

С.М. Рахимбеков

МОДЕЛИРОВАНИЕ И СОВРЕМЕННЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ

Учебное пособие

Рекомендовано Министерством образования и науки
Республики Казахстан
в качестве учебника для студентов
технических специальностей вузов Казахстана



Алматы, 2005

УДК 622.2 (076.5)
ББК 32.816 я 7
Р 27

Учебное пособие является победителем республиканского конкурса на разработку и издание учебников и учебно-методической литературы и перевод учебников на государственный язык для высших учебных заведений.

Рецензент: Имандосова Маргарита Болатовна – д.т.н., профессор кафедры автоматизации и связи Каз АТК.

Рахимбеков С.М.

Р 27 Моделирование и современные компьютерные расчеты. -- Учебное пособие для студентов технических специальностей вузов Казахстана. Алматы: издательство «ЭВЕРО», 2005. – 164 с.

ISBN 9965-680-99-х

Учебное пособие содержит систематическое изложение вопросов, связанных с моделированием горно-технических систем и применением современных компьютерных средств. Значительное место уделено этим методам, в том числе в рамках применения САИР, а также компьютерному и геоинформационному моделированию.

Учебное пособие предназначено для студентов старших курсов, магистрантов и аспирантов специальностей «Горное дело» и «Строительство», обучающихся по предусмотренной типовой программе - дисциплине «Современные компьютерные расчеты».

Ил. 29, Табл. 16, Библиогр. 32

ББК 32.816 я 7

$$P \frac{1404000000}{00(05) - 05}$$

ISBN 9965-680-99-х

© Министерство образования
и науки Республики Казахстан, 2005

ВВЕДЕНИЕ

В силу усложняющихся горно-геологических и других условий, и в этой связи огромного разнообразия горных задач различной сложности и характера, а также необходимости их комплексного решения, в особенности при проектировании горнотехнических объектов, требуются новые подходы, новые методы, в том числе дальнейшее развитие основ и методов моделирования. Разработка месторождений полезных ископаемых сопряжена со значительными нарушениями естественного состояния горного массива. При этом характерными особенностями являются сложное строение, анизотропия свойств, взаимосвязь и взаимообусловленность процессов, протекающих под землей.

В связи с вышеизложенным в горном деле приходится изучать процессы сложной природы, протекающие в многообразных условиях, причем сведения о них носят неполный и приближенный характер. Поэтому нахождение математически точных зависимостей и решений очень сложно. Правда, в горной инженерной практике зачастую нет необходимости отыскания точных значений параметров и характеристик исследуемых процессов, их достаточно определять с известным приближением, соответствующим степени неопределенности исходной информации.

Указанные особенности объектов разработки и процессов, а также условий их протекания предопределяют необходимость сочетания нескольких методов исследований для выдачи обоснованных инженерных рекомендаций. Поэтому в горной науке, как правило, применяют комплексную методику исследований, построенную на основе сочетания совместного применения физического (лабораторного), математического и натурного экспериментов, дополняющих друг друга и проверяющих получаемые результаты.

Как ни в одной другой отрасли производства, в горном деле велико количество многообразных влияющих факторов. Это обусловлено как разнообразием и изменчивостью горно-геологических условий, так и вариантами режимов ведения и параметров горных работ, непрерывным перемещением в пространстве фронта горных выработок. Поэтому, хотя наблюдения и измерения в натуральных условиях трудоемки и организационно

сложны, без них невозможно выявить основные определяющие факторы изучаемых процессов и правильно поставить задачи для аналитических исследований и моделирования. В то же время результаты натурных исследований справедливы лишь для тех конкретных условий, в которых они получены. Поэтому их дополняют результатами физического и математического моделирования, которые открывают возможность широко варьировать параметры, например, изменять состав пород и мощность, формы выработок и последовательность развития горных работ в пространстве и времени, изучать влияние этих изменений, что чрезвычайно трудоемко и практически неосуществимо в натурных условиях. Такая комплексная методика исследований позволяет с той или иной степенью приближения решать проблемы горной науки при наименьших трудозатратах.

Применение компьютерных расчетов методов и средств моделирования на всех этапах обращения все увеличивающейся в объемах информации на любом горнотехническом объекте, будь это метро или рудник, позволяет существенно повысить эффективность их функционирования. В горной практике и в особенности в горно-геологическом деле наблюдаются не столь уверенные шаги внедрения этих методов и дело не в том, что специалисты горного дела не владеют этими методами. Для успешного применения их в практике необходима дальнейшая перестройка мышления специалиста горняка, тем более, что жизнь сегодня требует от горных предприятий скачка на мировой уровень технологии, а именно перехода к информационным технологиям. Этому способствует и возросший уровень требований к процессу проектирования этих объектов шахтного и подземного строительства. В число первоочередных задач относится разработка основ математического моделирования этих сложных систем. Современные воззрения на изучаемый в курсе предмет предполагают системный подход, рассматривающий процесс построения математической модели как развивающуюся эволюционную процедуру. В соответствии с этим, структура собственно курса отражает принципы системной организации процедуры построения моделей как последовательности этапов раскрытия неопределенностей.

Дисциплина " Моделирование и современные компьютерные расчеты " является одним из обязательных направлений в современной подготовке специалистов по специальности «190400 -

Шахтное и подземное строительство» и специальности «050729 - Строительство» по бакалавриату.

В дальнейшем полноценная инженерная деятельность наших студентов, тем более в наше время, может быть обеспечена лишь на базе предоставления им широкого образования, включающего не только технологическую, но и фундаментальную физико-математическую, и столь же основательную подготовку в области техники моделирования и в особенности компьютерного. Это требует, в частности, ознакомления и с общими теоретическими основами проектирования и конструирования горнотехнических систем. Без усвоения этих положений их деятельность может оказаться невостребованной при решении новых, сложных задач технологии шахтного и подземного строительства и они не смогут должным образом ориентироваться в непрерывно обновляющемся многообразном мире техники, технологий даже в относительно своей локальной области, не говоря уже о межотраслевых задачах.

Для подготовки и повышения квалификации инженеров в этом плане и в этом объеме необходима соответствующая научная и учебная литература.

Как показал тщательный поиск и анализ учебного материала по данному курсу, в цельном виде нет учебно-методического пособия по этому направлению.

С другой стороны есть много глубоких и интересных исследований советских авторов и западных специалистов, в которых рассматриваются многие вопросы моделирования и которые автор с благодарностью в их адрес приводит в настоящем пособии. Они связаны непосредственно с инженерными задачами проектирования и конструирования, но все же полученные в них важные обобщения в шахтном и подземном строительстве используются недостаточно широко и слабо освещены в учебной литературе.

Студенты обязаны получить основные представления о моделях и моделировании, как современном аппарате и инструментарии для исследования, анализа и синтеза сложных горнотехнических объектов и в дальнейшем применить полученные знания на практике. Между тем характер подготовки горных инженеров в ВУЗах формирует у них мышление образами детерминированных схем. Нужно мышление новыми вероятностно-статистическими категориями, новыми критериями функционирования горного

производства, новыми концепциями освоения подземного пространства. Формирование такого мышления трудно, но является благодарной задачей в деле подготовки горных инженеров - строителей, владеющих современными методами. Наконец модели - это упрощенные абстракции реальных основных элементов любой системы и их отношений, существенных для лиц, принимающих решения, поэтому знание и применение специальных *моделей в качестве простого способа анализа и формализации всевозможных производственных и деловых проблем в горной практике просто необходимо.*

Таким образом, не только существует необходимость, но и назрела возможность написания таких пособий, в которых задачи проектирования и конструирования были бы рассмотрены во - первых, с современных системных позиций, во - вторых, именно в шахтном и подземном строительстве и, в-третьих, с применением мощного накапливаемого инструментария моделирования, в особенности, компьютерного.

Предлагаемое учебно-методическое пособие рекомендуется для использования в курсе " Современные компьютерные расчеты " для студентов горных и строительных специальностей.

1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О МОДЕЛИРОВАНИИ И СОВРЕМЕННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ РАСЧЕТАХ, ИХ РАЗВИТИЕ

Модель (Model; Simulator от лат. Modulus - образец) - создаваемое человеком подобие изучаемых объектов: макеты, изображения, схемы, словесные описания, математические формулы, карты и т.д. Модели всегда проще реальных объектов, но они позволяют выделить главное, не отвлекаясь на детали. Модель – одна из основных категорий познания. Другое определение модели – это специально созданная материальная или формально логическая система, находящаяся в объективном соответствии с исследуемым объектом, отражающая наиболее существенные его свойства и дающая в процессе изучения информацию о нем.

Модель – это условный образ (изображение, описание, схема и т.п.) какого-либо объекта, отображающий характеристики объекта исследования, существенные с точки зрения целей и средств исследования и уровня наших знаний.

Процесс построения и изучения модели называется **моделированием**.

Моделирование как способ познания предполагает использование абстрагирования от реальных явлений и их идеализацию. Отображая существенные свойства оригинала (с точки зрения целей исследования) и отвлекаясь от несущественных, модели выступают как специфическая форма реализации абстракции. Под моделированием понимается метод исследования реальных объектов и процессов с помощью их моделей.

Процесс моделирования обычно состоит из последовательных этапов: предварительное изучение объекта, выдвижение и проверка первоначальных гипотез о свойствах объекта и его физической природе, поиск прототипов и аналогов, выделение существенных характеристик явления, уточнение и выбор вида моделирования, анализ возможности моделирования, конструирование модели, проведение моделирования, сопоставление результатов моделирования с данными об объекте, проверка адекватности и корректировка модели. Моделирование применяется в тех случаях, когда натурный эксперимент экономически дорог, технически затруднен или вообще невозможен.

Смысл моделирования заключается в том, чтобы по результатам опытов на модели можно было судить о явлениях, происходящих в натурном объекте. Как уже отмечалось, под моделью понимается реально существующая материализованная или воображаемая система, отображающая в основных чертах свойства некоторой натуральной системы. Основным достоинством модели является возможность экспериментировать путем легкого вмешательства с целью изменения (варьирования) сравнительно ограниченного числа входных переменных и быстрого получения выходных результатов. Другими словами, практическое значение модель приобретает при условии, что ее изучение имеющимися средствами более доступно, чем изучение самого объекта.

Модель является представлением действительности. Но модель не может быть полностью тождественной натурному объекту, ибо в этом случае она не выполняла бы своей основной функции и представляла собой лишь копию исходного объекта. Поэтому при моделировании неизбежна определенная степень упрощения, хотя и стремятся, чтобы модель хорошо отображала исследуемую сторону функционирования натурального объекта. Обратим внимание на то, что строят и используют модели для трех обобщенных целей: для объяснения, для предсказания, для управления.

1.1. Классификация моделей

В зависимости от средств моделирования различают материальное (предметное) и идеальное (абстрактное). *Материальное моделирование подразделяется на физическое и натурное; абстрактное – на эвристическое и знаковое (важнейшая его разновидность – логико-математическое моделирование).*

Материальное моделирование – это изучение процесса с помощью модели, воспроизводящей в определенном масштабе основные геометрические, физические, динамические и функциональные характеристики объекта. Если модель имеет ту же физическую природу, что и объект, то говорят о физическом моделировании. Исследование явлений иной физической природы, но описываемых теми же математическими уравнениями, называется *аналоговым* моделированием. Таков, например, метод

электродинамических аналогий (ЭГДА), основанный на аналогии между течением тока в проводнике и фильтрацией воды в пористой среде.

В связи с развитием компьютерных технологий, позволяющих решать уравнения численными методами, аналоговое направление моделирования в значительной степени утратило свое значение.

При физическом моделировании создают подобие изучаемого объекта из подобных материалов или подбирают аналогично протекающий процесс другой физической природы.

Например, для изучения разубоживания руды при различных режимах выпуска создают модель, в определенных пропорциях повторяющую участок месторождения с очистными выработками, разрушенным рудным телом и вмещающими породами. Роль руды и вмещающих пород играют сыпучие среды с подобными плотностью и гранулометрическими составами.

Натурное моделирование широко распространено в горной практике и заключается в проведении производственных экспериментов или наблюдений на объектах, созданных самой природой. Например, для прогноза изменений режима грунтовых вод, прилегающих к карьеру территорий, для наблюдения за сдвижением поверхности и др.

В тех случаях, когда сведения о структуре объекта ограничены, широкое применение находят методы моделирования, которые позволяют, абстрагируясь от структуры объекта и рассматривая его как «черный ящик», установить функциональные свойства объекта (рисунок 1.1.).



Рис.1.1. - «Черный ящик»

Свойство *самоорганизации* (наиболее комплексное и сложное) понимается и как способность *элементов* системы к принятию решений. Между элементами могут возникать новые, не

формализованные отношения коалиции, создающие элементам некоторые преимущества. Системы в таких случаях нередко изучаются (рассматриваются) в концепции "черного ящика".

Метод "черного ящика" широко используется в кибернетике при решении задач управляемых систем (рисунок 1.1.). "Черный ящик" - это система, у которой исследователь может наблюдать только входные и выходные величины, поскольку неизвестно внутреннее строение такой системы, взаимодействие ее элементов и ее внутренние процессы. Или же они крайне сложны для того, чтобы получить выводы о поведении системы, изучая свойства ее составляющих. Важные выводы о поведении системы можно получить, изменяя входные данные и наблюдая выходные. Пусть на вход системы поступают воздействия $X_1, X_2, \dots, X_n$, а на выходе получают данные $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$. Если наблюдать поведение такой системы достаточно долго, то можно накопить и обработать экспериментальные данные, получив знания для прогнозирования выходных координат системы.

Метод "черного ящика" используется при моделировании сложных кибернетических управляемых систем, когда важнее получить знания о поведении системы, чем знать ее внутреннее строение и внутренние функции. Но одинаковое поведение могут иметь системы, разные по внутреннему строению, поэтому с помощью метода "черного ящика" невозможно получить однозначное решение о внутренних особенностях системы.

Модель его строится в терминах, связывающих внешние воздействия на объект с его реакцией на это воздействие без анализа внутренних взаимодействий в системе.

Особой разновидностью материального моделирования являются испытательные стенды, тренажеры и имитаторы, основанные на использовании специальных устройств, сочетающих физические модели с натурными приборами и объектами.

При решении операционных задач используют абстрактные модели, к которым относятся словесные описания, графические и математические модели.

Словесные описания используются на начальных стадиях формулирования определенной задачи. Хотя словесные описания не содержат количественных мер и соотношений, они вводят понятийный аппарат и определяют смысл решаемой задачи.

Дальнейшая формализация задачи может потребовать изучения и описания организации системы, для чего используются графические и графоаналитические структурные модели. Эти модели отражают неколичественные отношения между элементами системы.

Количественные отношения между параметрами системы отражают аналитические и эмпирические зависимости. Эти зависимости получаются путем аналитических выводов, экспериментальных наблюдений или в результате имитационного моделирования. Суть его заключается в том, что создается алгоритмическая модель, описывающая поведение системы или ее части и на ЭВМ имитируется функционирование системы в течение некоторого времени. Полученные таким образом результаты используются как экспериментальные наблюдения для построения эмпирических зависимостей. В дальнейшем из полученных аналитических и эмпирических зависимостей составляется оптимизационная модель, используемая для принятия решения.

По степени полноты изучаемого объекта модели подразделяются на **полные и приближенные**. В основе полных моделей лежит полное подобие, которое проявляется как во времени, так и в пространстве. Полные модели существуют только в производственно-экспериментальном методе.

Для *неполных моделей* характерно моделирование и соблюдение требований подобия для ограниченного числа характеристик объекта. В основе *приближенного моделирования* лежит подобие, при котором некоторые функции моделирования натурального объекта не моделируются совсем. В этом случае используются те характеристики процесса, которые известны, или исключают из рассмотрения характеристики, влияние которых незначительно. Степень приближения в каждом конкретном случае моделирования устанавливают при сопоставительном анализе и сравнении получаемых результатов исследований модели с данными измерений в натуре в отобранных контрольных точках. В зависимости от формы представления объекта все модели могут быть разбиты на классы: **наглядных, аналоговых и математических моделей**.

В *наглядных моделях* существенные свойства натурального объекта представлены самими этими свойствами, но, как правило, в ином масштабе. Поэтому их называют моделями геометрического подобия. Наглядные модели внешне похожи на

реальный объект, но отличаются от него размерами, представляя собой образы или копии этого объекта.

Реальные вещи можно изобразить наглядно в виде трехмерной модели: глобус, модель горной машины или ее узла, макет подземного сооружения и т.п. Эти же объекты можно изобразить в виде двухмерной модели: фотография, эскиз, план, чертеж. Наглядные модели служат для того, чтобы создать четкий образ объекта или процесса.

В аналоговых моделях набор одних свойств используют для отображения набора совершенно иных свойств. Так, например, горизонтали на ситуационном плане района строительства являются аналогами высоты над уровнем моря. Гидравлическую систему можно использовать в качестве аналога электрической, транспортной или экономической системы. Графики представляют собой аналоги, в которых положение в пространстве и геометрические величины отображают самые различные переменные и соотношения между ними.

В общем случае аналоговые модели менее конкретны, менее специфичны, и с ними проще оперировать, чем с наглядными. Для моделирования процесса замораживания пород применяют аналогию между тепловыми и электрическими величинами. На **математических моделях** остановимся немного позже.

Эвристическое моделирование основано на общих представлениях и соображениях о реальных явлениях без использования строго фиксированных математических или иных знаковых систем. Такой анализ присущ любому исследованию на начальной его стадии.

Эвристические модели применяются при изучении сложных систем, для которых затруднительно построение математической модели. В этих случаях на помощь исследователю приходит интуиция, накопленный опыт, умение формулировать те или иные ступени алгоритма решения задач.

Эвристические модели часто называются сценариями явления. Они требуют многоэтапного подхода: сбора недостающей информации, многократного корректирования результатов.

В основе знакового моделирования лежит исследование явлений с помощью знаковых образований различной природы: схем, графиков, чертежей формул, графов, математических уравнений, логических соотношений, записанных символами естественного или

искусственного языков. Важнейшей формой знакового моделирования является **математическое**, под которым обычно понимают систему уравнений (алгебраических, интегро-дифференциальных, конечно-разностных и др.), описывающих протекание изучаемого процесса. Математическое моделирование предполагает наличие полной картины знаний о физической природе изучаемого явления. Эта картина уточняется на основе специально поставленных экспериментов до степени, позволяющей охватить наиболее важные характерные свойства явления. Математическое моделирование неразрывно связано с применением специального математического аппарата для решения поставленных задач. Существуют аналитические способы решения для получения изучаемых закономерностей в явном виде, численные – для получения количественных результатов при задании конкретных значений исходных данных, качественные – для нахождения отдельных свойств решения. Сущность математической модели состоит в замене исходного объекта его «образом» - математической моделью – и в изучении этой модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно-логических алгоритмов. Этот метод познания сочетает в себе многие достоинства как теории, так и эксперимента. Работа не с самим объектом (явлением, процессом), а с его моделью дает возможность безопасно, относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых мыслимых ситуациях.

В то же время **вычислительные** (компьютерные, симуляторные, имитационные) **эксперименты** с математическими моделями объектов позволяют, опираясь на мощь современных вычислительных инструментов информатики, подробно и глубоко изучать объекты с полнотой, недоступной чисто теоретическим подходам (преимущество эксперимента).

Неудивительно, что методология математического моделирования бурно развивается, охватывая все сферы от разработки технических систем и управления до анализа сложнейших экономических и социальных явлений.

Важнейшим аспектом процесса моделирования является оценка возможности моделирования, т.е. допустимости переноса результатов, полученных в ходе создания и изучения модели, на натуральный объект. С этой целью рассмотрим вкратце основы теории подобия.

На практике возможность моделирования проверяется в результате предварительного теоретического или экспериментального моделирования. Понятие моделей и аналогий потребовало введение понятия подобия. Понятие подобия физических явлений заимствовано из подобия геометрических фигур. Подобие – это взаимно-однозначное соответствие между двумя объектами, при котором функции перехода от параметров, характеризующих один объект, к параметрам другого объекта известны, а математические описания этих объектов могут быть преобразованы в тождественные.

В технических приложениях встречаются частные виды физического подобия: кинематическое подобие – пропорциональность скоростей и ускорений, динамическое – пропорциональность сил, материальное – пропорциональность масс. Сочетание этих трех видов подобия называют механическим. Подобие явлений подчиняется некоторым общим закономерностям, которые принято называть теоремами подобия.

Их три: первые две устанавливают соотношения между параметрами явлений, заведомо подобных, третья – определяет необходимые и достаточные условия для того, чтобы явления оказались подобными.

Учение о подобии развивалось по двум направлениям: анализ размерностей физических величин, характеризующих явления и анализ математических уравнений, описывающих эти явления. Для физического моделирования разработана и широко применяется теория подобия, указывающая допустимые пределы упрощений при построении моделей. После получения информации в результате «модельного» эксперимента возникает вопрос оценки адекватности (соответствия) модели, а в случае сложных явлений – разных моделей и объекта. Универсальным и единственным критерием сравнения является критерий практики, т.е. согласования результатов наблюдений с результатами моделирования в пределах точности наблюдений. Эта проблема решается для каждого конкретного случая в зависимости от вида и целей моделирования.

Метод моделирования основан на изготовлении моделей, и это обстоятельство также эффективно используется для изучения на них основных вопросов проектирования горнотехнических объектов. Этот метод предусматривает моделирование месторождений, а также технологических, технических, конструктивных и архитектурно-

строительных решений. Макетный метод применяется в целях прогноза технического прогресса, обоснования возможного направления развития технологии горных работ. В ряде случаев, несмотря на некоторое увеличение затрат, связанное с изготовлением моделей, метод моделирования позволяет избежать грубых ошибок, а также сократить сроки проектирования и общие затраты на проект. В горнорудной практике метод моделирования также широко применяется для исследования технологии горных работ, изучения вопросов горного давления, сдвижения горных пород, выпуска руды из блоков. Основные методы моделирования, применяемые в горном деле для исследования горного давления и технологии горных работ, это методы, опять - таки основанные на геометрическом подобии (выпуск руды) и на применении эквивалентных материалов (горное давление, сдвижение, взрывные работы и др.).

1.2. Примеры моделирования в горном деле

В наглядных физических моделях, называемых *моделями физического подобия*, воспроизводят физические процессы, протекающие в натурном объекте.

Моделирование на физических моделях механических явлений, протекающих в массиве горных пород, разработано и осуществлено в 1936-1937 гг. Г.Н. Кузнецовым. Эти модели получили название «метода эквивалентных материалов» и применяются для исследования проявлений горного давления в подземных капитальных горных выработках, при изучении пучения пород, сдвижения массивов и других физических процессов, происходящих в массиве в связи с проведением в них горных работ.

Модели метода эквивалентных материалов нашли широкое применение в исследованиях ВНИМИ и ЛИИЖТа при проектировании станционных и перегонных туннелей метрополитена, а также в исследованиях Оргэнергостроя, МИИТа, ЦНИСа при проектировании туннелей и машинных залов подземных гидроэлектростанций.

Для исследований напряжений в горных породах вокруг горизонтальной выработки, осадки сооружений, устойчивости

откосов и для решения других задач применяют метод центробежного моделирования. Его также используют для исследования процессов взрывного разрушения горных пород и сейсмических колебаний.

Сущность метода заключается в том, что масштабную модель выделенной области породного массива помещают на центрифугу, с помощью которой создается механическое подобие сил, действующих в натуре. Иными словами, благодаря действию центробежных сил вес модели увеличивается, и при определенной частоте вращения достигается механическое подобие в соответствии с принятым масштабом μ_1 линейных размеров в натуре и на модели.

Наглядным методом моделирования механических процессов в породных массивах, окружающих горные выработки, является оптический (оптико-поляризационный) или метод фотомеханики. Его применяют для определения условий устойчивости породных массивов и элементов обделки сооружения, установления закономерностей взаимодействия породных массивов и подземных сооружений, а также для изучения степени влияния подземных сооружений на окружающие породные массивы.

Гидромеханическое моделирование получило распространение при изучении газодинамических процессов, происходящих в горных выработках. На моделях исследуют процессы переноса газов в атмосфере горной выработки, их разбавление воздухом. Изучаются явления загрязнения рудничной атмосферы автотранспортом, взрывными работами. Значительное число работ по гидромеханическому моделированию выполнено применительно к тупиковым выработкам, в частности, к камерам.

Моделирование на основе теплового подобия применяется для исследования процесса образования ледопородного ограждения вокруг замораживающих колонок при строительстве подземных сооружений. Достоинством тепловых моделей является их наглядность и простота основных критериев подобия, в качестве которых выступает линейный масштаб и время t , масштаб которого определяется из соотношения

$$\mu_t = \frac{1}{\mu^2_1}, \text{ где } \mu^2_1 - \text{линейный масштаб.}$$

Масштабы температур хладоносителя и горной породы равны единице.

Тепловое моделирование газодинамических процессов основано на подобии механизма переноса вещества и тепла в турбулентном потоке, в результате чего концентрационные и температурные поля оказываются подобными. Тепловое моделирование имеет ряд достоинств, к числу которых относится возможность использования высокоточной измерительной аппаратуры.

Метод производственного или лабораторного экспериментирования технологических, конструктивных, объемно-планировочных и архитектурно-строительных решений в некоторых проектах рудников, особенно на крупных и ответственных объектах, применяется с целью более глубокого исследования неясных и недостаточно изученных вопросов. В частности, для уточнения геологических, гидрогеологических и инженерно-геологических сведений о месторождении, изучения влияния некоторых факторов на технологию горных работ и т.д.

Например, на Яковлевском месторождении КМА, прежде чем строить рудник на 20 млн.т годовой добычи, предусмотрено построить опытную шахту на 4,5 млн.т/год общей стоимостью более 200 млн.рублей. Шахта им. Губкина в КМА также в свое время начала работу как экспериментальная мощностью до 2 млн.т/год, а в дальнейшем она достигла мощности 3,5 млн.т/год. Иногда опыты проводят с целью испытания новой техники и технологии горных работ. Так, например, для отработки новых технологических решений с применением самоходного оборудования и вибротехники создавались опытные специальные участки на рудниках Джезказгана и Миргалимская, Зыряновская, Кривого Рога, Урала, Горной Шории, Тырнауза и т.д.

В большинстве случаев для окончательного выбора систем разработки на каждом руднике необходимо постоянно испытывать разные системы, изменяя их варианты, параметры, технику и технологию горных работ. И не только для вновь проектируемых, но и уже построенных рудников, в т.ч. давно работающих. Только при таком положении достичь постоянного технического прогресса на рудниках.

Применение методов физического моделирования при решении задач механики горных пород позволяет изучать на моделях действие механических силовых полей в деформируемых массивах вокруг выработок.

Когда в модели применяют искусственные эквивалентные материалы, механические характеристики которых отличаются от моделируемых горных пород, то для обеспечения условий механического подобия модели и натуры необходимо, чтобы механические характеристики материала модели удовлетворяли вполне определенному условию. Такой подход к изучению механических процессов в горных породах называется методом моделирования на эквивалентных материалах.

При моделировании процесса подземного растворения соли и нахождения распределения концентрации в камере подземного выщелачивания, из-за большой сложности приходится упрощать физическую картину, рассматривая только диффузионный и конвективный механизм переноса вещества и гидродинамическое движение вязкой жидкости. Эти явления движения вязкой несжимаемой жидкости (уравнение Навье-Стокса). Их необходимо дополнить условиями на подвижных границах камер.

Для моделирования необходимо, чтобы соблюдались подобия: геометрических параметров, определяющих конфигурацию камеры; граничных условий расхода растворителя, толщины пристенного потока; физических характеристик и модельных образцов соли и растворителя.

Методы оптимизации горных разработок возникли в России в конце прошлого - начале нынешнего веков при решении практических задач осваиваемого Донбасса и впервые были основательно рассмотрены проф. Б.И.Бокием, а затем изложены в посмертном издании его учебника «Аналитический курс горного искусства».

Рассмотрим другие примеры использования современных научных методов при обосновании целесообразности строительства подземных сооружений и определении их основных параметров. Широкий комплекс научных исследований проводится для обоснования целесообразности комплексного использования подземного пространства городов.

Центральным научно-исследовательским и проектным институтом по градостроительству разработана классификация подземных сооружений города; обоснованы требования к подземным сооружениям, предопределяющие оптимальные градостроительно-планировочные и инженерно-технические решения; разработаны

математические модели социально-экономической эффективности использования подземного пространства.

При строительстве путей сообщения важное место занимает обоснование трассы, т.е. отыскание оптимального положения в пространстве оси будущей дороги. Трасса новой дороги выбирается с учетом многочисленных и разнообразных факторов, определяемых экономическими предпосылками проектирования данной дороги и природными условиями строительства. Вследствие сложности учета влияния, оказываемого большим числом разнородных факторов (рельеф местности, геологические, гидрогеологические и другие условия), и разнообразных технических ограничений задача определения оптимального положения трассы дороги в плане и профиле еще далека от окончательного решения. Исследования в этой области в нашей стране проводятся в Киевском автодорожном институте, в Институте кибернетики АН УССР, в ЦНИИСе и других научно-исследовательских организациях.

Эти исследования позволили формализовать задачу в конкретных математических моделях, найти наиболее рациональный математический метод моделирования, разработать и экспериментально проверить на ЭВМ алгоритм решения данной задачи с учетом ее специфики.

Приведем другой пример. При проведении коллекторного туннеля механизированным щитом по песчанно – глинистым породам установлено, что с увеличением процента выемки песчаных пород скорость подвигания забоя также возрастает.

Найдем корреляционную связь. Обозначим долю песчаных пород через x , а скорость подвигания забоя – y . Полученные данные сводим в таблицу 1.1.

Последние два столбца этой таблицы составлены для проверки вычислений. Так как

$\sum (x + y)^2 = \sum x^2 + \sum y^2 + 2\sum xy$, то итог последнего столбца должен равняться сумме итогов третьего и четвертого и удвоенного итога пятого столбцов. Проверка $27\ 175 + 31,82 + 2 \times 922,8 = 29\ 052,42$, показывает, что вычисления сделаны без ошибок.

$$\bar{x} = \frac{499}{10} = 49,9;$$

$$\bar{y} = \frac{17,4}{10} = 1,74;$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{27175}{10} - (49,9)^2} = 15,09;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{31,82}{10} - (1,74)^2} = 0,393;$$

$$r = \frac{\frac{922,8}{10} - 49,9 * 1,74}{15,09 * 0,393} = 0,92.$$

Полученный коэффициент корреляции $r=0,92$ достаточно высок, что указывает на наличие тесной связи между x и y , т.е. между долей песчаных пород и скоростью подвигания забоя. Найдем уравнение регрессии, которое позволяет вычислить наиболее вероятную скорость подвигания забоя, если известна доля песчаных пород в забое. Коэффициент регрессии

$$r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0,92 * \frac{0,393}{15,09} = 0,024.$$

Согласно формуле $y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$, уравнение регрессии y по x :
 $x=1,74+0,024*(x-49,9)$ или $y=0,54+0,024x$.

Погрешность коэффициента корреляции $\sigma_r = (1-0,922)/\sqrt{10}$

Критерий достоверности коэффициента корреляции

$$\mu = \frac{0,92\sqrt{10}}{1-0,92^2} = 18,9 > 2,6, \text{ следовательно, найденная связь надежная.}$$

Таблица 1.1.

x	y	x ²	y ²	xy	x+y	(x+y) ²
67	2,4	4489	5,76	160,8	69,4	4186,36
54	1,5	2916	2,25	81	55,5	3080,25
72	2,3	5184	5,29	165,6	74,3	5520,49
64	1,9	4096	3,61	121,6	65,9	4342,81
39	1,6	1521	2,56	62,4	40,6	1648,36
22	1,1	484	1,21	24,2	23,1	533,61
58	2,0	3364	4,00	116,0	60	3600
43	1,6	1849	2,56	68,8	44,6	1989,16
46	1,7	2116	2,89	78,2	47,7	2275,29
34	1,3	1156	1,69	44,2	35,3	1246,09
499	17,4	27175	31,82	922,8	-	29052,42

Разработаны математические модели для определения параметров метрополитена, которые позволяют научно обоснованно устанавливать оптимальную протяженность каждой линии, радиус кольцевой линии и расстояния между станциями.

Основной целью строительства комплекса сооружений ГЭС является создание напора. При обосновании строительства подземной ГЭС широко используют математические методы и ЭВМ, с помощью которых выполняют различные исследования: гидравлические, водо-энергетические, фильтрационные, расчеты прочности и устойчивости сооружений и оборудования. Существенное значение для проектирования и расчета сооружений подземных ГЭС имеют натурные и лабораторные экспериментальные исследования.

Метод нелинейного математического программирования используется при проектировании каскада гидроэлектростанций, когда их основные параметры (установленная мощность, напор, регулирующая способность водохранилища и др.) должны быть увязаны друг с другом.

2. ПОНЯТИЕ О СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

Ежегодно появляются новые программные пакеты, новые модели компьютеров, и вместо одних знаний и навыков необходимо непрерывно приобретать новые. Однако комплексное представление о системе управления в целом мы всегда получаем на основе стабильной *системной методологии*.

задача системной методологии состоит в том, чтобы предложить ее пользователям (из разных дисциплин и предметных областей) общие методы представления и решения проблем. Ядро такого знания создает *системный подход*.

2.1. Немного истории

В странах развитой рыночной экономики накоплен большой опыт в области использования кибернетики в горном деле и ее главного метода (системного подхода). В 1948 г. известный математик Норберт Винер одновременно в США и Франции издал книгу с названием "Кибернетика, или управление и связь в животном и

машине. *Объектом* изучения являются сложные динамические системы, *предметом* - информационные процессы, связанные с управлением системами; *целью* - создание принципов, методов и технических средств для достижения эффективных результатов управления.

С помощью своих фундаментальных понятий — *система, модель, управление, информация* - кибернетика показала, что схожесть процессов управления в разных системах закономерна, и что она выражается в информационных процессах, независимо от природы носителей информации (биологической, технической, общественной). Кибернетика показала полезность использования аналогий и моделирования процессов управления - в этом особая черта ее подхода и в этом плодотворность ее использования в горном деле.

Основные требования общей теории систем в 1960-х гг. сформулировал американский специалист М. Месарович. Фундаментальный вклад в эту науку внес английский ученый У. Р. Эшби, который в 1956 г. более систематично изложил взгляды Винера, а также определил общую теорию систем как *теорию упрощения абстрактных систем*.

Весомый вклад в распространение теоретических взглядов кибернетики на практическое управление производством внес английский ученый Стаффорд Бир. Проведение работ по глобальному моделированию стимулировалось деятельностью Римского клуба, неправительственной организации. Первую из таких моделей опубликовал в 1971 г. американский специалист по теории управления Д. Форрестер. Компьютерные игры, проведенные Д. Форрестером с глобальной моделью, показали, что в середине XXI века человечество ждет кризис, связанный прежде всего с истощением природных ресурсов, падением численности населения и производства продуктов, ростом загрязнения окружающей среды. Кибернетика более чем 40 лет назад привлекла значительные силы советских ученых, которые создали лучшую в свое время и первую на европейском континенте ЭВМ МЭСМ (1950 г., руководитель - С. А. Лебедев), а также разработали много прикладных систем автоматического и автоматизированного управления производством. Известны результаты глобального моделирования явления "ядерной зимы", выполненные в ВЦ АН СССР В. В. Александровым и Г. Л. Стенчиковым под руководством академика Н. Н. Моисеева. Эти результаты дали человечеству, в том числе политикам,

неопровержимые аргументы против ядерной войны, даже так называемой "ограниченной ядерной войны".

2.2. Основные определения и свойства системы

Методологию упрощения и моделирования и вместе с тем базовый аппарат теоретических определений, принципов исследования многих сложных систем, подобных горнотехническим объектам, дает *системный подход*, *общая теория систем* и *системный анализ*, которые в совокупности называют *системными исследованиями*. Понятие "*система*" является базовым и имеет много определений. Наиболее удачное определение, на наш взгляд, следующее: **Система** – совокупность элементов, находящихся во взаимодействии и образующих целостное единое образование со свойствами, отличными от свойств отдельных элементов. Все не входящее в систему, но воздействующее на нее или находящееся под ее влиянием, называется *внешней средой*.

Понятие *системы*, соответствует *динамической системе* с тремя основными функциями: ввод, обработка (преобразование), вывод. Это группа взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, которые образуют единое целое, или группа компонентов, действующих совместно для достижения единой цели, выполняя ввод, вывод и преобразование (информации, материала, вещества). Ввод охватывает сбор, получение и организацию элементов, поступающих в систему обработки. Обработка - это преобразование элементов ввода в элементы вывода. Вывод охватывает передачу элементов, созданных при переработке, до места их потребления.

Систему, являющуюся частью более крупной системы называют - *подсистемой*. Обычно мы представляем себе систему и ее среду (окружение) в каком-либо интерпретированном виде - в виде рисунков, уравнений, иерархических схем, таблиц. При этом мы употребляем термины "графическая модель", "математическая модель "табличная модель" и др.

Система, которая взаимодействует с другими системами в своем окружении, является *открытой*. Если она способна изменять себя или даже среду для того, чтобы выжить, ее называют *адаптивной* системой. Для лучшего уяснения дополним введенные общие

понятия, что конкретней позволит описать все многообразие моделируемых инженерных задач в горной практике.

Каждое принимаемое решение предполагает некоторый конкретный объект реализации, который в дальнейшем будем называть *моделируемой системой*.

Структура системы - это описание ее организации, определяющее возможность разделения на отдельные элементы и их отношения.

Состояние системы – определяется значением ряда характеризующих параметров. Например, состояние очистного забоя, как системы, характеризуется его положением в пространстве, уровнем метана на исходящей воздушной струе, нахождением комбайна, крепи, наличием и мощностью породных пропластков и т.д. Чем сложнее система, тем больше параметров необходимо определить для описания ее состояния.

Операция – целенаправленное изменение состояния системы.

Проведение операции предполагает изменение одних характеристик системы – так называемых ее параметров x_1, x_2, x_3, x_4 , при учете других – условий операции $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$. Во главе каждой операции стоит руководитель, который принимает решение относительно ее параметров, обеспечивающих достижение цели при существующих условиях.

3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И РАСЧЕТЫ

К этим методам следует отнести, прежде всего, метод аналогии. Аналогия (греч.-соответствие) – это сходство нетождественных объектов в некоторых качествах, отношениях, сторонах. Умозаключение по аналогии – вывод о наличии определенных признаков на основании фиксации сходства, существующего в некоторых других признаках. В практике проектирования горнотехнических объектов рудников метод аналогии применяется довольно часто.

Метод аналогии довольно часто применяется как для формирования исходной информации для проектных работ, так и для осуществления и принятия некоторых проектных решений. При этом методе выбираются аналоги проектных решений, которые приводятся

в сопоставимый вид и сравниваются для обоснования оптимального решения. Метод аналогии в практике проектирования рудников применяется довольно широко для предпроектных укрупненных проработок или для сравнения показателей вновь проектируемого объекта с апробированным уже проектом предприятием, работающим в аналогичных условиях. Метод аналогии в комбинации с расчетными методами применяется для определения числа шахтных стволов, выбора схем околоствольных дворов, организации проходческих и очистных работ. На основе метода аналогии выбираются типовые проекты и повторно применяющиеся экономичные индивидуальные проекты. Как для отдельных объектов, так и для целых узлов и технологических процессов. Иногда в качестве аналога принимается опыт зарубежных предприятий. Например, при составлении проектов реконструкции некоторых железорудных шахт в качестве аналога принимался опыт рудника Кируна в Швеции.

Аналитический метод для решения задач в горном деле был разработан профессором Б.И.Бокием, акад. Л.Д.Шевяковым и применительно к условиям рудных месторождений развит акад. М.И.Агошковым, профессорами П.И.Городецким, И.А.Кузнецовым и др.

Метод аналитический основан на установлении функциональных зависимостей между исследуемыми параметрами и стоимостными показателями и отыскании оптимальных значений искомых параметров при решении задачи на оптимум аналитическим путем. Эти функциональные зависимости должны иметь непрерывный характер и на графике представлять собой либо выпуклую вверх кривую (если в качестве критерия служит прибыль), либо вогнутую вниз (если в качестве критерия принимаются затраты). Функция должна быть пригодной для того, чтобы взять от нее первую производную.

Аналитический метод может использоваться для предварительных расчетов по выбору производственной мощности рудника, определению размеров шахтного поля, высоты этажа, некоторых параметров систем разработки, транспорта, энергоснабжения и т.д. При решении задач оптимизации параметров горных работ аналитическим методом предполагается, что стоимостной показатель (себестоимость или приведенные затраты)

зависит от искомого параметра согласно какой-то известной зависимости. Например, по следующей формуле:

$$c_{\bar{A}} = ax + \frac{b}{x} + c,$$

где a, b, c - постоянные стоимостные коэффициенты, - себестоимость добычи. Приравнявая нулю первую производную от этого выражения

$$\frac{dc_{\bar{A}}}{dx} = a - \frac{b}{x^2} = 0,$$

находят, что

$$x = \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

При учете разницы в капиталовложениях (в общем случае) должна быть составлена функция приведенных затрат

$$c_{\bar{A}} \approx c_{\bar{A}} \varphi(x) + E_H K_{\bar{A}}(x)$$

Необходимо осуществить проверку непрерывности данной функции. Функция непрерывна и имеет экстремальное значение, если вторая производная не равна нулю.

В современных экономических условиях в качестве критерия лучше принимать величину прибыли. Например, для решения задачи, когда по мере увеличения искомого параметра извлекаемая ценность добываемого полезного ископаемого уменьшается и в определенной мере уменьшаются затраты на добычу и переработку.

Если сумма прибыли равна

$$\sum_{j=1}^t \dot{I}_{\bar{A}} = \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^n A_{ij} (\ddot{O}_{ij} - c_{Aij}),$$

(где t - срок отработки месторождения, лет; A - производственная мощность рудника в j -год по i -ому...варианту, т/год, которому соответствуют $\ddot{O}$ - извлекаемая ценность добываемой рудной массы, руб/т и C - затраты на добычу и переработку, руб/т), то максимум прибыли будет соответствовать условию.

$$\frac{d(\sum_{j=1}^t \ddot{I}_{\partial})}{dA} = 0.$$

Если решается задача на экстремум не с одним, а с двумя или несколькими неизвестными, то соответственно их число составляют два или несколько выражений (уравнений).

При наличии двух неизвестных в выражении, определяющем, например, затраты на вскрытие и разработку шахтного (рудничного поля), необходимо определить частные производные от этого выражения и, получив два уравнения, решить их совместно. Например, выразив одно неизвестное через другое на основе одного уравнения. Подставив его значение в другое уравнение и, решив его, найдем искомые параметры. Например, при заданной добыче A распределить добычу по флангам для обеспечения минимальных затрат можно следующим образом. Допустим, что удельные затраты на добычу на одном фланге характеризуются выражением

$$c_{A1} = \dot{a}_1 \dot{A}_1 + \frac{b_1}{a_1} + c_1,$$

а на другом

$$c_{A2} = \dot{a}_2 \dot{A}_2 + \frac{b_2}{a_2} + c_2$$

Тогда общая сумма затрат по руднику будет равна

$$Ac_A = \dot{A}_1^2 \dot{a}_1 + b_1 + A_1 c_1 + A_2 a_2 + b_2 + A_2 c_2$$

При $A = A_1 + A_2$, $A_2 = A - A_1$, тогда

$$Ac_A = \dot{A}_1^2 \dot{a}_1 + b_1 + A_1 a_1 + A^2 a_2 - 2AA_1 a_2 + A_1^2 a_2 + b_2 + Ac_2 - A_1 c_1.$$

Первая частная производная от этого выражения будет равна

$$\frac{\partial A \ddot{A}_1}{\partial \dot{A}_1} = 2\dot{A}_1 \dot{a}_1 + \ddot{n}_1 - \ddot{n}_2 = 0.$$

Откуда

$$2\dot{A}_1(\dot{a}_1 + \dot{a}_2) = \ddot{n}_2 - \ddot{n}_1 + 2\dot{A}\dot{a}_2$$

$$\dot{A}_1 = \frac{\ddot{n}_2 - \ddot{n}_1 + 2\dot{A}\dot{a}_2}{2(\dot{a}_1 + \dot{a}_2)}$$

И тогда

$$\dot{\lambda}_2 = \frac{\ddot{n}_2 - \ddot{n}_1 + 2\dot{\lambda}_1 \dot{a}_1}{2(\dot{a}_1 + \dot{a}_2)}$$

Для исследования непрерывной функции на экстремум необходимо определить частные производные по всем независимым переменным и полученную систему уравнений решить относительно неизвестных параметров. Путем расчетов и логических рассуждений прежде всего необходимо установить, имеет ли точку перегиба исследуемая функция. Если затраты сначала уменьшаются, а затем увеличиваются, а прибыль увеличивается, а потом уменьшается, то экстремум возможен. Если же затраты и прибыль только растут или уменьшаются, то экстремума нет.

4. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ СОСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Как уже было отмечено, под *математическим моделированием* понимается процесс, с помощью которого устанавливается соответствие данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого математической моделью.

Модель, как мы уже уяснили - вспомогательный объект-заместитель, который в определенной ситуации может заменить объект-оригинал, воспроизводя интересующие нас свойства и характеристики оригинала, причем существенные преимущества и удобства (наглядность, обозримость, доступность испытаний, легкость оперирования и т.д.). А математическая модель представляет собой объективную схематизацию существенных аспектов задачи, т.е. характерных закономерностей функционирования операций, которая дает возможность производить расчеты. При отсутствии полной информации от исследуемой операции лучше начинать с построения простейших, линейных моделей. Этап построения математической модели выполняется операционистом совместно со специалистом по прикладной математике, владеющим методологией и опытом построения математических моделей задач управления операциями.

Математическая модель – это система математических выражений, описывающих взаимосвязь характеристик объекта моделирования, анализ и исследование которых позволяет получить дополнительную информацию о системе, принять инженерное решение, получить в целом характеристики рассматриваемого реального объекта. Вид моделей, математический аппарат их построения и исследования определяются свойствами и природой моделируемой системы, задачами исследования, требуемой достоверностью и точностью решения этой задачи, а также, и в первую очередь – типом ее параметров.

При моделировании производственных систем выделяют три типа параметров: **детерминированные, стохастические и качественные.**

Детерминированные параметры имеют количественную меру и сохраняют свое значение при неизменных определяющих условиях. Эти параметры могут быть получены путем измерений и расчетов с любой доступной точностью.

Например, длина выработки, наличие денежных средств в кассе предприятия в данный момент времени, план добычи на период и т.д. В зависимости от своей природы детерминированные параметры могут иметь любые действительные значения, например, уклон выработки, неотрицательные значения – объем добычи за истекший период, или принимать только положительные целые значения – численность трудящихся.

Стохастические параметры представляют собой случайные величины, изменяющиеся в процессе работы предприятия.

Случайной величиной называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное неизвестное заранее, при сохранении исходных условий.

В отличие от детерминированной, постоянной величины случайная величина не имеет единственного, истинного значения. Оно может случайным образом меняться от опыта к опыту независимо от точности наблюдения при прочих равных условиях.

По своей природе стохастические параметры производственных систем могут быть дискретными или непрерывными случайными величинами.

Дискретная случайная величина принимает в результате испытаний ряд значений, которые можно перенумеровать. Например, число электровозов, безотказно проработавших смену.

Значения непрерывной случайной величины, полученные в результате бесчисленного множества испытаний, непрерывно заполняют некоторый числовой интервал. Например, фактический объем суточной добычи из очистного забоя.

Полученное в результате измерения или расчета значение детерминированного параметра может служить его истинной величиной и использовано в дальнейшем. В отличие от этого разовое измерение стохастического параметра не может служить его оценкой, так как в силу своей природы при следующем испытании он может принять иное значение. Поэтому стохастические параметры производственных систем задаются законами распределения или отдельными числовыми характеристиками распределений.

Закон распределения случайной величины - это соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и вероятностями их появления. Закон распределения может иметь разные формы.

Основная трудность моделирования систем со стохастическими параметрами заключается в том, что случайное изменение величин может нарушить соответствие модели и системы и требует принципиально иного подхода к принятию решения на ее основе.

Качественные параметры системы не имеют количественной меры. Производственные системы отличаются большим числом таких показателей. Например, вид технологии, тип оборудования, применяемая форма организации производства, труда, заработной платы, вид выпускаемой продукции и т.д.

Измерение или расчет количественного показателя системы позволяет соотнести его величину с эталонной мерой. Для определения качественных показателей также устанавливают эталон, который представляет собой минимально необходимый набор качественных признаков (призначный минимум). Если система обладает призначным минимумом, то считают, что она имеет качество, определяемое данным качественным показателем, и наоборот.

Прямое включение в модель качественных параметров не представляется возможным. Поэтому множество качественных признаков заменяют множеством бинарных переменных так, что каждому признаку ... соответствует переменная, принимающая значения 1, если признак имеется у системы; =0, если признак отсутствует.

Важно понять следующее: математическая модель системы – это не просто формальная запись некоторой абстрактной функции, существующей на множестве действительных чисел, а описание взаимосвязи параметров реального объекта, лежащих в определенных пределах, характерных для данной системы в строго определенных условиях. То есть модель всегда предполагает выполнение следующего гипотетического условия - если X и Y - параметры системы и она находится в допустимом состоянии, то реальные значения параметров X и Y - будут связаны соотношением, описанным моделью. В случае детерминированных параметров предполагается, что каждому состоянию системы соответствует единственное значение детерминированного параметра, которое сохраняется, если состояние системы остается неизменным. Стохастические параметры могут менять свое значение при неизменном уровне других показателей.

Лежащий в основе моделирования принцип воспроизводимости результатов предполагает, что состояние систем может быть повторено любое число раз и соответственно определены значения ее параметров.

Именно воспроизводимость результатов позволяет планировать развитие производства в будущем, но этот принцип заставляет строго разделить стохастические и детерминированные параметры.

Тип параметров системы определяют возможные взаимосвязи между ними, а следовательно и модель, описывающую эту взаимосвязь.

Какие же взаимосвязи определены для параметров систем различных типов и как это влияет на метод моделирования?

Между детерминированными параметрами, с учетом их физической сущности и единиц измерения, возможны следующие взаимосвязи:

равенство $x=y$;

неравенство $x < y$;

функциональная связь в виде числовой функции действительных переменных $y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$

В этом случае модели будут иметь вид систем уравнений и неравенств, составленных на основе теоретических расчетных формул, физических законов, аналитических зависимостей, полученных в процессе анализа системы. Конкретные числовые значения коэффициентов функций получаются путем измерений или

расчетов. При получении, исследовании и преобразовании этих моделей используются элементарная алгебра, геометрия, тригонометрия, дифференциальное и интегральное исчисления.

Например, модель, связывающая плановую производительность труда горнорабочего очистного забоя с плановой нагрузкой на участки шахты, может быть получена из двух выражений.

$$П = \frac{A_{ш}}{N} \quad (4.1)$$

$$A_{ш} = A_1 + A_2 + \dots A_m \quad (4.2)$$

где $П$ - производительность труда горнорабочего очистного забоя, т/смену;

N - планируемое количество выходов рабочих на всех участках шахты в смену; $A_{ш}$ - суммарная плановая добыча угля из очистных забоев.

Выражение (4.1) вытекает из определения показателя производительности труда, а (4.2) -- выводится из физической сущности.

В случае стохастических параметров возможные взаимосвязи и методы моделирования резко меняются.

Статистическая связь между параметрами системы принципиально отличается от функциональной связи и требует использования иных видов моделей и методов моделирования. При наличии стохастических параметров выбор вида моделей и их интерпретация выполняется с помощью теории вероятностей, а их оценка, сравнение, построение регрессионных зависимостей и т.д. проводится с использованием теории планирования эксперимента и математической статистики.

Наличие качественных параметров в системе требует использования специфических моделей и методов моделирования, так как это порождает принципиально отличные виды взаимосвязей параметров, требующих своих методов описания. Взаимосвязь может иметь место между двумя качественными или качественным и количественным параметрами. Отсутствие количественной меры делает неопределенными равенство, неравенство и функциональную связь между качественными параметрами, но это не исключает эквивалентности и связи вообще.

Равенство является простейшим случаем эквивалентности, основанном на следующем логическом правиле сравнения: если в

результате измерения двух величин А и В их меры совпадают, то выполняется отношение $A=B$. Вместо количественной меры качественный показатель характеризует наличие некоторого множества качественных признаков у системы, поэтому логическое правило проверки эквивалентности качественных признаков можно сформулировать следующим образом: если в результате определения двух качественных показателей устанавливается наличие одних и тех же признаков, то они эквивалентны.

Определение качественного показателя приводит к двум взаимоисключающим исходам – наличию или отсутствию описываемого качества. Отсюда взаимосвязь качественных показателей проявляется в логике и вероятности наступления событий. Таким образом, взаимосвязь качественных параметров имеет тип логических отношений, носящих детерминированный или стохастический характер.

Для описания такого рода взаимосвязей используются булева алгебра, теория графов, теория вероятности.

Проведенный предварительный анализ свойств показателей производственных систем позволяет сделать следующие выводы, подтверждающие высказанные ранее предположения. Во-первых, характер параметров системы определяет вид модели, метод моделирования и способ принятия решения.

Во-вторых, ошибка в определении типа параметра может привести к методическим ошибкам в моделировании и ложным результатам в изучении системы.

В дальнейшем, если это будет оговорено особо, изложение методов математического программирования будет вестись для случая детерминированных параметров с известными функциональными связями.

Явления и процессы природной горной среды и, в целом, горного дела многообразны, имеют различные особенности, подчиняются разным классам закономерностей и конкретным законам, могут быть детерминированными и случайными, статическими и динамическими, могут иметь характер конфликтов противодействующих сторон, могут отражать целенаправленную деятельность субъектов и т.д. Конечно, и отражающий действительность математический аппарат математических моделей будет очень разнообразен и представляет собой обширную и

сложную систему знаний. И в этой связи можно отметить следующие типы моделей:

Динамическая модель (Dynamic model) - математическая модель, описывающая развитие процесса во времени.

Имитационная модель - математическая компьютерная модель, в которую введены динамические элементы.

Компьютерная имитация (Computer simulation) - реализованная на ЭВМ математическая модель, оперирующая системой динамических уравнений.

Компьютерная модель (Computational model) - математическая модель, оперирующая не численными алгоритмами и реализованная на ЭВМ.

Математико-картографическое моделирование - построение и анализ математических моделей по данным, снятым с карты; создание новых производных карт на основе математических моделей.

Геолого-математическое моделирование – описание количественных характеристик изменчивости свойств полезных ископаемых, обобщение и систематика наблюдаемых закономерностей.

Модель ожидаемой полезности (Expected utility model) - математическая модель, основанная на предположении, что человек принимает решения, исходя из суммы возможных платежей, помноженных на вероятности их выплаты.

Модель оптимизации (Optimization model) - математическая модель, исходящая из того, что некоторые переменные в моделируемых процессах или ситуациях максимизируются или минимизируются.

Экономико-математическая модель - математическая модель связи экономических характеристик и параметров системы.

В кибернетическом моделировании отсутствует непосредственное подобие физических процессов, происходящих в моделях, реальным процессам. В этом методе отображают лишь некоторую функцию и рассматривают реальный объект как «черный ящик», имеющих ряд входов и выходов, и моделируют некоторые связи между выходами и входами.

В качестве примера возьмем буровую установку. Рассматривая ее функционирование, принимаем во внимание: входные воздействия – сжатый воздух, усилие подачи, чистая вода для

промывки; условия – горная порода определенной крепости; выходные величины – диаметр и длина скважины, износ инструмента; сопутствующие результаты – породная мелочь, загрязненная вода от промывки. Рассеиваемая энергия, выделяемая в виде тепла, которая фактически представляет еще один энергетический вход, не учитывается. Поскольку нас интересуют только внешние результаты (цилиндрическая полость определенных размеров и износ инструмента), в механические, тепловые, химические процессы работы буровой установки мы не вникаем.

4.1. Качественные характеристики математических моделей

Цель построения математической модели – получение формального описания объекта для его дальнейшего изучения или управления им. Поэтому ее основные качественные характеристики должны оценивать *адекватность* модели системе и решаемой задаче.

Термин «*адекватность*» вводится в теории познания и означает соответствие образа знания своему оригиналу. Математическое моделирование представляет один из способов отображения реальной действительности, поэтому на него можно распространить это понятие. Адекватность предполагает комплексную оценку отображения по полноте и точности описания. Что же представляют собой эти характеристики и как их соотнести с показателями математической модели?

Всякая модель предполагает описание состояний и свойств системы. Под свойством здесь понимается присущий системе комплекс параметров с отношениями между ними. Свойства системы порождают множество ее состояний, поэтому знание свойств и настоящего состояния позволяют полностью определить ее развитие. Количество описанных свойств определяет *полноту* модели. Чем полнее модель, тем выше адекватность и больше количество состояний, в которых модель объективно описывает свойства системы.

Часть свойств представляют собой отношения между количественными параметрами системы, что вызывает

необходимость в оценке *точности* моделирования. *Точность* модели можно определить как оценку разности между расчетными и истинными значениями моделируемых величин. Необходимая точность моделирования должна обеспечивать однозначное описание реальной взаимосвязи величин.

Например, выражения $a=b$ и $a<b$ теряют однозначность, если интервальные оценки этих величин, построенные с учетом точности моделирования $\pm \epsilon_a$ и $\pm \epsilon_b$, перекрываются.

Введенные показатели полноты и точности не позволяют прямо оценить адекватность модели по следующим причинам.

Большая часть свойств производственных систем и истинные значения параметров не известны и устанавливаются в процессе моделирования. Поэтому оценка адекватности путем сравнения множеств описанных и реально существующих свойств является диалектически неразрешимой задачей, как прямое сравнение абсолютной и относительной истины. В реальном моделировании имеет смысл говорить об относительной адекватности различных моделей.

Всякая производственная система обладает очень большим числом существенных и несущественных свойств, описать которые одной моделью можно только чисто теоретически. Реальные модели всегда описывают часть свойств, наиболее существенных с точки зрения исследователя. Поэтому сравнительная оценка адекватности двух моделей по числу описанных свойств не имеет реального смысла.

Моделирование взаимосвязи количественных параметров неизбежно связано с погрешностями расчетов измерений. Чем полнее модель, тем больше последовательных расчетов и тем ниже точность их результатов, что вытекает из закона накопления ошибки последовательных вычислений. Следовательно, точность моделирования отдельных величин необходимо соотносить с полнотой модели.

В реальном моделировании не всегда удастся точно сформулировать описываемое свойство, поэтому полноту модели оценивают по таким показателям, как число включенных в нее параметров и переменных, рассматриваемых соотношений. Точность моделирования определяется сравнением расчетных и известных значений параметров системы в прошлых периодах или специальных экспериментах, а также путем сравнения значений, полученных по

разным моделям. Для оценки результатов моделирования с учетом уровня погрешности значений параметров определяют *чувствительность модели*, которая представляет собой относительное изменение результата моделирования при единичном изменении параметров.

Окончательный вывод об адекватности модели и системы выносят после ее экспериментальных испытаний.

Кроме адекватности системе модель должна соответствовать решаемой задаче. В определенной задаче математическая модель связывает управляемую систему и лицо, проводящее операцию, через цель операции. Поэтому проверка адекватности поставленной задачи сводится к анализу отражения цели в модели.

Из приведенных рассуждений можно сделать вывод о том, что адекватность модели следует всемерно повышать за счет введения большего числа параметров системы, связанных с целью операции, и увеличения точности описания зависимостей. Но, к сожалению, действуя подобным образом, не всегда удастся успешно решить задачу из-за чрезмерной сложности полученной модели.

Сложность - понятие относительное и определяется через принятую меру сложности, которую целесообразно выбирать с точки зрения возможности получения конечного результата. В этом плане можно выделить две основные проблемы: выбор метода и составление алгоритма поиска оптимального решения, необходимый объем вычислений.

Сложность модели с точки зрения возможных способов поиска оптимального решения зависит от типа входящих в нее величин и вида зависимостей. Так как в настоящее время в математическом программировании разработаны стандартные методы решения лишь ограниченного круга задач, то практически оценка сложности модели сводится к проверке наличия стандартного метода решения. Грубо оценить сложность модели на начальном этапе ее разработки можно исходя из того, что, как правило, стохастическая модель сложнее модели с детерминированными величинами; линейная модель проще модели с любыми другими величинами; линейная модель проще модели с любыми другими зависимостями в целевой функции или ограничениях; ограничение целочисленности хотя бы одной переменной резко усложняет любую модель.

Практика показывает, что объем вычислений при решении задач одного класса и одним методом растет со скоростью показательной

функции при увеличении порядка системы ограничений. Поэтому для сравнительной оценки вычислительной сложности двух моделей одного типа достаточно сравнить число переменных и ограничений.

Моделирование представляет собой лишь один из этапов решения задачи, поэтому при составлении модели необходимо не только стремиться к ее адекватности, но и ограничивать ее сложность.

Введение дополнительных переменных, усложнение зависимостей в погоне за точностью описания приводит к росту размерности задачи, повышают трудоемкость сбора исходной информации и усложняют методы поиска оптимального решения. В результате чрезмерно сложная модель может сделать неразрешимой оставленную задачу. С другой стороны предметные упрощения могут настолько снизить точность результатов и ограничить область применения модели, что ее использование в операционной задаче потеряет всякий смысл. Поэтому при моделировании приходится искать «золотую» середину между чрезмерной сложностью и недопустимыми упрощениями.

Для системы автоматизированного проектирования математические модели также должны отвечать требованиям адекватности, точности и вместе с тем универсальности, экономичности.

Универсальность математической модели характеризует полноту отображения ею свойств реального объекта. Обычно математическая модель отражает лишь некоторые свойства объекта. Большинство математических моделей, используемых при функциональном проектировании, предназначено для отображения протекающих в объекте *физических или информационных* процессов, при этом модель может не описывать такие свойства, как химический состав его элементов.

Например, математическая модель упругого элемента в виде уравнения закона Гука характеризует его свойство деформироваться, но не отражает массу элемента, его цвет, химический состав, электрические свойства, стоимость и т.п.

Точность математической модели оценивается степенью совпадения значений параметров реального объекта и тех же параметров, рассчитанных с помощью математической модели.

Способность математической модели отображать заданные свойства объекта с погрешностью не выше заданной называется

адекватностью. Поскольку выходные параметры являются функциями векторов внешних Q и внутренних X параметров, погрешность ϵ_j зависит от значения Q и X .

Экономичность математической модели характеризуется затратами вычислительных ресурсов (машинного времени T_m и оперативной памяти P_m) на ее реализацию. Чем меньше T_m и P_m , тем модель экономичнее. Для оценки экономичности можно принимать определенной среднюю стоимость 1 ч. компьютерного времени.

5. ИЕРАРХИЧЕСКИЕ УРОВНИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Блочнo – иерархическое представление объектов проектирования требует использования на каждом иерархическом уровне своих математических моделей.

Например, в системе конструктивных аспектов строительства **подземных сооружений метрополитена** на самом нижнем уровне располагаются модели, описывающие свойства материалов, из которых возводят сооружения (модели состава, сортамента, долговечности и.т.д.). Следующий уровень занимают модели конструктивных элементов (стены, своды, тубинги, колонны и.т.п.). Затем идут модели конструкций (обделка, облицовка, шпунтовое или ледопородное ограждение и.т.п.), на следующем уровне располагаются модели взаимовлияния горных выработок в плане и профиле толщи горных пород. На самом верхнем уровне располагаются модели типизации и унификации конструктивных решений подземных сооружений для различных участков и линий метрополитена. Между указанными уровнями могут быть выделены и более дробные уровни моделей.

Стремление уменьшить сложность моделей на каждом иерархическом уровне приводит к расчленению на большое число уровней. Однако при этом возрастает число и сложность задач по согласованию между собой результатов, полученных на различных уровнях.

Для удобства рассмотрения все возможные уровни при проектировании подземных сооружений объединяют в три крупных иерархических уровня: самый нижний – *микроуровень*, средний –

макроуровень и самый верхний – *метауровень*. Фактические уровни системы или совпадают с ними или входят в них как некоторый подуровень.

На *микроуровне* при моделировании фазовые переменные фигурируют как функции нескольких независимых переменных, обычно представленных пространственными координатами и времени. Элементами микроуровня являются математические модели участков толщи горных пород с горными выработками, участков несущих конструкций зданий, жидкой фазы в системе замораживания пород и т.п.

На *макроуровне* используют представление о средах как о дискретном пространстве. Модели макроуровня называют *сосредоточенными*. Элементы этого уровня такие, как стойки, балки, арки, участки породного массива, на микроуровне рассматриваются как системы. Параметры этих элементов на микроуровне являются выходными, а на макроуровне становятся внутренними. Выходными параметрами механических моделей макроуровня являются коэффициенты запаса прочности, несущая способность конструкции и т.п.. Типичными фазовыми переменными являются силовые и кинематические факторы в механических системах, потоки и давления в гидравлических и пневматических системах, токи и напряжения в электрических системах.

Математические модели макроуровня представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которые в частных случаях статических задач превращаются в алгебраические или трансцендентные уравнения. Однако с ростом числа элементов и соответственно порядков систем уравнений возможность решения задач на моделях макроуровня резко снижается, и необходимо переходить к моделям следующего иерархического уровня – *метауровня*.

На *метауровне* математические модели отображают сложные устройства и комплексы. Для построения математических моделей метауровня используют методы теории автоматического управления, методы планирования экспериментов, математическую логику, теорию массового обслуживания.

Особенностью принятия решений при проектировании **горнодобывающих предприятий** является влияние принимаемых решений на показатели работы структурных элементов отрасли более высокого уровня, например, изменение типа очистного оборудования

на шахте может изменить ее мощность, которая в свою очередь меняет количество угля, добываемого данным объединением, регионом, вплоть до отрасли в целом. Такое влияние принимаемых решений вынуждает применять для выбора решений комплекс **иерархических моделей** разного уровня, начиная от отрасли в целом и кончая моделью отдельного технологического процесса на горном предприятии.

Проследим **взаимосвязь моделей принятия решений при планировании и проектировании**. Система моделей принятия решений должна отвечать задачам каждой стадии (этапа) планирования и проектирования: схема развития и размещения отрасли – технико-экономическое обоснование (технико-экономический расчет) строительства предприятий – проект – рабочая документация.

Так, **модели обоснования** схемы развития и размещения промышленных регионов, базируясь на показателях схемы развития отрасли, должны обеспечивать принятие решений (с позиции всего региона) о целесообразности проектирования и строительства отдельных предприятий, их мощности, продолжительности и очередности строительства, в составе каждой очереди и пр. Обосновывать (в динамике) необходимые затраты людских, материальных и денежных ресурсов. Окончательно эти показатели и характеристики уточняются при разработке проекта (рабочего проекта) предприятия.

При разработке основных проектных решений должны использоваться модели обоснования характеристик и параметров предприятия, уточняющие ранние принятые решения по объекту в целом и детализирующие их на уровне производственных процессов. На последующих этапах разработки проекта должны быть разработаны модели, уточняющие ранее установленные характеристики и показатели производственных процессов и определяющие параметры основных моментов, которые формируют процессы. Модели стадии разработки рабочей документации должны конкретизировать решения и оптимизировать характеристики всех элементов, входящих в тот или иной компонент производственного процесса при условии не превышения основных технико-экономических показателей, определенных ранее.

Если решения, принимаемые по результатам реализации той или иной проблемно-ориентированной (по стадиям и этапам

планирования и проектирования) модели, не соответствуют ранее принятым решениям, а именно, приводят, например, к увеличению утвержденного сметного лимита, расхода людских или материальных ресурсов и к изменению других контролируемых показателей, то они должны быть пересмотрены путем повторного обращения к моделям более высокого уровня.

Таким образом, ориентируя модели по этапам и стадиям планирования и проектирования и решая проектные задачи в условиях ранее сформированных ограничений, можно добиться согласованности результатов моделирования и обеспечить выполнение основного требования СНиП 1.02.01-85 о не превышении сметной стоимости строительства (определенной в свободных сметных расчетах) в процессе реализации проекта.

Изложенные принципы используются при формировании и реализации моделей принятия проектных решений на различных стадиях проектирования согласно схеме, представленной на рис.5.1.

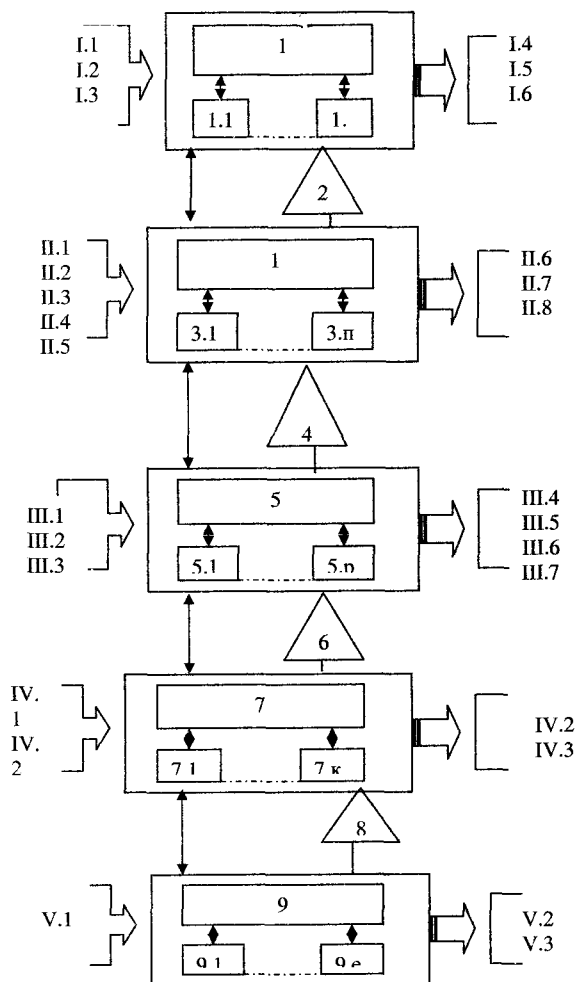


Рис.5.1. Схема формирования и реализации моделей принятия проектных решений на различных стадиях проектирования:
2-4-6-8- проверка соответствия решений по региону, предприятию, процессу (объекту) и компоненту решениям, принятым на более высоком уровне; 1-3-5-7-9- процедура принятия решений на уровнях соответственно отрасли, региона, предприятия, процесса, компонента.

Характеристика моделей принятия решений приведена в таблице 5.1.

Таблица 5.1.

Характеристика моделей принятия решений

Номенклатура моделей принятия решений	Информация на входе	Информация на выходе
1 – модель развития отрасли 1.I – 1.N – модели расчета укрупненных показателей по регионам	I.1. Потребность в продукции I.2. Производственные возможности регионов I.3. Ограничения в ресурсах на уровне отрасли	I.4. Схема размещения, параметры и показатели развития отрасли на перспективу I.5. Параметры и основные показатели развития регионов I.6. Схема размещения производительных сил
3 – модель развития региона 3. I.-3.n-модели расчета укрупненных показателей по предприятиям	II.1. Суммарный объем добычи по региону II.2. Схема размещения производительных сил в регионе II.3. Ограничения в ресурсах на уровне региона II.4. Производственные возможности предприятий региона II.5. Параметры и основные показатели развития региона	II.6. Уточненные схемы размещения производительных сил и предприятий в регионе II.7. Уточненные параметры и показатели развития региона II.8. Параметры и основные показатели развития предприятий
5 – модель принятия основных проектных решений по	III.1. Параметры и основные показатели развития предприятия	III.4. Генеральный план предприятия III.5. Уточненные параметры и основные проектные решения на полное развитие

предприятию 5.1 – 5.р – модели расчета укрупненных показателей по производственным процессам и объектам предприятия 7 – модель принятия решения по производственному процессу (объекту) 1.1. – 7. к – модели расчета укрупненных показателей по компоненту производственного процесса (объекта) 9 – модель принятия решений по компоненту производственного процесса (объекта) 9.1. – 9.е – модель принятия решений по элементам компонента	III.2. Ограничения в ресурсах на уровне предприятия III.3. Производственные возможности намечаемых к использованию объектов (в проекте реконструкции) IV.1. Параметры и основные технические решения по процессу (объекту) IV.2. Стоимость строительства по процессу (объекту) V.1. Параметры и основные технические решения по компоненту	предприятия. III.6. Параметры и основные технические решения по производственным процессам III.7. Стоимость строительства на полное развитие предприятия с разбивкой по очередям и процессам (объектам) IV.3. Уточненные параметры и технические решения по процессу (объекту) IV.4. Параметры и основные технические решения по компонентам V.2. Уточненные параметры и технические решения по компоненту V.3. Параметры и основные технические решения по элементам компонента
---	---	---

5.1. Пример экономико-математического моделирования при оптимизации проектных решений по угольной шахте

5.1.1. Экономико-математическое моделирование

При решении любой задачи методами экономико-математического моделирования на оптимум можно выделить шесть следующих этапов:

1. Постановка задачи, изучение ее сущности, установление основных влияющих факторов и параметров, набор необходимых технических, технологических и экономических данных и показателей. Установление основных зависимостей между исследуемыми факторами и параметрами;

2. Выбор критерия оценки и создание целевой функции. Формализация технико-экономической схемы объекта исследования, математическая интерпретация объекта (процесса), разработка экономико-математической модели. Важным моментом данной стадии (выбора критерия оценки) является обоснование необходимой степени полноты и сложности модели, так же как обоснование допустимости тех или иных упрощений при интерпретации объекта (процесса).

Разработка экономико-математической модели является весьма сложным и ответственным этапом работы. С одной стороны, если неоправданно упростить зависимости, выражающие исследуемый объект или процесс, то модель недостаточно правильно и точно будет отражать реальный объект и расчет на ЭВМ приведет к неверным результатам. С другой стороны излишнее усложнение основополагающих зависимостей и критериев ненужными деталями затрудняет нахождение рационального аналитического аппарата для расчетов и не позволяет проанализировать влияние огромного количества факторов. В этой задаче большую помощь может оказать предварительный анализ значимости главных действующих факторов (методами факторного анализа).

3. Выбор метода решения задачи, наиболее полно соответствующего ее характеру. При этом важно учесть сложность объекта, количество возможных вариантов, вид полученных зависимостей, точность исходных данных и вероятность их отклонения от заданных средних величин, необходимое для решения задачи время и т.д;

4. Составление алгоритмов решения задачи, обоснование последовательности выполнения всех математических действий. На основе алгоритма составляется программа или пакет программ, т.е. запись модели на языке вычислительной машины и обеспечивающих получение искомых результатов данных;
5. Подготовка необходимой для программы (пакета программ) информации и выполнение расчетов;
6. Анализ полученных данных результатов, поиски возможных ошибок, построение графиков, обоснование практически пригодных выводов, параметров и закономерностей. Важно при этом учесть дополнительные факторы, не учтенные в модели и не нашедшие математического выражения.

До начала моделирования затрат на основании эскизной проработки и анализа сравниваемых технологических схем и оптимизируемых параметров устанавливаются: перечень учитываемых производственных процессов и объектов; номенклатура оптимизируемых и неоптимизируемых характеристик предприятия; время производства работ; технические характеристики процессов и объектов.

В модель затрат и стоимостные показатели по производственным процессам и объектам в качестве аргументов входят характеристики варианта, которые должны быть представлены в форме зависимостей от оптимизируемых параметров шахты.

Длина выработок задается в виде исходной информации либо моделируется путем представления ее в виде алгебраической зависимости от размеров шахтного поля и его частей, а также элементов залегания пластов или рудной залежи в пространстве. Мощность предприятия и нагрузки на отдельные части поля моделируются в виде зависимости от нагрузки на выемочные участки и таких оптимизируемых параметров, как их число в частях шахтного поля.

Запасы в шахтном поле (в горизонте) и по отдельным шахтопластам или участкам рудных залежей принимаются, как правило, по геологическим данным и являются исходной информацией оптимизационной задачи. Запасы отдельных частей шахтного поля подлежат моделированию, если данные о них не приведены в геологических отчетах и если размеры этих частей оптимизируются.

Сроки службы частей шахтного поля моделируются, как правило, с помощью зависимостей, аргументами которых являются запасы ископаемого и интенсивность их разработки (т.е. нагрузка на ту или иную часть шахтного или рудного поля в единицу времени) либо длина выработки и скорость подвигания выемочного участка.

Затраты на проведение выработок зависят от вида и расположения последних в шахтном поле, типа крепи, сечения и времени проведения. Поэтому перед моделированием затрат необходимо составить алгебраические выражения для определения длины и числа выработок каждого вида, проводимых в различное время, либо задавать их значения в исходной информации. Затраты на проведения моделируются для каждой группы выработок, проводимых в однородных условиях.

Динамику капитальных затрат в период строительства предприятия рекомендуется принимать в соответствии со строительными нормами и правилами, а также укрупненными сметными нормативами. Динамика капитальных и эксплуатационных затрат в период работы горного предприятия не поддается достаточно точному прогнозированию. Поэтому при обычной постановке задачи удельные и годовые затраты рекомендуется определять как средние за период отработки отдельных частей шахтного поля.

При экономико-математическом моделировании следует стремиться к максимальной универсальности математического описания затрат на реализацию различных вариантов.

5.2. Некоторые особенности принятия основных проектных решений по угольной шахте для целей планирования

Особенности принятия основных проектных решений для целей планирования связаны с необходимостью обоснования развития и размещения не одного конкретного горнодобывающего предприятия, а множества действующих, строящихся и реконструируемых предприятий (на уровнях отрасли, бассейнов и регионов).

Поэтому задача оптимального перспективного планирования решается с использованием системы иерархически взаимосвязанных моделей. Такую систему целесообразно строить не только по принципу разделения на уровне планирования, но и по технологической направленности предприятий (добывающие,

перерабатывающие, транспортные, ремонтные, теплоэнергетические, электроэнергетические, строительные и др.). Потребность в ресурсе определенного вида по всем предприятиям должна являться основным входным параметром модели предприятия, обеспечивающего этот ресурс. Данный принцип построения модели позволяет, с одной стороны, разукрупнить общую модель и построить модель по каждому направлению относительно независимой от остальных, а с другой – обеспечить учет потребностей определенного вида ресурса всех предприятий.

Такая постановка по своей сути близка к практике планирования, она не требует перекалфикации огромного числа работников, связанных с вопросами планирования, но дает аппарат для получения данных и анализа возможных ситуаций на различных уровнях планирования. Процесс многоуровневой оптимизации плана позволит воспроизвести многие приемы, используемые на практике для выработки направлений развития производства, но уже на базе четкой методики и строгого математического аппарата. Оптимальный план развития отрасли, республики, бассейна, региона, района целесообразно строить в параметрическом виде, то есть в виде функции, аргументом которой (параметром) является потребность в угле или количестве наиболее дефицитного ресурса (обычно капиталовложений). В качестве критериев обычно применяют полные (эксплуатационные и капитальные) затраты за планируемый период, оптимум соответствует их минимуму при заданной потребности.

В модели шахты, предназначенной для целей планирования, необходимо отображать лишь те ее стороны функционирования объекта исследования, которые являются существенными при установлении его плановых показателей. Это – возможности шахты по объему добычи угля и его качеству; затраты материальных и трудовых ресурсов на производственную деятельность шахты. Поэтому в экономико-математической модели шахты должен быть предусмотрен следующий комплекс расчетов: определение размера грузопотока по звену его пропускной способности; проверка соответствия пропускной способности звена и величины проходящего по нему потока грузов; выбор мероприятий по увеличению пропускной способности звена, если она окажется меньше величины проходящего по нему потока; определение затрат на осуществление мероприятий по ликвидации «узких мест»; определение капитальных затрат, связанных с поддержанием и

увеличением фронта очистных работ или с модернизацией технологии ведения горных работ; определение эксплуатационных издержек и трудовых затрат на функционирование звена, а также потребности в оборудовании.

Для получения обоснованных плановых решений модель шахты необходимо строить на основе широкого использования действующих в отрасли технических и экономических норм и нормативов, а также инструкций и методик расчета параметров технологических процессов. Это - типовые технологические схемы ведения горно-транспортных работ, инструкции и методики расчета параметров технологии добычи угля; типовые ряды машин и оборудования и их проектные технические показатели; инструкция о порядке финансирования горных работ; цены на оборудование, материалы, топливо и электроэнергию; нормы амортизационных отчислений; сроки службы машин и оборудования; требования правил безопасности и правил технической эксплуатации относительно предельных норм содержания вредных примесей в рудничной атмосфере, скоростей движения воздуха, поперечных размеров горных выработок, предельных скоростей движений транспортных средств; нормы скорости проведения выработок; типовые проекты организации труда и др. В целях уменьшения трудоемкости работ и упрощения модели шахты при ее построении необходимо использовать результаты научных исследований по вопросам установления параметров технологии горного производства на шахтах.

Чтобы модель шахты была пригодна для формирования шахтовариантов значительной части шахт, разрабатывающих горизонтальные, пологие, наклонные и крутые пласты, в ней необходимо формализовать представительный перечень способов вскрытия шахтных полей, подготовки горизонтов и выемочных полей, технологии ведения очистных, подготовительных и транспортных работ.

В модели шахты необходимо предусматривать возможность изменения во времени техники, технологии и организации ведения горных и транспортных работ: в границах выемочных полей – системы разработки, способы механизации очистных работ, суточные режимы работы лав, параметры примыкающих к лавам выработок; на главных горизонтальных выработках – вид транспортного оборудования; в целом по шахте – недельный режим работы по добыче угля.

Экономико-математическое моделирование формирования перспективных и предварительных годовых планов шахтостроительных организаций предусматривает: сбалансирование плана строительно-монтажных работ с наличными мощностями шахтостроительного комбината; определение общего объема строительно-монтажных работ, в том числе выполняемых строительно-монтажными организациями собственными силами; разработка оптимальных планов строительных организаций комбината в пределах установленного для него общего объема работ; перераспределения нескладируемых ресурсов между строительными организациями комбината в соответствии с планируемым объемом работ; определение объема собственных капитальных вложений, обеспечивающих необходимое развитие мощностей строительно-монтажной организации с целью успешного освоения народнохозяйственного плана.

Только после сбалансирования плана годовой программы работ комбината с учетом распределения ресурсов и полученной проектно-сметной документации на планируемый год можно и необходимо разработать проекты производства работ, рабочие узловые сетевые графики и сформировать календарный план работ по всем объектам, включенным в планы работ всех исполнителей. Такой сбалансированный план выполнения работ и обеспечения их всеми ресурсами по кварталам и месяцам является залогом ритмичной работы шахтостроительных организаций и обеспечения ввода объектов и мощностей в установленные сроки при получении максимальной прибыли.

6. ВИДЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В САПР

В САПР используют как функциональные, так и структурные математические модели. Функциональные модели служат для отображения физических или информационных процессов, протекающих в объекте при его возведении (изготовлении) и эксплуатации.

Примером простой аналитической модели служит выражение М.М. Протодяконова для определения высоты свода обрушения $b = af$ (a – полупролет выработки, f – коэффициент крепости).

Как известно, эта модель имеет ограниченную область применения, т.е. адекватность ее весьма низка.

Алгоритмические функциональные модели выражают связи выходных параметров с внешними и внутренними в форме алгоритма. Примером алгоритмической математической модели является система линейных уравнений. Для решения этой системы применен алгоритм Гаусса. Вычисление силовых и кинематических параметров производится по алгоритмам метода начальных параметров.

Для отражения проведения проектируемого объекта во времени при задании внешних воздействий на объект используется имитационное моделирование. Особенностью имитационной модели является описание объектов и процессов (например, горных выработок и технологии их проведения) по нужным, но неполным показателям: по времени работы, интенсивности, экономическим затратам, расположению в составе подземного сооружения и т.п.

Неполнота описания объекта позволяет проектировщику в диалоге с ЭВМ перебирать огромное число вариантов и выбирать оптимальные решения. При таком моделировании используются интуиция и опыт проектировщика, понимающего ситуацию на производстве и в строительстве.

Необходимо подчеркнуть, что оптимального решения в математическом понимании (в смысле экстремума) здесь не может быть найдено. Однако имитационная модель позволяет в заданное время получить вполне приемлемые варианты. Она включает в себя эвристические элементы, используя подчас неточную и противоречивую информацию.

Этим имитационное моделирование ближе к реальной жизни и служит подспорьем проектировщику в решении сложных инженерных задач.

Структурные модели в САПР используют в случаях, когда задачи синтеза удастся ставить и решать, абстрагируясь от особенностей физических процессов в объекте. Они подразделяются на топологические и геометрические модели.

В топологических моделях отображаются состав и взаимосвязи элементов объектов. Их применяют для описания объектов, состоящих из большого числа элементов, при решении задач привязки конструктивных элементов к определенным пространственным позициям (например, задачи компоновки горных выработок, технологического оборудования, размещения узлов и деталей, трассировки коммуникаций) или к относительным моментам

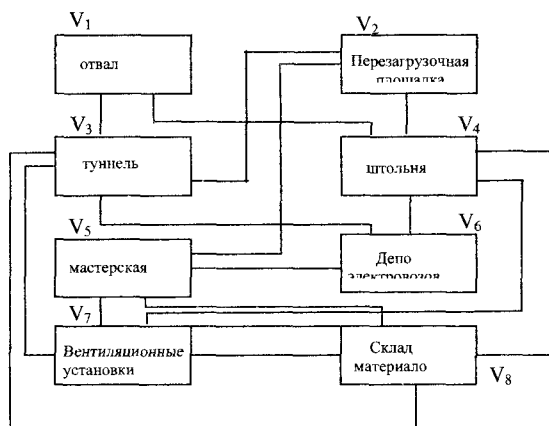
времени (например, при проектировании технологических схем проведения выработок, календарных графиков). Топологические модели имеют форму графов, таблиц (матриц), списков и т.п.

В геометрических математических моделях, помимо сведений о взаимном расположении элементов, содержатся данные об их геометрической форме. Геометрические модели могут описываться совокупностью уравнений линий и поверхностей; алгебраических соотношений, описывающих области, составляющие тело объекта; графами и списками, отображающими конструкции из типовых элементов, и т.п.

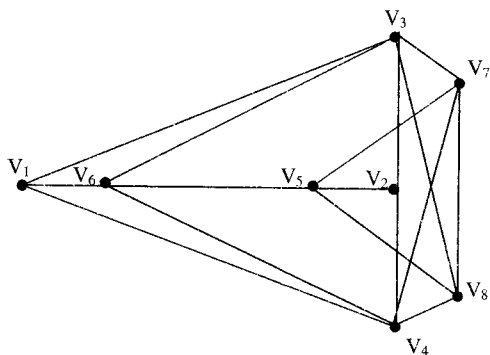
Неформализованное структурное описание фрагмента технологической подсистемы строительства горного транспортного туннеля представлено на рисунке 6, а. Математическая модель структуры этого фрагмента описывается графом $G=(V, X)$, где V – множество вершин, соответствующих элементам системы; X – множество связей между элементами, определяемых транспортными потоками между элементами системы.

Граф наглядно изображается диаграммой (рисунок 6, б), матричным (рисунок 6, в) или списочным (рисунок 6, г) описанием структуры. Матрица $A[m]$ представляет собой квадратную матрицу размерности m , где m – число элементов системы.

а)



б)



в)

	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	V ₇	V ₈
V ₁	0	0	1	1	0	0	0	0
V ₂	0	0	1	1	1	0	0	0
V ₃	1	1	0	0	0	1	1	1
V ₄	1	1	0	0	0	1	1	1
V ₅	0	1	0	0	0	1	1	1
V ₆	0	0	1	1	1	0	0	0
V ₇	0	0	1	1	1	0	0	1
V ₈	0	0	1	1	1	0	1	0

г)

V ₁	V ₃ V ₄
V ₂	V ₃ V ₄ V ₅
V ₃	V ₁ V ₂ V ₆ V ₇ V ₈
V ₄	V ₁ V ₂ V ₆ V ₇ V ₈
V ₅	V ₂ V ₆ V ₇ V ₈
V ₆	V ₃ V ₄ V ₅
V ₇	V ₃ V ₄ V ₅ V ₈
V ₈	V ₃ V ₄ V ₅ V ₇

Рис. 6 - Структурное описание фрагмента технологической подсистемы: а) - структурная схема процесса; б) - диаграмма графа; в) - матричная диаграмма структуры; г) - списочная диаграмма структуры.

7. МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ (Optimization model). МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Необходимость принятия решений возникает повседневно и ежечасно. Многие решения принимаются без специальных обоснований, просто на основе интуиции и здравого смысла. Мозг человека, обладающего необходимым запасом знаний, наделен природной способностью к принятию в большинстве случаев правильных, притом наиболее оптимальных решений. **Оптимизация** в принятии таких решений происходит как бы сама собой, в процессе жизненной практики.

Подобным образом принимаются некоторые решения в процессе проектирования подземных сооружений, особенно при использовании метода аналогии и повторных решений. Например, форма поперечного сечения горной выработки, материал обделки, вид транспорта, способ вентиляции и ряд других решений принимаются обычно без специального расчета, а только на основе имеющегося опыта и здравого смысла. Главной идеей теории оптимального проектирования и управления практически в любой отрасли знаний и любой отрасли народного хозяйства является также оптимизация, в частности, и в горной промышленности. Но здесь в силу факторов, подобных фактору типа «проклятие размерности» или, например, природного фактора, для большинства случаев невозможно принятие правильных решений без привлечения мощного формализованного аппарата и инструментария.

Следует отметить при этом, что процессы принятия решений при всем их многообразии имеют две характерные черты.

1. Условия задачи допускают большое количество возможных вариантов, из которых надо выбрать оптимальный. Притом с увеличением количества рассматриваемых вариантов растет объем информации, необходимой для решения задачи и ее описание становится более громоздким.

2. Принятие решения осуществляется для определенной цели, т.е. выбранное решение должно наилучшим образом обеспечивать достижение поставленной цели.

Для сравнения возможных вариантов и оценки их соответствия поставленной цели необходимо уметь количественно оценивать

степень достижения цели при различных вариантах или эффективность операции. Количественный критерий, с помощью которого определяется эффективность операции, называется показателем эффективности.

Таким образом, процесс принятия решений можно описать функцией, аргументами которой являются допустимые решения, а значениями - числа, характеризующие меру достижения поставленной цели при различных аргументах. Эта функция называется целевой. Она связывает допустимые решения с показателем эффективности. Задача выбора решения сводится к нахождению экстремального значения функции (показателя эффективности) и аргумента, на котором оно достигается.

Решение, максимизирующее (минимизирующее) функцию (показатель эффективности), является оптимальным.

Эффективность операции зависит от двух групп факторов: условий ее проведения (наличие ресурсов, погодные условия, плановые задания и т.д.) — $a_1, a_2, \dots, a_n$ способа организации и параметров операции $x_1, x_2, \dots, x_m$. Выбор способа организации операции и ее параметров представляет собой решение задачи, а искомые величины $x_1, x_2, \dots, x_m$ - его элементы.

Критерием эффективности операции является функция заданных условий и элементов решения

$$W = f(a_1, a_2, \dots, a_n; x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Заданные условия $a_1, a_2, \dots, a_n$ могут быть функциями и ограничениями элементов решения.

Основная задача исследования операций математически может быть сформулирована следующим образом: при заданных условиях $a_1, a_2, \dots, a_n$ найти такие элементы решения $x_1, x_2, \dots, x_m$, при которых показатель W достигает максимума (минимума).

Это типичная математическая вариационная задача. Однако решить ее методами классической математики невозможно или затруднительно из-за большого числа переменных, наличия ограничений и иногда из-за дискретности изменения переменных. Для решения таких задач применяют методы математического программирования.

Рассмотренный выше случай представляет собой так называемый детерминированный процесс, который в чистом виде наблюдается редко.

Обычно на исход операции влияют различные случайные факторы, при этом условия ее проведения известны неточно или не полностью. Например, горно-геологические условия залегания месторождения и качественная характеристика полезного ископаемого, а также производительность оборудования являются вероятностными величинами. В подобных случаях кроме известных условий выполнения операции $a_1, a_2, \dots, a_n$ и элементов решения $x_1, x_2, \dots, x_m$ показатель эффективности W зависит также от неизвестных факторов $b_1, b_2, \dots, b_j$.

$$W = f(a_1, a_2, \dots, a_n; b_1, b_2, \dots, b_j; x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Хотя $b_1, b_2, \dots, b_j$ неизвестны вообще или известны неточно, задача принятия решений существует и формулируется следующим образом: при заданных $a_1, a_2, \dots, a_n$ с учетом неизвестных факторов $b_1, b_2, \dots, b_j$ найти элементы решения $x_1, x_2, \dots, x_m$, обращающие по возможности в максимум (минимум) критерий эффективности W . Это уже не чисто математическая задача. Наличие неизвестных факторов $b_1, b_2, \dots, b_j$ переводит ее из разряда детерминированных в разряд статистических, которые подразделяются на задачи в условиях риска и неопределенности.

К задачам в условиях риска относятся такие, в которых неизвестные j факторы $b_1, b_2, \dots, b_j$ могут быть охарактеризованы статистически определенными законами распределения. Например, работу оборудования, ошибку подсчета запасов можно охарактеризовать статистическими показателями, закон распределения которых находят методами математической статистики.

Если $b_1, b_2, \dots, b_j$ — случайные величины с известными (определенными) законами распределения, то оптимизация решения может осуществляться двумя способами: сведением к детерминированной задаче или оптимизацией "в среднем".

При первом способе случайные величины $b_1, b_2, \dots, b_j$ заменяются их математическими ожиданиями, т.е. неизвестные факторы переводятся в разряд детерминированных. Этот прием достаточно груб и применим в том случае, если случайные факторы изменяются в небольшом диапазоне.

Второй способ более сложен. Критерий оптимальности выражается статистически, в него вводятся законы распределения случайных факторов и выбирается решение, оптимизирующее математическое ожидание показателя эффективности.

Если задача решается многократно (например, при сменном планировании), то результат будет известен. При разовом решении задачи (например, при проектировании предприятия) случайные величины могут существенно отклоняться от средних значений. Поэтому наряду с расчетом математического ожидания надо оценивать его дисперсию σ . Когда неизвестные факторы $b_1, b_2, \dots, b_j$ нельзя охарактеризовать статистически (нельзя получить законы распределения этих факторов), возникает задача выбора решений в условиях неопределенности. В этом случае вместо оптимизации "в среднем" следует рассматривать диапазон изменения факторов $b_1, b_2, \dots, b_j$ и для каждого из них находить решение. В результате будут найдены локально-оптимальные решения, являющиеся оптимальными при определенных значениях неизвестных факторов $b_1, b_2, \dots, b_j$. Совокупность локально-оптимальных решений дает полную картину для выбора оптимального варианта. Если нет решения, предпочтительного для всех условий (доминирующего), то можно принять решение, которое не является строго оптимальным ни для одного из условий, но приемлемо для целого их ряда. Такая задача относится к задачам выбора компромиссного решения.

В ряде случаев факторы $b_1, b_2, \dots, b_j$ зависят не от объективных обстоятельств, а являются результатом действия активно противостоящего нам противника. Математическая теория конфликтных ситуаций достаточно хорошо разработана (теория игр). Она позволяет принимать наименее рискованное решение, дает основания для выбора стратегии поведения.

Несмотря на разнообразие встречающихся операционных задач, лежащие в их основе оптимизационные модели включают всегда одни и те же составные части и имеют общий вид, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ — управляемые, оптимизируемые переменные, значения которых необходимо найти в результате решения; $a_1, a_2, \dots, a_n$ — неуправляемые переменные или параметры модели; Z — критерий оптимальности; $A_1, A_2, \dots, A_n$ — граничные условия операций.

Критерий оптимальности — это показатель эффективности решения, выбираемый на стадии постановки оптимизационной задачи.

$$Z = F(x_1, x_2, \dots, x_n; a_1, a_2, \dots, a_m) \rightarrow \max(\min); \quad (7.1)$$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; a_1, a_2, \dots, a_m) \leq A_1; \\ f_r(x_1, x_2, \dots, x_n; a_1, a_2, \dots, a_m) \leq A_r \end{cases} \quad (7.2)$$

$$\begin{cases} \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n; a_1, a_2, \dots, a_m) = 0; \\ \varphi_r(x_1, x_2, \dots, x_n; a_1, a_2, \dots, a_m) = 0_r \end{cases} \quad (7.3)$$

Функция (7.1), связывающая критерий оптимальности с параметрами системы, называется целевой функцией.

Граничные условия $A_1, A_2, \dots, A_n$ определяются на стадии постановки, конкретизируют цель и ограничивают условия проведения операции. Величины $x_1, x_2, \dots, x_m$ и $a_1, a_2, \dots, a_n$ представляют собой параметры системы, существенно связанные с критерием оптимальности и граничными условиями. В качестве оптимизируемых величин $x_1, x_2, \dots, x_m$ выбирают параметры, на которые может влиять руководитель операции.

Остальные существенные параметры системы $a_1, a_2, \dots, a_n$ выполняют роль параметров модели. Эти параметры учитываются руководителем операции, но он не имеет средств воздействовать на них. Следует отметить, что одна и та же величина может быть управляемой переменной или параметром модели в зависимости от лица, принимающего решения.

Например, проектировщик может рассматривать газоносность рабочего пласта, как управляемую переменную, предусматривая его предварительную дегазацию. Для начальника участка это уже неуправляемый фактор, который необходимо учитывать при решении целого ряда производственных задач, но на который у него нет средств повлиять.

Система ограничений (7.2) связывает оптимизируемые величины и параметры модели с граничными условиями операции, заданными постановкой задачи. Но этих ограничений часто бывает недостаточно, так как они обычно учитывают внешние условия операции и не отражают внутренних связей существенных параметров системы. С этой целью в модель вводится система ограничений (7.3), отражающая внутренние условия проведения операции.

Например, поставлена задача: установить сменные задания участкам таким образом, чтобы план шахты выполнялся при минимальной средней зольности добываемого угля.

В этой задаче оптимизируемыми переменными являются нагрузки на участки шахты - $x_1, x_2, \dots, x_m$, критерием оптимальности -

зольность добываемого угля в среднем по шахте Z , а граничными условиями — сменное плановое задание шахте по добыче угля A . Поставленную задачу при этих обозначениях можно записать в виде модели

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n z_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = A.$$

где Z_j - зольность угля на i -м участке шахты; n - число участков.

Эта модель дает тривиальное решение задачи $x_k = A$, если $Z_k = \min Z_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ и остальные $x_i = 0$, $i \neq k$, $i = 1, 2, \dots, n$. То есть вся нагрузка на шахту должна выполняться участком с минимальной зольностью добываемого угля. Очевидно, что такое решение в большинстве случаев неприемлемо из-за ограниченной производительности участков, пропускной способности транспортных звеньев, обслуживающих несколько очистных забоев, условий проветривания и т.д. Следовательно, модель должна быть дополнена системой ограничений, учитывающих условия, специфические для каждой конкретной шахты.

Структура системы ограничений (7.2) определяется постановкой задачи и, как правило, формулируется без особого труда. В отличие от этого, каждое ограничение системы (7.3) - результат исследования возможных последствий изменения оптимизируемых величин в условиях конкретной производственной системы.

Критерий оптимальности выбирается на стадии постановки задачи. Как правило, это один из натуральных или экономических показателей системы, служащий для оценки ее эффективности. Реже в качестве критерия оптимальности используется функция нескольких показателей системы, отражающих разные аспекты эффективности ее функционирования. Такие критерии называют синтетическими. В отличие от натуральных и экономических, синтетические критерии обычно не имеют четкого физического или экономического смысла и не позволяют прямо определить эффект от реализации полученного решения.

На стадии проектирования горных предприятий обычно используется критерий — минимум удельных приведенных затрат, учитывающий эффективность капитальных вложений в народное хозяйство и разновременность затрат.

На стадии эксплуатации для оценки производственных решений с небольшим сроком реализации в качестве критериев обычно используют показатели: себестоимость продукции; производительность труда; удельная прибыль; рентабельность.

Следует отметить, что критерий оптимальности играет ведущую роль в согласовании работы взаимосвязанных систем. Проблема выбора критерия при проведении операции внутри сложной системы решается методами системного анализа.

Чем сложнее система, тем труднее найти единый показатель эффективности ее функционирования. Так, работа предприятия оценивается целым рядом плановых и расчетных показателей, отражающих разные аспекты производственно-хозяйственной деятельности. В результате решения многих производственных задач оказывается невозможным оценить одним критерием эффективности и возникает многокритериальная постановка задачи. Такая постановка предусматривает включение в цель операции нескольких критериев, оптимизируемых одним решением.

Нередко многокритериальная постановка возникает из-за того, что для какого-либо показателя не удастся установить верхней или нижней границы на стадии постановки задачи. В этом случае из ограничивающего условия показатель переходит в роль дополнительного критерия, который должен минимизироваться или максимизироваться.

С математической точки зрения решение оптимизационной задачи сводится к отысканию условного экстремума целевой функции на множестве решений системы ограничений. В многокритериальной постановке число целевых функций равно числу критериев оптимальности, что в общем случае приводит к неразрешимости задачи из-за несовпадения точек условного экстремума функций. Поэтому при многокритериальной постановке ищется решение, которое в большей или меньшей степени приближает значение отдельных критериев к уровню условного экстремума соответствующей целевой функции.

Подобные задачи решают путем сведения их к однокритериальным одним из следующих способов:

введением комплексного критерия, объединяющего все показатели эффективности в одну функцию;

последовательным решением задачи поочередно с различными критериями и поиском некоторого компромисса между результатами.

Подробно способы решения многокритериальных задач будут рассмотрены ниже.

Одним из важнейших элементов оптимизационной модели является целевая функция (7.1), связывающая критерий оптимальности с оптимизируемыми переменными и параметрами модели. Эта функция может состояться из отдельных частных, аналитических или эмпирических зависимостей, представлять собой множественное уравнение регрессии или аналитически выводиться на основе анализа системы, но в любом случае она должна отвечать следующим требованиям:

однозначно связывать все оптимизируемые переменные с критерием оптимальности;

не иметь разрывов на всем множестве допустимых значений оптимизируемых переменных.

Точность вычисления критерия должна позволять однозначно сравнивать два решения, отличающиеся на величину, близкую к погрешности определения любой из оптимизируемых переменных. Кроме этих требований желательно, чтобы целевая функция имела простейший вид и была унимодальной, т.е. имела один экстремум. Эти же требования и пожелания относятся к целевым функциям многокритериальных задач.

Появление в задаче качественных переменных может несколько изменить вид операционной модели, хотя ее структура в принципе не изменится. Прямое включение качественных переменных в оптимизационную модель невозможно, поэтому их учитывают косвенно, путем изменения структуры модели. Например, при оптимизации параметров подготовки шахтного поля могут рассматриваться различные системы разработки, каждая из которых характеризуется рядом общих и специфических переменных, входящих в различные расчетные выражения. В этом случае оптимизационная модель распадается как бы на ряд подмоделей, определяющих оптимальные варианты для каждой системы разработки по одному и тому же критерию. Окончательный выбор делается путем сравнения этих лучших для каждой системы разработки вариантов.

7.1. Этапы решения оптимизационной задачи

Процесс решения любой операционной задачи на основе оптимизационной модели можно разделить на следующие этапы:

- постановка задачи;
- составление математической оптимизационной модели;
- выбор метода и разработка алгоритма решения;
- подготовка информации и вычисление оптимального решения;
- анализ и проверка полученного решения;
- разработка рекомендаций по использованию результатов.

Выделение этих этапов в известной мере условно, так как они теснейшим образом связаны между собой. Например, при составлении математической модели нередко приходится уточнять постановку задачи и постоянно иметь в виду возможность использования того или иного стандартного метода поиска оптимального решения. Но, тем не менее, каждый из этих этапов имеет свои начальные условия, результат и определенную методику.

Результатом этапа постановки является формально записанная задача с полностью определенной целью операции. Напомним, что цель операции (7.1) содержит критерии оптимальности и граничные условия.

Для достижения этого результата необходимо: уяснить и словесно сформулировать задачу; выбрать критерии оптимальности; поставить граничные условия; формально записать задачу и утвердить эту постановку.

В процессе уяснения и словесного описания задачи необходимо ответить на следующие вопросы.

Какой результат ожидается получить?

Чем его измерить?

Какие средства отпускаются для достижения результата, их источники?

Какими показателями измеряются эти средства?

Какой эффект ожидается получить и за счет чего?

Чем можно измерить эффект?

Организация операции может предусматривать два варианта:

руководитель операции сам формулирует и решает задачу, а также реализует результаты;

руководитель операции ставит задачу, принимает и реализует результаты, а формулирует и решает задачу специалист по исследованию операций, которого далее будем называть "исследователем".

В первом случае, который встречается обычно при решении небольших задач, руководителю необходимо самому себе ответить на указанные вопросы, как можно объективнее оценивая ситуацию, собственные пожелания и требования руководства.

Во втором случае ситуация сложнее, так как во-первых, такая организация используется для решения более крупных проблем; во-вторых, в постановке задачи принимают участие два человека, что увеличивает влияние субъективных факторов.

Чтобы у исследователя сложилось правильное мнение по перечисленным вопросам, руководителю необходимо:

самому как можно полнее и объективнее ответить на эти вопросы;

невзирая на потери времени, дать ответы на все вопросы исследователя;

в тактичной форме выяснить, насколько правильно ответы поняты исследователем.

В свою очередь, исследователю можно дать следующие советы: перед очередной встречей с руководителем надо сформулировать перечень вопросов, по которым будет проходить беседа. В ходе беседы они могут уточняться;

в ходе беседы надо сразу уточнять используемые термины, названия показателей и т.д. Неправильное толкование названия или термина может исказить понимание задачи;

важно не только слушать, но и слышать, что говорят. Нередко у исследователя складывается свое представление о проблеме и он начинает пропускать мимо ушей то, что идет вразрез с его мнением;

для правильного понимания проблемы исследователю следует постараться представить себя на месте руководителя и взглянуть на ситуацию с этой точки зрения;

при изучении проблемы надо избегать стереотипов ранее решенных задач. Тем более нельзя пытаться втиснуть ее в рамки известной модели только за тем, чтобы использовать стандартный метод решений.

Для точной оценки ситуации исследователь должен проверять и уточнять все утверждения и замечания руководителя при помощи

встречных вопросов. Все противоречивые высказывания должны обязательно разрешаться.

После уяснения общей постановки задачи выбираются критерии оптимальности. С этой целью составляются перечни показателей, определяющих результат и эффект. Затем на основе логического, инженерного анализа оценивается связь между результирующими показателями и, дублируемые величины исключаются. То же выполняется для группы показателей эффективности. Далее устанавливается связь между результирующими показателями оценки эффективности. Критерии оптимальности выбирают среди группы показателей эффективности, тесно связанных с результатом операции. Если решаемая задача представляет собой часть более крупной проблемы, то выбор критериев оптимальности осуществляется на основе декомпозиции проблемы таким образом, чтобы достижение целей отдельных задач обеспечивало решение всего вопроса.

Граничные условия устанавливают на показатели, определяющие результат операции и выделяемые средства.

В результате этих исследований проблемы формулируется постановка задачи с количественными параметрами цели. Эту постановку целесообразно всесторонне рассмотреть с руководителем операции и, только устранив все замечания, приступить к построению модели.

Итог следующего этапа — оптимизационная модель задачи с полностью сформулированной системой ограничений и целевой функцией.

Для ее получения необходимо:

исследовать систему и выявить существенные для решения задачи параметры, сформулировать группы оптимизируемых и неуправляемых величин;

составить целевую функцию и систему ограничений, определенную граничными условиями;

описать ограничения, отражающие особенности моделируемого объекта.

Под существенными параметрами понимаются показатели системы, определяющие результат и эффективность операции. Для их выявления проводится всестороннее исследование факторов, влияющих на результирующие показатели и критерий оптимальности. С этой целью на основе инженерного, логического анализа

выявляется исходная группа влияющих факторов, определяется логическая схема их взаимодействия, которая затем проверяется статистически или экспериментально. В производственных задачах чаще используется статистический анализ на основе имеющихся технико-экономических показателей. В качестве переменных и параметров модели выбирают величины, существенно связанные с результатом операции и критерием эффективности и не дублирующие друг друга.

В качестве оптимизируемых переменных берут те показатели, на которые может влиять руководитель операции. Значения остальных оцениваются статистическим путем, прогнозируются или определяются заданиями вышестоящих организаций и включаются в модель в виде числовых параметров.

После выявления оптимизируемых переменных и параметров модели составляются целевая функция и ограничения. В зависимости от типа переменных, изученности системы и решаемой задачи строят аналитические или эмпирические зависимости, добиваясь примерно одинаковой точности во всех выражениях, входящих в модель.

Составив оптимизационную модель, приступают к выбору метода поиска оптимального решения, составлению алгоритма и программы расчета на ЭВМ. В настоящее время математическое программирование позволяет решать многие классы оптимизационных задач, а разработка новых методов требует больших теоретических изысканий, поэтому на практике выбор метода решения сводится к подбору стандартного алгоритма или их сочетаний. Метод оптимизации определяется видом модели и свойствами оптимизируемых переменных (непрерывные, дискретные, случайные), поэтому возможность использования того или иного алгоритма решения необходимо предвидеть еще на стадии составления модели. В отдельных случаях трудности поиска оптимального решения заставляют менять вид модели.

При решении многокритериальных задач сначала выбирают способ принятия решения (объединение критериев в комплексный критерий, поиск компромиссного решения), а затем — метод оптимизации для однокритериальных моделей, к которым сводится исходная задача. Выбрав метод решения и уточнив вид модели, приступают к программированию задачи для ЭВМ и одновременно готовят исходную информацию. На этом этапе все параметры модели должны получить количественные значения, а для этого требуется

провести сбор и обработку исходной информации. Следует отметить, что на сбор информации иногда приходится до трех четвертей всего времени моделирования, а ее наличие и достоверность определяют успех решения задачи.

После получения оптимального решения оно проверяется и всесторонне анализируется. Важность этого этапа трудно переоценить, так как именно здесь определяется возможность и целесообразность использования полученных результатов и принимается окончательное решение проблемы. Проверка модели и результатов проводится в две фазы — сначала выбирают способ проверки, а затем устанавливают адекватность модели, устойчивость и точность оптимального решения. Следует подчеркнуть, что методически проверка результатов нередко представляет собой задачу не менее сложную, чем решение самой оптимизационной задачи.

В заключение разрабатывают рекомендации по внедрению результатов моделирования, в которых даны производственные ситуации для разработанных моделей, эффективность возможных решений и указания для практического действия.

Рекомендации должны быть написаны языком, понятным для тех, кто будет ими пользоваться. В них следует обстоятельно указывать функции каждого работника, внедряющего результаты моделирования, и порядок их выполнения. Однако на практике могут возникнуть такие обстоятельства, которые заранее трудно предвидеть. Поэтому специалисты, разрабатывающие математические модели, должны принимать непосредственное участие в реализации своих выводов и рекомендаций.

Использование полученных рекомендаций должно позволить руководителю лучше обосновать принимаемое решение. Причем использование методов математического моделирования не снимает с него обязанности принимать решения и отвечать за них.

7.2. Особенности решения задач математического программирования

Разработка методов поиска оптимального решения на заданной оптимизационной модели составляет предмет математического программирования.

В общем виде задача математического программирования формулируется следующим образом: найти значения переменных $x_1, x_2, \dots, x_m$, обеспечивающие максимум (минимум) целевой функции

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max(\min) \quad (7.2.1)$$

на множестве допустимых решений системы ограничений

$$\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq \beta_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (7.2.2)$$

В качестве дополнительных ограничений в задачу может включаться требование целочисленности или бинарности (значения 0 или 1) всех или некоторых переменных.

Метод решения — это теоретически обоснованная совокупность правил, обеспечивающих решение определенного типа задач. Важно отметить, что метод решения — это не только алгоритм расчета, но и правила оценки результата, анализ возможности возникновения ошибок, обоснование точности решения.

По своей постановке задачи математического программирования образуют класс задач поиска условного экстремума функции многих переменных. Их принципиальное отличие от задач поиска безусловного экстремума заключается в том, что при ограниченной области изменения переменных максимальное значение функции может достигаться не только в точке ее экстремума, но и на границе изменения переменных. Это хорошо иллюстрируется следующим примером. Пусть необходимо найти максимум линейной целевой функции $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + Q \rightarrow \max$ на множестве решений системы

$$\begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 = b \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Из математического анализа известно, что необходимое условие существования безусловного экстремума — наличие точки, в которой частные производные от всех переменных обращаются в ноль. В данном случае

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = c_1 \neq 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial z}{\partial x_2} = c_2 \neq 0$$

То есть функция не имеет точек безусловного экстремума и можно говорить только об условном максимуме на множестве допустимых значений аргументов x_1 и x_2 . Этими значениями являются неотрицательные решения ограничения — равенства $a_1x_1 +$

$a_2x_2 = b$ и данная задача сводится к исследованию этих решений и значений функции Z на них.

Таким образом, решение задач математического программирования в первую очередь требует разработки методов нахождения и перебора решений систем ограничений, состоящих из уравнений и неравенств многих переменных, и затем методов анализа изменения целевой функции на этом множестве решений.

Другой отличительной особенностью задач математического программирования является возможность разрывов в области допустимых значений переменных. Так, в задачах с дискретными переменными область допустимых значений распадается на ряд отдельных точек, что вообще исключает применение метода анализа производных.

Особое место в задачах математического программирования занимают модели со случайными функциями. Для этих задач понятие единственного оптимального решения вообще теряет смысл, так как наличие случайных функций-ограничений "размывает" область допустимых значений, делает ее неопределенной, а случайная целевая функция приводит к неопределенности выбора двух близких решений.

Для решения оптимизационных задач в настоящее время разработано большое число методов, которые можно разделить на две группы: конечные и приближенные.

Конечные методы гарантируют получение точного решения за конечное число шагов. Точность решения определяется только погрешностью вычислений. Приближенные методы позволяют получить лишь приближенное значение оптимума с погрешностью,

в метод решения задачи, а число шагов в принципе может быть бесконечным.

Как конечные, так и приближенные методы могут быть универсальные, позволяющие решать некоторый класс задач, или специальные - применяемые для решения задач только определенного типа.

По принципу поиска оптимального решения все методы можно разделить на аналитические и итерационные. В первом случае за счет аналитических преобразований и вычислений получают единственное допустимое и оно же оптимальное решение. Во втором - оптимум находят путем перебора некоторого числа допустимых решений.

Возможность использования того или иного метода, его эффективность, вероятность ошибочных результатов и т.д. требуют многостороннего теоретического исследования и обоснования. Для наиболее распространенных в настоящее время итерационных методов такое обоснование строится по следующей схеме:

определяют свойства множества допустимых решений в результате исследования отдельных ограничений;

определяют условия существования оптимума и возможные исходы решения задачи исходя из этих свойств и вида целевой функции;

выбирают стратегию поиска оптимального решения. Определяют критерии перехода от одного решения к другому, обеспечивающие эту стратегию. Оценивают конечность поиска с помощью этой стратегии;

разрабатывают численную процедуру, найдя соответствующие признаки допустимого и оптимального решений.

Изложение теоретического обоснования всех приводимых ниже методов не представляется возможным в рамках учебного пособия, но описание одних алгоритмов также недопустимо, так как это затруднит понимание сути оптимизации и может привести к ошибкам в постановке задач, интерпретации результатов. Наиболее подробно изложена теория линейного программирования, имеющего большое самостоятельное практическое значение и широко применяемого в других методах оптимизации. В остальных случаях теория будет излагаться только в минимальном объеме, необходимом для понимания сути процесса оптимизации.

7.3. Графическое решение оптимизационной задачи

Графическое решение оптимизационных задач вряд ли можно рассматривать как метод- математического программирования из-за его очень ограниченных возможностей, но он полезен для иллюстрации идей, заложенных в численные методы решения.

Графически легко решаются задачи с одной или двумя оптимизируемыми переменными.

В этом случае решение сводится к построению и анализу точек пересечения ряда линий на плоскости. Задачи с тремя переменными требуют изображения и анализа линий пересечения поверхностей в

трехмерном пространстве, что весьма сложно с графической точки зрения, а большее число переменных делает задачу графически неразрешимой.

Графическое решение включает следующие операции:

в прямоугольных координатах, соответствующих оптимизируемому переменным, строят области решений всех ограничений;

определяют пересечение областей решения всех ограничений, которое представляет собой множество допустимых решений задачи;

строят ряд линий равного уровня целевой функции, покрывающих область допустимых решений;

по линиям уровня находят точку оптимума целевой функции на области допустимых решений.

Одним из случаев графического решения оптимизационной задачи является поиск на геодезическом плане точки с максимальной отметкой в пределах оконтуренного участка. В этом случае площадь участка - это множество допустимых решений, а горизонталь - линии уровня целевой функции. Полный процесс графического решения отличается от этой задачи тем, что включает в себя еще и построение "плана участка" с "горизонталями".

Так как графический метод будет использоваться далее только как иллюстрация, рассмотрим его на примерах, без строгих определений и доказательств.

Пусть имеется модель

$$W = x_1 + 3x_2 - 6 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 16$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

В прямоугольной системе координат x_1 и x_2 последовательно построим области решений ограничений-неравенств.

Из аналитической геометрии известно, что решения уравнения $f(x_1, x_2) = c$ в прямоугольной системе координат x_1 и x_2 образуют плоскую линию, разделяющую множества решений неравенств $F(x_1, x_2) \geq c$ и $F(x_1, x_2) \leq c$. То есть линия отсекает часть плоскости, на которой лежат точки, представляющие собой решения соответствующего неравенства. Образованная ими область может быть сплошной или разрывной в зависимости от свойств функции $F(x_1, x_2) = c$. При графическом решении задач с нелинейными

ограничениями область решений неравенств можно определить, построив линию разделяющих значений $F(x_1, x_2) = c$, и затем семейство линий $F(x_1, x_2) = c - \Delta c$; $\Delta c > 0$, покрывающих область предположительных значений переменных x_1, x_2 .

Для построения области решения линейных неравенств можно воспользоваться их известными свойствами. Решения уравнения $ax_1 + bx_2 = c$ в прямоугольной системе координат образуют прямую линию. Эта прямая делит плоскость на две полуплоскости. Одна из этих полуплоскостей состоит из множества точек, являющихся решениями неравенства $ax_1 + bx_2 - c \geq 0$, а вторая — решениями неравенства $ax_1 + bx_2 - c \leq 0$. Чтобы определить, является ли данная полуплоскость решением неравенства, необходимо координаты одной из точек этой полуплоскости, не лежащей на разделяющей прямой, подставить в неравенство. Если оно удовлетворяется, то данная полуплоскость составляет множество решений неравенства и, наоборот. Обычно в неравенство подставляют точку $(0; 0)$ — начало координат. На рис. 7.3.1 область решений неравенства $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ обозначена стрелками.

Решениями второго ограничения-неравенства $(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 16$ будут точки, лежащие внутри окружности, заданной уравнением $(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 = 16$. Это вытекает из известных свойств окружности, заданной уравнением $(x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 = R^2$. Центр этой окружности лежит в точке (a, b) , а радиус равен R . Очевидно, что при постоянных значениях параметров a и b решения неравенства $(x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 < R^2$ будут лежать на концентрических окружностях радиуса меньшего R . Последние два ограничения $x_1 \geq 0$ и $x_2 \geq 0$ определяют положительный квадрант системы координат.

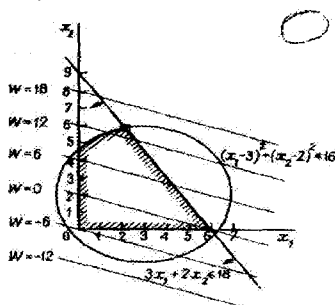


Рис. 7.3.1. Графическое решение оптимизационной задачи

Общая область решений всех ограничений составляет множество допустимых решений задачи. На рис. 7.3.1 эта область заштрихована.

Следующий этап решения — нанесение линий равного уровня целевой функции. Для этого вычисляется значение целевой функции W_0 от какого-либо допустимого решения x_1 и x_2 строится линия $f(x_1, x_2) = W_0$; затем последовательно наносятся линии $f(x_1, x_2) = W_0 + \Delta$; $f(x_1, x_2) = W_0 + 2\Delta$ и линии $f(x_1, x_2) = W_0 - \Delta$; $f(x_1, x_2) = W_0 - 2\Delta$ и т.д., пока ими не будет покрыта вся область допустимых решений. Шаг приращения целевой функции выбирается таким, чтобы картина ее изменения на области допустимых решений стала очевидной. Оптимальное решение находится по чертежу и уточняется аналитическим расчетом, если оно лежит в точке пересечений или касания линий.

В рассматриваемом примере целевая функция линейна и линии равного уровня представляют собой ряд параллельных прямых. Из рис. 7.3.1 видно, что оптимальное решение задачи лежит в точке пересечения прямой и окружности, ограничивающих область допустимых значений. Координаты этой точки могут быть определены графически или путем решения системы уравнений соответствующих линий

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 18 \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 = 16 \end{cases}$$

Эта система может быть решена методом последовательных исключений.

1-й шаг — исключается переменная X_1

$$x_1 = \frac{18 - 2x_2}{3};$$

$$\left(\frac{18 - 2x_2}{3} - 3\right)^2 + (x_2 - 2)^2 = 16,$$

$$13x_2^2 - 72x_2 - 27 = 0$$

2-й шаг - решается последнее уравнение относительно

$$x_{2(1,2)} = \frac{72 \pm \sqrt{72^2 + 4 \cdot 13 \cdot 27}}{2 \cdot 13},$$

$$x_{2(1)} = 5,9; x_{2(2)} = -0,35$$

3-й шаг — вычисляются соответствующие значения переменной подстановкой в первое уравнение

$$\begin{cases} x_{2(1)} = 5,9 \\ x_{1(1)} = 2,1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{2(2)} = -0,35 \\ x_{1(2)} = 6,2 \end{cases}$$

так как по условиям исходной задачи переменные $x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$, то второе решение отбрасывается.

Отсюда

$$W_{\max} = 2,1 + 3 \cdot 5,9 - 6 = 13,8 \quad \text{при } x_1 = 2,1, \\ x_2 = 5,9.$$

7.4. Стратегия поиска оптимума

Перед чтением этого параграфа рекомендуем повторить следующие определения из курсов математического анализа и линейной алгебры: экстремум функции нескольких переменных; матрица и вектор; n -мерное евклидово пространство; точка в n -мерном пространстве и прежде чем обсуждать понятие стратегии оптимизации, рассмотрим пример решения конкретной задачи.

Для увеличения производительности вскрышного комплекса на 1,5 млн. м³ в год карьеру требуется приобрести дополнительное количество большегрузных автосамосвалов одного из трех типов БелАЗ-548, БелАЗ-549 или БелАЗ-75191 грузоподъемностью 40; 75 и 110 т соответственно. На эти цели может быть израсходовано не более 4000 тыс. руб. В настоящее время на карьере уже эксплуатируются автосамосвалы грузоподъемностью 110 т, поэтому дополнительных затрат на расширение дорог и рабочих площадок в любом случае не требуется и выбор типа автосамосвала может производиться по минимуму затрат на автотранспорт вскрыши. В процессе эксплуатации в условиях данного карьера эти автосамосвалы дали показатели, приведенные в табл. 7.4.1.

Если обозначить количество приобретаемых автосамосвалов j - го типа через x_j , то оптимизационная модель задачи будет иметь вид

$$Z = \sum_{j=1}^3 C_j P_j x_j \rightarrow \min$$

$$\sum_{j=1}^3 P_j x_j \geq 1500$$

$$\sum_{j=1}^3 C_j x_j \leq 4 \cdot 10^6$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3$$

Таблица 7.4.1.

Эксплуатационные показатели автосамосвалов

Тип автосамосвала	Цена C , руб.	Удельные затраты на транспортирование вскрыши c , руб/тыс. м ³	Среднегодовая производительность P , тыс. м
БелАЗ-548	32815	1800	34
БелАЗ-549	167862	1440	65
БелАЗ-75191	270212	1200	90

Первое ограничение обеспечивает необходимую производительность парка автосамосвалов, второе учитывает лимит капиталовложений. Эта модель не отражает требование выбора единственного типа машин, но это проще сделать введя это условие в алгоритм решения вместе с условием целочисленности переменных.

Решить эту задачу можно путем перебора трех возможных вариантов приобретения автосамосвалов.

Потребное количество машин каждого типа определяется из первого ограничения и составит: 45 шт. БелАЗ-540; 23 шт. БелАЗ-549; 17 шт. БелАЗ-75191. Проверка требуемых капитальных вложений: $45 \cdot 32815 = 1448325$ руб.; $23 \cdot 167862 = 3860826$ руб.; $17 \cdot 270212 = 4593604$ руб. показывает, что вариант приобретения БелАЗ-75191 слишком дорог.

Среднегодовые затраты на транспортирование дополнительного объема вскрыши в допустимых вариантах составит: БелАЗ-548-2700 тыс. руб.; БелАЗ-549 -2160 тыс. руб. Отсюда допустимым и наиболее экономичным является вариант использования БелАЗ-549 в количестве 23 шт.

Если попытаться разложить решение задачи на характерные этапы, то можно выделить следующие:

- составлена оптимизационная модель;
- определено правило перебора значений переменных;
- задано выражение расчета значений;

определено правило проверки допустимости значений переменных;

выбрано правило проверки оптимальности;

последовательно вычислены значения оптимизируемых переменных, каждый вариант проверен на допустимость и оптимальность.

Такая схема характерна для любого численного метода решения оптимизационной задачи и отличается только конкретным содержанием правил перебора, оценки допустимости и оптимальности значений переменных.

В дальнейшем конкретный набор значений всех оптимизируемых переменных будет называться точкой, а набор значений переменных, удовлетворяющих системе ограничений- решением. Ключевым моментом численного метода является правило перебора точек или решений, которое называется стратегией поиска оптимума.

Использованная в рассмотренном примере стратегия оптимизации- перебор всех возможных вариантов, применима и эффективна только в случае дискретных значений переменных и малом числе вариантов. Например, выбор одного из нескольких типов проектов, технологических схем, видов механизации и т.д. Появление хотя бы одной непрерывной переменной, определенной на отрезке, делает эту стратегию неприемлемой, так как непрерывная переменная заполняет отрезок бесчисленным числом значений и перебрать их все невозможно даже теоретически. Это вызывает необходимость поиска стратегий, позволяющих путем перебора ограниченного числа точек находить оптимальное решение или узкую область его существования. Математическое программирование рассматривает именно такие стратегии частичного перебора.

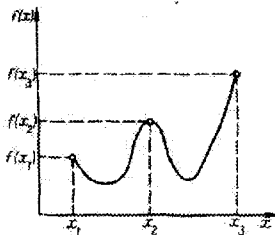
Проверка только части значений оптимизируемых переменных и целевой функции на допустимость и оптимальность среди бесчисленного множества возможных вариантов ставит два принципиальных вопроса.

Как определить те точки, среди которых находится оптимум?

Как распознать оптимум среди ряда решений?

Очевидно, что решение этих проблем неразрывно связано с выбором стратегии поиска, так как ответ на первый вопрос определяет возможность использования той или иной стратегии, а ответ на второй вопрос зависит от ее выбора.

Исследование области допустимых значений и свойств целевой функции позволяет в отдельных случаях строго обосновать конечное множество точек, в которых может находиться искомым экстремум, например, задачи линейного программирования, или оно дает



направление поиска и анализа возможных осложнений (рис. 7.4.1.).

Рис. 7.4.1. Глобальный и локальный максимумы функций на отрезке $x_1 \leq x \leq x_3$

В математическом программировании важную роль играют понятия глобального и локального экстремума функции. (В некоторых книгах используются термины абсолютный и относительный экстремум).

Глобальный максимум. Говорят, что функция $f(x)$, определенная на замкнутом множестве X , достигает глобального максимума в точке x^* , если $f(x) \leq f(x^*)$ для любой точки $x \in X$.

Локальный максимум. Пусть функция $f(x)$ определена во всех точках- окрестности точки x_0 . Тогда говорят, что $f(x)$ имеет локальный максимум в точке x_0 , если для любой точки из δ -окрестности точки x_0 выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Аналогично определяются глобальный и локальный минимумы функции.

Разница между глобальным и локальным максимумами показана на рис. 7.4.2. Здесь в точках x_1, x_2, x_3 функция достигает локальных максимумов, а в точке x_3 - глобального максимума.

Следует отметить, что глобальный экстремум совпадает с одним из локальных экстремумов.

В задачах математического программирования предусматривается поиск глобального экстремума, поэтому

возможное наличие нескольких локальных экстремумов резко усложняет задачу.

В дальнейшем вопрос многоэкстремальности (мульти-modalности) будет особо рассматриваться при описании методов нелинейного программирования.

Все стратегии оптимизации можно разделить на две принципиально отличные группы — активные и пассивные.

Пассивные стратегии до начала расчетов определяют все точки, подлежащие анализу на допустимость и оптимальность.

Активные стратегии предусматривают выбор варианта перехода в новую точку в зависимости от ранее полученного результата. Эти стратегии еще называют последовательным поиском.

С вычислительной точки зрения последовательные стратегии более эффективны, но требуют большего теоретического обоснования и легче подвержены случайным ошибкам, так как ошибка на одном шаге может привести к искажению результатов всех последующих действий. Однако при большой размерности задач последовательный поиск-единственно

возможный путь достижения результата и поэтому преобладает в математических методах.

Стратегия поиска полностью определяет конечность и сходимость алгоритма оптимизации.

Для задач математического программирования конечный алгоритм решения должен обеспечивать отыскание глобального оптимума или указывать на его отсутствие за конечное число шагов (итераций). Но, к сожалению, в настоящее время стратегии оптимизации, гарантирующие получение глобального оптимума с точностью вычислений, разработаны только для ограниченного круга задач. Многие стратегии позволяют получить окрестность глобального оптимума, сужающуюся в зависимости от числа итераций. Хотя теоретически эти стратегии не могут дать конечного алгоритма, их практическое использование позволяет сравнительно быстро получать глобальный оптимум с необходимой точностью.

Хуже обстоит дело, когда стратегия гарантирует достижение оптимума, но не гарантирует, что он глобальный. Этот недостаток может присутствовать изначально или быть следствием применения известной стратегии в неполностью удовлетворяемых исходных условиях. Такие стратегии можно считать конечными только условно.

Сходимость алгоритма характеризуется числом шагов, за которое получается результат, при прочих равных условиях (точность, устойчивость от ошибок и т.д.). Стратегия поиска прежде всего влияет на этот показатель алгоритма. Практически многообразие методов решения отдельных задач порождено стремлением повысить сходимость алгоритма и за счет этого снизить объем вычислений до реально выполнимого уровня.

При выборе стратегии все же следует отдавать предпочтение конечным алгоритмам, если их сходимость практически позволяет решить задачу имеющимися вычислительными средствами.

7.5. Краткая характеристика задач, методов и программных средств математического программирования

Математическое программирование развивается довольно бурно и в настоящее время не существует достаточно полной и обоснованной с нашей точки зрения классификации задач и методов, хотя ряд разделов приобрели устойчивое название и рассматривают вполне определенный круг моделей. Здесь мы также не будем делать попытку создать подробный классификатор, а используя устоявшуюся терминологию и введенные понятия, попытаемся составить краткий указатель, с помощью которого можно будет распознать тип задачи и предположительный метод поиска экстремума.

Первая группа задач, которую часто даже не относят к математическому программированию, - это поиск экстремума функции одной или

нескольких переменных из области допустимых значений, заданной интервалами изменения переменных.

Нередко в литературе эти задачи называют оптимизацией без ограничений, но тем не менее рассматривают методы численного поиска экстремума на ограниченном интервале изменения переменных.

Такие задачи чаще всего возникают при оптимальном управлении техническими системами.

В зависимости от характера целевой функции здесь используются

следующие группы методов поиска экстремума:

целевая функция аналитически определена -детерминированный поиск методом исключения интервалов, градиентным методом и т.д.;

целевая функция статистически определена или имеются случайные ошибки измерений -стохастические методы поиска экстремума;

целевая функция не определена и оптимум ищется на основе активного эксперимента -статистические методы планирования экстремальных экспериментов.

Вторая группа - задачи с линейной целевой функцией и линейными ограничениями в виде уравнений и неравенств. Решаются методами линейного программирования, обеспечивающего конечность и быструю сходимость алгоритмов. Кроме универсальных, в линейном программировании имеются и специализированные алгоритмы, позволяющие решать линейные задачи определенного типа большей размерности.

Третья группа - задачи с линейной целевой функцией и линейными ограничениями, уравнениями или неравенствами, и дополнительными условиями целочисленности всех или части переменных. Эти задачи рассматриваются в целочисленном программировании. В настоящее время есть методы теоретически конечных алгоритмов поиска целочисленных решений, но практически их сходимость крайне низка из-за погрешностей вычислений. Кроме этого сейчас разрабатывается ряд более эффективных алгоритмов, но их можно считать конечными только условно из-за недостаточного теоретического обоснования.

Четвертая группа -задачи с нелинейными дифференцируемыми на всем интервале изменения переменных целевой функцией и ограничениями в виде уравнений. Оптимальное решение находится с помощью неопределенных множителей Лагранжа. Этот метод часто относят к способам классической оптимизации. Он дает конечный алгоритм решения, но его применение в задачах большой размерности вызывает значительные трудности.

Пятая группа - задачи с квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями. Эти задачи решаются с помощью конечных алгоритмов квадратичного программирования.

Шестая группа -задачи с сепарабельной целевой функцией и сепара-бельными функциями в ограничениях-равенствах или

неравенствах (сепарабельная функция представляет собой сумму функций одной переменной). Эти задачи решаются приближенными методами с помощью кусочно-линейной аппроксимации функции. В большинстве случаев получение глобального оптимума метод не гарантирует.

Седьмая группа- задачи с нелинейной целевой функцией, линейными или нелинейными ограничениями. Многие, но далеко не все задачи этой группы, решаются градиентными методами. Алгоритмы поиска оптимума бесконечны и в большинстве случаев обеспечивают поиск локального оптимума.

Восьмая группа- задачи с сепарабельной целевой функцией и сепарабельными односторонними или двусторонними ограничениями, целочисленными или непрерывными переменными. Решаются методами динамического программирования. Алгоритмы конечны и обеспечивают решение на ЭВМ задач весьма большой размерности.

Приведенная группировка задач и методов весьма условна, так как многие задачи могут быть отнесены к нескольким группам и решаться разными методами. Особо отметим использование динамического программирования. В приведенной классификации применение этих методов явно рекомендуется только для решения одной группы задач, но они могут быть нередко использованы при оптимизации на сетях и графах в тех случаях, когда отдельные переменные могут последовательно менять свои значения на отдельных шагах решения.

Для использования оптимизационных математических моделей реальной размерности, как правило, необходимо численное решение задач математического программирования на ЭВМ, а их распространенность потребовала создания универсальных программных средств для решения различных классов задач.

Наиболее часто на практике встречаются задачи линейного программирования, для них имеется широкий выбор всевозможных пакетов прикладных программ [ППП]. В настоящее время все чаще ставится вопрос использования этих пакетов не только для решения конкретных задач линейного программирования; но и для построения на их базе специализированных систем оптимального управления. Для построения таких систем эти пакеты имеют специальный управляющий язык, обладающий значительными возможностями по обработке арифметических и текстовых данных, управлению ходом

вычислительного процесса, вызову программ пользователя, написанных на любых языках программирования.

8. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Понятие линейное программирование (Linear programming - LP) включает несколько взаимосвязанных математических методов, которые используются для оптимального распределения ограниченных ресурсов предприятия между его конкурирующими потребностями. Наиболее широко линейное программирование используется в методах, объединенных единым названием «математические методы оптимизации», и оказывается незаменимым при решении очень многих задач и в этой области. Наиболее разработанный метод линейного программирования позволяет решать задачи по определению сети разведочных скважин и выработок, расчету крепи горных выработок, нагрузки на отдельные лавы и угольные пласты, сечения горных выработок, по условиям вентиляции, а также упрощенно решать и более крупные задачи по определению производительности шахты и размеров шахтного (рудничного) поля.

В общем случае методом линейного программирования могут быть решены задачи, в которых целевая функция является линейной функцией многих переменных, а ограничивающие условия заданы системой линейных равенств и неравенств. Задача сводится к отысканию экстремума линейной функции вида:

$$Z = \sum_{j=1}^m c_j x_j = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_m x_m \quad (8.1)$$

при наличии условий

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \dots, x_j \geq 0, \dots, x_m \geq 0, x_1 \geq 0 \quad (8.2)$$

т.е. в общем случае $x_j \geq 0$.

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned} \quad (8.3)$$

т.е. в общем случае

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = B_i; i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (8.4)$$

В качестве ограничивающих условий могут быть приняты лимиты по капиталовложениям, другим видам затрат, по удельным расходам материала, сырья, топлива, по времени выполнения работ, уровню производительности машин и оборудования с небольшим числом переменных (5-10) могут быть решены вручную, но лучше все более или менее сложные задачи решать с применением ЭВМ.

Недостаток линейного программирования заключается в том, что иногда решения могут оказаться неточными. Причина этого в стремлении выразить линейными зависимостями в действительности не линейные функции и ограничения, что влечет за собой соответствующую ошибку результата. Если переменные могут принимать только целочисленные дискретные значения то применяются дискретные методы решения задач программирования.

Если задача требует многостадийного принятия решений, то применяется **динамическое программирование**. Сначала рассматривают ряд вариантов многостадийных решений и для каждого варианта определяют значение принятого критерия оптимальности. Затем находят последовательность решения, которое обеспечивает установление экстремального значения принятого критерия оптимальности.

Как считают специалисты, применение ЭВМ при решении задач проектирования горных предприятий позволяет снизить затраты на строительство и эксплуатацию, повысить эффективность капиталовложений и рентабельность производства на 10-15%.

Для условий подземных рудников цветной и черной металлургии горно-химического сырья в настоящее время с применением ЭВМ решается все больше задач. На основе использования программирования и ЭВМ в институтах Гипроцветмет, Центрогипрошахт, МГГУ и др. имеется опыт автоматизированного выполнения некоторых проектных работ, например, основание режима отработки месторождения, подсчет запасов руды по планам и размерам, определение сметной стоимости горных работ, расчет подъемов, схемы вентиляции, установление кондиции и т.п. Однако пока много работ выполняется вручную.

Вопросы оптимизации разработки рудных месторождений, несмотря на их исключительную важность, пока изучены совершенно недостаточно. В силу специфики рудных месторождений оптимизация вскрытия, подготовки и систем разработки пока

осуществляется, как правило, отдельно, без достаточной взаимной увязки. Естественно, что такие методы могут обеспечить решения, которые далеко не оптимальны с позиций.

В данном пособии мы сосредоточимся на обсуждении симплексного метода, а также на описании графического и транспортного методов, которые очень эффективны при решении конкретных специфических задач. Мы продемонстрируем, каким образом методы линейного программирования приводят аналитика к оптимальному решению поставленной задачи. Для решения задачи методом линейного программирования необходимо, чтобы описанная в ней ситуация отвечала пяти основным условиям. Во-первых, она должна быть связана с ограниченными ресурсами (т.е. ограниченное количество рабочих, оборудования, финансов и материалов и т.п.), в противном случае этой задачи просто бы не существовало. Во-вторых, необходимо сформулировать точную цель (максимизация прибыли или минимизация затрат). В-третьих, задача должна характеризоваться линейностью (например, если на изготовление детали требуется три часа, то на изготовление двух будет потрачено шесть часов, на выпуск трех - девять и т.д.). В-четвертых, задача должна характеризоваться однородностью (изделия, изготавливаемые на станке, идентичны; все часы, в течение которых рабочий выполняет ту или иную операцию, используются им одинаковой продуктивностью и т.д.). Пятое условие заключается в делимости: метод линейного программирования строится на допущении, что результаты и ресурсы можно разделять на доли. Если такое деление невозможно (например, полет половины самолета или наем на работу одной четверти служащего), аналитику лучше воспользоваться специальной модификацией линейного программирования – дискретным (или целочисленным) программированием.

Методы линейного программирования могут применяться, если поставлена только одна цель: максимизировать (например, прибыль) или минимизировать (например, издержки). Когда целей несколько, используется целевое программирование. Если же задача эффективнее всего решается поэтапно или по временным интервалам, аналитику следует воспользоваться методом динамического программирования. В еще более сложных задачах при решении могут потребоваться другие варианты данного

метода, например, нелинейное, или квадратическое программирование.

8.1. Модель линейного программирования

Формально выражаясь, задача линейного программирования связана с оптимизацией процесса, в ходе которого отбираются неотрицательные искомые переменные $X_1, X_2, \dots, X_n$, используемые затем для максимизации (или минимизации) целевой функции в следующей форме.

Максимизировать (минимизировать) целевую функцию:

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n, \quad (8.5)$$

при условии ограничений на количество ресурсов, выраженных в таком виде:

$$A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + \dots + A_{1n}X_n \leq B_1$$

$$A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + \dots + A_{2n}X_n \leq B_2$$

.

.

.

$$A_{m1}X_1 + A_{m2}X_2 + \dots + A_{mn}X_n \leq B_m$$

где C_n, A_{mN}, B_m – заданные постоянные величины.

В зависимости от типа задачи ограничения могут указываться также с использованием знака равенства (=) или знака «больше или равно» ($\geq$).

Для успешного применения данного метода главным является умение распознавать ситуации, приводящие к задачам линейного программирования, а также уметь формулировать такие задачи. Например, в трех коллекторных туннелях ($j=3$), расположенных в различных районах города, возводится вторичная обделка из монолитного железобетона при месячной потребности соответственно 25, 52 и 42 м³. Доставка бетона осуществляется с трех заводов ($i=3$), также расположенных в различных пунктах города, имеющих возможность поставлять бетон с производительностью 42, 387 и 40 м³/месяц. Стоимости перевозок 1 м³ бетона c_{ij} (коп/м³) с заводов в каждый туннель известны и задаются матрицей

$$(c_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 40 & 30 \\ 70 & 50 & 80 \\ 60 & 90 & 70 \end{pmatrix}$$

Требуется определить такой план перевозок, чтобы общая стоимость была минимальной. Обозначим объемы перевозимого бетона x_{ij} (м³/мес) с заводов в каждый туннель матрицей

$$(x_{ij}) = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix}$$

Объем бетона, получаемый с каждого из заводов, не может превышать их возможности, т.е.

$$\left. \begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &\leq 42 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &\leq 38 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} &\leq 40 \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

Кроме того, в каждый туннель должно быть завезено определенное количество бетона

$$\left. \begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 26 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 52 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} &= 42 \end{aligned} \right\} \quad (8.8)$$

Так как, количество доставляемого бетона не может быть отрицательным, то

$$x_{ij} \geq 0 \quad (8.9)$$

Общая стоимость перевозок бетона (коп)

$$U = \sum_{i=1}^n c_{ij} x_{ij} = 20x_{11} + 40x_{12} + 30x_{13} + 70x_{21} + 50x_{22} + 80x_{23} + 60x_{31} + 90x_{32} + 70x_{33} \quad (8.10)$$

Таким образом, сформулирована задача математического программирования: дана система трех линейных неравенств (8.7) и трех линейных равенств (8.8) с девятью неизвестными x_{ij} ($i=1,3$; $j=1,3$) и линейная функция (8.10) относительно этих же переменных. Требуется среди всех неотрицательных решений

системы найти такое, при котором функция (8.10) принимает минимальное значение.

Линейная функция (8.10), минимальное значение которой требуется определить, вместе с системой неравенств (8.7), равенств (8.8) и условием неотрицательности переменных ((8.9) образуют **математическую модель** задачи линейного программирования. Зависимость ((8.10) представляет собой целевую функцию, а условия (8.7) – (8.9) -ограничения задачи.

8.2. Симплексный метод

Симплексный метод (Simplex Method) представляет алгебраическую процедуру, в результате которой аналитик, последовательно выполняя ряд повторяющихся операций, прогрессивно приближается к оптимальному решению. Теоретически данным методом можно решать задачи, включающие любое количество переменных и ограничений, но если в них, например, больше четырех переменных или ограничений, то вычисления лучше проводить на компьютере. Нужно знать как составляются уравнения, которые надо вводить в компьютерную программу, и уметь эффективно использовать итоги, полученные в результате работы в этой программе. Выполнение этих процедур использования симплексного метода с помощью компьютерной техники излагается отдельно в лабораторном практикуме, здесь же ограничимся его кратким изложением в разрезе применения *MS Excel*.

Определение пути поиска при симплексном методе

Как уже отмечалось выше, оптимальное решение для задач линейного программирования получают нахождением экстремальной угловой точки. Симплексная процедура начинается с получения исходного решения, за которым следует поиск следующего наиболее выгодного и «перескакивание» с одной точки пересечения прямых на другую (или, в случае с многомерным пространством, от одного пересечения плоскостей на другое). Оценка угловой точки выполняется в результате одной итерации, и, достигнув наиболее удаленной точки (в случае с задачами на максимизацию прибыли на этапе, когда

следующая за ней точка отображает снижение прибыли), вы получаете оптимальное решение.

Краткое изложение этапов симплексного метода: задача максимизации прибыли

1. Сформируйте задачу: определите целевую функцию и наметьте ограничения
2. Постройте исходную таблицу со свободными переменными в совокупном решении и вычислите строки Z_j и $C_j - Z_j$.
3. Определите, какую переменную следует ввести в решение (наибольшее значение $C_j - Z_j$).
4. Определите, какую переменную следует заменить (по наименьшему положительному коэффициенту, получаемому делением значений столбца «Количество» на соответствующее ему значение из столбца, выбранного на этапе 3).
5. Вычислите новые значения строки для ввода переменной и вставьте в таблицу новую строку (строка, подлежащая замене, плюс элемент пересечения).
6. Откорректируйте остальные строки и введите их в новую таблицу; вычислите новые значения для строк Z_j и $C_j - Z_j$ (показатели исходных строк, минус элемент пересечения из исходной строки, умноженный на соответствующий ему элемент из новой строки). Если в результате вы не получаете ни одного положительного значения $C_j - Z_j$, значит данное решение будет оптимальным. Если же такое решение есть, повторите этапы с 3 по 6.

Для решения задач линейного программирования в MS Excel используются электронные таблицы. В большинство таких таблиц встроены понятные и простые в применении стандартные программы. В программе Microsoft Excel, например, есть оптимизирующий инструмент Solver (Поиск решения). Программа Solver (Поиск решения) запускается из меню Tools (Сервис), после чего появляется диалоговое окно, запрашивающее информацию, необходимую для ее работы.

8.3. Транспортный метод

Транспортный метод (Transportation Method) представляет собой упрощенный специфический вариант симплексного метода. Он получил такое название потому, что широко применяется для решения задач, связанных с транспортировкой продукции из разных источников в несколько пунктов назначения. Задачи такого типа обычно преследуют одну из двух возможных целей: минимизация затрат по доставке n -го количества единиц продукции в m -е число пунктов назначения и максимизация прибыли от транспортировки n -го количества единиц продукции в m пунктов назначения. Решение транспортных задач, как правило, выполняется в три стадии.

Стадия 1. Построение транспортной матрицы

Стадия 2. Исходное распределение

Исходное распределение в *MS Excel* осуществляется размещением данных по ячейкам матрицы в соответствии с ограничениями на поставки и потребности в продукции. Есть несколько методов выполнения в этой операции: метод северо-западной ячейки, метод наименьших затрат и метод приближения Фогеля.

Стадия 3. Получение оптимального решения

Поиск оптимального решения в транспортной задаче заключается в оценке каждой неиспользованной ячейки и определении, не будет ли перемещение в нее выгодным с точки зрения уменьшения общих затрат. Если это так, перемещение выполняется и процесс повторяется. Задача решается решенной после того, как все ячейки оценены и проведены все соответствующие переменные. Выполнение этих процедур с помощью компьютерной техники в *MS Excel* излагается также отдельно в лабораторном практикуме.

Таким образом, задачи такого типа, решаемые без применения вычислительной техники, встречаются крайне редко, сегодня в нашем распоряжении столько компьютеров и компьютерных программ, что решение их «вручную» было бы просто неоправданной тратой времени.

9. МОДЕЛИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Метод сетевых графиков решения проектных задач применяется, когда в системе задан порядок выполнения взаимосвязанных операций. Строительство подземного сооружения в целом или отдельного его элемента являет собой пример системы взаимосвязанных операций, выполняемых в определенном порядке. Проект подземного сооружения также представляет собой систему взаимосвязанных операций (здесь операция – проектная работа любого вида – составление частей, разделов, глав, чертежей, таблиц и т.п. элементов проекта), выполняемых в определенном порядке.

Целью решения проектных задач методом сетевых графиков является отыскание из множества таких операций, называемых *критическими*, которые определяют продолжительность выполнения всего множества, а также установление минимальных затрат на все операции, обеспечивающие завершение всего множества операций в заданный срок.

Сеть, моделирующая определенный процесс (строительство, проектирование и др.), называется **сетевой моделью** данного процесса, при этом ориентация дуг графа осуществляется в соответствии с логикой (технологией) этого процесса.

Для составления сетевого графика предварительно заполняют таблицу исходных данных (карточку-определитель). Вначале графа шифров работ не заполняется; они представляются после «сшивки» локальных графиков в сетевой график на объект в целом. При упрощенном (детерминированном) методе анализа сетей продолжительность выполнения работ принимается на основе норм выработки, опыта строительства аналогичных объектов или обычного опыта исполнителя. При вероятностном методе анализа сетей осуществляется учет случайных изменений продолжительности выполнения работ путем введения оптимистической (т.е. с некоторым запасом) оценки времени выполнения работ.

По данным карточки определителя составляются локальные графики (рис.9.1), которые затем «сшиваются» в сетевой график (рис.9.2).

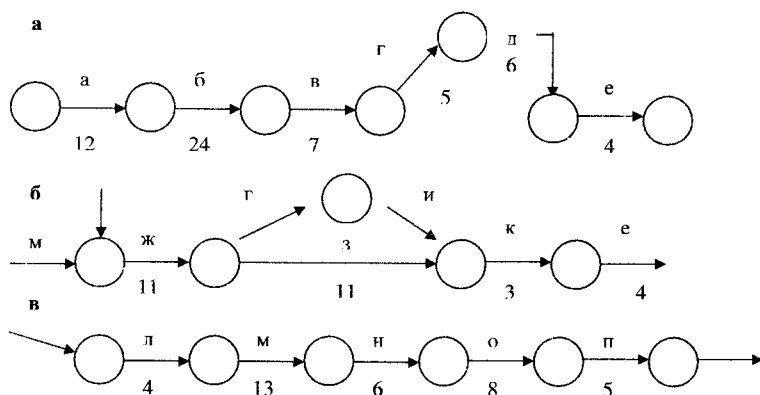


Рис. 9.1 Локальные графики работ:
а,б,в – соответственно первого, второго и третьего видов

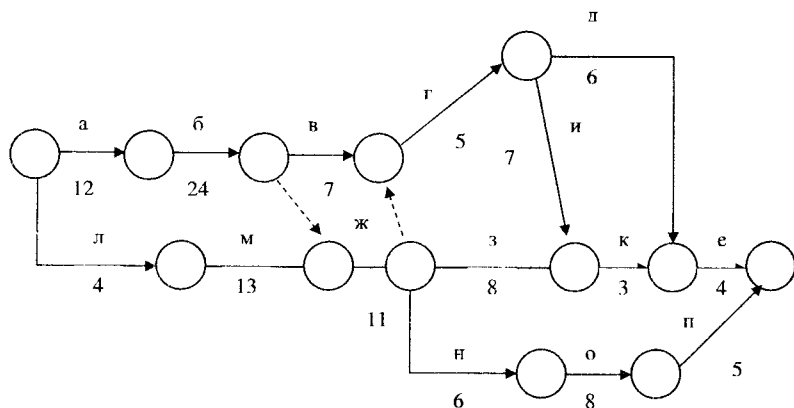


Рис. 9.2 «Сiftый» сетевой график с пронумерованными событиями (а,.....п – наименование работ)

В сетевых графиках критический путь часто превышает нормативный срок строительства и в связи с этим возникает необходимость принятия мер по сокращению его продолжительности. Первоначально эти меры сводятся к усилению работ на критическом пути за счет снятия части

ресурсов с работ, не лежащих на критическом пути, но во многих случаях таких мер оказывается недостаточно. Тогда увеличивают степень совмещения работ во времени.

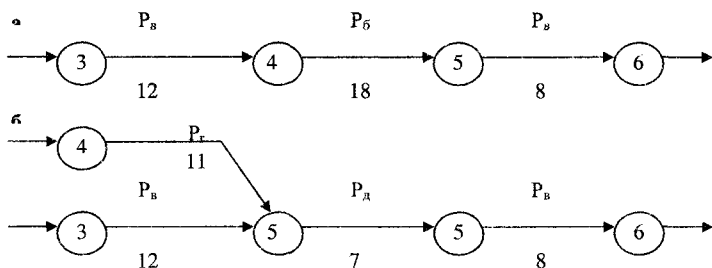


Рис. 9.3 Исходный (а) и совмещенный (б) график для сокращения продолжительности строительства: P_а—устройство опалубки; P_б—установка арматуры; P_в—бетонирование; P_г—сборка каркасов; P_д—монтаж арматурных каркасов

На рис. 9.3 показано, как путем выполнения работ по вязке арматурных каркасов одновременно с устройством опалубки и последующей укладки в опалубку готовых арматурных каркасов удается сократить продолжительность работ на 11 дней на участке между событиями 3 и 6 исходного графика. В тех случаях, когда подобных мер оказывается недостаточно, пересматривают принятую технологию, усиливают механизацию, вводят дополнительные смены и т.п.

Сокращение продолжительности работ, лежащих на критическом пути, является одной из задач **проекта организации строительства (ПОС)** и **проекта производства работ (ППР)**. Все другие, не критические, пути и лежащие на них работы имеют определенный резерв времени, что может быть использовано для оптимизации графика, т.е. сокращения срока строительства, например, путем

передачи процессам, попавшим на критический путь, дополнительных материально-технических ресурсов за счет других процессов (некритических) или за счет поставок извне. Сетевой график можно оптимизировать не только по затратам времени, но и по затратам труда, распределению материально-технических ресурсов и по стоимости строительства.

Проектирование и оптимизация сетевого графика строительства шахты или рудник. Сетевой график строительства шахты проектируется на основе следующих исходных документов: технического проекта и рабочих чертежей; проекта организации строительства, проектов производства работ и технологических карт; проектных и фактических данных по технологии, организации и сроками строительства (реконструкции) подобных предприятий; СНиПа и других действующих норм и расценок на строительно-монтажные работы; сведений о структуре и наличных ресурсах подрядных и субподрядных строительно-монтажных организаций; сведений о материально-технической базе строительства; договоров с предприятиями стройиндустрии и заводами, поставляющими оборудование.

На первом этапе проектируют укрупненный сетевой график строительства (реконструкции) горного предприятия и организацию системы сетевого планирования и управления строительством.

На втором этапе, в процессе функционирования системы СПУ, всей службой системы, и главным образом ее ответственными исполнителями, от всех подрядных строительно-монтажных организаций разрабатываются пообъектные сетевые графики и осуществляется их последующий непрерывный контроль с целью принятия мер по устранению возможных несогласований.

На рис.9.4 приведена возможная блок-схема построения сетевой модели строительства горного предприятия для начала функционирования системы СПУ.

Одним из важных примеров использования сетевого моделирования является построение сводного календарного графика строительства горного предприятия. Добавляя термин «календарный», имеют в виду привязку графика к установленному режиму работы на строительстве в календарных рабочих днях, а

также к определенной дате начала (год, месяц, число) и соответствующей дате окончания строительства. Это позволяет установить календарные сроки строительства комплексов и объектов горного предприятия.

Продолжительность строительства шахты, как правило, определяется продолжительностью горнопроходческих работ по цепи выработок главного направления. Поэтому основным элементом сводного графика строительства предприятия является график горнопроходческих работ с выделением цепи выработок главного направления, который строят на основе разработанной ранее схемы строительства шахты или рудника и принятых или расчетных скоростей сооружения горных выработок. Для обеспечения заданного развития горных работ с горнопроходческим графиком увязывают строительные и монтажные работы.

Календарный график горнопроходческих работ складывается из построенных при разработке технологии сооружения отдельных выработок и их комплексов, графиков сооружения центральных вентиляционных и воздухоподающих стволов; околоствольных дворов при центральных и других стволах; горизонтальных и наклонных (капитальных и подготовительных) выработок к сдаче предприятия в эксплуатацию.

Графики проведения горизонтальных и наклонных выработок по пластам составляют одновременно с календарными планами как последнюю стадию общего календарного графика горнопроходческих работ на основе схемы строительства шахты с учетом первоочередного проведения горных выработок в цепи главного направления и максимально возможного числа одновременно действующих забоев по условиям транспорта, вентиляции, водоотлива, техники безопасности, достаточного и современного обеспечения рабочими кадрами, материальными и энергетическими ресурсами.

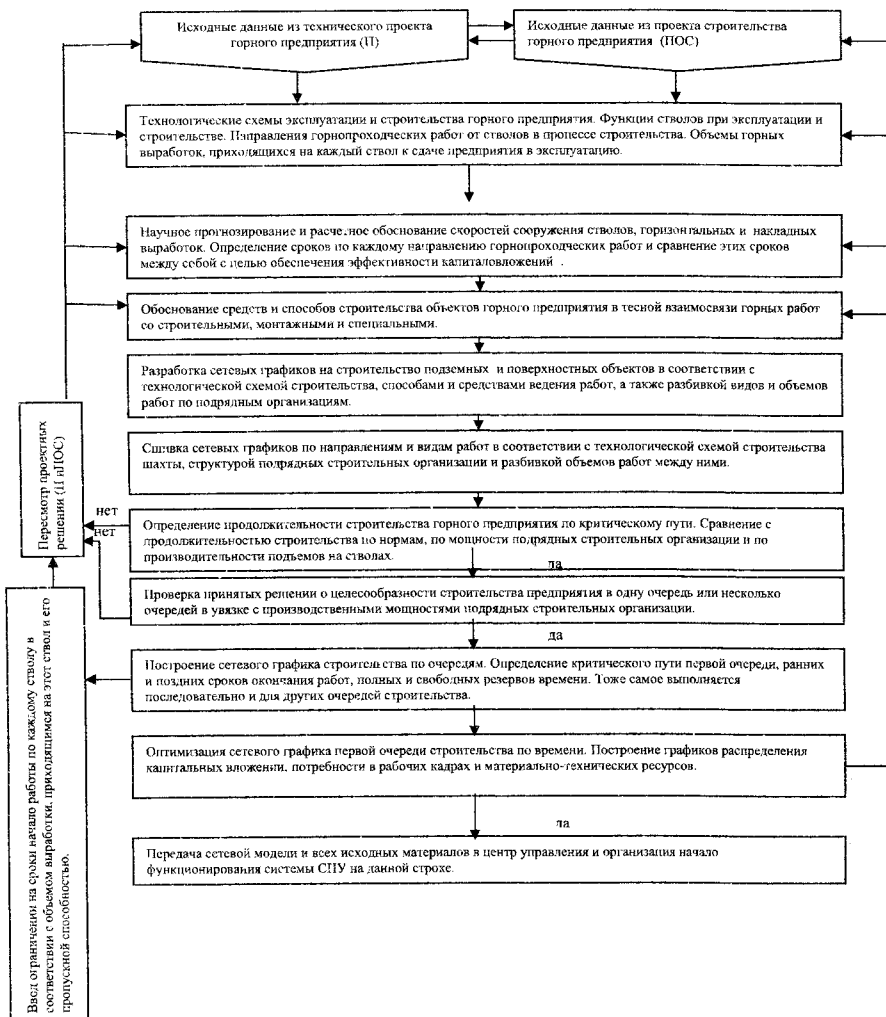


Рис. 9.4 Блок-схема построения сетевой модели строительства горного предприятия для начала функционирования системы СПУ

10. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И СОВРЕМЕННЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ

Нередко, когда ту или иную проблему не удастся решить с помощью аналитических методов, мы обращаемся к имитационному моделированию как к последнему средству решения.

Эти эксперименты можно выполнять еще до создания реальной системы, что должно помочь ее проектированию, показать, как эта система будет реагировать на изменения правил ее функционирования, и оценить реакцию системы на изменения в ее структуре. Моделирование особенно удобно выполнять в ситуациях, когда масштабы и сложность соответствующей проблемы затрудняют или вообще не позволяют использовать методы оптимизации. Таким образом, с помощью моделирования удалось достаточно широко изучить предприятия, работающие по специальным заказам и характеризующимися сложными проблемами с очередями. Моделирование можно также использовать в сочетании с традиционными методами статистики и науки управления.

Пусть цель владельца какой-то лавки заключается в максимизации прибыли от продажи рыбы. Соответствующей управляемой переменной (т.е. переменной, на которую может оказывать влияние лицо, принимающее решения) является правило формирования заказов; соответствующими неуправляемыми переменными являются уровни суточной потребности в рыбе и количество проданной рыбы.

Особенностью моделирования, которая отличает ее от таких методов, как линейное программирование или обслуживание очередей, является то, что имитационную модель нужно «настраивать» на каждую конкретную ситуацию. В противоположность имитационной модели, при использовании в различных ситуациях модели линейного программирования нужно только переопределять целевую функцию и уравнения ограничений. Более того, уникальная природа каждой имитационной модели проявляется в том, что процедуры построения и «прогона» модели, о которых мы поговорим несколько позже, представляют собой синтез различных подходов к моделированию; это скорее рекомендации, а не жесткие правила.

Если вернуться к нашему примеру с рыбной лавкой, то переменными будут заказанное количество рыбы, потребность и объем продаж, а параметры- стоимость рыбы и продажная цена рыбы.

Определение продолжительности «прогона».

Продолжительность процесса моделирования, или время «прогона», зависит от цели моделирования. Возможно, шире других распространен подход, когда процесс моделирования продолжается до тех пор , пока не достигнуто состояние равновесия с фактическими данными. В нашем примере с рыбной лавкой это означало бы, что моделируемые продажи рыбы соответствуют своим обычным относительным объемам. Другой подход заключается в том, чтобы выполнить моделирование для заданного периода времени (например, месяц, год или десятилетия), а затем посмотреть, приемлемы ли условия, создавшиеся в конце этого периода. Третий подход состоит в том, чтобы установить такую продолжительность «прогона», которая позволяла бы набрать выборку, достаточно большую для проверки статистических гипотез.

Оценка результатов.

Выводы, которые можно извлечь из процесса моделирования, зависят не только от степени соответствия модели реальной системе, но и от конструкции самой модели (в статистическом смысле). В действительности многие рассматривают моделирование как разновидность проверки гипотез, когда каждый «прогон» модели позволяет получить один или несколько фрагментов выборки, подлежащих формальному анализу с помощью статистических методов.

В большинстве случаев аналитик располагает определенной информацией, с помощью которой он может сравнить результаты моделирования: данные о предыдущем функционировании системы, данные о функционировании подобных систем и собственное интуитивное понимание аналитиком функционирования реальной системы. Правда, информации, полученной из этих источников, как правило, недостаточно, чтобы подтвердить выводы, сделанные на основе результатов моделирования. Поэтому единственной подлинной проверкой результатов моделирования является качество функционирования реальной системы после применения в ней результатов моделирования.

Моделирование очередей

Очереди, которые бывают последовательными и параллельными, например, очереди на сборочных линиях и на предприятиях, выполняющих специальные заказы, как правило, невозможно описать с помощью математических моделей. Однако очереди хорошо поддаются имитационному моделированию на компьютере.

Имитационное моделирование (simulation) является одним из мощнейших методов анализа любых систем. В общем случае под имитацией понимают процесс проведения на ЭВМ экспериментов с математическими моделями сложных систем реального мира. Цели проведения подобных экспериментов могут быть самыми различными – от выявления свойств и закономерностей исследуемой системы до решения конкретных практических задач. С развитием средств вычислительной техники и программного обеспечения спектр применения имитации в сфере экономики существенно расширился. В настоящее время ее используют как для решения задач внутрифирменного управления, так и для моделирования управления на макроэкономическом уровне. Рассмотрим основные преимущества применения имитационного моделирования в процессе решения задач финансового анализа.

Как следует из определения, имитация – это компьютерный эксперимент. Единственное отличие подобного эксперимента от реального состоит в том, что он проводится с моделью системы, а не с самой системой. Однако проведение реальных экспериментов с экономическими системами, по крайней мере, неразумно, требует значительных затрат и вряд ли осуществимо на практике. Таким образом, имитация является единственным способом исследования систем без осуществления реальных экспериментов.

Часто практически невыполним или требует значительных затрат сбор необходимой информации для принятия решений. Например, при оценке риска инвестиционных проектов, как правило, используют прогнозные данные об объемах продаж, затратах, ценах и т.д. Однако, чтобы адекватно оценить риск, необходимо иметь достаточное количество информации для формулировки правдоподобных гипотез о вероятностных распределениях ключевых параметров проекта. В подобных случаях **отсутствующие фактические данные** заменяются величинами, полученными в процессе имитационного эксперимента (т.е. сгенерированными компьютером).

При решении многих задач финансового анализа используются модели, содержащие случайные величины, поведение которых не поддается управлению со стороны лиц, принимающих решения. Такие модели называют **стохастическими**. Применение имитации позволяет сделать выводы о возможных результатах, основанные на вероятностных распределениях случайных факторов (величин). Стохастическую имитацию часто называют методом Монте-Карло. Ниже рассмотрим технологию применения имитационного моделирования в среде Excel на примере задачи анализа рисков инвестиционных проектов. Республики Казахстан.

10.1. Описание примера

Имитационное моделирование представляет собой серию численных экспериментов, призванных получить эмпирические оценки степени влияния различных факторов (исходных величин) на некоторые, зависящие от них результаты (показатели). В общем случае проведение имитационного эксперимента можно разбить на следующие этапы: Установить взаимосвязи между исходными и выходными показателями в виде математического уравнения или неравенства. Задать законы распределения вероятностей для ключевых параметров модели. Провести компьютерную имитацию значений ключевых параметров модели. Рассчитать основные характеристики распределений исходных и выходных показателей.

Провести анализ полученных результатов и принять решение.

Результаты имитационного эксперимента могут быть дополнены статистическим анализом, а также использоваться для построения прогнозных моделей и сценариев. Рассмотрим следующий пример использования имитационного моделирования для решения задачи анализа рисков инвестиционного проекта.

Пример.

Фирма рассматривает инвестиционный проект по производству продукта "А". В процессе предварительного анализа экспертами были выявлены три ключевых параметра проекта и определены возможные границы их изменений (табл.10.1). Прочие параметры проекта считаются постоянными величинами (табл. 10.2).

Таблица 10.1

Ключевые параметры проекта по производству продукта "А"

Сценарий	Показатели		
	Наихудший	Наилучший	Вероятный
Объем выпуска – Q	150	300	200
Цена за штуку – P	40	55	50
Переменные затраты – V	35	25	30

Первым этапом анализа согласно сформулированному выше алгоритму является определение зависимости результирующего показателя от исходных. При этом в качестве результирующего показателя обычно выступает один из критериев эффективности: NPV, IRR, PI.

Предположим, что используемым критерием является чистая современная стоимость проекта NPV:

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{NCF_t}{(1+r)^t} = I_0 \quad (10.1)$$

где NCF_t – величина чистого потока платежей в периоде t .

Таблица 10.2

Неизменяемые параметры проекта по производству продукта "А"

Показатели	Наиболее вероятное значение
Постоянные затраты – F	500
Амортизация – A	100
Налог на прибыль – T	60%
Норма дисконта – r	10%
Срок проекта – n	5
Начальные инвестиции – I ₀	2000

По условиям примера, значения нормы дисконта r и первоначального объема инвестиций I_0 известны и считаются постоянными в течении срока реализации проекта (табл. 10.2).

По условиям примера ключевыми варьируемыми параметрами являются: переменные расходы V , объем выпуска Q и цена P . Диапазоны возможных изменений варьируемых показателей

приведены в табл. 10.1. При этом будем исходить из предположения, что все ключевые переменные имеют равномерное распределение вероятностей.

10.2. Имитационное моделирование с применением функций Excel

Проведение имитационных экспериментов в среде Excel можно осуществить двумя способами – с помощью встроенных функций и путем использования инструмента "Генератор случайных чисел" дополнения "Анализ данных" (Analysis ToolPack). Для сравнения ниже рассматриваются оба способа. При этом основное внимание уделено технологии проведения имитационных экспериментов и последующего анализа результатов с использованием инструмента "Генератор случайных чисел". Рассмотрим первый способ. Следует отметить, что применение встроенных функций целесообразно лишь в том случае, когда вероятности реализации всех значений случайной величины считаются одинаковыми. Тогда для имитации значений требуемой переменной можно воспользоваться математическими функциями СЛЧИС() или СЛУЧМЕЖДУ(). Форматы функций приведены в табл. 10.3.

Функция СЛЧИС() возвращает равномерно распределенное случайное число E, большее, либо равное 0 и меньшее 1, т.е.: $0 \leq E < 1$. Вместе с тем, путем несложных преобразований, с ее помощью можно получить любое случайное вещественное число. Например, чтобы получить случайное число между a и b, достаточно задать в любой ячейке электронной таблицы (ЭТ) следующую формулу: = СЛЧИС()*(b-a)+a. Эта функция не имеет аргументов. Если в ЭТ установлен режим автоматических вычислений, принятый по умолчанию, то возвращаемый функцией результат будет изменяться всякий раз, когда происходит ввод или корректировка данных. В режиме ручных вычислений пересчет всей ЭТ осуществляется только после нажатия клавиши [F9].

Таблица 10.3

Математические функции для генерации случайных чисел

Наименование функции		Формат функции
Оригинальная версия	Локализованная версия	
RAND	СЛЧИС	СЛЧИС() – не имеет аргументов
RANDBETWEEN	СЛУЧМЕЖДУ	СЛУЧМЕЖДУ(нижн_граница; верхн_граница)

Настройка режима управления вычислениями производится установкой соответствующего флажка в подпункте "Вычисления" пункта "Параметры" темы "Сервис" главного меню.

В целом применение функции СЛЧИС() при решении задач финансового анализа ограничено рядом специфических приложений. Однако ее удобно использовать в некоторых случаях для генерации значений вероятности событий, а также вещественных чисел.

Функция СЛУЧМЕЖДУ(нижн_граница; верхн_граница). Как следует из названия этой функции, она позволяет получить случайное число из заданного интервала. При этом тип возвращаемого числа (т.е. вещественное или целое) зависит от типа заданных аргументов. Если задать аналогичные формулы для переменных Р и V, а также формулу для вычисления NPV и скопировать их требуемое число раз, можно получить генеральную совокупность, содержащую различные значения исходных показателей и полученных результатов. Продемонстрируем изложенный подход на решении примера. Перед тем, как приступить к разработке шаблона, целесообразно установить в ЭТ режим ручных вычислений. Для этого необходимо выполнить следующие действия.

1. Выбрать в главном меню тему "Сервис".
2. Выбрать пункт "Параметры" подпункт "Вычисления".
3. Установить флажок "Вручную" и нажать кнопку "ОК".

Приступаем к разработке шаблона. С целью упрощения и повышения наглядности анализа выделим для его проведения в рабочей книге Excel два листа. Первый лист – "Имитация", предназначен для построения генеральной совокупности (рис.10.1). Определенные в данном листе формулы и собственные имена ячеек приведены в табл. 10.4 и 10.5.

Первая часть листа (блок ячеек A1..E7) предназначена для ввода диапазонов изменений ключевых переменных, значения которых

будут генерироваться в процессе проведения эксперимента. В ячейке В7 задается общее число имитаций (экспериментов). Формула, заданная в ячейке Е7, вычисляет номер последней строки выходного блока, в который будут помещены полученные значения. Смысл этой формулы будет раскрыт позже.

Вторая часть листа (блок ячеек А9..Е11) предназначена для проведения имитации. Формулы в ячейках А10..С11 генерируют значения для соответствующих переменных с учетом заданных в ячейках В3..С5 диапазонов

их изменений. Обратите внимание на то, что при указании нижней и верхней границы изменений используется абсолютная адресация ячеек.

	А	В	С	Д	Е
1	Исходные условия эксперимента				
2		Минимум	Максимум		
3	Перем. расходы				
4	Количество				
5	Цена				
6					
7	Экспериментов =			Номер стр. =	В
8					
9	Переменные расходы (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCF)	ЧСС (NPV)
10	0	0	0	0,00	0,00
11	0	0	0	0,00	0,00
12					
13					
14					
15	Имитация / Результаты анализа / Лист 1				

Рис. 10.1 Лист "Имитация"

Формулы в ячейках D10..E11 вычисляют величину потока платежей и его чистую современную стоимость соответственно. При этом значения постоянных переменных берутся из следующего листа шаблона – "Результаты анализа".

Лист "Результаты анализа" кроме значений постоянных переменных содержит также функции, вычисляющие параметры распределения изменяемых (Q, V, P) и результатных (NCF, NPV) переменных и вероятности различных событий. Определенные для данного листа формулы и собственные имена ячеек приведены в табл. 10.6 и 10.7. Общий вид листа показан на рис. 10.2.

Таблица 10.4

Формулы листа "Имитация"

Ячейка	Формула
E7	=B7+10-2
A10	=СЛУЧМЕЖДУ(\$B\$3;\$C\$3)
A11	=СЛУЧМЕЖДУ(\$B\$3;\$C\$3)
B10	=СЛУЧМЕЖДУ(\$B\$4;\$C\$4)
B11	=СЛУЧМЕЖДУ(\$B\$4;\$C\$4)
C10	=СЛУЧМЕЖДУ(\$B\$5;\$C\$5)
C11	=СЛУЧМЕЖДУ(\$B\$5;\$C\$5)
D10	=(B10*(C10-A10)-Пост_расх-Аморт)*(1-Налог)+Аморт
D11	=(B11*(C11-A11)-Пост_расх-Аморт)*(1-Налог)+Аморт
E10	=ПЗ(Норма;Срок;-D10)-Нач_инвест
E11	=ПЗ(Норма;Срок;-D11)-Нач_инвест

Таблица 10.5

Имена ячеек листа "Имитация"

Адрес ячейки	Имя	Комментарии
Блок A10:A11	Перем_расх	Переменные расходы
Блок B10:B11	Количество	Объем выпуска
Блок C10:C11	Цена	Цена изделия
Блок D10:D11	Поступления	Поступления от проекта NCF _t
Блок E10:E11	ЧСС	Чистая современная стоимость NPV

Поскольку формулы листа содержат ряд новых функций, приведем необходимые пояснения. Функции МИН() и МАКС() вычисляют минимальное и максимальное значение для массива данных из блока ячеек, указанного в качестве их аргумента. Имена и диапазоны этих блоков приведены в табл. 10.7. Функция СЧЕТЕСЛИ() осуществляет подсчет количества ячеек в указанном блоке, значения которых удовлетворяют заданному условию. В данном случае, заданная в ячейке F13, эта функция осуществляет подсчет количества отрицательных значений NPV, содержащихся в

блоке ячеек ЧСС (см. табл. 10.7). Механизм действия функции СУММЕСЛИ() аналогичен функции СЧЕТЕСЛИ(). Отличие заключается лишь в том, что эта функция суммирует значения ячеек в указанном блоке, если они удовлетворяют заданному условию.

Таблица 10.6

Формулы листа "Результаты анализа"

Ячейка	Формула
B8	=СРЗНАЧ(Перем_расх)
B9	=СТАНДОТКЛОНП(Перем_расх)
B10	=B9/B8
B11	=МИН(Перем_расх)
B12	=МАКС(Перем_расх)
C8	=СРЗНАЧ(Количество)
C9	=СТАНДОТКЛОНП(Количество)
C10	=C9/C8
C11	=МИН(Количество)
C12	=МАКС(Количество)
D8	=СРЗНАЧ(Цена)
D9	=СТАНДОТКЛОНП(Цена)
D10	=D9/D8
D11	=МИН(Цена)
D12	=МАКС(Цена)
E8	=СРЗНАЧ(Поступления)
E9	=СТАНДОТКЛОНП(Поступления)
E10	=E9/E8
E11	=МИН(Поступления)
E12	=МАКС(Поступления)
F8	=СРЗНАЧ(ЧСС)
F9	=СТАНДОТКЛОНП(ЧСС)
F10	=F9/F8
F11	=МИН(ЧСС)
F12	=МАКС(ЧСС)
F13	=СЧЕТЕСЛИ(ЧСС;"<0")
F14	=СУММЕСЛИ(ЧСС;"<0")
F15	=СУММЕСЛИ(ЧСС;">0")
E18	=НОРМАЛИЗАЦИЯ(D18;\$F\$8;\$F\$9)
F18	=НОРМСТРАСП(E18)

Таблица 10.7

Имена ячеек листа "Результаты анализа"

Адрес ячейки	Имя	Комментарии
B2	Нач_инвест	Начальные инвестиции
B3	Пост_расх	Постоянные расходы
B4	Аморт	Амортизация
D2	Норма	Норма дисконта
D3	Налог	Ставка налога на прибыль
D4	Срок	Срок реализации прока

	A	B	C	D	E	F
	Имитационный анализ (Метод Монте-Карло)					
	Распределение с равными вероятностями					
1						
2	Начальные инвест. (I)		Норма г			
3	Пост. расходы (F)		Налог (П)			
4	Амортизация (A)		Срок (n)			
5						
6	Показатели	Переменные(V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCF _q)	NPV
7						
8	Среднее значение	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	Стандарт. отклонение	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	Козф. вариации	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!
11	Минимум	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	Максимум	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
13	Число случаев NPV < 0					0,00
14	Сумма убытков					0,00
15	Сумма доходов					0,00
16						
17	Вероятность p(NPV<=X)			Вел. (X)	Нормал. (X)	p(NPV<=X)
18				0,00	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
19						
	Имитация Результаты анализа Лист3 Лист4					

Рис. 10.2 Лист "Результаты анализа"

В данном случае, заданные в ячейках F14..F15, функции осуществляет подсчет суммы отрицательных (ячейка F14) и положительных (ячейка F15) значений NPV, содержащихся в блоке ЧСС. Смысл этих расчетов будет объяснен позже.

Две последние формулы (ячейки E18 и F18) предназначены для проведения вероятностного анализа распределения NPV и требуют небольшого теоретического отступления. В рассматриваемом примере мы исходим из предположения о независимости и

равномерном распределении ключевых переменных Q, V, P. Однако какое распределение при этом будет иметь результирующая величина – показатель NPV, заранее определить нельзя. Одно из возможных решений этой проблемы – попытаться аппроксимировать неизвестное распределение каким-либо известным. При этом в качестве приближения удобнее всего использовать нормальное распределение. Это связано с тем, что в соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей при выполнении определенных условий сумма большого числа случайных величин имеет распределение, приблизительно соответствующее нормальному.

В прикладном анализе для целей аппроксимации широко применяется частный случай нормального распределения – т.н. стандартное нормальное распределение. Математическое ожидание стандартно распределенной случайной величины E равно 0: $M(E) = 0$. График этого распределения симметричен относительно оси ординат и оно характеризуется всего одним параметром – стандартным отклонением s , равным 1.

Приведение случайной переменной E к стандартно распределенной величине Z осуществляется с помощью т.н. нормализации – вычитания средней и последующего деления на стандартное отклонение:

$$Z = \frac{E - M(E)}{\delta(E)} \quad (10.2)$$

Как следует из (10.2), величина Z выражается в количестве стандартных отклонений. Для вычисления вероятностей по значению нормализованной величины Z используются специальные статистические таблицы.

В Excel подобные вычисления осуществляются с помощью статистических функций НОРМАЛИЗАЦИЯ() и НОРМСТРАСП(). Функция НОРМАЛИЗАЦИЯ(x; среднее; станд_откл) возвращает нормализованное значение Z величины x, на основании которого затем вычисляется искомая вероятность $p(E \leq x)$. Она реализует соотношение (10.2). Функция требует задания трех аргументов: x – нормализуемое значение; среднее – математическое ожидание случайной величины E; станд_откл – стандартное отклонение. Полученное значение Z является аргументом для следующей функции – НОРМСТРАСП().

Функция НОРМСТРАСП(Z) возвращает стандартное нормальное распределение, т.е. вероятность того, что случайная нормализованная величина E будет меньше или равна x. Она имеет всего один аргумент – Z, вычисляемый функцией НОРМАЛИЗАЦИЯ().

Нетрудно заметить, что эти функции следует использовать в tandemе. При этом наиболее эффективным и компактным способом их задания является указание функции НОРМАЛИЗАЦИЯ() в качестве аргумента функции – НОРМСТРАСП(), т.е.: =НОРМСТРАСП(НОРМАЛИЗАЦИЯ(x; среднее; станд_откл)). С целью повышения наглядности, в проектируемом шаблоне функции заданы раздельно (ячейки E18 и F18). Сформируйте данный шаблон и сохраните его на магнитном диске под именем SIMUL_1.XLT. Приступаем к имитационному эксперименту. Для его проведения необходимо выполнить следующие шаги.

1. Ввести значения постоянных переменных (табл.10.2) в ячейки B2..B4 и D2..D4 листа "Результаты анализа".
2. Ввести значения диапазонов изменений ключевых переменных (табл. 1) в ячейки B3..C5 листа "Имитация".
3. Задать в ячейке B7 требуемое число экспериментов.
4. Установить курсор в ячейку A11 и вставить необходимое число строк в шаблон (номер последней строки будет вычислен в E7).
5. Скопировать формулы блока A10..E10 требуемое количество раз.
6. Перейти к листу "Результаты анализа" и проанализировать полученные результаты.

Рассмотрим реализацию выделенных шагов более подробно. Выполнение первых трех пунктов не должно вызвать особых затруднений. Введите значения постоянных переменных в ячейки B2..B4 листа "Результаты анализа". Введите значения диапазонов изменений ключевых переменных в ячейки B3..C5 листа "Имитация". Укажите в ячейке B7 число проводимых экспериментов, например – 500. Установите табличный курсор в ячейку A11.

На следующем шаге необходимо вставить в шаблон нужное количество строк (498). Однако выделение такого количества строк при помощи указателя мыши – достаточно трудоемкая операция. К счастью EXCEL предоставляет более эффективные процедуры для выполнения подобных операций. В частности, в данном случае

можно воспользоваться операцией перехода, которую также удобно применять и для выделения больших диапазонов ячеек.

Нажмите функциональную клавишу [F5]. На экране появится окно диалога "Переход" (рис. 10.3).

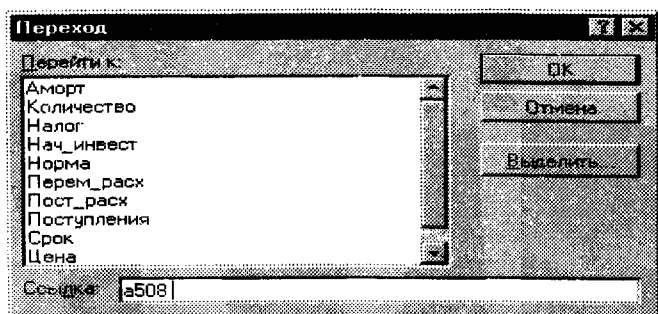


Рис. 10.3 Окно диалога "Переход"

Для перехода к нужному участку электронной таблицы достаточно указать в поле "Ссылка" адрес или имя соответствующей ячейки (блока). В данном случае, таким адресом будет любая ячейка последней вставляемой строки, номер которой вычислен в ячейке E7 (508). Например, в качестве адреса перехода может быть указана ячейка A508.

Введите в поле "Ссылка" адрес: A508 и нажмите комбинацию клавиш [SHIFT] + [ENTER]. Результатом выполнения этих действий будет выделение блока A11.A508. После чего осуществите вставку строк любым из известных вам способов.

Теперь необходимо заполнить вставленные строки формулами блока ячеек A10.E10. Для этого выполните следующие действия.

1. Выделите и скопируйте в буфер блок ячеек A10.E10.
2. Нажмите комбинацию клавиш [CTRL] + [SHIFT] + [↓].
3. Нажмите клавишу [ENTER].
4. Нажмите клавишу [F9].

Результатом выполнения этих действий будет заполнение блока A10..E509 случайными значениями ключевых переменных V, Q, P и результатами вычислений величин NCF и NPV. Фрагмент результатов

	A	B	C	D	E
1	Исходные условия эксперимента				
2		Минимум	Максимум		
3	Перем. расходы	25	35		
4	Количество	150	300		
5	Цена	40	55		
6					
7	Экспериментов =	500		Номер стр. =	508
8					
9	Переменные расходы (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCF)	ЧСС (NPV)
10	29	288	52	2509,60	7513,36
11	31	202	51	1476,00	3595,20
12	28	200	46	1300,00	2928,02
13	35	297	54	2117,20	6025,85
14	32	260	40	692,00	623,22
15	31	229	42	867,60	1288,89
16	25	243	53	2581,60	7786,30
17	25	213	40	1138,00	2313,92
18	32	225	41	670,00	539,83
19	27	279	47	2092,00	5930,33
20	26	297	47	2354,80	6926,54
	Имитация	Результаты анализа	Р		

Рис. 10.4 Результаты имитации

имитации, полученных автором, приведен на рис. 10.4. Соответствующие проведенному эксперименту результаты анализа приведены на рис. 10.5, который сразу после рис.10.4

Сумма всех отрицательных значений NPV в полученной генеральной совокупности (ячейка F14) может быть интерпретирована как чистая стоимость неопределенности для инвестора в случае принятия проекта. Аналогично сумма всех положительных значений NPV (ячейка F15) может трактоваться как чистая стоимость неопределенности для инвестора в случае отклонения проекта. Несмотря на всю условность этих показателей, в целом они представляют собой индикаторы целесообразности проведения дальнейшего анализа.

В данном случае они наглядно демонстрируют несоизмеримость суммы возможных убытков по отношению к общей сумме доходов (-11691,92 и 1692669,76 соответственно).

Подводя итоги, отметим, что в целом применение рассмотренной технологии проведения имитационных экспериментов

в среде Excel – достаточно трудоемкий процесс, который к тому же ограничивается случаем равномерного распределения исследуемых переменных.

Гораздо более удобным и эффективным способом решения таких задач в среде Excel является использование специального инструмента анализа – "Генератор случайных чисел".

10.3. Имитация с инструментом "Генератор случайных чисел"

Этот инструмент предназначен для автоматической генерации множества данных (генеральной совокупности) заданного объема, элементы которого характеризуются определенным распределением вероятностей. При этом могут быть использованы 7 типов распределений: равномерное, нормальное, Бернулли, Пуассона, биномиальное, модельное и дискретное. Применение инструмента "Генератор случайных чисел", как и большинства используемых в этой работе функций, требует установки специального дополнения "Пакет анализа". Для демонстрации техники применения этого инструмента изменим условия примера, определив вероятности для каждого сценария развития событий следующим образом (табл. 10.8). Мы также будем исходить из предположения о нормальном распределении ключевых переменных. Количество имитаций оставим прежним – 500. Приступим к формированию шаблона. Как и в предыдущем случае, выделим в рабочей книге два листа: "Имитация" и "Результаты анализа". Формирование шаблона целесообразно начать с листа "Результаты анализа" (рис. 10.6). Как следует из рис. 10.6 этот лист практически соответствует ранее разработанному для решения предыдущей задачи (см. рис. 10.2). Отличие составляют лишь формулы для расчета вероятностей, которые приведены в табл. 10.9.

	A	B	C	D	E	F
1	Имитационный анализ (Метод Монте-Карло)					
2	Распределение с разными вероятностями					
3	Начальные инвест. (I)	2000,00	Норма г	0,10		
4	Пост. расходы (F)	500,00	Налог (T)	0,60		
5	Амортизация (A)	100,00	Срок (n)	5,00		
6	Показатели	Переменные (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCFt)	NPV
7						
8	Среднее значение	29,93	223,72	47,32	1414,47	3361,96
9	Стандарт. отклонение	3,14	45,53	4,66	599,17	2271,31
10	Козф. вариации	0,10	0,20	0,10	0,42	0,68
11	Минимум	25,00	150,00	40,00	196,00	-1257,01
12	Максимум	35,00	300,00	55,00	3224,00	10221,50
13	Число случаев NPV < 0					20,00
14	Сумма убытков					-11691,92
15	Сумма доходов					1692669,76
16						
17	Вероятность p(NPV<=X)			Вел. (X)	Нормал. (X)	p(NPV<=X)
18					1,48	0,07
19						
20						
21	Имитация	Результаты анализа	График зависимости			

Рис. 10.5 Результаты анализа

	A	B	C	D	E	F
1	Имитационный анализ (Метод Монте-Карло)					
2	Нормальное распределение					
3	Начальные инвест. (I)		Норма г			
4	Пост. расходы (F)		Налог (T)			
5	Амортизация (A)		Срок (n)			
6	Показатели	Переменные (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCFt)	ЧСС (NPV)
7						
8	Среднее значение	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	0,00	0,00
9	Стандарт. отклонение	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	0,00	0,00
10	Козф. вариации	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!
11	Минимум	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	Максимум	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
13	Число случаев NPV < 0					0,00
14	Сумма убытков					0,00
15	Сумма доходов					0,00
16						
17	P(E <= 0)	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
18	P(E<=МИН(E))	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
19	P(M(E) + σ <= E <= max)	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
20	P(M(E) - σ <= E <= M(E))	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
21						
22						
23						
24	Результаты анализа	Лист1	Лист2	Лист3	Лист4	

Рис.10.6 Лист "Результаты анализа" (шаблон II)

Таблица 10.8

Вероятностные сценарии реализации проекта

Сценарий Показатели	Наихудший P = 0.25	Наилучший P = 0.25	Вероятный P = 0.5
Объем выпуска – Q	150	300	200
Цена за штуку – P	40	55	50
Переменные затраты – V	35	25	30

Таблица 10.9

Формулы листа "Результаты анализа" (шаблон II)

Ячейка	Формула
B17	=НОРМРАСП(0;B8;B9;1)
B18	=НОРМРАСП(B11;B8;B9;1)
B19	=НОРМРАСП(B12;B8;B9;1)-НОРМРАСП(B8+B9;B8;B9;1)
B20	=НОРМРАСП(B8;B8;B9;1)-НОРМРАСП(B8-B9;B8;B9;1)
C17	=НОРМРАСП(0;C8;C9;1)
C18	=НОРМРАСП(C11;C8;C9;1)
C19	=НОРМРАСП(C12;C8;C9;1)-НОРМРАСП(C8+C9;C8;C9;1)
C20	=НОРМРАСП(C8;C8;C9;1)-НОРМРАСП(C8-C9;C8;C9;1)
D17	=НОРМРАСП(0;D8;D9;1)
D18	=НОРМРАСП(D11;D8;D9;1)
D19	=НОРМРАСП(D12;D8;D9;1)- НОРМРАСП(D8+D9;D8;D9;1)
D20	=НОРМРАСП(D8;D8;D9;1)-НОРМРАСП(D8-D9;D8;D9;1)
E17	=НОРМРАСП(0;E8;E9;1)
E18	=НОРМРАСП(E11;E8;E9;1)
E19	=НОРМРАСП(E12;E8;E9;1)-НОРМРАСП(E8+E9;E8;E9;1)
E20	=НОРМРАСП(E8;E8;E9;1)-НОРМРАСП(E8-E9;E8;E9;1)
F17	=НОРМРАСП(0;F8;F9;1)
F18	=НОРМРАСП(F11;F8;F9;1)
F19	=НОРМРАСП(F12;F8;F9;1)-НОРМРАСП(F8+F9;F8;F9;1)
F20	=НОРМРАСП(F8;F8;F9;1)-НОРМРАСП(F8-F9;F8;F9;1)

Используемые в нем собственные имена ячеек также взяты из аналогичного листа предыдущего шаблона (см. табл. 10.7).

Для быстрого формирования нового листа "Результаты анализа" выполните следующие действия.

1. Загрузите предыдущий шаблон SIMUL_1.XLT и сохраните его под другим именем, например – SIMUL_2.XLT.
2. Удалите лист "Имитация". Для этого установите указатель мыши на ярлычок этого листа и нажмите правую кнопку. Результатом выполнения этих действий будет появления списка операций в виде контекстного меню. Выберите операцию "Удалить". Подтвердите свое решение нажатием кнопки "OK" в появившемся диалоговом окне.
3. Перейдите в лист "Результаты анализа". Удалите строки 17–18. Откорректируйте заголовок ЭТ.
4. Добавьте формулы из табл. 3.9. Для этого введите соответствующие формулы в ячейки блока В17..В20 и скопируйте их в блок С17..F20. Введите соответствующие комментарии.
5. Сверьте полученную таблицу с рис. 10.6.

Перейдите к следующему листу и присвойте ему имя – "Имитация". Приступаем к его формированию (рис. 10.7).

	А	В	С	Д	Е
1	Исходные условия эксперимента				
2		Перем.расх.	Количество	Цена	Вероятность
3	Минимум				
4	Вероятное				
5	Максимум				
6					
7	Среднее	#ССЫЛКА!	#ССЫЛКА!	#ССЫЛКА!	
8	Отклонение	#ССЫЛКА!	#ССЫЛКА!	#ССЫЛКА!	
9					
10	Экспериментов =	500		Номер строки =	512
11					
12	Переменные расходы	Количество	Цена	Поступления	ЧСС
13				0,00	0,00
14					
15					

Рис. 10.7 Лист "Имитация" (шаблон II)

Первая часть этого листа (блок ячеек А1..Е10) предназначена для ввода исходных данных и расчета необходимых параметров их распределений. Напомним, что нормальное распределение случайной величины характеризуется двумя параметрами – математическим ожиданием (средним) и стандартным отклонением. Формулы расчета указанных параметров для ключевых переменных модели заданы в блоках ячеек В7..D7 и В8..D8 соответственно (см. табл. 10.11). Для удобства определения формул и повышения их наглядности блоку ячеек Е3.Е5 присвоено имя "Вероятности" (см. табл. 10.10).

Таблица 10.10

Имена ячеек листа "Имитация" (шаблон II)

Адрес ячейки	Имя	Комментарии
Блок Е3:Е5	Вероятности	Вероятность значения параметра
Блок А13:А512	Перем_расх	Переменные расходы
Блок В13:В512	Количество	Объем выпуска
Блок С13:С512	Цена	Цена изделия
Блок D13:D512	Поступления	Поступления от проекта NCF
Блок E13:E512	ЧСС	Чистая современная стоимость NPV

Таблица 10.11

Формулы листа "Имитация" (шаблон II)

Ячейка	Формула
В7	=СУММПРОИЗВ(В3:В5; Вероятности)
В8	{=КОРЕНЬ(СУММПРОИЗВ((В3:В5 - В7)^2; Вероятности))}
С7	=СУММПРОИЗВ(С3:С5; Вероятности)
С8	{=КОРЕНЬ(СУММПРОИЗВ((С3:С5 - С7)^2; Вероятности))}
D7	=СУММПРОИЗВ(D3:D5; Вероятности)
D8	{=КОРЕНЬ(СУММПРОИЗВ((D3:D5 - D7)^2; Вероятности))}
E10	=В10+13 --1
D13	=(В13*(С13-А13)-Пост_расх-Аморт)*(1-Налог)+Аморт
E13	=ПЗ(Норма; Срок; -D13) - Нач_инвест

Обратите внимание на то, что для расчета стандартных отклонений используются формулы-массивы. Для формирования блока формул достаточно определить их для ячеек B7:B8 и затем скопировать в блок C7:D8.

Формула в ячейке E10 по заданному числу имитаций (ячейка B10) вычисляет номер последней строки для блоков, в которых будут храниться сгенерированные значения ключевых переменных.

Ячейки D13:E13 содержат уже знакомые нам формулы для расчета величины потока платежей NCF и его чистой современной стоимости NPV.

Сформируйте элементы оформления листа "Имитация", определите необходимые имена для блоков ячеек (табл. 10.10) и задайте требуемые формулы (табл. 10.11). Сверьте полученную ЭТ с рис. 10.7. Сохраните полученный шаблон под именем SIMUL_2.XLT.

Введите исходные значения постоянных переменных (табл. 10.2) в ячейки B2:B4 и D2:D4 листа "Результаты анализа". Перейдите к листу "Имитация". Введите значения ключевых переменных и соответствующие вероятности (табл. 10.8). Полученная в результате ЭТ должна иметь вид рис. 10.8.

Установите курсор в ячейку A13. Приступаем к проведению имитационного эксперимента.

1. Выберите в главном меню тему "Сервис" пункт "Анализ данных". Результатом выполнения этих действий будет появление диалогового окна "Анализ данных", содержащего список инструментов анализа.
2. Выберите из списка "Инструменты анализа" пункт "Генерация случайных чисел" и нажмите кнопку "ОК" (рис. 10.9).
3. На экране появится диалоговое окно "Генерация случайных чисел". Укажите в списке "Распределения" требуемый тип -- "Нормальное". Заполните остальные поля изменившегося окна согласно рис. 10.10 и нажмите кнопку "ОК". Результатом будет заполнение блока ячеек A13:A512 (переменные расходы) сгенерированными случайными значениями.

	A	B	C	D	E
1	Исходные условия эксперимента				
2		Минимум	Максимум		
3	Перем. расходы	25	35		
4	Количество	150	300		
5	Цена	40	55		
6					
7	Экспериментов =	500		Номер стр. =	508
8					
9	Переменные расходы (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCF _t)	ЧСС (NPV _t)
10	29	288	52	2509,60	7513,36
11	31	202	51	1476,00	3595,20
12	28	200	46	1300,00	2928,02
13	35	297	54	2117,20	6025,85
14	32	260	40	692,00	623,22
15	31	229	42	867,60	1288,89
16	25	243	53	2581,60	7786,30
17	25	213	40	1138,00	2313,92
18	32	225	41	670,00	539,83
19	27	279	47	2092,00	5930,33
20	26	297	47	2354,80	6926,54
	Имитация	Результаты анализа			Гр.

Рис. 10.8 Лист "Имитация" после ввода исходных данных

	A	B	C	D	E
1	Исходные условия эксперимента				
2		Перем.расх.	Количество	Цена	Вероятность
3	Минимум	25	150	40	0,25
4	Вероятное	30	200	50	0,5
5	Максимум	35	300	55	0,25
6					
7	Среднее	30	212,5	48,75	
8	Отклонение	3,54	54,49	5,45	
9					
10	Экспериментов =	500		Номер строки =	512
11					
12	Переменные расходы	Количество	Цена	Поступления	ЧСС
13				-140,00	2530,71
14					
15					
16					
	Результаты анализа	Имитация	Лист2		

Рис10.9 Выбор инструмента «Генерация случайных чисел»

Приведем необходимые пояснения. Первым заполняемым аргументом диалогового окна "Генерация случайных чисел" является поле "Число переменных". Оно задает количество колонок ЭТ, в которых будут размещаться сгенерированные в соответствии с заданным законом распределения случайные величины. В нашем примере оно должно содержать 1, так как ранее мы отвели под значения переменной V (переменные расходы) в ЭТ одну колонку – "А". В случае, если указывается число больше 1, случайные величины будут размещены в соответствующем количестве соседних колонок, начиная с активной ячейки. Если это число не введено, то все колонки в выходном диапазоне будут заполнены.

Следующим обязательным аргументом для заполнения является содержимое поля "Число случайных чисел" (т.е. – количество имитаций). Согласно условиям примера оно должно быть равно 500 (см. рис. 10.12). При этом Excel автоматически подсчитывает необходимое количество ячеек для хранения генеральной совокупности.

Необходимый вид распределения задается путем соответствующего выбора из списка "Распределения". Как уже отмечалось ранее, могут быть получены 7 наиболее распространенных в практическом анализе типов распределений, каждое из которых характеризуется собственными параметрами. Выбранный тип распределения определяет внешний вид диалогового окна. В рассматриваемом примере выбор типа распределения "Нормальное" повлек за собой появление дополнительных аргументов – его параметров "Среднее" и "Стандартное отклонение", рассчитанных ранее для исследуемой переменной V в ячейках В7 и В8 листа "Имитация". К сожалению эти аргументы могут быть заданы только в виде констант. Использование адресов ячеек и собственных имен здесь не допускается!

Указание аргумента "Случайное рассеивание" позволяет при повторных запусках генератора получать те же значения случайных величин, что и при первом. Таким образом одну и ту же генеральную совокупность случайных чисел можно получить несколько раз, что значительно повышает эффективность анализа (сравните с предыдущим шаблоном!). В случае если этот аргумент не задан (равен 0), при каждом последующем запуске генератора будет формироваться новая генеральная совокупность. В нашем примере этот аргумент задан равным 1, что позволит нам оперировать с одной

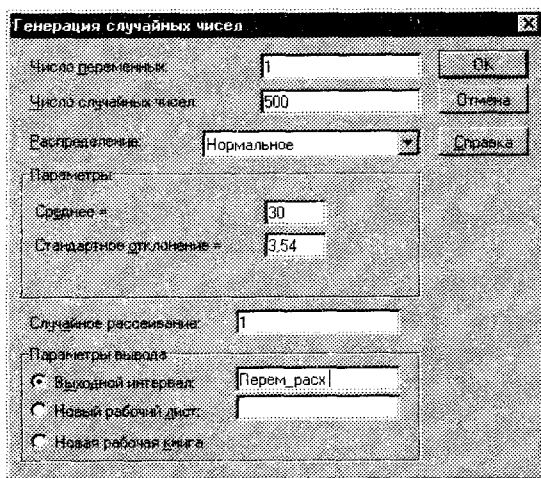


Рис. 10.10 Заполнение полей окна "Генерация случайных чисел"

и той же генеральной совокупностью и избежать постоянных перерасчетов ЭТ. Последний аргумент диалогового окна "Генерация случайных чисел" – "Параметры вывода" определяет место расположения полученных результатов. Место вывода задается путем установления соответствующего флажка. При этом можно выбрать три варианта размещения:

- выходной блок ячеек на текущем листе – введите ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона, при этом его размер будет определен автоматически и в случае возможного наложения генерируемых значений на уже имеющиеся данные на экран будет выведено предупреждающее сообщение;
- новый рабочий лист – в рабочей книге будет открыт новый лист, содержащий результаты генерации случайных величин, начиная с ячейки A1;
- новая рабочая книга – будет открыта новая книга с результатами имитации на первом листе.

В рассматриваемом примере для проведения дальнейшего анализа необходимо, чтобы случайные величины размещались в специально отведенные для них блоки ячеек (см. табл. 10.10). В частности, для хранения 500 значений первой переменной ранее был отведен блок ячеек A13..A512. Поскольку для этого блока определено

собственное имя – "Перем_расх", оно указано в качестве выходного диапазона. Отметим, что при увеличении либо уменьшении количества имитаций необходимо также переопределить и выходные блоки, предназначенные для хранения значений переменных.

Генерация значений остальных переменных Q и P осуществляется аналогичным образом, путем выполнения шагов 1–3. Пример заполнения окна "Генерация случайных чисел" для переменной Q (количество) приведен на рис.10.11

Для получения генеральной совокупности значений потока платежей и их чистой современной стоимости необходимо скопировать формулы базовой строки (ячейки D13.E13) требуемое число раз (499). С проблемой копирования больших диапазонов ячеек мы уже сталкивались в предыдущем примере.

Ее решение осуществляется выполнением следующих действий.

Рис. 10.11 Заполнение полей окна для переменной Q

1. Выделите и скопируйте в буфер ячейку D13.
2. Нажмите клавишу [F5]. На экране появится диалоговое окно "Переход".

3. Укажите в поле "Ссылка" имя блока "Поступления" и нажмите кнопку "ОК". Результатом этих действий будет выделение заданного блока.
4. Нажмите клавишу [ENTER].
5. В случае, если в ЭТ был установлен режим ручных вычислений, нажмите клавишу [F9].

Аналогичным образом копируется формула из ячейки E13. При этом в поле "Ссылка" диалогового окна "Переход" необходимо указать имя блока – "ЧСС". Вы также можете выбрать необходимое имя из списка "Перейти к". Полученные результаты решения примера приведены на рис. 10.12 – 10.13. Результаты проведенного имитационного эксперимента ненамного отличаются от предыдущих. Величина ожидаемой NPV равна 3412,14 при стандартном отклонении 2556,83. Коэффициент вариации (0,75) несколько выше, но меньше 1, таким образом риск данного проекта в целом ниже среднего риска инвестиционного портфеля фирмы. Результаты вероятностного анализа показывают, что шанс получить отрицательную величину NPV не превышает 9%. Общее число отрицательных значений NPV в выборке составляет 32 из 500. Таким образом с вероятностью около 91% можно утверждать, что чистая современная стоимость проекта будет больше 0. При этом вероятность того, что величина NPV окажется больше, чем $M(NPV) + s$, равна 16% (ячейка F19). Вероятность попадания значения NPV в интервал $[M(NPV) - s ; M(NPV)]$ равна 34%.

	A	B	C	D	E
1	Исходные условия эксперимента				
2		Перем.расх.	Количество	Цена	Вероятность
3	Минимум	25	150	40	0,25
4	Вероятное	30	200	50	0,5
5	Максимум	35	300	55	0,25
6					
7	Среднее	30	212,5	48,75	
8	Отклонение	3,54	54,49	5,45	
9					
10	Экспериментов =	500		Номер строки =	512
11					
12	Переменные расходы	Количество	Цена	Поступления	ЧСС
13	30,21364535	137,0895119	48,5327706	864,54	1277,30
14	23,32368534	169,8921946	49,95088328	1669,50	4328,72
15	29,1287571	226,4801054	41,47096875	978,11	1707,79
16	25,05789674	77,59419759	46,65623326	530,36	10,49
17	25,66879383	211,3587947	51,96375592	2083,07	5896,47
18	25,78804018	234,7611226	55,57110226	2656,76	8071,22
19	33,60148933	291,8060235	48,11563563	1554,13	3891,36
20	36,92651065	209,1375887	51,50616151	1079,66	2092,77
21	32,65799031	142,0688888	53,40036965	1038,74	1937,64

Рис. 10.12 Результаты имитационного эксперимента (шаблон II)

	A	B	C	D	E	F
1	Имитационный анализ (Метод Монте-Карло)					
2	Нормальное распределение					
3	Начальные инвест. (I)	2000,00	Норма (г)	0,10		
4	Пост. расходы (F)	500,00	Налог (T)	0,60		
5	Амортизация (A)	100,00	Срок (n)	5,00		
6	Показатели	Переменные (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCF)	ЧСС (NPV)
7						
8	Среднее значение	30,09	214,21	48,44	1427,71	3412,14
9	Стандарт. отклонение	3,61	52,18	5,39	674,48	2556,83
10	Козф. вариации	0,12	0,24	0,11	0,47	0,75
11	Минимум	19,92	60,91	35,40	89,10	-1662,23
12	Максимум	41,87	387,74	65,62	3638,98	11794,60
13	Число случаев NPV < 0					32,00
14	Сумма убытков					-15590,05
15	Сумма доходов					1721662,32
16						
17	P(E <= 0)	0,00	0,00	0,00	0,02	0,09
18	P(E <= МИН(E))	0,00	0,00	0,01	0,02	0,02
19	P(M(E) + σ <= E <= max)	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
20	P(M(E) - σ <= E <= M(E))	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34

Рис. 10.13 Результаты анализа (шаблон II)

10.4. Задачи к практическим занятиям

Определить точку безубыточности при реализации проекта по производству изделия «А» при фиксированных постоянных расходах F и переменных расходах V и цене Z , которые являются случайными величинами, описываемыми нормальным законом. Произвести статистический анализ результатов 500 экспериментов.

В табл. 10.12 и 10.13 приведены варианты заданий, где указаны значения F и возможные границы изменения и соответствующие вероятности случайных величин V и Z .

Таблица 10.12

Варианты заданий

Номер варианта	F	$Z_{\text{мин}}$	$Z_{\text{вер}}$	$Z_{\text{макс}}$	$P_{\text{с мин}}$	$P_{\text{с вер}}$	$P_{\text{с макс}}$
1.	135000	200	300	400	0,1	0,7	0,2
2.	426500	300	400	500	0,1	0,7	0,2
3.	412000	400	500	600	0,1	0,7	0,2
4.	1359000	500	600	700	0,1	0,7	0,2
5.	426000	600	700	800	0,1	0,7	0,2
6.	1099000	700	800	900	0,1	0,8	0,1
7.	558000	800	900	1000	0,1	0,8	0,1
8.	620000	900	1000	1100	0,1	0,8	0,1
9.	1211000	1000	1100	1200	0,1	0,8	0,1
10.	1320000	1100	1200	1300	0,1	0,8	0,1
11.	663000	1200	1300	1400	0,2	0,5	0,3
12.	268400	1300	1400	1500	0,2	0,5	0,3
13.	1010400	1400	1500	1600	0,2	0,5	0,3
14.	1770400	1500	1600	1700	0,2	0,5	0,3
15.	1150800	1600	1700	1800	0,2	0,5	0,3
16.	728000	1700	1800	1900	0,2	0,7	0,1
17.	920000	1800	1900	2000	0,2	0,7	0,1
18.	135600	1900	2000	2100	0,2	0,7	0,1
19.	1009200	2000	2100	2200	0,2	0,7	0,1
20.	670200	2100	2200	2300	0,2	0,7	0,1
21.	1586400	2200	2300	2400	0,2	0,6	0,2

22.	582000	2300	2400	2500	0,2	0,6	0,2
23.	1728900	2400	2500	2600	0,2	0,6	0,2
24.	924800	2500	2600	2700	0,2	0,6	0,2
25.	585600	2600	2700	2800	0,2	0,6	0,2

Таблица 10.13

Варианты заданий (продолжение)

Номер варианта	$V_{\text{мин}}$	$V_{\text{вер}}$	$V_{\text{макс}}$	$P_{v \text{ мин}}$	$P_{v \text{ вер}}$	$P_{v \text{ макс}}$
1.	250	270	300	0,2	0,6	0,2
2.	320	350	380	0,2	0,6	0,2
3.	400	460	500	0,2	0,6	0,2
4.	450	510	550	0,2	0,6	0,2
5.	650	680	700	0,2	0,6	0,2
6.	680	730	750	0,1	0,7	0,2
7.	800	840	900	0,1	0,7	0,2
8.	900	950	1000	0,1	0,7	0,2
9.	950	1030	1100	0,1	0,7	0,2
10.	950	1120	1500	0,1	0,7	0,2
11.	950	1270	1500	0,3	0,5	0,2
12.	1000	1380	1500	0,3	0,5	0,2
13.	1000	1440	2000	0,3	0,5	0,2
14.	1000	1520	2000	0,3	0,5	0,2
15.	1000	1630	2000	0,3	0,5	0,2
16.	1500	1760	2200	0,1	0,8	0,1
17.	1500	1820	2300	0,1	0,8	0,1
18.	1800	1990	2500	0,1	0,8	0,1
19.	1800	2040	2500	0,1	0,8	0,1
20.	1800	2170	2500	0,1	0,8	0,1
21.	1800	2220	2500	0,2	0,7	0,1
22.	2000	2350	2500	0,2	0,7	0,1
23.	2000	2410	2700	0,2	0,7	0,1
24.	2000	2520	3000	0,2	0,7	0,1
25.	2000	2660	3000	0,2	0,7	0,1

Имитационная модель - математическая компьютерная модель, в которую введены динамические элементы. Можно утверждать, что все, что поддается математическому анализу, можно описать с помощью имитационных моделей. Однако моделирование далеко не всегда является идеальным решением проблемы. Если интересующую нас проблему можно решить математическими методами, предпочтение следует отдать именно им, поскольку это займет меньше времени и обойдется дешевле. Кроме того, очевидным достоинством математического анализа является доказуемость, и вопрос заключается лишь в том, действительно ли данная математическая модель адекватно отображает реальную систему.

В то же время повышение возможностей компьютеров (быстродействие и объем памяти) существенно расширяет спектр объектов реального мира, которые можно описывать имитационными моделями. Появление все новых и более совершенных языков и программ моделирования – как универсальных (SIMAN, SLAM), так и специализированных программ (MAP/1, SIMFACTORY, Optima) - позволяет надеяться на существенное облегчение всего процесса создания имитационных моделей.

Ниже приводится перечень доводов в пользу применения имитационного моделирования, а также случаев, когда его применение имеет недостатки.

Преимущества

1. Разработка имитационной модели системы зачастую позволяет лучше понять реальную систему.
2. В ходе моделирования возможно «сжатие» времени: годы практической эксплуатации реальной системы можно промоделировать в течение нескольких секунд или минут.
3. Моделирование не требует прерывания текущей деятельности реальной системы.
4. Имитационные модели носят намного более общий характер, чем математические модели; их можно использовать в тех случаях, когда для проведения стандартного математического анализа нет надлежащих условий.
5. Моделирование можно использовать в качестве средства обучения персонала работе с реальной системой.
6. Моделирование обеспечивает более реалистичное воспроизведение системы, чем математический анализ.

7. Моделирование можно использовать для анализа переходных процессов, тогда как математические модели для этой цели не подходят.

8. В настоящее время разработано множество стандартизованных моделей, охватывающих широкий спектр объектов реального мира.

9. Имитационное моделирование отвечает на вопросы типа «а что, если...».

Недостатки

1. Несмотря на то, что на разработку имитационной модели системы может уйти довольно много времени и труда, нет никакой гарантии, что модель позволит получить ответы на интересующие нас вопросы.

2. Нет никакого способа доказать, что работа модели полностью соответствует работе реальной системы. Моделирование связано с многочисленными повторениями последовательностей, которые основываются на генерации случайных чисел, имитирующих наступление тех или иных событий. Явно стабильная система может – при неблагоприятном сочетании событий – «пойти вразнос» (хотя это и весьма маловероятно).

3. В зависимости от системы, которую мы хотим моделировать, построение модели может занять от одного часа до 100 человеко-лет. Моделирование сложных систем может оказаться весьма дорогостоящей затеей и занять немало времени.

4. Моделирование может быть менее точным, чем математический анализ, поскольку – подчеркнем еще раз – в его основу положена генерация случайных чисел. Если реальную систему можно представить математической моделью, предпочтение следует отдать именно такому способу моделирования.

5. Для «прогноза» сложных моделей требуется довольно значительное компьютерное время.

6. Для метода имитационного моделирования по-прежнему характерно недостаточное использование стандартизованных подходов (хотя некоторый прогресс в преодолении этого недостатка уже намечается). В результате модели одной и той же реальной системы построенные разными аналитиками, могут иметь мало общего между собой.

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И ОБСУЖДЕНИЯ к гл.10

1. Почему моделирование иногда называют «последним средством»?
2. Какую роль в моделировании играет испытание статистических гипотез?
3. Что служит признаком того, что имитационная модель верна?
4. Обязательно ли использовать компьютер, чтобы в результате моделирования получить достоверную информацию? Поясните свой ответ.
5. Какие методы используются для наращивания времени в модели? Поясните принцип их действия.
6. Каковы «за» и «против» начала моделирования с «пустой системы»? А с системой в состоянии равновесия?
7. Поясните разницу между известными математическими распределениями и эмпирическими распределениями. Какая информация потребуется для выполнения моделирования, если воспользоваться одним из известных математических распределений?
8. Какую роль в моделировании играет длительность «прогона»? Можно ли сказать, что «прогон», включающий 100 наблюдений, в два раза достовернее «прогноза» из 50

11. ГЕОЛОГО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ

11.1. Моделирование пространственных переменных

Геолого-математическое моделирование зародилось и было связано вначале с созданием простых моделей месторождений для оценки тоннажа и содержаний.

С ними и была связана также первая волна новых информационных технологий. Привлекательно было то, что автоматизация ручных операций позволила горным компаниям быстрее оценивать требуемые инвестиции. Эти технологии, едва появившись, привели к последующему скачку производительности. В начале 1970-х годов горная промышленность получила 3-мерное цифровое блочное

моделирование и геостатистический анализ ресурсов. Геологи научились использовать эти преимущества для прогнозирования запасов месторождений. Результатом стало улучшение качества и достоверности оценки ресурсов. Дальнейший прогресс характеризуется появлением 3-мерного геометрического моделирования и визуализации. Эти инструменты дали возможность геологам рассматривать геологические структуры как 3-мерные пространственные объекты и обеспечивать лучший контроль над созданием цифровых блочных моделей. Несмотря на то, что эта волна начала спадать, долговременный эффект от появления визуализации не может быть переоценен. Таким образом теория математического моделирования природных объектов, информация о которых может быть представлена массивом точек в трехмерном пространстве стала интенсивно развиваться в 70-80-е годы, затем и произошло ее становление как геоинформатики - нового направления в науках о Земле. Далее она получила распространение в таких науках, близких непосредственно к горному производству, как геофизика, геология, геодезия.

Горные предприятия, разрабатывающие сложноструктурные многокомпонентные месторождения как объекты проектирования и управления, относятся к высшей категории сложности. Они представляют собой многофакторные природно-технологические комплексы, развивающиеся в пространстве в течение длительного времени (до 20-30 лет и более) и характеризующиеся большими объемами информации различного вида:

- геометрической, включающей элементы месторождения и технологии горных работ, рассматриваемых в трехмерном пространстве горного отвода;

- экологической;

- технологической и технической;

- экономической;

Поиски метода математического моделирования, позволяющего, во-первых, в наибольшей степени использовать возможность современных компьютеров для быстрой переработки той огромной информации, которая характерна для горных предприятий и особенно месторождений полезных ископаемых, и, во-вторых, добиться совместимости различных математических моделей (рельефа местности, геологии и гидрогеологии, горных разработок, систем

транспортных коммуникаций и экологических факторов) привели в начале 80-х годов к работам по созданию геоинформатики горного производства как нового раздела горных наук.

Объектами математического моделирования при автоматизированном планировании и проектировании подземных и открытых горных разработок являются:

1. Месторождения полезных ископаемых, представляющие совокупность геохимических и геотектонических полей, в пределах которых условно выделены контуры залежей, рудных тел, пластов, различных видов горных пород.

2. Рельеф участка местности, в пределах которого располагаются карьерное поле и горный отвод.

3. Открытые и подземные горные выработки.

4. Отвалы, насыпи и прочие техногенные образования и различные сооружения.

5. Транспортные и прочие коммуникации.

6. Зоны воздействия на окружающую среду, зоны ограничения и т.п.

Исходной информацией для математического моделирования геометрических объектов горных предприятий служат геологические, топографические и гипсометрические планы, вертикальные и горизонтальные сечения, данные опробования геологоразведочных скважин, аэрофотосъемки и т.п.

Хотя данные по разведочным скважинам являются первичной неискаженной информацией, но математическое моделирование месторождений на их основе иногда чрезвычайно сложно и не всегда достаточно точно. Основная трудность заключается в интерпретации геологических закономерностей, которые не всегда поддаются математическому описанию.

Геологические планы и разрезы позволяют наглядно представить форму залежей на месторождении, их мощность, углы падения, глубину залегания, геологическое строение, размещение полезных компонентов и являются необходимым традиционным материалом для проектирования разработки месторождения полезного ископаемого и планирования горных работ на действующих предприятиях.

Графические модели, т.е. геологические профили и планы, легче преобразуются в математические модели, но передают последним также и все свои погрешности. Повышение точности моделирования

может быть достигнуто в ряде случаев при совместном использовании графических моделей и данных по скважинам. Благодаря последним уточняется распределение качественных признаков внутри контуров рудных тел или сортовых блоков, построенных на основе поперечных сечений или погоризонтных планов.

Результаты моделирования месторождений и их открытой разработки могут быть представлены в цифровой, табличной или графической формах различного вида, в зависимости, главным образом, от назначения модели, необходимой точности моделирования и вида исходной информации.

В задачах математического моделирования и оптимизации решаемых в системах автоматизированного проектирования и конструирования различных природно-технологических и сложных технических объектов, таких, как горные предприятия, строительные сооружения (газопроводы и прочие транспортные коммуникации, водохранилища и т.п.), погрузочно-транспортные комплексы и др., рассматриваются не только геометрические параметры объектов (линейные размеры, площади, объемы), но также и их качественные характеристики. Кроме того, многие объекты являются динамическими, изменяющимися во времени и пространстве как форму, так и показатели качества.

Методы моделирования позволяют четко определить геологическое строение месторождения, особенности оруденения, свойства полезного ископаемого. Из этих методов широкое распространение получили графическое, объемно – макетное, горно-геометрическое и в последнее время геолого-математическое моделирование и геоинформатика. В реальных условиях наиболее широко используются самые различные приемы геометризации месторождения и первостепенными из них являются геологическая карта или план поверхности, погоризонтные планы, поперечные и продольные разрезы, вертикальные и продольные проекции.

Исходной информацией для математического моделирования природных свойств и строения месторождения служат данные опробования скважин и горных выработок, по которым судят о содержании полезных компонентов в недрах, а также замеры мощности и углов падения рудных тел.

Результаты разведки образуют в статистическом смысле вариационный ряд или статистическую совокупность. Их можно

рассматривать как генеральную совокупность, когда собранный массив информации представляет месторождение в целом или крупный его участок. Кроме того, может быть выделена некоторая их часть (например, данные опробования рассечки, штрека, блока и т.д.) и сформирована соответствующая выборочная совокупность или просто выборка.

Вид математической модели различных свойств и строения природных геологических объектов определяется основными параметрами выделяемых выборок. Поэтому вначале следует провести анализ выделяемой выборки и дать правильную оценку основным её характеристикам.

В зависимости от того, где и как получены результаты разведки по простиранию рудного тела (штреку, штольне и др.), по разведочному пересечению (скважине, рассечке и др.), по восстающему и т.д. выборочные совокупности будут отличаться друг от друга. Это отличие в количестве произведённых наблюдений, их геометрии, а также натуральных свойствах – объёме проб, их форме, линейных размерах.

Выборки могут отличаться также расстоянием, на котором производится наблюдения геологических параметров или, другими словами, густотой разведочной сети наблюдений.

Так как данные разведки несут информацию о природных свойствах изучаемого объекта в тех местах, где производились наблюдения, и не характеризуют эти свойства в промежутках между пунктами наблюдений, то результаты подсчета и оценки запасов содержат так называемую погрешность аналогии. Она возникает в силу того, что численные значения содержания полезного компонента или мощности рудного тела в пункте наблюдения обычно распространяются на некоторую часть промежутка между соседними пунктами наблюдения.

В целях упрощения чаще всего прибегают к линейной интерполяции значений наблюдаемых величин. Так, например, при изучении изменчивости основных характеристик запасов по простиранию рудного тела численные значения содержания полезных компонентов и мощности залежи, полученные по разведочным рассечкам, обычно распространяют на половину расстояния между рассечками. Тем самым вносится определенная погрешность аналогии, достигаемая в ряде случаев значительной величины.

Поскольку доступная информация об исследуемой переменной (объекте), как правило, отрывочна, то нам потребуется модель, с помощью которой можно извлечь информацию о точках пространства, которые не были опробованы. Существует много путей определения моделей. Некоторые из них будут обсуждены ниже.

Геолого-математическое моделирование – описание количественных характеристик изменчивости свойств полезных ископаемых, обобщение и систематика наблюдаемых закономерностей. Ее интенсивное развитие объясняется тем, что в основу используемых в настоящее время методов отыскания оптимальных технических решений, выбора технологии ведения горных работ положены горно-технологические модели, которые не в полной мере адекватны реальным системам, и, в частности не отражают пространственную нестабильность и информационную неопределенность горно-геологических и горнотехнических условий. Это часто приводит на практике и в проектировании к ошибочным проектным и технологическим решениям и экономическим потерям.

Зачастую геологоразведочная доступная информация об исследуемой переменной (объекте) отрывочна, неполна (это объясняется дороговизной опробования, ненадежностью кернового опробования, необъективно выбранной сетью опробования и рядом других причин) и поэтому нам может потребоваться модель, с помощью которой можно извлечь информацию о точках пространства, которые не были опробованы. Это одно из перспективных направлений в горно-геологической практике. Существует много путей определения моделей. Один из наиболее привлекательных путей развития математической модели – это моделирование процесса происхождения явления (**генетические модели (Genetic models)**). Так, в 1970 г. была предпринята попытка смоделировать геологические осадочные процессы, как наиболее легко описываемые. К сожалению, эта и последующие работы, связанные с моделированием процессов формирования месторождений, не привели к успеху из-за крайней сложности учета всех геологических факторов, контролирующих осадочные процессы. Геология развития месторождений очень сложна и еще недостаточно изучена для такого моделирования, по крайней мере, в настоящее время.

Модели поверхностей тренда, моделирование пространственных переменных (Trend surfaces). Основное предположение, лежащее в

основе этих регрессионных методов, появившихся в конце 1960-х за рубежом, заключается в том, что исследуемые поверхности могут быть представлены, по крайней мере локально, довольно простыми детерминированными функциями, например, полиномами с добавлением компонента случайной ошибки. Здесь «случайность» означает, что ошибка некоррелирована по отношению к разным местам поверхности и не зависит от вида функции. Очень часто такое моделирование требует вывода уравнений, которые содержат полиномы с несколькими десятками членов, а также значительное количество тригонометрических функций и экспонент. Проблема заключается в том, что геологические переменные отображают значительное количество маломасштабных процессов, которые накладываются на крупномасштабные, сравнительно достоверно описываемые уравнениями тренда. Утверждение о существовании некоррелированной ошибки означает, что функция имеет много колебаний и поворотов, что объясняет присутствие экспонент и тригонометрических выражений в выведенном уравнении. Это наводит на мысль, что возможно лучше сконцентрировать внимание на корреляции между значениями переменной в точках, расположенных на определенных расстояниях друг от друга. **Это основная идея геостатистики**, который как термин был введен Матероном (Matheron) в начале 1960-х годов, чтобы подчеркнуть два очевидных противоречия этих типов переменных: аспект случайности, который отвечает за локальную (мелкомасштабную) нерегулярность, и структурный аспект, который отражает крупномасштабные тенденции. Общие статистические модели, включающие поверхности тренда, закладывают случайность в компонент ошибки, а все структуры -0 в детерминированные выражения.

Перспективным все же направлением является **компьютерное моделирование месторождений и оценка запасов**.

В конце 1980-х появились полностью компьютеризованные процессы: горное проектирование, оптимизация, календарное планирование. Эти преимущества снова увеличили производительность. Программное обеспечение для горного моделирования и проектирование сегодня превратилось в системы, которые отличаются интерактивной графикой, высокого качества визуализацией поверхностей и моделей объектов, а также дружественными интерфейсами пользователя. Недорогие

«персоналки» теперь могут обеспечить сложное графическое и интерактивное автоматизированное проектирование. Самые современные компьютеры и программные средства помогают инженерам и геологам выполнять горное проектирование быстро и эффективно.

Однако, сегодня скачки производительности в горной промышленности существенно замедлились, т.к. горные предприятия применяют информационные технологии (ИТ) для улучшения отдельных процессов, а не в целом производства. Они тратят много усилий для автоматизации старых методов вместо того, чтобы изменить их. Следующая волна технологии, которая сейчас формируется, должна обеспечить динамическое улучшение производительности.

На рудниках обычно используются пакеты программ для геологии, горного планирования, маркшейдерии и различных производственных нужд. Эти программы обычно или покупаются у специализированных компаний, или разрабатываются на самом предприятии. В любом случае эти программы автоматизируют решение отдельных задач и оцениваются в соответствии с тем, насколько они подходят для нужд конкретного производства. Все эти продукты могут быть классифицированы следующим образом:

Горные системы общего назначения. Эти системы стандартно включают в себя такие разделы, как геологическое моделирование, оценка запасов, проектирование и моделирование горных работ, календарное планирование и маркшейдерия. Имеется 5 лидирующих в мире компаний (Gemcom, Maptek, Mintec, Surpac, Datamine), которые предлагают на рынке такие системы.

Специализированные горные программы. Сюда относятся специализированные программы для областей технологии, которые пока (полностью или частично) не обеспечиваются универсальными горными системами. Обычная тематика таких пакетов: оптимизация карьеров, вентиляция, геомеханика, экология и т.д. Существует большое количество таких пакетов, которые создаются специализированными компаниями, самими горными предприятиями или исследовательскими учреждениями.

Системы управления производством. Эта категория объединяет программы и оборудование, используемые для управления производством в реальном времени. Обычные

направления исследования: управление горным транспортом, экскаваторами, буровыми станками и т.п. Эти системы предлагаются небольшим количеством компаний, среди которых (в области открытых работ) имеется 4 лидера: Modular Mining Systems, Wenco, Tritronics, Aquila. Все большее значение приобретает связь этих компаний с производителями горного оборудования, такими как Komatsu и Caterpillar.

Системы регистрации производства. Существует большое разнообразие таких систем, которые ведут производственный учет в реальном времени и формируют разнообразные отчеты. За редким исключением горные компании сами разрабатывают (и иногда продают) такие системы. В них очень мало общего, и часто они представляют собой смесь электронных таблиц и баз данных, разработанными местными программистами для нужд предприятия.

Для создания полной модели **месторождения и оценки его запасов** обычно необходим следующий набор информации, введенной в компьютер:

ЧИСЛОВЫЕ И ТЕКСТОВЫЕ ДАННЫЕ:

1. По скважинам:

- Координаты устьев выработок
- Данные инклинометрии
- Данные опробования
- Другие характеристики скважин (каротаж, выход керна, гидрогеология, литология, стратиграфия и т.д.).

2. По поверхностным выработкам (канавам, траншеям и т.п.).

- Каталог маркшейдерских точек по трассам выработок
- Данные опробования
- Другие характеристики выработок (литология, стратиграфия, тектоника и т.д.)

3. По опробованным подземным выработкам.

- Каталог маркшейдерских точек по трассам выработок
- Данные опробования
- Другие характеристики выработок (литология, стратиграфия, тектоника и т.д.)

ГРАФИКА:

1.Топография поверхности месторождения

2.Геологические планы и разрезы с нанесением контуров рудных тел, зон, подсчетных блоков (если необходимо), литологических и стратиграфических границ, тектонических нарушений и т.п.

3.Планы подземных горизонтов с нанесением контуров стенок выработок.

4.План опробования поверхности с трассами траншей (канал).

Вся эта информация вводится из максимально достоверных источников, обычно непосредственно на предприятии, где всегда легче получить недостающие данные или требуемое разъяснение по непонятным вопросам. Желательно, чтобы в этой работе участвовали геологи, хорошо знающие месторождение. Это значительно сокращает время работы, облегчает поиск требуемых данных и их сортировку.

Необходимый персонал и оборудование

Для ввода текстовой информации потребуются специалисты, умеющие быстро и аккуратно печатать на компьютере (пишущей машинке). Хорошо, если они умеют работать с программой Microsoft Excel. Количество требуемых работников зависит от отведенного на ввод информации времени и наличия компьютеров.

Ввод графики осуществляется либо с помощью дигитайзера, либо сканером. По трудоемкости и затратам времени эти технологии примерно одинаковы, каждая имеет свои преимущества и недостатки. Выбор зависит от предпочтений пользователя, наличия необходимого оборудования, программ и опыта работы. При этом надо обязательно иметь ввиду, что первоначальный ввод информации, создание точных моделей месторождений и сети существующих выработок требуют иногда больших затрат труда и времени, сопоставимого с обычными ручными расчетами. Однако, эти затраты сторицей окупаются на последующих этапах работы.

Весьма перспективным является создание трехмерных (каркасных и блочных) моделей рудных тел, топографии, поверхностей тектонических разрушений и т.д.; На базе блочной модели месторождения в настоящее время осуществимо создание экономической модели месторождения.

Все оптимизационные расчеты проводятся на блочной модели месторождения, которая обычно импортируется в специализированную программу из горной компьютерной системы, где она была создана. При импорте из **Датамайн**, например, модель, имеющая подъячейки, становится регулярной. Программа - оптимизер, используя исходные данные, рассчитывает для каждой ячейки модели дополнительную экономическую характеристику. Это - величина чистой прибыли, которую получит предприятие, если оно добудет¹ руду данного блока, переработает ее и продаст все извлеченные полезные компоненты по установленным ценам на рынке. Затраты на вскрышные работы здесь пока не учитываются. Оценка блока может быть как положительной, так и отрицательной (пустые и вмещающие породы, бедные руды). Программа с помощью входной информации (цены - затраты) рассчитывает экономическое бортовое содержание (для предельного карьера), при котором можно добывать руду с нулевой прибылью. Далее по блочной модели оцениваются все запасы с содержанием выше бортового (руда) и количество пустой породы. Эта модель будет использоваться во всех процессах оптимизации. Если на входе заданы несколько полезных компонентов, содержащихся в комплексных рудах, то программа оценит полную экономическую ситуацию, и для каждого блока модели рассчитает полную экономическую характеристику. Естественно, что в этих условиях не может быть рассчитано отдельных экономических бортов для каждого полезного компонента.

11.2. Адекватность геоинформационных моделей

В процессе переработки информации ответственными и сложными являются задачи определения адекватности графических и цифровых моделей истинным параметрам реальных объектов, а также адекватности вторичных моделей, в частности, геоинформационных первичным, т.е. графическим.

Эти задачи могут иметь два аспекта определения адекватности форм и геометрических размеров и определения адекватности свойств, например, содержания тех или иных компонентов и физико-технических показателей, характеризующих объект.

Задачи погрешности подсчета запасов, инструментальных измерений детально рассмотрены в соответствующих разделах геодезии и маркшейдерии. В теории геоинформатики эти задачи, также весьма актуальные, находятся в стадии изучения и разработки. Существенно важным является установление адекватности геоинформационных моделей рудных тел, элементов горных выработок, изолиний качества и т.п. тем графическим моделям, которые в виде различного вида чертежей-планов, разрезов являются исходными при геоинформационном моделировании.

Погрешность при преобразовании графических моделей в геоинформационные не должна превышать, как правило, 2-3%, т.е. должна быть сравнима с точностью расчета натуральных показателей годовых планов горных работ.

Для определения погрешностей моделирования форм на геологических и горных чертежах используют различные приемы. Например, абсолютная и относительная погрешности определения площади, возникающие при замене сложного контура более простым, могут быть определены по формулам П.П.Бастана

$$\Delta = \frac{L_m}{4N} \sqrt{\frac{L_R^2 - L_m^2}{N}} \quad (11.1)$$

где L_m - длина (периметр) контура простой модели рудной залежи;

L_r -геологический (разведочный) периметр залежи;

N - число пересечений обоих контуров.

$$\delta = \frac{\Delta}{S} \cdot 100\% \quad (11.2)$$

S - площадь геологического контура, м;

Для определения адекватности геоинформационной модели ее графическому оригиналу может быть использован показатель геоинформационной плотности, так как при геоинформационном моделировании погрешность преобразования графических моделей в цифровые связана с количеством точек, разделяющих прямые участки, которые аппроксимируют сложные кривые линии – контуры рудных тел, изолинии качества и др.

Количество точек должно быть минимальным для того, чтобы уменьшить трудоемкость оцифровывания и всего процесса

подготовки информации и ее переработки, но и достаточным для обеспечения допустимой погрешности.

По результатам исследований Е.В.Ригина, степень адекватности A геометрических параметров моделируемого объекта можно определить как отношение фактической геоинформационной плотности к максимально необходимой для обеспечения заданной погрешности аппроксимации кривых, представляющих данную форму

$$A = P_{\phi} / D_{\max} \quad (11.3)$$

При $A \geq 1$ дальнейшее увеличение геоинформационной плотности не приведет к повышению точности расчетов.

12. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.

12.1. Математические модели принятия оптимальных решений в условиях конфликтов и неопределенности - теория игр

Из других итерационных методов, наиболее приспособленных для решения задач для управления многошаговыми процессами поиска решения, является динамическое программирование. Разделение на «шаги» в этом методе может осуществляться естественно, принимая за шаг какой-либо отрезок времени, или искусственно, путем искусственного расчленения процесса на отрезки – шаги.

Например, между двумя пунктами A и B , разделенными различными препятствиями, прокладывается участок железнодорожного пути. Варианты трассы требуют одинаковых затрат (вследствие особенностей рельефа, различных горно-геологических условий, необходимости строительства мостов и туннелей и т.п.). Требуется так провести дорогу из A и B , чтобы суммарные затраты на сооружение участка были минимальными. В этой задаче нет естественного разделения на шаги: это разделение приходится вводить искусственно, для чего, например, можно расстояние от A и B разделить на m частей и считать за «шаг» преодоление такой части.

Любую многошаговую задачу динамического программирования можно решать по-разному: или искать сразу все элементы решения на всех m шагах, или же находить оптимальное решение постепенно, шаг за шагом, оптимизируя на каждом этапе расчета только один шаг. Обычно второй способ оптимизации оказывается проще, чем первый, особенно при большом количестве шагов. Такая идея постепенной, пошаговой оптимизации и составляет суть метода динамического программирования. Оптимизация одного шага, как правило, проще оптимизации всего процесса. Лучше много раз решать сравнительно простую задачу, чем один раз – сложную.

Процесс динамического программирования разворачивается от конца к началу: раньше всего планируется последний, m -й шаг. Для отыскания его решения нужно сделать разные предположения о том, чем кончился предпоследний, $(m-1)$ -й шаг, и для каждого из таких предположений найти оптимальное управление на m шаге (условное потому, что оно выбирается, исходя из условия, что предпоследний шаг кончился тем-то и тем-то). Предположим, что сделано и для каждого из исходов предпоследнего шага мы знаем условное оптимальное управление на предпоследнем, $(m-1)$ -м шаге, при котором выигрыш за последние 2 шага (из них последний уже оптимизирован) максимален. Так мы найдем для каждого исхода $(m-2)$ -го шага условное оптимальное управление на $(m-1)$ -м и условный оптимальный выигрыш на оставшихся двух шагах. Далее оптимизируем управление на $(m-2)$ -м шаге и т.д., пока не дойдем до первого.

Теория игр является разделом исследования операций и представляет собой систему математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликтов и неопределенности. Конфликтность возникает, когда имеются несколько самостоятельно действующих сторон, преследующих различные цели.

Игровые ситуации возникают при строительстве подземных сооружений, когда ввиду неполноты сведений проектировщик должен в ограниченные сроки принимать решения о путях строительства комплекса горных выработок при неполностью выполненными объемами геологической разведки. В игре могут сталкиваться интересы двух или более противников (игроков). Для

конфликтных ситуаций проектирования строительства подземных сооружений типично то, что одним игроком является строительная организация, а другим – природа.

Под *игрой* понимается некоторая последовательность действий (ходов) игроков, осуществляемая в соответствии с четко сформулированными правилами, которые определяют возможные варианты действий игроков, объем информации каждой стороны о действиях другой, результат игры. В играх предполагается, что интересы участников (выигрыш) поддаются количественному описанию.

Выбор и осуществление одного из регламентированных правилами действий называется *ходом*. План, по которому игрок совершает ход, представляет собой стратегию. Оптимальной является стратегия, которая при многократном повторении игры обеспечивает данному игроку максимально возможный средний выигрыш.

В играх с природой (проектировщик, строитель) старается действовать осмотрительно, используя такую стратегию, чтобы получить наименьший проигрыш. Второй игрок (природа) действует совершенно случайно, возможные стратегии определяются как ее состояния (например, геологические нарушения, внезапные прорывы воды или газа, условия погоды и т.п.). В некоторых задачах для состояний природы может быть задано распределение вероятностей, в других – оно неизвестно.

Условия игры задаются в виде матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad (12.1)$$

где строки представляют собой стратегии A_i первого игрока (человека); столбцы – стратегии P_j второго игрока (природы). Матрица A называется *платежной*. Элемент a_{ij} матрицы – выигрыш игрока A , если он использует стратегию A_i , а состояние природы P_j .

в некоторых случаях при решении игры используют матрицы рисков R . Ее элементы r_{ij} представляют собой разность между выигрышем, который получил бы игрок A , если бы знал состояние P_j , и выигрышем, который он получит в тех же условиях, применяя стратегию A_i , т.е.

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}, \quad (12.2)$$

$$\text{где } \beta_j = \max_i a_{ij}. \quad (12.3)$$

При решении игр с природой используют ряд критериев. При известном распределении вероятностей различных состояний природы критерием понятия решения служит максимум математического ожидания выигрыша. Если вероятности состояния природы P_j равны q_j ($j=1,2,\dots,n$; $\sum_{j=1}^n q_j = 1$), то выбор i -ой стратегии обеспечивает математическое ожидание выигрыша, равное $\sum_{j=1}^n a_{ij} q_j$. Необходимо использовать ту стратегию, для которой имеет место $\max_i \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j$.

Если вопрос распределения вероятностей состояния природы не решен, то используют следующие критерии:

максимальный критерий Вальда, согласно которому выбирается максимальная стратегия, гарантирующая при любых условиях выигрыши, не меньше, чем $\max_i \min_j a_{ij}$.

критерий минимального риска Севиджа, рекомендуящий выбирать максимальную стратегию, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации, т.е. $\max_i \min_j r_{ij}$;

Критерии Вальда и Севиджа основаны на самой пессимистической оценке ситуации. В отличие от них критерий Гурвица учитывает как пессимистический, так и оптимистический подходы к оценке обстановки. Решение о выборе стратегии по критерию Гурвица принимается, если имеет место $\max_i \{\lambda \min_j a_{ij} + (1 - \lambda) \max_j a_{ij}\}$, где $0 \leq \lambda \leq 1$.

Величину λ выбирают субъективно из следующих соображений: чем больше желание подстраховаться, тем ближе к единице значение λ .

Пример. Проектировщик, разрабатывающий проект подземного сооружения, в качестве материала для его отделки может выбирать, например, монолитный бетон, сборный железобетон или набрызгбетон в сочетании с анкерами. Эти стратегии можно обозначить соответственно A_1 , A_2 и A_3 .

Эффективность каждого из видов материала зависит от такого природного фактора, как горное давление. Численное выражение воздействия этого фактора является непрерывным. Однако, такие ситуации могут быть описаны делением непрерывного распределения природного явления на произвольное удобное число дискретных состояний.

Допустим, что горное давление может быть описано следующим образом: $P_1=0-0,1$ МПа (очень малое); $P_2=0,1-0,2$ МПа (малое); $P_3=0,2-0,3$ МПа (среднее); $P_4=0,3-0,4$ МПа (большое); $P_5=0,4-0,5$ МПа (очень большое).

Эффективность применения различных видов материала для отделки может измеряться одним показателем – полезностью, когда все ценности приведены к одной шкале. Если шкала всех ценностей рассчитана, то эффективность материала отделки в зависимости от природных условий может быть задана матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 11 & 6 & 6 & 6 \\ 15 & 15 & 10 & 5 & 5 \\ 12 & 12 & 12 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решаем задачу в условиях неопределенности. Согласно критерию Вальда $\max_i \min_j = \max(6;5;2) = 6$, следует принять для отделки стратегию A_1 – монолитный бетон.

Воспользуемся критерием Севиджа. Построим матрицу рисков:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Покажем, для примера, как были получены элементы первого столбца матрицы R . Имеем $\max a_{1j}=a_{11}=16$, поэтому $r_{11}=a_{11}-a_{11}=0$; $r_{21}=a_{11}-a_{21}=1$; $r_{31}=a_{11}-a_{31}=4$.

Согласно критерию Севиджа, определяем $\max_i \min_j r_{ij} = \min(6;2;4) = 2$.

В соответствии с этим критерием целесообразно применить для отделки стратегию A_2 – сборный железобетон.

Воспользуемся критерием Гурвица. Положим $\lambda=0,5$, тогда $\max_i \{\lambda \min_j a_{ij} + (1-\lambda) \max_j a_{ij}\} = \max\{1;10;7\} = 11$; т.е. следует принять решение о выборе монолитного бетона.

Решаем данную задачу в вероятностной подстановке. Пусть в результате измерений в натуральных условиях получена следующая

информация о распределении вероятностей для различных состояний внешних условий:

Природные условия	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
Вероятность.....	0,1	0,25	0,4	0,15	0,1

Вычисляем математические ожидания выигрыша для каждой стратегии:

$$M_{A1}=0,1*16+0,25*11+0,4*6+0,15*6+0,1*6=8,25$$

$$M_{A2}=0,1*15+0,25*15+0,4*10+0,15*5+0,1*5=10,5$$

$$M_{A3}=0,1*12+0,25*12+0,4*12+0,15*7+0,1*2=10,25$$

Так как максимальное значение имеет M_{A2} , то следует выбирать решение A_2 – сборный железобетон.

Итак, критерии Вальда и Севиджа рекомендуют выбор стратегии A_1 , в то время как критерии Гурвица и вычисление математических ожиданий выигрыша показывает, что стратегия A_2 лучше. Однако, объективный способ выбора предпочтительного критерия отсутствует. Поэтому при принятии решений задач в вероятностной постановке, и в особенности в условиях неопределенности, многое определяется личным опытом и знаниями лица, принимающего окончательное решение.

Детерминированную задачу можно рассматривать как предельный случай, полагая, что вероятность получения каждого из возможных результатов равна либо единице, либо нулю. Допустим, что в примере с выбором материала обделки вероятности распределения сил горного давления составили:

Природные условия	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
Вероятность.....	0	0	1	0	0

Тогда детерминированная постановка задачи приводит к выбору стратегии A_3 , где эффективность набрызгбетона с анкерами при внешних природных условиях P_3 максимальна, а потери (риск) – минимальны.

13. МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Основная задача любой прикладной науки, в том числе и горной, сводится к отысканию оптимальных условий протекания технологических процессов. В большинстве случаев такая задача решается с привлечением экспериментально-статистических методов.

Организация и проведение экспериментальных исследований сложных систем требует оптимизации числа и условий постановки опытов, необходимых и достаточных для решения определенной задачи с требуемой точностью, выбора метода математической обработки результатов и принятия решений. Такая проблема решается с помощью математической теории планирования эксперимента. Как уже отмечалось, при экспериментальном изучении процесса или явления принципиально невозможно создать все условия, влияние которых точно учитывалось бы в результатах опыта. В связи с этим возникает неопределенность в полученных экспериментальных данных. Планирование эксперимента сводит эту неопределенность к минимуму. Кроме того, при планировании до минимума сокращается и число опытов, оптимизируется управление его ведением.

Пример моделирования законов функционирования подсистем горно-обогатительного комплекса

Задача получения математической модели объекта заключается в том, чтобы установить количественную связь между управляемыми или контролируемыми переменными или факторами $X_i (i=1, n)$ и некоторыми показателями или критериями-целями $Y_j (j=1, m)$ функционирования этого объекта, изменять которые можно воздействуя на факторы. Если характер функционирования заранее известен, то применяют соответствующие этому методу построения зависимости. В условиях горно-обогатительного предприятия зависимость должна иметь вероятностный характер, а для ее построения используются методы корреляционно-регрессионного анализа.

В сложных условиях крайней неопределенности и изменчивости природных и других, связанных с ними характеристик разработки жильных месторождений, достоверную информацию, необходимую для построения адекватных математических моделей получить достаточно сложно. Обычно для этого используют два подхода: активное вмешательство в технологию с целью проведения определенных опытов или «пассивное» наблюдение за процессами. Как показывает практика, в «чистом» виде методы планирования эксперимента в условиях горных работ фактически не применяются. Это объясняется наличием ряда трудностей. Во-первых, отсутствие надежных и точных средств контроля и измерительной техники. Во-вторых, трудоемкость и высокая стоимость проведения экспериментов из-за больших масштабов производства и сложностей обеспечения необходимых условий опытов (применение разнообразной техники и оборудования для производства и т.д.). В-третьих, в отличие от ряда других производств (металлургии, химии и т.д.) горная технология характеризуется наличием большого числа, существенно влияющих на результаты деятельности предприятия, неуправляемых природных факторов, таких, как содержание металла в рудных телах и боковых породах, мощностей и углов падения рудных тел, крепости руд и пород, трещиноватости и т.д.

14. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В САПР (информационный аспект)

Есть очень важный аспект любого моделирования - информационное обеспечение, которое осуществляется через создание развитой информационной системы (РИС). Это есть соединение информационных ресурсов, процессов и людей, которые собирают, преобразуют и распространяют информацию. Обобщенной целью РИС является трансформация «сырьевых» ресурсов данных в информационные «продукты», необходимые конкретным пользователям. Целью РИС является также эффективное принятие решений относительно развития управляемого объекта. Особый статус РИС в менеджменте был осознан в 1970 годах, в связи с возникновением концепции систем поддержки принятия решений

(СППР). Процесс принятия решений по Г. Саймону имеет три стадии: информационную, проектную, а также стадию выбора.

Выполняя функцию планирования, горняк-менеджер должен иметь на рабочем месте как минимум программные средства, реализующие методы анализа «что, если», корреляционно-регрессионный и другие методы статистического анализа, средства анализа и прогнозирования на основе трендов, средства оптимизации и подбора параметров. Особо ценные возможности для планирования имеет специальное программное обеспечение финансового моделирования. Программные пакеты электронных таблиц относят к *генераторам поддержки принятия решений (ГППР)*. Однако подчеркивается, что это ограниченные генераторы, которые, как минимум, поддерживают: методы «что, если», анализ чувствительно прогнозов; корреляционно-регрессионный анализ; моделирование и анализ трендов; поиск оптимального решения и целевой подбор параметров. Электронные таблицы дают возможность использовать эти методы практически без применения программирования, т.е. на *пользовательском уровне*.

Системы поддержки принятия решений (СППР) - это особые интерактивные ИСМ (институциональные или на случай), использующие оборудование, программное обеспечение, данные, базу моделей и труд горняка-менеджера с целью поддержки всех стадий принятия полуструктурируемых и неструктурируемых решений непосредственными пользователями в процессе аналитического моделирования на основе предоставленного набора технологий. Формирование информации средствами СППР также предполагает определенную технологию использования имеющихся ресурсов (программного обеспечения, базы моделей, баз данных, телекоммуникаций). Однако эту технологию должен определить и организовать сам горняк-менеджер. Иными словами, в СППР с первым вопросом менеджера "Какая информация необходима?" неразрывно связан второй вопрос "Как, каким образом ее получить?", поскольку именно он по своему замыслу должен сформировать дополнительную уникальную информацию. Может хорошо знать теоретическую сущность математико-статистического моделирования связей или математическую сущность оптимизации, однако для быстрого практического применения этих знаний необходимо правильно задействовать конкретные программные средства. Поэтому важнейшей целью СППР является в первую

очередь обеспечение технологией формирования информации, а также технологическая поддержка принятия решения в целом.

Основными компонентами СППР являются: *оборудование, программное обеспечение, данные, модели и труд менеджера.*

В состав **оборудования** СППР могут входить рабочие станции с телекоммуникационными возможностями для обеспечения доступа к другим ресурсам.

Специфическое **программное обеспечение** СППР называют СППР - генераторами. Как уже отмечалось, электронные таблицы относят к ограниченным СППР - генераторам, специализированные генераторы - к развитым. Они включают программные модули управления базами данных, моделями и диалогами. Модуль управления базами данных на основе возможностей СУБД обеспечивает создание, запрос, консолидацию и поддержку базы данных СППР. Модуль управления моделями обеспечивает построение и манипулирование моделями (пакетами моделирования из состава электронных таблиц, а также специально написанными программами). Модуль управления диалогом обеспечивает создание диалогов на интерфейсе между пользователем и СППР - контакт с пользователем через команды, меню, запросы, подсказки, пиктограммы, отчеты, графики. **База данных** СППР создается для поддержки уникального решения и может содержать информацию из других БД (внутренних ИХ внешних), данные из личных БД менеджера, а также итоговую информацию.

Человеческие ресурсы СППР - это "штаб" конечных пользователей горняков-менеджеров, которые могут создавать свои небольшие СППР. Однако большие, сложные СППР как программные продукты создаются коллективом профессионалов в области обработки данных и группой высококвалифицированных менеджеров-экспертов.

Характерной отличительной чертой и важной составной частью СППР является использование **базы моделей для поддержки решений**. Мы уже убедились, что кибернетика предоставляет различные методы упрощения и анализа реальности с помощью строения моделей. Модели — это упрощенные абстракции реальных основных элементов системы и их отношений, существенных для принятия решения. Как в технологии, так и в сфере управления на различных уровнях могут широко применяться специальные *модели в качестве простого способа анализа и формализации*

производственных, а также деловых проблем. Обычно эти модели имеют тоже табличный (матричный), математический или графический вид.

Часть моделей представляет и поддерживает рутинные вычисления, например, однофакторные и двухфакторные what-if модели (таблицы подстановки). Более сложные математические модели представляют связи между многими переменными. Например, к сложным моделям относят множественную регрессию, общую задачу линейного программирования. Модели могут храниться в виде специальных программ, командных файлов, модулей и электронных таблиц. Так, например, для сохранения и повторного использования модели оптимизационной проблемы в Excel имеются специальные диалоговые средства. Анализ бухгалтерского баланса может быть представлен как комплекс табличных моделей. Анализ конкурентоспособности в маркетинге хорошо поддерживается комплексом матричных, табличных и графических моделей.

14.1. Набор технологий аналитического моделирования

При поддержке решений наиболее часто используются следующие основные технологии аналитического моделирования:

- анализ «что, если» (What-if анализ);
- анализ чувствительности;
- оптимизационный анализ;
- анализ целевой функции ("how can" анализ);
- корреляционно-регрессионный анализ;
- анализ и прогнозирование на основе трендов.

Программные средства **анализа «что, если»** дают возможность пользователю изменять значения одних переменных (факторов) или их связи (формулы), наблюдая пространство изменения значений других, зависимых переменных. Если прибыль после уплаты налогов существенно влияет на решение, то, например, в электронной таблице пользователь может изменить сумму дохода (переменную) и ввести формулы вычисления чистой прибыли с учетом возможного диапазона изменений ставки налогообложения (отношение между переменными). Затем, пересчитав все зависимые от них переменные,

можно наблюдать, в частности, *возможные* изменения в чистой прибыли. Эти процедуры менеджер может повторять до тех пор, пока не будет найдено приемлемых результатов.

Средства **однофакторного анализа «что, если»** относительно простые методы анализа по сравнению с выше рассмотренными и на ПК позволяют мобильно реализовать любое целевое интеллектуальное действие (оценку, выбор, решение). Эти средства позволяют построить одномерную **таблицу чувствительности** (таблицу с одним входом), чтобы увидеть, как изменение значений одного фактора будет влиять на интересующие нас данные. Эти средства являются основой технологий «Базовая однофакторная таблица» и «Однофакторная таблица в базе данных». Основным этапом технологического процесса состоит в обращении к основному инструменту – команде Data I Table (Данные/Таблица или Данные/Таблица подстановки) и проведении небольшого диалога.

Средства двухфакторного анализа позволяют проанализировать одновременное влияние изменения двух факторов на интересующий нас показатель. Это является основой технологии «Двухфакторная таблица» (таблица с двумя входами), которая может использоваться автономно, а также как дополнение к ранее составленным плановым или прогнозным таблицам (с целью анализа чувствительности ранее полученных прогнозов к двум факторам).

О различиях представлений в пакетах и версиях электронных таблиц (ЭТ)

В ранних ЭТ однофакторные и двухфакторные методы What-it анализа содержатся в меню инструментальных средств *Tools I What-it* I опции *I-Variable* и *2 Variables*. (соответственно: 1 переменная и 2 переменные). Так сделано, например, в LOTUS 1-2-3, QUATTRO-PRO 4 и некоторых других табличных процессорах. Эта понятная всем логика оформления изменена в EXCEL5 и выше, где базовые методы размещены в меню Data одной опцией Table. Команда Data I Table здесь открывает единое диалоговое окно, в котором можно задать максимум два управляющих параметра (две ячейки ввода); в однофакторном анализе указывается один из них, в двухфакторном – два. В русских версиях EXCEL 7 и 97 терминология ухудшена, что станет очевидным при дальнейшем детальном рассмотрении технологий (рис.4.1, 4.2). Так, в русских версиях

EXCEL 7 и 97 те же методы активизируются командой Таблица подстановки, которая размещена в меню Данные.

Возможна совершенно иная, противоположная аналитическая постановка вопроса, чем в What-if анализе, который отыскивает *диапазон* приемлемых значений зависимой переменной. Так, горняка-менеджера может интересовать, например, вопрос, сколько потребуется рабочего времени (или другого вида ресурса - материала, мощности оборудования и т. п.), если предприятие желает получить *конкретный* размер прибыли (допустим, 1 млн. тенге). Такую аналитическую постановку называют *"how can"*- анализом, или **анализом целевой функции**. В табличной модели, *после создания формул связи* прибыли и ресурсов, открывают специальный диалог *подбора параметра*, устанавливая в одной ячейке цель (желаемый размер прибыли), и указывая другую ячейку, в которой необходимо подобрать соответствующее этой цели значение ресурса. Процедура повторяется для каждого вида ресурса и значения цели.

Технология корреляционно-регрессионного анализа может помочь горняку-менеджеру в проверке некоторых гипотез относительно существования связей между зависимыми переменными и факторами, а также при поиске статистически значимых моделей для целей объяснения, предсказания и управления. Эта универсальная технология особо важна по маркетингу и финансам. Применяется она также и в производственном менеджменте при контроле и управлении качеством продукции.

В качестве инструментария в русифицированной версии EXCEL 97 для корреляционно-регрессионного анализа используются средства специального статистического модуля. Microsoft заказывала разработку этого модуля фирме, специализирующейся на программном обеспечении математико-статистических задач. Модуль включает в себя два вида средств математико-статистического анализа: функции и инструменты. Мы отдаем предпочтение сложным инструментам, обеспечивающим более высокий уровень автоматизации расчетов, комплексности, графического моделирования и организации результатов. Однако некоторые пользователи в определенных случаях вполне обоснованно могут предпочесть функции.

Статистические функции (80 функций), вызываются через окно Мастер функций. Функция *KORPEЛ* (расчет корреляции между двумя множествами данных) запрашивает два исходных множества

(массива) данных и выдает коэффициент корреляции в ту клетку, куда был установлен курсор перед обращением к функции. Вы можете использовать эту функцию в простом (однофакторном) регрессионном анализе.

Множественный корреляционно-регрессионный анализ в основном ориентирован на средства дополнительного пакета Анализ данных. Активизация команды Сервис /Анализ данных открывает окно Инструменты анализа, предоставляющие 19 статистических инструментальных средств. Среди них – *Корреляция и Регрессия*, непосредственно и эффективно поддерживающие простой и множественный корреляционно-регрессионный анализ.

Эти сложные инструменты доступны в том случае, если они предварительно загружены через команду Сервис/Надстройки (Tools/Add-Ins). В открывшемся окне дополнений следует пометить флажок слева от позиции Analysys Tool-Pack VBA, и затем щелкнуть по кнопке ОК. После повторного обращения к команде Сервис позиция Анализ данных появится в конце меню. Если же команда Анализ данных и в этом случае отсутствует в меню Сервис, то необходимо запустить программу установки Microsoft Excel. После установки пакета анализа его необходимо активизировать с помощью команды Надстройки.

Можно установить пакет анализа данных по стандартной подсказке : «В меню Сервис выберите команду Надстройки. Если в списке надстроек нет пакета анализа данных, нажмите кнопку Обзор и укажите диск, папку и имя файла для надстройки пакета анализа, (как правило, это папка Library\Analysis). Или запустите программу Setup, чтобы установить надстройку. Надстройки, установленные в Microsoft Excel, остаются доступными, пока не будут удалены».

С помощью инструмента *Корреляция* можно получить корреляционную матрицу парных коэффициентов за один прием, что было проблемой в электронных таблицах других типов. Для этого, после выбора Сервис/Анализ данных/*Корреляция*, следует определить в качестве входного все поле имеющихся исходных данных, корреляционные связи которых изучают. Затем следует уточнить с помощью флажков, по столбцам или по строкам размещены переменные. Если поле содержит заголовочную строку (или столбец), то в диалоге активизируют графический флажок Метки (Labels). После выбора графической кнопки выполнения (ОК), корреляционная матрица автоматически выводится на новый лист той

же электронной таблицы, начиная с клетки A1. Если матрицу желают вывести на какой-либо конкретный лист и начиная с клетки, определяемой пользователем, то делают соответствующие установки в окне «Выходной интервал» диалогового окна инструмента *Корреляция*.

Технология корреляционно-регрессионного анализа 'средствами ограниченного генератора поддержки решений (Excel) и продвинутого генератора SPSS будет более подробно описана в лабораторном практикуме **Технология анализа и прогнозирования на основе трендов**, т. е. анализ динамики развития с графическим и математическим моделированием является также повседневным аналитическим инструментом.

14.2. Инструментальные средства Excel для работы с трендами

В работе с рядами динамики используется достаточно широкий круг с электронной таблицы. Для облегчения изучения эти средства можно разделить по роли в технологическом процессе на вспомогательные, промежуточные и основные.

1. *Вспомогательные* инструменты ускоряют построение числовых рядов периодов времени. Однако пользователь может решить задачу и не задействуя эти средства. Сюда входят (1) опции Edit, Fill, Series (Правка, Заполнитель, Прогрессия) и диалоговое окно Series, а также (2) недиалоговая организация «растягивания» двухклеточного ряда до необходимого диапазона. Последняя возможность удачно организована лишь в версиях Excel, начиная с седьмой. Версия же Excel 97 еще более эффективна, поскольку позволяет растягивать в ряд даже одноклеточное значение, имеющее формат даты.

2. *Промежуточные* инструменты Excel-технологии задействуются обязательно и строят XY-графики зависимости показателя от времени. XY-график – это самостоятельный информационный продукт и в то же время (с точки зрения аналитика трендов) – полуфабрикат, необходимый для доступа к инструментам моделирования трендов. В SPSS инструментарий расчета и моделирования трендов до получения таких графиков заблокирован.

(Альтернативная возможность: в некоторых статистических пакетах, например, в SPSS, сначала вычисляются параметры уравнения тренда, а затем выводится графическая модель тренда).

3. Основные Excel-инструменты для работы с динамическими рядами охватывают две группы:

1) средства построения графического и математического выражения тренда, куда относятся опция Insert Trendline (Добавить линию тренда) и три ее диалоговых окна:

- * окно Type (Тип) – выбор формы тренда,

- * окно Trendline Formatting (Формат линии тренда),

- * окно Options (Параметры) – добавление на график метки тренда (с математическим видом уравнения и коэффициентом детерминации), а также задание количества периодов для графического прогноза по тренду (вперед или назад);

2) средства получения прогноза в числовом виде и его оценки:

- * для расчета прогноза в одной точке на основе линейного тренда предназначена функция FORECAST (ПРЕДСКАЗ – в Excel 97) из группы статистических функций;

- * для одновременного сглаживания исходных уровней и расчета прогноза в нескольких точках по разным трендам автор предлагает использовать однофакторную what-if модель и ее опцию Data, Table (Таблица подстановки – в Excel 97);

- * для расчета доверительного интервала прогноза используется инструмент из группы средств анализа данных Descriptive statistics (Описательные статистики), если рассматривается генеральная совокупность; в других случаях применяется серия стандартных статистических функций;

- * STDEV (СТАНДОКЛОН) и STDEVP (СТАНДОТКЛОНП) – соответственно стандартное отклонение по выборке и по генеральной совокупности;

- * COUNT (СЧЕТ) – количество чисел (наблюдений) или размер совокупности;

- * CONFIDENCE (ДОВЕРИТ) – доверительный интервал.

Эта универсальная технология используется, как мы уже видели в **геолого-математическом моделировании**. Мы перечислили рабочие технологии, которые должны входить в основной набор, в своеобразную "дорожную аптечку" аналитика-горняка-лиц,

принимающих решения-ЛПР). В то же время научными исследованиями в области информационных технологий выявляются, создаются и предоставляются в их арсенал новые технологии.

15. СТРАТЕГИЯ БИЗНЕСА ГОРНОЙ КОМПАНИИ

Управление минеральными ресурсами предназначено для того, чтобы сделать их эксплуатацию более прибыльной. Оно объединяет существующие совместно **знания в управлении и в горном деле**. Управление здесь выступает в качестве средства для увеличения отдачи от знаний.

Горное дело играет роль средства извлечения оцененного содержимого минерализованных зон наиболее эффективным и целесообразным путем. На рис. 15.1 показана концептуальная модель горного бизнеса. Она включает в себя составляющие из различных школ управления: от классического подхода до появившихся недавно теорий.

Результат бизнеса - это зависимая переменная. Она определяется действиями, получающимися в результате стратегии бизнеса (СБ) и организации, производства (ОП), находящимися под контролем горной компании. Стратегия бизнеса определяет цели организации и то, как компания намерена реагировать на ситуацию, сложившуюся в деловом мире. К организации производства относятся такие компоненты как ее структура, управление трудовыми ресурсами и т.д. Главной проблемой является объединение этих 2-х корневых переменных. Утверждается, что оба аспекта должны быть одинаковы по важности для компании, чтобы с большей вероятностью достичь своих целей. Действительно, рассогласование этих переменных является основной причиной нарушения нормальной работы горного производства.

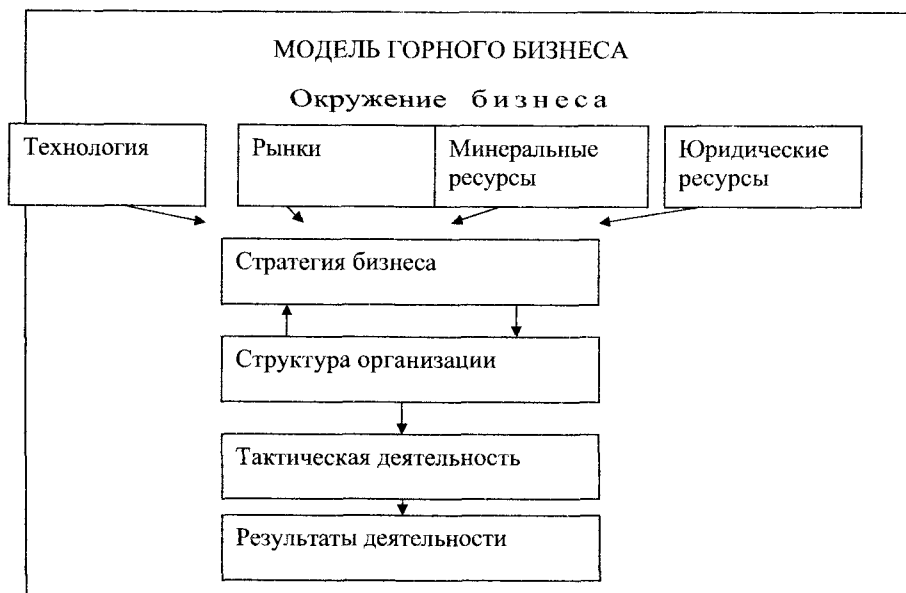


Рис. 15.1 Схема модели горного бизнеса

В стратегии бизнеса прежде всего выступает цель организации, которая затем объединяется с возможностями минеральных ресурсов. Эта связь проливает свет на основные экономические принципы функционирования горной промышленности. Эти закономерности объединяются с техническими возможностями и составляют стратегию добычи руды.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акоф Р., Сасиени М. Основы исследования операций. М.: Мир, 1971.
2. Аленичев В.М. Экономико-математическое моделирование горнотехнических задач на рудных карьерах- М., Недра, 1983
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. М., Наука, 1986
4. Гранберг А.Г. Динамические модели народного хозяйства. М-, Экономика, 1985.
5. Гранберг А.Г. Моделирование социалистической экономики. М., Экономика, 1988.
6. Гужва В.М. Інформаційні системи і технології на підприємствах: Навч. посібник.-К.:КНЕУ,2001.-400с.
7. Гузеев А.Г. Проектирование и строительство горных предприятий. - М.: Недра,1987.
8. Давид М. 1980. Геостатистические методы при оценке запасов руд. Л., Недра. 360 с.
9. Дитрих Я. Проектирование и конструирование. М.: Мир,1981.
10. Девис В.С., Статистический анализ данных в геологии, Кн.2, М.: Недра, 1990, - 427 с.
11. Еремин И.И. Противоречивые модели оптимального планирования. М.,Наука, 1988.
12. Калугин Ю.Е. , Ежов А.И. , Хенли С. (1995. Геостатистика в горно-геологической практике. Апатиты, КНЦ РАН. 191с.
13. Карманов В.Г. Математическое программирование. М., Наука, 1986.
14. Кашьян Р.Л., Рао А.Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. М., Наука, 1983. 420 с.
15. Картозия Б.А. А.В.Корчак, С.А. Мельникова. Строительная геотехнология. Учебное пособие. МГУ,2003-248с.
16. Корчак А.В. Методология проектирования строительства подземных сооружений. М.: Недра коммюникейшнс ЛТД,2001.
17. Курносоев А.М., Кудин И.Б. Совершенствование методов математического программирования в горном деле. М., Наука, 1984.
18. Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. М. , Наука, 1984.

19. Математические методы и модели в планировании и управлении горным производством / А.Г. Протосеня, С.А. Кулиш, Е.И. Азбель и др. М., Недра, 1985.
20. Методология проектирования горных предприятий. Справочник ред. кол.: И.К.Станченко (гл.ред) и др. -М.: Недра, 1986-429с.
21. Петросов А.Л., К.С.Мангуш. Экономические риски горного производства.: Уч.пособие.- М.,МГТУ, 2002.-142с.
22. Попов В.Л. Проектирование и строительство подземных сооружений. - М.: Недра,1989.
23. Справочник инженера-шахтостроителя. Т.1,2. :Недра,1983.
24. Потапов В.Д., Яризов А.Д. Имитационное моделирование в горной промышленности. М., Высшая школа, 1981.
25. Применение ЭВМ и математических методов в горном деле. – Материалы XXVII Междунар. симпоз., Москва, 20-25 октября 1980г. М., Недра, 1982.
26. Пучков Л.А., В.Д.Аюров Синергетика горнотехнических процессов.-М: МГГУ, 1997-264с.
27. Резниченко С.С., М.П.Подольский, А.А.Ашихмин. Экономико-математические методы и моделирование в планировании и управлении горным производством: Учебник для вузов.- М.:Недра, 1991.-429 с.:ил.
28. Шестаков В.А. . Проектирование горных предприятий. Учебник для студентов вузов.- М.: МГТУ, 1995-508с.
29. Шукаев Д.Н. Имитационное моделирование на ЭВМ. Уч. пособие.-Алматы: КазНТУ, 2001. – 79с.
30. Цой С. , Юн Р.Б, Сулейменов.Б.Е. Методологические основы проектирования рудников: Учебное пособие. Алматы; КазНТУ им. К.И.Сатпаева, 2001-248с.
31. Эддоус М., Стенсфилд Р. Методы принятия решений. М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.
32. Matheron G. 1973. The intrinsic random functions and their applications . Adv. In. Applied Prob.Vol.5,pp 439-468.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О МОДЕЛИРОВАНИИ И СОВРЕМЕННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ РАСЧЕТАХ, ИХ РАЗВИТИЕ	7
1.1. Классификация моделей	8
1.2. Примеры моделирования в горном деле	15
2. ПОНЯТИЕ О СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ	21
2.1. Немного истории	21
2.2. Основные определения и свойства системы	23
3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И РАСЧЕТЫ	24
4. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ СОСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ	28
4.1 Качественные характеристики математических моделей	35
5. ИЕРАРХИЧЕСКИЕ УРОВНИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ	39
5.1 Пример экономико-математического моделирования при оптимизации проектных решений по угольной шахте	46
5.1.1 Экономико-математическое моделирование	46
5.2. Некоторые особенности принятия основных проектных решений по угольной шахте для целей планирования	48
6. ВИДЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В САПР	51
7. МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ (Optimization model). МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ	55
7.1. Этапы решения оптимизационной задачи	63
7.2 Особенности решения задач математического программирования	67
7.3 Графическое решение оптимизационной задачи	70
7.4 Стратегия поиска оптимума	74
7.5 Краткая характеристика задач, методов и программных средств математического программирования	79
8. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	82
8.1. Модель линейного программирования	85
8.2. Симплексный метод	87

8.3.Транспортный метод	89
9. МОДЕЛИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ	90
10. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И СОВРЕМЕННЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ	96
10.1. Описание примера	99
10.2. Имитационное моделирование с применением функций Excel	101
10.3. Имитация с инструментом "Генератор случайных чисел"	11
10.4. Задачи к практическим занятиям	123
11.ГЕОЛОГО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ	127
11.1 Моделирование пространственных переменных	12
11.2.Адекватность геоинформационных моделей	13
12. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.	13
12.1 Математические модели принятия оптимальных решений в условиях конфликтов и неопределенности - теория игр.	13
13. МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА	14
14. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В САПР (информационный аспект)	14
14.1 Набор технологий аналитического моделирования	14
14.2 Инструментальные средства Excel для работы с трендами	15
15. СТРАТЕГИЯ БИЗНЕСА ГОРНОЙ КОМПАНИИ	15
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	157
СОДЕРЖАНИЕ	159

Рахимбеков Сармантай Мадиевич

**Моделирование
и современные компьютерные расчеты**

Учебное пособие

Сдано в печать 21.07.05 г.

Подписано в печать 29.07.05 г.

Формат 62x84 1/16. Бумага офсетная. Плотность 80 г/м²

Усл. печ. л. 10,25. Тираж 500 экз.



Отпечатано в издательстве ТОО "ЭВЕРО",
победителя конкурса по государственным закупкам услуг
на издание учебной литературы по техническим и технологическим наукам
Республика Казахстан, г. Алматы, 480091, ул. Байтурсынова 22
Тел. 33 83 89, 33 83 61, тел./факс: 33 83 43
E-mail: evero@nursat.kz