell_2^7}{7}+a_1a_2\frac{\ell^6-\ell_2^6}{6}+\left(a_2^2+2a_1a_3\right)\frac{\ell^5-\ell_2^5}{5}+$$

$$+\left(a_1a_4+a_2a_3\right)\frac{\ell^4-\ell_2^4}{2}+\left(2a_2a_4+a_3\right)\frac{\ell^3-\ell_2^3}{3}+$$

$$+a_3a_4\left(\ell^2-\ell_2^2\right)+a_4^2\left(\ell-\ell_2\right),$$

$$a_8=\ell_2^3\left(\frac{a_5^2\ell_2^4}{7}+2a_5a_6\frac{\ell_2^2}{5}+\frac{a_6^2}{3}\right).$$

Подставив в формулу (3.29) $y=\ell$, найдем выражение для координаты z_D точки D стержня

$$z_D = \frac{P}{E}\left(a_1\ell^3 + a_2\ell^2 + a_3\ell + a_4\right), \qquad (3.31a)$$

используя которое в уравнении (3.23) определим кинетическую энергию приведенной системы

$$T_{пр} = \frac{m_D\,\dot{P}^2}{2\,E^2}a_9^2, \qquad (3.32)$$

где $a_9 = a_1\ell^3 + a_2\ell^2 + a\ell + a_4$.

Для определения приведенной массы приравниваются выражения для кинетической энергии исходной системы T, формула (3.31) и кинетической энергии приведенной системы $T_{пр}$, формула (3.32)

$$\frac{\dot{P}^2}{E^2}\left(\frac{m_{AD}}{2\ell_1}a_7 + \frac{m_{AB}}{2\ell_2}a_8\right) = \frac{m_D\,\dot{P}^2}{2\,E^2}a_9^2,$$

откуда выводится формула для приведённой в точку D массы m_D

$$m_D = \frac{\frac{m_{AD}}{\ell_1}a_7 + \frac{m_{AB}}{\ell_2}a_8}{a_9^2}. \qquad (3.33)$$

Приведенные массы m_A и m_B определяются из условия равенства масс исходной и приведенной систем и сохранения положения центра масс стержня (стрелы)

$$\begin{aligned} m &= m_D + m_A + m_B \\ m\,\ell_C &= m_D\,\ell + m_A\,\ell_2, \end{aligned} \qquad (3.34)$$

где m - полная масса изгибно - колеблющегося стержня;
ℓ_C - координата центра масс стержня.

Приведенную жесткость c_u стержня определяется из уравнения прогиба для точки D (3.31a). Она равна обратной величине коэффициента при силе P

$$c_u = \frac{E}{a_1 \ell^3 + a_2 \ell^2 + a_3 \ell + a_4}. \qquad (3.35)$$

Таким образом, механическая система (стрела, стержень, балка) с распределенными параметрами (массой и жесткостью, рисунок 3.18, а) приведена к системе с дискретными массами и безинерционными упругими участками AD и AB (рисунок 3.18, б), которую легко можно включить в структуру общей динамической системы с дискретными параметрами.

Далее, в главе 5 рассматривается возможность использования полученной методики для составления динамической модели конкретного машинного агрегата – консольного грузоподъёмного устройства (механизма качания хобота) рельсовой напольной завалочной машины.

3.3.3 Определение приведенной массы изгибно-колеблющейся консольной балки переменного поперечного сечения

Рассмотрим теперь задачу составления динамической модели для колеблющейся балки переменного поперечного сечения. Теоретические предпосылки рассматриваемой задачи такие же, как и в двух предыдущих, т.е. приведение масс осуществляется из условия равенства кинетической энергии исходной (приводимой) системы (рисунок 3.19, а) и кинетической энергии приведенной системы (динамической модели) (рисунок 3.19, б).

Кинетическая энергия T_B приведенной в т. В дискретной системы равна

$$T_B = \frac{m_B \, v_B^2}{2}. \qquad (3.36)$$

Кинетическая энергия **T** исходной системы без учета высших форм колебаний также как в предыдущих случаях определяется при помощи определенного интеграла

$$T = \int_0^m \frac{v_k^2 \, dm}{2}, \qquad (3.37)$$

где dm – масса элементарного выделенного участка; из-за бесконечно малой толщины сечения, занимаемого массой dm и с целью упрощения дальнейших расчетов принимаем, что элементарное сечение имеет форму цилиндра, а не конуса; вся же масса неравномерно распределена по участку AB длиной ℓ стержня (балки);

m – масса всего стержня;

v_k – скорость точки упругой линии прогнутой балки, совпадающей с центром указанного сечения, $v_k = \dfrac{dz_k}{dt} = \dot{z}_k$.

где dm – масса элементарного выделенного участка; из-за бесконечно малой толщины сечения, занимаемого массой dm и с целью упрощения дальнейших расчетов принимаем, что элементарное сечение имеет форму цилиндра, а не конуса; вся же масса неравномерно распределена по участку АВ длиной ℓ стержня (балки);

Элементарная масса dm может быть представлена зависимостью (рисунок 3.19, а)

$$dm = \rho \pi r_k^2 \, dy,$$

где ρ – плотность материала, из которого выполнена балка,

r_k – радиус выделенного сечения, меняющий значение в зависимости от расстояния y от начала координат.

Для нахождения радиуса составим формулу

$$r_k = R - y \cdot \operatorname{tg}\alpha = R - y \cdot \alpha.$$

Принимая $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$ из-за малости угла α., преобразуем формулу для r_k

$r_k = R - y \cdot \alpha = \alpha\left(\dfrac{R}{\alpha} - y\right)$ или $r_k = \alpha(b - y)$ и в таком виде подставим в формулу для элементарной массы dm, получим

$$dm = \rho \pi \alpha^2 \, (b - y)^2 \, dy. \qquad (3.38)$$

Здесь обозначено $\dfrac{R}{\alpha} = b$.

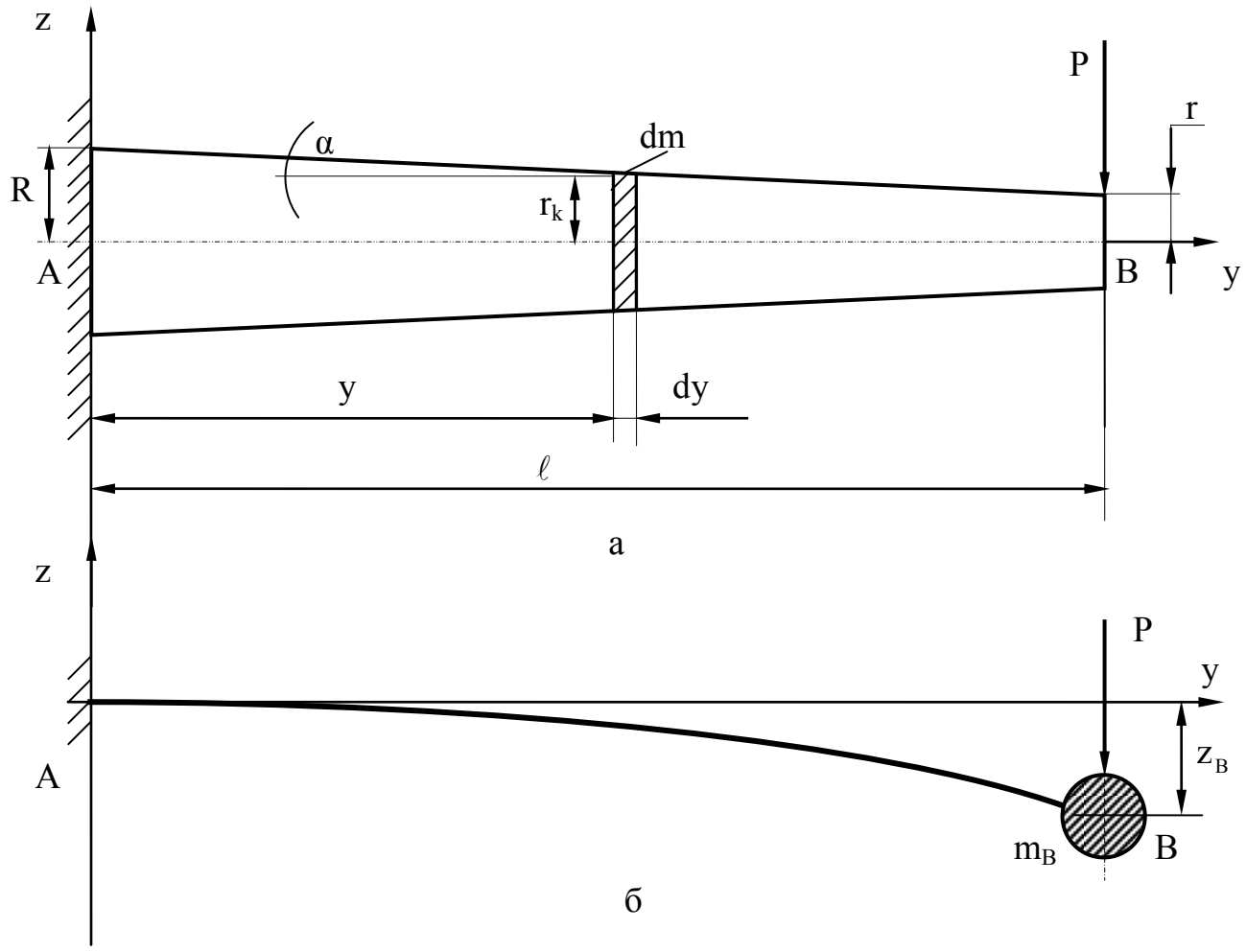


Рисунок 3.19 – схема консольной балки с переменным поперечным сечением (а) и ее расчетная схема (б)

Используя формулу (3.38), преобразуем интеграл (3.37) для определения кинетической энергии исходной системы с распределенными параметрами [139]

$$T = \int_0^m \frac{v_k^2 \, dm}{2} = \frac{\rho \pi \alpha^2}{2} \int_0^{\ell} v_k^2 (b - y)^2 \, dy. \qquad (3.39)$$

В некоторых исследованиях, особенно с теоретическим уклоном, могут быть не заданы такие параметры как, например, масса. В данном случае выражение для массы необходимо включить в расчет. Массу консольной балки переменного поперечного сечения можно выразить через плотность и объем усеченного конуса [164]

$$m = \rho \cdot V = \rho \frac{\pi \ell \left(R^2 + r^2 + R \cdot r\right)}{3} .$$

В выражении (3.39), определяющем кинетическую энергию исходной системы, перед определенным интегралом введем массу, сделав следующее преобразование

$$T = \frac{3\alpha^2}{2\ell\left(R^2 + r^2 + R \cdot r\right)} \frac{\rho \pi \ell \left(R^2 + r^2 + R \cdot r\right)}{3} \int_0^{\ell} v_k^2 (b - y)^2 \, dy .$$

или

$$T = \frac{3\alpha^2}{2\ell\left(R^2 + r^2 + R \cdot r\right)} m \int_0^{\ell} v_k^2 (b - y)^2 \, dy . \qquad (3.40)$$

Для того чтобы вычислить интеграл

$$\int_0^{\ell} v_k^2 (b - y)^2 \, dy ,$$

требуется найти выражение для определения скорости v_k. Для этого следует составить и дважды проинтегрировать дифференциальное уравнение упругой линии исследуемой балки. В результате этих действий получим: после первого интегрирования – уравнение угла поворота сечения балки θ, после второго интегрирования – уравнение прогиба z, производная по времени от которого и будет искомым выражением скорости v_k.

Форму упругой линии определим как для консольной балки, нагруженной в точке B некоторой силой P. При этом как и в предыдущих расчетах остается в силе предположение, что отклонение упругой линии инерционной балки под действием силы P**,** приложенной в точке B, будет незначительным по сравнению с безинерционной балкой, т.е. при приведении будет учтена основная первая форма колебаний.

Дифференциальное уравнение упругой линии данной балки

$$\frac{d^2 z}{dy^2} = \frac{M_y}{E \, I_x(y)} . \qquad (3.41)$$

где E – модуль упругости первого рода;

$I_x(y)$ – центральный момент инерции сечения балки, в данном случае величина не постоянная;

M_y – изгибающий момент в сечении, находящемся на расстоянии y от начала системы координат.

Выражение для изгибающего момента на участке AB имеет вид [60]

$$M_y = P(\ell - y).$$

Центральный момент инерции сечения балки относительно оси x, отстоящего на расстоянии y от начала осей координат [140]

$$I_x(y) = \frac{\pi(2\,r_k)^4}{64} \approx 0,05 \cdot 2^4\,\alpha^4(b-y)^4 = 0,8\,\alpha^4(b-y)^4.$$

Момент инерции сечения в данном случае величина переменная, зависит от координаты y.

Подставим выражение для изгибающего момента M_y и момента инерции сечения $I_x(y)$ в дифференциальное уравнение упругой линии (3.41), получим

$$\frac{d^2z}{dy^2} = \frac{P(\ell - y)}{0,8E\,\alpha^4(b-y)^4}.$$

Входящая в уравнение сила P не зависит от координаты y.

Обозначим $\frac{dz}{dy} = \theta$. Здесь θ угол поворота сечения балки.

Преобразовав написанное выше дифференциальное уравнение и поделив переменные, запишем

$$\theta = \frac{P}{0,8E\,\alpha^4}\int\frac{(\ell - y)dy}{(b-y)^4}.$$

После интегрирования и преобразований получаем выражение для определения угла поворота сечения балки

$$\theta = \frac{P}{0,8E\,\alpha^4}\left[\frac{\ell - b}{3(b-y)^3} + \frac{1}{2(b-y)^2} + C_1\right]. \qquad (3.42)$$

Проинтегрировав выражение (3.42), получим общее решение дифференциального уравнения (3.41) упругой линии балки

$$z = \frac{P}{0{,}8\,E\,\alpha^4}\left[\frac{\ell - b}{6(b-y)^2} + \frac{1}{2(b-y)} + C_1\,y + C_2\right]. \qquad (3.43)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из граничных условий, которые в соответствии с закреплением консольной балки имеют вид:

при $y = 0$, $z = 0$ и $\theta = 0$.

После подстановки граничных условий в уравнения (3.42) (3.43)

$$0 = \frac{P}{0{,}8\,E\,\alpha^4}\left[\frac{\ell - b}{3\,b^3} + \frac{1}{2\,b^2} + C_1\right], \qquad 0 = \frac{P}{0{,}8\,E\,\alpha^4}\left[\frac{\ell + b}{6b^2} + \frac{1}{2\,b} + C_2\right],$$

определяются выражения для постоянных интегрирования C_1 и C_2

$$C_1 = -\frac{b + 2\ell}{6b^3} \qquad \text{и} \qquad C_2 = -\frac{\ell + 2\,b}{6\,b^2},$$

подставив которые в уравнения (3.42) (3.43) запишем уравнение угла поворота сечения

$$\theta = \frac{P}{0{,}8\,E\,\alpha^4}\left[\frac{\ell - b}{3(b-y)^3} + \frac{1}{2(b-y)^2} - \frac{b + 2\ell}{6b^3}\right]$$

и уравнение упругой линии балки

$$z = \frac{P}{0{,}8\,E\,\alpha^4}\left[\frac{\ell - b}{6(b-y)^2} + \frac{1}{2(b-y)} - \frac{b + 2\ell}{6b^3}\,y - \frac{\ell + 2b}{6b^2}\right]. \qquad (3.44)$$

Для определения кинетической энергии **T** согласно формуле (3.37) нужно получить выражение для скорости $v_k = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$, для чего необходимо продифференцировать уравнение прогиба балки (3.44) по времени полагая, что **y** не зависит от времени, а сила **P –** меняется во времени т. е.

$$v_k = \dot{z} = \frac{\dot{P}}{0{,}8\,E\,\alpha^4}\left[\frac{\ell - b}{6(b-y)^2} + \frac{1}{2(b-y)} - \frac{b + 2\ell}{6b^3}\,y + \frac{\ell + 2b}{6b^2}\right].$$

Из-за сложности дальнейших расчетов преобразуем вышестоящую формулу и найдем сначала выражение для квадрата скорости v_k

$$v_k^2 = \frac{\dot{P}^2}{23E^2\ \alpha^8}\left[\frac{D_1 - 3y}{(b-y)^2} - \frac{D_2 y - D_3}{(b-y)}\right]^2.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$D_1 = \ell + 2b;\ \ D_2 = 2\ell + b; \qquad D_3 = b(2b + \ell).$$

После возведения в квадрат v_k и упрощения полученного в квадратных скобках многочлена имеем

$$v_k^2 = \frac{\dot{P}^2}{23E^2\ \alpha^8}\left[\frac{D_1^2 - 6D_1 y + 9y^2}{(b-y)^4} + \frac{6D_2\ y^2 - D_6 y + 2D_1 D_3}{b^3(b-y)^2}\right] +$$

$$+ \frac{\dot{P}^2}{23E^2\alpha^8} \cdot \frac{D_2^2 y^2 - 2D_2 D_3 y + D_3^2}{b^6}, \qquad (3.45)$$

где $D_6 = 2(D_1 D_2 + 3D_3)$.

Введем еще одно обозначение B, перемножив постоянные коэффициенты и $\dot{P}^2$ перед квадратными скобками в выражении для квадрата скорости v_k^2 (3.45) и перед массой m и интегралом в выражении (3.40) для кинетической энергии

$$B = \frac{\dot{P}^2}{23E^2\ \alpha^8} \cdot \frac{3\alpha^2}{2\ell(R^2 + r^2 + R\cdot r)} = \frac{0{,}065\ \dot{P}^2}{E^2\ \alpha^6\ \ell(R^2 + r^2 + R\cdot r)}. \qquad (3.46)$$

Подставив выражение для квадрата скорости v_k^2 (3.45) и (3.46) в формулу (3.40) получим следующий интеграл для определения кинетической энергии T исходной системы

$$T = Bm\int_0^{\ell}\left[\frac{D_1^2 - 6D_1y + 9y^2}{(b-y)^4} + \frac{6D_2\ y^2 - D_6y - 2D_1D_3}{6b^3(b-y)^2}\right]\cdot(b-y)^2\,dy +$$

$$+ Bm\int_0^{\ell}\frac{D_2^2y^2 - 2D_2D_3y + D_3^2}{12b^6}\cdot(b-y)^2\ dy.$$

После интегрирования полученной зависимости и последующего упрощения результатов выражение для кинетической энергии T исходной системы примет вид

$$T = B\,m\left[\frac{D_2^2}{5b^6}y^5 - \frac{D_4}{4b^6}y^4 + \left(\frac{D_5}{3b^6} - \frac{2D_2}{b^3}\right)y^3 + \left(\frac{2b\left(D_2D_3b - D_3^2\right) - D_6b^3}{2b^6}\right)y^2\right] +$$

$$+ B\,m\left[\left(18 - \frac{2D_1D_3}{b^3} + \frac{D_3^2}{2b^4}\right)y\ - (9b + 6D_1)\ln\left|(b-y)\right| + \frac{9\,y^2}{b-y}\right] +$$

$$+ Bm\left[\frac{D_1(D_1 - 6b)}{b-y} - 18b\right]. \qquad (3.47)$$

Здесь обозначено $D_4 = 2D_2\ (D_3 - D_2b)$;
$D_5 = \left(D_2^2b^2 + 4D_2D_3b + D_3^2\right)$.

Подставляя в выражение (3.47) пределы интегрирования от y = 0 до y = ℓ и формулу (3.46) получим

$$T = \frac{0{,}2\ \dot{P}^2\ m}{E^2\ \alpha^6\ \ell\left(R^2 + r^2 + R\cdot r\right)}\cdot\left[\frac{D_2^2\ell^5}{5b^6} - \frac{D_4\ell^4}{4b^6} + \left(\frac{D_5}{3b^6} - \frac{2D_2}{b^3}\right)\ell^3\right] +$$

$$+ \frac{0{,}2\ \dot{P}^2\ m}{E^2\ \alpha^6\ \ell\left(R^2 + r^2 + R\cdot r\right)}\cdot\left[\left(\frac{2b\left(D_2D_3b + D_3^2\ \right) - D_6b^3}{2b^6}\right)\ell^2\right] +$$

$$+ \frac{0{,}2\ \dot{P}^2\ m}{E^2\ \alpha^6\ \ell\left(R^2 + r^2 + R\cdot r\right)}\times$$

$$\times\left[\left(18-\frac{2D_1D_3}{b^3}+\frac{D_3^2}{b^4}\right)\ell\ -(18b+6D_1)\ln\left|(b-\ell)\right|+\frac{9\,\ell^2}{b-\ell}\right]+$$

$$+\frac{0{,}2\ \dot{P}^2\ m}{E^2\ \alpha^6\ \ell\left(R^2+r^2+R\cdot r\right)}\times$$

$$\times\left[\frac{D_1(D_1-6b)}{b-\ell}-18b+18(b+6D_1)\ln b-\frac{D_1(D_1-6b)}{b}\right].$$

Для придания формуле для кинетической энергии компактного вида вводятся следующие обозначения

$$D_7=\left[\frac{D_2^2\ell^5}{5b^6}-\frac{D_4\ell^4}{4b^6}+\left(\frac{D_5}{3b^6}-\frac{2D_2}{b^3}\right)\ell^3+\left(\frac{2b\left(D_2D_3b+D_3^2\right)-D_6b^3}{2b^6}\right)\ell^2\right]$$

$$D_8=\left[\left(18-\frac{2D_1D_3}{b^3}+\frac{D_3^2}{b^4}\right)\ell\ -(18b+6D_1)\ln\left|(b-\ell)\right|+\frac{9\,\ell^2}{b-\ell}\right];$$

$$D_9=\left[\frac{D_1(D_1-6b)}{b-\ell}-18b+18(b+6D_1)\ln b-\frac{D_1(D_1-6b)}{b}\right].$$

Окончательное выражение для кинетической энергии T исходной системы примет вид

$$T=\frac{0{,}065\ \dot{P}^2\ m}{E^2\ \alpha^6\ \ell\left(R^2+r^2+R\cdot r\right)}\left[D_7+D_8+D_9\right]. \qquad (3.48)$$

Подставив в формулу (3.45) $y=\ell$, найдем выражение для квадрата скорости v_B^2 точки B стержня

$$v_B^2=\frac{\dot{P}^2}{23E^2\ \alpha^8}\left[\frac{D_1^2-6D_1\ell+9\ell^2}{(b-\ell)^4}+\frac{6D_2\ \ell^2-D_6\ell+2D_1D_3}{b^3(b-\ell)^2}\ \right]+$$

$$+\frac{\dot{P}^2}{23E^2\alpha^8}\cdot\frac{D_2^2\ell^2-2D_2D_3\ell+D_3^2}{b^6}.$$

Введем обозначения

$$D_{10} = \left[\frac{D_1^2 - 6D_1\ell + 9\ell^2}{(b-\ell)^4} \right]; \qquad D_{11} = \left[\frac{6D_2\,\ell^2 - D_6\,\ell + 2D_1D_3}{b^3(b-y)^2} \right];$$

$$D_{12} = \frac{D_2^2\ell^2 - 2D_2D_3\ell + D_3^2}{b^6}$$

и запишем выражение для квадрата скорости v_B^2 точки B в более компактном виде

$$v_B^2 = \frac{\dot{P}^2}{23E^2\,\alpha^8}\left[D_{10} + D_{11} + D_{12}\right], \tag{3.49}$$

Формула для квадрата скорости (3.49) используется в уравнении (3.36) для определения кинетической энергии приведенной системы

$$T_B = \frac{\dot{P}^2\,m_B}{46E^2\,\alpha^8}\left[D_{10} + D_{11} + D_{12}\right]. \tag{3.50}$$

Для определения приведенной в точку B балки массы m_B приравниваются выражения для кинетических энергий исходной T и приведенной T_B систем согласно формул (3.48) и (3.50)

$$\frac{0{,}065\,\dot{P}^2\,m}{E^2\,\alpha^6\,\ell\left(R^2 + r^2 + R\cdot r\right)}\left[D_7 + D_8 + D_9\right] = \frac{\dot{P}^2\,m_B}{46E^2\,\alpha^8}\left[D_{10} + D_{11} + D_{12}\right]$$

Из последнего равенства определяется приведенная масса m_B

$$m_B = \frac{3\,\alpha^2\,m}{\ell\left(R^2 + r^2 + R\cdot r\right)} \cdot \frac{\left[D_7 + D_8 + D_9\right]}{\left[D_{10} + D_{11} + D_{12}\right]}. \tag{3.51}$$

Здесь m – масса консольной балки; R, r, α – ее геометрические параметры (рисунок 3.19, а).

Приведенную изгибную жесткость стержня c_u находится из уравнения упругой линии балки (3.44). Она будет равна обратной величине коэффициента при силе P , когда $y = \ell$

$$c_u = \frac{2{,}4\,E\,\alpha^4 b^2(\ell - b)}{\ell^2 - 2b^2}. \qquad (3.52)$$

Сравнивая формулы уравнений упругой линии (3.20), (3.29), (3.44) и формулы приведенной изгибной жесткости c_u (3.22), (3.35), (3.52) для трех вариантов можно заметить ощутимую разницу этих показателей для балок с постоянным и переменным поперечными сечениями. Сопоставляя формулы для приведенной массы то же самое можно сказать о конечном результате данного исследования.

Таким образом, механическая система (балка переменного поперечного сечения) с неравномерно распределенной массой (рисунок 3.19, а) приведена к системе с дискретной массой m_B и безинерционной упругой связи с приведенной изгибной жесткостью $c_и$ (рисунок 3.19, б). Такая расчетная схема более удобна для исследования, поскольку полученная дискретная система имеет конечное число степеней свободы.

3.3.4 Приведение массы изгибно-колеблющейся консольной балки переменного поперечного сечения с продольным отверстием

В технических устройствах и оборудовании с целью облегчения конструкции очень часто применяют стержни, валы и балки с трубчатым поперечным сечением. Рассмотрим теперь задачу приведения масс для колеблющейся балки переменного поперечного сечения с внутренним продольным отверстием постоянного радиуса r_0 (рисунок 3.20,а). Теоретические предпосылки рассматриваемой задачи такие же, как и в двух предыдущих, т.е. приведение масс осуществляется из условия равенства кинетических энергий исходной и приведенной систем.

Кинетическая энергия T_B приведенной системы (рисунок 3.20,б) и кинетическая энергия **T** исходной системы также как в предыдущем случае определяется при помощи формул (3.36) и (3.37), но некоторые параметры, входящие в эти формулы имеют другой вид.

Элементарная масса dm определяется как масса элементарного кольца по формуле

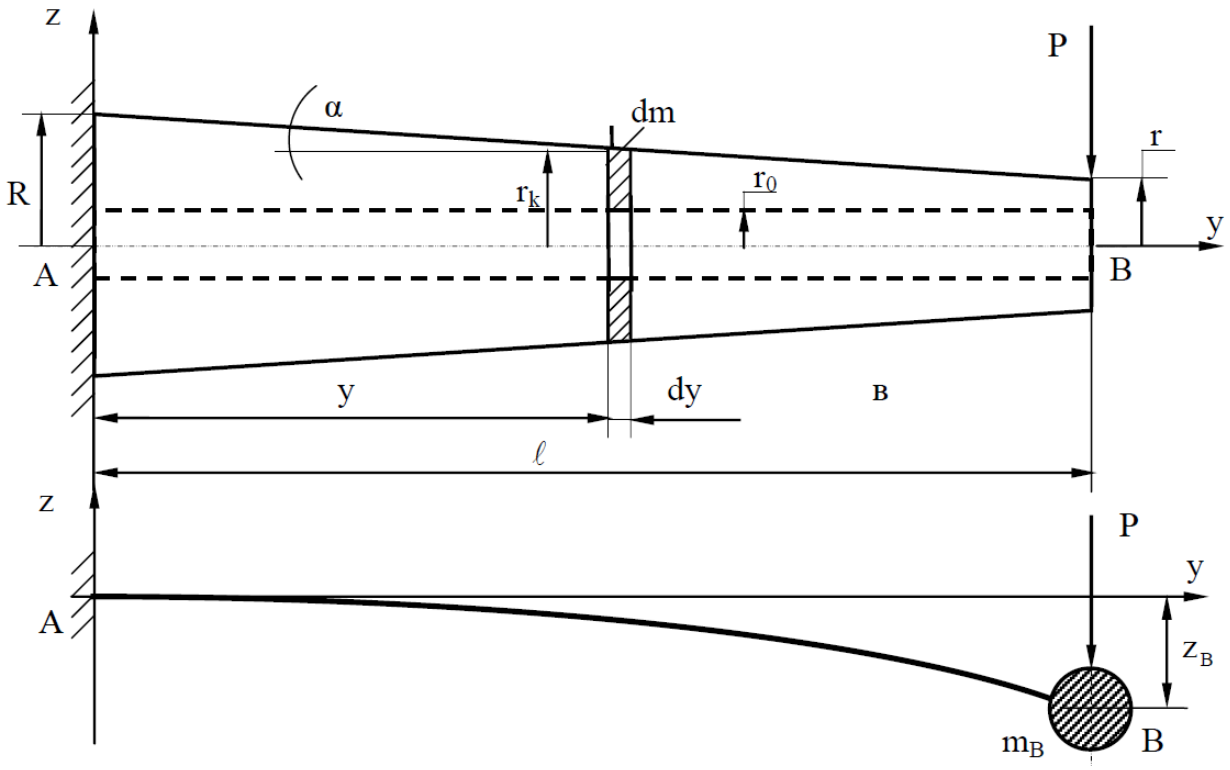
$$dm = \pi\rho\left(r_k^2 - r_0^2\right)dy \qquad \text{или} \qquad dm = \pi\rho\alpha^2\left[(b-y)^2 - a^2\right]dy,$$

где $r_k = R - y \cdot \alpha = \alpha\left(\frac{R}{\alpha} - y\right)$ или $r_k = \alpha(b - y)$ – внешний радиус балки в произвольном сечении, находящемся на расстоянии y от начала координат;

$$a = \frac{r_0}{\alpha}.$$

Объем балки $$V = \pi\ell\frac{R^2 + r^2 + Rr - 3r_0^2}{3}.$$

Масса балки $$m = \rho\pi\ell\frac{R^2 + r^2 + Rr - 3r_0^2}{3}.$$



б

Рисунок 3.20 – схема консольной балки с переменным поперечным сечением (а) и ее расчетная схема (б)

Центральный момент инерции в сечении балки, расположенном на расстоянии y от начала осей координат

$$I_x(y) = \frac{\pi(2r_k)^4}{64} - \frac{\pi(2r_0)^4}{64} \approx 0,8\left[\alpha^4(b - y)^4 - r_0^4\right] = 0,8\,\alpha^4\left[(b - y)^4 - a^4\right].$$

Используя формулу $dm = \pi \rho \alpha^2 \left[(b-y)^2 - a^2\right] dy$, преобразуем интеграл (3.37) для определения кинетической энергии исходной системы с распределенными параметрами

$$T = \int_0^m \frac{v_k^2 \, dm}{2} = \frac{\pi \rho \alpha^2}{2} \int_0^{\ell} v_k^2 \left[(b-y)^2 - a^2\right] dy, \qquad (3.39a)$$

где $\mathbf{v_k}$ – скорость точки упругой линии прогнутой балки, совпадающей с центром указанного сечения, $v_k = \frac{dz_k}{dt} = \dot{z}_k$.

В выражении (3.39a), определяющем кинетическую энергию исходной системы перед определенным интегралом введем массу, сделав следующее преобразование

$$T = \frac{3\alpha^2}{2\ell\left(R^2 + r^2 + R \cdot r - 3r_0^2\right)} \frac{\rho \pi \ell \left(R^2 + r^2 + R \cdot r - 3r_0^2\right)}{3} \int_0^{\ell} v_k^2 \left[(b-y)^2 - a^2\right] dy.$$

или

$$T = \frac{3\alpha^2}{2\ell\left(R^2 + r^2 + R \cdot r - 3r_0^2\right)} m \int_0^{\ell} v_k^2 \left[(b-y)^2 - a^2\right] dy. \qquad (3.40a)$$

Для того чтобы решить интеграл

$$\int_0^{\ell} v_k^2 \left[(b-y)^2 - a^2\right] dy$$

нужно найти выражение для определения скорости v_k. Для этого следует составить и дважды проинтегрировать дифференциальное уравнение упругой линии исследуемой балки.

Дифференциальное уравнение упругой линии балки

$$\frac{d^2 z}{dy^2} = \frac{P(\ell - y)}{0{,}8 E \alpha^4 \left[(b-y)^4 - a^4\right]}.$$

Для удобства интегрирования введем новую переменную $x = b - y$.

Дифференциальное уравнение упругой линии балки примет вид

$$\frac{d^2z}{dx^2} = -\frac{P(\ell - b + x)}{0{,}8E\alpha^4\left[x^4 - a^4\right]}.$$

Первый интеграл, определяющий угол поворота сечения θ

$$\theta = -\frac{P}{3{,}2Ea^3\alpha^4}\left[a\ln\left|\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}\right| + D_{14}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + 2D_{14}\operatorname{arctg}\frac{x}{a} + C_1\right],$$

где обозначено $D_{14} = (\ell - b)$.

Проинтегрировав вышестоящее уравнение угла поворота сечения θ и подставив $x = b - y$ при нулевых начальных условиях [$y = 0$; $\theta(0) = 0$; $z(0) = 0$], получим уравнение упругой линии балки или уравнение прогиба в виде функции

$$z = -\frac{P}{3{,}2Ea^3\alpha^4}\left[D_{14}a\ln\left|\frac{a+b-y}{(a-b+y)\left(a^2+(b-y)^2\right)}\right| + a(b-y)\ln\left|\frac{a^2+(b-y)^2}{a^2-(b-y)^2}\right| + \right.$$

$$\left. + D_{14}(b-y)\ln\left|a^2-(b-y)^2\right| - 2\left[D_{14}(b-y) - a^2\right]\operatorname{arctg}\frac{b-y}{a} - D_{14}a + D_{15}(b-y) + D_{16}\right] \quad (3.44a)$$

Здесь D_{15} и D_{16} соответствуют постоянным интегрирования C_1 и C_2

$$D_{15} = -\left[a\ln\left|\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right| + D_{14}\ln\left|\frac{a+d}{a-b}\right| + 2D_{14}\operatorname{arctg}\frac{b}{a}\right] = C_1;$$

$$D_{16} = -\left[D_{14}a\ln\left|\frac{a+b}{(a-b)\left(a^2+b^2\right)}\right| + a\,b\ln\left|\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right| + \right.$$

$$\left. + D_{14}b\ln\left|a^2-b^2\right| - 2\left[D_{14}b - a^2\right]\operatorname{arctg}\frac{b}{a} - D_{14}a + D_{15}(b)\right] = C_2.$$

Из уравнения прогиба (3.44а) найдем приведенную изгибную жесткость балки. Она равна обратной величине коэффициента при силе P при $y = \ell$

$$c_u = \frac{3{,}2Ea^3\alpha^4}{D_{17}}, \qquad (3.52а)$$

где обозначено

$$D_{17} = \left[D_{14}a \ln\left|\frac{a - D_{14}}{(a + D_{14})(a^2 + D_{14}^2)}\right| - aD_{14}\ln\left|\frac{a^2 + D_{14}^2}{a^2 - D_{14}^2}\right| - D_{14}^2 \ln\left|a^2 - D_{14}^2\right| - \right.$$

$$\left. - 2\left[D_{14}^2 - a^2\right]\operatorname{arctg}\frac{D_{14}}{a} - D_{14}a - D_{14}\,D_{15} + D_{16}\right].$$

Для определения скорости v_k нужно продиффенцировать по времени t уравнение прогиба (3.44а), в котором только сила P зависит от времени. Взяв производную и возведя ее в квадрат, найдем выражение для скорости

$$v_k^2 = \frac{\dot{P}^2}{10{,}24E^2a^6\alpha^8}\left[D_{14}a\ln\left|\frac{a + b - y}{(a - b + y)(a^2 + (b - y)^2)}\right| + a(b - y)\ln\left|\frac{a^2 + (b - y)^2}{a^2 - (b - y)^2}\right| + \right.$$

$$\left. + D_{14}(b - y)\ln\left|a^2 - (b - y)^2\right| - 2\left[D_{14}(b - y) - a^2\right]\operatorname{arctg}\frac{b - y}{a} - D_{14}a + D_{15}(b - y) + D_{16}\right]^2$$

(3.45а)

Полученное выражение подставляется в (3.40а) под знак интеграла

$$T = B'm\int_0^{\ell}\left[D_{14}a\ln\left|\frac{a + b - y}{(a - b + y)(a^2 + (b - y)^2)}\right| + a(b - y)\ln\left|\frac{a^2 + (b - y)^2}{a^2 - (b - y)^2}\right| + \right.$$

$$\left. + D_{14}(b - y)\ln\left|a^2 - (b - y)^2\right| - 2\left[D_{14}(b - y) - a^2\right]\operatorname{arctg}\frac{b - y}{a} - D_{14}a + D_{15}(b - y) + D_{16}\right]^2 \times$$

$$\times\left[(b - y)^2 - a^2\right]dy. \qquad (3.46а)$$

Здесь $B' = \dfrac{3\dot{P}^2}{20{,}48\ell\left(R^2 + r^2 + R\cdot r - 3r_0^2\right)E^2a^6\alpha^6}$.

Интегрирование выражения (3.46а) в общем виде без конкретных численных значений постоянных величин a, b, D_{14}, D_{15}, D_{16} не целесообразно, поскольку в результате получается сложная зависимость, занимающая несколько страниц текста. При исследовании механических систем с заданными или определенными численными параметрами можно воспользоваться программой «Maple» или «Mathcad» и получить конкретное численное значение определенного интеграла.

В данном случае формула кинетической энергии исходной системы (3.46а) запишется в виде

$$T = \frac{3\dot{P}^2 D_{18} m}{20{,}48\ell\left(R^2 + r^2 + R\cdot r - 3r_0^2\right)E^2a^6\alpha^6} ,$$

где через D_{18} обозначено прогнозируемое значение определенного интеграла.

Для определения кинетической энергии приведенной системы определяется скорость точки В из уравнения (3.44а) при $y = \ell$

$$v_B = -\frac{\dot{P}}{3{,}2Ea^3\alpha^4} D_{17} .$$

Тогда формула кинетической энергии приведенной системы (3.36) примет вид

$$T_B = \frac{\dot{P}^2 m_B}{20{,}48E^2a^6\alpha^8} D_{17}^2 .$$

Приравняв правые части выражений кинетических энергий исходной и приведенной систем получаем формулу для определения приведенной массы консольной балки переменного поперечного сечения с продольным отверстием постоянного диаметра

$$m_B = \frac{3D_{18}\alpha^2}{\ell\left(R^2 + r^2 + R\cdot r - 3r_0^2\right)D_{17}^2} m .$$

Примечание. При интегрировании дифференциального уравнения упругой линии балки $\frac{d^2z}{dx^2} = -\frac{P(\ell - b + x)}{0{,}8E\alpha^4\left[x^4 - a^4\right]}$ из-за несоответствия размерностей в полученных результатах была обнаружена ошибка в книге Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука; Лейпциг: Тойбнер, 1981. – 720 с. [164]. На странице 100 справочника приведен интеграл №102 в таком виде:

$$\int \frac{dx}{a^4 - x^4} = \frac{1}{4a^3} \ln \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}.$$

На самом деле этот интеграл равен

$$\int \frac{dx}{a^4 - x^4} = \frac{1}{4a^2} \ln \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}.$$

Это легко проверить, взяв производную от первообразной $\frac{1}{4a^2} \ln \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}$.

Рассмотрим далее задачу приведения масс для колеблющейся балки переменного поперечного сечения с внутренним продольным отверстием в виде конуса (рисунок 3.21). Подобные конструкции могут иметь вертикальное расположение, использующиеся для телевизионных башен, радиомачт и других конструкций. Теоретические предпосылки рассматриваемой задачи те же, что и в предыдущих случаях.

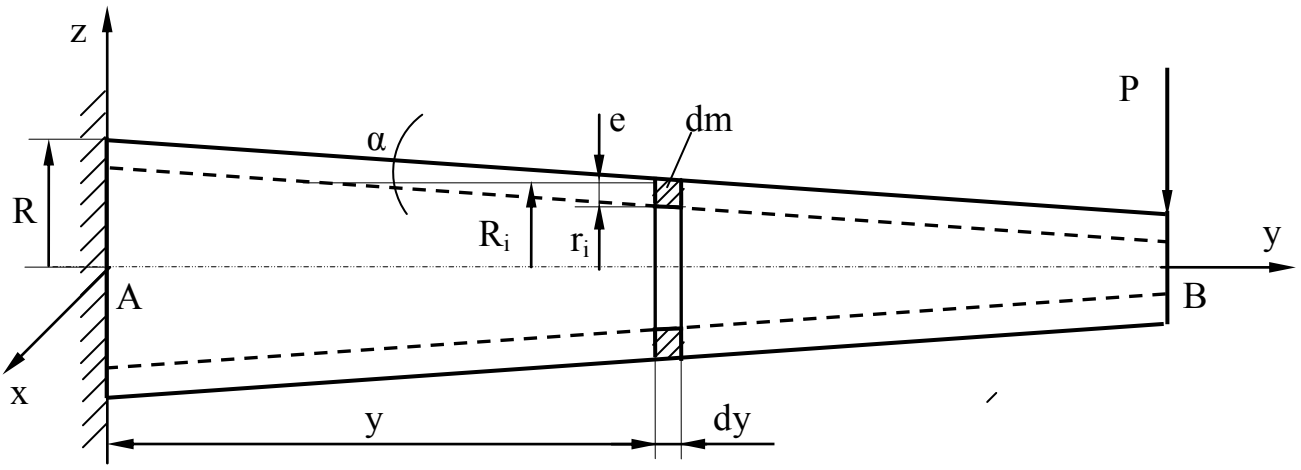


Рисунок 3.21 – схема консольной балки с переменным поперечным сечением и конусообразным продольным отверстием

Элементарная масса dm определяется как масса элементарного кольца по формуле $dm = \pi\rho\left(R_i^2 - r_i^2\right)dy = \pi\rho\alpha^2\left[(b-y)^2 - (b_1-y)^2\right]dy$

или $dm = 2\pi\rho\alpha^2 a_1\left[y - a_2\right]dy$,

где обозначено: $R_i = R - y\alpha$ – внешний радиус балки в произвольном сечении на расстоянии y от начала координат; $r_i = R - e - y\alpha$ – внутренний радиус балки в том же сечении; $b = \frac{R}{\alpha}$; $b_1 = \frac{R-e}{\alpha}$; $a_1 = b_1 - b$; $a_2 = \frac{b_1 + b}{2}$.

Масса балки

$$m = \rho \cdot V = \rho\pi\ell\left[\frac{R^2 + r^2 + Rr}{3} - \frac{(R-e)^2 + (r-e)^2 + (R-e)(r-e)}{3}\right].$$

Центральный момент инерции в сечении балки, расположенном на расстоянии y от начала осей координат

$$I_x(y) = 3{,}2\, a_1\, \alpha^4\left(y^2 - a_2 y - a_3\right)(y - a_4), \quad \text{где} \quad a_3 = 2a_2 = b_1 + b_2,\ a_4 = \frac{a_2}{2}.$$

Дифференциальное уравнение упругой линии балки

$$\frac{d^2 z}{dy^2} = \frac{P(\ell - y)}{3{,}2\, E a_1 \alpha^4\left(y^2 - a_2 y - a_3\right)(y - a_4)}.$$

Дважды проинтегрировав данное дифференциальное уравнение и определив постоянные C_1 и C_2 получим уравнение упругой линии исследуемой балки или уравнение прогиба

$$z = \frac{P}{3{,}2 E a_1 \alpha^4}\left\{(a_4 - y)\left[\ln(a_4 - y) - 1\right] + 2a_7 a_5 \operatorname{arctg}\frac{a_4 - y}{a_5} + .\right.$$

$$+ a_7\left[(a_4 - y)\ln\left[(a_4 - y)^2 + a_5^2\right] - 2(a_4 - y)\right] + D_{19}(a_4 - y) + D_{20} +$$

(3.47a)

$$\left. + a_8\left[(a_4 - y)\operatorname{arctg}\frac{a_4 - y}{a_5} - \frac{a_5}{2}\ln\left[(a_4 - y)^2 + a_5^2\right]\right]\right\}.$$

В формуле уравнения прогиба обозначено:

$$a_5 = \sqrt{a_3 - \frac{a_2^2}{4}}, \qquad a_6 = \frac{\ell - a_4}{3a_4^2 + a_3}, \qquad a_7 = -\frac{\ell - a_4}{2\left(3a_4^2 + a_3\right)},$$

$$a_8 = -\frac{2a_2\left(\ell - a_4\right)}{a_5\left(3a_4^2 + a_3\right)}, \qquad D_{19} = C_1 = -a_6 \ln a_4 - a_7 \ln\left(a_4^2 + a_5^2\right) + a_8 \operatorname{arctg}\frac{a_4}{a_5},$$

$$D_{20} = C_2 = -a_6 a_4\left(\ln a_4 - a_4\right) - a_7\left[a_4 \ln\left(a_4^2 + a_5^2\right) - 2\left(a_4 - a_5 \operatorname{arctg}\frac{a_4}{a_5}\right)\right] -$$

$$- a_8\left[a_4 - \frac{a_5}{2}\ln\left(a_4^2 + a_5^2\right)\right] - D_{19} a_4 .$$

Далее, как и в предыдущих случаях, определяется формула скорости $\mathbf{v_k}$ точки упругой линии прогнутой балки, совпадающей с центром указанного сечения, которая подставляется в интеграл, определяющий кинетическую энергию исходной системы

$$T = B''m \int_0^{\ell} \left\{\left(a_4 - y\right)\left[\ln\left(a_4 - y\right) - 1\right] + 2a_7 a_5 \operatorname{arctg}\frac{a_4 - y}{a_5} + .\right.$$

$$+ a_7\left[\left(a_4 - y\right)\ln\left[\left(a_4 - y\right)^2 + a_5^2\right] - 2\left(a_4 - y\right)\right] + D_{19}\left(a_4 - y\right) + D_{20} +$$

$$\left. + a_8\left[\left(a_4 - y\right)\operatorname{arctg}\frac{a_4 - y}{a_5} - \frac{a_5}{2}\ln\left[\left(a_4 - y\right)^2 + a_5^2\right]\right]\right\}^2 \left(y - a_2\right)dy = B''mD_{21},$$

где обозначено $B'' = \dfrac{\dot{P}^2}{5{,}12VE^2 a_1 \alpha^6}$; V – объем исследуемой балки, принимается как объем усеченного полого конуса; D_{21} – прогнозируемое значение определенного интеграла.

Скорость точки B, в которую приводится вся масса балки определяется при $y = \ell$

$$v_B = \frac{\dot{P}}{3{,}2Ea_1\alpha^4}\left\{(a_4-\ell)[\ln(a_4-\ell)-1]+2a_7a_5\operatorname{arctg}\frac{a_4-\ell}{a_5}+\right.$$

$$+a_7\left[(a_4-\ell)\ln\left[(a_4-\ell)^2+a_5^2\right]-2(a_4-\ell)\right]+D_{19}(a_4-\ell)+D_{20}+$$

$$\left.+a_8\left[(a_4-\ell)\operatorname{arctg}\frac{a_4-\ell}{a_5}-\frac{a_5}{2}\ln\left[(a_4-\ell)^2+a_5^2\right]\right]\right\} = \frac{\dot{P}}{3{,}2Ea_1\alpha^4}D_{22}.$$

Здесь обозначено

$$D_{22} = \left\{(a_4-\ell)[\ln(a_4-\ell)-1]+2a_7a_5\operatorname{arctg}\frac{a_4-\ell}{a_5}+\right.$$

$$+a_7\left[(a_4-\ell)\ln\left[(a_4-\ell)^2+a_5^2\right]-2(a_4-\ell)\right]+D_{19}(a_4-\ell)+D_{20}+$$

$$\left.+a_8\left[(a_4-\ell)\operatorname{arctg}\frac{a_4-\ell}{a_5}-\frac{a_5}{2}\ln\left[(a_4-\ell)^2+a_5^2\right]\right]\right\}.$$

Кинетическая энергия приведенной системы

$$T_B = \frac{\dot{P}^2 m_B}{20{,}48E^2a_1^2\alpha^8}D_{22}^2.$$

Приравняв правые части выражений кинетических энергий исходной и приведенной систем получаем формулу для определения приведенной массы m_B консольной балки переменного поперечного сечения с внутренним продольным отверстием в виде конуса

$$m_B = \frac{4D_{21}a_1\alpha^2}{D_{22}^2V}m,$$

где V и m – соответственно объем и масса исследуемой балки.

Приведенная изгибная жесткость балки как и в рассмотренных выше случаях определяется из уравнения прогиба (3.47а) как обратная величина коэффициента у силы P при $y = \ell$

$$c_u = \frac{3{,}2Ea_1\alpha^4}{D_{22}}.$$

Таким образом, при исследовании колебаний консольных балок с переменным по длине поперечным сечением можно использовать выражения для дискретной массы m_B и приведенной изгибной жесткости c_u, что значительно упрощает расчеты. При известных численных значениях па-

раметров системы можно использовать пакет аналитических вычислений программы Maple.

3.4 Приведение масс с учетом трения на элементах кинематических пар

При установившемся движении машинного агрегата, также как и при и при переходных процессах в машинах оказывают влияние силы трения, возникающие на элементах кинематических пар при относительном движении их под действием внешних нагрузок, сил и моментов сил инерции звеньев [135, с. 33].

В некоторых механизмах силы трения настолько велики, что пренебрегать ими невозможно. Поэтому, при аналитическом описании движения подобных систем важно установить, какие члены уравнения движения ответственны за это и в какой степени решение данной задачи в общем виде не отражает истинной картины происходящего во время движения. Учесть все факторы, связанные с этим явлением по-видимому, практически невозможно, так как коэффициент трения – функция многих переменных, часто случайная, нагрузка на элементах кинематических пар, как правило, является нелинейной функцией сил, действующих на звено, и т. д. Вследствие этого принцип суперпозиции не всегда применим. Поэтому здесь будут рассмотрены только механизмы, в которых возможны допустимые упрощения, позволяющие оценить с достаточной достоверностью влияние сил кулонова трения на поведение динамической системы и параметры уравнения движения. К таким системам необходимо отнести в первую очередь механизмы с постоянным передаточным отношением, включающим зубчатые передачи, и механизмы с гибкими связями, в частности грузоподъемные.

Поскольку динамические нагрузки возникают только при нестационарных и переходных режимах, рассмотрим выделенную из общей динамической системы кинематическую цепь, упругостью звеньев которой можно пренебречь. Следовательно, при динамическом моделировании ее можно заменить одной дискретной массой, учтя при этом влияние сил инерции на силы трения на элементах кинематических пар введением в уравнения динамики коэффициента полезного действия. В качестве режимов движения выделенной кинематической цепи необходимо рассмотреть режим разгона ($\omega_k > 0$, $\varepsilon_k > 0$) и режим торможения ($\omega_k > 0$, $\varepsilon_k < 0$).

Рассмотрим в качестве примера зубчатый механизм с жесткими звеньями, который разгоняется действием момента сил упругости M_{01} на входное звено 1 (рисунок 3.22). Работа момента M_{01} расходуется на сообщение системе кинетической энергии и на преодоление сил сопротивления и сил трения на элементах кинематических пар, работа которых оценивается коэффициентом полезного действия. Моменты сил M_{01}, M_2, M_3, совпадающие по

знаку с угловыми скоростями соответствующих валов, действуют на входные звенья соответствующих зубчатых пар.

Составим дифференциальное уравнение движения для массы J_3''

$$J_3'' \frac{d^2\varphi_3}{dt^2} = M_3 - M_{34}.$$

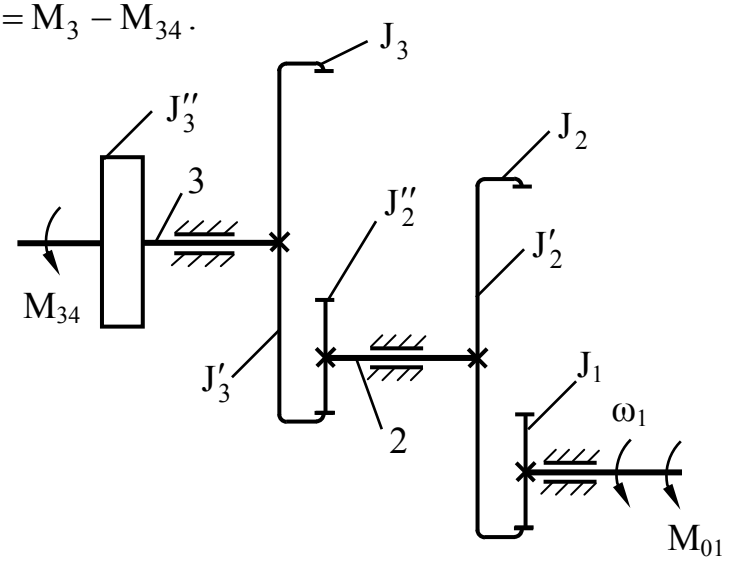


Рисунок 3.22– Зубчатый механизм с жесткими звеньями под действием момента сил упругости M_{01}

Перепишем его в другом виде и составим подобные соотношения для других масс уже с учетом коэффициента полезного действия

$$M_3 = J_3'' \frac{d^2\varphi_3}{dt^2} + M_{34}$$

$$\left(M_2 - J_2'' \frac{d^2\varphi_2}{dt^2}\right)\eta_{23} = \left(J_3' \frac{d^2\varphi_3}{dt} + M_3\right)u_{32};$$

$$\left(M_{01} - J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2}\right)\eta_{12} = \left(J_2' \frac{d^2\varphi_2}{dt} + M_3\right)u_{21}. \qquad (3.53)$$

Из уравнений (3.53) исключим последовательно M_3 и M_2 и учитывая, что $\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} = u_{32}$ и $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = u_{21}$, получаем выражение

$$M_{01} = \left(J_1 + \frac{J_2 u_{21}^2}{\eta_{12}} + \frac{J_3 u_{21}^2 u_{32}^2}{\eta_{12}\eta_{23}}\right)\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + \frac{M_{43} u_{32} u_{21}}{\eta_{12}\eta_{23}}. \qquad (3.54)$$

Здесь $J_2 = J'_2 + J''_2$ и $J_3 = J'_3 + J''_3$ – моменты инерции масс, связанных с валами 2 и 3 соответственно, M_{43} – момент действия выходного звена на отброшенное упругое звено системы. Коэффициент в скобках при $\frac{d^2\varphi_1}{dt^2}$ в выражении (3.54) представляет собой приведенный момент инерции роторного механизма, найденный с учетом трения в кинематических парах:

$$J_{тр} = \left(J_1 + \frac{J_2 u_{21}^2}{\eta_{12}} + \frac{J_3 u_{21}^2 u_{32}^2}{\eta_{12}\,\eta_{23}} \right). \qquad (3.55)$$

Если трением пренебречь, приняв $\eta_{12} = \eta_{23} = 1$, то из (3.55) получим обычное выражение для приведенного момента инерции.

Уравнение для определения момента на входном звене при любом числе пар зубчатых колес (или гибких передач) включает в себя число членов, соответствующее числу валов передачи и в общем виде может быть представлено как

$$M_{01} = \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} \sum_1^n \frac{J_j u_{j1}^2}{\eta_{1j}} + \frac{M_{n+1,k} u_{n,1}}{\eta_{1k}}, \qquad (3.56)$$

где $u_{j1} = \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_1} = \frac{\omega_j}{\omega_1} = u_{21} u_{32} \ldots u_{j,j-1}$; $\quad \eta_{1J} = \eta_{12}\eta_{23} \ldots \eta_{J-1,J}$,

причем при $j = 1$ $u_{11} = \eta_{11} = 1$.

При торможении системы действием момента M_{01} для определения его величины в уравнениях движения (3.36) множители η следует перенести в правую часть; тогда после исключения значений моментов на промежуточных валах момент M_{01} будет равен

$$M_{01} = -\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} \sum_1^n J_j\, u_{j1}^2\, \eta_{1j} + M_{n+1,n} u_{n,1} \eta_{1n}. \qquad (3.57)$$

Сопоставляя уравнения (3.56) и (3.57), нетрудно заметить, что приведенный к звену 1 момент инерции механизма зависит от режима движения. При разгоне под действием момента M_{01} приведенный момент инерции механизма с учетом трения оказывается больше, чем при торможении.

В стержневых механизмах передаточные отношения между звеньями переменные, и коэффициент полезного действия учесть при определении приведенного момента инерции можно лишь при соблюдении ряда ограничений, сформулированных в работе [141].

При воздействии на выделенную кинематическую цепь переменных моментов сил упругости M_{01} и моментов отброшенных упругих связей $M_{n+1,n}$ возможен переходный режим, характеризуемый возникновением двух встречных потоков, которые могут образоваться как при разгоне ($M_{01}\omega_1 > 0$ и $M_{43}\ \omega_3 > 0$), так и при торможении. В зависимости от соотношения моментов M_{01} и M_{43} и инерционных параметров системы момент на одном из промежуточных валов, например 3 или 2, обращается в нуль. При обращении в процессе разгона момента M_3 в нуль (рисунок 3.20) уравнение движения выделенной кинематической цепи приводится к виду

$$\left(J_1 + \frac{J_2 u_{21}^2}{\eta_{12}} + \frac{J_3' u_{31}^2}{\eta_{13}} + J_3'' u_{31}^2 \right) \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = M_{01} + M_{43}\, u_{31}\,.$$

Таким образом, при определении приведенного момента инерции с учетом трения при нестационарном движении системы возможно изменение структуры динамической системы, которое обычно не учитывают, в то время как скачкообразное изменение приведенного момента инерции может вызвать дополнительный динамический эффект, особенно в системах с большими моментами инерции масс.

Глава 4.
МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебания являются наиболее распространенным видом движения. Общеизвестна роль теории колебаний во многих научно-технических дисциплинах. Но и в других отраслях естественных (и не только) наук применяются аналогии, связанные с колебаниями. Академик Л.И.Мандельштам связывает причину приливов и отливов «с периодическими силами, обусловленными Солнцем и Луной» [142]. В биологии термин «автоколебания» применяется при учете периодического изменения численности хищников (рысей) и травоядных (зайцев): при малой численности хищников увеличивается число травоядных и наоборот [56, с. 381]. Известный историк Л.Н.Гумилев часто применяет терминологию колебательных процессов (частота, период, фаза) для объяснения причин изменений конкретных величин в теории этногенеза и в других исторических процессах [143, 144]. В своих гуманитарных исследованиях он оперирует такими понятиями, как декартова система координат, дискретные процессы, объекты и другими понятиями, свойственными техническим наукам.

Колебания условно разделяют на линейные и нелинейные. Линейные колебания описываются линейными дифференциальными уравнениями и сравнительно легко исследуются. Нелинейные колебания имеют разный вид и формы. Для исследования нелинейных колебаний составляются нелинейные дифференциальные уравнения, структура которых зависит от характера действующих сил, режима работы исследуемого оборудования и других факторов. Структура исполнительных механизмов рабочих машин может меняться, переменными могут быть также некоторые параметры механических систем (масса, жёсткость). В таких случаях и дифференциальные уравнения, описывающие движение таких систем также имеют переменную структуру. Уравнения эти могут быть решены аналитическими способами, особенно эффективным методом решения дифференциальных уравнений переменной структуры является метод припасовывания. Но в настоящее время для решения дифференциальных уравнений применяются стандартные компьютерные программы, основанные на численных методах решения дифференциальных уравнений.

Иногда, при исследовании колебаний систем с распределёнными параметрами бывает удобно использовать интегральные уравнения, в частности уравнения Вольтерра (Вольтерры), Фредгольма [145, 146].

4.1 Линейные колебания

Колебания, изучаемые в общих курсах механики имеют четыре разновидности:

1 свободные колебания, совершающиеся под действием восстанавливающей силы;

2 свободные колебания, совершающиеся под действием восстанавливающей силы и силы сопротивления движению (затухающие клоебания);

3 вынужденные колебания, совершающиеся под действием восстанавливающей силы и возмущающей силы;

4 вынужденные колебания, совершающиеся под действием восстанавливающей силы, возмущающей силы и силы сопротивления движению;

Первые два вида колебаний достаточно хорошо описаны в учебной литературе по механике [134, 147]. Четвертый вид колебаний будет рассмотрен позже. Также будут рассмотрены колебания механических систем, имеющих более чем одну степень свободы. Остановимся в данном случае подробней на колебательном движении материальной точки под действием возмущающей силы без учёта сопротивления среды.

4.1.1 Вынужденные колебания материальной точки без учёта сопротивления

Вынужденные колебания совершает материальная точка, на которую кроме восстанавливающей силы действует еще периодически меняющаяся сила, называемая возмущающей силой [147]. Рассмотрим прямолинейное движение материальной точки под действием восстанавливающей силы P = - c·x и внешней возмущающей силы Q. Возмущающая сила может быть произвольной функцией времени, но ограничимся простейшим, практически весьма важным случаем, когда сила изменяется по гармоническому закону. Ее проекция на ось x (рисунок 4.1) равна

$$Q = H\sin pt,$$

где H – амплитуда и p – частота возмущающей силы.

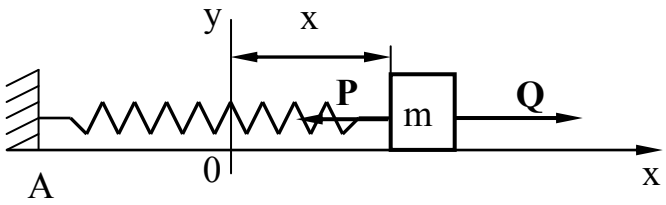


Рисунок 4.1

Это может быть, например, проекция на вертикальную плоскость силы инерции неуравновешенного ротора электродвигателя.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки вдоль оси x имеет вид:

$$m\ddot{x} = -cx + H\sin pt$$

Поделив уравнение на массу m, запишем

$$\ddot{x} + k^2 x = h \sin pt, \tag{4.1}$$

где $k^2 = \frac{c}{m}$ - квадрат частоты свободных колебаний, $h = \frac{H}{m}$.

Уравнение (4.1) называется дифференциальным уравнением вынужденных колебаний материальной точки без учёта сопротивления. Уравнение это линейное, неоднородное, второго порядка. Общее решение этого неоднородного уравнения является суммой двух решений

$$x = x_1 + x_2,$$

где x_2 – частное решение уравнения (4.1),

x_1 – общее решение соответствующего однородного уравнения $\ddot{x} + k^2 x = 0$. Общее решение последнего уравнения имеет вид:

$$x_1 = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt, \tag{4.2}$$

Если $p \neq k$, то частное решение уравнения (4.1) будем искать в виде:

$x_2 = A \sin pt$, где A – неизвестная постоянная. Для ее определения подставим $x_2 = A \sin pt$ и вторую производную по времени $\ddot{x}_2 = -Ap^2 \sin pt$ в уравнение (4.1) :

$$-Ap^2 \sin pt + Ak^2 \sin pt = h \sin pt.$$

Из этого равенства $-Ap^2 + Ak^2 = h$, т.е.

$$A = \frac{h}{k^2 - p^2} \tag{4.3}$$

Следовательно, частное решение уравнения (4.1) имеет вид:

$$x_2 = \frac{h}{k^2 - p^2} \sin pt, \tag{4.4}$$

а его общее решение запишется в форме:

$$x = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt + \frac{h}{k^2 - p^2} \sin pt. \tag{4.5}$$

Здесь C_1 и C_2 – неизвестные постоянные. Для их определения возьмем первую производную по времени t выражения (4.5)

$$\dot{x} = v = - C_1 k \sin kt + C_2 k \cos kt + \frac{p\,h}{k^2 - p^2} \cos pt. \qquad (4.6)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из уравнений (4.5), (4.6) при начальных условиях $t = 0, x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0 = v_0$. Формула (4.5) примет вид

$$x_0 = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0 + \frac{h}{k^2 - p^2} \sin 0, \qquad \text{т.е.} \quad C_1 = x_0,$$

а формула (4.6) примет вид $\dot{x}_0 = v_0 = - C_1 k \sin 0 + C_2 k \cos 0 + \frac{p\,h}{k^2 - p^2} \cos 0$,

или $$v_0 = C_2 k + \frac{p\,h}{k^2 - p^2}, \qquad \text{т.е.} \quad C_2 = \frac{v_0}{k} - \frac{p}{k} \cdot \frac{h}{k^2 - p^2}.$$

Решение дифференциального уравнения (4.1) запишется с учетом значений постоянных C_1 и C_2 примет вид

$$x = x_0 \cos kt + \frac{v_0}{k} \sin kt - \frac{p}{k} \frac{h}{k^2 - p^2} \sin kt + \frac{h}{k^2 - p^2} \sin pt. \qquad (4.7)$$

Выражение (4.7) является законом (уравнением) вынужденных колебаний материальной точки без учёта сопротивления. Оно является суммой двух гармонических колебаний: собственных, происходящих с частотой k, и чисто вынужденных, происходящих с частотой p.

Первая составляющая уравнения (4.7)

$$X_1 = x_0 \cos kt + \frac{v_0}{k} \sin kt$$

зависящее от начальных условий ($t = 0, x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0 = v_0$) уравнение свободных колебаний, происходящих под действием восстанавливающей силы $P = -c \cdot x$.

Вторая составляющая уравнения (4.7)

$$X_2 = - \frac{p}{k} \frac{h}{k^2 - p^2} \sin kt$$

уравнение колебаний, происходящих с частотой k свободных колебаний, но под действием возмущающей силы $Q = H \sin pt$.

Третья составляющая уравнения (4.7)

$$X_3 = \frac{h}{k^2 - p^2} \sin pt$$

уравнение собственно вынужденных колебаний материальной точки с частотой p вынужденнных колебаний под действием возмущающей силы $Q = H\sin pt$.

Вторая и третья составляющие не зависят от начальных условий.

Собственно вынужденные колебания определяются уравнением

$$X_3 = \frac{h}{k^2 - p^2} \sin pt \qquad (4.8)$$

Частота p и период $\tau = \frac{2\pi}{p}$ вынужденнных колебаний совпадают с частотой и периодом возмущающей силы.

Вынужденные колебания, частота p которых меньше частоты k свободных колебаний, называют вынужденными колебаниями малой частоты.

Вынужденные колебания, частота p которых больше частоты k свободных колебаний, называют вынужденными колебаниями большой частоты.

Амплитуда вынужденных колебаний

Амплитуда вынужденных колебаний согласно (4.8) равна

$$A = \left| \frac{h}{k^2 - p^2} \right|.$$

Покажем зависимость амплитуды вынужденных колебаний A от частоты p возмущающей силы, для чего вводим статическое отклонение $x_{ст}$ колеблющейся точки M от начала координат O от действия постоянной силы H (рисунок 4.2), равной максимальному значению возмущающей силы

$$Q = H\sin pt$$

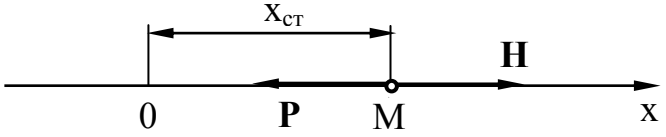


Рисунок 4.2

Величина отклонения $x_{ст}$ вычисляется из условия равенства сил H и P:

$H = c\, x_{ст} = P$, откуда $x_{ст} = \frac{H}{c} = \frac{H/m}{c/m} = \frac{h}{k^2}$.

Преобразуя это выражение, запишем формулу, показывающую зависимость амплитуды от отношения частот $\frac{p}{k}$ вынужденных и свободных колебаний

$$A = \left| \frac{x_{ст}}{1 - p^2/k^2} \right|.$$

Определим отношение амплитуды вынужденных колебаний А к величине статического отклонения хст:

при $p < k$ $\quad \eta = \frac{A}{x_{ст}} = \frac{h/(k^2 - p^2)}{h/k^2} = \frac{k^2}{(k^2 - p^2)} = \frac{1}{1 - \frac{p^2}{k^2}}$; (4.9)

при $p > k$ $\quad \eta = \frac{A}{x_{ст}} = \frac{h/(p^2 - k^2)}{h/k^2} = \frac{1}{\frac{p^2}{k^2} - 1}$. (4.10)

Величина η представляет собой коэффициент динамичности: он показывает, во сколько раз амплитуда колебаний больше статического отклонения. Изменение амплитуды вынужденных колебаний А в зависимости от изменения возмущающей силы р характеризуется графиком зависимости коэффициента динамичности η от соотношения частот $\frac{p}{k}$ (рисунок 4.3). По оси абсцисс графика откладываются значения отношения

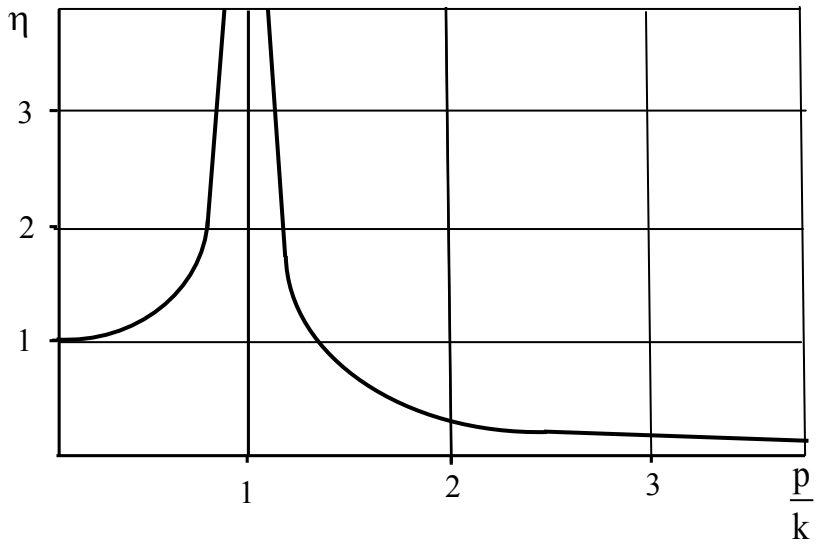


Рисунок 4.3

частот вынужденных и свободных колебаний $\frac{p}{k}$, по оси ординат – соответствующее значение коэффициента динамичности, определённые по формулам (4.9) и (4.10). На графике видно, что при увеличении частоты возмущающей силы от p = 0 до p = k коэффициент динамичности возрастает от единицы до бесконечности, а при дальнейшем увеличении p до бесконечности коэффициент динамичности убывает от бесконечности до нуля. При равенстве частот свободных и вынужденных колебаний p = k коэффициент динамичности η будет равен бесконечности. Этот случай вынужденных колебаний, называемый явлением резонанса рассматривается в следующем подразделе.

4.1.2 Явление резонанса

Теперь рассмотрим случай, когда частота собственных колебаний совпадает с частотой возмущающей силы, то есть p = k. Такое явление, когда частота собственных колебаний равна частоте возмущающей силы, называется резонансом. Амплитуда вынужденных колебаний согласно формулы (4.8) равна бесконечности и многие полученные выше выражения теряют смысл. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний при p = k принимает вид:

$$\ddot{x} + k^2 x = h \sin kt. \qquad (4.1^*)$$

Общее решение однородного уравнения $\ddot{x} + k^2 x = 0$ имеет такой же вид:

$$x_1 = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt,$$

Частное решение полученного дифференциального уравнения (4.1*) в этом случае должно быть линейно независимым от x_1, поэтому его необходимо искать в виде

$$x_2 = Bt \cdot \cos kt.$$

Найдем первую $\dot{x}_2 = B \cdot \cos kt - Btk \cdot \sin kt$

и вторую производную по времени t от x_2

$$\ddot{x}_2 = -Bk \cdot \sin kt - Bk \cdot \sin kt - Bk^2 t \cdot \cos kt.$$

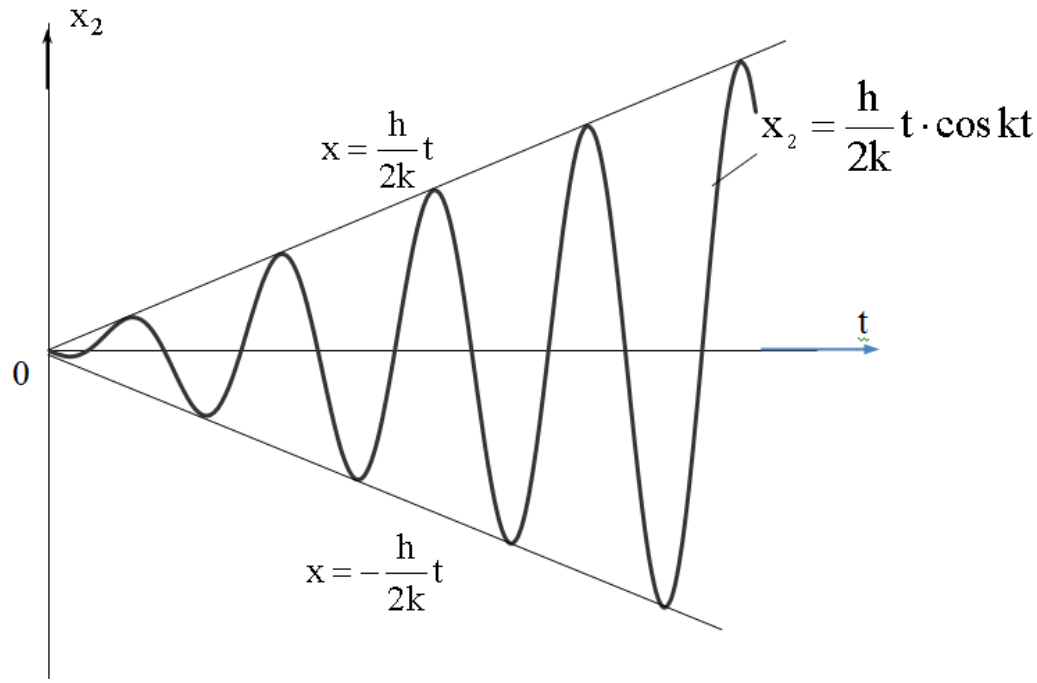


Рисунок 4.4

Подставив $x_2 = Bt \cdot \cos kt$ и $\ddot{x}_2 = -Bk \cdot \sin kt - Bk \cdot \sin kt - Bk^2 t \cdot \cos kt$ в (4.1*), получим

$$-Bk \cdot \sin kt - Bk \cdot \sin kt - Bk^2 t \cdot \cos kt + Bk^2 t \cdot \cos kt = h \sin \cdot kt .$$

Или $-2Bk \cdot \sin kt = h \sin \cdot kt$, откуда $B = \frac{h}{2k}$.

Подставив полученное выражение в $x_2 = Bt \cdot \cos kt$ получим уравнение

$$x_2 = \frac{h}{2k} t \cdot \cos kt ,$$

которое определяет вынужденные колебания при резонансе.

Частота и период вынужденных колебаний при резонансе равны частоте k и периоду $T = \frac{2\pi}{k}$ свободных колебаний точки. На рисунке 4.4 показан график вынужденных колебаний при резонансе, из которого видно, что равенстве частот свободных и вынужденных колебаний k = p происходит неограниченное возрастание амплитуды колебаний, причем рост амплитуды будет линейно зависеть от времени.

4.1.3 Явление биений

В случае, когда частота **k** свободных (собственных) колебаний близка по значению частоте **p** вынужденных колебаний (возмущающей силы), возникает явление биений, обусловленное соотношением $p \approx k$ (но при этом $k - p \neq 0$).

Запишем уравнение вынужденных колебаний материальной точки (4.7) при нулевых начальных условиях ($v_0 = 0, x_0 = 0$), приняв $\frac{p}{k} \approx 1$:

$$x = \frac{h}{k^2 - p^2}(\sin pt - \sin kt)$$

Используя формулу $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ и приняв $\frac{p+k}{2} \approx p$, запишем

$$x = \frac{2h}{k^2 - p^2}\sin\frac{p-k}{2}t\ \cos pt\,. \qquad (4.11)$$

Это уравнение вынужденных колебаний при биениях. Переменный коэффициент перед косинусом $A(t) = \frac{2h}{k^2 - p^2}\sin\frac{p-k}{2}t$ будет амплитудной синусоидой, показывающей, что амплитуда колебаний при биениях периодически меняется от нулевого значения до максимального. С учетом этой формулы уравнение биений можно записать в виде: $x = A(t)\cos pt$.

В уравнении (4.11) величина $\frac{p-k}{2}$ будет частотой изменения амплитуды, соответственно $T_a = \frac{4\pi}{p-k}$ – периодом изменения амплитуды. $\frac{p+k}{2} \approx p$ –частота колебаний при биениях. Т.к. $p - k$ – величина очень малая ($p \approx k$), то очевидно, что период колебаний амплитуды $T_a = \frac{4\pi}{p-k}$ будет значительно больше, чем период вынужденных колебаний при биениях $T = \frac{\pi}{p}$. График вынужденных колебаний при биениях, определяемый уравнением (4.11) показан на рисунке 4.5.

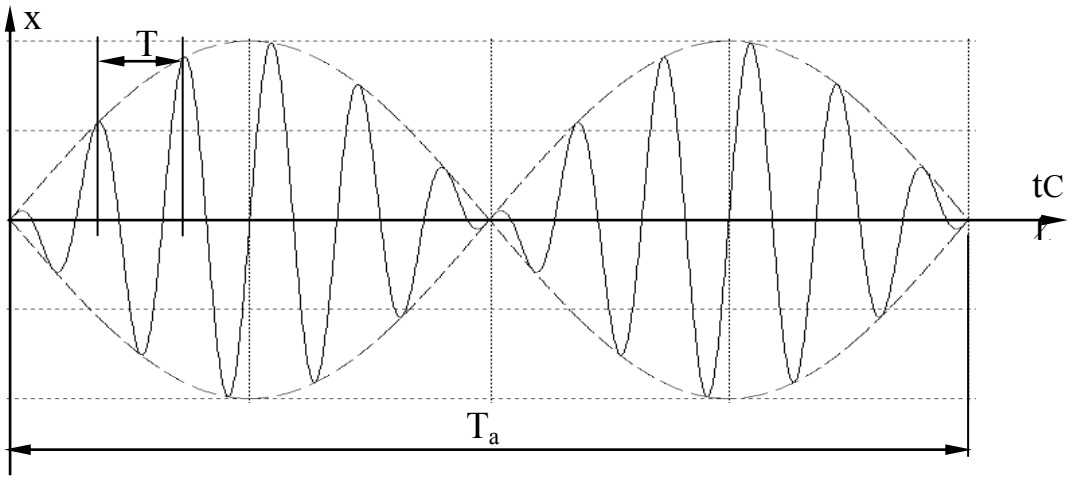


Рисунок 4.5

Перечислим важные основные свойства чисто вынужденных колебаний.

1. Амплитуда не зависит от начальных условий.

2. Частота этих колебаний равна частоте возмущающей силы.

3. Даже при малой возмущающей силе (H мало) можно получить интенсивные колебания, если частота возмущающей силы p близка к частоте собственных колебаний k (резонанс, биения).

4. Даже при больших значениях возмущающей силы чисто вынужденные колебания можно сделать сколь угодно малыми, если частота возмущающей силы будет много больше частоты собственных колебаний ($p >> k$) .

4.2 Нелинейные колебания механических систем

Нелинейные механические системы. Движение многих механических систем, как и некоторые процессы в электромеханических и электрических системах описывается нелинейными дифференциальными уравнениями. Появление в уравнениях нелинейных составляющих обусловлено, например, наличием силы сопротивления движению, либо тока, изменяющихся по нелинейному закону.

Линеаризация подобных дифференциальных уравнений движения, т.е. замена точных нелинейных приближенными линейными уравнениями, влияет не только на количественные результаты, но существенно искажает качественную сторону рассматриваемых явлений присущих только нелинейным системам.

Так, изохронность, т. е. независимость частоты линейных колебаний маятника от начальных условий движения, отсутствует в случае нелинейных колебаний. Амплитуда линейных вынужденных колебаний при наличии силы сопротивления, пропорциональной скорости, изменяется скачко-

образно в случае нелинейных вынужденных колебаний (явление «скачка»). Природу автоколебаний невозможно объяснить с помощью приближенных линеаризованных дифференциальных уравнений.

В связи с отсутствием общих методов интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений за последнее время были разработаны и получили широкое применение приближенные аналитические и графические методы.

Рассмотрим некоторые примеры нелинейных материальных систем, т. е. систем, движение которых описывается нелинейными дифференциальными уравнениями [148].

Примеры нелинейных механических систем. Обычно приближенно считают, что модуль силы упругости изменяется по закону Гука, т. е. по линейному закону в зависимости от смещения x (штриховая прямая на рисунке 4.6). Это предположение приводит к линейному дифференциальному уравнению свободных колебаний $\ddot{x} + \kappa^2 x = 0.$

Вместе с тем законом Гука можно приближенно пользоваться лишь в определенных пределах. У ряда материалов, например у резины и кожи, сила упругости растет быстрее, чем по линейному закону (кривая 1-1 на рисунке 4.6). Соответствующая характеристика изменения силы упругости называется «жесткой». У некоторых материалов, например у чугуна, сила упругости расчет медленнее, чем по линейному закону (кривая 2-2 на рисунке 4.6). В этих случаях характеристика называется «мягкой»

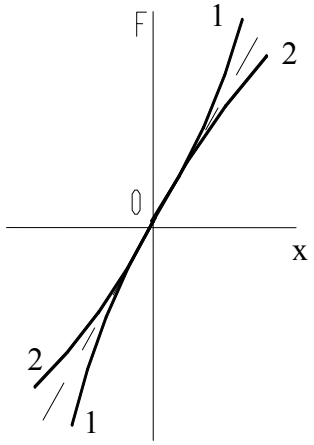


Рисунок 4.6

«Жесткой» характеристике соответствует проекция силы упругости $F_x = -C_1 x - C_3 x^3 - C_5 x^5 - ...,$ а «мягкой» - $F_x = -C_1 x + C_3 x^3 + C_5 x^5 + ...,$ где C_1>0 и C_3>0. Если в дифференциальное уравнение движения, $m\ddot{x} = F_x$ подставить эти значения F_x, то, приняв обозначения $\kappa^2 = C_1 / m,\ \gamma = C_3 / m, \Delta = C_5 / m,$ получим нелинейное дифференциальное уравнение. В случае «жесткой» характеристики силы упругости $\ddot{x} + \kappa^2 x + \gamma x^3 + \Delta x^5 + ... = 0$ (γ >0). а в случае «мягкой» характеристики $\ddot{x} + \kappa^2 x - \gamma x^3 - \Delta x^5 - ... = 0$ (γ >0), или в общем виде $\ddot{x} + f(x) = 0,$ где $f(x)$ – некоторая нелинейная функция $x.$

Примером нелинейной системы является также маятник. Напомним, что дифференциальное уравнение колебаний маятника имеет вид $\ddot{\varphi} + \kappa^2 \cdot \sin\varphi = 0.$

При малых колебаниях маятника, $\sin\varphi$ заменяем на φ и затем интегрируем линейное дифференциальное уравнение $\ddot{\varphi} + \kappa^2 \varphi = 0.$

При учете влияния нелинейности sin φ следует разложить в ряд

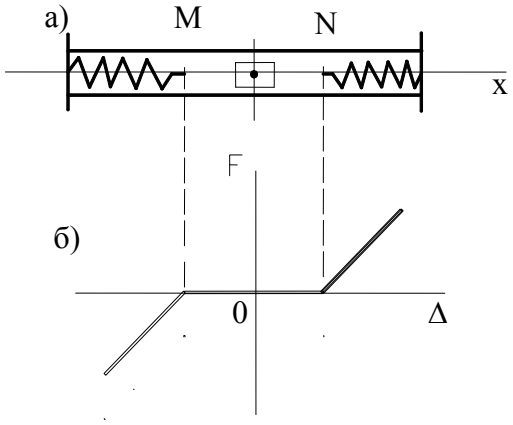


Рисунок 4.7

$$\sin\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \ldots$$

и удержать несколько первых членов (не менее двух). Так, приближенное нелинейное дифференциальное уравнение при сохранении первых трех членов разложения примет вид

$$\ddot{\varphi} + \kappa^2\varphi - \frac{\kappa^2}{6}\varphi^3 + \frac{\kappa^2}{120}\varphi^5 = 0.$$

В некоторых случаях нелинейная характеристика силы упругости оказывается линейной на отдельных участках. На рисунке 4.7, *а* изображена в плане система с зазорами. При движении груза *A* в границах зазора *MN* сила упругости отсутствует.

За пределами зазора груз контактирует с правой или левой пружиной и появляется сила упругости. Характеристика этой силы, являясь линейной на отдельных участках, оказывается в целом нелинейной (рис. 4.7, б).

Источником нелинейности может также быть сила сопротивления движению. Так, проекция аэродинамической силы сопротивления приближенно изменяется по закону $R_x = -\beta v^2 = -\beta \dot{x}^2$. Если материальная точка массы *m* совершает свободные колебания под действием силы упругости $R_x = -cx$ и силы сопротивления $R_x = -\beta v^2 = -\beta \dot{x}^2$ то нелинейное дифференциальное уравнение движения имеет вид $\ddot{x} + \Delta\dot{x}^2 + k^2 x = 0$, где $\Delta = \beta/m$, $k^2 = c/m$.

Движение в автоколебательных системах (т. е. системах, совершающих незатухающие колебания, не зависящих от начальных условий), описывается нелинейными дифференциальными уравнениями вида

$$\ddot{x} + f(\dot{x}) + \kappa^2 x = 0, \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \dot{x}\cdot\varphi(x) + \kappa^2 x = 0,$$

где $f(\dot{x})$ и $\varphi(x)$ – нелинейная функция $\dot{x}$ и x.

Механическая система также может оказаться нелинейной из-за переменности ее структуры. У большинства типов рельсовых машин механизм передвижения представляет собой систему переменной структуры, вызванной проскальзыванием колес при движении. Нагрузки на колеса, а следовательно и режимы движения машины будут различны. Соответственно и дифференциальные уравнения движения системы имеют переменную структуру, т.е. будут нелинейными (кусочно-линейными).

Многие процессы в электрических и электромеханических системах описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Так, для электронной лампы – триода зависимость анодного тока i_a от напряжения

u на сетке лампы является нелинейной. Также зависимость тока i_a от магнитного потока φ электрической цепи, которая в первом приближении считается линейной, при более точных расчетах принимается равной $i = \alpha\varphi - \beta\varphi^3$, где α и β – положительные постоянные. Подобным электрическим цепям соответствуют нелинейные дифференциальные уравнения.

В этом разделе рассмотрены нелинейные колебания материальных систем с одной степенью свободы.

Свободные колебания нелинейных систем. Рассмотрим некоторые методы решения нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих движение нелинейных механических систем.

Метод поэтапного интегрирования (метод припасовывания). Нередко встречаются нелинейные системы, являющиеся линейными на отдельных участках. Это, например, имеет место в случаях, когда характеристика силы упругости оказывается составленной из нескольких прямолинейных отрезков или когда движение исследуемой системы происходит в различных режимах. В таких случаях можно получить точное решение на каждом участке, проведя интегрирование поэтапно. Для этого период колебаний надо разбить на части, каждая из которых соответствует прямолинейному участку характеристики силы упругости. На каждом этапе дифференциальное уравнение является линейным, и его интегрирование не представляет затруднений. Зная начальные условия движения, можно проинтегрировать уравнение на первом этапе и определить обобщенную координату, а также обобщенную скорость в конечный момент времени. Эти конечные значения координаты и скорости одновременно являются начальными для следующего – второго этапа. Следовательно, проводя интегрирование линейного дифференциального уравнения второго этапа, следует в качестве начальных условий движения использовать конечные значения координаты и скорости первого этапа. Аналогично следует поступать и на всех последующих этапов.

В итоге нелинейные свободные колебания описываются несколькими линейными уравнениями, число которых равно числу линейных этапов. (Метод поэтапного интегрирования иногда называется методом припасовывания или методом стыковки).

Метод медленно меняющихся амплитуд (метод Ван - дер - Поля). Этим методом удобно пользоваться в случаях, когда движение механической системы описывается дифференциальным уравнением с малой нелинейностью.

$$\ddot{x} + \kappa^2 x = \mu f(x, \dot{x}). \qquad (4.12)$$

где $f(x,\dot{x})$ – нелинейная функция x и $\dot{x}$, а μ — малый параметр.

При $f(x,\dot{x}) = 0$ уравнение (4.12) обращается в линейное: $\ddot{x} + \kappa^2 x = 0$, общее решение которого, как известно, имеет вид

$$x = a\sin(\kappa t + \alpha), \quad \text{а} \quad \dot{x} = a\kappa\cos(\kappa t + \alpha).$$

Ван-дер-Поль предложил считать, что при малой нелинейности общее решение уравнения (4.12) и его первая производная по времени имеют вид, соответствующий линейному уравнению $\ddot{x} + \kappa^2 x = 0,$ т. е.

$$x = a\sin(\kappa t + \alpha), \quad \dot{x} = a\kappa\cos(\kappa t + \alpha). \tag{4.13}$$

где амплитуда ***a*** и начальная фаза α является медленно меняющимися функциями времени $\mathrm{a} = \mathrm{a}(\mathrm{t}), \quad \alpha = \alpha(\mathrm{t})$

Можно показать, что данное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка (2.6.1) эквивалентно двум нелинейным дифференциальным уравнениям первого порядка:

$$\dot{a} = \frac{\mu}{\kappa} f(a\sin\psi, a\kappa\cos\psi),$$
$$\dot{\alpha} = -\frac{\mu}{a\kappa} f(a\sin\psi, a\kappa\cos\psi), \tag{4.14}$$

где введено обозначение $\psi = \kappa t + \alpha$.

Было предложено вместо этих точных уравнений интегрировать приближенные – «укороченные» уравнения, которые получаются из (4.14) путем замены их правых частей соответствующими усредненными значениями в пределах от 0 до 2π, т. е.

$$\dot{a} = \frac{\mu}{2\pi\kappa}\int_0^{2\pi} f(a\sin\psi, a\kappa\cos\psi)\cos\psi d\psi, \tag{4.15}$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{\mu}{2\pi\kappa a}\int_0^{2\pi} f(a\sin\psi, a\kappa\cos\psi)\sin\psi d\psi. \tag{4.16}$$

При вычислении интегралов, стоящих в правых частях этих приближенных нелинейных уравнений, амплитуду a надо считать постоянной.

Интегрирование дифференциальных уравнений свободных колебаний с малой нелинейностью методом Ван-дер-Поля рекомендуется проводить в следующем порядке:

1) составить дифференциальное уравнение свободных колебаний, записав его в виде (4.12);

приняв $x = a\sin\psi, \quad \dot{x} = a\kappa\cos\psi,$ вычислить определенные интегралы считая при этом a постоянной величиной;

2)

$$\int_0^{2\pi} f(a\sin\psi, a\kappa\cos\psi)\cos\psi d\psi, \quad \int_0^{2\pi} f(a\sin\psi, a\kappa\cos\psi)\sin\psi d\psi,$$

3) внести результаты предыдущего пункта в правые части «укороченных» уравнений Ван-дер-Поля (4.15) и (4.16);

4) проинтегрировать уравнение (4.12) и вычислить общий интеграл

$$\alpha = \alpha(t, C_1)$$

5) подставив полученное значение $\alpha = \alpha(t, C_1)$ в «укороченное» дифференциальное уравнение (4.16), проинтегрировать его и вычислить общий интеграл $\alpha = \alpha(t, C_1, C_2)$

6) подставить полученные значение $\alpha = \alpha(t, C_1)$ и $\alpha = \alpha(t, C_1, C_2)$ в уравнение (4.16) и с помощью заданных начальных условий движения $t = 0, \quad x = x_0, \quad \dot{x} = \dot{x}_0$ определить постоянные интегрирования C_1 и C_2;

7) внести полученные значения C_1 и C_2 в $\alpha = \alpha(t, C_1)$ и $\alpha = \alpha(t, C_1, C_2)$ вычисленные в п.п. 4 и 5;

8) подставить в искомое уравнение движения

$$x = a(t)\sin\left[\kappa t + \alpha(t)\right]$$

значения $a = a(t), \quad \alpha = \alpha(t)$ и полученные в предыдущем пункте.

Существуют и другие аналитические методы решения нелинейных дифференциальных уравнений, например, метод малого параметра, метод эквивалентной линеаризации (метод Крылова и Боголюбова), достаточно подробно описанные в учебной и научной литературе [63, 148]. Для решения нелинейных дифференциальных уравнений, не требующих повышенной точности, что практически допустимо для реально действующих механических систем (подъёмно-транспортные и другие технологические, транспортные машины) применимы численные методы, такие как метод Эйлера, методы Рунге-Кутта и другие [149]. Для решения нелинейных уравнений, как ранее отмечалось, применяются стандартные компьютерные программы, основанные на численных методах решения дифференциальных уравнений.

Среди всех видов нелинейных колебаний можно выделить два часто встречающихся в производственной практике вида: параметрические колебания и автоколебания. Практика показывает, что автоколебания существенно снижают срок службы несущих элементов приводов машин и повышенный расход электроэнергии, а параметрические колебания являются причиной потери устойчивости механических систем, что приводит к авариям, вызывающим большой материальный ущерб и человеческие жертвы. Это такие явления, как флаттер, потеря устойчивости транспортных

средств, разрушение мостов в Санкт-Петербурге, мосты через реки Такома, Огайо (США), Ларош-Бернар (Франция), Ниагара.

4.3 Параметрические колебания

Параметрическими называются колебания точки или системы с переменными параметрами (масса, жёсткость). Переменность массы проявляется в работе подъемно-транспортных машин при разгрузке переносимого груза [56]. Практика эксплуатации таких машин показывает, что при этом возникает интенсивный колебательный процесс. Рассмотрим для примера работу башенного подъёмного крана. По горизонтальной стреле (консоли) крана передвигается тележка с грузоподъёмным тросовым устройством, при подъёме или опускании груза меняется длина троса, при разгрузке меняется масса груза. Таким образом, при работе крана в наиболее неблагоприятном режиме возможны три переменных параметра:

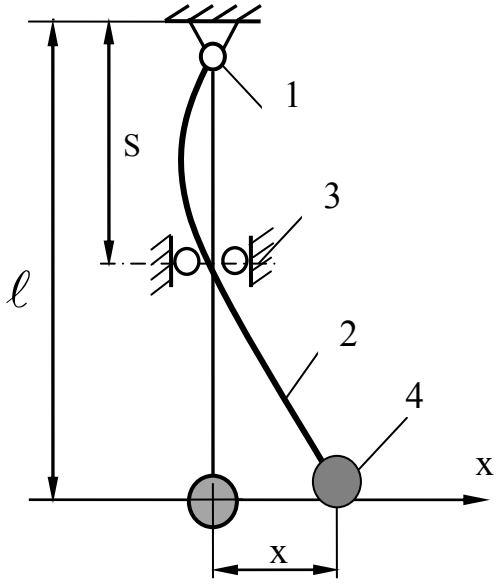


Рисунок 4.8

1 движущаяся тележка меняет изгибную жёсткость подверженной колебаниям консоли;

2 также переменной будет жёсткость на растяжение-сжатие троса;

3 переменная масса груза.

Подобное сочетание неблагоприятных факторов может негативно сказаться на работе грузоподъёмного устройства, поэтому желательно сначала рассчитать, в каких режимах работа крана не вызовет потери устойчивости.

Рассмотрим подробней в качестве примера колебания груза на упругом стержне с переменой длиной, которые также будут параметрическими [56, 57].

На рисунке 4.8 показана упругая система, представляющая собой вертикально расположенный невесомый упругий стержень 2 с сосредоточенной на конце дискретной (точечной) массой m. Верхняя опора стержня – неподвижный шарнир 1, нижняя опора – подвижная втулка 3. расстояние между опорами S меняется по закону

$$S = S_0 - A \cos \omega t \qquad (4.17)$$

Дифференциальное уравнение колебаний без учёта сопротивления имеет вид $m\ddot{x} = -cx$ или

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} x = 0 \qquad (4.18)$$

где c – коэффициент изгибной жёсткости балки, определяется известной формулой из курса сопротивления материалов

$$c = \frac{3EJ}{\ell(\ell - S)^2}$$ или с учётом формулы (4.17)

$$c = \frac{3EJ}{\ell(\ell - S_0 + A\cos\omega t)^2}. \qquad (4.19)$$

Подставив формулу жесткости в виде (4.19) в (4.18) запишем дифференциальное уравнение колебаний

$$\ddot{x} + \frac{3EJ}{m\,\ell(\ell - S_0 + A\cos\omega t)^2}x = 0$$

Это дифференциальное уравнение с переменным коэффициентом при x, который является квадратом круговой частоты свободных колебаний.

Круговая частота k свободных колебаний будет величиной переменной из–за переменности изгибной жёсткости балки:

$$k = \sqrt{\frac{3EJ}{m\,\ell(\ell - S_0 + A\cos\omega t)^2}} \qquad (4.20)$$

Здесь E – модуль Юнга,

J – осевой момент инерции поперечного сечения балки.

По формуле (4.20) определяется спектр частот свободных колебаний при изменении жесткости. Значение косинуса по модулю не превышает единицы: $-1 \le \cos\omega t \le 1$

Максимальное значение частоты будет при $\cos\omega t = -1$,

тогда $A\cos\omega t = A$

$$k_{max} = \sqrt{\frac{3EJ}{m\,\ell(\ell - S_0 - A)^2}}$$

минимальное значение частоты определяется при $\cos\omega t = 1$, при этом

$A\cos\omega t = A$

$$k_{min} = \sqrt{\frac{3EJ}{m\,\ell(\ell - S_0 + A)^2}}$$

Анализ решений дифференциального уравнения параметрических колебаний при разных значениях частоты k позволяет судить об устойчивости системы. Если колебания постепенно затухают (или не возрастают) система устойчива (рисунок 4.9,а).

При некоторых значениях параметров системы амплитуда колебаний возрастает (рисунок 4.9,б) и имеет место параметрический резонанс. В этом случае система неустойчива.

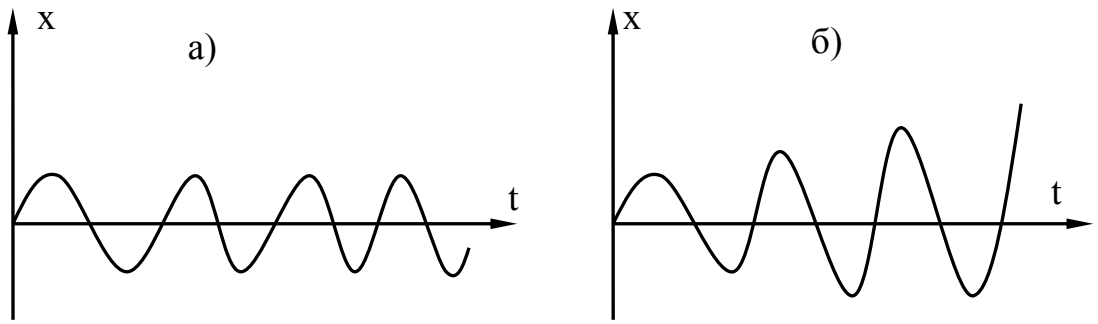


Рисунок 4.9

При исследовании таких систем для определения зон устойчивости достаточно составить дифференциальное уравнение параметрических колебаний (уравнение Матье) и по параметрам, определяющим переменную частоту колебаний построить диаграмму Айнса – Стретта, которая даст ответ об устойчивости или неустойчивости исследуемой системы [56]. При этом не требуется решать уравнение.

Можно указать три причины возможности возникновения параметрических колебаний: периодическое изменение жёсткости, изменение массы (момента инерции), потеря устойчивости по Эйлеру.

4.4 Автоколебания

Автоколебания (самовозбуждающиеся колебания) – незатухающие колебания, амплитуда и частота которых определяются свойствами самой системы [56].

Автоколебания, причиной которых является наличие трения, называются фрикционными.

Рассмотрим систему показанную на рисунке 4.10,а.

Равномерно движущееся со скоростью V_0 ведущее звено 1 приводит в движение через пружину 2 груз 3. Между грузом и поверхностью скольжения возникает сила сухого трения, характеристики которой показана на рисунке 4.10,б, где F_0 – сила трения покоя и F – сила трения при движении груза.

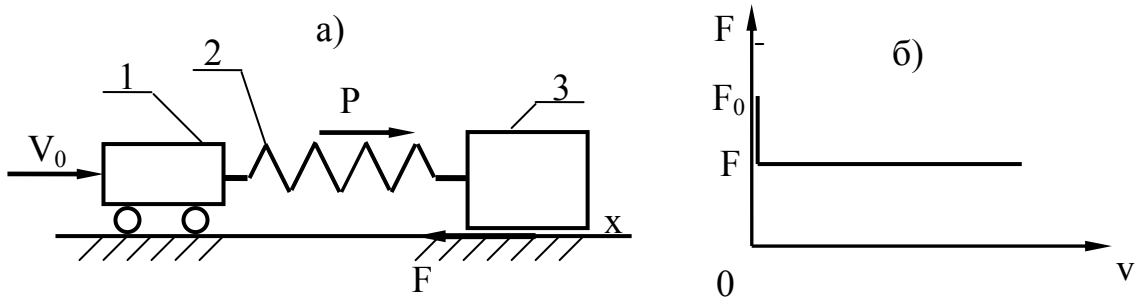


Рисунок 4.10

При движении звена 1 в деформируемой пружине возникает сила сжатия (восстанавливающая) P, значение которой нарастает до величины равной силе трения покоя $F_0=f_0mg$, после чего произойдёт срыв груза 3, причём сила трения мгновенно уменьшится до значения $F=fmg$. Здесь m – масса груза, f и f_0 – соответственно коэффициенты трения при покое и движении (например для стали $f_0=0.25$, $f=0.15$).

При движении звена 1 такое явление периодически повторяется, т. е. движение груза 1 сопровождается фрикционными автоколебаниями груза 3.

Уравнение движения звена 1 при $V_0=const$ $S=V_0t$

Совместив с моментом срыва начало отсчёта времени примем нулевые начальные условия t=0, $x(0) = 0$ $\dot{x}(0) = 0$ (1) и рассмотрим процесс дальнейшего движения. Длина пружины изменится на отрезок $x - V_0t$ и соответственно сила упругости будет

$$P = F_0 - c(x - V_0t) \tag{4.21}$$

Дифференциальное уравнение движения груза $m\ddot{x} = P - F$

или с учётом формулы (4.21)

$$m\ddot{x} = F_0 - c(x - v_0t) - F$$

поделим на массу m, получим

$$\ddot{x} + k^2x = k^2v_0t + \frac{F_0 - F}{m} \tag{4.22}$$

Здесь $k^2 = \frac{c}{m}$ - квадрат круговой частоты колебаний груза.

Решение этого уравнения с нулевыми начальными условиями имеет вид

$$x = v_0 t - \frac{v_0}{k}\sin kt + \frac{F_0 - F}{c}(1 - \cos kt) \qquad (4.23)$$

Первое слагаемое $V_0 t$ – выражает равномерное движение со скоростью ведущего звена V_0, а остальные составляющие – колебания груза 3.

Взяв производную по времени от формулы (4.23) найдём скорость груза при колебаниях

$$\dot{x} = v_0 - v_0 \cos kt + \frac{k(F_0 - F)}{c}\sin kt \qquad (4.24)$$

Движение груза 3 происходит с остановками. Условие остановки $(v = \dot{x} = 0)$ даёт уравнение

$$v_0 - v_0 \cos kt_1 + \frac{k(F_0 - F)}{c}\sin kt_1 = 0 \qquad (4.25)$$

в котором t_1 – время от момента срыва до остановки.

Уравнения (4.23) и (4.24) позволяют определить путь, пройденный грузом между остановками и скорость проскальзывания.

Сила сжатия пружины в момент остановки $P(t_1)=2F_0-F$

Графики закона движения груза и скорости проскальзывания показаны на рисунке 4.11 ($\dot{x} = v_{30}$ - скорость проскальзывания).

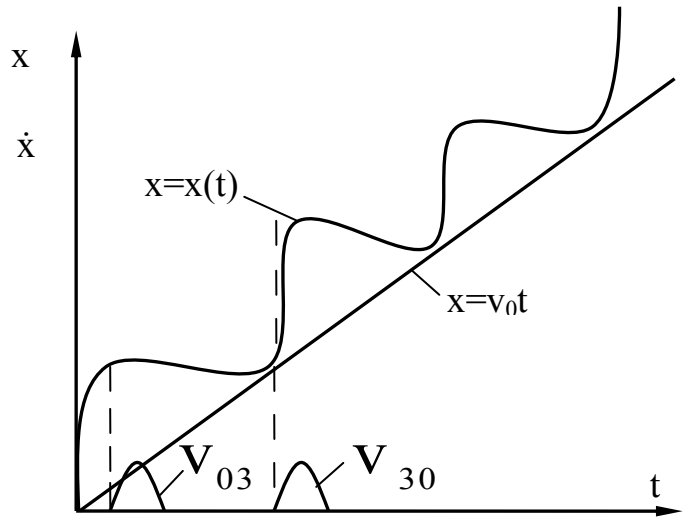


Рисунок 4.11

На рисунке 4.12 показано изменение момента силы упругости M (позиция 1) и график скорости проскальзывания колеса (позиция 2) относительно рельса в приводе механизма передвижения рельсовой машины (более подробно этот вопрос рассматривается в следующей главе).

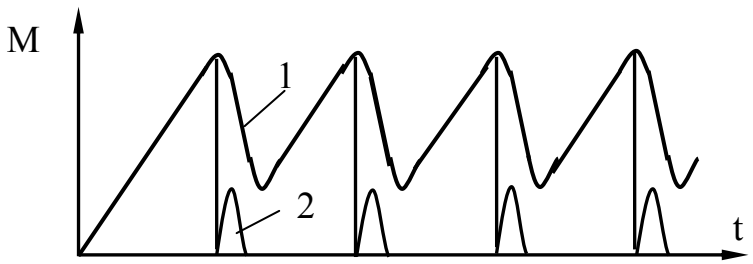


Рисунок 4.12

При достижении моментом силы упругости М – предельного значения момента силы трения $M_{тр} = f_0 P r$, происходит проскальзывание колеса с уменьшением момента силы упругости М. Здесь f_0 – коэффициент трения скольжения между колесом и рельсом, Р – нагрузка на колесо, r – радиус ходового колеса. При дальнейшем движении машины момент M_{12} увеличивается до очередного проскальзывания. В приводе механизма происходит автоколебательный процесс, характеризующий изменение моментов сил упругости в валах трансмиссии.

4.5 Колебательные модели подвижного состава подрессоренного рельсового транспорта

Теория колебаний приобретает особенно важное значение при изучении движения мобильных объектов, таких, например, как подрессоренные рельсовые и другие машины. Особую актуальность вопросы исследования устойчивости движения экипажей приобретают в связи с вводом в эксплуатацию таких скоростных систем как «Сапсан» и «Невский экспресс», производимых в России, поезда фирмы «Eurostar» (Англия, Франция) и самый скоростной экспресс (предполагаемая скорость до 350 км/час) вводимый в эксплуатацию в Китае.

Поступательное движение подвижного состава сопровождается колебаниями. Возникая в результате взаимодействия ходовой части и пути, колебательные процессы ухудшают условия перевозки пассажиров и тягово-динамические качества подвижного состава, ускоряют износ его оборудования и пути, вызывают дополнительную затрату энергии, расходуемой на движение.

Колебания существенно влияют на выбор параметров ходовых частей и кузова, а также определяют плавность хода и устойчивость экипажа при его движении.

Исследование колебаний подвижного состава является одной из главных задач динамики экипажа. На основе этих исследований выбирают наиболее рациональные параметры упругого подвешивания, а также конструктивное решение, расположение и крепление оборудования, обеспечивающие устойчивое безопасное движение и требуемую плавность хода подвижного

состава. Результаты исследований колебаний являются также исходными при выявлении причин шума подвижного состава и возможных путей снижения его уровня.

В зависимости от поставленной задачи конечной целью исследования колебаний является определение перемещений, скоростей, ускорений и соответствующих динамических нагрузок одной из колеблющихся подрессоренных масс подвижного состава. Задачей исследования может быть также оценка перемещений неподрессоренных масс (например, колес или колесных пар) при исследовании устойчивости и управляемости подвижного состава.

Виды колебаний подвижного состава

Конструкции электрического подвижного состава представляют собой сложные механические колебательные системы со многими степенями свободы. Возникающие при движении подвижного состава динамические силы вызывают его колебания, имеющие сложный характер.

Основным источником колебаний подрессоренных масс подвижного состава является взаимодействие ходовых частей и пути. Обычно рассматривают два вида колебаний, как следствия такого взаимодействия:

а) собственные (свободные) колебания подвижного состава, которые могут быть вызваны единичным отклонением подрессоренного элемента от его равновесного положения, например, после наезда на единичную неровность, криволинейного участка пути и т. д., и в дальнейшем совершаются без каких-либо внешних сил;

б) вынужденные колебания подвижного состава, которые возникают при воздействии на экипаж внешних, в том числе периодических, возмущающих сил. Источниками таких сил могут быть стыки рельсов, неустойчивое движение колес по путевым устройствам (виляние), связанное с конусностью поверхности катания бандажей, дефекты колес (эллипсность, лыски) и колесных пар, неровной поверхностью профиля рельсового пути, а также статической неопределимостью несимметричного привода механизма передвижения (рисунки 1.8, 1.9) и другими факторами.

В трансмиссии механизмов передвижения рельсовых машин, из-за возможного наличия дефектов структуры механизма (избыточные связи) при движении машины в приводе ходовой части могут возникнуть релаксационные автоколебания, сопровождающиеся проскальзыванием ходовых колес относительно рельсов.

Колебания подвижного состава удобно рассматривать в прямоугольной системе координат (рисунок 4.13).

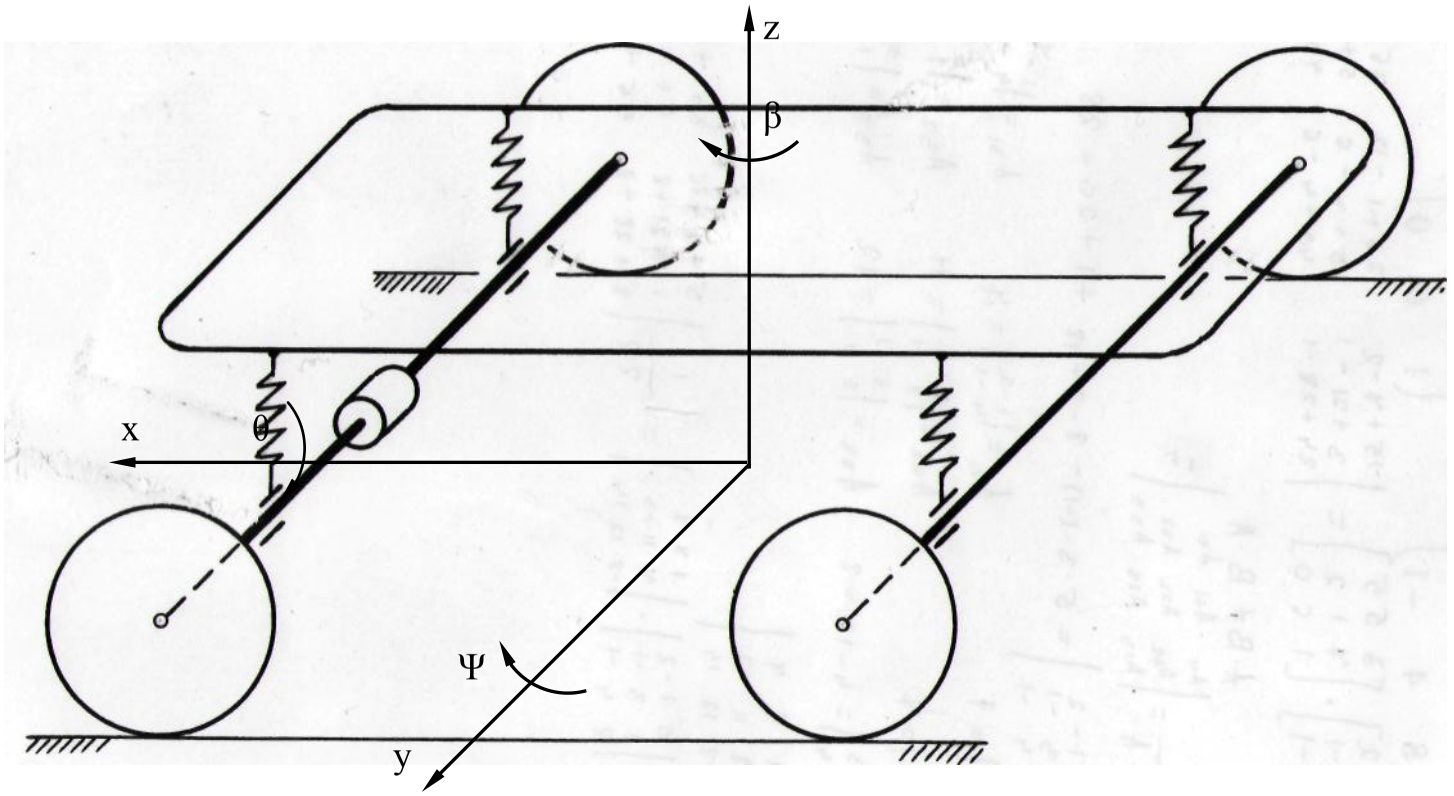


Рисунок 4.13 – Виды колебаний подрессоренного подвижного состава

Продольные и поперечные горизонтальные перемещения подрессоренных масс обозначим соответственно x и y, а вертикальные – z , углы поворота этих масс относительно их главных центральных осей инерции обозначим: $\beta_{x.}$ – вокруг продольной оси x, $\beta_{y.}$ – вокруг поперечной оси y и $\beta_{z.}$- вокруг вертикальной оси z.

Теоретически максимально возможное число перемещений (степеней свободы) одной подрессоренной массы в идеальном случае равно шести, однако в реальной колебательной системе оно зависит от числа наложенных на нее связей, которые обусловлены кинематической схемой конструкции. Поскольку исследуемые в данной работе механические системы можно считать неголономными число степеней свободы в дальнейшем, при динамическом исследовании, будем отождествлять с числом обобщенных координат.

В этом подразделе рассматриваются виды колебаний, которым подвержены только подрессоренные массы кузова (рамы) вагона или тележки без учета колебаний внутри ходовой части машины.

В соответствии с выбранными направлениями координатных осей колебания каждой из подрессоренных масс получили названия [42, с. 104 – 105]:

подпрыгивание – линейное перемещение массы вдоль оси z ;

боковой относ – линейное перемещение массы вдоль оси y ;

подергивание – линейное перемещение массы вдоль оси x;

продольная качка пли галопирование Ψ – угловые перемещения массы относительно оси y;

боковая качка θ – угловые перемещения массы относительно оси x;

виляние β – угловые перемещения массы относительно оси z.

Каждый из указанных видов колебаний в зависимости от параметров подвижного состава может возникать в отдельности или совместно с другими.

Исследование колебаний подвижного состава может проводиться:

1) моделированием колебаний на механических или электрических моделях-аналогах;

2) числовыми расчетами, предполагающими численное решение дифференциальных уравнений движения подвижного состава;

3) динамическими испытаниями экипажа или отдельных его узлов, проведение которых наиболее целесообразно на заключительных этапах создания нового подвижного состава.

Основными этапами исследования колебательных процессов подвижного состава являются:

а) выбор расчетной схемы (динамической модели), достаточно полно отражающей основные физические колебательные процессы, которые возникают при взаимодействии подвижного состава и пути во время движения;

б) теоретическое исследование этой расчетной схемы и доведение полученных результатов до вида, удобного для практического инженерного применения;

в) экспериментальные лабораторные исследования колебательной системы и ее узлов с применением аналогового и компьютерного моделирования;

г) разработка методики и проведение испытаний подвижного состава в эксплуатационных условиях.Исходным этапом для аналитического исследования колебательных процессов, возникающих при движении подвижного состава, является составление расчетной схемы (динамической модели) исследуемого объекта и математического описания движения (математической модели). В некоторых случаях, например для определения собственных частот колебаний, не требуется решение дифференциальных уравнений движения. Следует по виду дифференциальных уравнений составить характеристические, корни которых и определят искомые частоты.

Колебательные системы, эквивалентные транспортному экипажу, подобно изображенному на рисунке 4.13, описываются системой дифференциальных уравнений. Эти уравнения могут быть составлены двумя методами. Первый метод предполагает использование общего уравнения динамики, объединяющего принцип возможных перемещений и принцип Даламбера; второй – составление дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода.

При составлении дифференциальных уравнений по первому методу обобщенные координаты являются зависимыми между собой величинами. Поэтому для многомассовых колебательных моделей подвижного состава пользование им весьма затруднительно.

При помощи уравнений Лагранжа второго рода дифференциальные уравнения составляются проще. Вместо зависимых между собой координат в этом случае вводят независимые обобщенные координаты. Уравнение Лагранжа второго рода записывают в следующей форме:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}+\frac{\partial T}{\partial q_i}+\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}=Q_i', \qquad (4.\ 26)$$

где T и П - кинетическая и потенциальная энергия колебательной системы; $\dot{q}_i = v_i$ - обобщенная скорость q_i – обобщенная координата перемещения (при n степеней свободы системы i = 1, 2, 3,..., n); Q'_i – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате q_i .

В выражении (4.26) сила Q'_i включает в себя возмущающие силы Q_i и силы диссипативного сопротивления Q_i^R. Для большинства рассматриваемых колебательных систем, эквивалентных подвижному составу, последние могут быть приняты пропорциональными обобщенным скоростям $v_i = \dot{q}_i$. Силы сопротивления в колебательных системах определяются при помощи диссипативной функции Рэлея [57, с. 42 – 43]

$$\Phi=\sum_1^n\frac{b\,v_i^2}{2},$$

где b – коэффициент, характеризующий среду сопротивления.

Обобщенная сила сопротивления

$$Q_i^R = \frac{\partial \Phi}{\partial v_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i}.$$

Колебания транспортных экипажей, с точки зрения аналитической механики, обычно квалифицируют как малые колебания. В этом случае их кинетическая энергия практически не зависит от обобщенных координат перемещений и член $\frac{\partial T}{\partial q_i}$ в уравнении (4.26) может быть приравнен нулю.

С учетом сказанного уравнения Лагранжа второго рода примут вид

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i. \qquad (4.27)$$

Составление уравнений колебаний для конкретной расчетной схемы практически сводится к определению в принятой системе обобщенных координат значений кинетической и потенциальной энергий T, Π, диссипативной функции Рэлея Φ и их частных производных.

Следует иметь в виду, что сила сопротивления может иметь в принципе и другой характер изменения, в частности может быть постоянной или непропорциональной скорости. Эти обстоятельства следует учитывать при составлении уравнений движения.

В некоторых случаях при описании колебаний континуальных систем используются интегральные уравнения [142, с. 407-409]. В отличии от дифференциальных уравнений, которые требуют задания начальных условий, интегральные уравнения содержат в себе описание всего объекта и для различных условий закрепления различны.

4.5.1 Вынужденные колебания одномассовой системы

Будем считать, что подрессоренная масса m движется по путевым неровностям (рисунок 4.14). Дорожный профиль аппроксимируем синусоидой $z = h\sin pt$, где h – половина высоты синусоидальной неровности [42]. Дорожные неровности при движении машины оказывают воздействие на колесо. Это воздействие передается на упругий элемент, формируя возмущающую силу

$$Q = c \cdot h \sin pt.$$

На массу m кроме возмущающей, действуют еще восстанавливающая сила $F_1 = -c\ z_1$ и сила диссипативного сопротивления $Q^R = n\dfrac{dz}{dt} = n\,\dot{z}$.

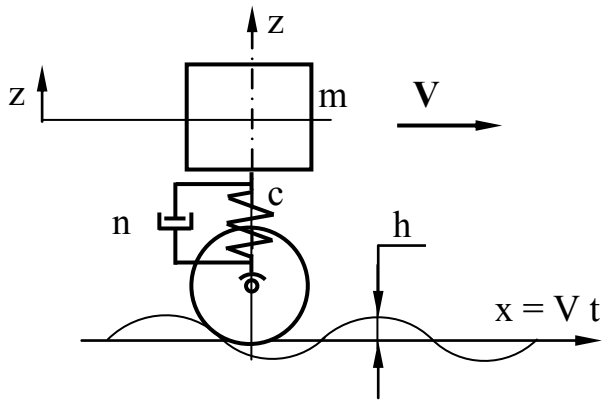


Рисунок 4.14 – Колебательная модель одномассовой системы

Дифференциальное уравнение колебаний массы m под действием этих трех сил

$$m\frac{d^2z}{dt^2} + n\frac{dz}{dt} + cz = c\cdot h\sin pt \quad \text{или} \quad \frac{d^2z}{dt^2} + 2b\frac{dz}{dt} + k^2z = k^2h\sin pt, \qquad (4.28)$$

где обозначено $2b = \dfrac{n}{m}$, $k^2 = \dfrac{c}{m}$.

Общее решение дифференциального уравнения (4.28) при $k \neq b$ и $k > b$ имеет вид

$$z^* = ae^{-bt}\sin\left(\sqrt{k^2 - b^2}\ t + \beta\right) + \frac{k^2h}{\sqrt{\left(k^2 - p^2\right)^2 + 4b^2p^2}}\sin\left(pt - \varepsilon\right). \qquad (4.28^*)$$

Первое слагаемое решения (4.28*) характеризует собственные колебания, которые с течением времени затухают, о чем свидетельствует отрицательный показатель степени у амплитуды затухающих колебаний. Существенное влияние на движение подвижного состава оказывают собственно вынужденные колебания, происходящие согласно уравнения

$$z = \frac{k^2h}{\sqrt{\left(k^2 - p^2\right)^2 + 4b^2p^2}}\sin\left(pt - \varepsilon\right). \qquad (4.29)$$

Фаза вынужденных колебаний $(pt - \varepsilon)$ отстает от фазы возмущающей силы pt на величину ε, называемую сдвигом фазы и определяемую по формуле $\operatorname{tg}\varepsilon = \dfrac{2bp}{k^2 - b^2}$. Величина ε зависит от таких параметров как p, k – соответственно частот вынужденных и свободных колебаний и от коэффициента затухания b, а также от соотношений между ними.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{k^2 h}{\sqrt{\left(k^2 - p^2\right)^2 + 4b^2p^2}}. \qquad (4.30)$$

Из этой формулы следует, что большему значению коэффициента затухания b соответствует меньшее значение величины амплитуды вынужденных колебаний.

Для установления зависимости амплитуды вынужденных колебаний A от частоты изменения возмущающей силы p воспользуемся коэффициентом динамичности η, представляющем собой отношение амплитуды A к статическому отклонению $A_0 = h$ массы m под действием постоянной силы равной по модулю $H = c\,h$

$$\eta = \frac{A}{A_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\dfrac{p}{k}\right)^2\right]^2 + 4\left(\dfrac{b}{k}\right)^2\left(\dfrac{p}{k}\right)^2}}. \qquad (4.31)$$

На рисунке 4.15 приведены графики зависимости коэффициента динамичности η от соотношения $\dfrac{p}{k}$ при разных значениях соотношения $D = \dfrac{b}{k}$. По данной диаграмме можно выявлять резонансные зоны. При отсутствии сопротивления ($b = 0$ и $p = k$) кривая графика претерпевает разрыв, когда $D = 0$. При наличии сопротивления амплитуда A, определенная по формуле (4.30) при $p = k$ имеет конечную величину $A = \dfrac{k\,h}{2b}$.

Используя дифференциальное исчисление можно найти то значение частоты вынужденных колебаний p, при котором амплитуда A будет максимальной, а следовательно, выражение в знаменателе под корнем формулы (4.30) – минимально. Для этого следует взять производную от подкоренного выражения в знаменателе формулы (4.30) и приравнять ее нулю

$$-p\left(k^2 - p^2\right) + 2b^2p = 0$$

Корни этого уравнения: $p_1 = 0;\quad p_2 = \sqrt{k^2 - 2b^2}$.

При $p_1 = 0;$ амплитуда $A = A_0 = h.$

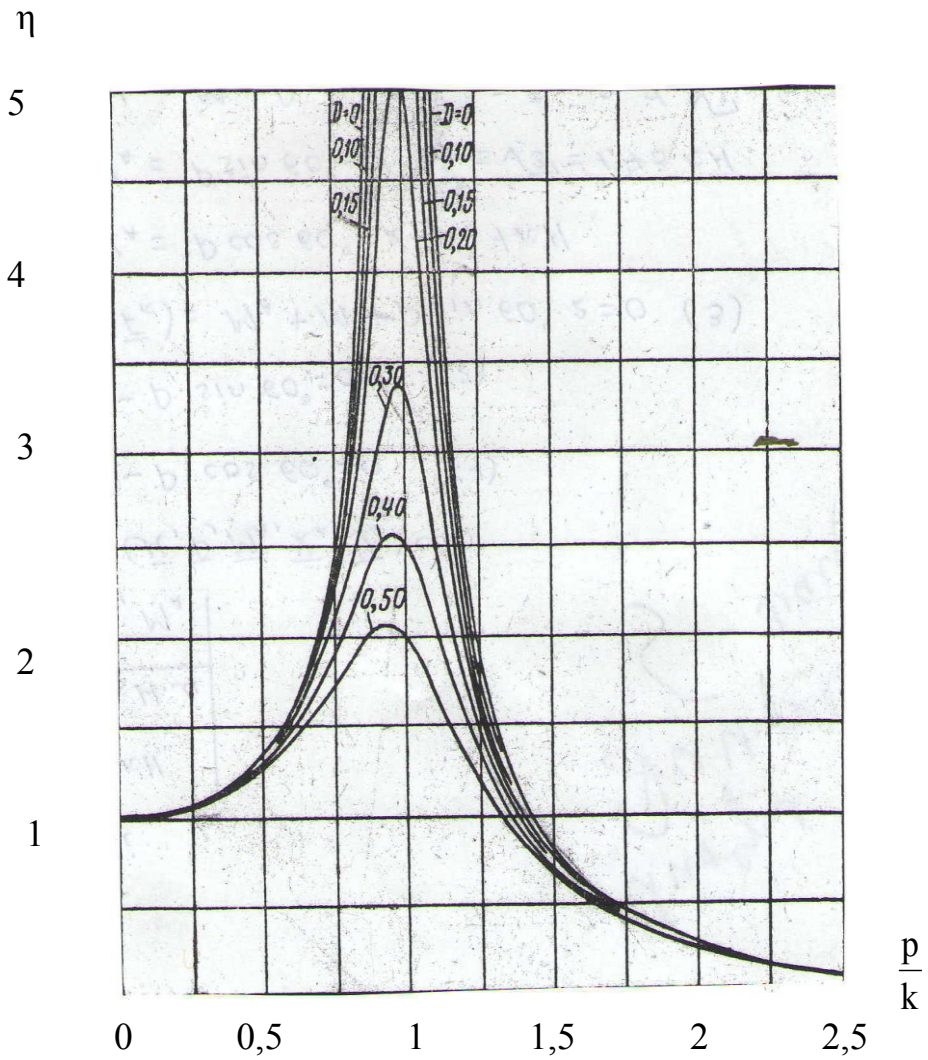


Рисунок 4.15 – Зависимость коэффициента динамичности η от соотношения частот

После подстановки значения $p_2 = \sqrt{k^2 - 2b^2}$ в формулу (4.30) можно получить максимальное значение амплитуды при определенном сопротивлении

$$A_{max} = \frac{k^2 h}{2b\sqrt{k^2 - b^2}}$$

При малых значениях b частота затухающих колебаний $\sqrt{k^2 - 2b^2}$ очень близка к частоте свободных (собственных) колебаний k.

Для примера, при b = 0,06 k $\sqrt{k^2 - 2b^2} =$ 0,9928 k. Максимальная амплитуда в этом случае $A_{max} = 8{,}4\, A_0$.

Следовательно, при малых значениях коэффициента затухания b при $p = \sqrt{k^2 - 2b^2}$, происходит резкое увеличение амплитуды колебаний, что крайне нежелательно для подвижного состава.

Напротив, при увеличении коэффициента b значение максимальной амплитуды A_{max} уменьшается, что наблюдается на графиках рисунка 4.15.

Очевидно, что при проектировании системы упругого подвешивания транспортных средств следует учитывать все указанные параметры для обеспечения хороших ходовых качеств и длительной безаварийной работы подвижного состава.

4.5.2 Вынужденные колебания двухмассовой системы

При тележечном исполнении подвижного состава возникает необходимость исследования колебаний двухмассовой системы [42].

Колебательная модель двухмассовой системы транспортного экипажа при допущении, что путь является абсолютно жестким, представлена расчетной схемой, изображенной на рисунке 4.16, где обозначено:

m_1 m_2 – подрессоренные массы ходовых частей и кузова;

n_1 и n_2 – коэффициенты сопротивления гасителя первой и второй ступеней подвешивания;

c_1 и c_2 - жесткости первой и второй ступеней подвешивания;

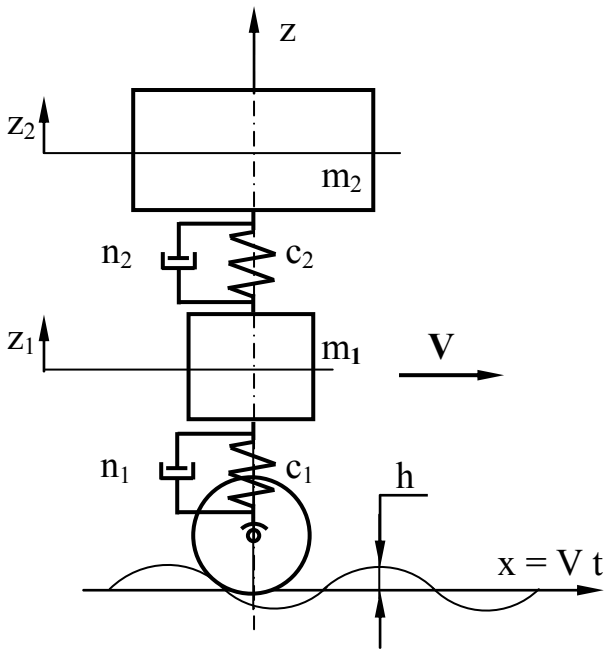


Рисунок 4.16 – Колебательная модель двухмассовой системы

Предполагается, что величины коэффициентов сопротивления n_1, n_2, характеризующих подвеску транспортного экипажа, практически не оказывает влияния на частоту собственных колебаний системы, поэтому ограничимся рассмотрением консервативной системы с двумя степенями свободы без учета сил сопротивления.

Уравнения Лагранжа второго рода (4.27) в этом случае могут быть записаны в следующем виде

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}+\frac{\partial \Pi}{\partial q_1}=Q_1, \qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}+\frac{\partial \Pi}{\partial q_2}=0 \tag{4.32}$$

Обобщенные координаты системы $q_1 = z_1$, $q_2 = z_2$, определяющие текущие положения масс m_1 и m_2 соответственно. В процессе колебаний возмущающая сила и усилия, деформирующие пружины (восстанавливающие силы), будут соответственно равны

$$Q_1 = c_1 \cdot h \sin pt; \quad F_1 = c_1 z_1; \quad F_2 = c_2(z_2 - z_1)$$

Уравнения (4.32) примут вид

$$m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} + c_1 z_1 - c_2(z_2 - z_1) = c_1 \cdot h \sin pt \tag{4.33}$$

$$m_2 \frac{d^2 z_2}{dt^2} + c_2(z_2 - z_1) = 0.$$

Решение системы (4.33) может быть найдено в виде:

$$z_1 = a_1 \sin(kt + \alpha), \qquad z_2 = a_2 \sin(kt + \alpha).$$

Одной их главных задач при исследовании динамики подвижного состава является определение собственных частот колебаний подрессоренных масс. Для этого нет необходимости искать решение дифференциальных уравнений в окончательном виде. Перепишем систему уравнений (4.33) без правой части $c_1 \cdot h \sin pt$ в виде

$$\frac{d^2 z_1}{dt^2} = -\frac{(c_1 + c_2) z_1}{m_1} - \frac{c_2}{m_1} z_2$$

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} = \frac{c_2}{m_2} z_1 - \frac{c_2}{m_2} z_2.$$

Составим при помощи уравнений $z_1 = a_1 \sin(k t + \alpha)$, $z_2 = a_2 \sin(k t + \alpha)$ определитель

$$\begin{vmatrix} -\frac{c_1+c_2}{m_1}-k^2 & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2}-k^2 \end{vmatrix} = 0$$

и характеристическое уравнение системы (4.33):

$$k^4+\left(\frac{c_1+c_2}{m_1}+\frac{c_2}{m_2}\right)k^2+\frac{c_1c_2}{m_1m_2}=0. \qquad (4.34)$$

После решения биквадратного уравнения (3.67) относительно k^2 могут быть найдены два вещественных и положительных решения, из которых вычисляются две собственные частоты системы

$$k_{1,2}=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{c_1+c_2}{m_1}+\frac{c_2}{m_2}\right)\mp\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{c_1+c_2}{m_1}+\frac{c_2}{m_2}\right)^2-\frac{c_1c_2}{m_1m_2}}}\,. \qquad (4,35)$$

Определение собственных частот колебаний масс m_1 и m_2 из выражений (3.68) представляет большую трудность. Поэтому целесообразно оценить возможные пути их упрощенного решения. При исследовании малых колебаний консервативной системы с двумя степенями свободы около устойчивого положения равновесия академик Л.И.Мандельштам предлагает ввести понятие парциальных систем [142, с. 214-218, 228-231]. Будем называть парциальными те системы с одной степенью свободы, которые получаются из данной системы с двумя степенями свободы при «закреплении» одной из обобщенных координат. К полученной парциальной системе применим понятие парциальной частоты, означающее частоту собственных колебаний рассматриваемой массы, когда другие массы, связанные с ней упругими элементами, приняты условно неподвижными [42, с. 113; 142, с. 75].

Введем обозначения:

$k_{p1}=\sqrt{\frac{c_1+c_2}{m_1}}$ - парциальная частота колебаний массы m_1;

$k_{p2}=\sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$ - парциальная частота колебаний массы m_2.

После подстановки введенных обозначений в выражения (4.34) и преобразований можно определить соотношения действительных частот k_1 и k_2 к парциальным k_{p1} и k_{p2}:

$$\frac{k_1}{k_{p1}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\frac{k_{p2}^2}{k_{p1}^2} - \sqrt{\left(1+\frac{k_{p2}^2}{k_{p1}^2}\right)^2 - 4\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{c_1\,c_2}{(c_1+c_2)^2}}\right)};$$

$$\frac{k_2}{k_{p2}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\frac{k_{p1}^2}{k_{p2}^2} - \sqrt{\left(1-\frac{k_{p1}^2}{k_{p2}^2}\right)^2 - 4\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{c_1}{c_2}}\right)}.$$

Полученные уравнения показывают, что отношения действительной и парциальной частот в равной мере зависят от соотношений масс и жесткостей

$$\frac{m_2}{m_1},\ \frac{m_1}{m_2},\qquad \frac{c_1}{c_2},\ \frac{c_1c_2}{c_1+c_2}.$$

Влияние массы m_1 на частоту k_2 колебаний массы m_2, оценивают при помощи специального графика [42, с. 114], по которому может быть определена величина погрешности при допущении, что собственная частота массы равна ее парциальной частоте.

4.5.3 Колебания тележечного подвижного состава

Рассмотрим колебания подрессоренных масс тележечного подвижного состава, расчетная динамическая схема показана на рисунке 4.17. В данном примере рассматриваются колебания подрессоренных масс в продольной вертикальной плоскости. Более подробно пространственные колебания подвижного состава и связанное с поступательным движением экипажа взаимодействие колес с путевыми устройствами описываются в главе 4.

Система имеет шесть обобщенных координат описывающих колебания кузова вагона и его тележек в продольной вертикальной плоскости. На рисунке 4.17 обозначены:

m_1 и m_3 – массы однократно подрессоренных элементов вагона (тележек);

m_2 – двукратно подрессоренная масса (кузов);

c_1 и c_2 – жесткости упругих элементов;

n_1 и n_2 – коэффициенты диссипативных сопротивлений;

2ℓ и $2\ell_т$ – базы вагона и тележек;

ψ_1 ψ_2 и ψ_3 – обобщенные координаты вращательных (угловых) перемещений относительно центров масс кузова вагона и тележек;

z_1, z_2 и z_3 – обобщенные координаты поступательных вертикальных перемещений центров масс кузова вагона и тележек;

δ_1, δ_2, δ_3, δ_4 – вертикальные координаты путевых неровностей в точке контакта колес с рельсами.

Определив кинетическую, потенциальную энергии системы, диссипативную функцию Рэлея и воспользовавшись уравнениями Лагранжа второго рода, можно составить дифференциальные уравнения колебаний подрессоренных масс тележечного подвижного состава.

Для большинства типов тележечного подвижного состава все параметры тележек идентичны, т.е. $m_1 = m_3$. Тоже можно сказать о жесткости и диссипативных коэффициентах.

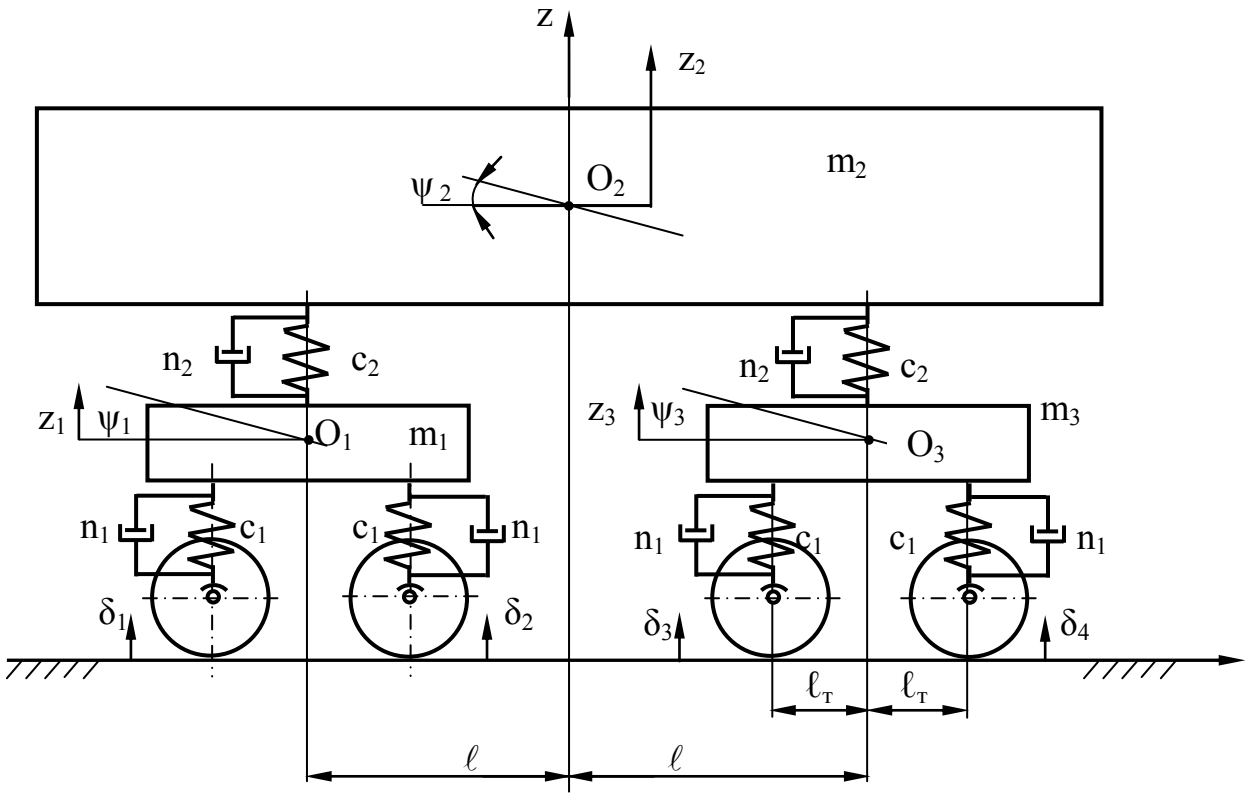


Рисунок 4.17 – Колебательная модель тележечного подвижного состава

При определении потенциальной энергии системы необходимо выразить вертикальные прогибы упругих элементов Δ_i через обобщенные координаты и вертикальные координаты δ_i путевых неровностей, определяющих положения колес на неровностях пути:

$$\Delta_1 = z_1 - \ell_т\varphi_1 - \delta_1 \; \Delta_2 = z_1 + \ell_т\varphi_1 - \delta_2$$

$$\Delta_3 = z_3 - \ell_т\varphi_3 - \delta_3 \; \Delta_4 = z_3 - \ell_т\varphi_3 - \delta_4$$

$$\Delta_5 = z_2 - \ell \; \varphi_2 - z_1 \; \Delta_6 = z_2 - \ell \; \varphi_2 - \delta_3 .$$

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{1}{2}\left[\left(m_1\dot{z}_1^2 + J_1\dot{\varphi}_1^2\right) + \left(m_{12}\dot{z}_2^2 + J_2\dot{\varphi}_2^2\right) + \left(m_1\dot{z}_3^2 + J_1\dot{\varphi}_3^2\right)\right].$$

Потенциальная энергия системы

$$\Pi = \frac{1}{2}\left[c_1\left(z_1 - \ell_т\varphi_1 - \delta_1\right)^2 + c_1\left(z_1 + \ell_т\varphi_1 - \delta_2\right)^2\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[c_2\left(z_2 - \ell \; \varphi_2 - z_1\right)^2 + c_2\left(z_2 + \ell \; \varphi_2 - z_3\right)^2\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[c_1\left(z_3 - \ell_т\varphi_3 - \delta_3\right)^2 + c_1\left(z_3 + \ell_т\varphi_3 - \delta_4\right)^2\right].$$

Диссипативная функция

$$R = \frac{1}{2}\left[n_1\left(\dot{z}_1 - \ell_т\dot{\varphi}_1 - \dot{\delta}_1\right)^2 + n_1\left(\dot{z}_1 + \ell_т\dot{\varphi}_1 - \dot{\delta}_2\right)^2\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[n_2\left(\dot{z}_2 - \ell \; \dot{\varphi}_2 - \dot{z}_1\right)^2 + n_2\left(\dot{z}_2 + \ell \; \dot{\varphi}_2 - \dot{z}_3\right)^2\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[c_1\left(z_3 - \ell_т\varphi_3 - \delta_3\right)^2 + c_1\left(z_3 + \ell_т\varphi_3 - \delta_4\right)^2\right].$$

После соответствующих преобразований получаем систему дифференциальных уравнения колебаний подрессоренных масс тележечного подвижного состава

$$m_1\ddot{z}_1 = -\left(2n_1 - n_2\right)\dot{z}_1 - n_2\dot{z}_2 + n_2\ell\dot{\varphi}_2 - 2c_1z_1 - c_2z_2 + c_2\ell\varphi_2 +$$

$$+ n_1\left(\dot{\delta}_1 + \dot{\delta}_2\right) + c_1\left(\delta_1 + \delta_2\right)$$

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = -2n_1\ell_т\dot{z}_1 - 2c_1\ell_т z_1 + n_1\ell_т\left(\dot{\delta}_1 + \dot{\delta}_2\right) + c_1\ell_т\left(\delta_1 + \delta_2\right)$$

$$m_2\ddot{z}_2 = -n_2\left(2\dot{z}_2 - \dot{z}_1 - \dot{z}_3\right) - c_2\left(2z_2 - z_1 - z_3\right)$$

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = -n_2\ell\left(2\dot{z}_2 - \dot{z}_1 - \dot{z}_3\right) - c_2\ell\left(2z_2 - z_1 - z_3\right)$$

$$m_3\ddot{z}_3 = -\left(2n_1 - n_2\right)\dot{z}_3 - n_2\dot{z}_2 + n_2\ell\dot{\varphi}_2 - 2c_1 z_3 - c_2 z_2 + c_2\ell\varphi_2 +$$

$$+ n_1\left(\dot{\delta}_1 + \dot{\delta}_2\right) + c_1\left(\delta_1 + \delta_2\right)$$

$$J_3\ddot{\varphi}_3 = -2n_1\ell_т\dot{z}_3 - 2c_1\ell_т z_3 + n_1\ell_т\left(\dot{\delta}_3 + \dot{\delta}_3\right) + c_1\ell_т\left(\delta_3 + \delta_4\right).$$

Здесь J_1, J_2 и J_3 – моменты инерции рам тележек и кузова относительно своих центров масс.

Возмущающее усилие формируется в зависимости от высоты неровности путевых устройств и жесткости упругих элементов первой ступени подвешивания. Для оценки влияния путевых неровностей на характер возмущающей силы рассмотрим подробней составляющие величины δ_i.

По статистическим данным экспериментальных исследований поверхностей рельсовых путей большинство существующих неровностей пути описываются функцией [42, с. 124]

$$\delta_i = h_0\left(1 - \cos\frac{2\pi v t}{3{,}6 L_p}\right),$$

где h_0 – половина глубины неровности (рисунок 4.16);

v – скорость движения экипажа;

L_p – средняя длина периодической неровности.

Возмущающее усилие, действующее на колесо одной пары в рассматриваемом случае

$$Q_i = c_1\delta_i = c_1 h_0\left(1 - \cos\frac{2\pi v t}{3{,}6 L_p}\right).$$

Усилие, действующее на колесо соседней пары, определяется при помощи угла γ сдвига по фазе возмущающей силы т.е.

$$Q_{i+2\ell_т} = c_1\delta_{i+2\ell_т} = c_1 h_0\left(1 - \cos\frac{2\pi v t}{3{,}6 L_p}\cos\gamma\right).$$

Угол $\gamma = \frac{2\pi\ell_т}{L_р}$ определяется из соотношения половины базы тележки и длины периодической неровности пути. Для большинства типов вагонов подвижного состава рельсовых транспортных машин величина $\ell_т$ весьма мала по сравнению с длиной $L_р$ и cos γ практически равен единице. Возмущающее усилие для любого колеса имеет первоначальный вид

$$Q = c_1 h_0 \left(1 - \cos\frac{2\pi v t}{3{,}6 L_р}\right).$$

Это означает, что колесные пары тележки проходят неровность без сдвига по фазе, т.е. трехмассовая колебательная система (рисунок 4.17) при исследовании может быть заменена двухмассовой системой (рисунок 4.16). В этом случае исключаются из рассмотрения галопирования рам тележек (обобщенные координаты φ_1 и φ_3). Указанные колебания не оказывают существенного влияния на результаты расчетов параметров колебаний, необходимых для определения показателя плавности хода экипажа, т.к. ось установки упругих элементов второй ступени подвешивания у большинства тележечных экипажей совпадает с центром галопирования рамы тележки.

Аналогично можно рассмотреть колебательные модели шарнирно-сочлененного подвижного состава.

Приведенные расчеты одномассовой, двухмассовой и трехмассовой колебательных систем могут применяться при проектировании подвижного состава транспортных средств для определения резонансных режимов движения и обеспечения необходимой плавности хода.

Движение рельсового подвижного состава в резонансном режиме чревато потерей устойчивости экипажа [29, 30], что может привести к отрыву ходовых колес от рельсов с последующими ударными нагрузками, а в более тяжких случаях – к крушению железнодорожного состава. Известен случай из эксплуатационной практики скоростных рельсовых экипажей, когда в результате потери бандажного кольца на ходовом колесе пассажирского вагона сошел с рельсов и опрокинулся весь состав. Анализ причин катастрофы показал, что сход с рельсов и опрокидывание состава произошло из-за усилившейся боковой качки вагона с дефектным колесом (обобщенная координата θ, рисунок 4.13).

Плавность хода подвижного состава определяет не только его комфортабельность, но в значительной мере и долговечность работы как самого транспортного средства, так и путевых устройств. С ростом скоростей движения эти вопросы приобретают все большую актуальность. Колебания при движении экипажей вредно отражаются на самочувствии людей и могут принести ущерб перевозимым грузам. При лабораторных испытаниях на виброплатформе был установлен безвредный для человека, оптимальный диапазон частот в пределах от 0,5 до 2 герц.

Из-за многообразия факторов, влияющих на процесс движения транспортных средств, строгой, научно обоснованной методики расчета показателя плавности хода не существует. На основе экспериментальных исследований воздействия гармонических колебаний с различными постоянными значениями амплитуд и частот на организм человека, находящегося внутри рельсовой скоростной машины, был получен показатель, который принято называть коэффициентом плавности хода подвижного состава, значение которого определяется по эмпирической формуле

$$W_\nu = 2{,}7\lg\sqrt{\left(\frac{a}{h_0}\right)^3},$$

где a – амплитуда колебаний; h_0 – половина глубины неровности путевого устройства.

Решив дифференциальное уравнение колебаний, можно дважды продифференцировать полученное решение и найти значение максимального ускорения $\ddot{z}_{max} = a\,k^2$, откуда амплитуда колебаний

$$a = \frac{\ddot{z}_{vax}}{k^2}.$$

Коэффициент плавности хода подвижного состава с учетом преобразований принимает вид:

$$W_\nu = 2{,}7\lg\sqrt{\left[\frac{\ddot{z}_{max}}{h_0 k^2}\right]^3}.$$

Для сокращения сложных вычислений при определении коэффициента плавности хода применяют номограмму [42, с. 129], на которой указаны сочетания максимальной амплитуды колебаний и частоты в герцах для конкретного числового значения коэффициента плавности хода.

Величина W_ν принята на железнодорожном транспорте в качестве показателя плавности хода подвижного состава. Пределом для пассажирских перевозок считают $W_\nu = 3{,}25$, для грузовых – $W_\nu = 4$. Величина $W_\nu = 5$ считается опасным показателем, он соответствует неустойчивому движению рельсовых экипажей.

Глава 5
ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТРАНСМИССИИ МЕХАНИЗМА ПЕРЕДВИЖЕНИЯ РЕЛЬСОВЫХ МАШИН

5.1 Основания для динамического расчета машин

XX век прошел под знаком интенсивного развития техники, было построено большое количество заводов и фабрик, оснащенных всеми возможными станками, технологическими, транспортирующими и грузоподъемными машинами, были сконструированы и пущены в серийное производство все виды транспортных средств. Массовое производство машинного оборудования требовало таких методов их расчета и проектирования, чтобы оно было эффективно и экономично в эксплуатации. Первоначально при таких расчетах машину рассматривали как систему твердых тел, образующих кинематические цепи. При конструировании машин прочностные расчеты деталей производились с учетом только технологических нагрузок, т.е. тех нагрузок, для преодоления которых создавалась машина. Такой расчет вполне удовлетворяет те машины, которые работают в статическом режиме, например, конвейеры, равномерно нагруженная лента которых движется с постоянной, небольшой по модулю скоростью. Но в ряде отраслей промышленности нормальным режимом работы машин являются частые остановки, знакопеременные, ударные и прерывистые нагрузки, резкое изменение массы разгружаемого материала и другие неблагоприятные факторы. Это характерно для горных, металлургических, подъемно-транспортных, строительно-дорожных, сельскохозяйственных и других машин. Несущие детали таких машин из-за возможных перегрузок рассчитывают, вводя коэффициент динамичности. Но выбор его зачастую носит случайный характер и не учитывает всех особенностей работы машин. Завышенные значения коэффициентов приводят к увеличению массы несущих элементов конструкций и, следовательно, к повышению энергозатрат при эксплуатации. Особенно остро эти проблемы проявляются в работе тяжелых машин. Очевидно, что для создания подобных машин, работающих в крайне неблагоприятных условиях, требуется более совершенные методы расчетов, учитывающие возможные перегрузки, сопутствующие нестационарным режимам работы машин. Эксперименты с записью на осциллограмму действующих нагрузок в линиях машин металлургического производства показали, что они значительно превышают технологические [2 – 4, 37, 39 ,50, 101].

В пятидесятых годах 20-го века профессор С.Н.Кожевников [150, 151], занимавшийся исследованием оборудования металлургических заводов г. Днепропетровска, предложил методику исследования машин с учетом упругости звеньев механизмов [130]. В результате применения данной методики обнаружилось, что в звеньях исполнительного механизма машины, помимо технологической нагрузки, для преодоления которой выполнена машина, появляется и добавочная (динамическая) составляющая. Ди-

намическая нагрузка вызывается наличием таких реальных факторов как упругость звеньев, различие (в пределах допусков) геометрических размеров деталей, погрешностей, допущенных при изготовлении и монтаже оборудования. Подобный подход к изучению машин позволил определить при помощи математического аппарата истинные нагрузки, испытываемые ее деталями и выявить причину их появления. Характер динамических нагрузок в исполнительных механизмах рабочих машин в основном зависит от принятой технологической схемы, от характера проводимых операций, от структуры исполнительного механизма и его привода. Прерывистый технологический процесс при работе прокатного оборудования, связанный с захватом заготовки и выходом ее из валков, возбуждает динамические процессы. Структура ходовых механизмов большинства рельсовых машин способствует появлению в его звеньях дополнительной нагрузки.

Все это подтверждает актуальность изучения вопросов динамики машин, особенно тех из них, которые работают в тяжелых условиях и нестационарном режиме.

Именно в таких условиях работает рассматриваемая, как пример, в данной работе напольная завалочная машина, а также скоростные рельсовые транспортные машины, подъемные краны, слитковозы и другие, которые можно определить как рельсовые технологические и транспортные машины.

При движении рельсовых технологических и транспортных машин из-за неудовлетворительной работы механизма передвижения нередко происходит выход из строя некоторых деталей и узлов привода. В частности, преждевременно изнашиваются и разрушаются зубчатые колеса и подшипники редукторов, муфты трансмиссии, ходовые колеса машин, валы и другие детали механизма передвижения.

Структурный анализ механизмов передвижения многих рельсовых машин показывает, что зачастую они представляют собой статически неопределимые системы из-за избыточных геометрических и фрикционных связей, накладываемых на ходовые колеса рельсовых машин. Наличие избыточных геометрических связей приводит к неравномерному распределению вертикальной нагрузки (веса машины) на опорные колеса, возможны также ударные нагрузки из-за перераспределения масс при работе машины. Избыточная фрикционная связь приводит к формированию в валах трансмиссии привода дополнительной нагрузки, значительно превышающую необходимую для перемещения. Действительно, из-за наличия избыточной фрикционной связи и разницы диаметров ходовых колес, расположенных на одной оси вращения, в трансмиссионных валах привода рельсовой машины при ее движении формируются дополнительные моменты сил упругости. При достижении моментами сил упругости некоторого предельного значения, соответствующего значению предельной силы трения, происходит разрыв одной из фрикционных связей, наложенных на ходовые колеса одной оси, сопровождающийся проскальзыванием колеса относительно рельса. В подавляющем большинстве случаев проскальзыва-

нию подвержено менее нагруженное в данный момент колесо. Периодическое нарастание значений моментов сил упругости с последующим проскальзыванием колес носит автоколебательный характер. Динамические нагрузки, возникающие при этом в приводе, являются основной причиной неудовлетворительной работы механизмов передвижения рельсовых машин и их тележек, вызывающей преждевременный износ и выход из строя отдельных несущих деталей и узлов привода. Исследуемые механические системы имеют переменную структуру из-за проскальзывания колеса относительно рельса, а также отрыва ходовых колес от рельсов.

Исследование динамических нагрузок в трансмиссии транспортных и технологических рельсовых машин проводятся при помощи расчетной схемы (динамической модели), заменяющей реальный привод механизма передвижения машины. В настоящее время имеется ряд эффективных методик приведения реальных механических систем, составленных из зубчатых передач, валопроводов и других элементов трансмиссии, к эквивалентным простым, разветвленным и замкнутым расчетным схемам, движение которых описывается дифференциальными уравнениями [24, 102 – 104, 130, 135, 136, 152 – 156].

В большинстве имеющихся в настоящее время исследований анализ динамических процессов в трансмиссии рельсовых машин проводится без учета структуры механизма передвижения [1 – 3, 31, 32, 36 – 39, 45, 47, 50, 53, 91]. Мало внимания уделено формированию нагрузок в приводе механизма передвижения, обусловленных наличием избыточных связей. В настоящей работе предпринята попытка восполнить указанные пробелы.

5.2 Аналитическое описание движения рельсовых транспортных машин

Рельсовой транспортной машиной будем называть машины на рельсовом ходу, предназначенные для скоростного перемещения пассажиров и грузов, такие как железнодорожные локомотивы, приводные вагоны трамваев, метро и другие. Ходовая часть таких машин соединена с кузовом посредством системы упругого подвешивания, которая предохраняет машину от ударных нагрузок и обеспечивает необходимую плавность хода.

На рисунках 5.1,а и 5.1,б показана расчетная динамическая схема рельсовой машины с подрессоренной рамой (кузовом). Динамическая модель данной машины представляется шестимассовой замкнутой системой переменной структуры с безинерционными упругими связями. Упругими связями здесь являются пружины (рессоры), испытывающие деформации растяжения – сжатия с жесткостями c_{jk} и упругие валы колесных пар, характеризуемыми крутильными жесткостями c_{ij} (j = 1, 2, 3, 4; i = 3, 4, 5; k = 7). При определении инерционных характеристик системы массы упругих связей учитываются. Переменность структуры системы обуславливается

возможным проскальзыванием любого из колес, отрывом (отскоком) колеса от рельса, нелинейными реакциями пружин подвески, переменной жесткостью пути. Меняющиеся при движении машины параметры могут способствовать параметрическому возбуждению колебательного процесса.

Ходовая часть машины имеет групповой привод от одного электродвигателя пару ходовых колес и 2; вторая пара колес – неприводная (опорная), с жестко посаженными на общую ось вращения колесами 3 и 4 (рисунок 5.2).

Обобщенные координаты системы:

φ_1, φ_2, φ_3, φ_4 – углы поворота ходовых колес;

φ_5 - приведенный к оси вращения колесной пары 1 и 2 угол поворота ротора электродвигателя;

x – координата поступательного движения машины;

z_0 – вертикальная координата центра масс О кузова – подпрыгивание;

z_5 и z_6 – вертикальные координаты центров масс первой и второй колесных пар

γ_{12} и γ_{34} – углы наклона осей первой и второй колесных пар к горизонтальной плоскости;

θ – угол поворота рамы относительно оси Ox – боковая качка;

ψ – угол поворота рамы относительно оси Oy – галопирование;

β – угол поворота рамы относительно оси Oz – виляние.

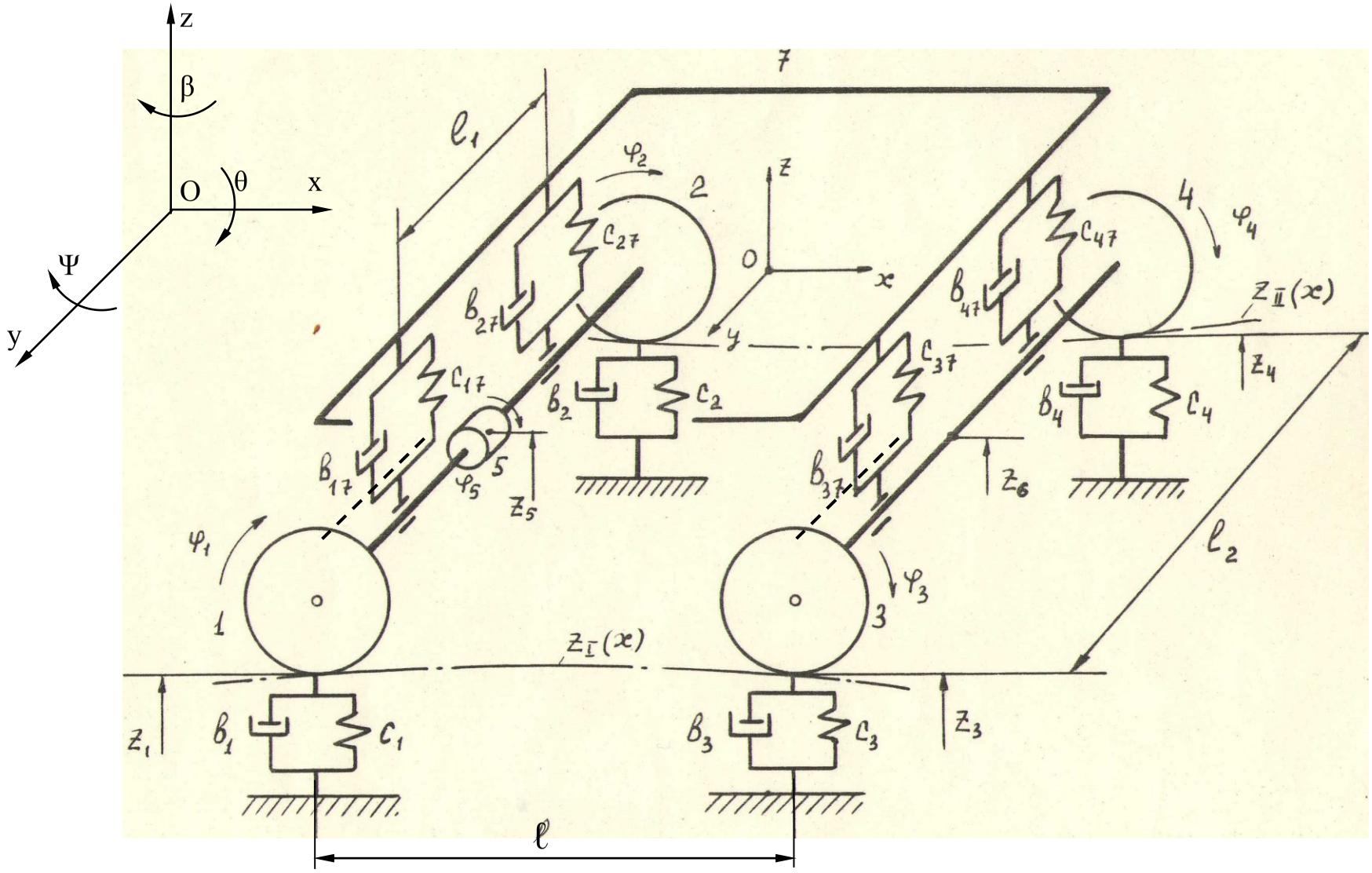
Рельсы примем как безинерционные упругие связи с текущей жесткостью по колесам c_1, c_2, c_3, c_4, которая в процессе движения периодически меняется. При расположении колеса посередине пролета между шпалами жесткость рельса принимает наименьшее значение, а при нахождении колеса на уровне опоры (шпалы) жесткость будет максимальной [56, с. 276]. Жесткости рельсов по колесам представляются периодическими функциями

$$c_1 = c_1(x),\ c_2 = c_2(x),\ c_3 = c_2(x+\ell),\ c_4 = c_2(x+\ell),$$

где ℓ – расстояние между осями ходовых колес (база машины).

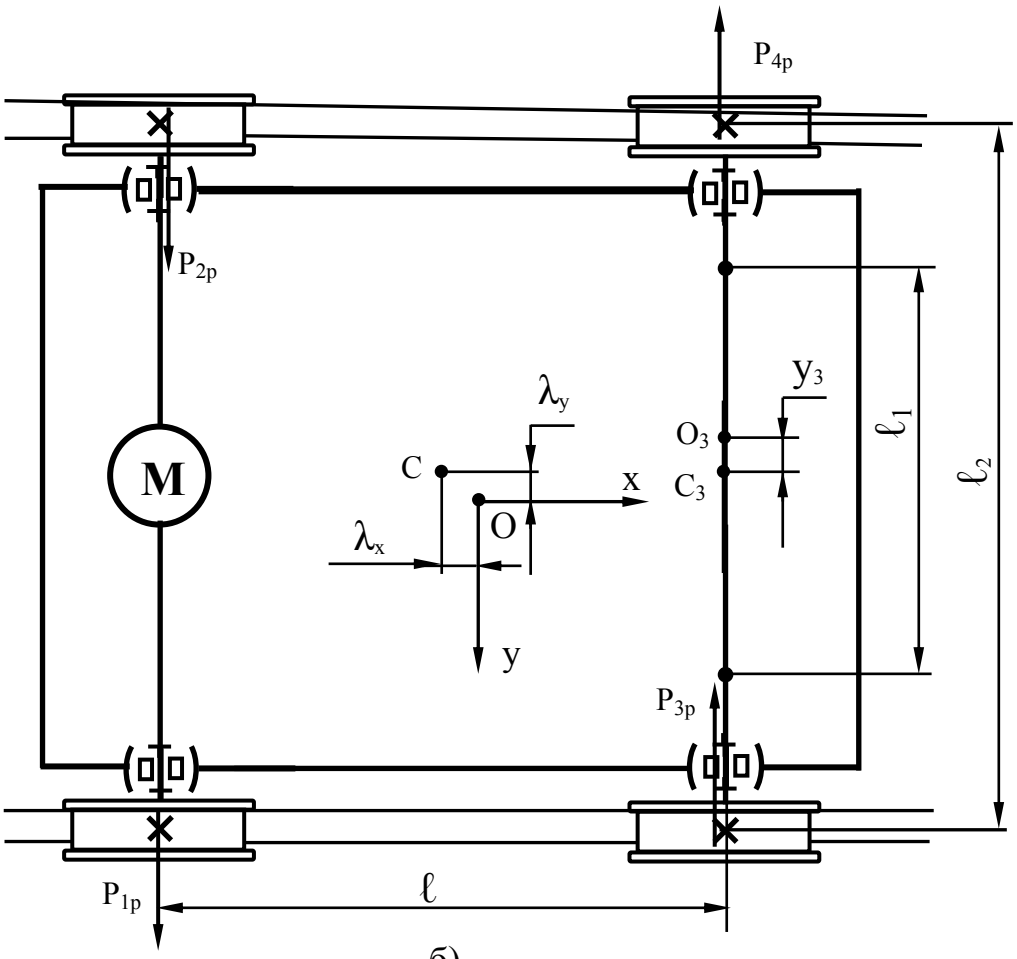
Исходный недеформируемый профиль рельса под колесами задаются зависимостями, соответственно:

под первым колесом	$z_{1,0} = z_{\text{I}}(x)$,
под вторым колесом	$z_{2,0} = z_{\text{II}}(x)$,
под третьим колесом	$z_{3,0} = z_{\text{I}}(x+\ell)$,
под четвертым колесом	$z_{4,0} = z_{\text{II}}(x+\ell)$



а)

Рисунок 5.1– Расчетная динамическая схема рельсовой транспортной машины, лист 1



б)

C – центр симметрии машины, O – центр масс машины, O_3 – центр масс колесной пары 3-4 C_3 – центр симметрии пары

Рисунок 5.1 – Схема действия реакций рельсов на реборды колес, лист 2

Вертикальная реакция $\mathbf{P}_{0j}$, действующая со стороны рельсового пути на колеса – в общем случае нелинейная функция его деформации – Δ_j, которая определяется для каждого из колес по формулам:

$$\Delta_1 = z_{I}(x) - z_1, \qquad \Delta_2 = z_{II}(x) - z_2 ,$$

$$\Delta_3 = z_{I}(x + \ell) - z_3 , \qquad \Delta_4 = z_{II}(x + \ell) - z_4 , \tag{5.1}$$

где z_1, z_2, z_3, z_4 – текущие координаты точек контакта каждого из колес с рельсами (при отсутствии контакта – нижняя точка обода колеса, расположенная на одной вертикали с центром вращения колеса).



Рисунок 5.2 – Неприводная колесная пара рельсовой транспортной машины

Выражение для реакции $\mathbf{P}_{0j}$ с учетом неудерживающей связи представлено в виде :

$$\mathbf{P}_{0j} = f_j(\dot{\Delta}_j, \Delta_j, c_j), \quad \text{если} \quad \Delta_j > 0, \qquad \mathbf{P}_{0j} = 0, \quad \text{если} \quad \Delta_j < 0 \ ,$$

где $\mathbf{P}_{0j}$ - знакоположительная функция; j = 1, 2, 3, 4.

Если принять, что реакции $\mathbf{P}_{0j}$ линейно зависят от деформации Δ_j и ее скорости $\dot{\Delta}_j$, то можно записать

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{0j} &= b_j \dot{\Delta}_j + c_j \Delta_j , \qquad \text{если} \quad \Delta_j > 0 \\ \mathbf{P}_{0j} &= 0, \qquad\qquad\qquad\quad \text{если} \quad \Delta_j < 0 \ , \end{aligned} \tag{5.2}$$

где b_j – коэффициент диссипативного сопротивления рельсового пути.

Когда значение реакции $\mathbf{P}_{0j}$ равно нулю происходит отрыв колеса от рельсового пути.

Профили рельсового пути $z_{I}(x)$ и $z_{II}(x)$ можно представить суммой случайной и детерминирующей составляющих, т.е.

$$z_{I}(x) = M[z_{I}(x)] + z_{I}^{o}(x) \qquad (5.3)$$
$$z_{II}(x) = M[z_{II}(x)] + z_{II}^{o}(x),$$

где $M[z_{I}(x)]$ и $M[z_{II}(x)]$ – математические ожидания координат $z_{I}(x)$ и $z_{II}(x)$ – являются детерминированными функциями пути **x,** в частности, могут быть постоянными;

$z_{I}^{o}(x)$ и $z_{II}^{o}(x)$ – центрированные стационарные случайные функции координаты **x** с корреляционными функциями

$$K_{z_I}(x) = K_{z_{II}}(x) = D_z e^{-\alpha|x|}\cos\beta|x|, \qquad (5.4)$$

где α и β – постоянные для данного пути коэффициенты;

D_z – дисперсия.

Случайные функции $z_{I}^{o}(x)$ и $z_{II}^{o}(x)$ могут быть зависимыми, т. е. иметь отличную от нуля взаимную корреляционную функцию $K_{z_1 z_2}(x)$. Решение существенно упрощается, если $K_{z_1 z_2}(x) = 0$, что допустимо во многих случаях, даже для экипажей, совершающих движение по неровной грунтовой дороге.

В соответствии с видом (5.4) $K_{z_I}(x)$ и $K_{z_{II}}(x)$ случайный дискретный процесс **z** целесообразно моделировать посредством рекуррентного соотношения [157]

$$z_{1,2}[n] = a_0\xi[n] + a_1\xi[n-1] + b_1 z_{1,2}[n-1] + b_2 z_{1,2}[n-2],$$

где $\xi[n]$ – дискретный белый шум с нормальным распределением, нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией;

a_i и b_i – коэффициенты, зависящие от параметров корреляционной функции и шага дискретизации.

Учитывая, что база машины достаточно велика, случайные функции $z_{I}^{o}(x)$ и $z_{I}^{o}(x+\ell)$, а также $z_{II}^{o}(x)$ и $z_{II}^{o}(x+\ell)$ могут быть попарно приняты как некоррелированные, что облегчает процесс моделирования случайных компонент входных возмущений $z_{I}^{o}(x)$, $z_{I}^{o}(x+\ell)$, $z_{II}^{o}(x)$ и $z_{II}^{o}(x+\ell)$. Во многих случаях можно отказаться от случайных составляющих и ограничиться только детерминированными.

При движении рельсовой машины в зоне контакта колес с рельсами возможно проскальзывание, что обусловлено статической неопределимостью привода ходового механизма и характером нагрузок, приходящейся на ходовые колеса машины в режиме разгона и торможения.

Дифференциальные уравнения движения рельсовой машины с расчетной схемой по рисункам 5.1, а, 5.1, б, (четырнадцать обобщенных координат) имеют вид

$$J_1\frac{d^2\varphi_1}{dt^2}=b_{51}\left(\frac{d\varphi_5}{dt}-\frac{d\varphi_1}{dt}\right)+c_{51}(\varphi_5-\varphi)_1+M_{01}$$

$$J_2\frac{d^2\varphi_2}{dt^2}=b_{52}\left(\frac{d\varphi_5}{dt}-\frac{d\varphi_1}{dt}\right)+c_{52}(\varphi_5-\varphi_2)+M_{02}$$

$$J_3\frac{d^2\varphi_3}{dt^2}=b_{43}\left(\frac{d\varphi_4}{dt}-\frac{d\varphi_3}{dt}\right)+c_{43}(\varphi_4-\varphi_3)+M_{03}$$

$$J_4\frac{d^2\varphi_4}{dt^2}=-b_{43}\left(\frac{d\varphi_4}{dt}-\frac{d\varphi_3}{dt}\right)-c_{43}(\varphi_4-\varphi_3)+M_{04} \qquad (5.5)$$

$$J_5\frac{d^2\varphi_5}{dt^2}=M_5-\quad b_{51}\left(\frac{d\varphi_5}{dt}-\frac{d\varphi_1}{dt}\right)-\quad b_{52}\left(\frac{d\varphi_5}{dt}-\frac{d\varphi_1}{dt}\right)-$$

$$-c_{51}(\varphi_5-\varphi_1)-c_{52}(\varphi_5-\varphi_2)$$

$$J_x\frac{d^2\theta}{dt^2}=(P_{27}+P_{47})\left(\frac{\ell_1}{2}+\lambda_y\right)+(P_{17}+P_{37})\left(\frac{\ell_1}{2}-\lambda_y\right)$$

$$J_y\frac{d^2\psi}{dt^2}=-(P_{17}+P_{27})\left(\frac{\ell}{2}+\lambda_x\right)-(P_{37}+P_{47})\left(\frac{\ell}{2}-\lambda_x\right)$$

$$J_z\frac{d^2\beta}{dt^2}=(P_{1p}+P_{2p})\left(\frac{\ell}{2}+\lambda_x\right)\mathrm{sign}\beta+(P_{3p}+P_{4p})\left(\frac{\ell}{2}-\lambda_x\right)\mathrm{sign}\beta$$

$$J_{12}\frac{d^2\gamma_{12}}{dt^2}=-P_{01}\left(\frac{\ell_2}{2}+y_1\right)+P_{02}\left(\frac{\ell_2}{2}-y_1\right)+P_{17}\left(\frac{\ell_1}{2}+y_1\right)-$$

$$P_{27}\left(\frac{\ell_1}{2}-y_1\right)$$

$$J_{34}\frac{d^2\gamma_{34}}{dt^2} = -P_{03}\left(\frac{\ell_2}{2}+y_3\right)+P_{04}\left(\frac{\ell_2}{2}-y_3\right)+P_{37}\left(\frac{\ell_1}{2}+y_3\right)-$$

$$P_{47}\left(\frac{\ell_1}{2}-y_3\right)$$

$$m_{12}\frac{d^2z_5}{dt^2} = P_{01}+P_{02}+P_{17}+P_{27}-m_{12}g$$

$$m_{34}\frac{d^2z_6}{dt^2} = P_{03}+P_{04}+P_{37}+P_{47}-m_{34}g$$

$$(m_7+m_{12}+m_{34})\frac{d^2x}{dt^2} = F_1+F_2+F_3+F_4 \qquad (5.5)$$

$$m_7\frac{d^2z_0}{dt^2} = P_{17}+P_{27}+P_{37}+P_{47}-m_7g.$$

Здесь приняты следующие, неуказанные выше, обозначения:

$J_1, J_2, J_3, J_4,$ – приведенные к осям вращения ходовых колес моменты инерции вращающихся деталей трансмиссии колесных пар 1 – 2 и 3 – 4 (соответственно левой и правой частей);

J_5 – приведенный к оси вращения колесной пары 1 – 2 момент инерции ротора электродвигателя;

J_x, J_y, J_z – центральные моменты инерции рамы (кузова) 7 рельсовой машины соответственно относительно осей О**x,** О**y** и О**z** в предположении, что оси проходят через центр масс системы (точка О);

J_{12}, J_{34} – моменты инерции колесных пар 1 – 2 и 3 – 4 относительно осей, параллельных Ox, проходящих через центры масс колесных пар;

$M_5 = a+b\left.\frac{d\varphi_5}{dt}\right._5$ – приведенный к оси вращения колесной пары 1 – 2 момент, развиваемый электродвигателем, (статическая характеристика двигателя);

$c_{51}(\varphi_5-\varphi_1),\ c_{52}(\varphi_5-\varphi_2),\ c_{43}(\varphi_4-\varphi_3)$ – приведенные моменты сил упругости осей колесных пар (трансмиссионных валов) при кручении;

$b_{51}\left(\frac{d\varphi_5}{dt}-\frac{d\varphi_1}{dt}\right),\ b_{52}\left(\frac{d\varphi_5}{dt}-\frac{d\varphi_2}{dt}\right),\ b_{43}\left(\frac{d\varphi_4}{dt}-\frac{d\varphi_3}{dt}\right)$ – приведенные

моменты диссипативных сопротивлений осей колесных пар (трансмиссионных валов) при кручении;

M_{01}, M_{02}, M_{03}, M_{04} – моменты сил реакций, действующих со стороны рельсов на ходовые колеса машины;

P_{17}, P_{27}, P_{37}, P_{47} – реакции пружин подвесок, действующих на раму (кузов) рельсовой машины;

F_1, F_2, F_3, F_4 – силы трения, возникающие в зоне контакта колес с рельсами;

m_{12} и m_{34} – соответственно массы колесных пар 1 – 2 и 3 – 4;

ℓ и ℓ_2 – база и колея рельсовой машины;

ℓ_1 – расстояние между геометрическими осями упругих элементов подвесок одной колесной пары;

λ_x и λ_y – расстояния, учитывающие смещение центра масс кузова относительно геометрического центра симметрии соответственно вдоль осей Ox и Oy;

y_1 и y_3 – расстояния от центров масс колесных пар до геометрических центров (середин) каждой из пар.

Момент, развиваемый электродвигателем, зависит в основном от типа двигателя и режима работы машины [131, 135, с. 65-69, 136, с. 19-21]. При исследовании динамических явлений в системе с электродвигателем в тех случаях, когда рассматриваются переходные процессы при трогании в начале движения, разгоне машины, торможении двигателем, преодолении путевых неровностей и в любых других случаях отклонениях привычного режима движения применима механическая характеристика развиваемого асинхронным электродвигателем момента сил в виде

$$M = M_{max} \frac{2+\xi}{\frac{S}{S_m} + \frac{S_m}{S} + \xi}, \qquad (5.6)$$

где M_{max} и S_m – максимальный момент, развиваемый асинхронным электродвигателем и соответствующее ему скольжение.

Скольжение $S = \frac{\omega_o - \omega}{\omega_o}$,

где ω_o – синхронная угловая скорость;

ξ – безразмерный параметр двигателя.

Для исследования движения механических систем с асинхронным электродвигателем и электродвигателем постоянного тока при установившихся режимах работы может быть использована формула, выражающая статическую характеристику электродвигателя

$$M_д = a - b\frac{d\varphi}{dt}, \qquad (5.7)$$

позволяющая определить момент электродвигателя в этих случаях.

Здесь a и b – постоянные параметры электродвигателя;

$\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ – угловая скорость вращения ротора электродвигателя.

В необходимых случаях может быть использована динамическая характеристика электродвигателя [131, 152].

Моменты сил упругости в осях колесных пар определяются по формулам

$$\begin{aligned} M_{51} &= c_{51}(\varphi_5 - \varphi_1) \\ M_{52} &= c_{52}(\varphi_5 - \varphi_2) \\ M_{43} &= c_{43}(\varphi_4 - \varphi_3). \end{aligned} \qquad (5.8)$$

Моменты сил диссипативных сопротивлений в тех же осях – соответственно по формулам

$$\begin{aligned} M^r_{51} &= b_{51}\left(\frac{d\varphi_5}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt}\right) \\ M^r_{52} &= b_{51}\left(\frac{d\varphi_5}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt}\right) \\ M^r_{43} &= b_{51}\left(\frac{d\varphi_5}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt}\right). \end{aligned} \qquad (5.9)$$

Реакции пружин подвесок $P_{17}, P_{27}, P_{37}, P_{47}$ в общем случае есть нелинейные функции деформаций $\Delta_{17}, \Delta_{27}, \Delta_{37}, \Delta_{47}$, определяемые для каждой из пружин согласно формул

$$\begin{aligned} \Delta_{17} &= z_5 - \gamma_{12}\frac{\ell_1}{2} - z_0 + \theta\frac{\ell_1}{2} + \psi\frac{\ell}{2} \\ \Delta_{27} &= z_5 + \gamma_{12}\frac{\ell_1}{2} - z_0 - \theta\frac{\ell_1}{2} + \psi\frac{\ell}{2} \\ \Delta_{37} &= z_6 - \gamma_{34}\frac{\ell_1}{2} - z_0 + \theta\frac{l_1}{2} - \psi\frac{\ell}{2} \end{aligned} \qquad (5.10)$$

$$\Delta_{47} = \mathbf{z}_6 + \gamma_{34}\,\frac{\ell_1}{2} - z_0 - \theta\,\frac{l_1}{2} - \psi\,\frac{\ell}{2}\,.$$

Во многих частных случаях, для систем с линейными характеристиками упругих элементов подвешивания, реакции пружин подвесок P_{17}, P_{27}, P_{37}, P_{47} можно представить в виде

$$P_{17} = b_{17}\frac{d\Delta_{17}}{dt} + c_{17}\cdot\Delta_{17}, \qquad P_{27} = b_{27}\frac{d\Delta_{27}}{dt} + c_{27}\cdot\Delta_{27},$$

$$P_{37} = b_{37}\frac{d\Delta_{37}}{dt} + c_{37}\cdot\Delta_{37}, \qquad P_{47} = b_{47}\frac{d\Delta_{47}}{dt} + c_{47}\cdot\Delta_{47}, \tag{5.11}$$

где b_{17}, b_{27}, b_{37}, b_{47} и c_{17}, c_{27}, c_{37}, c_{47} – коэффициенты, определяющие диссипативное сопротивление и жесткость упругих элементов каждой подвески.

Для использования в системе уравнений (5.5) формулы (5.2), определяющей вертикальные реакции P_{01}, P_{02}, P_{03}, P_{04} со стороны рельсов на ходовые колеса, необходимо выразить через обобщенные координаты системы деформации рельсов Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4. Под каждым из колес деформация рельса определится по формулам

$$\Delta_1 = z_{\,I}(x) - \mathbf{z}_5 + \gamma_{12}\,\frac{\ell_2}{2},$$

$$\Delta_2 = z_{\,II}(x) - \mathbf{z}_5 - \gamma_{12}\,\frac{\ell_2}{2},$$

$$\Delta_3 = z_{\,I}(x+\ell) - \mathbf{z}_6 + \gamma_{34}\,\frac{\ell_2}{2}, \tag{5.12}$$

$$\Delta_4 = z_{\,II}(x+\ell) - \mathbf{z}_6 - \gamma_{34}\,\frac{\ell_2}{2},$$

где $z_{\,I}(x)$ и $z_{\,II}(x)$ – аналитические выражения, описывающие профиль недеформированного рельсового пути (5.3).

Выражения для определения значений моментов реакций M_{01}, M_{02}, M_{03}, M_{04} и сил трения F_1, F_2, F_3, F_4 составлены с учетом возможности проскальзывания ходовых колес относительно рельсов, поэтому каждая из

составляющих моментов реакций и сил трения записывается в трех видах: первые два – при отсутствии проскальзывания, третий – при наличии проскальзывания. Поскольку формулы выражающие моменты M_{01}, M_{02}, M_{03}, M_{04} имеют идентичный вид, составим выражения в обобщенном виде

$$M_{0j} = \begin{cases} -b_{ij}\left(\dfrac{d\varphi_i}{dt} - \dfrac{d\varphi_j}{dt}\right) - c_{ij}\left(\varphi_i - \varphi_j\right) + J_j \dfrac{d^2\varphi_j}{dt^2}, & v_{j0} = 0,\ f_0 P_j r_j > \left|M_j\left(F_j\right)\right| \\ -P_{0j}\left[k + f_0 r_j \operatorname{siqn} M_j\left(F_j\right)\right], & v_{j0} = 0,\ f_0 P_{0j} r_j = \left|M_j\left(F_j\right)\right| \\ -P_{0j}\left(k - f_k r_j \operatorname{siqn} v_{j0}\right), & v_{j0} \neq 0 \end{cases} \qquad (5.13)$$

(j = 1, 2, 3, 4; i = 3, 4, 5).

То же самое можно сказать и о силах трения F_1, F_2, F_3, F_4. Будучи переменной величиной сила трения имеет предельное значение, определяемое коэффициентом трения скольжения покоя (при отсутствии проскальзывания). В обобщенном виде (j = 1, 2, 3, 4; i = 4, 5) выражения для сил трения имеют вид

$$F_j = \begin{cases} \dfrac{M_j\left(F_j\right)}{r_j}, & v_{j0} = 0,\ f_0 P_{0j} r_j > \left|M_j\left(F_j\right)\right| \\ f_0 P_{0j} \operatorname{siqn} M_j\left(F_j\right), & v_{j0} = 0,\ f_0 P_{0j} r_j = \left|M_j\left(F_j\right)\right| \\ f_k P_{0j} \operatorname{siqn} v_{j0}, & v_{j0} \neq 0 \end{cases} \qquad (5.14)$$

В формулах (5.13) и (5.14) приняты следующие обозначения:

$v_{j0} = \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{d\varphi_j}{dt} r_j$ – абсолютная скорость точки колеса в зоне контакта с рельсом;

f_o – коэффициент трения скольжения при отсутствии проскальзывания;

$f_к$ – коэффициент трения при проскальзывании колеса относительно

рельса;

k – коэффициент трения качения;

$M_j(F_j)$ – момент касательных составляющих реакций на колеса (сил трения), определяется из выражения

$$M_j(F_j) = b_{ij}\left(\frac{d\varphi_i}{dt} - \frac{d\varphi_j}{dt}\right) + c_{ij}(\varphi_i - \varphi_j) - k P_{0j} - J_j \frac{d^2\varphi_j}{dt^2}. \qquad (5.15)$$

При необходимости более точного исследования динамических процессов вместо коэффициентов f_o и $f_к$ можно использовать зависимость этого коэффициента от скорости скольжения v, полученную на основании экспериментальных данных. В ряде случаев эта зависимость может быть представлена в виде [158]

$$f = f = [A_1 + A_2 \exp -\lambda v]\operatorname{sign} v,$$

где A_1, A_2, λ – постоянные положительные коэффициенты.

Выражения для момента сил реакций M_{0j} и силы трения F_j могут быть различными. В данном случае будем считать их зависимыми от абсолютной величины действующего на первое колесо момента касательных составляющих реакций $M_1(F_1)$ со стороны рельса и определенного значения момента силы трения F_1 $f_o P_1 r_1$.

Рассмотрим, как меняется в зависимости от режима движения машины выражения для момента сил реакций M_{0j} на примере первого уравнения системы (5.5), описывающего вращение массы J_1. Движению без проскальзывания первого колеса (первый режим движения) соответствует неравенство $M_1(F_1) < f_o P_1 r_1$. Переменные M_{01} и F_1 при этом определяются первыми условиями в формулах (5.13) и (5.14). Очевидно, что при $M_1(F_1) < f_o P_1 r_1$, первое уравнение системы дифференциальных уравнений (5.5) обращается в тождество; в таком случае при решении системы (5.5) интегрируется кинематическое соотношение $\frac{dx}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt} r_1 = 0$, из которого определяется переменная φ_1. Аналогично рассуждая можно с достоверностью предположить, что тоже самое будет происходить со вторым, третьим и четвертым уравнением системы дифференциальных уравнений (5.5) при подобных физических явлениях, соответственно, в зоне контакта с рельсами второго, третьего и четвертого колес рельсовой машины. Таким образом, при движении машины без проскальзывания колес первые четыре уравнения системы (5.5) обращаются в тождества и при решении системы (5.5) из кинематических соотношений, соответствующих движению машины без проскальзывания колес, определяются переменные φ_1, φ_2, φ_3, φ_4

Следующий режим движения первого колеса машины, при котором еще сохраняется фрикционная связь «колесо – рельс», наступает, когда нарастающая величина момента $M_1(F_1)$ будет равна величине предельного момента силы трения $f_o P_1 r_1$. Переменные M_{01} и F_1 при этом определяются вторыми условиями в формулах (5.13) и (5.14). Момент сил реакций M_{01} определяется вторым условием в формулах (5.13)

$$M_{01} = -P_{01}\left[k - f_0 r_1 \ \text{sign} \ M_1(F_1)\right].$$

В этом случае первое уравнение системы дифференциальных уравнений (5.5) будет иметь вид

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = b_{51}\left(\frac{d\varphi_5}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt}\right) + c_{51}(\varphi_5 - \varphi_1) - P_{01}\left[k + f_o r_1 \text{sign} M_1(F_1)\right].$$

Движение колеса в данный момент происходит еще без проскальзывания. Это, так называемый, граничный режим движения колеса. При превышении абсолютным значением момента $M_1(F_1)$ величины предельного значения момента силы трения $f_o P_1 r_1$ происходит проскальзывание колеса 1 относительно рельса (третий режим движения). Значение скорости v_{10} в этом случае не равно нулю, а момент сил реакций M_{01} определяется третьим условием в формулах (5.13)

$$M_{01} = -P_{01}\left[k - f_к r_1 \ \text{sign} \ v_{10}\right].$$

Первое уравнение системы дифференциальных уравнений (5.5) примет вид

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = b_{51}\left(\frac{d\varphi_5}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt}\right) + c_{51}(\varphi_5 - \varphi_1) - P_{01}\left[k - f_к r_1 \ \text{sign} \ v_{10}\right].$$

В том случае, если неприводные колеса 3 и 4 (рисунок 5.1, а) свободно вращаются на оси, разность диаметров колес этой пары не будет способствовать формированию моментов сил упругости и, следовательно, пробуксовывание колес исключается. Третье и четвертое дифференциальные уравнения системы (5.5) в э том случае не решаются, а координаты вращения колес 3 и 4 - φ_3 и φ_4 вычисляются интегрированием кинематических соотношений $\frac{dx}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt} r_3 = 0$ и $\frac{dx}{dt} - \frac{d\varphi_4}{dt} r_4 = 0$.

Но в подавляющем большинстве случаев для движения рельсового подвижного состава применяют колесные пары, выполненные как одно тело (рисунок 5.2), что приводит при движении машины к формированию и

росту динамической нагрузки в оси колесной пары.

Изменение режима движения рельсовой машины будет также менять структуру тринадцатого уравнения в системе (5.5), где записаны силы трения в зоне контакта ходовых колес с рельсами. Вид уравнения будет определять одно из выражений формулы (5.14), определяющее режим движения машины.

Таким образом, первые четыре уравнения, а также восьмое и тринадцатое уравнения системы (5.5) имеют переменную структуру, определяемую режимом движения машины.

В ряде случаев математическое описание движения некоторых систем можно упростить без значительного ущерба на точность исследования, как например, при изучении динамических процессов в трансмиссии при движении неподрессоренной рельсовой машины по абсолютно жесткому рельсовому пути, рассматриваемому в следующем параграфе.

5.3 Аналитическое описание движения неподрессоренных рельсовых машин

Для описания движения неподрессоренной рельсовой машины и анализа динамических процессов рассмотрим один из двух симметрично расположенных идентичных механизмов передвижения неподрессоренной рельсовой машины, в данном случае – напольной завалочной машины (рисунок 3.1), работающей в сталеплавильных цехах металлургических комбинатов.

Соответствующую данному механизму передвижения неподрессоренной рельсовой машины расчетную динамическую модель представим трехмассовой дискретной замкнутой системой (рисунок 5.3) с упругими связями. Три массы представлены моментами инерции J_1, J_2, J_3, приведенными к оси вращения ходовых колес 2, 3. J_1 – момент инерции ротора электродвигателя, J_2, J_3 – соответственно суммарные моменты инерции всех вращающихся деталей левой и правой ветвей привода (рисунок 3.1). Под упругими связями предполагаются невесомые упругие валы, связывающие между собой приведенные массы J_1, J_2, J_3. Предполагаемые валы работают на кручение и характеризуются крутильными жесткостями c_{12} и c_{13}, также приведенными к оси вращения ходовых колес 2, 3.

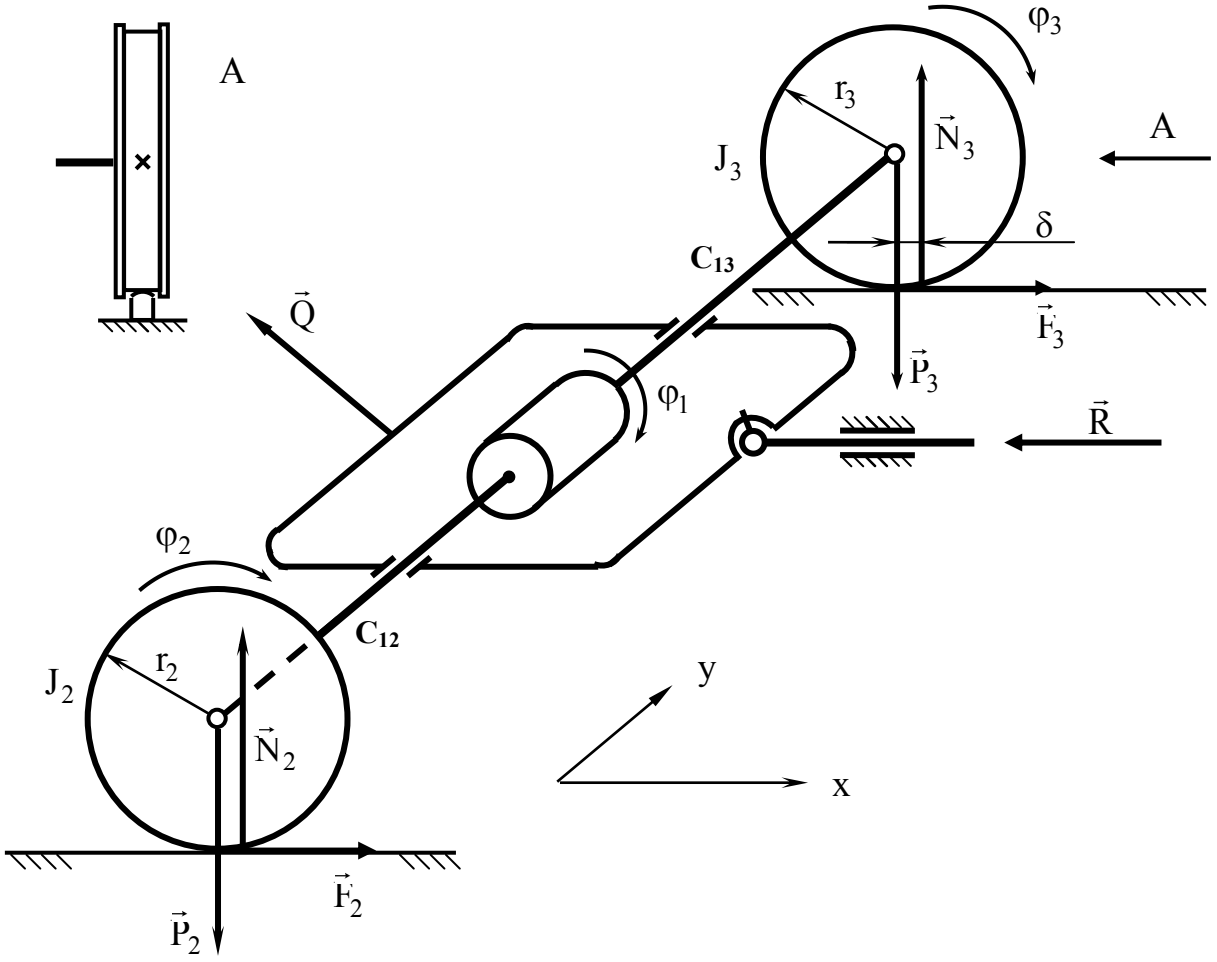


Рисунок 5.3 – Расчетная динамическая схема механизма передвижения рельсовой машины

Для анализа динамических процессов в трансмиссии привода составим систему дифференциальных уравнений движения рельсовой машины. При этом следует учитывать, что из-за возможности проскальзывания одного или обоих колес механизма передвижения, т.е. из-за разрыва и восстановления фрикционной связи сам механизм представляет собой механическую систему переменной структуры. Следовательно, и система дифференциальных уравнений движения рельсовой машины имеет переменную структуру, поскольку математическое описание будет для различных режимов движения исследуемых систем.

Для составления и решения системы дифференциальных уравнений движения определялись такие параметры исследуемой механической системы как приведенные моменты инерции ротора электродвигателя и приведенные моменты инерции вращающихся частей привода; приведенные крутильные жесткости валов; приведенные коэффициенты диссипативных сопротивлений; коэффициенты трения и другие параметры. Учитывалась также разница в пределах допуска на изготовление диаметров ходовых колес одной оси. Подбор и вычисление параметров, а также задачи приведения осуществлялись согласно справочным таблицам и методикам, приведенным в литературе [17, 18, 55, 57, 130 – 136, 158 – 161].

Для удобства составления и исследования дифференциальных уравнений движения каждой вращающейся массы мысленно разрежем невесомые упругие валы, соединяющие дискретные массы J_1, J_2, J_3 (рисунок 5.4).

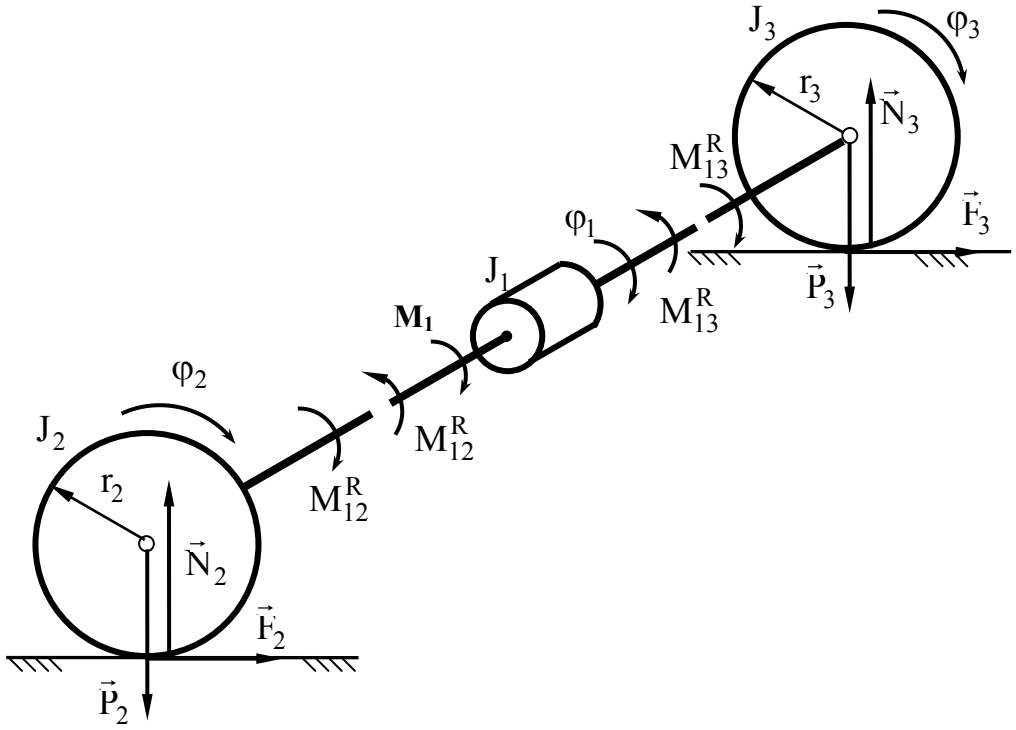


Рисунок 5.4 – Расчетная схема для составления дифференциальных уравнений движения механизма передвижения

Обобщенные координаты исследуемой системы:

φ_1 – приведенный к оси вращения ходовых колес угол поворота ротора электродвигателя;

φ_2 и φ_3 – углы поворота соответственно правого и левого ходовых колес;

x – поступательное перемещение машины.

Математическая модель исследуемой механической системы составляется с учетом следующих возможных режимов движения рельсовой машины:

1) оба колеса 2 и 3 движутся без проскальзывания;

2) проскальзывает колеса 2 из-за нарушения фрикционной связи колеса с рельсом;

3) проскальзывает колесо 3 по той же причине;

4) проскальзывают оба колеса.

При математическом описании движения системы не учитывается статическая неопределимость опорного механизма ходовой части машины, т.е. считается, что вертикальная нагрузка на каждое колесо – величина по-

стоянная, а общий вес машины распределяется по четырем опорам равномерно с учетом некоторого смещения центра масс системы относительно геометрического центра машины. Кроме того, при составлении системы дифференциальных уравнения движения не учитывается взаимодействие между собой двух приводов механизмов передвижения машины и действие внешней силы на консольное грузоподъемное устройство, т.е.

$$R \equiv Qx \equiv 0.$$

Дифференциальные уравнения движения неподрессоренной рельсовой машины можно получить из системы (5.5) в предположении, что рельсовая машина движется по абсолютно жесткому пути, а рама ее моста не подвержена деформации и неподвижна относительно осей колесных пар. При таких допущениях, с учетом возможных режимов движения машины, в соответствии с расчетными схемами по рисункам 5.3 и 5.4 система дифференциальных уравнений ее движения в общем виде запишется так

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = a - b\frac{d\varphi_1}{dt} - b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) -$$

$$- c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3)$$

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + M_{02} \qquad (5.16)$$

$$J_3 \frac{d^2\varphi_3}{dt^2} = b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) + c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + M_{03}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_2 + F_3$$

.

Здесь обозначено:

$M_1 = a - b\frac{d\varphi_1}{dt}$ – приведенный к оси вращения колес развиваемый электродвигателем момент движущих сил (статическая характеристика);

$c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_{12}$ и $c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) = M_{13}$ – приведенные моменты сил упругости валов трансмиссии;

c_{12} и c_{13} - приведенные жесткости валов трансмиссии при кручении;

$b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_2}{dt}\right)$ и $b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_3}{dt}\right)$ – приведенные моменты сил диссипативных сопротивлений, учитывающих рассеивание энергии за счет внутреннего трения частиц материала относительно друг друга;

b_{12} и b_{13} – приведенные коэффициенты диссипативных сопротивлений;

M_{02} и M_{03} – моменты сил реакций, действующих на ходовые колеса 2 и 3 со стороны рельсов;

F_2 и F_3 – силы трения в зоне контакта колес с рельсами.

Моменты сил упругости M_{12} и M_{13}, а также моменты диссипативных сопротивлений $b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_2}{dt}\right)$ и $b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_3}{dt}\right)$ являются внутренними силовыми факторами, когда система рассматривается в целом (рисунок 5.2).

Указанные на рисунке 4.3 моменты M_{12}^R и M_{13}^R включают в себя моменты сил упругости и моменты диссипативных сопротивлений

$$M_{12}^R = C_{12}(\varphi_1-\varphi_2)+b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_2}{dt}\right),$$

$$M_{13}^R = C_{13}(\varphi_1-\varphi_3)+b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_3}{dt}\right).$$

Очевидно, что когда исследуется движение отдельных (дискретных) масс (рисунок 5.3), моменты M_{12}^R и M_{13}^R рассматриваются как внешняя нагрузка. Для ротора электродвигателя (J_1) это будут моменты сил сопротивления, а для приведенных масс J_2, J_3 – M_{12}^R, M_{13}^R движущие моменты.

Прежде чем рассматривать структуру моментов M_{02}, M_{03} и сил трения F_2, F_3 остановимся на некоторых особенностях ходовой части рельсовых машин. Как видно из рисунка 3.1 вращение ротора электродвигателя передается через систему муфт, валов и редукторов на ходовые колеса. При абсолютно твердых валах трансмиссии, одинаковых диаметрах ходовых колес и идеальной центровки их при монтировании на валах, угловые скорости колес 2 и 3 будут одинаковы и постоянны по величине. При движении машины в ее приводе не будет возникать дополнительная нагрузка кроме технологической. Но в реальном механизме передвижении все валы будут упругими, а не абсолютно твердыми, отклонения геометрических размеров колес от нормы и неточности их монтажа регламентированы допусками на изготовление и сборку, т.е. диаметры колес, находящихся на одной оси не будут одинаковы. Это означает, что при прохождении машиной опреде-

ленного расстояния угол поворота ротора φ1 и углы закручивания φ_2 и φ_3 колес 2 и 3 будут неодинаковы, вследствие чего в упругих валах трансмиссии образуется деформация кручения и, как результат, моменты сил упругости:

$$M_{12} = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad M_{13} = C_{13}(\varphi_1 - \varphi_3).$$

При движении машины разница между координатами φ_1 и φ_2, φ_1 и φ_3 будет увеличиваться, т.е. значения моментов сил упругости будут расти до значений, несколько превышающих предельные моменты сил трения $f_0P_2r_2$ или $f_0P_3r_3$, после чего произойдет проскальзывание колеса относительно рельса.

В формулах, определяющих предельные моменты сил трения $f_0P_2r_2$ и $f_0P_3r_3$ приняты обозначения: f_0 – коэффициент трения скольжения при отсутствии проскальзывания; P_2 и P_3 – вертикальные нагрузки, действующие на колеса 2 и 3, принимаются постоянными величинами; r_2 и r_3 – радиусы ходовых колес 2 и 3; их геометрические размеры различны в пределах допуска на изготовление, например, при нормативном радиусе колес 0,5 м их допустимая разница может быть в пределах до 2,2 мм. При отсутствии проскальзывания на колеса одной пары накладываются две фрикционные связи.

Фрикционной связью будем называть условие, обеспечивающее отсутствие проскальзывания колеса относительно рельса. В противном случае происходит разрыв фрикционной связи.

Процесс нарастания моментов сил упругости в валах трансмиссии до предельных значений и последующего уменьшения (релаксации) в связи с проскальзыванием при движении машины периодически повторяется. Такое явление, при котором происходит периодическое изменение нагрузки, координаты или других параметров по причине, определяемой свойствами системы, называется автоколебаниями. Знакопеременный характер нагрузок при колебаниях ускоряет износ деталей и приводит их к преждевременным усталостным разрушениям.

Моменты сил реакций M_{02} и M_{03}, действующих на ходовые колеса 2 и 3 со стороны рельсов с учетом трения качения могут быть записаны в виде

$$M_{02} = M(F_2) + kP_2 \qquad M_{03} = M(F_3) + kP_3, \qquad (5.17)$$

где k - коэффициент трения качения.

$M(F_2)$ и $M(F_3)$ – действующие на колеса 2 и 3 моменты касательных составляющих (сил трения F_2 и F_3), находятся из зависимостей

$$M(F_2) = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - k P_2 - J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2}$$

$$M(F_3) = C_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) - k P_3 - J_3 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} \quad . \tag{5.18}$$

Выражения для моментов реакций M_{02}и M_{03}, и сил трения F_2 и F_3 с учетом переменности структуры системы из-за разных режимов движения машины, можно получить используя формулы (5.13) и (5.14). В соответствии с этим выражения для M_{02}и M_{03}, F_2 и F_3 можно записать в виде

$$M_{02} = \begin{cases} -b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + J_2\frac{d\varphi_2}{dt}, \; v_{20} = 0, \quad f_0 P_2 r_2 > |M(F_2)| \\ -P_2[\,k + f_0 r_2 \operatorname{siqn} M(F_2)\,], \; v_{20} = 0, \quad f_0 P_2 r_2 = |M(F_2)| \\ -P_2(k - f_k r_2 \operatorname{siqn} v_{20}), \quad \mathbf{v}_{20} \neq 0. \end{cases} \tag{5.19}$$

$$M_{03} = \begin{cases} -b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) - c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + J_3\frac{d\varphi_3}{dt}, \; v_{20} = 0, \quad f_0 P_3 r_3 > |M(F_3)| \\ -P_3[\,k + f_0 r_3 \operatorname{siqn} M(F_3)\,], \; v_{30} = 0, \quad f_0 P_3 r_3 = |M(F_3)| \\ -P_3(k - f_k r_3 \operatorname{siqn} v_{30}), \quad v_{30} \neq 0. \end{cases} \tag{5.19a}$$

$$F_2 = \begin{cases} \frac{M(F_2)}{r_2}, \; v_{20} = 0, \quad f_0 P_2 r_2 > |M(F_2)| \\ f_0 P_2 \operatorname{siqn} M(F_2), \quad v_{20} = 0, \quad f_0 P_0 r_2 = |M(F_2)| \\ f_k P_2 \operatorname{siqn} v_{20}, \quad v_{20} \neq 0. \end{cases} \tag{5.20}$$

$$F_3 = \begin{cases} \dfrac{M(F_3)}{r_3}, & v_{30} = 0, \quad f_0 P_3 r_3 > |M(F_3)| \\ f_0 P_3 \, \mathrm{siqn} M(F_3), & v_{30} = 0, \quad f_0 P_0 r_3 = |M(F_3)| \\ \\ f_k P_3 \, \mathrm{siqn}\, v_{30}, & v_{30} \neq 0. \end{cases} \qquad (5.20a)$$

Первые уравнения в выражениях (5.19), (5.19а), (5.20) и (5.20а) соответствует движению каждого из колес при отсутствии буксования; при этом моменты касательных составляющих реакций $M(F_2)$ и $M(F_3)$ по абсолютной величине меньше предельных значений моментов сил трения $f_0 P_2 r_2$ и $f_0 P_3 r_3$, равных моментам сил сцепления. Вторые уравнения в выражениях (5.19), (5.19а), (5.20) и (5.20а) соответствует движению колес в том случае, когда абсолютные значения моментов $M(F_2)$ и $M(F_3)$, действующих на колеса равны предельным значениям моментов сил трения $f_0 P_2 r_2$ и $f_0 P_3 r_3$. Третьи из уравнений тех же выражений соответствует движению колес с проскальзыванием относительно рельсов, вызываемого превышением моментов $M(F_2)$ или $M(F_3)$ предельных значений моментов сил трения $f_0 P_2 r_2$ или $f_0 P_3 r_3$.

В формулах (5.19), (5.19а), (5.20) и (5.20а) обозначено

$v_{20} = \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{d\varphi_2}{dt} r_2$ и $v_{30} = \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{d\varphi_3}{dt} r_3$ – соответственно абсолютные скорости расположенных на колесах 2 и 3 точек касания с рельсами (скорости проскальзывания колес);

$\dfrac{dx}{dt} = v$ – скорость движения машины;

$\dfrac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2$ и $\dfrac{d\varphi_3}{dt} = \omega_3$ – угловые скорости колес 2 и 3;

f_0 – коэффициент трения при отсутствии проскальзывания колес;

f_k – коэффициент трения при проскальзывании колес.

Символ sign (сигнум) – функция, равная 1 (плюс один), если стоящее за ним выражение (например, v_{20} или v_{30}) положительно; равна нулю, если оно равно нулю и равная – 1 (минус один), если выражение отрицательно.

Выражения для моментов сил реакций M_{02} и M_{03}, и сил трения F_2 и F_3, как сказано выше, могут быть различными в зависимости от режима движения машины. При движении без проскальзывания колес переменные M_{02}, M_{03}, F_2, F_2 в выражениях (5.19), (5.19а), (5.20) и (5.20а) определяются первыми условиями. Этот режим движения соответствует неравенству $f_0 P_2 r_2 > |M_2(F_2)|$ или $f_0 P_3 r_3 > |M_3(F_3)|$, т.е. когда предельное значение момента силы трения $f_0 P_2 r_2$ или $f_0 P_3 r_3$ превышает абсолютное значение действующе-

го на колесо момента $M(F_2)$ или $M(F_3)$, чем определяется отсутствие проскальзывания.

Следующий режим движения, при котором на колеса также наложено по одной фрикционной связи, определяется достижением абсолютной величиной действующего на какое-либо колесо момента $M_2(F_2)$ или $M_3(F_3)$ предельного значения момента силы трения $f_0P_2r_2$ или $f_0P_3r_3$. В этом режиме переменные M_{02}, M_{03}, F_2, F_3 в выражениях (5.19), (5.19а), (5.20) и (5.20а) определяются вторыми условиями. Движение колеса происходит еще без проскальзывания, но в ближайший момент времени, когда абсолютное значение момента касательных составляющих $M_2(F_2)$ или $M_3(F_3)$ превысит предельное значение момента силы трения $f_0P_2r_2$ или $f_0P_3r_3$ произойдет разрыв фрикционной связи, сопровождающийся проскальзыванием колеса относительно рельса. В этом случае значение скорости $v_{20}(v_{30})$ не равно нулю, переменные M_{02}, F_2, (M_{03}, F_3) определяются третьими условиями в выражениях (5.19), (5.19а), (5.20) и (5.20а).

Механические системы, в которых происходит изменения входящих в нее параметров, например массы, жесткости упругих элементов и др., а также нарушений или разрушений наложенных на нее связей, называют системами переменной структуры [9, 22, 24, 49, 102 –107]. Динамические нагрузки, возникающие при результате изменения структуры в звеньях исполнительных механизмов зачастую носят спонтанный характер и не всегда могут быть математически сформулированы.

В данном случае, исследуемая рельсовая напольная завалочная машина является системой переменной структуры из-за периодических разрывов наложенных на колеса фрикционных связей (проскальзывание колес относительно рельсов) и из-за возможного отрыва колеса от рельса.

Соответственно, и система дифференциальных уравнений (5.16), описывающая движение такой механической системы, также будет иметь переменную структуру, определяемую выражениями для моментов реакций M_{02}, M_{03} и сил трения F_2 и F_3.

Движение исследуемой системы описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка [162 – 164].

Рассмотрим подробнее структуру дифференциальных уравнений (5.16), описывающих движение исследуемой рельсовой машины. При решении дифференциальных уравнений переменной структуры можно использовать метод припасовывания [148].

5.4 Анализ структуры системы дифференциальных уравнений движения неподрессоренной рельсовой машины

Как уже отмечалось ранее, исследуемая рельсовая напольная завалочная машина является системой переменной структуры из-за периодических

разрывов наложенных на колеса фрикционных связей (проскальзывание колес относительно рельсов) и из-за возможного отрыва колеса от рельса.

Соответственно, и система дифференциальных уравнений (5.16), описывающая движение такой механической системы, также будет иметь переменную структуру. Структуру уравнений определяют выражения для моментов реакций M_{02}, M_{03} и сил трения F_2 и F_3, возникающих в зоне контакта ходовых колес с рельсами.

Рассмотрим, какой вид будут иметь уравнения системы дифференциальных уравнений (5.16), в зависимости от режима движения машины.

Первое уравнение системы (5.16)

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = a - b\frac{d\varphi_1}{dt} - b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) -$$

$$- c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3)$$

будет иметь постоянный вид при всех режимах движения машины.

Второе и третье уравнения системы (5.16) идентичны, поэтому рассмотрим только видоизменения второго уравнения

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + M_{02}. \qquad (5.21)$$

Первый режим предполагает отсутствие проскальзывания колес, при этом момент сил реакций

$$M_{02} = -c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + J_2\frac{d^2\varphi_2}{dt^2}.$$

Подставив это значение M_{02} в уравнение (4.21), получим:

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) -$$

$$- b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + J_2\frac{d^2\varphi_2}{dt^2},$$

т.е. уравнение вырождается в тождество.

Скорость проскальзывания $v_{20} = 0$, переменные φ_2 и φ_3 определяются интегрированием кинематических соотношений

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dt} r_2 \quad \text{и} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{d\varphi_3}{dt} r_3,$$

где $\frac{dx}{dt} = v$ - скорость движения машины.

Второй режим движения можно назвать граничным, когда абсолютное значение действующего на колесо момента $M(F_2)$ практически равно предельному значению момента силы трения $f_0 P_2 r_2$, момент сил реакций M_{02} в этом случае будет

$$M_{02} = -kP_2 - f_0 P_2 r_2 \operatorname{siqn} M(F_2),$$

где символ siqn (сигнум), определяет знак выражения $f_0 P_2 r_2$ в зависимости от знака момента $M(F_2)$.

Подставив в этом виде M_{02} во второе уравнение системы(5.16) или, что то же самое, в уравнение (4.21), получим его с учетом siqn $M(F_2)$ в виде

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - k P_2 - f_0 P_2 r_2,$$

если момент $M(F_2) > 0$ и

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - k P_2 + f_0 P_2 r_2 \ ,$$

если момент $M(F_2) < 0$

Третий режим движения машины наступает, когда абсолютное значение момента $M(F_2)$ превышает предельное значение момента силы трения $f_0 P_2 r_2$, что приводит к проскальзыванию колеса относительно рельса (разрыву фрикционной связи). Этому режиму соответствует условие

$$v_{20} = \frac{dx}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} r_2 \neq 0,$$

из которого, зная скорость движения машины $v = \frac{dx}{dt}$ и угловую скорость $\frac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2$ вращения колеса 2, можно найти скорость проскальзывания относительно рельса точки обода колеса.

Момент сил реакций в этом случае будет

$$M_{02} = -kP_2 + f_k P_2 \operatorname{siqn} v_{20},$$

а уравнение (5.21) примет вид

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - k P_2 + f_k P_2 r_2,$$

если $v_{20} = \dot{x} - \dot{\varphi}_2 r_2 > 0$ и

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - k P_2 - f_k P_2 r_2,$$

если $v_{20} = \dot{x} - \dot{\varphi}_2 r_2 < 0$.

Очевидно, что приведенные выкладки можно применить и к третьему уравнению системы (5.16)

$$J_3 \frac{d^2\varphi_3}{dt^2} = b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) + c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + M_{03}.$$

При этом следует учитывать разницу входящих в уравнения параметров, в основном это относится к вертикальным нагрузкам на колеса P_2 и P_3, а разница радиусов r_2 и r_3 ходовых колес одной оси заложена в основу данного исследования. Крутильные жесткости c_{12} и c_{13} и коэффициенты диссипативных сопротивлений b_{12} и b_{13} практически равны между собой,

Рассмотрим, теперь, как будет выглядеть при различных режимах движения машины четвертое уравнение системы (5.16), которое в общем виде запишется так

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_2 + F_3 \qquad (5.22)$$

Первый режим движения машины, как было сказано раньше, предполагает отсутствие проскальзывания колес; при этом действующие на колеса моменты $M(F_2)$ и $M(F_3)$ по абсолютной величине меньше предельного значения моментов сил трения $f_0 P_2 r_2$ и $f_0 P_3 r_3$, т.е.

$$v_{20} = 0,\ v_{30} = 0, \quad f_0 P_2 r_2 > |M(F_2)|, \quad f_0 P_3 r_3 > |M(F_3)|.$$

В этом случае выражения для сил трения F_2 и F_3 в соответствии с первыми условиями в формулах (5.20) и (5.20а) приобретают следующий вид

$$F_2 = \frac{M(F_2)}{r_2} = \frac{c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - kP_2 - J_2\frac{d^2\varphi_2}{dt^2}}{r_2},$$

$$F_3 = \frac{M(F_3)}{r_3} = \frac{c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) - kP_3 - J_3\frac{d^2\varphi_3}{dt^2}}{r_3}.$$

Между обобщенными координатами φ и x существует зависимость в виде

$$\varphi_2 = \frac{x}{r_2} \quad \text{и} \quad \varphi_3 = \frac{x}{r_3}, \qquad \frac{dx}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dt} r_2 \quad \text{и} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{d\varphi_3}{dt} r_3,$$

используя которые можно преобразовать полученные при подстановке дифференциальные уравнения.

Дифференциальное уравнение поступательного движения (4-е уравнение системы (5.16) в случае отсутствия проскальзывания колес (буксования) запишем, подставив полученные выше для F_2 и F_3 формулы в уравнение (5.22)

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{c_{12}(\varphi_1-\varphi_2)+b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_2}{dt}\right)-kP_2-J_2\frac{d^2\varphi_2}{dt^2}}{r_2}+$$

$$+\frac{c_{13}(\varphi_1-\varphi_3)+b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_3}{dt}\right)-kP_3-J_3\frac{d^2\varphi_3}{dt^2}}{r_3}.$$

Определим вид уравнения (5.22) в следующем, граничном режиме, когда моменты действующих на колеса сил $M(F_2)$ и $M(F_3)$ по абсолютной величине практически равны значениям моментов сил сцепления $f_0P_2r_2$ и $f_0P_3r_3$. В этом случае силы трения F_2 и F_3, соответственно, определяются по формулам

$$F_2=f_0P_2\,\mathrm{siqn}M(F_2)\text{и}\qquad F_3=f_0P_3\,\mathrm{siqn}M(F_3),$$

где символ sign (сигнум) определяет знак силы трения в зависимости от знаков моментов $M(F_2)$ и $M(F_3)$.

Следует отметить, что в эксплуатационной практике рельсовых машин режим граничного нагружения обоих ходовых колес одной оси, также как и режим, при котором пробуксовывают оба колеса, может быть вызван только случайным фактором. На самом деле, нагружению в граничном режиме и дальнейшему проскальзованию подвержено менее нагруженное колесо или колесо, вал которого имеет большую крутильную жестокость, поскольку величина удерживающего от проскальзывания колеса момента $f_0P_ir_i$ зависит в основном от величины вертикальной нагрузки P_j.

В исследуемой напольной завалочной машине величина вертикальной нагрузки P_2, приходящейся на колесо 2 меньше, чем аналогичная нагрузка на колесо 3 - P_3, поэтому дифференциальное уравнение (5.22) в режиме движения, когда $f_0P_2r_2=|M(F_2)|$, примет вид:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=f_0P_2+\frac{c_{13}(\varphi_1-\varphi_3)+b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}-\frac{d\varphi_3}{dt}\right)-kP_3-J_3\frac{d^2\varphi_3}{dt^2}}{r_3},$$

когда $M(F_2)>0$ и

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -f_0P_2 + \frac{c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{\varphi_3}{dt}\right) - kP_3 - J_3\frac{d^2\varphi_3}{dt^2}}{r_3},$$

когда $M(F_2) < 0$.

В случае предельного нагружения обоих колес одной оси, т.е. когда $f_0P_2r_2 = |M(F_2)|$ и $f_0P_3r_3 = |M(F_3)|$, четвертое уравнение системы (4. 16) имеет вид

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = f_0P_2 \operatorname{siqn} M(F_2) + f_0P_3 \operatorname{siqn} M(F_3).$$

Данное уравнение имеет четыре разновидности, т.к. выражения f_0P_2 и f_0P_3 могут быть положительными или отрицательными в зависимости от знаков моментов $M(F_2)$ и $M(F_3)$. Но уравнение и его разновидности с $f_0P_3 \operatorname{siqn} M(F_3)$ представляют в большей степени только теоретический интерес, поскольку величина вертикальной нагрузки P_3 больше чем P_2 и сила трения F_3 не достигнет предельного значения, равного f_0P_3. Поэтому рассмотрим каким будет уравнение (5.22) в зависимости от знака момента только $M(F_2)$, а силу трения $F_3 = f_0P_3 \operatorname{siqn} M(F_3)$ будем учитывать только при $M(F_3) > 0$.

При $M(F_2) > 0$ уравнение (5.22) принимает вид:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = f_0P_2 + f_0P_3.$$

При $M(F_2) < 0$, соответственно

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -f_0P_2 + f_0P_3.$$

В следующем, третьем режиме работы машины будем рассматривать только тот случай, когда пробуксовывает колесо 2, т.е. движение машины определяется условиями $v_{20} \neq 0$, $v_{30} = 0$. В этом случае формула для силы трения F_2 имеет вид

$$F_2 = f_kP_2 \operatorname{sign} v_{20}.$$

Сила трения F_3 будет иметь вид в зависимости от того, в каком режиме движется колесо 3. В первом режиме, когда абсолютное значение момента касательных составляющих $M(F_3)$ меньше предельного значения момента сил трения $f_0 P_3 r_3$ сила трения F_3 запишется так

$$F_3 = \frac{c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) - kP_3 - J_3\frac{d^2\varphi_3}{dt^2}}{r_3}.$$

Дифференциальное уравнение (5.22) при этих условиях ($v_{20} \neq 0$, $v_{30} = 0$, $f_0 P_3 r_3 > |M(F_3)|$) имеет две разновидности:

при $v_{20} > 0$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = f_k P_2 + \frac{c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) - kP_3 - J_3\frac{d^2\varphi_3}{dt^2}}{r_3},$$

а при $v_{20} < 0$ -

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -f_k P_2 + \frac{c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) - kP_3 - J_3\frac{d^2\varphi_3}{dt^2}}{r_3}.$$

Во втором режиме, когда абсолютное значение момента касательных составляющих $M(F_3)$ равно предельному значению момента сил трения $f_0 P_3 r_3$ выражение для силы трения F_3 будет

$$F_3 = f_0 P_3 \operatorname{siqn} M(F_3).$$

Дифференциальное уравнение (5.22) при этих условиях ($v_{20} \neq 0$, $v_{30} = 0$, $f_0 P_3 r_3 = |M(F_3)|$) имеет четыре разновидности.

При $v_{20} > 0$, $M(F_3) > 0$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = f_k P_2 \operatorname{siqn} M(F_2) + f_0 P_3 \operatorname{siqn} M(F_3).$$

При $v_{20} > 0$, $M(F_3) < 0$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = f_k P_2 \operatorname{siqn} M(F_2) - f_0 P_3 \operatorname{siqn} M(F_3).$$

При $v_{20} < 0,\ M(F_3) > 0$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -f_k P_2 \operatorname{siqn} M(F_2) + f_0 P_3 \operatorname{siqn} M(F_3).$$

При $v_{20} < 0,\ M(F_3) < 0$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -f_k P_2 \operatorname{siqn} M(F_2) - f_0 P_3 \operatorname{siqn} M(F_3).$$

Аналогичные преобразования можно провести и с теоретически возможными вариантами для третьего и четвертого уравнений системы (5.16), когда пробуксовывает колесо 3. В данном случае пробуксовывание возможно на колесе 2, как на менее нагруженном. Разнообразие форм дифференциальных уравнений системы (5.16), описывающих движение рельсовой машины – есть следствие переменности структуры исследуемой системы.

5.5 Анализ решения системы дифференциальных уравнений движения неподрессоренной рельсовой машины

Система дифференциальных уравнений движения (5.16) составлена для одного из двух идентичных приводов напольной завалочной машины (рисунок 3.1) согласно разработанной ранее расчетной динамической схемы (динамической модели, рисунки 5.3 и 5.4). При этом, как уже отмечалось, не учитывается взаимодействие, которое очевидно имеет место при одновременной работе двух независимых приводов и действие внешней силы Q_x на консольное грузоподъемное устройство, т.е. принято

$$R \equiv Q_x \equiv 0.$$

Для определения нагрузок, которым подвержены детали и узлы привода при работе машины была решена система дифференциальных уравнений (5.16) при следующих параметрах:

приведенные моменты инерции дискретных масс $J_1 = 850 \text{кгм}^2$, $J_2 = J_3 = 400 \text{кгм}^2$;

приведенные крутильные жесткости валов трансмиссии $c_{12} = c_{13} = 4 \cdot 10^6 \text{Нм}$;

приведенные коэффициенты диссипативных сопротивлений $b_{12} = b_{13} = 10^4 \text{кгм}^2/\text{с}$;

параметры электродвигателя $a = 7200 \text{ Нм}$, $b = 25400 \text{кгм}^2/\text{с}$;

радиусы ходовых колес $r_2 = 0{,}4989$м, $r_3 = 0{,}5011$м;

коэффициенты трения качения и скольжения $k = 0{,}0012$м, $f_o = 0{,}25$, $f_k = 0{,}15$;

масса исследуемой системы $m = 95000$кг;

нагрузки на ходовые колеса $P_2 = 412000$Н, $P_3 = 412000$Н.

Система дифференциальных уравнений движения, имеющая переменную структуру, решена с помощью компьютера численным методом относительно приведенных к оси вращения ходовых колес моментов сил упругости, включающих в себя также диссипативные составляющие согласно формул

$$M_{12}^R = c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right)$$

$$M_{13}^R = c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right).$$

Кроме значений приведенных моментов сил упругости M_{12}^R и M_{13}^R в результате решения системы дифференциальных уравнений движения получены численные значения обобщенных координат φ_1, φ_2, φ_3, x; обобщенных скоростей $\frac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2$, $\frac{d\varphi_3}{dt} = \omega_3$, $\frac{dx}{dt} = v$; моментов касательных составляющих $M(F_2)$ и $M(F_3)$; скоростей проскальзывания колес в зоне контакта с рельсами v_{20} и v_{30}.

Графики изменения приведенных моментов сил упругости M_{12}^R и M_{13}^R в трансмиссионных валах показаны на рисунке 5.5 (позиции 1 и 2). Очевидно, что при наличии избыточной фрикционной связи в приводе механизма передвижения формируется дополнительная нагрузка. Периодическое прскальзывание относительно рельса происходит на втором колесе из-за меньшей вертикальной нагрузки, приходящейся на ось колеса 2 в сравнении с нагрузкой на оси третьего колеса. График скорости проскальзывания колеса v_{20} указан позицией 3 на рисунке 5.5.

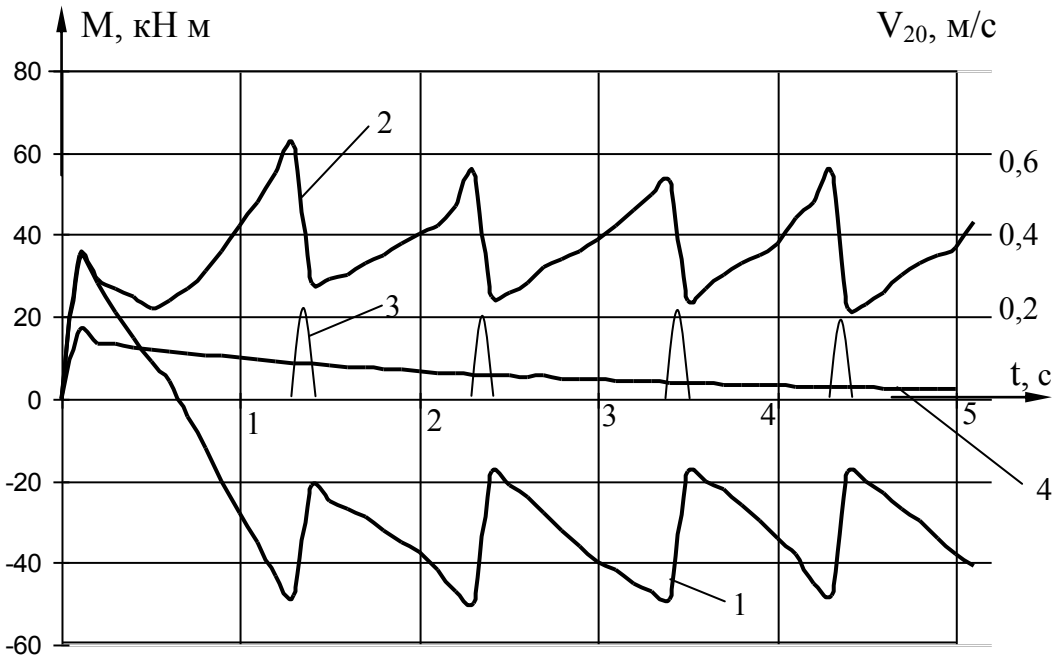


Рисунок 5. 5 – Графики изменения динамических нагрузок в трансмиссии механизма передвижения рельсовой машины.

Действительно, момент касательных составляющих $M(F_2)$ достигнет предельного значения силы трения $f_0 P_2 r_2$ раньше, чем момент $M(F_3)$ предельного значения силы трения $f_0 P_3 r_3$, поскольку при одинаковых значениях коэффициента трения покоя f_0 и очень близких значениях r_2 и r_3 доминирующую роль играет именно вертикальная нагрузка. Увеличение абсолютного значения приведенного момента сил упругости M_{12}^R происходит до тех пор, пока действующий на колесо момент касательных составляющих $M(F_2)$ не превысит предельное значение силы трения $f_0 P_2 r_2$. Затем, из-за проскальзывания колеса, а следовательно, релаксации в системе, абсолютные значения моментов сил упругости M_{12}^R и M_{13}^R уменьшаются, после чего при движении рельсовой машины вновь начинается нарастание значений моментов упругих сил до очередного проскальзывания. Это означает, что в приводе механизма передвижения рельсовой машины происходит релаксационный автоколебательный процесс.

Как показывает решение системы дифференциальных уравнений движения (5.16), средние значения модулей приведенных моментов сил упругости M_{12}^R и M_{13}^R, периодически формирующихся в трансмиссионных валах одного из двух приводов механизма передвижения напольной завалочной машины, равны 30000 – 35000 Нм. Это значение многократно превышает момент сопротивления качению машины по рельсам составляющий 1100 Нм, также приходящийся на один из приводов.

Указанные численные значения моментов сил упругости, определенные в результате решения системы дифференциальных уравнений движения (5.16), близки значениям моментов сил упругости, полученным экспериментальным путем [2, 3, 50, с. 258]. При сравнивании численных значений моментов сил упругости следует учитывать, что при решении уравнений движения определялись приведенные к оси вращения ходовых колес моменты сил упругости M_{12}^{R} и M_{13}^{R}, а при проведении экспериментов замерялись и записывались на осциллограмму реальные моменты сил упругости на быстроходных валах механизма передвижения машины. Эти валы, соединяющие электродвигатель с редуктором, имеют наибольшую податливость и именно на этом участке трансмиссии формируется доминирующая составляющая моментов сил упругости.

Конструкторские бюро металлургических комбинатов рассматривали вопрос установки системы упругого подвешивания на напольных завлочных машинах с целью обеспечения постоянного контакта ходовых колес с рельсами и исключения ударных нагрузок.

В связи с этим было проведено решение системы дифференциальных уравнений движения (5.16) при прежних параметрах, но нагрузки на колеса приняты переменными. Характер изменения нагрузок на ходовые колеса в соответствии с предполагаемыми жесткостями устанавливаемых упругих элементов принят следующим

$$P_2 = Q\left(1 + \sin\frac{\pi}{2}t\right) \quad \text{и} \qquad P_3 = S + Q\left(1 - \sin\frac{\pi}{2}t\right).$$

Здесь $Q = 4{,}12 \cdot 10^5$ Н, $S = 9 \cdot 10^4$ Н.

На рисунке 5.6 показаны графики изменения моментов сил упругости M_{12}^{R} и M_{13}^{R} (позиции 1 и 2) при переменных нагрузках на ходовые колеса. Графики – результат решения системы дифференциальных уравнений движения (5.16) при прежних параметрах, но с переменными нагрузками на ходовые колеса.

Графики показывают, что при переменных нагрузках максимальные значения динамических нагрузок могут оказаться больше тех же значений при постоянных нагрузках, но автоколебательный характер их изменения сохраняется.

Таким образом, решение системы дифференциальных уравнений движения с переменными нагрузками на ходовые колеса убедительно показало нецелесообразность установки системы упругого подвешивания на подобных конструкциях. Кроме того, дополнительные упругие связи могут способствовать возникновению параметрического резонанса при проведении машиной операции «разгрузка», когда изменяется масса системы. И в существующей конструкции моста, ходовая часть которого смонтирована

без подрессоривания, выполнение этой операции сопровождается интенсивным колебательным процессом с параметрическим возбуждением.

Переменные нагрузки на ходовые колеса более характерны для рельсовых транспортных машин, осциллограммы изменения динамических нагрузок в трансмиссии которых приводится на рисунке 1.15. Но и некоторые виды технологических машин также имеют упругую систему подвешивания, что способствует возникновению переменных нагрузок на ходовые колеса. В качестве примера можно привести ходовую часть слитковоза блюминга 1150 (рисунок 1.7), работающего на заводе «Криворожсталь».

5.6 Исследование статически определимого механизма передвижения неподрессоренной рельсовой машины

Очевидно, что для увеличения долговечности привода механизма передвижения рельсовой машины следует прежде всего устранить его статическую неопределимость. Как описывалось в параграфе 2.1, это можно осуществить, если раму машины выполнить составной, а в привод ввести дифференциальную передачу, не изменяющую общего передаточного отношения [5]. При наличии дифференциальной передачи число степеней свободы механизма передвижения увеличится на единицу. В таком случае фрикционная связь, наложенное на второе соосное колесо, не будет избыточной.

Расчетная динамическая схема такой системы показана на рисунке 5.7. Колеса 2 и 3, расположенные на одной оси вращения, не будут жестко связаны системой трансмиссионных валов, поэтому неодинаковые углы их поворота не приведут к периодическому формированию в валах дополнительной динамической нагрузки. Моменты сил упругости, возникающие в трансмиссии при симметричности привода, практически будут равны по величине и направлению. Проскальзывание колес в этом случае возможно только при недостаточном значении коэффициента трения скольжения, которое может быть вызвано случайным фактором, например, попаданием смазочных веществ на поверхность качения колеса или рельсовый путь.

Математическая модель предлагаемой конструкции будет намного проще рассматриваемого ранее статически неопределимого механизма передвижения поскольку входящие в нее уравнения имеют постоянную структуру.

Дифференциальные уравнения движения системы со статически определимым приводом имеют вид

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = a - b\frac{d\varphi}{dt} - 2b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - 2c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$J_2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - kP_2 - F_2 r_2 \qquad (5.23)$$

$$J_3 \frac{d^2\varphi_3}{dt^2} = b_{13}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt}\right) + c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) - kP_3 - F_3 r_3$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_2 + F_3 .$$

При отсутствии проскальзывания колес относительно рельсов будут очевидны зависимости $x = \varphi_2 r_2$ и $x = \varphi_3 r_3$, используя которые преобразуем систему (5.23)

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = a - b\frac{d\varphi_1}{dt} - 2b_{12}\frac{d\varphi_1}{dt} - 2c_{12}\varphi_1 \quad , \left|c_{12}\varphi_1 + b_{12}\frac{d\varphi_1}{dt}\right| < \frac{M_c}{2}$$

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = a - b\frac{d\varphi_1}{dt} - 2b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - 2c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)_1 \qquad (5.24)$$

Система линейных дифференциальных уравнений движения (5.24) решена относительно приведенных моментов сил упругости M_{12}^R, M_{13}^R.

Поскольку моменты сил упругости, действующие на левую и правую части будут равны, определяется только приведенный момент сил упругости M_{12}^R, включающий в себя диссипативную составляющую $b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right)$.

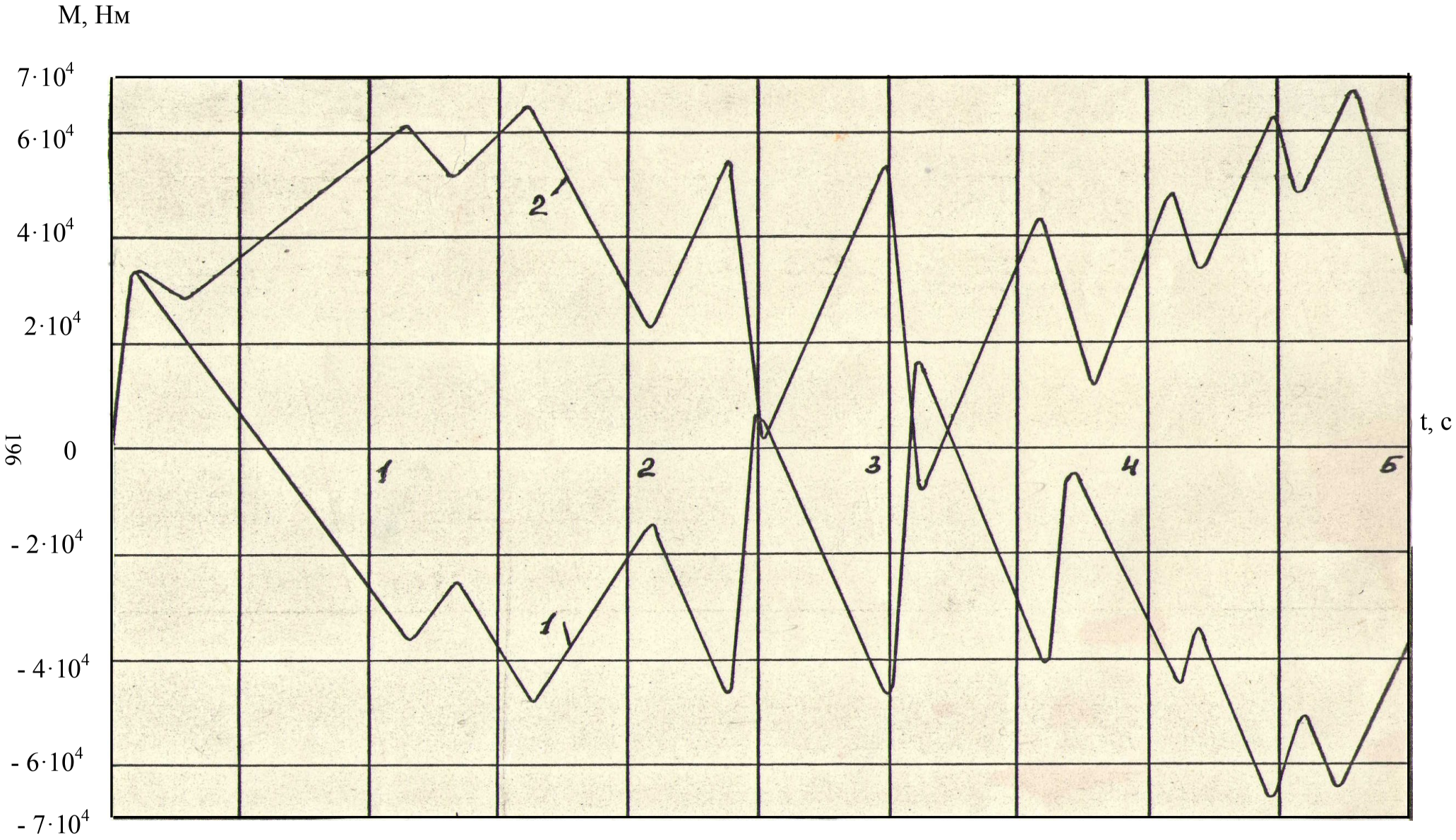


Рисунок 5.6 – График изменения моментов сил упругости в трансмиссии рельсовой машины при переменных нагрузках на ходовые колеса

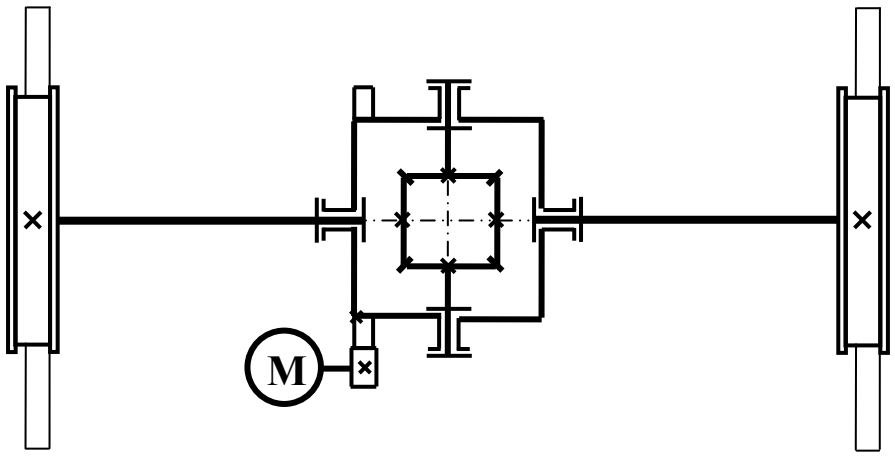


Рисунок 5.7 – Расчетная схема статически определимого привода

$$(J_2 + J_3 \frac{r_2^2}{r_3^2} + m r_3^2) \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right)(1 + \frac{r_2}{r_3}) +$$

$$+ 2c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)(1 + \frac{r_2}{r_3}) - k\left(P_2 + \frac{r_2}{r_3}P_3\right),$$

где M_c - момент сопротивления движению в начале движения.

График изменения приведенного момента M_{12}^R упругих сил в зависимости от времени показан на рисунке 5.5 (позиция 4). Из графика видно, что максимального значения 34000 Нм момент упругих сил достигает в самом начале движения, когда ротор электродвигателя начал вращение а ходовые колеса неподвижны. Закручивание трансмиссионных валов в данном случае вызывается не различием углов поворота ходовых колес одной оси вращения, как в нелинейной системе, а инертностью самой машины и упругостью материала, из которого изготовлены валы и другие детали трансмиссии привода. При дальнейшем движении машины значение момента M_{12}^R уменьшается и стабилизируется. Возможны небольшие колебания значений моментов сил упругости с частотами собственных колебаний системы.

Среднее значение приведенного момента сил упругости M_{12}^R при установившемся движении составляет 650 – 700 Нм. Движение машины в этом случае должно проходить без проскальзывания, поскольку предельный момент силы трения $f_0 P_2 r_2$ значительно превышает значение момента касательных составляющих реакции

$$M_2(F_2) = c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + b_{12}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) - kP_2 - J_2\frac{d^2\varphi_2}{dt^2}.$$

Таким образом, выполнение рамы (моста) неподрессоренной рельсовой машины составным и введение в привод механизма передвижения дифференциальной передачи позволяет устранить избыточные связи, вызывающие статическую неопределимость механизма передвижения рельсовой машины. Это позволит исключить автоколебательный процесс в приводе, вызовет существенное снижение динамической нагрузки и тем самым повысит надежность и долговечность системы.

Глава 6 ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МЕХАНИЗМАХ СТРЕЛОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ КОНСОЛЬНЫХ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ УСТРОЙСТВ

При решении задач исследования динамической нагруженности стреловых конструкций (например, исследование нелинейных колебаний стрелы башенного подъёмного крана, хобота с мульдой напольной завалочной машины и других грузоподъёмных машин) необходимо учитывать, как отмечено в параграфе 1.2, наличие многих факторов, оказывающих влияние на динамические процессы. Это такие факторы как упругость элементов стреловых конструкций, зазоры и податливость в шарнирах механизма привода их движения, нелинейные характеристики упругих связей, переменность параметров (масса, жесткость) в процессе работы устройств.

Для удобства исследования реальная механическая система (механизм качания хобота напольной завалочной машины) заменена составленной расчетной динамической схемой (динамической моделью).

Для исследования динамических процессов, возникающих при колебании стреловых конструкций, в данной работе составлена математическая модель, описывающая изгибные колебания невесомого стержня с нелинейной упругой связью в одном шарнире и с зазором в другом, дискретными массами, одна из которых может изменяться по определенному закону. Именно к такой динамической модели может быть приведена реальная конструкция грузоподъемного устройства. Математическая модель исследуемого объекта представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений движения механической системы. Некоторые из уравнений могут иметь переменную структуру из-за переменности массы загружаемого материала, наличия зазоров в сочленениях звеньев механизма привода и переменной характеристики упругой связи. Изменение массы вызовет параметрическую составляющую колебаний балки. Исследуемую систему будем считать голономной, поэтому количество уравнений будет равно числу степеней свободы (числу обобщенных координат), определяемому в соответствии с составленной динамической моделью.

6.1 Составление расчетной схемы консольного грузоподъемного устройства

Конструктивная схема рассматриваемого механизма показана на рисунке 6.1,а. Здесь 1 – мульда с шихтой; 2 – рельсовая тележка, на которой установлено консольное грузоподъемное устройство; 3 – упругий хобот; 4 – жесткая качающаяся рама, на которой смонтированы хобот 3 и механизм привода 5 его вращения, необходимого для выгрузки шихты в печное пространство; 6 – упругая нелинейная связь в шарнирном соединении рамы хобота (коромысло) с шатуном кривошипно-коромыслового механизма качения хобота (рисунок 1.14); 7 – подшипники, обеспечивающие поворот хобота вокруг продольной оси.

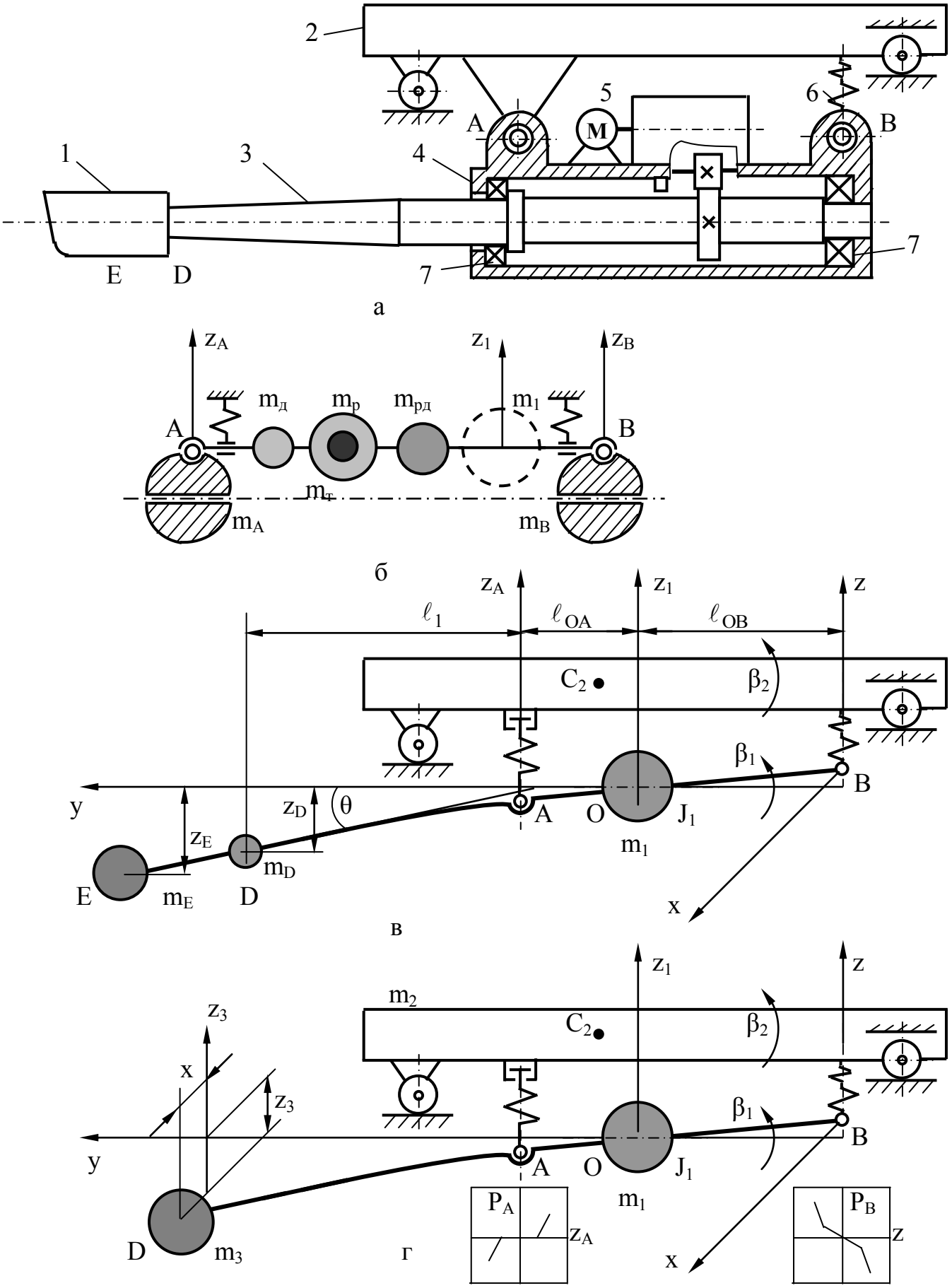
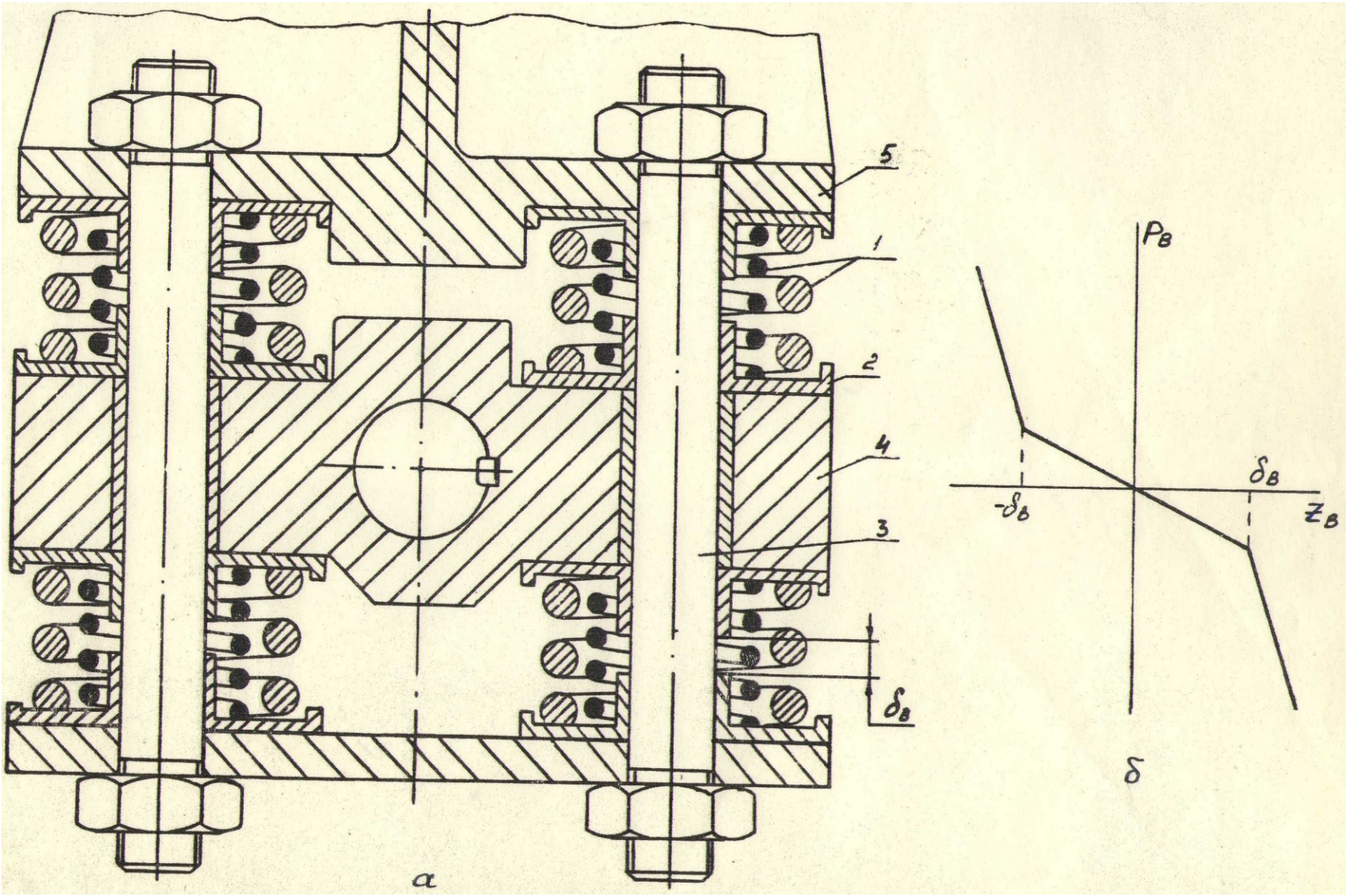


Рисунок 6.1 – Схема исходной (а) и приведенной (в, г) систем консольного грузоподъемного устройства



1 – пружина; 2 – ограничительныный стакан; 3 – палец; 4 – хобот (коромысло); 5 – шатун.

Рисунок 6.2 – Упругая связь в соединении шатуна с хоботом и ее характеристика

Шарнир А поворота рамы с хоботом рассматривается как упругое звено с зазором.

Конструктивное исполнение упругого соединения в шарнире В (позиция 6, рисунок 6.1,а) шатуна с рамой хобота и его силовая характеристика представлены на рисунке 6.2.

Наличие нелинейной или кусочно-линейной характеристики упругого соединения объясняется ее конструктивной особенностью. Из рисунка 6.2,а видно, что деформация z_B пружины 1 будет происходить до соприкосновения расположенных на пальцах 3 ограничительных стаканов 2. В пределах этой деформации характеристика упругой связи выражается отрезком на участке $-\delta_B$, $+\delta_B$ графика (рисунок 6.2,б). При дальнейшем воздействии упругой деформации будут подвергаться пальцы 3, с помощью которых зафиксированы амортизационные пружины. Характеристика силы упругости показана на графике отрезком при z_B большем абсолютного значения δ_B. Очевидно, что значение упругой силы в соединении на этом участке будет возрастать быстрее, чем на первом, о чем свидетельствует крутизна характеристики на втором участке графика.

Характеристика силы упругости (восстанавливающей силы) в шарнире А также будет нелинейной из-за наличия зазора в этом соединении [106]. При колебаниях балки элементы шарнира с зазором будут контактировать верхней и нижней частью, что вызовет знакопеременность направления реакции в соединении. Кроме того, при отсутствии контакта элементов шарнира реакция в соединении отсутствует. Характеристика силы упругости в шарнире А показана на рисунке 6.1,г.

На этом рисунке коромысло (качающая рама) и шатун обозначены соответственно позициями 4 и 5.

Упруго деформируемый при работе хобот с распределенной по длине массой приведится к дискретной системе с сосредоточенными в точках D, А и В массами m_D, m_A, m_B .

Балка хобота (позиция 3, рисунок 6.1,а) исследуемой напольной завалочной машины имеет форму усеченного конуса с очень малым углом α при вершине (рисунок 3.19,а). Вычислим этот угол

$$\alpha = \frac{R - r}{\ell} = \frac{0{,}35 - 0{,}285}{7} = 0{,}0093 \text{ рад} = 0{,}54^{\circ},$$

где $R = 0{,}35$ м, $r = 0{,}285$ м – радиусы хобота у основания и на конце;

$\ell = 7$ м – длина хобота.

При такой малой конусности без ущерба для расчетов балку хобота (рисунок 6.1, а, позиция 3), имеющую переменное сечение можно заменить балкой эквивалентной жесткости, выполненной в форме ступенчатого полого вала, имеющего два участка АВ и DA с постоянными поперечными

сечениями, характеризуемыми моментами инерции I_1 и I_2 соответственно на участке DA длиной ℓ_1 и на участке AB длиной $\ell_2 = \ell_{OA} + \ell_{OB}$.

Для последующих расчетов, связанных с определением приведенных дискретных масс m_D, m_A, m_B и изгибной жесткости c_u используются численные значения, характеризующие параметры хобота рельсовой напольной завалочной машины грузоподъемностью 147 кН.

$$E = 2 \cdot 10^{11} \frac{Н}{м^2}; \quad I_1 = 0{,}003 м^4; \quad I_2 = 0{,}0004 м^4;$$

$$\ell = 9{,}2 м; \quad \ell_1 = 5{,}8 м; \quad \ell_2 = 3{,}4 м; \quad \ell_C = 4{,}8 м;$$

$$a_1 = -55{,}6 м^{4}; \quad a_2 = 15533 м^{-3}; \quad a_3 = 8860 м^{-2};$$

$$a_4 = -42390 м^{-1}; \quad a_5 = 805 м^{-4}; \quad a_6 = -8217 м^{-2};$$

$$a_7 = 5{,}37 \cdot 10^{10} м^{-1}; \quad a_8 = 3{,}23 \cdot 10^{7} м^{-1}; \quad a_9 = 1{,}17 \cdot 10^{5} м^{-1};$$

$$m_{DA} = 11000 кг; \quad m_{AB} = 3200 кг; \quad m = 14200 кг.$$

Подставив численные значения параметров в формулы (3.29), получим уравнения для координат прогиба упругой линии балки хобота на участках DA и AB

$$z_{DA} = \frac{P}{E}\left(1533\, y^2 - 55{,}6\, y^3 + 8860\, y - 4290\right),$$
$$z_{AB} = \frac{P}{E}\left(805\, y^3 - 8217\right). \qquad (6.1)$$

Выражение для координаты z_D точки D конца балки вычисляются из формулы (3.31а)

$$z_D = \frac{P}{E} \cdot 1{,}17 \cdot 10^5. \qquad (6.2)$$

Кинетическая энергия T балки хобота с распределенной по длине массой определяется согласно формулы (3.31)

$$T = \frac{\dot{P}^2}{E^2} \cdot 2{,}38 \cdot 10^{13}. \qquad (6.3)$$

Кинетическую энергию $T_{пр}$ приведенной системы получим, используя выражение (3.32)

$$T_{пр} = \frac{m_D}{2} \cdot \frac{\dot{P}^2}{E^2} \cdot 1{,}17^2 \cdot 10^{10}. \qquad (6.4)$$

Из равенства правых частей выражений (6.3) и (6.4) кинетических энергий исходной и приведенной систем

$$\frac{\dot{P}^2}{E^2} \cdot 2{,}38 \cdot 10^{13} = \frac{m_D}{2} \cdot \frac{\dot{P}^2}{E^2} \cdot 1{,}17^2 \cdot 10^{10},$$

определяется значение приведенной в точку D массы m_D

$$m_D = \frac{2 \cdot 2{,}38 \cdot 10^{13}}{1{,}17^2 \cdot 10^{10}} = 3480 \text{ кг}. \qquad (6.5)$$

Значения приведенных масс m_A, m_B и изгибной жесткости c_u хобота определяются из уравнений (3.34) и формулы (3.35)

$$m_A = \frac{m\,\ell_C + m_D\,\ell}{\ell_2} = \frac{14200 \cdot 4{,}8 - 3480 \cdot 9{,}2}{3{,}4} = 9400 \text{ кг}; \qquad (6.6)$$

$$m_B = m - m_D - m_A = 14200 - 3480 - 9400 = 1320 \text{ кг}; \qquad (6.7)$$

$$c_и = \frac{E}{a_9} = \frac{2 \cdot 10^{11}}{1{,}17 \cdot 10^5} = 1{,}7 \cdot 10^6 \ \frac{Н}{м}. \qquad (6.8)$$

Основание хобота заключено в недеформированную качающуюся раму 4 (рисунок 6.1,а), которая с исходными дискретными массами $m_B, m_д, m_{рд}, m_т$ $m_р$ (рисунок 6.1,б) и моментом инерции поворотной рамы $I_Р$ может быть приведена к системе с одной массой m_1, равной

$$m_1 = m_A + m_B + m_д + m_{рд} + m_т + m_р \qquad (6.9)$$

и сосредоточенной в центре 0 масс данной системы, и с моментом инерции I_1, равным моменту инерции исходной системы относительно центра масс

$$I_O = I_p + m_A \ell_{OA}^2 + m_B \ell_{OB}^2 + m_д \ell_д^2 + m \ell_{рд}^2 + m_т \ell_т^2 \qquad (6.10)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

I_O – момент инерции рамы относительно центра O масс системы;

$m_д$ – масса электродвигателя механизма вращения хобота;

$m_{рд}$ – масса редуктора механизма вращения;

$m_т$ – масса тормоза с муфтой механизма вращения;

m_p - масса недеформируемой качающейся рамы;

ℓ_{OA}, ℓ_{OB}, $\ell_д$, $\ell_{рд}$, $\ell_т$ - соответственно расстояния от центра масс системы до центров указанных масс.

Центр масс системы определяется расстоянием ℓ_O, отмеренным от точки B начала координат. Положение результирующей массы m_1 показано на рисунке 6.1,б пунктиром.

Таким образом, консольное грузоподъемное устройство (исходная система, рисунок 6.1,а) может быть заменено расчетной динамической схемой, показанной на рисунке 6.1,в. Участок балки DE при расчете считается недеформируемым. В точке E (центре масс мульды с шихтой) сосредоточена масса

$$m_E = m_M + m_V,$$

где m_V - переменная масса шихты;

m_M - масса мульды.

Переменная масса m_V в первом приближении может быть представлена так. Считаем, что полная разгрузка содержимого мульды происходит за время поворота мульды на угол ψ. Так же считаем, что изменение массы (разгрузка шихты) происходит по закону, описываемому непрерывной (на участке $O \le t \le T$) функцией [165]

$$m_V = \begin{cases} m_k \cos kt, & 0 \le t \le T \\ 0, & t \ge T \end{cases}, \qquad (6.11)$$

причем $m_V \le m_K$,

где m_k - полная масса загруженного лома (шихты).

Время разгрузки $T = \frac{\psi}{\omega}$,

где ω - угловая скорость вращения хобота при выполнении операции разгрузки.

Значение k определим из условия, что в момент времени $t = T$

$$\cos k\,t = 0, \quad \text{т.е.} \quad k = \frac{\pi\omega}{2\psi}.$$

Таким образом, масса m_E изменяется по закону

$$m_E = m_M + m_k \cos kt. \tag{6.12}$$

Для уменьшения числа обобщенных координат системы и упрощения ее математической модели массу m_E, сосредоточенную в точке E, заменим эквивалентной массой $m_E^{\text{п}}$, сосредоточенную в точке D, что допустимо, если расстояния DE невелико по сравнению с DA.

Тогда масса m_3, сосредоточенная в точке D на конце хобота, может быть записана в виде

$$m_3 = m_D + m_E^{\text{п}}.$$

Для определения приведенной массы $m_E^{\text{п}}$, найдем координату z_E точки E из предположения, что соединение мульды 1 (рисунок 6.1,а) с головкой хобота 3 жесткое, т.е. направление отрезка DE (рисунок 6.1,в) недеформируемого участка в любой момент соответствует касательной к упругой линии хобота в точке D.

Разность координат точек E и D $z_E - z_D$ имеет вид

$$z_E - z_D = \ell_{DE} \cdot \sin\theta,$$

где θ - угол наклона касательной к упругой линии балки в точке D.

Ввиду малости угла θ, $\sin\theta \cong \operatorname{tg}\theta$, поэтому можно записать

$$z_E - z_D = \ell_{DE} \frac{dz_D}{dy},$$

где $\frac{dz_D}{dy}$ - производная по координате y функции $z_{DA}(y)$, определяемой согласно формулы (3.29)

$$\frac{dz_D}{dy} = \frac{P}{E}\left(3\,a_1 y^2 + 2\,a_2 y + a_3\right).$$

Ее значение вычисленное при $y = \ell_1$, равно

$$\frac{dz_D}{dy} = \frac{P}{E}\left(3\,a_1 \ell_1^2 + 2\,a_2 \ell + a_3\right).$$

С учетом формулы (3.31а) координата z_E положения точки E определяется из выражения

$$z_E = \frac{P}{E}\left[a_9 + \ell_{DE}\left(3\,a_1 \ell_1^2 + 2\,a_2 \ell_1 + a_3\right)\right].$$

Кинетическая энергия T_E массы m_E

$$T_E = \frac{m_E \dot{z}_E^2}{2} = \frac{m_E\,\dot{P}^2}{2E^2}\left[a_9 + \ell_{DE}\left(3\,a_1 \ell_1^2 + 2\,a_2 \ell_1 + a_3\right)\right]^2,$$

где $\dot{z}_E = \frac{dz_E}{dt}$ - скорость колебаний точки E

Кинетическая энергия $T_E^{п}$ приведенной массы $m_E^{п}$

$$T_E^{п} = \frac{m_E^{п}\,\dot{z}_D^2}{2} = \frac{m_E^{п}\,\dot{P}^2}{2\,E^2} a_9^2.$$

Приравняем правые части уравнений для кинетических энергий T_E приводимой и приведенной $T_E^{п}$ масс

$$\frac{m_E\,\dot{P}^2}{2E^2}\left[a_9 + \ell_{DE}\left(3\,a_1 \ell_1^2 + 2\,a_2 \ell_1 + a_3\right)\right]^2 = \frac{m_E^{п}\,\dot{P}^2}{2\,E^2} a_9^2$$

и найдем приведенную к точке D массу $m_E^{п}$

$$m_E^{п} = m_E\left[1 + \frac{3a_1 \ell_1^2 + 2a_2 \ell_1 + a_3}{a_9}\,\ell_{DE}\right]^2. \qquad (6.13)$$

Таким образом, в точке D конца хобота сосредоточена масса m_3, равная сумме приведенных масс m_D и $m_E^{п}$. С учетом переменной массы в формуле (6.12) выражение для массы имеет вид

$$m_3 = m_D + a_{10}(m_M + m_k \cos kt), \qquad (6.14)$$

где обозначено

$$a_{10} = \left[1 + \frac{3a_1\ell_1^2 + 2a_2\ell_1 + a_3}{a_9}\,\ell_{DE}\right]^2.$$

Расчетная схема (рисунок 6.1,г) для исследования динамических нагрузок в консольном грузоподъемном устройстве напольной завалочной машины в случае приведения массы m_E в точку D включает себя три массы m_1, m_2, m_3 (одна из них переменная, функционально зависящая от времени). Эти три массы связанны безинерционным упругим консольным стержнем, на который наложены в точках A и B нелинейные упругие связи. Здесь m_2 - масса тележки с механизмами приводов ее передвижения и качания хобота.

Таким образом, расчетная динамическая модель (рисунок 6.1,г) представляет собой трехмассовую систему, имеющую семь степеней свободы, учитывающие плоскопараллельное движение тележки 2, рамы хобота 4 (обобщенные координаты $z_1, y_2, \beta_1, \beta_2$) и пространственное движение точки D, в которой сосредоточена масса m_3 (это движение проектируется на оси Bx, Bz и определяется обобщенными координатами x - горизонтальная и z_3 - вертикальная).

6.2 Составление системы дифференциальных уравнений движения консольного грузоподъемного устройства

Основным видом движения при работе исследуемого консольного грузоподъемного устройства будут изгибные колебания балки хобота 3 (рисунок 6.1,а). Колебательный процесс оказывает наиболее разрушительное действие на детали и узлы машины. Грузозахватное устройство напольной завалочной машины представляет собой кривошипно-коромысловый механизм (рисунок 1.14) с упругим шатуном (рисунок 6.2), поэтому незначительные колебания возникнут после отрыва груженой мульды от платформы. Эти колебания происходят при восстанавливающей силе в пределах зоны $-\delta, +\delta$ (рисунок 6.2,б) и какого-либо вреда устройству причинить не могут. При разгрузке содержимого мульды в свод мар-

теновской печи происходит резкое изменение массы. Изменение какого-либо параметра (масса, жесткость) в механических системах с упругими звеньями и связями вызывает интенсивный процесс, называемый параметрическими колебаниями. При особо неблагоприятных условиях возникает угроза разрушительного параметрического резонанса и потери устойчивости движения системы.

В данном исследуемом случае параметрическое возбуждение колебаний происходит при ступенчатом изменения массы загружаемой в печь шихты. Вид
дальнейших колебаний определяет характер изменения массы, который рассматривается далее. Таким образом, математическая модель описывает в основном колебательный процесс с переменными параметрами (масса, жесткость, наличие зазоров).

Дифференциальные уравнения движения системы в данном случае составляюся для режима работы консольного грузоподъемного устройства с неподвижной тележкой (т.е. при $y_2 \equiv \beta_2 \equiv z_2 \equiv 0$, рисунок 6.1,г).

Зависимости между обобщенными координатами z_1, β_1 и координатами перемещения точек A и B, z_A и z_B, расчетной схемы выражается равенствами

$$z_A = z_1 - \beta_1 \ell_{OA} \quad \text{и} \qquad z_B = z_1 + \beta_1 \ell_{OB},$$

где ℓ_{OA} и ℓ_{OB} – расстояния от центра масс O системы до точек A и B.

Деформация λ изгиба хобота в вертикальной плоскости, замереная в точке D хобота, определяется по формуле

$$\lambda = z_3 - z_1 + \beta_1 \ell_{DO}.$$

Изменение массы шихты при разгрузке мульды вызовет реактивную составляющую усилия, воздействующую на систему. Обозначим через m^* отделившуюся массу и определим ее действие на оставшуюся часть системы.

В соответствии с формулами (6.11) и (6.14) отделившуюся массу можно записать в виде

$$m^* = \begin{cases} a_{10}\, m_k\, (1 - \cos\, kt) & 0 \le t \le T \\ 0 & t > T \end{cases} \qquad (6.15)$$

Тогда скорость отделения массы определится выражением

$$\frac{dm^*}{dt} = k\, a_{10}\, m_k \sin\ kt \qquad (6.16)$$

Примем, что во время разгрузки в движении в каждый момент находится масса m_{10}, определяемая по формуле

$$m_{10} = T\cos kt\,\frac{dm^*}{dt} = \frac{T}{2}\, k\, a_{10}\, m_k \sin 2\,kt,$$

что соответствует $m_{10} = 0$ при $t = 0$ и $t = T$, т.е. реальному состоянию системы.

Учитывая, что $kt = \frac{\pi}{2}$ или $k = \frac{\pi}{2T}$, получим

$$m_{10} = \frac{\pi}{4}\, a_{10}\, m_k\, \frac{\pi}{4} \sin 2\,kt. \qquad (6.17)$$

На движущуюся часть шихты в любой момент времени действуют сила тяжести G_{10}, нормальная реакция N со стороны той части шихты, что остается в мульде и сила трения F между частицами шихты [166] (рисунок 6.3,а).

Действие движущейся во время разгрузки массы m_{10} в первом приближении можно записать в виде векторного равенства

$$\vec{R} = \vec{P}_\eta + \vec{P}_\xi \qquad (6.18)$$

где $\mathbf{P}_\eta$ – сила нормального давления движущейся части шихты на остающуюся в мульде, равная по модулю нормальной реакции N;

P_ξ –сила, возникающая в плоскости соприкосновения между движущимися и неподвижными слоями шихты, равная по модулю силе трения F.

Модули сил $\mathbf{P}_\eta$ и P_ξ равны

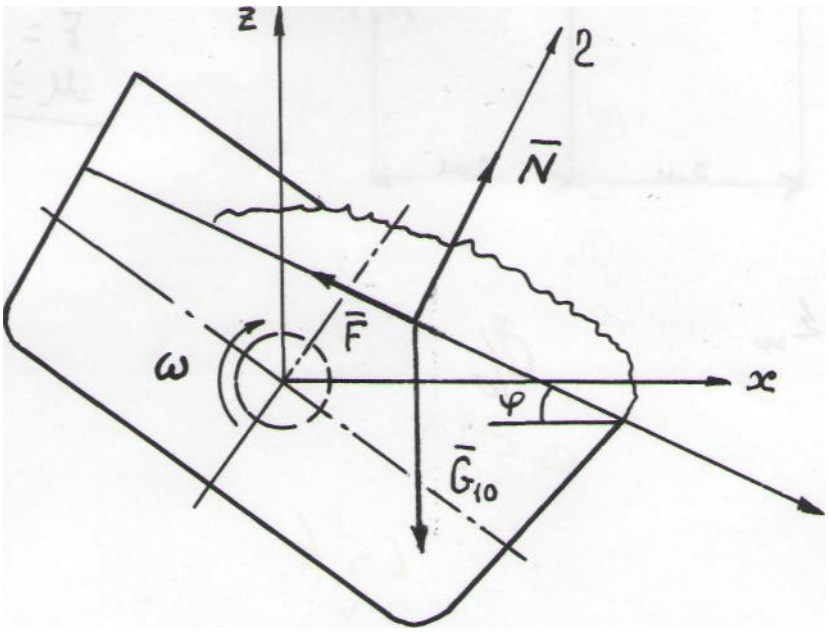
$$P_\eta = m_{10}\, g\cos\varphi \qquad (6.19)$$
$$P_\zeta = \mu\, m_{10}\, g\cos\varphi,$$

где φ – угол откоса материала в мульде;

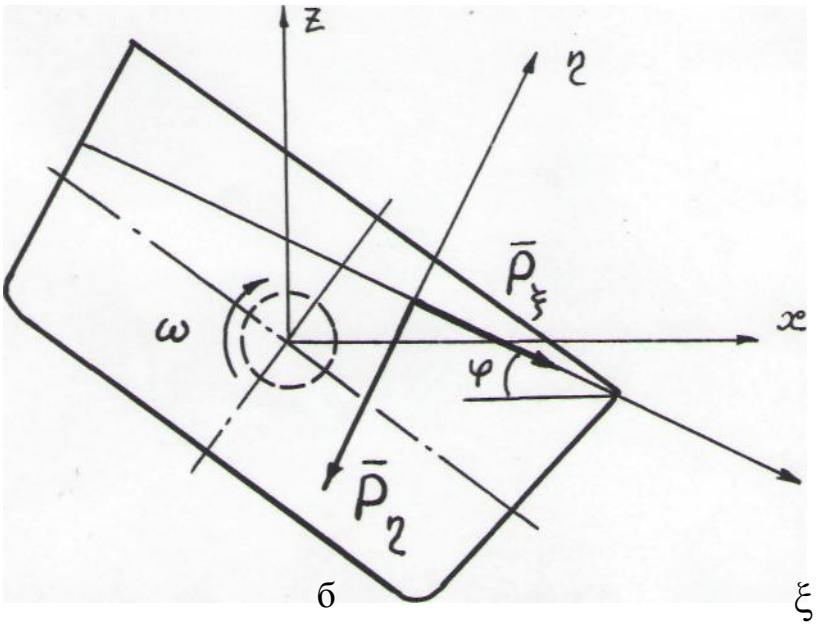
μ – коэффициент сцепления частиц шихты между собой.

Поскольку колебания хобота рассматриваются в вертикальной в горизонтальной плоскостях, спроектируем равенство (6.18), определяющее реактивную составляющую усилия, на оси x и y.

В результате получим (рисунок 6.3,б)



а



б

Рисунок 6.3 – Схемы сил взаимодействия, возникающих при изменении массы во время разгрузки шихты

$$R_x = A_x\, a_{10}\, m_k \frac{\pi}{4} \sin 2kt$$

$$R_z = A_z\, a_{10}\, m_k \frac{\pi}{4} \sin 2kt\,, \tag{6.20}$$

где обозначено:

$$A_x = -g\cos\varphi\left(\sin\varphi - \mu\cos\varphi\right),$$

$$A_z = -g\cos\varphi\left(\cos\varphi + \mu\sin\varphi\right).$$

С учетом перечисленных выше факторов система дифференциальных уравнений колебаний балки хобота напольной завалочной машины согласно расчетной схеме (рисунок 6.1,г) имеет вид [126]

$$m_1 \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dR^z_{DA}}{dt} + \frac{H_A}{c_A} \cdot \frac{dP_A}{dt} + \frac{H_B}{c_B} \cdot \frac{dP_B}{dt} + R^z_{DA} + P_A + P_B - m_1 g$$

$$J_1 \frac{d^2\beta}{dt^2} = -\frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dM_{DA}}{dt} - \frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dR^z_{DA}}{dt}\ell_{OA} - \frac{H_A}{c_A} \cdot \frac{dP_A}{dt}\ell_{OA} +$$

$$+ \frac{H_B}{c_B} \cdot \frac{dP_B}{dt}\ell_{OB} - M_{DA} - R^z_{DA}\ell_{OA} - P_A\ell_{OA} + P_B\ell_{OB} \tag{6.21}$$

$$\left[m_D + a_{10}\left(m_M + m_V\right)\right]\frac{d^2 z_3}{dt^2} = -\frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dR^z_{DA}}{dt} - R^z_{DA} -$$

$$-\left[m_D + a_{10}\left(m_M + m_V\right)\right]g + R_z$$

$$\left[m_D + a_{10}\left(m_M + m_V\right)\right]\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dR^x_{DA}}{dt} - R^x_{DA} + R_x\,.$$

В системе уравнений (6.21) приняты следующие, не упомянутые выше обозначения:

C_A, H_A, C_B, H_B – коэффициенты, определяющие жесткости и диссипативные сопротивления упругих связей соответственно в точках A и B.

R^z_{DA}, R^x_{DA}, M_{DA} – реактивные составляющие, характеризующие взаимодействие частей исследуемой системы при расчленении в точке A:

$$R^z_{DA} = c_u(z_3 - z_1 + \beta_1 \ell_{OD}); \qquad R^x_{DA} = c_u x;$$

$$M_{DA} = R^z_{DA} \ell_{DA} = c_u(z_3 - z_1 + \beta_1 \ell_{OD})\ell_1,$$

где c_u – изгибная жесткость балки хобота (6.8);

H_D – коэффициент диссипативного сопротивления материала балки хобота при деформации изгиба;

P_A и P_B – восстанавливающие силы в шарнирах A и B;

g – ускорение свободного падения.

Система дифференциальных уравнений (6.21) имеет переменную структуру по следующим причинам. Из-за наличия зазора в шарнире A при отсутствии контакта втулки с пальцем в уравнениях будет отсутствовать сила P_A. Нелинейная характеристика упругой связи в шарнире B меняет вид выражения для силы P_B. Это относится к первому и второму уравнению системы (6.21). Третье и четвертое уравнения меняют свою структуру в зависимости от закона изменения массы при разгрузке $m_V = m_k \cos kt$. В этой формуле параметром, определяющим характер разгрузки будет величина k, имеющая три численных значения, зависящих от неоднородности загружаемого материала.

Ниже приводится различие видов выражений для сил P_A, P_B и коэффициентов H_B и C_B.

Для силы P_A

$$P_A = -c_A[z_1 - \beta_1 \ell_{OA} - \delta_A \operatorname{sign}(z_1 - \ell_{OA}\beta_1)],$$

если $\left|z_1 - \beta_1 \ell_{OA}\right| > \delta_A$.

$P_A = 0$, если $\left|z_1 - \beta_1 \ell_{OA}\right| \le \delta_A$.

Для силы P_B

$$P_B = -c_{B_1}(z_1 + \beta_1 \ell_{OB}), \quad \text{если} \quad \left|z_1 + \beta_1 \ell_{OB}\right| \le \delta_B$$

и $P_B = -[c_{B_1}\delta_B + c_{B_2}(|z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| - \delta_B)]\ \text{sign}\ (z_1 + \beta_1 \ell_{OB})$,

если $|z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| > \delta_B$.

Для коэффициентов диссипативного сопротивления H_B

$H_B = H_{B1}$, если $|z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| \le \delta_B$;

$H_B = H_{B2}$, если $|z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| > \delta_B$.

Для коэффициентов жесткости c_B

$c_B = c_{B1}$, если $|z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| \le \delta_B$;

$c_B = c_{B2}$, если $|z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| > \delta_B$.

где c_{B1} – эквивалентная жесткость пружин 1 (рисунок 6.2,а) в упругом соединении шатуна с рамой качания хобота;

c_{B2} – эквивалентная жесткость на растяжение пальцев 3 (рисунок 6.2,а), фиксирующих пружины на шатуне;

$2\delta_A$ – величина зазора в шарнире А (выбирается в пределах допуска при широкоходовой посадке в соединении);

δ_B – величина максимальной деформации пружин 1 (рисунок 6.2,б).

Для вычисления не определенных ранее параметров исследуемой системы используются не указанные выше численные значения, выражающие линейные угловые, инерционные и другие характеристики консольного грузоподъемного устройства напольной завалочной машины

$\ell_{OA} = 1{,}18\text{м}$; $\ell_{OB} = 2{,}22\text{м}$; $\ell_д = 0{,}18\text{м}$; $\ell_{рд} = 1{,}12\text{м}$;

$\ell_т = 0{,}56\text{м}$; $\omega = 3{,}6\text{с}^{-1}$; $m_д = 1425\text{кг}$; $m_т = 407\text{кг}$;

$m_{рд} = 2056\text{кг}$; $m_Р = 5050\text{кг}$; $m_М = 3500\text{кг}$;

$m_k = 11500\text{кг}$; $J_Р = 3800\text{кг}\cdot\text{м}^2$; $a_{10} = 1{,}18$;

$\psi_1 = 120^0$; $\psi_2 = 36^0$; $\psi_3 = 5^0$;

$\varphi_1 = 30^0$; $\varphi_2 = 60^0$; $\varphi_3 = 20^0$;

Система дифференциальных уравнений колебаний балки хобота напольной завалочной машины решена при следующих параметрах

$$m_1 = 19650\text{кг}; \quad J_1 = 22000\text{кг}\cdot\text{м}^2; \quad m_M = 3500\text{кг};$$

$$m_k = 11500\text{кг}; \quad m_D = 3480\text{кг}; \quad H_A = 400\frac{\text{кг}}{\text{с}};$$

$$H_{B_1} = 2200\frac{\text{кг}}{\text{с}}; \quad H_{B_2} = 500\frac{\text{кг}}{\text{с}}; \quad H_D = 700\frac{\text{кг}}{\text{с}};$$

$$C_A = 10^9\frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad C_{B_1} = 8\cdot 10^6\frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad C_{B_2} = 7{,}8\cdot 10^9\frac{\text{Н}}{\text{м}};$$

$$C_и = 1{,}7\cdot 10^6\frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad k_1 = 2{,}51; \quad k_2 = 10; \quad k_3 = 100;$$

$$g = 9{,}81\frac{\text{Н}}{\text{с}^2}; \quad \mu = 0{,}2; \quad \delta_{A_1} = 0{,}001\text{м};$$

$$A_{X_1} = -27{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad A_{X_2} = -3{,}65\frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad A_{X_3} = -4{,}21\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$A_{Z_1} = -7{,}5\frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad A_{Z_2} = -6{,}75\frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad A_{Z_3} = -9{,}4\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$T_1 = 0{,}625\text{с}; \quad T_2 = 0{,}16\text{с}; \quad T_3 = 0{,}02\text{с}.$$

Различные значения параметров k, T, A_x и A_z объясняются неоднородностью состава шихты в каждой мульде, в связи с чем будут иметь различные значения угол ψ поворота мульды, соответствующий полной разгрузке и угол φ откоса материала, определяющие указанные параметры.

6.3 Анализ решения системы дифференциальных уравнений колебаний хобота

Система нелинейных дифференциальных уравнений (6.21) решена численным методом при помощи компьютера. Решение системы (6.21), в результате которого получены в численном виде значения реакций $P_A, P_B, R^x_{DA}, R^z_{DA}$ и обобщенных координат z_1, β_1, z_3, x, проводилось при различных значениях параметров k, A_x, A_z, определяющих закон изменения массы m_V и действие отделившейся массы m^* на оставшуюся часть системы. В соответствии со значениями k, A_x, A_z, введем три режима движения системы, определяемые характером разгрузки шихты. В первом режиме $k = 2{,}51$, при этом предполагается наиболее однородный состав

шихты, угол откоса материала $\varphi_1 = 30^0$, полная разгрузка мульды происходит за время $T_1 = 0{,}625$ секунд, что соответствует повороту мульды на угол $\psi_1 = 120^0$. При $k_2 = 10$ (второй режим) соответствующие параметры имеют значения $\varphi_2 = 60^0, T_2 = 0{,}16$ с., $\psi_2 = 36^0$. Третий режим соответствует практически мгновенной разгрузке, нередко имеющей место при эксплуатации грузоподъемной завалочной машины, когда содержимое мульды представляет собой спрессованный пакет металлолома. При этом $k_3 = 100$, $T_3 = 0{,}02$ с, $\psi_3 = 5^0$, угол откоса материала $\varphi_3 = 20^0$, что соответствует углу трения в соприкосновении пакета шихты с поверхностью боковой стенки мульды.

На рисунках 6.4 – 6.6 приведены графики изменения массы m_v (позиция 1), восстанавливающих сил в шарнирах A и B $-P_A$ (позиция 2) и P_B (позиция 3), реакции R^z_{DA} (позиция 4) и координаты вертикального перемещения точки D конца хобота $-z_3$ (позиция 5) для трех различных режимов движения системы, определяемыми значениями параметров k, A_x и A_z.

Из графиков видно, что интенсивный процесс в системе возбуждается после окончания изменения массы (т.е. после разгрузки). Шарнир A, где периодически раскрывается зазор δ_A, подвергается ударным нагрузкам. Максимальные по модулю значения нагрузок изображаемых на графиках величин совпадают во времени, что показывает значительную перегрузку системы в эти моменты.

Значение реакций в шарнирах A и B, P_A и P_B при отсутствии колебаний в системе (статические составляющие) равны:

с груженой мульдой $\quad P^C_A = 6{,}1 \cdot 10^5$ Н; $\quad P^C_B = 3{,}2 \cdot 10^5$ Н,

с порожней мульдой $\quad P^C_A = 2{,}7 \cdot 10^5$ Н; $\quad P^C_B = 10^5$ Н.

Максимальные по модулю значения динамических реакций в шарнирах, полученные в результате решения системы уравнений (6.21) соответственно равны:

при первом режиме движения системы

$P^{max}_{A_1} = 8{,}45 \cdot 10^5$ Н; $\quad P^{max}_{B_1} = 8{,}7 \cdot 10^5$ Н,

при втором режиме

$P^{max}_{A_2} = 1{,}2 \cdot 10^6$ Н; $\quad P^{max}_{B_2} = 1{,}1 \cdot 10^6$ Н,

при третьем режиме

$P^{max}_{A_3} = 1{,}5 \cdot 10^6$ Н; $\quad P^{max}_{B_3} = 1{,}6 \cdot 10^6$ Н.

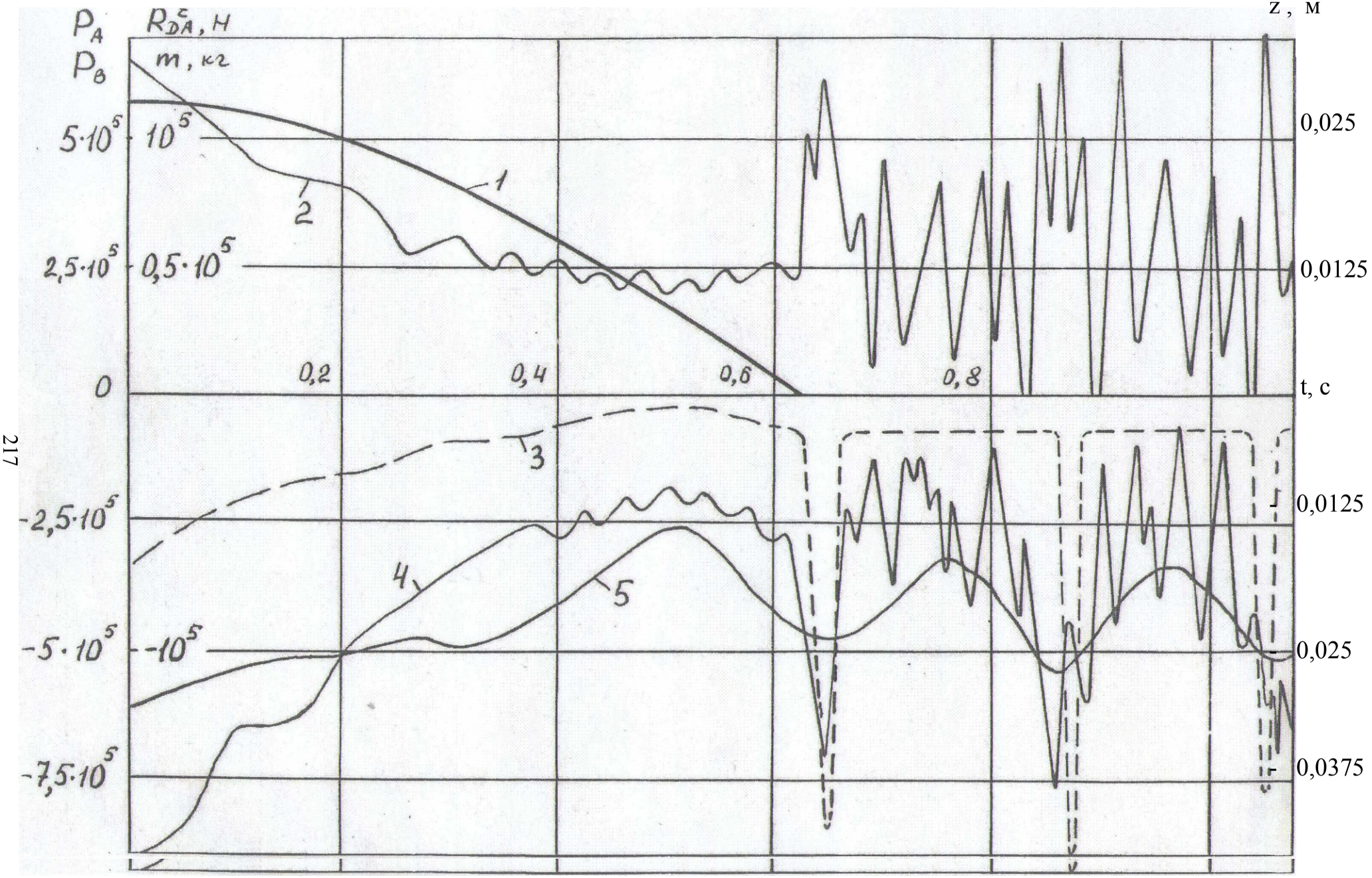


Рисунок 6.4 – Графики изменения массы m_v, координаты z_3 и усилий P_A, P_B, R^z_{DA} при k = 2,51.

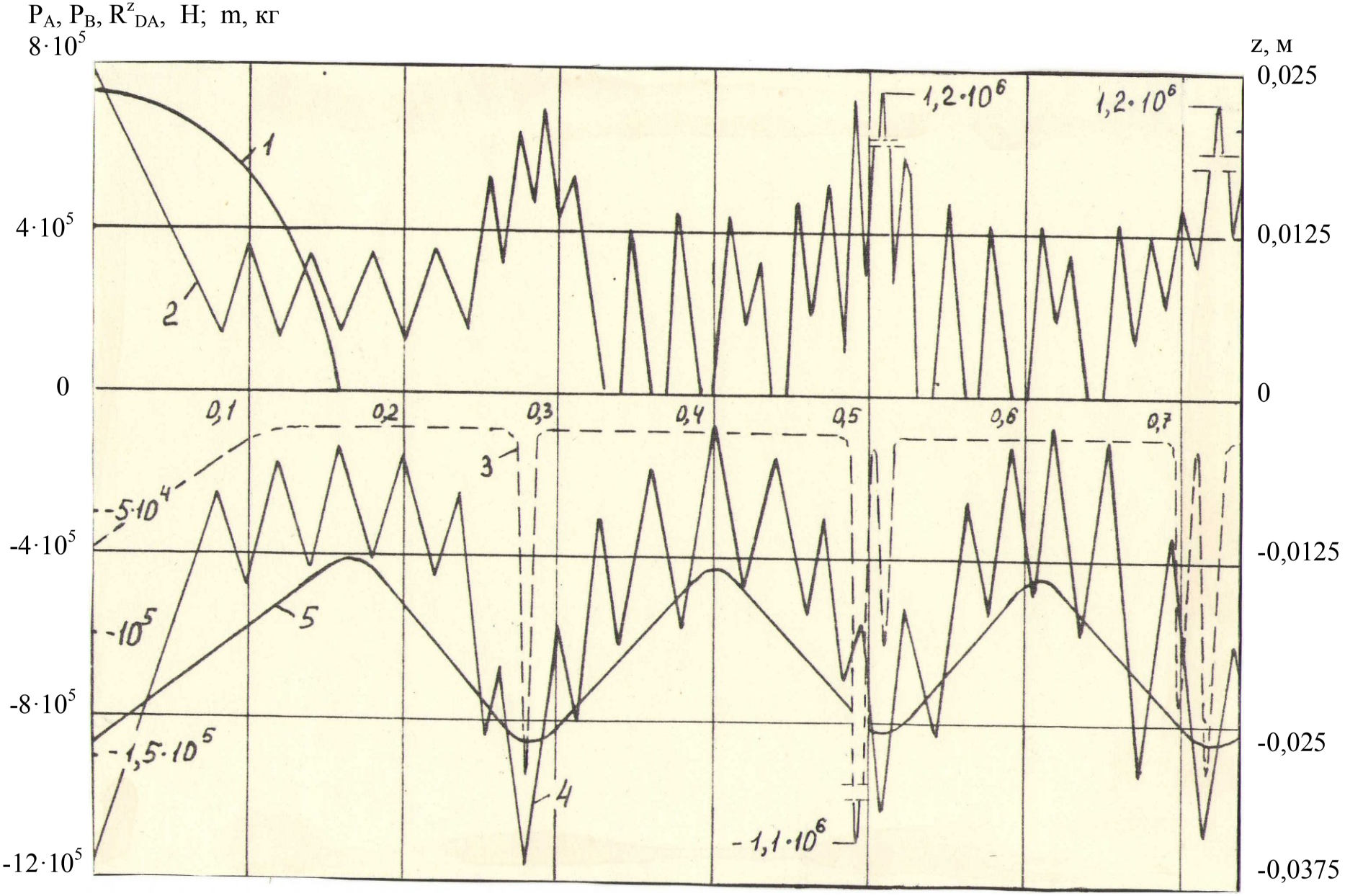


Рисунок 6.5. Графики изменения массы m_v, координаты z_3 и усилий P_A, P_B, R^z_{DA} при k = 10

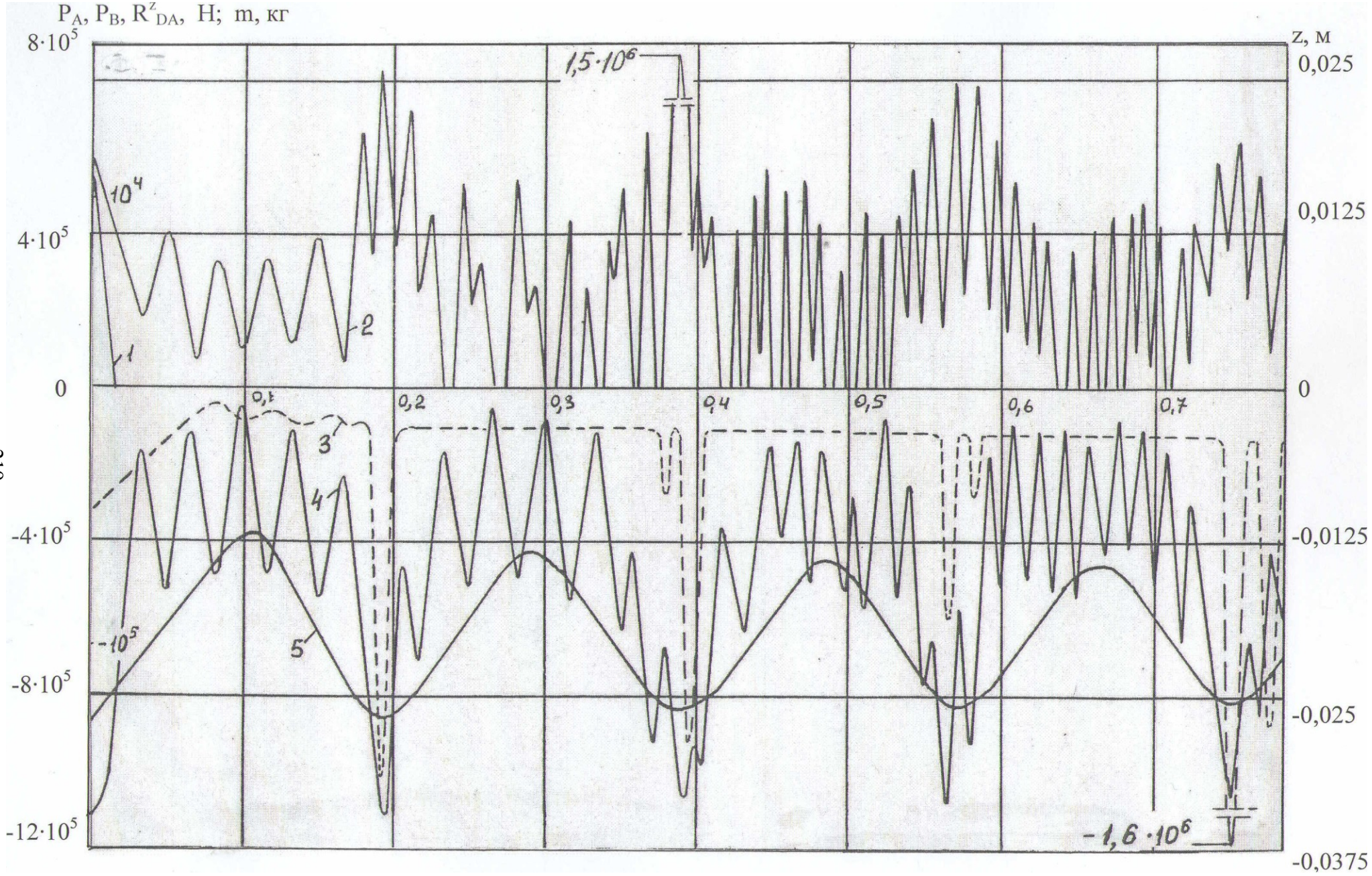


Рисунок 6.6. Графики изменения массы m_v, координаты z_3 и усилий P_A, P_B, R^z_{DA} при k = 100.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Иванченко Ф.К. Исследование нагрузок в механизмах грузоподъемных машин с учетом упругости звеньев // Вопросы теории и расчета подъемно-транспортных машин: сб. – М.: Машгиз, 1957. – Кн. 43. – С. 31 – 41.

2 Иванченко Ф.К. Экспериментальные исследования динамических нагрузок в приводах напольной завалочной машины // Известия вузов. Черная металлургия. – 1963. – № 12. – С. 221 – 225.

3 Иванченко Ф.К., Гроховский А.Г. Эксплуатационная нагрузка механизма передвижения напольной завалочной машины грузоподъемностью 15 тонн // Металлургическая и горнорудная промышленность: Научно-технический и производственный сборник. – Днепропетровск, 1967. – № 3 (45). – С. 79 – 81.

4 Хироцу Т., Касай С., Такай Х. Автоколебания с проскальзыванием в механизме привода параллельного карданного типа для рельсовых транспортных средств с электрической тягой // Нихон кикай гаккай ромбунсю, Trans. Jap, Sos. Mech. Eng.– 1986. – С32, № 483. – С. 2843 – 2849.

5 А. С. 1164198 СССР. Тележка подъемно-транспортного средства / С.Н.Кожевников, Е.Я. Антонюк, Т.И.Омаров; опубл. 01.03.1985.

6 А.С. 1482210 СССР. Способ упрочнения стальных деталей / А.И.Калиев, Т.И.Омаров, А.Л.Осинцева; опубл. 22.01.1989.

7 А.С. 1535008 СССР. Способ термического упрочнения деталей / А.И.Калиев, Т.И.Омаров, Е.С.Языкбаев; опубл. 08.09.1989.

8 Разработка обобщенных динамических моделей типовых механизмов переменной структуры: отчет № гос. регистр. 01811013750. – Киев: Институт механики АН УССР, 1983. – 87 с.

9 Антонюк Е.Я. Динамика механизмов переменной структуры. – Киев : Наукова думка, 1988. – 184 с.

10 Омаров Т.И., Маматова Г.У. Студенттің пәндік оқу-әдістемелік кешені «Машиналар динамикасы» пәні бойынша 050712 – машинажасау мамандығы үшін / КазҰТУ. – Алматы, 2007. – 102 б.

11 Омаров Т.И. Учебно-методический комплекс по дисциплине «Динамика машин» для студентов КазНТУ по специальности 050712 «Машиностроение» / КазНТУ. – Алматы, 2006. – 104 с.

12 Балашов В.П. Нагрузки кранов мостового типа при раздельном приводе механизма передвижения // Тр. ВНИИПТМАШ. – 1970. Вып. 1 (96). – С. 96 – 103.

13 Целиков А.И., Полухин П.И., Гребенник В.М., Иванченко Ф.К. и др. Машины и агрегаты металлургических заводов. – М.: Металлургия, 1978. – Т. 2 – 328 с.

14 Вавилов В.В., Иванов В.А., Котович А.М. и др. Модернизация мостовых кранов // Вестник машиностроения. – 1969. – №3. – С. 40 – 41.

15 А. С. 137244 СССР. Крановая тележка для кранов мостового типа / Г.В.Пителяев. – Опубл. Б.И. – 1961. – № 7.

16 А. С. 763239 СССР. Грузовая консольная тележка крана / И.Г.Кац, И.М.Добровинский, А.И.Белопольский. – Опубл. в Б.И. – 1980. – № 34.

17 Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. – 640с.

18 Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 592 с.

19 Kozhevnirov S. Structure and dynamics of statically indeterminate mechanisms. – New-York, 1974. (ASME Publication 74 – Det - 104).

20 Кожевников С.Н. Структура механизмов на подвижном деформируемом основании // Reprint of the technical university for hear industry. – Mishkolc: Hungari, 1976. – Ser. C. Mashinery. – P. 93 – 116.

21 Кожевников С.Н., Есипенко Я.И., Раскин Я.М. Механизмы. – М.: Машиностроение, 1976. – 784 с.

22 Кожевников С.Н., Долгов Н.М. О влиянии структуры механизмов на динамические нагрузки в их звеньях // Тезисы докладов 1-го Всесоюзного съезда по теории механизмов и машин. – Алма-Ата: Изд-во Наука, Каз ССР, 1977. – С. 66-67.

23 Кожевников С.Н. Основания структурного синтеза механизмов. – Киев: Наукова думка, 1979. – 232 с.

24 Кожевников С.Н., Нурибеков И.А-Г. Динамические явления в многомассовых замкнутых системах с фрикционными связями // Теория механизмов и машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1977. – Вып. 22. – С. 11 – 17.

25 Решетов Л.Н. самоустанавливающиеся механизмы. – М.: Машиностроение, 1979. – 334 с.

26 Дворников Л.Т., Живаго Э,Я. Основы теории кинематических пар. – Новокузнецк : СибГИУ, 1999. – 105 с.

27 Попов Г.П. Эксплуатационные свойства статически определимых кранов // Тр. ВНИИПТМАШ. – 1970. – Вып. 1 (96). – С. 161 – 169.

28 Шабашов А.П., Лысяков А.Г. Мостовые краны общего назначения. – М.: Машиностроение, 1980. – 304 с.

29 Лазарян В.А. Динамика вагонов. – М.: Транспорт, 1964. – 255 с.

30 Лазарян В.А., Длугач Л.А., Коротенко М.Л. Устойчивость движения рельсовых экипажей. – Киев: Наукова думка, 1972. – 196 с.

31 Казак С.А. Динамика мостовых кранов. – М.: Машиностроение, 1968. – 332 с.

32 Казак С.А. Динамические нагрузки трансмиссионных валов механизмов передвижения мостовых кранов // Вестник машиностроения. – 1958. – №1. – С. 21 – 23.

33 Казак С.А. О стесненном кручении элементов рамы и тележки напольно-завалочной машины // Вопросы теории и работы подъемно-транспортных машин: сб. – М.; Свердловск: Машгиз, 1958. – Вып. 65. – С. 143 – 145.

34 Казак С.А., Клинских Н.А., Попова Т.П. Статистический расчет нагрузок в завалочном кране при езде его по неровным путям // Динамика и

прочность машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1975. – Вып. 22. – С. 132 – 139.

35 Гохберг М.М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. – Л.: Машиностроение, 1976. – 456 с.

36 Иванченко Ф.К. Динамические нагрузки в механизмах тяжелых металлургических кранов // Известия вузов. Машиностроение. – 1962. – № 11. – С. 175 – 178.

37 Иванченко Ф.К. Миронов А.Ф. Экспериментальные исследования динамических нагрузок в механизме передвижения рудного крана // Известия вузов. Машиностроение. – 1964. – № 3. – С. 137 – 141.

38 Иванченко Ф.К., Павленко Б.А. Механическое оборудование сталеплавильных цехов. – М.: Металлургия, 1964. – 440 с.

39 Иванченко Ф.К. Динамические нагрузки в рельсовых механизмах передвижения // Вестник машиностроения. – 1965. – № 3. – С. 36 – 40.

40 Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин. – М.: Машгиз, 1962. – 280 с.

41 Поляков Н.С., Новиков Е.Е. Динамика шахтного рельсового транспорта. – Киев: Наукова думка, 1973. – 200 с.

42 Ефремов И.С., Гущо-Малков Б.П. Теория и расчет механического оборудования подвижного состава городского электрического транспорта. – М.: Стройиздат, 1970. – 480 с.

43 Вершинский С.В., Данилов В.Н., Челноков И.И. Динамика вагона. – М.: Транспорт, 1978. – 352 с.

44 Ренгевич А.А., Шахтарь П.С.. Причины поломки осей рудничных электровозов // Вопросы рудничного транспорта. – 1962. – Вып. 6. – С.192 – 204.

45 Николаев И.И. Динамика локомотивов. – М.: Трансжелдориздат, 1962. – 319 с.

46 Шахтарь П.С., Степанов Е.Я., Галушко М.К. и др. Исследование напряжений в осях колесных пар рудничных локомотивов // Рудничный транспорт. – 1968. – Вып. 48. – С. 129 – 186.

47 Шахтарь П.С. Рудничные локомотивы (Динамика и расчет). – М.: Недра, 1982. – 295 с.

48 Антонюк Е.Я., Ткачук А.И. Динамика трансмиссии самоходных машин // Аннотации докладов 5-го Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике. – Алма-Ата: Наука Каз ССР, 1981. – С. 28.

49 Антонюк Е.Я. Динамика механизмов переменной структуры с упругими звеньями // Тез. докладов 2-го Всесоюзного съезда по теории механизмов и машин. – Киев: Наукова думка, 1982. – С. 23 – 24.

50 Гроховский А.Г., Иванченко Ф.К. Эксплуатационные нагрузки механизмов напольной завалочной машины грузоподъемностью 15 тонн // Динамика крупных машин. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 256 – 263.

51 Житницкий С.П. Поперечные силы ходовых колес крана большой грузоподъемности // Известия вузов. Машиностроение. – 1962. – № 12. – С. 98 – 103.

52 Лобов Н.А. Расчет динамических нагрузок мостовых кранов при его передвижении // Вестник машиностроения. – 1976. – №1. – С. 44 – 48.

53 Миронов А.Ф., Иванченко Ф.К. Некоторые вопросы динамики механизмов передвижения кранов // Динамика крупных машин. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 330 – 336.

54 Винник Л.В., Бурчак А.В. Анализ нелинейных динамических свойств рельсовых транспортных средств с колесными парами дифференциального вращения // Механика и трибология транспортных систем–2003: сб. докл. Межд. конгресса. – Ростов-на-Дону, 2003. – Т. 1. – С. 192 – 197.

55 Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.

56 Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1967. – 420 с.

57 Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1971. – 240 с.

58 Стретт Дж. В. (лорд Рэлей) Теория звука. – М.; Л.: Гостехтеоиздат, 1940. – Т. 1. – 500 с.

59 Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Физматгиз, 1959. – 439 с.

60 Феодосьев В.И. Сопротивление материалов.–М.: Наука,1970.–554 с.

61 Яблонский А. А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. – М.: Высшая школа, 1966. – 256 с.

62 Андреев А.В. Передача трением. – М.: Машиностроение, 1978. – 176 с.

63 Андронов А.А., Вит А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981. – 568 с.

64 Борисов С.М. Фрикционные муфты и тормоза строительно-дорожных машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 168 с.

65 Голубенцев А.Н., Лиховид П.И. Динамика машин с упругими звеньями и фрикционной муфтой // Динамика крупных машин. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 66 – 74.

66 Карабан В.Н., Штейнвольф Л.И. Исследование работоспособности фрикционных ограничительных муфт при случайных нагрузках // Динамика и прочность машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1972. – Вып. 16. – С. 56 – 60.

67 Кожевников С.Н., Скичко П.Я., Леепа И.И. Динамика машин с фрикционным взаимодействием звеньев // Динамика машин: Сб. – М.: Наука, 1974. – С. 62 – 67.

68 Кожевников С.Н., Антонюк Е.Я., Летопур В.Э. Динамические процессы в инерционно-импульсных системах при наличии проскальзывания в механизмах свободного хода // Теория механизмов и машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1981. – Вып. 30. – С. 93 – 98.

69 Павленко А.П., Голубев В.Б. Фрикционные автоколебания в трансмиссии транспортных машин // Теория механизмов и машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1981. – Вып. 31. – С. 57 – 65.

70 Пономарев А.С. Фрикционные автоколебания в трансмиссиях транспортных машины // Динамика и прочность машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1972. – Вып. 16. – С. 130 – 134.

71 Костерин Механические автоколебания при сухом трении // М.: АН СССР. – 1960. – 74 с.

72 Ле Суань Ань. Механические релаксационные колебания // Изв. АН
СССР МТТ. – 1973. – № 2. – С. 47 – 50.

73 Кравчук А.С., Баничук Н.В. Развитие теории и методов идентификации механических свойств и напряженного состояния системы «колесо – рельс» // Механика и трибология транспортных систем – 2003: сб. докл. Межд. конгресса. – Ростов-на-Дону, 2003. – Т. 2. – С. 41 – 45.

74 Лужнов Ю.М., Романова А.Т. Физико-химическая механика фрикционного взаимодействия колес с рельсами // Механика и трибология транспортных систем – 2003: сб. докл. Межд. конгресса. – Ростов-на-Дону, 2003. – Т. 2. – С. 85 – 91.

75 Глушко М.Ф., Сухомлин М.Н. Снижение износа ходовых колес металлургических мостовых кранов // Тр. ВНИИПТМАШ. – 1970. – Вып. 1 (96). – С. 216 – 127.

76 Голубенко А.Л., Ткаченко Б.П., Протасов А.В. Оптимизация элементов конструкции систем «Колесо-рельс» по характеристикам физического моделирования // Проблемы оптимизации в машиностроении. – тез. докл. семинара-совещания. – Харьков, 1982. – С. 272.

77. Иванов В.Н., Ковальский Б.С. Влияние дефектов пути на движение крана // Подъемно-транспортное оборудование: Респ. межвед. научно-техн. сборник. – Киев: Техніка, 1981 – Вып. 12. – С. 3 – 6.

78 Исаев И.П., Самме Г.В. Пути повышения силы сцепления колес локомотива с рельсами // Вопросы повышения сцепления колес электрических локомотивов с рельсами: сб. – М.: 1977. – Вып. 88. – С. 5 – 13.

79 Исаев И.П., Лужнов Ю.М. Проблемы сцепления колес локомотива с рельсами. – М.: Машиностроение, 1980. – 240 с.

80 Левин М.З. Проверка напольной завалочной машины на буксование и перекос // Известия вузов. Черная металлургия. – 1965. – № 6. – С. 191 – 193.

81 Патрикеев А.Б., Щукин Я.А. К вопросу о горизонтальных силовых взаимодействиях ходовых колес мостовых кранов с рельсами // Вестник машиностроения. – 1965. – № 1. – С. 31 – 34.

82 Савченко В.М., Кузнецов В.В., Кораблев Ю.И. Ударные воздействия колес о рельсы при работе ходовой части мостового крана. – Тула, 1980. – 6 с. Деп. ЦНИИТЭИ тяж. машиностроения 24 дек. 1980. – № 666.

83 Волков И.В., Коновалов П.Ю. Применение алгоритмов нечеткой логики для стабилизации сцепления колеса локомотива с рельсом // Меха-

ника и трибология транспортных систем – 2003: сб. докл. Межд. конгресса. – Ростов-на-Дону, 2003. – Т. 1. – С. 207 – 208.

84 Омаров Т.И., Фельский В.И. Влияние избыточных связей механизма передвижения рельсовой машины на динамические нагрузки в приводе // Механика и трибология транспортных систем–2003: сб. докл. Межд. конгресса. – Ростов-на-Дону, 2003. – Т. 2. – С. 187 – 191.

85 Омаров Т.И., Фельский В.И. Исследование динамики привода механизма передвижения рельсовой машины на прямолинейных участках пути: // Актуальные проблемы транспортно-коммуникационного комплекса на пороге третьего тысячелетия: тр. межд. научн.-практ. конф. – Алматы, 2001. – С. 238 – 240.

86 Кривич И.К. О некоторых недостатках кранового оборудования // Тр. ВНИИПТМАШ. – 1970. – Вып. 1 (96). – С. 202 – 205.

87 Петухов П.З., Казак С.А., Котов В.И. и др. Расчеты металлургических кранов – М.: Машиностроение, 1973. – 264 с.

88 Гребеник В.М., Иванченко Ф.К., Тылкин М.А. Прочность и причины разрушения вала механизма передвижения тележки напольной завалочной машины // Известия вузов. Черная металлургия.– 1965. – № 1. – С. 169 – 175.

89 Гребеник В.М., Сапко А.И., Демьянец Л.А. и др. Механическое оборудование металлургических заводов. Механическое оборудование электросталеплавильных и ферросплавных цехов. – Киев: Вища школа, 1972. – 256 с.

90 Гроховский А.Г. Некоторые вопросы динамики механизмов качания хобота напольных завалочных машин // Прикладная механика, оборудование и электропривод. – Харьков: изд. Харьк. ун-та, 1970. – Вып. 6. – С. 55 – 58.

91 Гроховский А.Г., Миронов А.Ф. Об одной конструктивной особенности тележек напольных завалочных машин // Прикладная механика, оборудование и электропривод. – Харьков: изд. Харьк. ун-та, 1970. – Вып. 6. – С. 70 – 73.

92 Иванченко Ф.К. Конструкция и расчет подъемно-транспортных машин. – Киев : Вища школа, 1983. – 351 с.

93 Коновалов Л.В. Нагруженность, усталость, надежность металлургических машин. – М.: Машиностроение, 1969. – 280 с.

94 Богинский К.С., Зотов Ф.С., Николаевский Г.М. Мостовые металлургические краны. – М.: Машиностроение, 1973. – 168 с.

95 Петухов П.З. Определение усилий и напряжений методом тензометрирования в элементах напольной завалочной машины // Снижение веса и повышение качества машин: Опыт уральских заводов: сб. – М.; Свердловск: Машгиз, 1955. – С. 121 – 135.

96 Виниоли И.И. Механическое и транспортное оборудование сталеплавильных цехов. – М.: Металлургия, 1972. – 368 с.

97 Сапко А.И. Механическое и подъемно-транспортное оборудование электрометаллургических цехов. – М.: Металлургия, 1978. – 256 с.

98 Суторихин В.И. Динамические нагрузки в металлоконструкциях кранов с жесткой подвеской груза // Тр. УПИ им. С.М.Кирова. – Сб. 141: Конструирование и технология в тяжелом машиностроении. – Свердловск: Изд. УПИ, 1965. – С. 97 – 105.

99 Суторихин В.И., Черный Н.Ф. Динамические нагрузки в металлоконструкциях посадочных и завалочных кранов в случае совместной работы механизмов движения тележки и качания хобота // Тр. УПИ им. С.М.Кирова. – Сб. 141: Конструирование и технология в тяжелом машиностроении. – Свердловск: Изд. УПИ, 1965 – С. 106 – 115.

100 Эйдинов М.С., Антонов Н.Е. Исследование хобота напольной завалочной машины // Вопросы теории и работы подъемно-транспортных машин: сб. – М.; Свердловск: Машгиз, 1958. – Вып. 65. – С. 129 – 142.

101 Иванченко Ф.К., Красношапка В.А. Динамика металлургических машин. – М.: Машиностроение, 1983. – 320 с.

102 Кожевников С.Н., Антонюк Е.Я. Случайные вертикальные и поперечно-угловые колебания трактора при движении с отрывом колеса от дороги // Науч. тр. Украинской сельскохозяйственной академии. – 1974. – Т. 1, вып. 59. – С. 99 – 104.

103 Кожевников С.Н., Антонюк Е.Я. Случайные колебания транспортных машин как нелинейных систем // Теория механизмов и машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1978. – Вып. 27. – С. 88 – 96.

104 Ткачук А.И. Разработка уточненных методов расчета нагрузок в трансмиссии и синтез клиноременных вариаторов ходовой части самоходных машин: дис... канд. техн. наук. – Киев, 1981. – 198 с.

105 Нурибеков И.А-Г. Динамические нагрузки в трансмиссиях переменной структуры // Теория механизмов и машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1981. – Вып. 30 – С. 32 – 37.

106 Сергеев В.И., Юдин К.М. Исследование динамики плоских механизмов с зазорами. – М.: Наука, 1974. – 112 с.

107 Омаров Т.И. Фрикционные автоколебания в статически неопределимых механизмах // Тез. докл. II Всесоюзного съезда по ТММ. – Киев: Наукова думка, 1982. – Ч.2. – С. 90.

108 Омаров Т.И. Изгибные колебания стержня с сосредоточенной на конце переменной массой // Проблемы оптимизации в машиностроении: тез. докл. семинара-совещания. – Харьков, 1982. – Ч.1. – С. 72.

109 Омаров Т.И. Исследование динамических процессов в приводе механизма передвижения моста напольной завалочной машины // Теория механизмов и машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1984. – Вып. 37. – С. 71 – 76.

110 Омаров Т.И. Влияние статической неопределимости привода на формирование динамической нагрузки в трансмиссии рельсовой машины // Теор. и практ. механизмов: сб. тр. V межд. симп. – Бухарест, 1989. – С. 283 – 290.

111 Антонюк Е.Я., Омаров Т.И., Тихомирова Т.Д. Воздействие механизмов привода транспортной машины на ее основание // Теория механизмов и машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1989. – Вып. 46 – С. 55 – 59.

112 Омаров Т.И. Анализ структуры механизма передвижения рельсовой машины // Энергетика и топливные ресурсы Казахстана. – 1994. – № 2 (8). – С. 65 – 68.

113 Омаров Т.И., Абдикасова П.А. Колебания консольного грузоподъемного устройства, вызываемые изменением массы разгружаемой шихты // Горное дело в Казахстане. Состояние и перспективы: тр. 1 межд. науч.-практ. конф. РИО ВАК РК. – Алматы, 2000. – Вып.1. – С. 290 – 292.

114 Омаров Т.И., Абдикасова П.А. Автоколебания в ходовой части рельсовых машин // Горное дело в Казахстане. Состояние и перспективы: тр. 1 межд. науч.-практ. конф. РИО ВАК РК. – Алматы, 2000. – Вып.1. – С. 293 – 295.

115 Омаров Т.И. Исследование динамики привода механизма передвижения рельсовой машины на прямолинейных участках пути // Актуальные проблемы транспортно-коммуникационного комплекса на пороге третьего тысячелетия: тр.межд. научн.-практ. конф. – Алматы, 2001. – С. 238 – 240.

116 Омаров Т.И. Автоколебания в приводе механизма передвижения рельсовой машины // Материалы VIII Всероссийского съезда по теоретической и приклад- ной механике. – Пермь, 2001. – С. 71-72.

117 Omarov T.I. Dinamical modelling of statically indefinable sistems // Mathematical modeling of ecological systems: Abstracts International conferens. – Almaty, 2003. – P. 150.

118 Омаров Т.И., Фельский В.И. Влияние структуры механизма передвижения рельсовой машины на его динамическую нагруженность // Материалы научно-практ. конференции. – Ростов-на-Дону, 2004. – С. 111–115.

119 Омаров Т.И., Абраменко Л.С. Математическое описание движения ходовой части рельсовой машины // Материалы 10-й межвуз. конф. по математике и механике. – Алматы, 2005. – С. 117 – 123.

120 Омаров Т.И., Фельский В.И. Статическая неопределимость и динамические нагрузки трансмиссии рельсовой машины // Тр. Межд. форума по проблемам науки, техники и образования. – М., 2005. – С. 103 – 106.

121 Омаров Т.И., Фрикционные автоколебания в трансмиссии механизма передвижения рельсовой машины // Материалы IX Всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике. – Нижний Новгород, 2006. – С. 465 – 466.

122 Омаров Т.И., Абраменко Л.С., Нурпеисова Р.А. Релаксационные автоколебания в приводе механизма передвижения рельсовой машины // Нелинейные колебания механических систем: тр. 8 Всероссийской научн. конф. – Нижний Новгород, 2008. – Т. 2. – С. 175 – 180.

123 Омаров Т.И., Уалиев Г.У., Сейдахмет А.Ж. Рельсті машинаның қозғалыс механизмін динамикалық модельдеу // Абай атындағы КазҰПУ Хабаршы. – 2010. – № 2 (30). – 202 – 205 б.

124 Омаров Т.И. Рельсті машина қозғалмалы механизмінің жетегіндегі динамикалық қубылыстар зерттеу // Вестник КазНТУ им. К.И. Сатпаева. – 2010. – Вып. № 4. – С. 171 – 175

125 Омаров Т.И., Ибраев С.М. Динамическое исследование механизма передвижения рельсовых машин: методические указания к выполнению СРС по курсу «Динамика машин». – Алматы: изд. КазНТУ, 2004. – 27 с.

126 Омаров Т.И. Колебания консольного грузоподъемного устройства, вызываемые изменением массы разгружаемой шихты // Вестник КазНТУ им. К.И. Сатпаева. – 2010. – Вып. № 4. – С. 189 – 194.

127 Омаров Т.И., Уалиев Г.У., Тулегенова К.Б. Влияние структуры механизма передвижения рельсовой машины на распределение вертикальной нагрузки // Вестник КазНПУ им. Абая. – 2010. – №3 (31) – С. 135 –140.

128 Техническая документация напольной завалочной машины мартеновского цеха грузоподъемностью 15 тонн / Завод «Криворожсталь». – Кривой Рог, 1983.

129 Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия. – Л.: Машиностроение, 1990. – 309 с.

130 Кожевников С.Н. Определение действительных нагрузок в линиях передач тяжелых машин // Тр. семинара по теории механизмов и машин. – М.: изд. АН СССР, 1953. – Т. 13, вып. 51. – С. 5 – 26.

131 Вешеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе. – М.: Энергия, 1977. – 431 с.

132. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. – М.: Машиностроение, 1978. –Т. 2. – 560 с.

133 Поляков В.С., Барбаш И.Д., Ряховский О.А. Справочник по муфтам. – Л.: Машиностроение, 1979. – 343 с.

134 Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – 736 с.

135 Кожевников С.Н. Динамика нестационарных процессов в машинах. – Киев: Наукова думка, 1986. – 288 с.

136 Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями. – Киев: Наукова думка, 1961. – 160 с.

137 Омаров Т.И. Таралған параметрлі жүйені дискретті түрге келтіру // «Ізденіс» – «Поиск». – 2010. – № 4 (1). – С. 274 – 276.

138 Омаров Т.И. Динамическая модель колеблющейся консольной двухопорной балки // Вестник КазНТУ им. К.И. Сатпаева. – 2010. – Вып. № 3. – С. 104 – 108.

139 Омаров Т.И., Тулегенова К.Б., Кончина Л.В., Гончарова И.А. Составление динамической модели для исследования колебаний консольной балки переменного поперечного сечения // Энергетика, информатика,

инновации - 2012: Сб. тр. II Межд. научн.-техн. конф. – Смоленск, 2012. – Т.1. – С. 289-293.

140 Омаров Т.И. Определение приведенной массы консольной балки переменного поперечного сечения // Новости науки Казахстана. – 2010. – № 3. – С. 96 – 103.

141 Баранов Г.Г. К вопросу о приведении масс и сил с учетом потерь на трение // Тр. ИМАШ. – 1952. – № 12, вып. 47. – С. 46 – 51.

142 Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. – М.: Наука, 1972. – 472 с.

143 Гумилев Л.Н. Древняя Русь и Великая степь. – М.: Рольф, 2002. – 768 с.

144 Гумилев Л.Н. История как форма движения энергии. – М.: АСТ МОСКВА, 2008. – 960 с.

145 Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения: учебник. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004 г. – 159 с.

146 Краснов М. Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И. Интегральные уравнения. — М.: Наука, 1976. — С. 214.

147 Яблонский А. А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. М.: «Интеграл - пресс», 2006. – 608 с. (и предыдущие издания).

148 Бать М.И, Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах, том 3 (спецглавы механики) // М.: Наука,1973. – 488 с.

149 Самарский А. А. Введение в численные методы. Учебное пособие для вузов. 3-е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2005. — 288 с.

150 Боголюбов А.Н., Антонюк У.Я., Федосова С.А. Сергей Николаевич Кожевников 1906 – 1988. – М.: Наука, 1998. – 236 с.

151 Омаров Т.И. Человек, ученый, педагог // Наука о машинах в Украине (к 100-ю со дня рождения С.Н. Кожевникова): сб. – Киев: Феникс, 2006. – С.130 – 134.

152 Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов. – Л.: Машиностроение, 1969. – 370 с.

153 Вейц В.Л., Кочура А.Е., Мартыненко А.М. Динамические расчеты приводов машин. – Л.: Машиностроение, 1971. – 352 с.

154 Шантаренко С.Г. Математическая модель динамического поведения тягового электродвигателя при движении локомотива по рельсовому пути // Механика и трибология транспортных систем-2003: сб. докл. Межд. конгресса. – Ростов-на-Дону, 2003. – Т. 2. – С. 372 – 374.

155 Зиновьев В.А., Бессонов А.П. Основы динамики машинных агрегатов. – М.: Машиностроение, 1964. – 239 с.

156 Кожевников С.Н. Основные проблемы теории металлургических машин и оборудования // Основные проблемы теории машин и механизмов: Сб. Института машиноведения АН СССР. – М.: изд. АН СССР, 1956. – С. 54 – 57.

157 Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Советское радио, 1971. – 328 с.

158 Крагельский И.В., Виноградова И.Э. Коэффициенты трения: справочное пособие. – М.: Машгиз, 1962. – 220 с.

159 Справочник по кранам / под ред. А.И.Дукельского. – Л.: Машиностроение, 1971. – Т. 1. – 400 с.; 1973. – Т. 2. – 463 с.

160 Справочник металлиста / под ред. С.А.Чернавского. М.: Машгиз, 1960. – 974 с.

161 Терских В.П. Расчеты крутильных колебаний. – М.: Машгиз, 1954. – Т.3. – 200 с.

162 Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1976. – 576 с.

163 Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1970. –720 с.

164 Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука; Лейпциг: Тойбнер, 1981. – 720 с.

165 Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев. – М.: Наука, 1967. – 279 с.

166 Аввакумов С.И., Дегтярев В.С., Дегтярева Г.Д. и др. Оценка влияния неравномерного окружного распределения шихты на характер засыпки на колошнике доменной печи // Известия вузов. Черная металлургия. – 1979. – №6. – С. 147 – 149.

Т.И. Омаров

ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ РЕЛЬСОВЫХ МАШИН

Монография

Компьютерная верстка Аманжоловой А.Д.

Подписано в печать с готового оригинал-макета 18.05. 2014.
Печать офсетная. Формат бумаги 60х84/16.
Объем 14,6 усл. печ. л. Тираж 500 экз. Заказ № 657

Отпечатано в типографии «Профи-Полиграф» с готового набора:

Адрес: 010000, г. Астана, ул. Ташенова, 19, офис 84
тел. 8 (7172) 39-81-18, 39-81-69.