

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ. И. Сәтбаев атындағы
Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті

Е.Т. Божанов, А. М. Ибраимқұлов, Г. А. Тулешева

**ФИЗИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІҢ
МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІ**

Серпімді емес математикалық теорияны физикалық процестерді
модельдеуге енгізу.

II бөлім

Университеттің Ғылыми-әдістемелік кеңесі
оқу құрал ретінде ұсынған

Алматы 2017

ӘОЖ 519.8 (075)

ББК 22.311 я 73

Б 70

Пікір жазғандар:

- Ғ.Ұ. Уалиев* — техн. ғыл. докторы,
академик ҚР Ұлттық Академиясының академигі;
О. Н Нуржумаев — физ.-мат. ғыл. докторы, профессор, ҚР Халықаралық
ақпараттану академиясының тұрақты мүшесі;
О. С. Сатыбалдиев — физ.-мат. ғыл. канд., пед. ғыл. докторы, Халықаралық
жаратылыстану академиясының тұрақты мүшесі проф.,
ҚазҰЗТУ;
Ж. О. Отарбаев — техн. ғыл. докторы, ҚР ҰИА тұрақты мүшесі, проф.,
ҚазҰЗТУ.

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің
2017 жылғы басылым жоспары бойынша басылды.

Божанов Е.Т.

- Б 70** Физикалық процестердің математикалық модельдері. Серпімді емес
математикалық теорияны физикалық процестерді модельдеуге енгізу.
II бөлім. Оқу құралы / *Е.Т. Божанов, А.М. Ибраимкулов, Г. А. Тулешева.*
— Алматы: ҚазҰТЗУ, 2017. — 120 б. Сурет 54. Кесте 1. Библиогр. — 22 атау.
ISBN 978-601-323-084-9

*Ұсынылып отырған оқу құралының екінші бөлімінде көп қабатты
түтікіше келген серпімді тұтқырлы-конструкцияның иілуін, тербелісін және
беріктігін зерттеуде математикалық модельдерді қолдану жолдары
көрсетілген. Математикалық модельдер активті критикалық жүктемелер
мен ішкі критикалық күш факторларының класстарына байланысты
құрылып аналитикалық түрде зерттелген.*

*Кесе-көлденең қиманың пішінінің әртүрлі формасына қарай және оның
қаттылығының өзгеру түріне сәйкес айнымалы коэффициентті төртінші
ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесінің дербес шешімдері
қарастырылып, графиктері қорытындыланған.*

*Оқу құралы ғылыми қызметкерлерге, өндіріс адамдарына, техника
мамандығының студенттеріне, магистранттарына және докторанттарына
өте пайдалы.*

ISBN 978-601-323-090-0 (жалпы) © Божанов Е.Т., Ибраимкулов А.М.,

ISBN 978-601-323-084-9 (II бөлім) Тулешева Г.А. 2017

© Қ.И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТЗУ, 2017

КІРІСПЕ

Түтікше келген айнымалы параметрлі конструкциялардың негізгі элементтерінің бірі көпқатпарлы қабыршақтар болып келеді. Ал көптеген кеңістіктегі конструкциялардың негізгі элементі түтікше келген конструкциялар, ал олардың кесе-көлденең қимасының пішінінің әртүрлі болуына сыртқы активтік күштердің әсері өте зор. Жұқа қалыңдықты түтікше келген конструкцияларда ең аз қалыңдығының оның радиусының майысуына қатынасы $\frac{h}{R} = \left\{ \frac{1}{30} \dots \frac{1}{1000} \right\}$ болса, тәжірибеде кездесетін қатынастар $\left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} = \{0.005 - 0.01, 0.01 - 0.03, 0.031 - 0.06\}$ болады. Қабыршақтардың түзу сызықсыз теорияларында қабыршақ қалыңдығы үлкен иілудің жылжуына сәйкес келеді. Сондықтан сыртқы активті күш $P_n < P_{\text{крит}} < P_B$, (P_n – кіші мөлшері, P_B – үлкен жоғарғы мөлшері) аздап қана өзгергенде қабыршақтың бірнеше түрлі тепе-теңдік түрлері болады. Сонымен қатар қабыршақтың кесе-көлденең қимасының қаттылығы – D (цилиндрлік қаттылықтан) $\xi(x)$ – қаттылығына өзгеруі мүмкін. Себебі серпімді емес теорияда қабыршақтың қаттылығы созылғанда немесе тербеліс кезінде көпқабатты түтікше келген конструкциялардың кесе-көлденең қимасының ең кіші радиусы айнымалы шама болады. Сонымен қатар төменгі проблемалар орын алады:

I-проблема. Әртүрлі кластағы күрделі комбинациядағы күш факторының әсерінен болатын сызықты емес динамикалық есептерді шешу қиын болғандықтан ғылыми әдебиеттерде бұл мәселе сирек кездеседі.

Центрден тепкіш күштің горизонталь құрамасының есебінен пайда болатын жоғарғы ретті осьтік күшті есептегенде пайда болатын және деформациялану процесінде ішкі үйкелістің жүктемелік факторларын ескергенде пайда болатын құбырлы құрылымның шеттерінің периодты жақындасуынан тұратын сызықты емес инерция күшінің сызықты емес факторлары динамиканың және деформациялық процестердің статикасының динамикалық және статикалық жүктемесінің айнымалы

параметрлі төртінші ретті дифференциалдық теңдеулері бүгінгі таңдағы негізгі мәселе болып табылады.

II-проблема. Серпімді тұтқырлы, серпімді пластикалы құбырлы құрылымға әсер ететін бір бағыттағы импульсті зерттеу бізге әртүрлі ілімдерді және тәсілдерді пайдалану аймағын анықтауға көмектеседі, тіпті пайдаланудың шегін көрсетеді және оған сәйкес қозғалыстың дифференциалдық теңдеулерінің коэффициенттері айнымалы болған жағдайда стационарлық шешімі арқылы табылған реакцияның максималды реакциядан қаншалықты үлкендігін көрсетеді.

III-проблема. Қазіргі таңдағы берік құбырлы құрылымды жасау үшін композитті материал әйнек пластика кеңінен қолданылады. Бұл материалдың артықшылығы біріншіден арматуралау бағыты бойынша оның беріктігі мен қаттылығында. Бірақ кей жағдайда осы артықшылықты құбырлы құрылымда пайдалана алмай қаламыз, өйткені материалдың да кейбір ерекшеліктері бар, мысалы, сырғу кедергісі аз арматуралауға перпендикуляр бағытта ыңғайсыз болады және талшықтың иілуіне қатты әсер етеді. Материалдың ерекше анизотропиясын ескергенде изотропты және аз изотропты құбырлы құрылымның қабылданып жүрген шешім схемасын (сұлбасын) пайдаланудан бас тартуға тура келеді. Зерттеулер нәтижесі бойынша айтылған проблемалар құбырлы құрылғылардың жұмыс істеуіне қатты әсер етеді.

Құбырлы құрылымдардың теориялық тұрғыдан мықтылығын, орнықтылығын және толқығанын зерттегенде қаттылық сипаттамасының реті $\xi = \xi(x)$ туралы білуіміз керек, ол бастапқы дифференциалдық теңдеулердің құрамына кіреді. Мұндай көп қабатты құбырлы құрылымда толтырғыштың аз модульді сырғуы матрицаға әсер етпейді және құбырлы құрылым бір текті механизм сияқты жұмыс істей береді, ал бұл жағдай есептеу кезінде математикалық моделді пайдалануға жағдай жасайды.

Бұл жұмыста Коссер континиумының кішкене алаңға таралған активті критикалық импульсінің әсері академик А. Н. Крыловтың тәсілімен зерттеледі. Төртінші ретті дифференциалдық теңдеудің айнымалы параметрлері көлденең сырғуға қаншалықты дәрежеде әсер етуіне тәуелді болады.

Құрылым элементтерінің жоғарғы деңгейдегі тербелісі (дірілдеуі) қашанда ескіріп сынуына, құлауына себеп болады. Құрылымның сенімділігін арттыру мақсатында тербелу деңгейі әртүрлі демпирлеуші құрылғыларды пайдаланады. Ол құрылғылар ішкі кедергі классикалық теориясы бойынша алынады. Енді Грин шеттік шарты пайдаланылған әртүрлі есептерді $\Gamma^{I,II}$, $\Gamma^{I,III}$ қарастырамыз және жүктемелі шарттарды пайдаланамыз.

Сонымен қазіргі таңдағы дифференциалдық теңдеулермен оның инновациялық технологиядағы проблемасы үш бағыттан тұрады:

1. Құбырлы құрылымның орнықтылығы мен тербелісін есептеудің жүктеме классификациясы I – типтегі күш факторының әсеріндегі математикалық моделі біртекті дифференциалдық теңдеулер жүйесі: электротехникалық ұнтақ материалдар жүйесіндегі аумалы (өтпелі) процестер, қозғалмалы матрица кезіндегі ұнтақ материалдардың шөгу технологиясы, екі жақты сыққан жағдайдағы қалқымалы матрицалы формовканың технологиясы, ұнтақ матрицаларды престоу (сығу) және клейлеудің (қосылу, түйісу) контакті технологиясы болады. Математикалық модельдер Хилл, Рикатти және Вебер функцияларын пайдаланып Чебышев полиномы немесе интеграл астындағы функцияны қатарға жіктеу арқылы шешіледі [1] - [10].

2. Құбырлы құрылымның орнықтылығы мен тербелісін есептеудің жүктеме классификациясы II – типтегі күш факторының әсеріндегі математикалық моделі біртекті дифференциалдық теңдеулер жүйесі: аумалы (өтпелі) процестегі материалдың соққы кезіндегі реакциясы және түйісу әсерінің ұзақтылығы; соққы жүйесі үшін кез келген формадағы ең кіші радиусты көлденең қимасы бар құбырлы құрылым алынған жағдайдағы «соққы» жүйесі және нысана, ол нысана үшін «эластомер композиті», «керамика композиті», «шыны – пластика композиті» композицияларынан жасалынған үш қабатты төбеден – құбырлы (қабыршақты - құбырлы) құрылым алынған [11] - [16].

Математикалық модельдері Лежандр Чебышев – Лагер полиномдары арқылы немесе интеграл астындағы функцияны қатарға жіктеу арқылы шешіледі.

3. Технологиялық процестердің сенімділігін есептеудің жүктеме классификациясы III – типтегі күш факторының әсеріндегі сызықты емес деформациялық (майысу) процестің динамикасы мен статикасын пайдаланған математикалық моделі технологияның біртекті дифференциалдық теңдеулер жүйесі: резервуардың симуляциялық моделі жағдайындағы мұнай кен орнын өңдеу және өндіру; құбырлы құрылым арқылы ауыр мұнайды «ысытып айдау» тәсілін пайдалану; айнымалы параметрлі құбырлы құрылымдағы қалыптаспаған сұйықтық аймағы; айнымалы параметрлі құбырлы құрылымдағы қалыптаспаған газдың ағымы: математикалық моделі Бессел және Эйлер функциялары арқылы Похгаммер полиномы арқылы шешіледі [17] - [30].

Ескерту: I – типтегі жүктемелердің классификациясы үшін Грин шеттік шарттары пайдаланылған:

A) қатты бекітілген немесе сығылған шеті сырғитындай бекітілген.

B) сүйенілген (тірек) немесе шеті шарнирлі бекітілген.

II – тип:

A) қатты бекітілген және басылған шеті сырғитындай бекітілген.

B) шеттері бос.

III – тип: Жүктемелі шарт
$$\frac{d^3 w}{dx^3} \Big|_{x=0} = \frac{q_k}{D}; \quad \frac{dw}{dx} \Big|_{x=0} = 0$$

және Гриннің шеттік шарты A) , B), C) мұнда $x=L$.

“Қабаттардың жалпы теориясы және олардың техникада қолданылуы” ғылымында В.З. Власованың, В.В. Новожиловтың «Сызықты емес жіңішке қабаттар теориясы», А. Л. Гольденвайзердің “Серпімді жіңішке қабаттар теориясы”, Х. М. Мукетари мен К. З. Галимовтың “Сызықты емес қабаттар теориясы”, А. С. Вольмирдың “Қабаттардың майысқыш пластинкалары”, Е. Т. Божанов және Ж. С. Ержановтың “Серпімді денелердің, майысқақ пластинкалардың және

қабаттардың төзімділігін және олардың қосымшаларын зерттеу” атты еңбектерінің идеясын дамыта отырып, Винклер және Пастернак негізінде жатқан, критикалық сыртқы активті жүктеменің әсерінен жіңішке түтікшелі конструкциялардың толықсуы қарастырылған, күрделі динамикалық жүктемелер кезіндегі жіңішке қабырғалы кеңістіктегі конструкциялардың сызықты емес теорияларының кейбір сұрақтары берілген, динамикалық импульстердің әсерінен жіңішке қабырғалы конструкциялардың элементтерінде болатын ішкі үйкелістердің есептеулері берілген, демпірлеу құбылысын модельдеуде математикалық және вариациялық анализдердің әдістері қолданылған.

Тағы да назар аударатын жағдай физика-техникалық процестерге арналған Б-2 және Б-5 математикалық модельдерінің құрылуына негізделген, олардың $\frac{d\varepsilon_n}{dt} \neq 0$ қалдық деформацияның жылдамдығы нөлге тең емес болған жағдайда, динамикалық жүктеменің әсерінен толықсу күйіндегі материалдық ортаның теңдеуін шешудің әдістері табылып және сандық әдістер енгізілген. Демек, конструкцияның кесекөлденең қимасына түсірілген негізгі күштердің коэффициенттерін анықтау кезінде тұтқырлық ортадан тыс серіппе жүйесі қарастырылады.

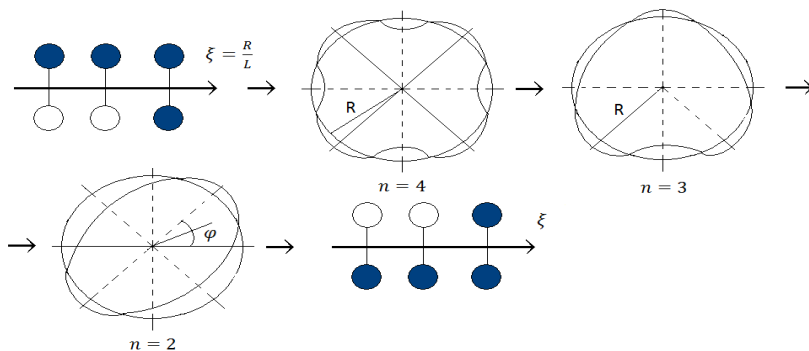
Серпімді біртекті және кристалды материалдан жасалған толтырғышы бар түтікше конструкцияның қабысуын есептеу, егер оған активтік күштермен қатар реактивтік күштер, Винклер күші сияқты күштер әсер етіп тұрған және шеттік жағдайлары әртүрлі болатын есепті қарастырамыз.

Есептің қойылымы.

Көлденең қиманың критикалық деформациясының формасы бойынша активті күш әсеріндегі Винклер үлгісі негізінде табылатын ұзындығы – L , қалыңдығы – h , ішкі радиусы – R болатын үш қабатты цилиндрлік қабықша түріндегі түтікше конструкциясын қарастырайық. Және оған статикалық күш түсіп тұрсын:

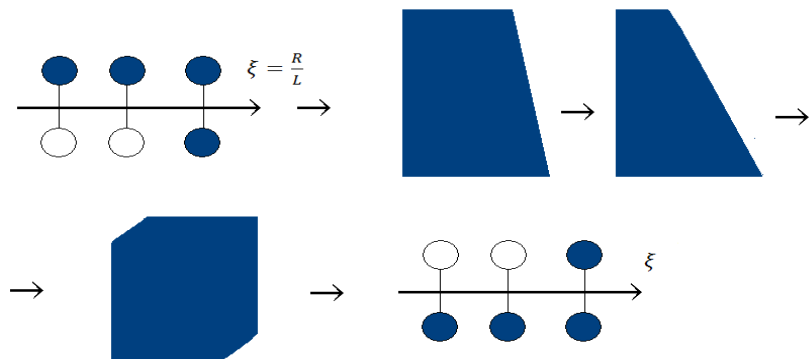
$$q_k = f_k \left(l \frac{h}{2} \right) f \left(\frac{R}{L} \right) \sin w_n x f(x)$$

Кесе-көлденең қиманың белсенді бөлігінде толтырғыш құбыр мұнай-газ секциясының активті жұмыс істеуін қозғаушыны және кристалды беріктендіру.



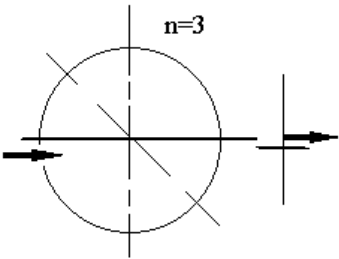
1-сурет

Кесе-көлденең қиманың белсенді бөлігінде толтырғыштың активті жұмыс істеуін беріктендіру



2-сурет

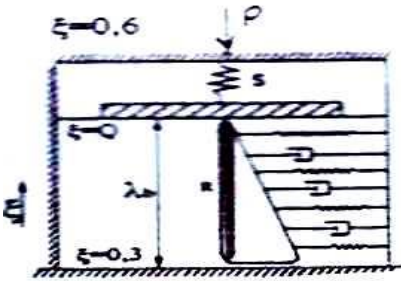
Кесе-көлденең қиманың критикалық деформация кезіндегі толтырғышы.



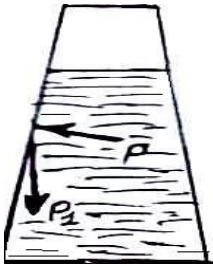
а) пішіні әсерінен түскен біркелкі емес қысым, үшбұрышты эпюра.



б) критикалык
деформация

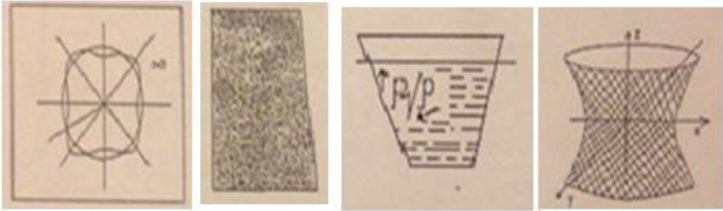


в) серпімді тұтқырлы
жүктеменің шетінен
қарағандағы үлгісі.



г) гидростатикалық қысымның төменгі қабатындағы кесе – көлденең қимасы.

3-сурет



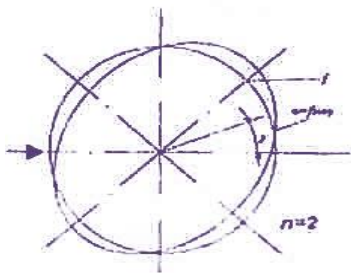
4-супет

а) эпюра

б) критикалык деформация

в) гидростатикалық
ҚЫСЫМ

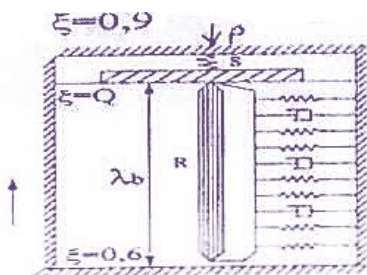
г) градирни деформация



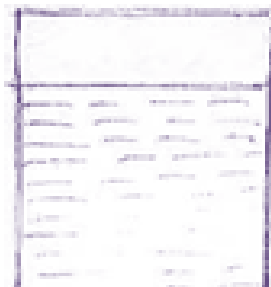
а) тікбұрышты эпюра



б) критикалық деформация



в) орта жүктеме



г) гидростатикалық қысым деформациясы

5-сурет

I-тараудың бірінші бөлімі: Беттер туралы негізгі ұғымдар, қабыршақ және оның қисаю радиусы, техникада кездесетін Гаусс қисаюына байланысты қабыршақ үлгілері, қабыршақ теориясын түтікше келген конструкциялардың тербелісінің математикалық модельдеріне пайдалану үшін болжамдар және нұсқаулар көрсетіледі. (15–31 беттер)

I-тараудың екінші бөлімі: Түтікше келген конструкцияның беріктігінің және тербелісінің математикалық модельдерін сызықты емес деформациялық процестерге енгізу әдістемелері көрсетілген. Сызықты емес деформациялық процестерді үлгілеу үшін: классикалық тепе-теңдік теңдеулері, В. В. Новожиловтың I, II, III, - ықшамдауларындағы сызықты емес геометриялық теориялары пайдаланылған. Сызықты емес деформациялық процестердің табиғи-физикалық, физика-техникалық, механика-математикалық модельдерін құру үшін

түтікше келген конструкцияның майысуының проблемалары және егер кесе-көлденең қимасының шеттік жағдайлары әртүрлі Грин формулаларымен өрнектелген есептер қарастырылады.

II-тарау: Түтікше келген тұтқырлы-серпімді, созымалды-серпімді конструкциялардың беріктігінің математикалық моделі серпімді емес денелердің қасиеттері және серпімді-тұтқырлы қарсылық модельдері қарастырылған. Математикалық модельдер физика-техникалық процестерге енгізу болжамдары Баушенгер тәжірибесіне сәйкес, ал серпімді-тұтқырлы қарсылық серіппе мен демпердің арасындағы $\frac{d\epsilon_n}{dt} \neq 0$ болмаған жағдайда қарастырылып көрсетілген.

Негізгі математикалық модель ретінде :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\epsilon(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] + 2B(x) \frac{d^3 w}{dx^3} - N_1(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \eta(x) \frac{\partial w}{\partial x} + \\ + k(x)w = q_k f(x) * \{R(P) = Q(w)\} \end{aligned}$$

дифференциалдық теңдеу алынған, мұндағы:

$$R = \sum_{j=0}^n \tau_j \frac{d^j}{dt} , \quad Q = \sum_{j=0}^m q_j \frac{d^j}{dt}$$

коэффициенттері тұрақты түзу сызықты дифференциалдық операторлар

III-тарау: Егер түтікше келген конструкцияға активтік және кесе-көлденең күштер түсіп тұрса, онда серпімділік және тұтқырлық теориялары бойынша конструкцияның майысуы есептелінген. Қорытындыланған модельдерді техникалық процестерге және сызықты емес деформациялық процестерге енгізу үшін 3 (үш) күрделі есептер шығарылған, графиктер тұрғызылған.

Үшқатарлы қабаттың динамикалық төзімділігінің теоретикалық зерттеулері қарастырылады.

Осы модельді қарастыру барысында динамикалық жүктемелердің әсерін (қозғалмалы сұйықтық, газ, жылу және жел энергиясының күштері, бірқалыпты емес ортаның қозғалысы және т.б.), Бресс, Гогенемзер, Прагер, С. А. Бренштейн, К. С. Завриев, А. Н. Крылов, С. П. Тимошенко, Я. Г. Пановко, И. И. Губанова, А. П. Филлипов, Тодхунтер, Пирсон, Бюлер, К. Е. Китаев, И. И. Казейдің қабаттың динамикасына арналған еңбектері мен монографияларына сүйене отырып, тепе-теңдік тендеуін былай жазамыз:

$$a_0(x) \frac{d^4 w}{dx^4} + a_1(x) \frac{d^3 w}{dx^3} + a_2(x) \frac{d^2 w}{dx^2} + a_3(x) \frac{dw}{dx} + a^4(x) w - \frac{d^2 w}{dt^2} = p(x, t)$$

мұндағы $w=w(x,t)$, t – уақыт, $P(x, t) = q_k f(x) \sin \omega_n x P(t)$.

Белгілі шектік шарттардағы дифференциалдық тендеудердің шешімін Радакович және Я. Г. Пановковтың жолдары арқылы іздеу керек:

$$w(x, t) = w(x) T(t)$$

$w(x)$ – меншікті тербелістердің тендеуінен анықталатын статикалық бүгілу.

$T(t)$ функциясы дифференциалдық тендеуден анықталады, (потенциалдық және кинетикалық энергияның нәтижелері Лангранж тендеуіне қойылады), мұнда:

$$Q = \int_0^l F(x, t) w(x) \sin w_n t dx$$

$F(x, t)$ – сыртқы қарсыластық күші.

w_n – статикалық модельдің толықсуының меншікті жиілігі.

Ұсынылған модельге болжам жасаймыз:

1. T уақыт кезінде қозғалмалы жүктеме $\xi = vt$ нүктесінде

болсын, негізделген жүктеме $\frac{3}{\Delta \xi}$ бөліктелген жүктемесімен

$\Delta\xi$ – аз аумағында (δ – нүкте аумағы) барлық бағытта бірдей орын ауыстырады.

2. $\Delta\tau \frac{\Delta\xi}{v}$ – аз уақыт кезінде жүктеме қозғалыссыз болады.

$\Delta\tau$ – уақыты өткеннен соң $\frac{p}{\Delta\xi}$ – жүктемесі жоғалып кетеді де, сол уақытта $\Delta\xi$ – аз аумағында пайда болады.

3. $\Delta\xi(\Delta\xi \rightarrow 0)$ аз мән болғандықтан, $\Delta\tau \rightarrow 0$ және $w=w(x)$ функциясының үзіліссіздігі:

$$F(x, t) = f(x)t \quad (1 \text{ жағдай})$$

$$F(x, t) = f(x)\sin \frac{n\pi}{e} t \quad (2 \text{ жағдай})$$

мұндағы n - жартылай толқын саны, ол динамикалық жүктеме әсерінен пайда болады.

Б-2 математикалық моделі:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\varepsilon(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] + kw &= \lambda_j f_1 (E_{ij} G_{ij} \eta_{ij,im} v_{i,em}) * \\ & f_2 \left(\frac{h}{R} \right) f_3 \left(\frac{R}{L} \right) f(x) P(t), \\ P(t) &= \eta \frac{dw(t)}{at} + kw(t) \end{aligned}$$

Шешуі:

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(t) \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right] + kw \right\} \frac{1}{\lambda_j f_1 f_2 f_3 f(x)} = P(t) = -\lambda^2; \quad P(t) = -\lambda^2$$

Айнымалыларын бөліп төмендегі дифференциалдық теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(t) \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right] + kw = -\lambda^2 \lambda_j f_1 f_2 f_3 f(x)$$

$$P(t) + \lambda^2 = 0,$$

егер

$$2\varepsilon'(x)\frac{d^3\omega}{dx^3} + \varepsilon''(x)\frac{d^2\omega}{dx^2} = 0$$

онда дербес жағдайы:

$$\left. \begin{aligned} Q_0(x)\frac{d^4w(x)}{a(x)^4} &= -\lambda^2\lambda_j f_1 f_2 f_3 f(x), \\ \eta\frac{dw(t)}{dt} + kw(t) &= P(t) \end{aligned} \right\}$$

мұндағы:

1. $\lambda_k = \{8/3; 2; 4/3\}$ – түтікше иілген конструкцияның кесе-көлденең қимасының пішін коэффициенті;

2. $f_1(E_{ij}, G_{ij}, \eta_{ij}, \nu_{ij})$ – түтікше ішіндегі көпсалалы сұйықтың физика-механикалық қасиеті;

3. $F_2\left(\frac{h}{R}\right) = \{0,005 - 0,01; 0,015 - 0,02; 0,025 - 0,03\}$ – конструкцияның қалыңдық қасиеттері: көрсетілген аралыққа сәйкес өте жұқа конструкция, орта қалыңдықты конструкция, қатал конструкция;

4. $F_2\left(\frac{R}{L}\right) = \{0,1 - 0,3; 0,31 - 0,6; 0,61 - 0,91\}$ – конструкцияның бойлай ұзындық бойынша қасиеттері: көрсетілген аралыққа сәйкес ұзын, орташа ұзындықты, қысқа конструкция;

$$f(x) = \left\{1, 1-x; 1-x + \frac{x^2}{2}\right\} \sin \omega x$$

5. кесе-көлденең қимасының критикалық деформациясының пішініне байланысты критикалық жүктеме негізінен дифференциалдық тендеудің айнымалыларын ажыратқан кезде анықталады;

6. η – тұтқырлық коэффициенті, k – конструкцияның қаталдық коэффициенті;

7. $Q_0(x)$ – иілу күшінің коэффициенті, $a_4(x)$ – нормаль күшінің коэффициенті.

Ескерту: 1. Статикалық жүктеме түсіп тұрған кезде шеттік шарттар түтікше келген конструкцияның критикалық күшінің

мәніне ықпал етеді, ал динамикада критикалық күштің мәні рөл атқармайды, себебі ол мына шарттарға байланысты:

$$\left. \begin{aligned} w(t)|_{t=0} &= w_0; & \frac{dw}{dt}|_{t=0} &= 0, \\ w(t)|_{t=\frac{n}{2\pi}} &= w_1; & \frac{dw}{dt}|_{t=\frac{n}{2\pi}} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

мұндағы w_0, w_1 – конструкцияның иілу жебесі; $P_{\text{крит}}(t)$ – кесе-көлденең қимадағы критикалық күш.

2. Көрсетілген дифференциалдық теңдеулер жүйесінің дербес шешімдерін табу үшін берілген есептің шартына байланысты төмендегідей шеттік жағдайларды алуға болады:

$$\left. \frac{d^3 w}{dx^3} \right|_{x=0}^{x=L} = 0; \quad \left. \frac{d^2 w}{dx^2} \right|_{x=0}^{x=L} = 0,$$

түтікше келген ұзындығы – L конструкцияның екі шеті де еркін – бос бекітілген:

$$w(x)|_{x=0}^{x=L} = 0; \quad \left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0}^{x=L} = 0$$

түтікше келген ұзындығы – L конструкцияның екі шеті де жылжымалы орнықты бекітілген:

$$\left. \frac{d^2 w}{dx^2} \right|_{x=0}^{x=L} = 0, \quad w(x)|_{x=0}^{x=L} = 0$$

түтікше келген ұзындығы – L конструкцияның екі шеті де бекітілген.

3. Егер $\frac{d\varepsilon_n}{dt} = f(\sigma, T, \tau, \varepsilon_n, \varepsilon_{nn}, q_1, q_2, \dots, q_n)$ – калдық деформацияның қарқыны (жылдамдығы) болса, онда алғашқы шартты төмендегідей етіп алуға болады:

$$\left. \begin{aligned} w(\tau)|_{\tau=0} &= 0; & \frac{dw}{d\tau}\bigg|_{\tau=0} &= 0, \\ w(\tau)|_{\tau=1} &= 0; & \frac{dw}{d\tau}\bigg|_{\tau=1} &= 0, \\ \sigma < \tau \leq 1 \end{aligned} \right\}$$

мұндағы: σ – кернеу, T – температура, τ – уақыт, ε_n – қалдық деформациясы, ε_{nn} – жүктеме кезіндегі созылмалы деформация, $q_1, q_2, \dots, q_n$ – материалдық өзгеріс кезіндегі коэффициенттер, τ – уақыт функциясына байланысты амплитуда вариациясы.

4. Егер түтікше келген конструкцияның материалын көпқабатты эквивалентті қатпардан тұрады деп есептесек, онда алғашқы шартты төмендегідей алуға болады:

$$w'''(x, 0) \pm \alpha_0 w''(x, 0) \pm \beta_0 w'(x, 0) \pm \gamma_0 w(x, 0) = f_1(x)$$

$$w''(x, 0) \pm \alpha_1 w'(x, 0) \pm \beta_1 w(x, 0) = f_2(x)$$

$$w'(x, 0) \pm \alpha_2 w(x, 0) = f_3(x), \quad w(x, 0) = f_4(x).$$

Б-5 математикалық моделі:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right] - N_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + kw = \lambda_j f_1(E_{ij}, G_{ij}, \eta_{ij}, \nu_{ij}) \cdot f_2\left(\frac{h}{R}\right) f_3\left(\frac{R}{L}\right) f(x) P(t),$$

$$P(t) = \eta \frac{dw}{dt} + kw$$

Шешуі:

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] - N_1 \frac{d^2 w}{dx^2} + kw \right\} \frac{1}{\lambda_j f_1 f_2 f_3} = -\lambda^2; \quad P(t) = -\lambda^2$$

Айнымалыларын ажыратып төмендегі дифференциалдық теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] - N_1 \frac{d^2 w}{dx^2} + kw = -\lambda^2 \lambda_j f_1 f_2 f_3 f(x),$$

$$P(t) + \lambda^2 = 0$$

дербес жағдайы:

$$Q_0(x) \frac{d^4 w}{dx^4} + a_2(x) \frac{d^2 w}{dx^2} + a_4(x) w = -\lambda^2 \lambda_j f_1 f_2 f_3 f(x),$$

$$P(t) = \eta \frac{dw}{dt} + kw$$

мұндағы: иілу моментіне байланысты бойлай критикалық күштің коэффициенті. Дифференциалдық теңдеудің сол жағының характеристикалық теңдеуі:

$$\lambda^4 + c\lambda^2 + 1 = 0 \quad 0,25 \leq c \leq 3,25$$

$$c = N_1 \sqrt{\frac{1}{kD}}$$

1. ҚАБЫРШАҚ ТЕОРИЯСЫН ТҮТІКШЕ КЕЛГЕН КОНСТРУКЦИЯЛАРДЫҢ БЕРІКТІГІНІҢ ЖӘНЕ ТЕРБЕЛІСІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІНЕ ҚОЛДАНУ

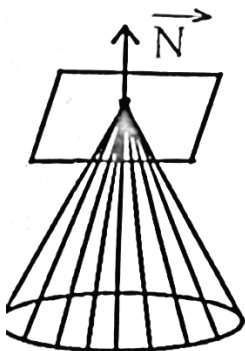
1.1. Беттер туралы кейбір негізі ұғымдар

Цилиндрлік, конустық және айналу беттері.

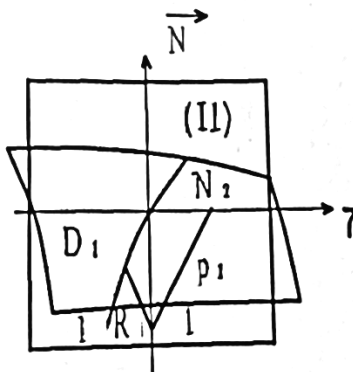
Анықтама. «Қабыршақ» – деп екі бетпен шектелетін иілгіш денені айтамыз, егер олардың арақатынасы басқа өлшемдеріне қарағанда өте аз болған жағдайда.

«Қабыршықтың нүктедегі нормаль қимасы» деп – қабыршықты нормаль бетінің бойымен жазықтықпен қиғандағы кесе-көлденең қиманы айтамыз.

Ескерту. Егер қалыңдығы тұрақты шама болса, онда қабыршық ортаңғы беттің пішінімен және шектелу түрімен анықталады.



6-сурет



7-сурет

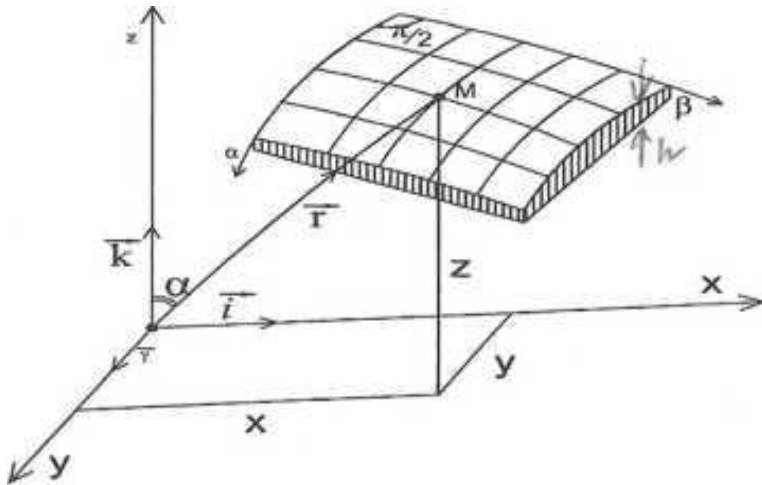
Анықтама. Егер бас бағыттар бойынша (6-сурет, 7-сурет) өзара перпендикуляр (ортогональ) болатын қисық сызық жүргізсек, онда оларды бас бағытты қисайтқандағы қисық сызықтар жүйесі деп атаймыз.

Қисаю нүктесінің центрінен N1 және N2 нүктесіне дейінгі арақашықтықты қисаю бетінің бас радиустары R_1 және R_2 - деп, ал $\frac{1}{R_1} = K_1$, $\frac{1}{R_2} = K_2$ бетінің бас бағыттағы қисаюы деп атаймыз.

1.2. Қабыршақтың квадраттық формасы

Анықтама. Егер деформацияға дейінгі орта бетті (7-сурет) бағыттасақ онда (α, β) – параметрлеріне байланысты былай жазамыз:

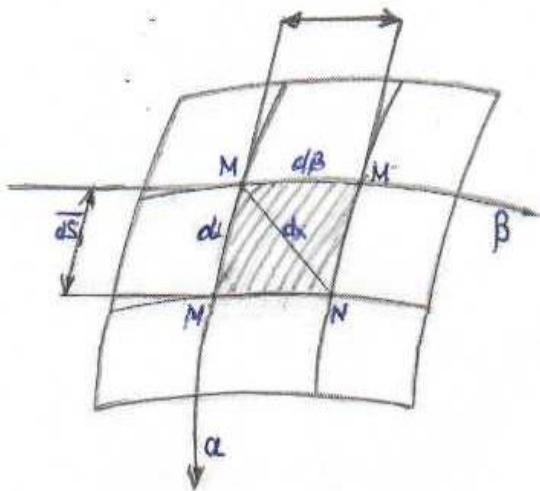
$$x = x(\alpha, \beta), \quad y = y(\alpha, \beta), \quad z = z(\alpha, \beta) \quad (1.1)$$



8-сурет

Ескерту. Қабыршақтың жалпы геометриялық қасиеттерін қарастыру үшін шексіз аз элементін қарастырамыз:

$$\vec{r}(\alpha, \beta) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (1.2)$$



9-сурет

мұндағы: ds – ортогональ координаттар жүйесіндегі шексіз аз сызықты элемент; ds_1 және ds_2 – қисық сызықты координаттар (α, β) бойындағы шексіз аз сызықты өсімшелер. Шексіз аз элемент төрт координаттық қисықтан тұрады.

Ескерту. Егер $d\alpha$ және $d\beta$ шексіз аз болса, онда:

$$ds_1 = A d\alpha, \quad ds_2 = B d\beta$$

$$ds^2 = ds_1^2 + ds_2^2 \quad (1.3)$$

Анықтама. Шексіз аз элементті түзу сызықты шексіз аз элементке айналдыратын қисықты қисық сызықты координаттар жүйесіне көшудегі A және B – квадраттық формасындағы коэффициенттер деп атайды. Ал төмендегі өрнек:

$$ds^2 = A^2 d\alpha^2 + B^2 d\beta^2 \quad (1.4)$$

$$\vec{dr} = \vec{ds} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} d\beta, \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} (\vec{ds})^2 &= \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} d\beta \right)^2 = \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \right)^2 d\alpha^2 + \\ &+ 2 \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \right) d\alpha d\beta + \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \right)^2 d\beta^2 \end{aligned}$$

мұндағы: $\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha}, \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta}$ беттің кез келген нүктесіндегі α және β қисықтарына жанама болады. Сондықтан, егер $\alpha \perp \beta$ болса, онда:

$$\left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \right) d\alpha d\beta = 0. \quad (1.6)$$

(1.5)-формуланы (1.4) формулаға қойсақ:

$$dS^2 = \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \right)^2 d\alpha^2 + \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \right)^2 d\beta^2. \quad (1.8)$$

(1.3), (1.5) – формуламен (1.7)-формуланы салыстырып жазамыз:

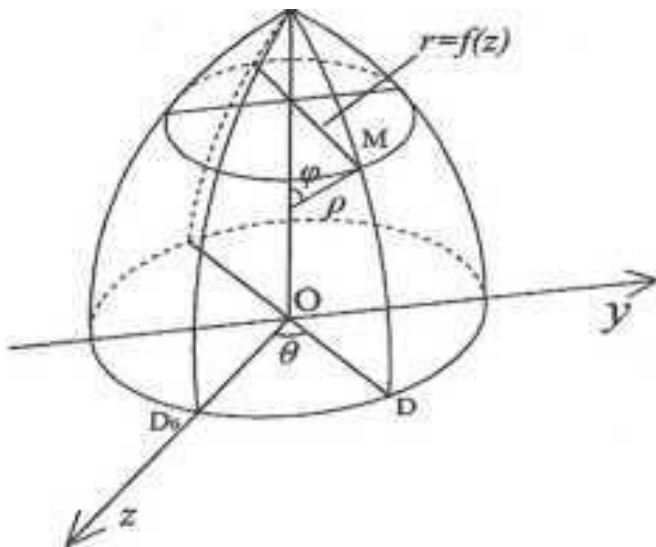
$$A = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha}, B = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta}.$$

(1.2)-формула арқылы (1.7) - формуладан А және В коэффициенттерін анықтаймыз:

$$\left\{ A = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \alpha} \right)^2}, \quad B = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \beta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \beta} \right)^2} \right.$$

1. 3. Техникада кездесетін беттің қабыршақ үлгілері

Ескерту. Кез келген OZ осі бойынша айналдырғандағы пайда болған қабыршақтар үлгі ретінде техникада жиі кездеседі.



10-сурет

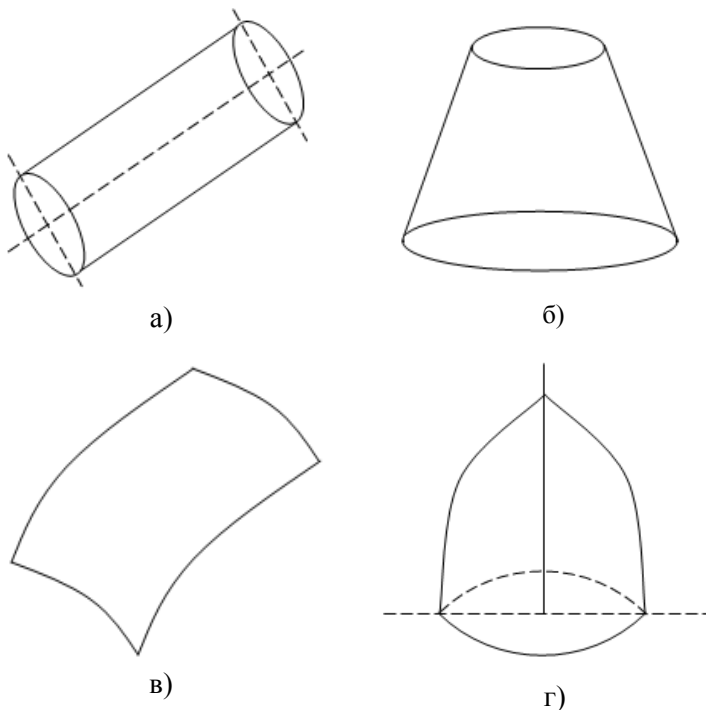
Мұндағы бас қисаю сызықтары ретінде параллельдерді алады. Бұл қисықтарды әртүрлі жолмен алуға болады.

Анықтама. Егер (α, β) – қисық сызықты координаттар жүйесіндегі қисаюды k_1 және k_2 деп белгілесек, онда

$k = k_1 k_2$ – формуласын «Қабыршақ бетінің Гаусс қисаюы» – деп атайды.

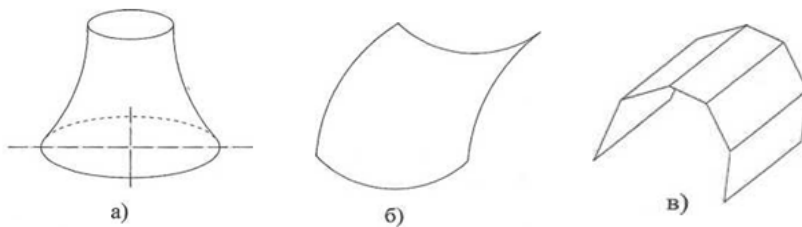
Ескерту. Құралас механикасында және техникада, практикада Гаусс қисаюына байланысты әртүрлі қабыршақ беттер кездеседі. Олар негізінен екі класқа бөледі.

Анықтама. Гаусс қисаюы нөлге тең қабыршықтар жиынын «Б-класс»-деп атайды, яғни олардың бір бағыттағы қисаюы нөлге тең де, екінші бағыттағы қисаюы нөлге тең емес. А- класына: Цилиндрлік, конустық беттер жатады.



11-сурет

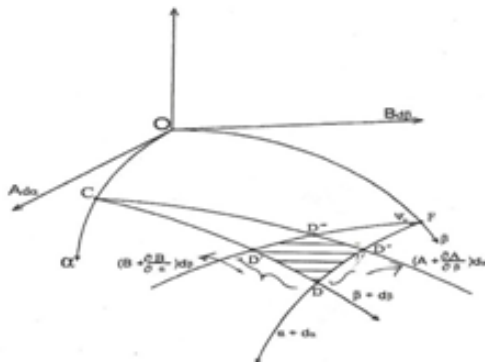
Анықтама. Гаусс қисаюы нөлге тең болмағандағы екі қисаюы бар беттен тұратын қабыршықтарды «Б -класс» қабыршықтар деп атайды. Егер $k_1 k_2 = k > 0$ (дөңесті – ойысты қабыршақ), егер $k_1 k_2 < 0$ (батыңқы – шұңқыр ойысты) қабыршықтар болса, деп екі түрге бөлінеді.



12-сурет

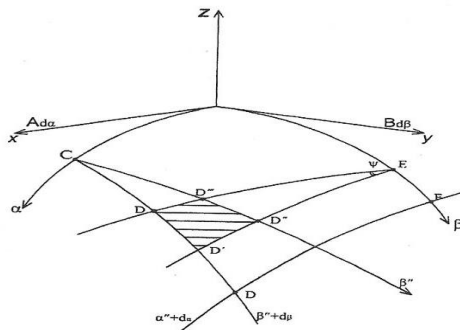
1.4. Есептің мақсаты және олардың бағыттары

Есептің мақсаты: шексіз аз кесе-көлденең қимадағы қабыршақтың тепе-теңдік теңдеуін жазу үшін төмендегі көрсетілген болжамдарды (гипотеза) аламыз. Кесе-көлденең қимадағы Крихгоф – Ляв болжамы: деформацияға дейінгі орта бетке түсіп тұрған нормаль, деформацияланған орта бетке де нормаль болады яғни, орта беттің бұрылуына және оның элементтерінің бұрылуына қолданылады.



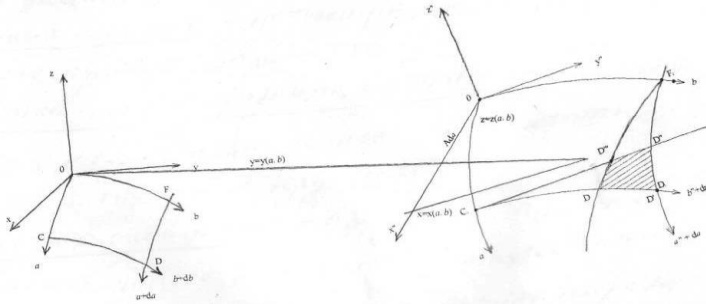
13-сурет

С. П. Тимошенко болжамы сияқты тепе-теңдік теңдеулері орта беттің тек қана бұрылуын қарастырмай, сонымен қатар олардың ығысуы мен ұзаруын да қарастырады.



14-сурет

Қабыршақтың тепе-теңдік теңдеулерін, ортаңғы беттің және оның элементтерінің ұзаруын, ығысуын, бұрылуын ең аз деформация, соңғы деформация және үлкен деформация арқылы сызықтық емес теория бойынша құрады.



15-сурет

1.5. Қабыршақ теориясын түтікше келген конструкциялардың беріктігінің математикалық модельдеріне пайдалану

1. Есептің қойылымы.

Көлденең қимасының критикалық деформациясының формасы бойынша критикалық активті күш әсеріндегі Винклер үлгісі кезіндегі ұзындығы – L , қалыңдығы – h , ішкі радиусы (кесе-көлденең қимасының ең аз радиусы) – R болатын үш қабатты қабықша түріндегі түтікше конструкцияны қарастырайық. Егер оған статикалық күш түсіп тұрса, онда:

$$q_k = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} (R/L)$$

Жалпы математикалық моделі:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] = q_k, \quad \frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] + k(x) w = q_k \quad (1.9)$$

Сонымен қатар, аймақтық кернеу максималді жүктемеге байланысты болады:

$$\sigma_{\text{окр.крит}} = f_k^* \left(n, \frac{h}{2} \right) \quad (1.10)$$

мұндағы n – көлденең қима пішінінің бұзылу толқынының меншікті саны, ал көлденең қиманың критикалық деформациясының формасы бойынша активті күш мынадай болады:

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{R}{L} \right) \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2}$$

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k 10,2 \sqrt[4]{1 - v^2} \left(\frac{R}{L} \right) \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}},$$

$$\lambda_k = \left\{ \frac{8}{3}; 2; \frac{4}{3} \right\} \quad (1.11)$$

Онда жеке бөлімшелер түйіндесіндегі статикалық жүктеме әсеріндегі теңдеуі мынадай болады:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{k}{D} w = \pm \frac{q_k}{D} \{1; L - x; \sin \omega x\} \quad (1.12)$$

Немесе академик А.Н. Крылов әдісі бойынша, егер айнымалыға өзертү енгізсек:

$$z = \sqrt[4]{\frac{k}{4D}} x \quad (1.13)$$

онда

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4w = \pm \frac{q_k}{4k} \{1; 1 - z; \sin \omega z\} \quad (1.14)$$

(1.12) немесе (1.14) дифференциалдық теңдеуді шешу кезінде біртекті бөлігінің жалпы шешімі мынадай болуы мүмкін:

1-жағдай:

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} + \frac{k}{D} w_0 = 0 \quad (1.15)$$

Характеристикалық теңдеуі: $\lambda^4 + \frac{k}{D} = 0$.

Содан $\lambda_m = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} \left(\cos \frac{\pi+2m\pi}{4} + i \sin \frac{\pi+2m\pi}{4} \right)$

Біртекті бөлігінің жалпы шешімі :

$$w_0(x) = e^{\beta x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x}(C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) \quad (1.16)$$

мұндағы: $\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{D}}$

2- жағдай:

$$\frac{d^4 w_0}{dz^4} + 4w = 0 \quad (1.17)$$

Характеристикалық теңдеуі:

$$\lambda^4 + 4 = \lambda^4 + (1+i)(1-i)(-1+i)(-1-i) = 0$$

Біртекті бөлігінің жалпы шешімі:

$$w_0(z) = e^z(C_1 \cos z + C_2 \sin z) + e^{-z}(C_3 \cos z + C_4 \sin z) \quad (1.18)$$

Берілген шектік жағдайлар кезіндегі өндірілген аймақтың тербелуі мен толықсуын қарастыралық.

Сонымен қатар аралас қималарда әркелкі көлденең жүктемелердің бастапқы және кейінгі қиылысуының орындары бірдей болу керек екендігін ескерген жөн:

- сызықты орын ауыстыру – w ;
- бұрыштық орын ауыстыру – $\theta = dw/dx$;
- иілу моменті – $M = - EJ(d^2w/dx^2)$;
- бөлу күші – $Q = - EJ(d^3w/dx^3)$.

Тепе-теңдік теңдеуі :

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{k}{D} w = \pm \frac{q_k}{D} \quad (1.19)$$

бекіткіштердің сол жақ шеті бос бекітілген, ал оң жақ шеті жылжымалы-қозғалмалы бекітілген, яғни:

$$\left. \frac{d^2 w}{dx^2} \right|_{X=0} = 0; \quad \left. \frac{d^3 w}{dx^3} \right|_{X=0} = 0; \quad (1.20)$$

$$w(x)_{X=L} = 0; \quad \left. \frac{d w}{dx} \right|_{X=L} = 0; \quad (1.21)$$

1. Егер серпімді қабыршақтарға динамикалық күш әсер етсе, онда эквивалентті серпімді қабыршақтардан тұратын компоненттің қабысуының моделі:

$$F(\xi, t) = \begin{cases} F_1(\xi) = \xi_{up} \cdot \xi, & 0,6 \leq \xi \leq 1, \\ F_2(\xi) = \xi_{kpum} \cdot \xi - 1, & 0,3 \leq \xi \leq 0,6, \\ F_3(\xi) = \xi_{kpum} \cdot \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2} \right); & 0,1 \leq \xi \leq 0,3 \end{cases} \quad (1.22)$$

және

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{\rho_0}{2\pi T} e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}}, & \sigma &= 0,4; & a &= 0,2; & 0,6 \leq \xi \leq 1 \\ \rho_2 &= \frac{\rho_0}{2\pi T} e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}}, & \sigma &= 0,3; & a &= 0,35; & 0,3 \leq \xi \leq 0,6 \\ \rho_3 &= \frac{\rho_0}{2\pi T} e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}}, & \sigma &= 0,2; & a &= 0,75; & 0,1 \leq \xi \leq 0,3 \end{aligned} \quad (1.23)$$

Сол жағы еркін, ал оң жағы жылжымалы орнықты болса, яғни:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d w}{d \xi} \right|_{\xi=1} &= 0; & \left. \frac{d^3 w}{d \xi^3} \right|_{\xi=1} &= 0; \\ w \Big|_{\xi=0} &= 0; & \left. \frac{d w}{d \xi} \right|_{\xi=0} &= 0; \end{aligned} \quad (1.24)$$

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{d \xi^4} + \frac{k}{EJ} w = F(\xi, t) \quad (1.25)$$

№1-болжам. $F(\xi, t)$ (1.22) –формуласы бойынша $\Delta\tau = \Delta\xi/V$ аз уақыт аралығында жүктеме ретінде қозғалыссыз болып, $\Delta\tau$ – уақыт өткеннен кейін жоғалып кетеді де, сол сәтте $V = v_0 + \alpha t$ жылдамдықпен көршілес аймақта пайда болады.

№2-болжам. А.Н. Крылов әдістемесін енгізсек :

$$x = \sqrt[4]{\frac{k}{EJ}} \xi$$

(1.19) дифференциалдық теңдеу шығады:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + 4w = \frac{F(\xi, t)}{k}, \quad x = \xi - w, \quad \xi = \lambda_B \frac{R}{L} \quad (1.26)$$

№3-болжам.

$$\xi_{\text{крит}} = \lambda_B q_0 \xi$$

деп алсақ, мұнда:

$$q_0 = \begin{cases} \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2}, & \gamma = \frac{\Delta p}{2L} \\ \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \gamma^2}, & \gamma = \frac{\Delta p^4}{2L} \\ \frac{1}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2 \left(1 - \frac{4N}{Q}\right)} \end{cases}$$

онда

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + 4w = \frac{q_0}{4k} \xi, \quad 0 < \xi \leq 1 \quad (1.27)$$

(1.26) дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі (түзу сызықты жылжу).

$$w(\xi) = e^{\xi} (C_1 \cos \xi + C_2 \sin \xi) + e^{-\xi} (C_3 \cos \xi + C_4 \sin \xi) + \frac{q_0}{8k} \xi \quad (1.28)$$

Бұрыштама жылжу:

$$\frac{dw}{d\xi} = e^{\xi}(A_1 \cos \xi + A_2 \sin \xi) + e^{-\xi}(A_3 \cos \xi - A_1 \sin \xi) + \frac{q_0}{8k}$$

мұндағы

$$A_1 = C_1 + C_2; \quad A_2 = C_2 - C_1; \quad A_3 = C_4 - C_3; \quad A_4 = C_3 + C_4$$

Иілу моменті:

$$\frac{d^2w}{d\xi^2} = e^{\xi}(B_1 \cos \xi + B_2 \sin \xi) - e^{-\xi}(B_3 \cos \xi - B_4 \sin \xi)$$

$$B_1 = 2C_2; \quad B_2 = -2C_1; \quad B_3 = 2C_4; \quad B_4 = 2C_3$$

Бөлу күші:

$$\frac{dw}{d\xi^3} = e^{\xi}(D_1 \cos \xi + D_2 \sin \xi) + e^{-\xi}(D_3 \cos \xi - D_4 \sin \xi)$$

$$D_1 = 2(C_2 - C_1); \quad D_2 = -2(C_1 + C_2); \quad D_3 = -2(C_3 + C_4); \quad D_4 = 2(C_3 - C_4)$$

Шектік жағдайы (1.20), (1.21) пайдаланып, компьютерлік моделін жазамыз.

$$w(\xi) = \frac{q_0}{4k\Delta} \left[e^2 \cos^2 1 (sh\xi \cos \xi - e^{-\xi} \sin \xi) + (e^2 + 1 + e^2 \sin 2) sh\xi \sin \xi \right] - \frac{1}{4} (2e^{-\xi} \sin \xi - \xi),$$

$$\Delta = -[(e^2 + 1) + 4e^2 \cos^2 1]$$

$$\frac{q_0}{4k} = \begin{cases} \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{1/2} \\ \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{1/2} \\ \frac{1}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2 \left(1 - \frac{4N}{Q} \right)} \left(\frac{h}{R} \right)^{1/2} \end{cases}$$

Тапсырма. $\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; \dots; 0,9; 1\}$ L. $L = \{1; 10; 100; 1000; 1000\}$.
 $h/R=0,01; h/L=0,0001; L=1000. L=1000; h=0,1; R=10; hR=1.$
 $\gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}$ – (қалыңдығымен салыстырмалы)
 $N/Q = \{1,13; 4,35; 5; 6,2; 6,4; 6,76; 7,45\}.$

2. Бойлай күш түсіп тұрған жағдайда бірнеше беттен тұратын эластомер жолақтарының қабыршағының критикалық күшін иілу деформациясы кезінде есептеу

№1-есеп. Анизотроптық стержень жүйесі.

М.А. Био моделі:

$$\frac{th\beta_1\gamma}{th\beta_1\gamma} = \frac{\beta_1(1+\beta_1^2)(\chi^2-k^2-\beta_3^2)}{\beta_1(1+\beta_3^2)(\chi^2-k^2-\beta_1^2)} \quad (1.29)$$

Егер $\beta, \gamma \ll 1, \frac{P}{2Q} \leq 1$ болғанда және екі мүшесін алғанда $\xi = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\frac{1}{3}\gamma^2}, \chi^2 = \frac{4N}{Q}, \gamma\gamma = \frac{nph}{2L}$ транценденттік функциясын сандық қатарға жіктеу

$\xi_{кр} = \frac{P}{2Q}, \gamma\gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}$ қалауымыз бойынша $\gamma = \{0.33; 0.45; 0.55; 0.64; 0.71\}$

№2-есеп. Анизотроптық стержень жүйесі.

В.В. Новожиловтың I-ші ықшамдалуы:

$$\frac{th\beta_1\gamma}{th\beta_1\gamma} = \frac{\beta_1(1+\beta_1^2)(\chi^2-1-\beta_3^2-2\xi)}{\beta_1(1+\beta_3^2)(\chi^2-1-\beta_1^2-2\xi)}, \xi = \frac{P}{2Q}, \chi^2 = \frac{4N}{Q}, \gamma\gamma = \frac{nph}{2L} \quad (1.30)$$

$$\beta_1^2, 3 = m \pm \sqrt{m^2 - k^2}; 2m = \chi^2 - 2 - 2\xi; k^2 = 1 - 2\xi;$$

Транценденттік функцияны қатарға жіктеу:

$$\xi = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\frac{1}{3}\gamma^2}$$

$$\xi_{кр} = \frac{P}{2Q}, \gamma\gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\} \text{ қалауымыз бойынша}$$

$$\frac{N}{Q} = \{1.13; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\},$$

$$\frac{N}{Q} = 1, \frac{N}{Q} = 0.7 \quad (1.31)$$

№3-есеп. Анизотроптық стержень жүйесі.

В.В. Новожиловтың II-ші ықшамдалуы:

$$\frac{th\beta_{1,\gamma}}{th\beta_{1,\gamma}} = \frac{\beta_1(1+\beta_1^2)(\chi^2-1-\beta_3^2)}{\beta_1(1+\beta_3^2)(\chi^2-1-\beta_1^2)}$$

$$\beta_1^2, 3 = m \pm \sqrt{m^2 - k^2}; 2m = \chi^2 - 2 - \xi;$$

$$k^2 = 1 - \xi; \chi^2 = \frac{4N}{Q} \quad (1.32)$$

Транценденттік функцияны қатарға жіктеу:

$$\xi_{кр} = \xi = \frac{P}{2Q}, 2\gamma^2\xi^2 + (6 + 4\gamma^2 - \gamma^2\frac{4N}{Q})$$

$$\xi - \frac{4N}{Q}\gamma^2 = 0 \quad (1.33)$$

$$\gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}$$

$$\gamma = \{0.33; 0.45; 0.55; 0.64; 0.71\}$$

$$\frac{N}{Q} = \{1.13; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\}$$

$$\frac{N}{Q} = 1, \frac{N}{Q} = 0. \quad \text{қалауымыз бойынша}$$

№4-есеп. Анизотроптық стержень жүйесі.

А.Н. Гузь ықшамдауы: $\frac{th\beta_{1,\gamma}}{th\beta_{1,\gamma}} = \frac{\beta_1(1+\beta_1^2)(\chi^2-1-\beta_3^2)}{\beta_1(1+\beta_3^2)(\chi^2-1-\beta_1^2)}$

$$\beta_{1,3}^2 = m \pm \sqrt{m^2 - k^2}; 2m = \chi^2 - 2 - \xi; k^2 = 1 - \xi; \chi^2 = \frac{4N}{Q}$$

Транценденттік функцияны қатарға жіктеу:

$$\xi = \frac{2N}{3Q}\gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3}\gamma^2}$$

$$\gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}$$

$$\gamma = \{0.33; 0.45; 0.55; 0.64; 0.71\}$$

$$\frac{N}{Q} = \{1.13; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\}$$

$$\frac{N}{Q} = 1, \frac{N}{Q} = 0. \quad \text{қалауымыз бойынша}$$

№5-есеп. Анизотроптық стержень жүйесі Л.С. Лейбензон ықшамдалуы:

$$\xi = \frac{(1 + \beta_1^2)(\chi^2 - 1 - \beta_3^2)\beta_2 th\beta_3 \gamma - (1 + \beta_3^2)(\chi^2 - 1 - \beta_1^2)\beta_1 th\beta_1 \gamma}{4[(\chi^2 - 1 - \beta_1^2)\beta_1 th\beta_1 \gamma - (\chi^2 - 1 - \beta_3^2)\beta_3 th\beta_3 \gamma]}$$

$$\beta_{1,3}^2 = m \pm \sqrt{m^2 - 1}; \quad 2m = \chi^2 - 2; \quad \chi^2 = \frac{4N}{Q};$$

Транценденттік функцияны қатарға жіктеу.

$$\xi = \frac{1}{3} N / Q \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2 (1 - \frac{4N}{Q})}$$

$$\frac{N}{Q} = \{1.13; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\} \quad \frac{N}{Q} = 1, \quad \frac{N}{Q} = 0.7$$

$$\gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}; \quad \gamma = \frac{np h}{2L};$$

Есеп № 6. Анизотроптық стержень жүйесі А. Ю. Ишминский бойынша:

$$\gamma^2 \xi^3 + \left[3 - \gamma^2 \left(\frac{4N}{Q} \right) \right] \xi^2 + 3 \left[2 - \gamma^2 \left(\frac{2N}{Q} - 1 \right) \right] \xi - \frac{2N}{Q} \gamma^2 = 0$$

$$\gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}; \quad \frac{N}{Q} = 1; \quad \frac{N}{Q} = 0.7$$

Анизотроптік жолақ, екі жағынан да күш түсіп тұратын жағдайда:

$$\text{Алғашқы шарты: } S_{11} = -p; \quad S_{22} = -q; \quad S_{33} = 0; \quad (1.34)$$

Тепе-теңдік теңдеуі:

$$\frac{\partial S_{11}}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}}{\partial y} - (p - q) \frac{\partial w}{\partial y} = 0; \quad \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right\}$$

$$\frac{\partial S_{12}}{\partial x} + \frac{\partial S_{22}}{\partial y} - (p - q) \frac{\partial w}{\partial y} = 0; \quad \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right\} \quad (1.35)$$

Физикалық заңдылық М.А. БИО бойынша:

$$S_{11} - S = 2Nl_{xx}, \quad S_{22} - S = 2Nl_{yy}, \quad S_{12} - S = 2Nl_{xy} \quad (1.36)$$

Сығылмайтын шарты:

$$U = -\frac{\partial \Phi_{\Phi}}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \Phi_{\Phi}}{\partial x} \quad (1.37)$$

Шеттік жағдайы:

Тепе-теңдік теңдеуі (1.36) пен (1.37) арқылы:

$$\frac{\partial}{\partial S} - \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(2N - Q + \frac{p-q}{2} \right) \frac{\partial^2 \Phi_{\Phi}}{\partial x^2} + \left(Q + \frac{p-q}{2} \right) \frac{\partial^2 \Phi_{\Phi}}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial}{\partial S} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(2N - Q + \frac{p-q}{2} \right) \frac{\partial^2 \Phi_{\Phi}}{\partial y^2} + \left(Q + \frac{p-q}{2} \right) \frac{\partial^2 \Phi_{\Phi}}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (1.39)$$

(1.36)-дан S-ті шығартып тастасақ:

$$\left(Q + \frac{p-q}{2} \right) \frac{\partial^4 \Phi_{\Phi}}{\partial y^4} + 2(2N - Q) \frac{\partial^4 \Phi_{\Phi}}{\partial x^2 \partial y^2} + \left(Q + \frac{p-q}{2} \right) \frac{\partial^4 \Phi_{\Phi}}{\partial x^4} = 0, \quad (1.40)$$

$$\text{егер шешімін: } \Phi = \varphi(w_n y) \sin w_n x \quad (1.41)$$

$$\varphi^{(IV)} - 2m\varphi'' + k^2\varphi = 0, \quad (1.42)$$

$$\text{мұнда } m = \frac{(2N-Q)}{Q+\frac{p-q}{2}}; \quad k^2 = \frac{(Q-\frac{p-q}{2})}{Q+\frac{p-q}{2}} \quad (1.43)$$

Антисимметриялық деформация түрінде іздесек жолақтың иілуін, φ – функциясы Y бойынша жұп функция. Онда:

$$\Phi = (A_1 Ch\beta_1 w_n y + A_3 Ch\beta_2 w_n y) \sin w_n x \quad (1.44)$$

деформациясы. Бұрау деформациясы және иілу деформациясына жұмыс істейтін техникалық бөлшектер.

Механикалық моделі: Анизотроптық жолақты бойлай – Р , кесе-көлденең – q күші түсіп тұр және $q = \alpha P$.

М.А. Био бойынша, тепе-теңдік теңдеуі:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S_{11}}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}}{\partial y} - (p - q) \frac{\partial w}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial S_{12}}{\partial x} + \frac{\partial S_{22}}{\partial y} - (p - q) \frac{\partial w}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.45)$$

$$S_{11} = -P; S_{22} = -q; S_{33} = 0 \quad (1.46)$$

Шеттік жағдайы:

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_x &= S_{12} + qw + \rho l_{xy} = 0 \\ \Delta f_y &= S_{22} + ql_{yy} \end{aligned} \right\} \quad (1.47)$$

Физикалық заңдылығы:

$$S_{11} = S + 2Nl_{xx}, \quad S_{22} = S + 2Nl_{yy}, \quad S_{12} = 2Ql_{xy} \quad (1.48)$$

1-болжам бойынша:

$$U = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (1.49)$$

$$\varphi_{(\omega_n y)}^{(IV)} - 2m\varphi_{(\omega_n y)}'' + k^2\varphi_{(\omega_n y)} = 0 \quad (1.50)$$

$$m = \frac{(2N-Q)-p/2}{Q+\frac{p-q}{2}}; \quad K^2 = \frac{(Q-\frac{p-q}{2})-p/2}{Q+\frac{p-q}{2}} \quad (1.51)$$

$$\beta_3^2 + \beta_1^2 = 2m; \beta_3^2\beta_1^2 = k^2; \beta_3^4 + \beta_3^2\beta_1^2 + \beta_1^4 = 4m^2 - k^2 \quad (1.52)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= A_1 ch\beta_1\omega_n Y + A_2 sh\beta_1\omega_n Y + A_3 ch\beta_3\omega_n Y + \\ &A_4 sh\beta_3\omega_n Y \end{aligned} \quad (1.53)$$

2-болжам бойынша: Антисимметриялық деформация , Y – осі бойынша жұп функция

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= A_1 ch\beta_1\omega_n Y + A_3 ch\beta_3\omega_n Y \\ \varphi \Phi &= (A_1 ch\beta_1\omega_n Y + A_3 ch\beta_3\omega_n Y) \sin\omega_n X \end{aligned} \right\} \quad (1.54)$$

Критикалық күш:

$$(1 - \gamma)[3(1 + \alpha^2) + \gamma^2(1 - \alpha^2)]\xi^2 + 2\left\{\gamma^2\left[(1 + \alpha^2) - \frac{N}{Q}(1 + \alpha^2) + 3\right]\xi^2 + \left[\gamma^2\left(1 - 4\frac{N}{Q}\right) + 3\right](1 + \alpha)\xi - 2\frac{N}{Q}\gamma^2\right\} = 0 \quad (1.55)$$

№7-есеп.

$$\left[2\left(\gamma^2 - 2\frac{N}{Q}\right) + 3\right]\xi^2 + \left[\gamma^2\left(1 - 4\frac{N}{Q}\right) + 3\right]\xi - \frac{N}{Q}\gamma^2 = 0 \quad \xi = \frac{P}{2P} \quad (1.56)$$

$$\gamma = \{0.33; 0.45; 0.55; 0.64; 0.71\}, \quad \gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}; \\ \frac{N}{Q} = \{1.13; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\}, \quad \frac{N}{Q} = 1, \quad \frac{N}{Q} = 0.7$$

№8-есеп.

$$\left[2\left(\gamma^2 - 2\frac{N}{Q}\right) + 3\right]\xi^2 + \left[\gamma^2\left(1 - 4\frac{N}{Q}\right) + 3\right]\xi - \frac{N}{Q}\gamma^2 = 0 \quad \xi = \frac{P}{2P} \quad (1.57)$$

$$\gamma = \{0.33; 0.45; 0.55; 0.64; 0.71\}, \quad \gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}; \\ \frac{N}{Q} = \{1.13; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\}, \quad \frac{N}{Q} = 1, \quad \frac{N}{Q} = 0.7$$

№9-есеп.

$$\left[2\left(\gamma^2 - 2\frac{N}{Q}\right) + 3\right]\xi^2 + \left[\gamma^2\left(1 - 4\frac{N}{Q}\right) + 3\right]\xi - \frac{N}{Q}\gamma^2 = 0 \quad \xi = \frac{P}{2P} \quad (1.58)$$

$$\gamma = \{0.33; 0.45; 0.55; 0.64; 0.71\} \\ \gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}; \\ \frac{N}{Q} = \{1.13; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\}, \quad \frac{N}{Q} = 2, \quad \frac{N}{Q} = 0.7$$

№10-есеп. Эквивалентті серпімді қабыршақтардан тұратын композиттің іліуінің (қабысуының) моделі, шеттік жағдайы, сол жағы бос, оң жағы жылжымалы орнықты М.А. Био бойынша.

Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{K}{D} w = \frac{q_k}{D} \left(\frac{P}{2Q} = \xi_{\text{крит}} \right) \quad (1.59)$$

мұндағы:

$$q_k = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2} ; \quad \chi^2 = \frac{4N}{Q} ; k = \frac{Nh}{R^2} ; \gamma = \frac{nph}{2L} \quad (1.60)$$

Жалпы шешімі:

$$w(x) = e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) - \frac{q_k}{K} \quad (1.61)$$

Композиттік моделі:

$$w(x) = \frac{q_k}{2k\Delta} \left[2(\cos \beta L \operatorname{ch} \beta L + e^{-\beta L}) \operatorname{ch} \beta x \cos \beta x + 2 \sin \beta L \operatorname{ch} \beta L \operatorname{sh} \beta x \cos \beta x + 2 \cos \beta L e^{-\beta x} \cos \beta x + (\operatorname{ch} \beta L \sin \beta L - \operatorname{sh} \beta L \cos \beta L) \operatorname{sh} \beta x \sin \beta x \right] - \frac{q_k}{K} \quad (1.62)$$

$$\text{Мұнда: } \beta = \sqrt[4]{\frac{K}{D}} = \sqrt[4]{\frac{12(1-v^2)}{R^2 h^2}} ; D = \frac{v-h^3}{2(1-v^2)} ; K = \frac{v-h}{R^2} \quad (1.63)$$

$$\frac{q_k}{2K} = \frac{1}{2} C_3 \xi_{\text{крит}} = \frac{1}{2} C_3 * \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2} \quad (1.64)$$

№ 1-тапсырма.

$$\gamma \gamma = \{0.33; 0.45; 0.55; 0.64; 0.71\}, \quad \gamma \chi^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\},$$

$$\frac{N}{Q} = \{1.13 ; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\},$$

$$C_3 = \frac{h_1}{\lambda_1 + 2\mu_1} + \frac{h_2}{\lambda_2 + 2\mu_2} = \text{const} ; \quad \mu = Q_1 ; \mu_2 = Q_2$$

$$h_1 = \frac{d_1}{d_1 + d_2} ; h_2 = \frac{d_2}{d_1 + d_2} ; \quad h_1 + h_2 = h ; \quad \beta = \sqrt[4]{12(1-v^2)} ;$$

$$hR = 1 ;$$

$$\nu = \{0.035; 0.354; 0.16; 0.33\}, \quad X = \{0.1L; 0.2L ; 0.3L, \dots, 0.9L; L\}$$

$$L = \{1; 10; 100; 1000; 10000\}, \quad h/R = \{0.005; 0.01; 0.02; 0.03; 0.04-0.06\},$$

$$R/L = \{0.1; 0.3; 0.4; 0.6; 0.7; 0.9\}, \quad \nu =$$

$$\{0.035; 0.354; 0.16; 0.33\}$$

№11-есеп. Эквивалентті серпімді қабыршақтардан құралған композиттердің иілуінің (қабысуының) моделі, егер шеттік жағдайы сол жағы еркін, оң жағы жылжымалы орнықты болса, В.В. Новожиловтың І-ықшамдалуын және ІІ-ықшамдалуын алсақ, онда математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{K}{D} w = \frac{q_k}{D} (L - X) \quad (1.65)$$

$$q_k = \xi_{\text{крит}} = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2} ; \chi^2 = \frac{4N}{Q} ; k = \frac{Nh}{R^2} ; \gamma = \frac{nph}{2L} \quad (1.66)$$

Жалпы шешімі:

$$w(x) = e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) - \frac{q_k}{K} (L - X) \quad (1.67)$$

Композиттік моделі:

$$w(x) = \frac{q_k}{k} \frac{1}{\Delta} \left\{ \left[e^{\beta L} \cos \beta L (\cos \beta L \operatorname{sh} \beta L + \sin \beta L \operatorname{ch} \beta L + L \sin \beta L \operatorname{sh} \beta L) - \frac{1}{\beta} \sin \beta L \operatorname{sh} \beta L \right] \cos \beta L \right\} \cos \beta x + \\ + \left[e^{-\beta L} \cos \beta L (\sin \beta L \operatorname{sh} \beta L - \cos \beta L \operatorname{ch} \beta L - L \cos \beta L \operatorname{sh} \beta L) + \frac{1}{\beta} \cos \beta L \operatorname{sh} \beta L \right] \sin \beta x \} \operatorname{sh} \beta x - \frac{q_k}{k} (x + L e^{-\beta x} \cos \beta x - L) \quad (1.68)$$

$$\text{мұндағы: } \beta = \sqrt[4]{\frac{K}{D}} = \sqrt[4]{12(1 - \nu^2)} ; D = \frac{Nh^3}{2(1 - \nu^2)} ; K = \frac{Nh}{R^2} \quad (1.69)$$

$$\frac{q_k}{2K} = \frac{1}{2} C_3 \xi_{\text{крит}} = \frac{1}{2} C_3 * \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2} \quad (1.70)$$

№2-тапсырма.

$$\gamma = \{0.33; 0.45; 0.55; 0.64; 0.71\}, \gamma^2 = \{0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}$$

$$\frac{N}{Q} = \{1.13 ; 4.35; 5; 6.2; 6.4; 6.76; 7.45\}$$

$$C_3 = \frac{h_1}{\lambda_1 + 2Q_1} + \frac{h_2}{\lambda_2 + 2Q_2} = \text{const} ;$$

$$h_1 = \frac{d_1}{d_1+d_2} ; h_2 = \frac{d_2}{d_1+d_2}; h_1 + h_2 = h ;$$

$$\nu = \{0.035; 0.354; 0.16; 0.33\}$$

$$X = \{ 0.1L; 0.2L ; 0.3L, \dots, 0.9L; L \},$$

$$L = \{ 1; 10; 100; 1000; 10000 \}$$

$$h/R = \{ 0.005; 0.01; 0.02; 0.03; 0.04 ; 0.06 \},$$

$$R/L = \{ 0.1; 0.3; 0.4; 0.6; 0.7; 0.9 \}, \nu = \{ 0.035; 0.354; 0.16; 0.33 \}$$

$$\frac{q_0}{4k} \approx \left\{ \frac{N}{Q} = 1,5; \frac{N}{Q} = 8,0 \right\}; \quad \{\gamma^2 = 0,3; 0,5\}$$

$$h/R=0,01; h/L=0,0001; hR=1; L=1000; h=0,1; R=10.$$

Ескертпе. Егер: $\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; \dots; 1,0\}L$ В.В. Новожилов бойынша болса:

$$\frac{q_0}{4k} = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{1/2} \quad (1.71)$$

онда

$$\frac{q_0}{4k} \approx \left\{ \frac{N}{Q} = 1,5; \frac{N}{Q} = 8,0 \right\}; \quad \{\gamma^2 = 0,3; 0,5\}$$

$$h/R=0,01; h/L=0,0001; h=0,1; R=10; L=1000; hR=1.$$

Ескертпе. Егер: $\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; \dots; 1,0\}L$ А.Ю. Ишлинский бойынша болса:

$$\frac{q_0}{4k} = \frac{1}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \gamma^2 \left(1 - \frac{4N}{Q} \right)} \left(\frac{h}{R} \right)^{1/2}$$

онда

$$\frac{q_0}{4k} \approx \left\{ \frac{N}{Q} = 1,5; \frac{N}{Q} = 8,0 \right\}; \quad \{\gamma^2 = 0,3; 0,5\}$$

$$h/R=0,01; h/L=0,0001; h=0,1; R=10; L=1000; hR=1.$$

3. Түтікше келген конструкцияның иілуінің жалпы шешімін табу

Б-5 математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{N_1}{D} \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{k}{D} w = \frac{q_k}{D} \quad (1.72)$$

Шешуі: (1.72) дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін

$$w(x) = w_1(x) + w_2(x) \quad (1.73)$$

түрінде іздейміз. Мұндағы $w_1(x)$ – сол жағының (біртекті) жалпы шешімі, яғни:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{N_1}{D} \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{k}{D} w = 0 \quad (1.74)$$

ал $w_2(x)$ – берілген дифференциалдық теңдеудің кандайда болмасын бір дербес шешімі:

$$w_2(x) = \frac{q_k}{k} \quad (1.75)$$

(1.74) – біртекті дифференциалдық теңдеудің характеристік теңдеуі:

$$\lambda^4 - \frac{N_1}{D} \lambda^2 + \frac{k}{D} = 0 \quad (1.76)$$

(1.76) – теңдеуін төмендегідей түрлендірейік:

$$\left(\lambda^2 - \frac{N_1}{2D} \right)^2 = \frac{N_1^2 - 4kD}{4D^2}. \quad (1.77)$$

Бұл кезде материалдың физика-механикалық қасиеттеріне байланысты төмендегідей жағдайлар болуы мүмкін.

I-жағдай:

$$N_1^2 - 4kD = 0$$

$$\left(\lambda^2 - \frac{N_1}{2D} \right)^2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = e^\alpha, \lambda_2 = e^{-\alpha}, \alpha = \sqrt{\frac{N_1}{2D}}. \quad (1.78)$$

сонымен:

$$w_1(x) = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} + C_3 x e^{\alpha x} + C_4 x e^{-\alpha x},$$

$$w(x) = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} + C_3 x e^{\alpha x} + C_4 x e^{-\alpha x} + \frac{q_k}{k} \quad (1.79)$$

II-жағдай: $N_1^2 - 4kD = 0$ бұл жағдайда:

$$\lambda^2 - \frac{N_1}{2D} = \pm \frac{\sqrt{N_1^2 - 4kD}}{2D} \quad (1.80)$$

Егер

$$\alpha = \frac{N_1}{2D}; \quad \beta = \frac{\sqrt{N_1^2 - 4kD}}{2D} \quad (1.81)$$

болса, онда

$$w_1(x) = C_1 e^{\sqrt{\alpha+\beta}x} + C_2 e^{-\sqrt{\alpha+\beta}x} + C_3 e^{\sqrt{\alpha-\beta}x} + C_4 e^{-\sqrt{\alpha-\beta}x}; \quad (1.82)$$

$$w(x) = C_1 e^{\sqrt{\alpha+\beta}x} + C_2 e^{-\sqrt{\alpha+\beta}x} + C_3 e^{\sqrt{\alpha-\beta}x} + C_4 e^{-\sqrt{\alpha-\beta}x} + \frac{q_k}{k} \quad (1.83)$$

III-жағдай: $N_1^2 - 4kD < 0$ бұл жағдайда:

$$\lambda^2 = \frac{N_1}{2D} \pm \frac{\sqrt{4kD - N_1^2}}{2D} i \quad (1.84)$$

егер

$$\alpha = \frac{N_1}{2D}; \quad \beta = ar \, tg \sqrt{\frac{4kD}{N_1^2} - 1} \quad (1.85)$$

болса, онда

$$w_1(x) = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\alpha x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x);$$

$$w(x) = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\alpha x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) + \frac{q_k}{k} \quad (1.86)$$

IV-жағдай:

$$\lambda^4 - C\lambda^2 + 1 = 0 \quad (1.87)$$

$0,25 \leq C \leq 2,25$. Барлық түрлері комплексті.

Түтікше келген конструкциялардың математикалық модельдері Б – 1, Б – 2 және Б – 5 модельдерге келеді.

Сонымен қатар:

1. Алғаш рет сызықты емес жіңішке қабаттар теориясында пайдаланылатын сызықты емес функциясымен берілген есептерде қолданылуы, демпрленген жіңішке конструкция үзбесінің потенциалдың энергия әсерінен қозғалысы, физика-техникалық процестерді модельдеу барысында қолданылатын көп қатпарлы қабаттардың елеулі байланысты реакциясының қозғалысы жүйелі түрде мазмұндалды.

2. Серпімділік теориясынан тыс білік жүйесінің жаңа механика-математикалық моделі және үзілісті шешімдері табылып, қабат материалының физика-механикалық қасиеттеріне байланысты шектік есептер қойылды.

3. Иілім кезіндегі жіңішке конструкцияның кесе көлденең қималарының әртүрлі бейнеленуі бойынша есептеудің теориялық негіздері құрылды, физика-техникалық процестердің технологиясы бойынша қойылған қалыңдығымен салыстырылды.

4. Сонымен қатар бірнеше қорытындылар жасалды.

1.6. Түтікше келген конструкциясының беріктігінің математикалық моделдерін сызықты емес деформациялық процестерге енгізу

Сызықты емес деформациялық процестерді үлгілеу үшін серпімді қабыршақтың сызықты және сызықты емес геометриялық теорияларын қарастырып: классикалық тепе-теңдік теңдеулерін В.В. Новожиловтың бірінші, екінші және үшінші ықшамдары арқылы жазылған тепе-теңдік теңдеулерін көрсету керек. Содан кейін барып түтікше келген конструкциясының беріктігінің және тербелісінің математикалық моделдерін бірінші проблеманы шешуге қалай пайдалануын зерттеу, техникалық-физикалық-механикалық есептерге пайдалану болжамдарын анықтау керек.

I-проблема. Цилиндрлік тұтқырлық қабықшаның екі түрін қарастырайық: а) бірыңғай осьтік қысым әсерінен ; б) біркелкі емес сыртқы қысымның әсерінен.

Бірыңғай осьтік қысым әсерінен қабырғада толқын тәрізді тербелістер пайда болады. Оның толқын саны түтікше келген конструкцияның геометриясына тікелей байланысты болады.

Екіншіден сызықты емес теориясының қабығының келесі математикалық үлгілерден көре аламыз:

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] &= q_k f(x) \sin w_n x \\ \frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] &= 0 \\ \frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2} - N_1(x) w \right] &= q_k f(x) \sin w_n x \\ \frac{d^2}{dx^2} \left[\varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2} - N_1(x) w \right] &= 0\end{aligned}$$

мұндағы: $\varepsilon(x)$ – орталық ось қимасының өзгеруі (Эйлер стержені). $|T|$ - бойлық күші, үлкен $N_{\text{крит}}$ бойлай күші м.е. $|T| > N_{\text{крит}}$ формасы тік төртбұрыш тұрақсыз тепе-теңдікке сәйкес келеді.

1. Сепімді қабыршақтың классикалық тепе -теңдік теңдеулері.

Қисық сызықты координаттар жүйесін қарастырайық :

$$x = x(\alpha, \beta), y = y(\alpha, \beta), z = z(\alpha, \beta)$$

$$\vec{\tau} = \overrightarrow{\tau(\alpha, \beta)} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (1.88)$$

Қабыршақтың кесе-көлденең қимасындағы қарқын күштерін белгілейік. Бөлу күштерінің векторының проекциясының нормаль күштері:

$$N_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) dz, \quad N_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{22} \left(1 + \frac{z}{K_1} \right) dz \quad (1.89)$$

Қарқын күш векторларының проекциясының ығысу күштері :

$$T_{12} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{12} \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) dz, \quad T_{21} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{21} \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) dz \quad (1.90)$$

Вектор момент күштерінің проекциясының иілу моменті:

$$M_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) z dz, \quad M_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{22} \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) z dz \quad (1.91)$$

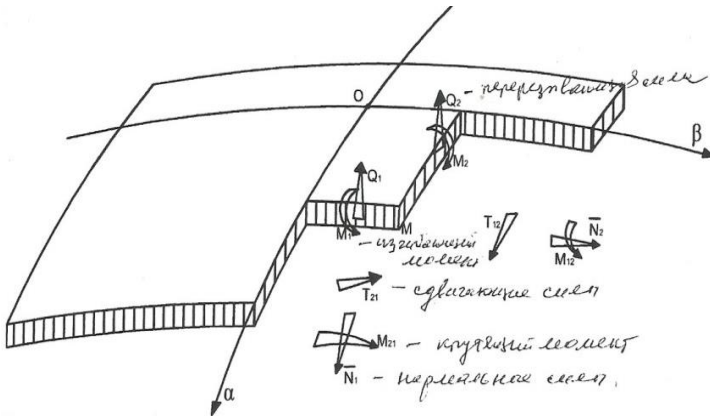
Бұрау моменті:

$$M_{12} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{12} \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) z dz, \quad M_{21} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{21} \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) z dz \quad (1.92)$$

Жалпы бөлу күштерінің кесе-көлденең күші:

$$Q_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{z1} \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) dz, \quad Q_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{z2} \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) dz \quad (1.93)$$

(1.88) мен (1.93) формуладағы көрсетілген күштерді қабыршақтың кесе-көлденең қимасына түсірейік:



16-сурет

мұндағы: M_2 – иілу моменті, Q_2 – бөлу күші, T_{21} – ығысу күштері, M_{21} – бұру моменті, N_1, N_2 – нормаль күштері.

Қарқын күштерінің x, y, z координаттар жүйесіндегі проекциялары, (α, β, z) – қисық сызықты координаттар жүйесіндегі жанама түзулер. $OX \rightarrow A d\alpha, OY \rightarrow B d\beta, Z$ – бағыты.

5-ескерту. Енді қабыршақтың тепе-теңдік теңдеуін құру үшін шексіз аз қисықта деформацияға дейінгі, деформациядан кейінгі элементті қараймыз.

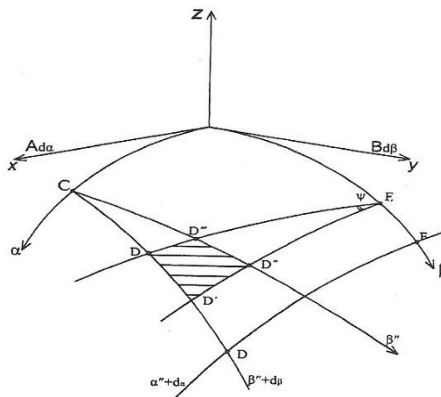
6-ескерту. Шексіз аз OCDFO элементіндегі барлық күштердің компоненттерінің кестесін көрсетейік:

1-кесте

7-ескерту. FD қабырғасына түскен күштердің проекцияларын табу үшін OC қабырғасына түсіп тұрған күштерге, олардың өсімшесін β – қисығында жазу керек, яғни $\frac{\partial}{\partial \beta}$ дербес туынды арқылы жазылуы керек.

8-ескерту. CD қабырғасына түсіп тұрған күштер проекциясын табу үшін OF қабырғасына түсіп тұрған күштерге, олардың өсімшесін α – қисығындағы жазу керек, яғни $\frac{\partial}{\partial \alpha}$ – дербес туынды арқылы жазылуы керек.

9-ескерту. 1-кестеге қарап α және β қисық сызықты координаттар жүйесіндегі тепе-теңдік теңдеуін жазайық.



17-сурет

Орта беттің шексіз аз элементінің қабырғаларының ұзаруы.
Мұндағы: $\alpha + d\alpha == const\beta + d\beta = const$ қисықтарының өсімшесі былай анықталады:

$$\left. \begin{aligned} DD' &= \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta \\ DD' &= \frac{\partial A}{\partial \beta} d\alpha d\beta \end{aligned} \right\} \quad (1.94)$$

OF– қабырғасына түскен нормаль күші:

$$N_1 B d\beta \quad (1.95)$$

CD – қабырғасына түскен нормаль күші:

$$N_1 B d\beta + \frac{\partial N_1}{\partial \alpha} B d\alpha d\beta + N_1 \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta + \frac{\partial N_1}{\partial \alpha} \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta \quad (1.96)$$

Бірінші кестеге қарап, классикалық теориядағы қабыршақтың тепе-теңдік теңдеуін жазайық:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha} (A_1 N_1) - N_2 \frac{\partial A_2}{\partial \alpha} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \beta} (A_1^2 T) + Q_1 K_1 A_1 A_2 + A_1 A_2 P_1 &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} (A_1 N_2) - N_1 \frac{\partial A_1}{\partial \alpha} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \alpha} (A_2^2 T) + Q_2 K_2 A_1 A_2 + A_1 A_2 P_2 &= 0, \\ -(K_1 N_1 + K_2 N_2) + \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} (A_2 Q_1) + \frac{\partial}{\partial \beta} (A_1 Q_2) \right] + P_3 &= 0, \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \alpha} (A_2^2 M) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (A_1 M_2) - M_1 \frac{\partial A_1}{\partial \beta} - Q_2 A_1 A_2 &= 0, \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \alpha} (A_1^2 M) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (A_2 M_1) - M_2 \frac{\partial A_2}{\partial \beta} - Q_2 A_1 A_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.97)$$

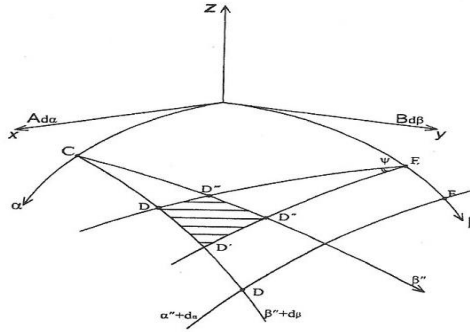
$$\text{мұндағы: } T_{12} = T_{12} = T, \quad M_{12} = M_{21} = M. \quad (1.98)$$

В. В. Новожиловтың І-ықшамдауы бойынша серпімді қабыршақтың қисық – сызықты тепе-теңдік теңдеуі

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial \alpha_1} [T_{11}^* A_2 (1 + \varepsilon_{22})] + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} [T_{21}^* A_1 (1 + \varepsilon_{11})] + T_{12} \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left[(1 + \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon_{11}) A_{11} - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \omega \right] - T_{22}^* \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (1 + \varepsilon_{22}) A_2 - \frac{\partial}{\partial \alpha_2} A_1 \omega \right] + \\ &\quad + T_{11}^* \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_1} \omega - T_{21}^* \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_2} \omega - N_1^* A_1 A_2 (K_{12}^* \omega - K_{11}^*) + \end{aligned}$$

$$N_2^* A_1 A_2 (K_{11}^* \omega - K_{21}^*) + x_1 A_1 A_2 (1 + \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + \binom{0}{1} A_1 A_2 (x_1 \omega_1 - x_2 k_{12}) = 0 \quad (1.99)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_1} [N_1^* A_2 (1 + \varepsilon_{22})] + [N_2^* A_1 (1 + \varepsilon_{11})] + T_{11} A_1 A_2 (k_{12} \omega - K_{11}^*) - A_1 A_2 K_{12}^* (T_{12}^* \omega + T_{21}^*) + A_1 A_2 T_{22}^* (K_{21}^* - K_{22}^*) + A_1 A_2 (1 + \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) x - \binom{0}{1} A_1 A_2 (x_1 \omega_1 - x_2 \omega_2) = 0 \quad (1.100)$$



18-сурет

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_1} [N_1^* A_2 (1 + \varepsilon_{22})] + [N_2^* A_1 (1 + \varepsilon_{11})] + T_{11}^* A_1 A_2 (k_{12} \omega - K_{11}^*) - A_1 A_2 K_{12}^* (T_{12}^* + T_{21}^*) + A_1 A_2 T_{22}^* (K_{21}^* \omega - K_{22}^*) + A_1 A_2 (1 + \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) x - \binom{0}{1} A_1 A_2 (x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2) = 0 \quad (1.101)$$

$$-(M_{11}^* - M_2^*) K_{12}^* - M_{12}^* (K_{12}^* \omega - K_{11}^*) + M_{12}^* (K_{21}^* \omega - K_{22}^*) + (T_{12}^* - T_{21}^*) \quad (1.102)$$

мұндағы:

T_{ik}^* – күш векторының проекциялары;

M_{ik}^* – момент векторының проекциялары ;

N_{ik}^* – бөлу вектор күшінің проекциялары ;

σ_{ik} , σ_{iz} – кернеу векторы;

$\sigma_{\alpha 1}$, $\sigma_{\alpha 2}$ – орта беттің деформацияға дейінгі құрастырулары;

k_1 , k_2 , k_3 – бағыттары бойынша .

В.В. Новожиловтың II-ықшамдауы

“Созылу, ығысу бірден кіші, бұрылу бұрышы ерікті, орта беттің созылу мен бұрылуын қарастырамыз”.

Бұл жағдайда:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2^* T_{11}^*) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} (A_1 T_{21}^*) + T_{12}^* \frac{\partial A_1^*}{\partial \alpha_2} - T_{22}^* \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_2} \\ & \quad + A_1 A_2 (N_1^* K_{11}^* + N_2^* K_{12}^* + \lambda_1^*) = 0 \\ & \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2^* N_{11}^*) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} (A_1 N_{21}^*) - (T_{11}^* K_{11}^* + T_{22}^* + T_{12}^* K_{12}^* - \lambda_1^*) A_1 A_2 \\ & \quad = 0 \\ & \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2^* M_{11}^*) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} (A_1 M_{21}^*) + M_{12}^* \frac{\partial A_1^*}{\partial \alpha_2} - M_{22}^* \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \\ & \quad + A_1 A_2 (L_1^* + N_1^*) = 0 \end{aligned}$$

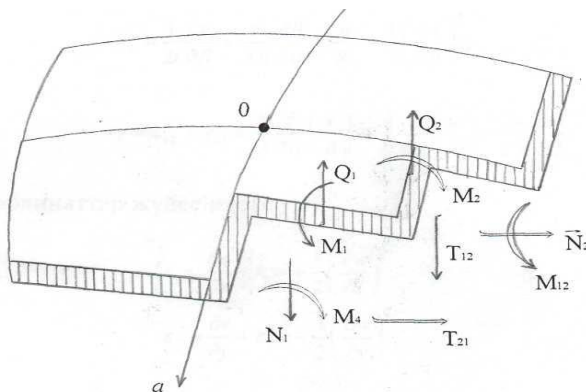
$$T_{12}^* + T_{21}^* + M_{12}^* K_{11}^* + M_{21}^* K_{22}^* - K_{12}^* (M_{11}^* + M_{22}^*) = 0 \quad (1.103)$$

мұндағы:

L_j^* – вектор координаттарының деформацияланған орта беттегі проекциялары.

В.В. Новожиловтың III-ықшамдауы

“Созылу, ығысу бірден кіші, орта беттің тек қана бұрылуын қарастырамыз”



19-сурет

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 T_{11}^*) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} (A T_{21}^*) + T_{12}^* \frac{\partial A_1^*}{\partial \alpha_2} - T_{22}^* \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_2} + \\ & \quad + A_1 A_2 (N_1^* K_{11}^* + N_2^* K_{12}^* + x_1^*) = 0 \\ & \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 N_1^*) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} (A_1 N_2^*) - (T_{11}^* K_{11}^* + T_{22}^* K_{22}^* + \\ & \quad + T_{12}^* K_{12}^* + T_{21}^* K_{12}^* - x_3) = 0 \\ & \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 M_{21}^*) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} M_{12}^* - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_{22}^* + A_1 A_2 (L_1^* N_1^*) = 0 \\ & T_{12}^* T_{21}^* K_{11}^* M_{12}^* K_{21}^* M_{21}^* K_{12}^* (M_{11}^* M_{22}^*) = 0 \end{aligned} \right\} (1.104)$$

Серіппелі қабыршақтың геометриялық тендеуі:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{v}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{w}{R_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial \alpha} \right)^2 \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{u}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{w}{R_2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial \beta} \right)^2 \\ y = \varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} &= \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{\beta} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) + \frac{\partial w}{\partial \alpha} \frac{\partial w}{\partial \beta} \end{aligned} \right\} (1.105)$$

Декарт координаттар жүйесінде (x, y, z) :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} + k_1 w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial x} + k_2 w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ y &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} (1.106)$$

Цилиндрлік координаттар жүйесінде (r, θ, z) :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{r} + \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \\ y &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} (1.107)$$

Дербес жағдайда салдар ретінде:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_{r\theta} = \frac{\partial u}{r \partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \\ \varepsilon_\theta &= \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_{\theta z} = \frac{\partial w}{r \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \end{aligned} \right\} (1.108)$$

Беттегі шарттар:

$$\left. \begin{aligned} X_U &= \sigma_r \cos \alpha + \sigma_{r\theta} \cos \beta + \sigma_{rz} \cos \gamma \\ Y_v &= \sigma_{\theta r} \cos \alpha + \sigma_{\theta} \cos \beta + \sigma_{\theta z} \cos \gamma \\ Z_v &= \sigma_{zr} \cos \alpha + \sigma_{r\theta} \cos \beta + \sigma_z \cos \gamma \\ \alpha &= (\hat{x}, \hat{v}), \beta = (\hat{y}, \hat{v}), \gamma = (\hat{x}, \hat{v}), P_v \{X_v, Y_v, Z_v\} \end{aligned} \right\} \quad (1.109)$$

мұндағы:

P_v – сыртқы нормасы v аймақтағы толық кернеу.

Ортотроптық денелердегі физикалық теңдеулері :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r \frac{1}{E_r} (\sigma_r - \nu_{r\theta} \sigma_{\theta} + \nu_{rz} \sigma_z) \\ \varepsilon_{\theta} \frac{1}{E_{\theta}} (-\nu_{\theta z} \sigma_r - \nu_{\theta z} \sigma_z) \\ \varepsilon_z \frac{1}{E_z} (-\nu_{zr} \sigma_r - \nu_{r\theta} \sigma_{\theta} + \sigma_z) \\ \varepsilon_{r\theta} \frac{\sigma_{r\theta}}{G_{r\theta}} \varepsilon_{\theta z} \frac{\sigma_{\theta z}}{G_{\theta z}} \varepsilon_{rz} \frac{\sigma_{rz}}{G_{rz}} \end{aligned} \right\} \quad (1.110)$$

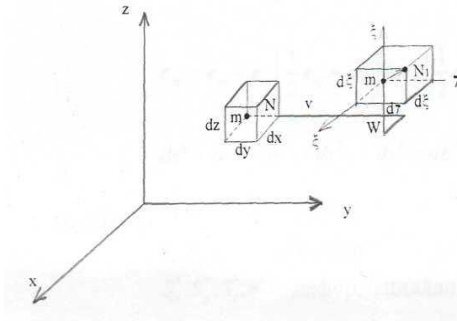
мұндағы: E_r, E_{θ}, E_z – серпімділік модульдері ; $G_{r\theta}, G_{\theta z}, G_{rz}$ –
ығысу модульдері ; $\nu_{r\theta}, \nu_{rz}, \nu_{\theta z}, \nu_{zr}, \nu_{r\theta}$ – Пуассон коэффициенттері;

Изотроптық денелердегі дербес жағдайы :

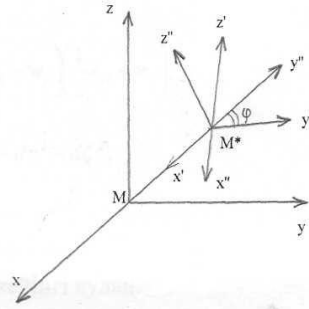
$$\begin{aligned} N_1 \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 - \nu \varepsilon_2) , \quad N_2 \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 - \nu \varepsilon_1) \\ T = T_{12} = T_{21} = G_{yh} , M_1 = D(1 + \nu^2) , M_2 = D(1 + \nu^2) \\ M = M_{12} = M_{21} = D(1 - \nu) \lambda \\ D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \end{aligned} \quad (1.111)$$

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{u}{R_1} - \frac{1}{A_1} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left(\frac{v}{R_2} - \frac{1}{A_2} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) \frac{\partial A_1}{\partial \beta} \\ H_2 &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{R_2} - \frac{1}{A_2} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left(\frac{u}{R_1} - \frac{1}{A_1} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \frac{\partial A_1}{\partial \alpha} \\ x &= \frac{1}{2} \left[\frac{A_2}{A_1} \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{1}{A_2} \left(\frac{v}{R_2} - \frac{1}{A_2} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \frac{A_1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{1}{A_1} \left(\frac{u}{R_1} - \frac{1}{A_1} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.112)$$

Сызықсыз теориядағы геометрия деформациясы жөніндегі жалпы мәлімет



20-сурет



21-сурет

мұндағы:

$$\left. \begin{aligned} 1 + E_x &= \sqrt{\left(\frac{1}{2}e_{yx} + w_z\right)^2 + \left(\frac{1}{2}e_{zx} + w_y\right)^2 + (1 + e_{xx})^2} \\ \alpha_{yx} &= \left(\frac{1}{2}e_{yz} - w_x\right)\left(\frac{1}{2}e_{yz} - w_y\right) - (1 + e_{zz})\left(\frac{1}{2}e_{yx} + w_z\right) \\ \varepsilon_{xx} &= e_{xx} + \frac{1}{2}\left[e_{xx}^2 + \left(\frac{1}{2}e_{xy} + w_z\right)^2 + \left(\frac{1}{2}e_{xy} - w_y\right)^2\right] \\ \varepsilon_{yy} &= e_{yy} + \frac{1}{2}\left[e_{yy}^2 + \left(\frac{1}{2}e_{yz} + w_x\right)^2 + \left(\frac{1}{2}e_{yz} - w_z\right)^2\right] \\ \varepsilon_{xy} &= e_{xy} + e_{xx}\left(\frac{1}{2}e_{xy} - w_z\right) + e_{yy}\left(\frac{1}{2}e_{xz} - w_y\right)\left(\frac{1}{2}e_{yz} - w_z\right) \\ ds^2 &= dx^2 + dy^2 + dz^2, \quad ds_*^2 = d\xi^2 + d\eta^2 + d\varepsilon^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.113)$$

мұндағы:

S_x, S_y, S_z, v – деформацияға дейінгі аудан;

S_x^*, S_y^*, S_z^*, v – деформациядан кейінгі аудан;

Табу керек: $\frac{S_x^*}{S_x(1+E_x)}, \frac{S_y^*}{S_y(1+E_y)}, \frac{S_z^*}{S_z(1+E_z)}, \frac{v^*}{v}$;

$$\frac{S_{xy}^*}{S_x(1+E_y)}, \frac{S_{xz}^*}{S_x(1+E_z)}, \frac{S_{yz}^*}{S_y(1+E_z)},$$

$$\frac{S_{zx}^*}{S_z(1+E_x)}, \frac{S_{yx}^*}{S_y(1+E_x)}, \frac{S_{zy}^*}{S_z(1+E_y)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \quad (1.114)$$

2. ТҮТІКШЕ КЕЛГЕН ТҮТҚЫРЛЫ – СЕРПІМДІ, СОЗЫМАЛДЫ – СЕРПІМДІ КОНСТРУКЦИЯЛАРДЫҢ БЕРІКТІГІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

Түтікше келген тұтқырлы – серпімді, созымалды – серпімді конструкциялардың математикалық моделін физика-механикалық процестерге енгізу үшін, ең алдымен серпімділіктен тыс болатын түтікше конструкциялар жиынының қазіргі кездегі проблемаларын Баушенгер тәжірибесімен анықтау керек.

Бұл тұрғыдан:

I – проблема. Ішкі күштік факторлар 1-2 кластық және біртекті емес критикалық ығысу күштер әсерінен құбырлы құрылымның мәселелері, Коссер континуі мен физикалық негіздерін көрсететін қолданыстағы икемсіз әрекеттерді сипаттау, негізгі түсініктер мен заңдар; бағытталған электромагниттік толқын жүйелері; серпімді шегінен тыс қатты заттар.

II – проблема. Түтік тәрізді конструкцияда динамикалық есепке ішкі үйкелістерді және математикалық модельдерді енгізу, олар орындалған соң нақты есептердің шешімдерін және математикалық үлгілерін барлық сипатамаларын талдау керек.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\varepsilon \varepsilon(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] + 2B(x) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - N_1(x) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \eta(x) \frac{\partial w}{\partial x} + k(x)w =$$
$$= q_k f(x) * (kw(t) + \eta \frac{dw}{dt})$$

моделін табиғи – физикалық, физика – техникалық, механикалық процестерге түтікше келген конструкцияның моделі ретінде серпімділік теориясынан тыс кезіндегісін енгізу керек.

2.1. Баушенгер тәжірибесі бойынша серпімді емес денелердің физика – механикалық қасиеттері

Кез келген материалдық дене беріктігі толық деформация аймағында $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$ теория бойынша анықталған кернеуден анағұрлым кіші болады. Себебі, серпімді емес біртұтас ортаның

негізін құрайтын: төселе – жайылу, релаксация, дифракция, диффузия, созылу, серпімді жабысқақ, ескіру материал ішіндегі (технология кезінде) ұсақ жарықшақтың болуы, ақаулар (дефект) болуы көпфазалы ағымның біртекті емес ортада ауысуы әсер етеді. Баушенгер тәжірибесін қарайық. Егер $\overline{OA}$ – серпімді аймағында $d\varepsilon/dt=0$ – статикалық жүктеме болса, онда $\overline{AB}$ және $\overline{BC}$:

$\overline{AB}$ – тығыздалу аймағы, беріктілік моделі $E' = d\sigma/d\varepsilon$ және $\overline{BC}$ – төселе – жайыла көсілу, ағу, тозу – ескіру, материалдық құрал өзгеріс аймағында $d\varepsilon/dt \neq 0$ динамикалық жүктеме болады. Химиялық процестердің динамикалық жүктемеге байланысты төмендегі ережелерді білу шарт:

ε_n – қалдық деформация, ε_y – серпімді деформация, k – пропорционалдық шек, ε_c – құрал өзгерісінің деформациясы.

№1-ереже. Статикалық жүктеме әсерінен $\overline{OA}$ – серпімді аймақта механикалық энергия потенциал өрісте толығымен деформацияға жұмыс істейді.

№2-ереже. Динамикалық жүктеме әсерінен $\overline{AB} \cup \overline{BC}$ аймақта механикалық энергия шашырайды басқа түрлеріне ауысады релаксация пайда болады.

№3-ереже. Егер тығыздалған дене $\overline{AB}$ аймағында анизотроптық түрде қала берсе ($\overline{AB}$ – аймағы), онда қалдық микроструктуралар созылмалдық түрін, оның ағымын өзгертеді, материал структурасына әсерін тигізеді.

№4-ереже. $\overline{AB}$ – түзу сызықты аймақта - сызықты емес деформация теориясы пайдаланылады (В.В. Новожилов, М.А. Био, А.Н. Гузь), орта серпімді аралық технологиясында серпімді емес орта, алайда $\overline{AB}$ – аймақта серпімді орта.

№5-ереже. $\overline{AB}$ – тығыздалу аймағында созылмалды деформация – E_n кездесе бастайды, материалдық эксплуатацияға берілу шарты 32МВт/м^2 мөлшеріне жеткенде жылу ағымындарына жоғарғы температурадағы тұтқырлық әсер етеді (динамическая вязкость), кейде материалдық балқып кетуіне жетеді және $\overline{BC}$ – төсілу жайылуына, ағуына әсер етеді. Термакернеулер мен тұқымқуалаушылық материалдық беріктігін арттырады.

Соныменен $\overline{AB}$ аймағында деформацияның және кернеудің арасындағы қатынас кернеудің деформацияға қарағандағы туындысына әсер етеді. яғни:

$$\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} = E' \quad (2.1)$$

E' – беку, тығыздалу модулі;

$\sigma=f(\varepsilon)$, функционалдық қатынас кернеу қарқындығының ағым жылдамдығына байланысты болады да

$$\varepsilon = \frac{d\varepsilon_n}{dt} = f(\varepsilon_n, \sigma), \quad (2.2)$$

динамикалық жүктемеге әкеледі:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_y + \varepsilon_n = const \quad (2.3)$$

ε_0 – толық деформация.

№1-анықтама. $\overline{AB}$ – аймағында механикалық энергия толығымен деформацияға жұмыс істемейді, ол шашырайды. Содан барып серпімді емес пішіндегі серпімді – тұтқырлы қарсылық пайда болады.

№2-анықтама. Егер серпімді деформация – ε_y сыртқы жүктеменің қайтуына байланысты толығымен жайылатын болса, ал қалдық – созымалды деформация – ε_n толығымен жайылмайды, қалдық қалады.

№3-анықтама. Сыртқы күштің әсерінен туатын ағысқа қарсылықты сипаттайтын құбылысты (газ және сұйықта) тұтқырлық дейміз.

$$\bar{E} = \eta \frac{dw}{dx}$$

немесе

$$P(t) = \eta \frac{dw}{dx} \quad (2.4)$$

№4-анықтама. Дененің тұрақсыздық жағдайынан (уақытқа байланысты) тепе – теңдік жағдайына өзгеруін релаксация деп атайды.

Ескерту. Тығыздалу (беку) аймағында өте көп дене бөлшектерін термодинамикалық тепе-теңдік процестерінде толық немесе орталай физиологиялық жүйеде орналастыру (2.2) – (2.3) формулалар.

Мұндағы

$$\frac{d\varepsilon_n}{dt} = \frac{E}{\eta} \quad (2.5)$$

(2.5) – релаксация жылдамдығы.

№6-ереже. Егер $\overline{AB}$ тығыздалған аймағында дене изотроптық түрде қала берсе, онда қалдық деформациясының түрі әдеттегі дағдылы технологиялық процесс түрінде қала береді. Аралық процесс соңғы процеске әсерін тигізбейді. Мысалы, аралық процестерде пайда болған динамикалық тұтқырлық соңғы процеске әсерін тигізбейді.

№7-ереже. Егер $\overline{AB}$ тығыздалған аймағында дене анизотроптық түрде қала берсе, онда қалдық деформациясының түрі өзгереді, ол – ε_n :

ε_n – жүктеме кезіндегі қалдық деформациясы және ε_c – құрылым өзгеруінің деформациясына айналады. Ал олар келіп dQ – адиабаттық, dT – орта температуралық, dP – гидростатикалық көлемдік қысымды өзгертеді, ал алғашқы анизотроптық материалға айналады. Релаксация процесі негізінен кристалдық тордың толық деректерінің болмауынан пайда болады, яғни кернеудің уақытқа байданысты жылжуынан:

$$\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{E}{\eta} - \text{релаксация жылдамдығы};$$

$$\tau = \frac{\eta}{E} - \text{релаксация уақыты}.$$

$$\sigma_\tau = \sigma_0 e^{-(k\tau)^P}, \quad T < 0,25T_{nn} - \text{төменгі температура}$$

$$\sigma_\tau = \sigma_0 e^{-k_a\tau}, \quad T < 0,5T_{nn} - \text{орташа температура}$$

$$\sigma_\tau = \sigma_0 e^{-k_D\tau}, \quad T < 0,5T_{nn} \quad (2.6)$$

мұндағы: P – релаксацияның тұрақтылық дәрежесі; k_a – жабысқақ деформация түйіні; k_D – диффузия салдары коэффициенті негізінен ε_c – деформация аймағына байланысты болады.

Физика – техникалық технологиялық процестерін жүргізу кезіндегі созымалдықтың кейбір қасиеттері

Тағы да Баушенгер тәжірибесін қарастырайық:

1. ОА – сызығы – серпімді деформация, Гук заңына бағынуы, таза эластомерден тұрады.

2. ВС – түзу сызығы – тұрақсыздық (теория ағымдағы – ағым) $\sigma_B = m$ – аққыштың шегі, $d\varepsilon_A/dt = f(\sigma, \tau)$, τ – релаксация уақыты. (2.7)

3. $\sigma_A = k$ – пропорционалдық шегі, k – созымалдық (пластикалық шек).

4. σ_{MP} – түзу сызығы – кері қайтару жүктеме процесі ОА сызығына параллель.

5. $\varepsilon_y = PN$ – сызығы – серпімділік деформация.

6. $\varepsilon_P = OP$ – сызығына – созымдылық (пластикалық) деформация.

7. $\varepsilon_0 = \varepsilon_y + \varepsilon_P = ON$ – сызығына – толық деформация. (2.8)

8. $\varepsilon_0 = \varepsilon_y + \varepsilon_P = \text{const}$, АВ – қисығының тығыздалу аймағы.

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E' - \text{беку модулі}$$

9. $\varepsilon_P = OP$ – созымалдылық (пластикалық) деформация.

$\varepsilon_A = f(\tau, \sigma)$ – тозу, ескіру теориясы

$$\tau = \frac{\eta}{E} - \text{релаксация уақыты} \quad (2.9)$$

$$10. \varphi(e_p) = \sigma(\tau) + \int_0^\tau k(\tau - \tau^*) \sigma(\tau^*) d\tau \quad (2.10)$$

11. Егер $\sigma_A = k = \sigma_e = m$, яғни онда материал таза тығыздалған, пластикалық таза материал болады. Прандатель моделі. Ивлевтің өте тамаша созымдылық теориясы.

12. Егер $\sigma_A = \sigma_e$, яғни онда материал сызықты тығыздалған дене болады. Негізінен Б-5 моделіне келеді.

13. Егер $k \leq \tau \leq m$ болса, яғни $\tau = k$ – созымдылық шегі, $\tau = m$ – ағым шегі, $m \neq k$.
 τ – жанама кернеу; γ – ығысу деформациясының қайтылмайтын бөлігі, онда АВ – қисық сызығы – сызықты емес тығыздалуды көрсетеді. Негізінен Б-6 – Б-8 модельдері.

**Физика-химия технологиясының
созымалдығының кейбір модельдері
(пластикалық денелер).**

1. Бірінші модель:

$$\sigma(\sigma_{ij}) = k = const, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_P \quad (2.11)$$

мұнда σ_{ij} – кернеу тензораның компоненттері;
 k – созымалдық шегі;

$$\frac{d\varepsilon_P}{dt} = f(\tau, \sigma) = const$$

Ескерту. Егер $f(\sigma_{ij}) < k$ болса, онда дене орталық технологиялық процесс негізінде серпімділік жағдайда болады.

Егер $f(\sigma_{ij}) = k$ болса, онда дене соңғы технологиялық процесс негізінде пластикалық созылымдылық жағдайда болады.

2. Екінші модель:

$$f(\sigma_{ij}) = 0, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_P, \quad \frac{d\varepsilon_P}{dt} = 0 \quad (2.12)$$

созымдылық беті кеңістік кернеуінде нүкте аймағында жақын болады.

3. Үшінші модель (Треска моделі):

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} m a * \{|\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_2 - \sigma_3|; |\sigma_3 - \sigma_1|\} = k$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_p; \quad \frac{d\varepsilon_p}{dt} = kwt - f(\tau, \sigma) \quad (2.13)$$

τ_{max} – барынша көп жанама кернеу.

Алты қырлы призма (созымдылық беті) координаттар осіне бірдей бұрылған ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$)

4. Төртінші модель:

$$S_{max} = \max\{|\sigma_1 - \sigma|, |\sigma_2 - \sigma|, |\sigma_3 - \sigma|\} = k$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_p; \quad \frac{d\varepsilon_p}{dt} = \text{const} \quad (2.14)$$

S_{max} – барынша көп (максимальді) келтірілген кернеу.

Алты қырлы призма (созымдылық беті) бас бағыттар бойынша координат осьтеріне тең бұрылған.

5. Бесінші модель (Мизес үлгісі):

$$\Sigma_2 = \sigma'_{ij}\sigma'_{ij} = k, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_p, \quad \frac{d\varepsilon_p}{dt} = \text{const} \quad (2.15)$$

Мұндағы: Σ_2 – девиатор кернеуінің екінші инварианты.

Цилиндрлік созымдылық беті бас бағыттар бойынша тең бұрылған.

Серпімді емес ортадағы тербелістер мен толқындардың таралу ережелері мен заңдылықтары

Енді негізінен тербеліс пен толқынның серпімді ортада таралуын қарастыралық, яғни егер материалдың нүктеде жылжуы кезінде төмендегідей сипаттама көрсетеді:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.16)$$

Онда гормоникалық толқын болады, немесе толқынның түзу сызықты моделі болады.

$$U(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{l} - \frac{t}{T} \right) \quad (2.17)$$

мұндағы: A – амплитуда, ω – айналу жиілігі, φ_0 – алғашқы фаза, l – толқын ұзындығы, T – кернеу, $k = \frac{2\pi}{l}$ – толқын саны.

Егер толқын функцияның аргументін $\xi = x - vt$ деп алсақ, онда $\Phi = \Phi(x - vt)$ – толқын функциясы, ξ – толқын фазасы, v – толқын жылдамдығы болады.

Егер Ламе тендеуінен ұзындық бойынша бойлай тербелісті жазсақ:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial^2 t} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial^2 x}, \quad \text{онда} \quad (2.18)$$

$$\text{Жылдамдық } V = \pm \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \text{болады} \quad (2.19)$$

Егер Ламе тендеуінен кесе-көлденең тербелісті жазсақ:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial^2 t} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad (2.20)$$

$$\text{Онда жылдамдық } V = \pm \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad \text{болады,} \quad (2.21)$$

онда $V = \frac{e}{T}$ (толқын ұзындығының периодқа қатынасы) байланысты туындайды.

Серпімді емес ортада тербеліс пен толқын қалай болады?

Серпімді емес орта ретінде эквивалентті бірнеше қатпардан тұратын ортаны қарастырайық. Мысалы екі жолақтан тұратын физика-техникалық қасиеттері әртүрлі болатын бірнеше қатпардан тұратын ортада ρ_i – тығыздық, μ_i – серпімділік моделі, v_i – Пуассон коэффициенті, d_i – қалыңдығы, l_i – толқын ұзындығы болса, егер келтіру моделінде физика-механикалық қасиеттерін төмендегідей етіп алсақ:

$$\begin{aligned} \rho_3 &= \rho_1 v_1 + \rho_2 v_2; \quad v_1 = \frac{d_1}{d_1 + d_2}; \quad v_2 = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \\ G_3 &= \left(\frac{v_1}{e_1 + 2\mu_1} + \frac{v_2}{e_2 + 2\mu_2} \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Онда екі қатпарды да бір эквиваленттік қатпар ретінде қарастырады және ρ_3 – эквиваленттік тығыздығы, G_3 – анизотроптық қасиеті болады, v_1, v_2 – қалыңдығын h – қалыңдығы арқылы өрнектейді.

№8-ереже. Эквиваленттік ортада физика-механикалық қасиеті әр жолақтың толқын ұзындығына байланысты болғандықтан, тек қана бойлай толқын болады. Олар өздерінің фазалық жылдамдығына байланысты өзгереді.

$$b = b_0 \left[1 - \frac{G_{12}^2 (kh)^2}{G_{22}^2 24} \right], kh \ll 1 \quad (2.23)$$

G_{12}, G_{22} – екі қатпардан тұратын жолақтың анизотроптық коэффициенттері, $k = \frac{2\pi}{e}$ – толқын саны, e – толқын ұзындығы.

№1-заңдылық. Егер фазалық жылдамдық $k_j = \frac{2\pi}{e_j}$ толқын санына байланысты емес болса, онда қысқа және ұзын толқындар бірдей фазалық жылдамдықпен тарайды.

№2-заңдылық. Егер фазалық жылдамдық $k_j = \frac{2\pi}{e_j}$ толқын санына байланысты емес болса және қарама-қарсы бағытталса, онда толқын тұрақты қозғалыста болады. Себебі: егер жиілігі, толқын ұзындығы, кернеу қатынасы, амплитудасы бірдей болғанда, онда әр қатпардағы толқын бірін-бірі сөндіріп өшіреді де, ал толқындағы түйін нүктесі тыныштықтың жағдайында болады.

№9-ереже. Серпімді емес ортада фазалық жылдамдыққа байланысты және толқын санына тәуелді фазалық жылдамдықтың дисперциялық қатынасы – α пайда болады:

$$\alpha = \alpha_0 \left[1 - \frac{\gamma^2}{4(kh)} \right] \quad (2.24)$$

Мұндағы $kh \ll 1$, α_0 – алғашқы фазалық жылдамдықтың дисперциялық қатынасы, γ – коэффициент, материалдың икемділігі, созымдылығына (податливость) тәуелді.

№3-заңдылық. Егер толқын ұзындығы қарастырылған жолақ өлшеміне жақын болса, онда дисперциялық қатынас өте маңызды болады. Мысалы келтірілген эквиваленттік жолақтағы толқын жылдамдығы

$$V_3 = \sqrt{\frac{G_3}{\rho_3}} \quad \text{болады} \quad (2.25)$$

№4-заңдылық. Алма-кезек ауысып тұратын жолақтар саны ұзын толқындарда көп болған жағдайда эквивалентті модульдер теориясы серпімді емес ортада дұрыс шешімін береді.

№5-заңдылық. Орташа ұзындықтағы толқындарда эквивалентті модульдер теориясын серпімді емес ортада қолдану үшін маңызды зерттеулер жүргізу керек. Ал өте қысқа толқындарда эквивалентті модульдер теориясын серпімді емес ортада қолдануға болмайды.

№6-заңдылық. Серпімді емес ортада толқынның серпімді энергиясының ыдырауы пайда болады да, дисперциялық қатынастар өзгереді және дисперциялық энергияның шашылуы болады.

№10-ереже. Серпімді емес ортада алтыншы заңдылыққа байланысты және серпімді емес ортаның I, II, III-дәлелдеріне сәйкес механикалық энергия шашырап тарайды, материал бөлшектері ортаның қасиетіне байланысты бытырап шашырайды – дисперция болады, материалда дисперция болған жағдайда импульстік күш толқын пішінін өзгертпеді.

№7-заңдылық. Импульстік күш толқын пішінін өзгертуіне байланысты :

$$\alpha_j = \sqrt{\frac{\lambda_j + 2\mu_j}{\rho_j}} \quad (2.26)$$

пайда болады.

Жоғарғы жиілік модасы:

$$\omega_j = f(k_j) \quad (2.27)$$

жұмыс істей бастайды да толқын функциясы толқын санына байланысты шектелген көп жиын жиілігіне айналады. Мысалы: екі қатпардан тұратын жолақта ортадағы жанасу бетінде алғашқы импульс жартылай сынып, жартылай шағылысады, қатпардың құрамына байланысты кері қайтуы да мүмкін.

№8-заңдылық. Егер алғашқы импульс синусоидалы импульс болса, онда ол ортадағы жанасу бетінің құрамына байланысты өте жылдам басылып сөне бастайды.

№9-заңдылық. Алғашқы сыртқы жүктемеден босаған жартылай шағылысып кері қайтқан толқындардың арақатынасы ұзарту кернеуіне әкеледі. Ал ұзарту кернеуінің уақыты :

$$t_H = \frac{\sigma_{max}}{\frac{d\sigma}{dt}} \quad (2.28)$$

формуласымен өрнектеледі.

№10-заңдылық. Жанасу бетіндегі кернеу шамасының үлкені және таңбасының өзгеруі материалда куммуляция эффектісіне алып келуі мүмкін: (кернеу жиындарының бір бағытта әсерінің жылдамдығы)

$$V_m = 2^n \Pi^m \left(1 + \frac{\rho_i \alpha_i}{\rho_{i-1} \alpha_{i-1}} \right) V_0 \quad (2.29)$$

мұндағы: V_0 – сыртқы өңдеудегі беттің үстіндегі толқын жылдамдығы, V_m – соңғы беттегі толқын жылдамдығы, ρ_i – жолақ санының фазалық жылдамдығының дисперциялық қатынасы:

$$\alpha = \frac{U_m}{U_0} \quad (2.30)$$

№11-заңдылық. Жанасу бетіндегі кернеу шамасының төмендеуі екі қатпар арасының алыстауына әкеліп соғуы мүмкін. Толқындағы кернеу мөлшері:

$$\sigma = \rho c V_0 \quad (2.31)$$

анықталуы мүмкін.

ρ – тығыздығы, c – бойлай толқын жылдамдығы, V_0 – сыртқы өңдегі беттің үстіндегі толқын жылдамдығы.

2.2. Серпімді – тұтқырлы қарсылықтың классикалық моделі

1965 жылы Кельвин қатты денелер мен сұйық заттардың тұтқырлығы жөніндегі математикалық теориясында жылжу $d(\xi)/dt \neq 0$ функциялары мен уақытқа байланысты моделін ұсынды:

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \\
 \sigma_{xx} &= Ee_{xx}, \quad \sigma_{yy} = Ee_{yy}, \quad \sigma_{zz} = Ee_{zz} \\
 \sigma_{xx} &= \lambda Q + 2\mu e_{xx} \\
 \sigma_x &= k\theta + 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3}\theta \right) + 2\eta \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3}\theta \right), \\
 \sigma_{yy} &= \lambda Q + 2\mu e_{yy} \\
 \sigma_y &= k\theta + 2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3}\theta \right) + 2\eta \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3}\theta \right), \\
 \sigma_{zz} &= \lambda Q + 2\mu e_{zz} \\
 \sigma_z &= k\theta + 2\mu \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3}\theta \right) + 2\eta \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3}\theta \right)
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

мұндағы: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – боскернеулер, u, v, w – жылжу функциясы, $\theta = \partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z$, μ – ығысу коэффициенті, $k = 2/3\mu + \lambda$ – көлем өзгерту коэффициенті, μ, λ – Ламе коэффициенті, η – тұтқырлық коэффициенті.

Серпімді денедегі қарсылықты серіппе ретінде, ал тұтқырлық денедегі қарсылықты демпер ретінде қарастырсақ, онда ішкі үйкеліс күшін классикалық модельдер түрінде анықтауға болады. Ол екі элементті Фох моделі деп аталады:

$$P(t) = kw + \eta \frac{dw}{dt} \tag{2.33}$$

Енді серіппе мен демперден тұратын үш элементті модельдерді қарастырайық.

СТЛ: екі серіппеден және бір демперден тұратын стандартты сызықты денелер моделі деп аталады:

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P = k_2 \frac{dw}{dt} + \frac{k_1 k_2}{\eta_1} w \tag{2.34}$$

Екі серіппемен бір демперден тұратын модель (А.Ю. Ишлинский, А.Р. Ржаницин, Ц. Зингер жұмыстарында кездесетін)

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_2}{\eta_1} P = (k_1 + k_2) \frac{dw}{dt} + \frac{k_1 k_2}{\eta_1} w \quad (2.35)$$

Бір серіппе мен екі демперден тұратын модель. Математикалық формуласы:

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1}{\eta_1 + \eta_2} P = \left(k_1 \frac{dw}{dt} + \eta_2 \frac{d^2 w}{dt^2} \right) \frac{\eta_1}{\eta_1 + \eta_2} \quad (2.36)$$

Зерттеу жұмыстарында тұтқырлығы қарсылығынан басым денелерде жиі кездеседі. Бір серіппе мен екі демперден тұратын модель. Математикалық формуласы:

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1}{\eta_1} P = k_1 \frac{\eta_1 + \eta_2}{\eta_1} \frac{dw}{dt} + \eta_2 \frac{d^2 w}{dt^2} \quad (2.37)$$

Егер серпімді – тұтқырлы қарсылық бір демпер және екі серіппеден тұрса, онда жалпы түрде былай жазылады:

$$\frac{dP}{dt} + \eta_1 P = q_1 \frac{dw}{dt} + q_0 w \quad (2.38)$$

Егер серпімді – тұтқырлы қарсылық бір серіппе және екі демперден тұратын болса, онда

$$\frac{dP}{dt} + \eta_1 P = q_2 \frac{d^2 w}{dt^2} + q_1 \frac{dw}{dt} \quad (2.39)$$

(2.38) және (2.39) жалпы теңдеулеріне қарап, егер серпімді – тұтқырлы қарсылық төрт элементтен тұрса, онда олардың формулары үш элементтен тұратын модельдерге қарағанда күрделі болады:

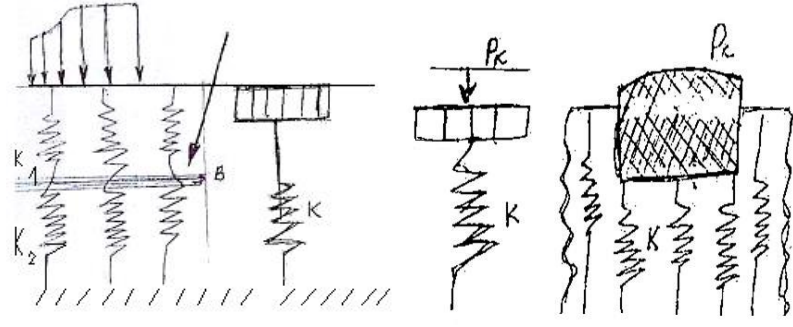
$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \eta_1 \frac{dP}{dt} + \eta_0 P = q_2 \frac{d^2 w}{dt^2} + q_1 \frac{dw}{dt} + q_0 w$$

Төрт элементтен тұратын серпімді – тұтқырлы қарсылық түрлері:

Модельдерінде екі серіппе және екі демперден тұрады, бір серіппе үш демперден, бір демпер үш серіппе т.с.с. Яғни, серпімділік пен тұтқырлық негізінен пара-пар болып келеді,

денедегі тұтқырлық серпімділікке қарағанда ал, денедегі серпімділік тұтқырлыққа қарағанда басым болып келеді.

Қорытынды: Сонымен модельдерде серпімді және тұтқырлы денені элемент саны неғұрлым көп болса, солғұрлым дифференциалдық тендеудің дәрежесі арта түседі.

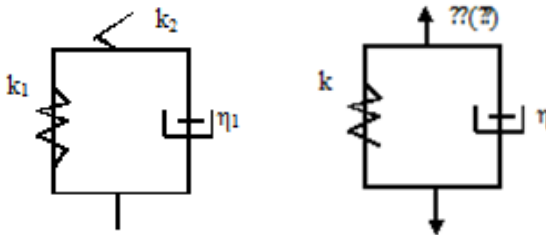


22-сурет. Винклер негізіндегі реакция моделі $P_{\text{күш}} = kW$.

а) Винклер моделі:

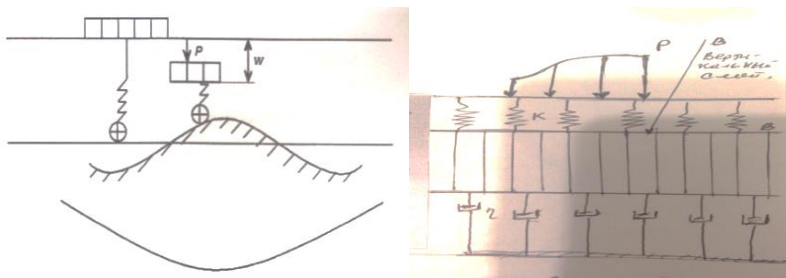
$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P = k_2 \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 k_2}{\eta_1} W$$

демпер $k \gg \eta$ аралығында.



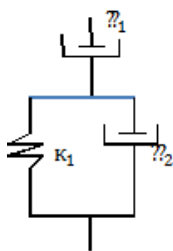
23-сурет

в) СЛТ моделі: $P = kW + \eta \frac{dW}{dt}$ демпер $k \gg \eta$ аралығында.



24-сурет. Соколов моделі

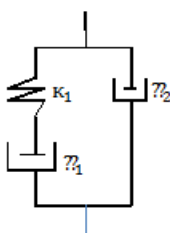
$$P_{кр} = \eta \frac{dw}{dx}, \quad P(t) = \eta \frac{dw}{dx}, \quad \frac{dw}{dt} = \frac{1}{K} \frac{dP}{dt} + \frac{1}{\eta} P$$



25-сурет.

$$a) \quad \frac{dP}{dt} + \frac{k_1}{\eta_1 + \eta_2} P = \frac{\eta_1}{\eta_1 + \eta_2} (k_1 \frac{dw}{dt} + \eta_2 \frac{d^2w}{dt^2})$$

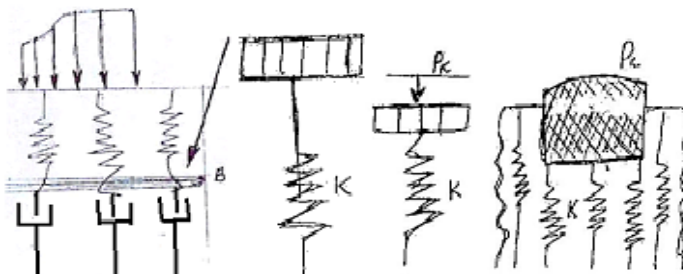
пружина $k \ll \eta$ аралығында.



26-сурет

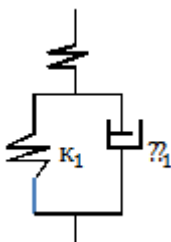
$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1}{\eta_1} P = (k_1 \frac{\eta_1 + \eta_2}{\eta_1} \frac{dw}{dt} + \eta_2 \frac{d^2w}{dt^2}) \quad (2.45)$$

пружина $k \ll \eta$ аралығында.



27-сурет. Пастернак негізіндегі реакция моделі.

а) Постернак моделі: $P_{\text{реак}} = kw + \eta \frac{dw}{dt}$
күш

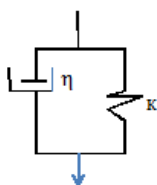


$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P = k_2 \frac{dW}{dt} + \frac{k_1 k_2}{\eta_1} W \quad (2.40)$$

демпер $k \gg \eta$ аралығында.

28-сурет.

в) СЛТ моделі:



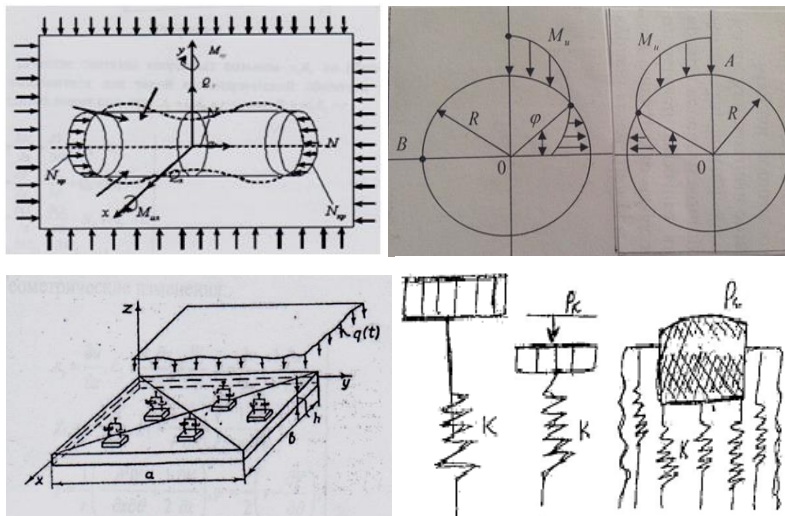
$$P = kw + \eta \frac{dw}{dt} \quad (2.41)$$

демпер $k \gg \eta$ аралығында.

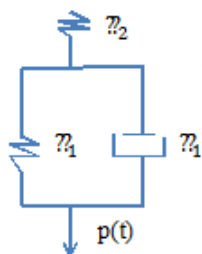
29-сурет

$$N_{kp} = -N_1 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (2.42)$$

$P_{\text{реак}} = kw$
күш

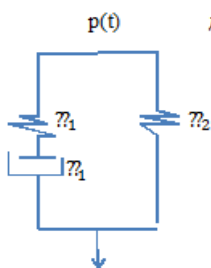


30-сурет. Винклер негізінде жатқан критикалық реакция моделі.



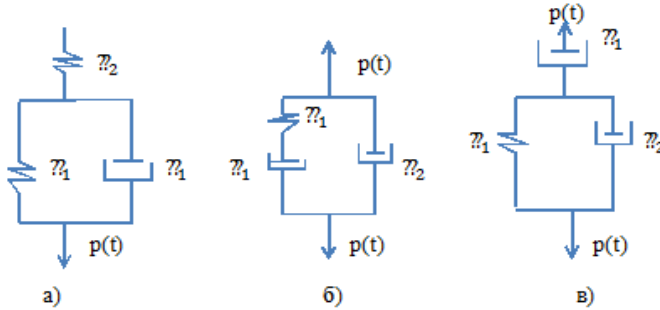
$$\frac{dP}{dt} = \frac{k_1 + k_2}{\eta_1} P = k_2 \frac{dw}{dt} + \frac{k_1 k_3}{\eta_1} w \quad (2.43)$$

демпер $k \gg n$ аралығында.



$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_2}{\eta_1} P = (k_1 + k_2) \frac{dw}{dt} + \frac{k_1 k_2}{\eta_1} w \quad (2.44)$$

демпер $k \gg n$ аралығында.



31-сурет

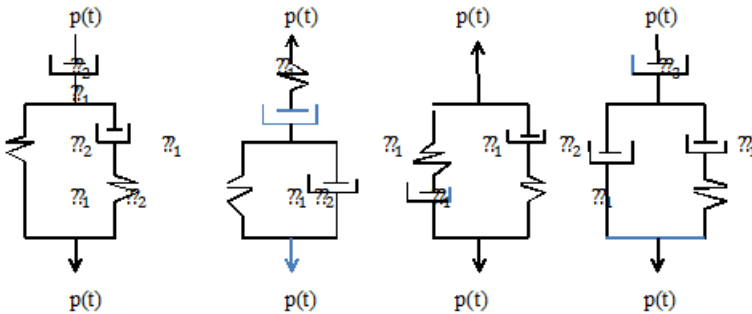
а) стандартты түзу сызықты дене:

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k_1+k_2}{\eta_1}P = k_2 \frac{dw}{dt} + \frac{k_1k_2}{\eta_1}w \quad (2.45)$$

$$\text{б)} \quad \frac{dP}{dt} + \frac{k_1}{\eta_1+\eta_2}P = (k_1+k_2) \frac{dw}{dt} + \frac{k_1+k_2}{\eta_1}w \quad (2.46)$$

$$\text{в)} \quad \frac{dP}{dt} + \frac{k_1}{\eta_1+\eta_2}P = \left(k_1 \frac{dw}{dt} + \eta_2 \frac{d^2w}{dt^2}\right) \frac{\eta_1}{\eta_1+\eta_2} \quad (2.47)$$

$$\text{г)} \quad \frac{dP}{dt} + \frac{k_1}{\eta_1}P = k_1 \frac{\eta_1+\eta_2}{\eta_1} \frac{dw}{dt} + \eta_2 \frac{d^2w}{dt^2} \quad (2.48)$$



32-сурет

$$\frac{d^2P}{dt^2}r_1 \frac{dP}{dt} + r_0P = q_2 \frac{d^2w}{dt^2} + q_1 \frac{dw}{dt} + q_0w \quad (2.49)$$

Жалпы түрде төмендегідей алуға болады:

$$P_0 + r_1 \frac{dP}{dt} + r_2 \frac{d^2w}{dt^2} + r_3 \frac{d^3w}{dt^3} + \dots = q_0 w + q_1 \frac{dw}{dt} + q_2 \frac{d^2w}{dt^2} + \dots \quad (2.50)$$

немесе $R(p) = Q(w) \quad (2.51)$

мұнда $R = \sum_{j=0}^n r_j \frac{d^j}{dt^j},$

$$Q = \sum_{j=0}^n q_j \frac{d^j}{dt^j} \quad (2.52)$$

№4-анықтама. (2.51)-формула коэффициенттері тұрақты сызықты дифференциалдық операторлар деп аталады қарсылықтығы серпімді – тұтқырлы.

Ескерту. Сызықты дифференциалдық операторлар формуласында (2.50) – (2.52) берілген дененің физика-механикалық қасиеттеріне және технология процестеріндегі орындарына байланысты сол жағындағы күштің уақыт бойынша туындылар дәреже саны оң жағындағы жылжу функциясының уақыт бойынша туындылар дәреже саны бір-біріне тең болу қажет емес.

№5-анықтама. Егер жалпы серпімді – тұтқырлы дене гармониялық демперлі болса, онда:

$$P(t) = P_0 e^{i\omega t}, \quad w(t) = P_0 \Phi^* e^{i\omega t} \quad (2.53)$$

комплекті жылжу функциясы мен комплекті амплитуда арқылы өрнектеледі. Мұндағы P_0 – комплекті амплитуда, $w_0 = P_0 \Phi^*$ - комплекті жылжу деп аталады.

№6-анықтама. Төмендегі шама:

$$k^*(w) = \frac{dk}{dw} + i \frac{d^2k}{dw^2} = \frac{P_0}{w_0} = \frac{Q^*(w)}{R(w)} \quad (2.54)$$

комплекті қатаңдық деп аталады.

№7-анықтама. Төмендегі шама:

$$\Phi^*(w) = \frac{d\Phi}{dw} + i \frac{d^2\Phi}{dw^2} = \frac{w_0}{P_0} = \frac{R^*(w)}{Q^*(w)} \quad (2.55)$$

комплектті икемділік деп аталады.

Дербес жағдайлары:

1. Серіппенің комплектті қатаңдылығы мен икемділігі :

$$k^*(w) = k, \quad \Phi^*(w) = \frac{1}{k} \quad (2.56)$$

2. Тұтқырлы демпердің қатаңдылығы мен икемділігі:

$$k^*(w) = i\omega\eta, \quad \Phi^*(w) = -\frac{1}{\omega\eta} \quad (2.57)$$

3. Фоихт моделінің қатаңдылығы мен икемділігі:

$$k^*(w) = k + i\omega\eta, \quad \Phi^*(w) = \frac{k}{k^2 + \omega^2\eta^2} - i\frac{\omega\eta}{k^2 + \omega^2\eta^2} \quad (2.58)$$

4. Максвель моделінің қатаңдылығы мен икемділігі:

$$k^*(w) = \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{i\omega\eta}\right)^{-1} = \frac{\omega^2\eta^2 k}{k^2 + \omega^2\eta^2} + i\frac{k^2\omega\eta}{k^2 + \omega^2\eta^2}, \quad (2.59)$$

$$\Phi^*(w) = \frac{1}{k} - i\frac{1}{\omega\eta} \quad (2.60)$$

5. Стандартты сызықты денелер моделінің қатаңдылығы мен икемділігі:

$$k^*(w) = [\Phi^*(w)]^{-1} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2 i\omega\eta_2}\right)^{-1} \quad (2.61)$$

6. Жалпылама Фоихт моделінің қатаңдылығы мен икемділігі n+1 серіппеден және n+1 демперден тұратын:

$$k^*(w) = [\Phi^*(w)]^{-1} = \left(\frac{1}{k_0} + \frac{1}{i\omega\eta_{n+1}} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{k_j + i\omega\eta_j}\right)^{-1} \quad (2.62)$$

Жалпылама Фоихт моделі.

7. Жалпылама Максвель моделінің қатаңдылығы мен икемділігі:

$$k^*(w) = [\Phi^*(w)]^{-1} = k_0 + i\omega\eta_{n+1} + \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{k_j} + \frac{1}{i\omega\eta_j}\right)^{-1} \quad (2.63)$$

8. Жалпылама М.А. Био моделінің қатаңдылығы мен икемділігі:

$$k^*(w) = [\Phi^*(w)]^{-1} = k_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k_j} + \frac{1}{i\omega\eta_j} \right)^{-1} \quad (2.64)$$

Жалпылама М.А. Био моделі.

Кейбір бір бағыттағы серіппелі – тұтқырлы денелердің тербелісі:

1. Стокс моделі (1845 ж.):

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{4}{3} (1 + \nu) \eta \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} \quad (2.65)$$

2. Рэлея моделі (1945 ж.):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{4}{3} (1 + \nu) \eta \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.66)$$

$$3. \quad M \frac{d^2 w}{dt^2} + C \frac{dw}{dt} + kw = P \quad (2.67)$$

мұндағы М – еркін симметриялы матрицасы, С – симметриялы демпер матрицасы, К – симметриялы қаттылық матрицасы.

2. 3. Кейбір техникалық есептерді шешу жолдары

1. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L, қалыңдығы – h, ішкі радиусы – R Винклер негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған активті критикалық күш түсіп тұрса:

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{R}{L} \right) \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \quad (2.68)$$

Сол жақ шеті бос, ал оң жақ шеті жылжымалы орнықты бекітілген болсын.

Шешуі: Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{k}{D} w = \frac{q_k}{D} \quad (2.69)$$

Шектік жағдайы:

$$\lambda_m = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} \left(\cos \pi + \frac{2m\pi}{4} + \sin \pi + \frac{2m\pi}{4} \right) \quad (2.70)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} /_{x=0} = 0, \quad \frac{d^3 w}{dx^3} /_{x=0} = 0; \quad w(x) /_{x=L} = 0, \quad \frac{dw}{dx} /_{x=L} = 0 \quad (2.71)$$

$$w(x) = e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) + \frac{q_k}{k} \quad (2.72)$$

жалпы шешімі. Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} \quad (2.73)$$

2. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L , қалыңдығы – h , ішкі радиусы – R Винклер негізінде жатқан иілуін есепте, егер оған активті критикалық күш түсіп тұрса:

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k * 10,2(1 - \nu^2)^{1/4} \left(\frac{R}{L}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} (L - x) \quad (2.74)$$

Сол жақ шеті бос, ал оң жақ шеті жылжымалы орнықты бекітілген.

Шешуі: Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{k}{D} w = \frac{q_k}{D} (L - x) \quad (2.75)$$

Шектік жағдайы:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} /_{x=0} = 0, \quad \frac{d^3 w}{dx^3} /_{x=0} = 0; \quad w(x) /_{x=L} = 0, \quad \frac{dw}{dx} /_{x=L} = 0 \quad (2.76)$$

жалпы шешімі. Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

$$w(x) = e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) - \frac{q_k}{k} (L - x) \quad (2.77)$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} \quad (2.78)$$

3. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L , қалыңдығы – h , ішкі радиусы – R Винклер негізінде жатқан иілуін есепте, егер оған активті критикалық күш түсіп тұрса:

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{R}{L}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} \sin \omega x, \quad \omega = \frac{m\pi}{L} \quad (2.79)$$

Сол жағы еркін, ал оң жақ шеті жылжымалы орнықты бекітілген.

Шешуі: Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{k}{D} w = \frac{q_k}{D} \sin \omega x \quad (2.80)$$

Шектік жағдайы:

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} / \xi=0 = 0, \quad \frac{d^3 w}{d\xi^3} / \xi=0 = 0; \quad w(\xi) / \xi=L = 0, \quad \frac{dw}{d\xi} / \xi=L = 0 \quad (2.81)$$

мұндағы

$$\xi = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} x \quad (2.82)$$

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + 4w = \frac{q_k}{4k} \sin \omega \xi \quad (2.83)$$

$$x = \frac{\xi}{\beta} \quad (2.84)$$

$$w(x) = e^{\xi} (C_1 \cos \xi + C_2 \sin \xi) + e^{-\xi} (C_3 \cos \xi + C_4 \sin \xi) + \frac{q_k}{k} \frac{\sin \omega \xi}{4(\omega^4 + 4)} \quad (2.85)$$

жалпы шешімі. Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

4. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L , $0 \leq \xi \leq 1$, $\xi = L/R$, ішкі радиусы – R , қалыңдығы – h , Винклер негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған активті критикалық күш түсіп тұрса:

$$\xi = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} x = \alpha \frac{R}{L} \quad (2.86)$$

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k * 10,2(1 - \nu^2)^{1/4} \left(\frac{R}{L}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} \xi \quad (2.87)$$

Сол жағы еркін, ал оң жақ шеті жылжымалы орнықты бекітілген.

Шешуі: Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + 4w = \frac{q_k}{4k} \xi \quad (2.88)$$

Шектік жағдайы:

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} /_{\xi=1} = 0, \quad \frac{d^3 w}{d\xi^3} /_{\xi=1} = 0; \quad w(\xi) /_{\xi=0} = 0, \quad \frac{dw}{d\xi} /_{\xi=0} = 0 \quad (2.89)$$

Жалпы шешімі:

$$w(x) = e^{\xi} (C_1 \cos \xi + C_2 \sin \xi) + e^{-\xi} (C_3 \cos \xi + C_4 \sin \xi) + \frac{q_k}{8k} \xi \quad (2.90)$$

Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

5. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L , ішкі радиусы – R , қалыңдығы – h , $0 \leq \xi \leq 1$, Винклер негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған активті критикалық күш түсіп тұрса:

$$\xi = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} x = \alpha \frac{R}{L} \quad (2.91)$$

$$\frac{q_k}{4k} = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} (1 - \xi) \quad (2.92)$$

Сол жағы еркін, ал оң жақ шеті жылжымалы орнықты бекітілген.

Шешуі: Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + 4w = \frac{q_k}{4k} (1 - \xi) \quad (2.93)$$

Шектік жағдайы:

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} /_{\xi=1} = 0, \quad \frac{d^3 w}{d\xi^3} /_{\xi=1} = 0; \quad w(\xi) /_{\xi=0} = 0, \quad \frac{dw}{d\xi} /_{\xi=0} = 0 \quad (2.94)$$

Жалпы шешімі:

$$w(x) = e^{\xi}(C_1 \cos \xi + C_2 \sin \xi) + e^{-\xi}(C_3 \cos \xi + C_4 \sin \xi) + \frac{q_k}{8k}(1 - \xi) \quad (2.95)$$

Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

6. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L , ішкі радиусы – R , қалыңдығы – h , $0 \leq \xi \leq 1$, Винклер негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған активті критикалық күш түсіп тұрса:

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k * 10,2(1 - \nu^2)^{1/4} \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}\right) \quad (2.96)$$

$$\xi = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} x = \alpha \frac{R}{L} \quad (2.97)$$

Сол жағы еркін, ал оң жақ шеті жылжымалы орнықты бекітілген.

Шешуі: Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + 4w = \frac{q_k}{4k} \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}\right) \quad (2.98)$$

Шеттік жағдайы:

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} / \xi=1 = 0, \quad \frac{d^3 w}{d\xi^3} / \xi=1 = 0; \quad w(\xi) / \xi=0 = 0, \quad \frac{dw}{d\xi} / \xi=0 = 0 \quad (2.99)$$

Жалпы шешімі:

$$w(x) = e^{\xi}(C_1 \cos \xi + C_2 \sin \xi) + e^{-\xi}(C_3 \cos \xi + C_4 \sin \xi) + \frac{q_k}{8k} \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}\right) \quad (2.100)$$

Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

7. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L , қалыңдығы – h , ішкі радиусы – R , Винклер негізінде жатқан жалпы шешімін тап, егер оған критикалық күш түсіп тұрса:

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{R}{L}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} \sin \omega x \quad (2.101)$$

Шешуі: Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + \frac{k}{D} w = \frac{q_k}{D} \sin \omega x \quad (2.102)$$

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + \frac{k}{D} w_0 = 0 \lambda^4 + \frac{k}{D} w_0 = 0 \quad (2.103)$$

$$w(x) = w_0(x) + w_1(x) \quad (2.104)$$

$$w_1(x) = \frac{q_k}{D} \frac{\sin \omega x}{\omega^4 + \frac{k}{D}} \quad (2.105)$$

Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

8. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L, қалыңдығы – h, ішкі радиусы – R, Винклер негізінде жатқан жалпы шешімін тап, егер оған критикалық күш түсіп тұрса:

$$\frac{q_k}{D} = \lambda_k * 10,2(1 - \nu^2)^{1/4} (\xi) \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} \sin \xi \quad (2.106)$$

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + 4w = \frac{q_k}{4k} \xi \sin \omega \xi, \quad \omega = \frac{2m\pi}{L} \quad (2.107)$$

Характеристік теңдеуі:

$$\lambda^4 + 4 = 0 \quad (2.108)$$

$$w(x) = w_0(x) + w_1(x) \quad (2.109)$$

$$w_1(x) = \frac{1}{(\omega^4 + 4)} \frac{q_k}{k} \xi \sin \xi + \frac{4\omega^3}{(\omega^4 + 4)^2} \frac{q_k}{k} \xi \cos \xi \quad (2.110)$$

Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

9. Түтікше келген конструкцияның ұзындығы – L , қалыңдығы – h , ішкі радиусы – R , Соколов негізінде жатқан жалпы шешімін тап, егер оған критикалық күш түсіп тұрса:

$$\frac{q_k}{\eta} = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{R}{L} \right) \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \quad (2.111)$$

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{d\xi} = \frac{q_k}{D} \quad (2.112)$$

$$w(\xi) = w_0(\xi) + w_1(\xi) \quad (2.113)$$

$$w_1(\xi) = \frac{q_k}{\eta} \xi \quad (2.114)$$

Дербес шешімі шеттік жағдайдан табылады.

10. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D}$ - активтік күш түсіп тұрса, жалпы шешімін көрсету керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} \quad (2.115)$$

Жалпы шешімі:

$$w(x) = C_1 + C_2 e^{-bx} + e^{\frac{b}{2}x} \left(C_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} bx + C_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} bx \right) + \frac{q_k}{\eta} x, \quad b^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.116)$$

11. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D}$ - активтік күш түсіп тұрса және бұрыштама жылжуын табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} \quad (2.117)$$

Жауабы:

$$B^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.118)$$

$$\frac{dw}{dx} = -B C_2 e^{-Bx} + e^{\frac{B}{2}x} \left(D_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + D_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) + \frac{q_k}{\eta} \quad (2.119)$$

мұндағы:

$$D_3 = \frac{B}{2} (C_3 + \sqrt{3} C_4) \quad (2.120)$$

$$D_4 = \frac{B}{2} (C_4 - \sqrt{3} C_3) \quad (2.121)$$

12. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D}$ - активтік күш түсіп тұрса, иілу моментін табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} \quad (2.122)$$

Жауабы:

$$B^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.123)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = B^2 e^{-Bx} C_2 + e^{\frac{B}{2}x} \left(E_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + E_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) + \frac{q_k}{\eta} \quad (2.124)$$

мұндағы:

$$E_3 = \frac{B^2}{2} (\sqrt{3} C_4 - C_3) \quad (2.125)$$

$$E_4 = -\frac{B^2}{2} (\sqrt{3} C_3 + C_4) \quad (2.126)$$

13. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D}$ - активтік күш түсіп тұрса, бөлу күшін табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} \quad (2.127)$$

Жауабы:

мұндағы:

$$B^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.128)$$

$$\frac{d^3 w}{dx^3} = -B^3 e^{-Bx} C_2 - B^3 e^{\frac{B}{2}x} \left(C_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + C_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) \quad (2.129)$$

14. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D} (L - x)$ - активтік күш түсіп тұрса, жалпы шешімін көрсету керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} (L - x) \quad (2.130)$$

Жауабы:

$$w(x) = C_1 + C_2 e^{-Bx} + e^{\frac{B}{2}x} \left(C_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + C_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) + \frac{q_k}{D} \left(Lx - \frac{x^2}{2} \right) \quad (2.131)$$

мұндағы:

$$B^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.132)$$

15. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D} (L - x)$ - активтік күш түсіп тұрса, бұрыштама жылжуын табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} (L - x) \quad (2.133)$$

Жауабы:

$$\frac{dw}{dx} = -B C_2 e^{-Bx} + e^{\frac{B}{2}x} \left(D_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + D_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) + \frac{q_k}{\eta} (L - x) \quad (2.134)$$

мұндағы:

$$D_3 = \frac{B}{2} (C_3 + \sqrt{3} C_4) \quad (2.135)$$

$$D_4 = \frac{B}{2} (C_4 - \sqrt{3}C_3) \quad (2.136)$$

$$B^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.137)$$

16. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D}(L-x)$ - активтік күш түсіп тұрса, иілу моментін табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} (L-x) \quad (2.138)$$

Жауабы:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = B^2 e^{-Bx} C_2 + e^{\frac{B}{2}x} \left(E_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + E_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) - \frac{q_k}{\eta} \quad (2.149)$$

Мұндағы:

$$B^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.140)$$

$$E_3 = \frac{B^2}{2} (\sqrt{3}C_4 - C_3) \quad (2.141)$$

$$E_4 = -\frac{B^2}{2} (\sqrt{3}C_3 + C_4) \quad (2.142)$$

17. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D}(L-x)$ - активтік күш түсіп тұрса, бөлу күшін табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} (L-x) \quad (2.143)$$

Жауабы:

$$\frac{d^3 w}{dx^3} = -B^3 e^{-Bx} C_2 - B^3 e^{\frac{B}{2}x} \left(C_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + C_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) \quad (2.144)$$

мұндағы:

$$B^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.145)$$

18. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D} \sin \omega x$, $\omega = \frac{m\pi}{L}$ - активтік күш түсіп тұрса, жалпы шешімін табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} \sin \omega x, \quad \omega = \frac{m\pi}{L} \quad (2.146)$$

Жауабы:

$$w(x) = C_1 + C_2 e^{-Bx} + e^{\frac{B}{2}x} \left(C_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + C_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) +$$

$$+ \frac{q_k}{D} \frac{\omega^4}{1 + \left(\frac{\eta}{D}\right)^2 \omega^6} \left(\sin \omega x + \frac{\eta}{D} \omega^3 \cos \omega x \right) \quad (2.147)$$

19. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D} \sin \omega x$, $\omega = \frac{m\pi}{L}$ - активтік күш түсіп тұрса, бұрыштама жылжуын табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} \sin \omega x, \quad \omega = \frac{m\pi}{L} \quad (2.148)$$

Жауабы:

$$\frac{dw}{dx} = -B C_2 e^{-Bx} + e^{\frac{B}{2}x} \left(D_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + D_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) +$$

$$+ \frac{q_k}{D} \frac{\omega^5}{1 + \left(\frac{\eta}{D}\right)^2 \omega^6} \left(\omega^3 \frac{\eta}{D} \sin \omega x + \cos \omega x \right) \quad (2.149)$$

мұндағы:

$$D_3 = \frac{B}{2} (C_3 + \sqrt{3} C_4) \quad (2.150)$$

$$D_4 = \frac{B}{2} (C_4 - \sqrt{3} C_3) \quad (2.151)$$

$$B^3 = \frac{\eta}{D} \quad (2.152)$$

20. Түтікше келген конструкцияның Соколов негізінде жатқан иілуін есептеу керек, егер оған $\frac{q_k}{D} \sin \omega x$ - активтік күш түсіп тұрса, иілу моментін табу керек.

Шешуі. Математикалық моделі:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{\eta}{D} \frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} \sin \omega x, \quad \omega = \frac{m\pi}{L} \quad (2.153)$$

Жауабы:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 w}{dx^2} = & B^2 e^{-Bx} C_2 + e^{\frac{B}{2}x} \left(E_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} Bx + E_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} Bx \right) + \\ & + \frac{q_k}{D} \frac{\omega^6}{1 + \left(\frac{\eta}{D}\right)^2 \omega^6} \left(\frac{\eta}{D} \omega^3 \cos \omega x - \sin \omega x \right) \end{aligned} \quad (2.154)$$

мұндағы:

$$E_3 = \frac{B^2}{2} (\sqrt{3} C_4 - C_3)$$

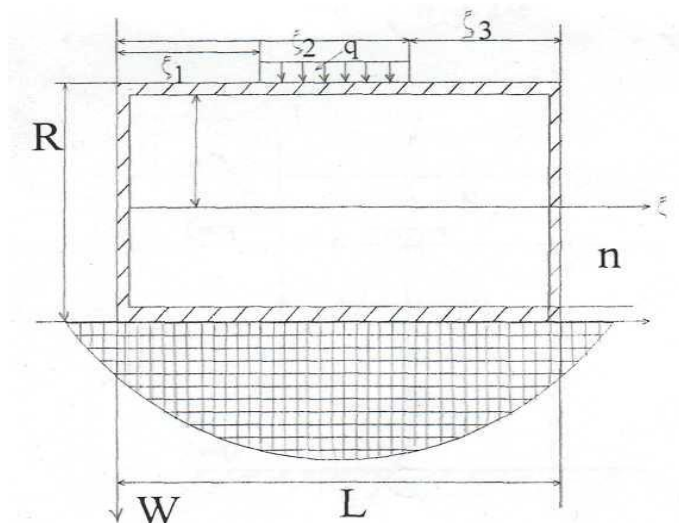
$$E_4 = -\frac{B^2}{2} (\sqrt{3} C_3 + C_4)$$

$$B^3 = \frac{\eta}{D}$$

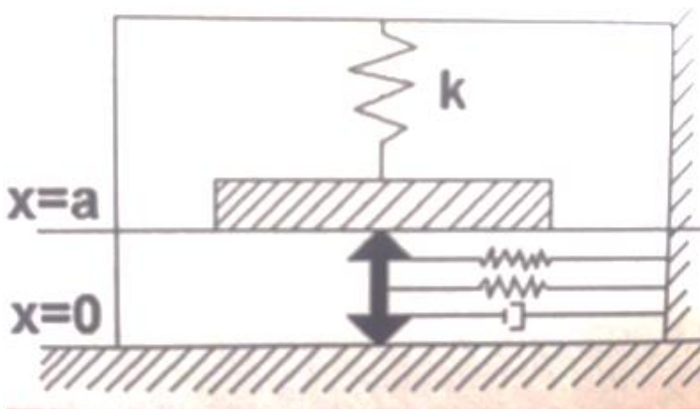
3. ТҮТІКШЕ КЕЛГЕН КОНСТРУКЦИЯНЫҢ МАЙЫСУЫН, ЕГЕР ОҒАН АКТИВТІК ЖӘНЕ КЕСЕ-КӨЛДЕНЕҢ КҮШТЕР ТҮСІП ТҰРСА, СЕРПІМДІЛІК – ТҮТҚЫРЛЫҚ ТЕОРИЯЛАРЫ БОЙЫНША ЕСЕПТЕУ

3.1. Есеп мақсаты және жүктеме класстары

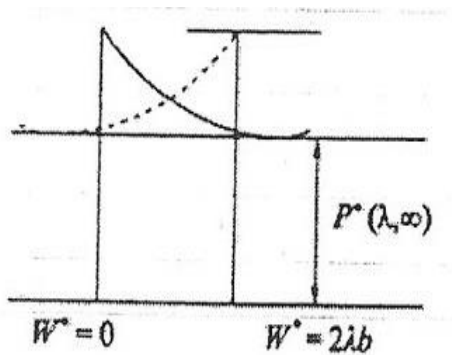
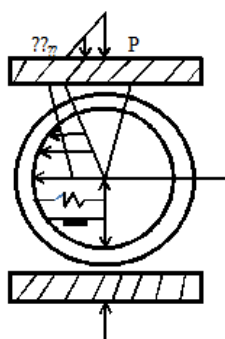
Түтікше келген, екі жақ шеті шарнирмен бекітілген, ұзындығы – L , қалыңдығы – h , ішкі радиусы – R конструкцияның иілуін серпімділік теориясы арқылы есептеу, егер оған активтік күш – q_k түсіп тұрған жағдайда. Қойылған есепті математикалық модельге келтіру үшін ұластырған күш пен нысананы есептер үлгісін және нысанаға түсетін күш факторларының тербеліс теориясындағы жүктеменің кластарын көрсету керек. 33,34,35-суреттер.



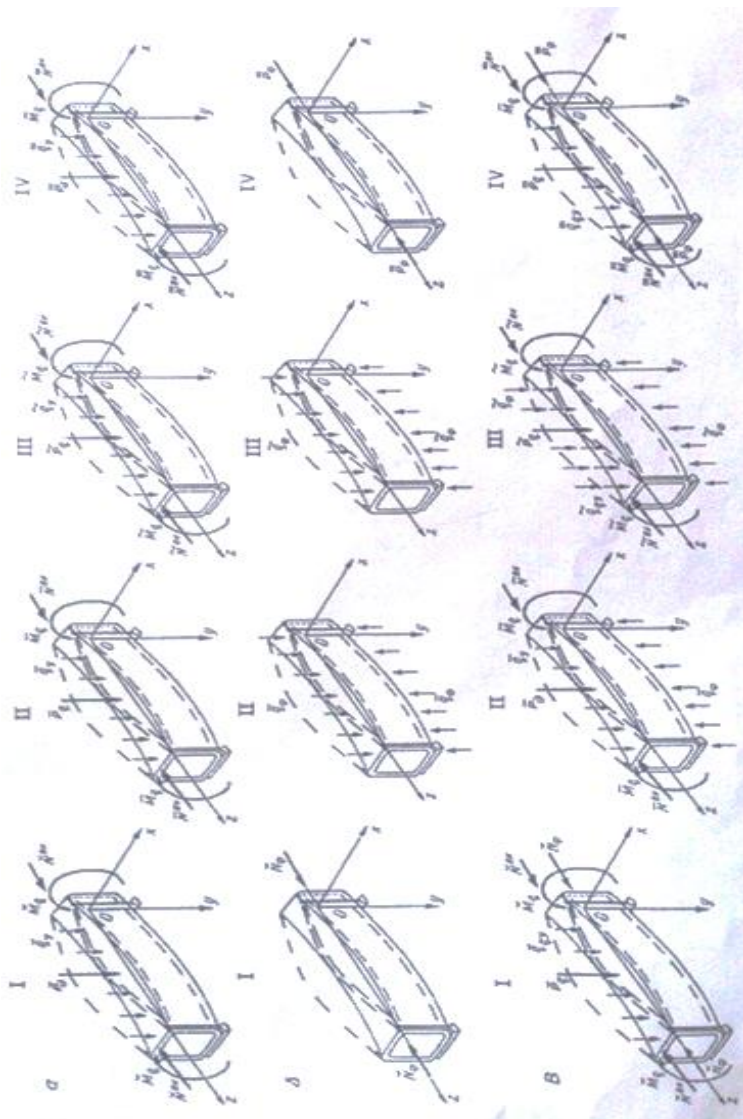
33-сурет



34-сурет



35-сурет



36-сурет. Активтік күштің факторларына байланысты жүктеменің тербеліс теориясындағы кластары

№1-есеп. Ішкі эластомерден жасалған толтырмалы үш қабатты қабықшаның Б-1 моделін қарастыру, егер оған активтік күш түсіп тұрса:

$$q_k = f_k = f_k \left(l \frac{h}{R} \right) f \left(\frac{R}{L} \right) \quad (3.1)$$

мұндағы кесе-көлденең қима қатты монолитті, аралықты металдық, трапеция түріндегі ағаш; матрица қалыңдығы – h , ішкі радиусы – R , қысқартылған ұзындықты – L болатын конструкция шеттерінің жақындасуы. Бұл кезде шеткі кернеу максималды жүктемеге байланысты болады.

$$\sigma_{\text{окр, крит}} = f_k^* \left(n, \frac{h}{R} \right) \quad (3.2)$$

мұндағы n – көлденең қима пішінінің бұзылу толқынының меншікті саны, демек конструкцияның беріктігі геометриялық параметрлер мен сызықтық өлшемдерге h/R байланысты болады.

Мұндай эластомерлі конструкция элементтерінің тепе-теңдік шарттары мынадай екі теңдуге әкеледі:

$$\frac{dM}{dx} = Q + M \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \bar{P} \quad (3.4)$$

мұндағы: M – иілу моменті; m – Коссера континуумының zx жазықтығындағы таратылған жүктеменің қарқындылығына қатысты кезеңдік жүктеме; Q - бөлу күші; q_k активті жүктемеден және P_k реактивті жүктемеден алынатын тұтас жүктеме. Мұнда $q_k = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} (R/L)$ болғандағы критикалық деформация бойынша біртекті емес көлденең күштер ретінде анықталады, ал P_k мына формула бойынша :

$$P_k = \pm k w, \pm \frac{dw}{dx}, N_1 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.5)$$

Мысал ретінде бірінші жақындауда мына жағдайды қарастырайық:

$$P_k = 0, m = 0, q_k = \lambda_k \frac{0.85E}{(1-\nu^2)^{\frac{3}{4}}} \left(\frac{H}{L}\right) \left(\frac{R}{L}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{\frac{5}{2}}, \lambda_k = \left\{\frac{8}{3}; 2; \frac{4}{3}\right\} \quad (3.6)$$

мұндағы h – шеттегі әртүрлі шекті жағдайлардағы өңдеу тереңдігі. Онда біздің жағдайда тепе-теңдік теңдеуі мынадай болады:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{q_k}{D} \quad (3.7)$$

мұндағы дербес жағдайда:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.8)$$

$$1) \frac{q_k}{D} = \lambda_k 10.2(1-\nu^2)^{1/4}; \quad \frac{1}{Lh^3} \left(\frac{R}{L}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2};$$

Аралас қималарда біртекті емес көлденең жүктеме бойынша конструкция бөліктерінің бастапқы және кейінгі қиылысу орны бірдей болатын жағдай:

– Сызықты орын ауыстыру – w ;

– Иілу моменті – $M = EJ \frac{d^2 w}{dx^2}$;

– Бұрыштық орын ауыстыру – $\frac{dw}{dx}$;

– Бөлу күші – $Q = \frac{dM}{dx}$, онда тепе-теңдік теңдеуін былай анықтаймыз:

$$w(x) = \frac{q_k}{D} \left[\frac{1}{24} x^4 + \frac{1}{6} C_1 x^3 + \frac{1}{2} C_2 x^2 + C_3 x + C_4 \right] \quad (3.9)$$

Бұрыштама жылжу жалпы шешімі арқылы :

$$\frac{dw}{dx} = \frac{q_k}{D} \left[\frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{2} C_1 x^2 + C_2 x + C_3 \right] \quad (3.10)$$

Бөлу күші:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{q_k}{D} \left[\frac{1}{2} x^2 + C_1 x + C_2 \right] \quad (3.11)$$

Иілу моменті:

$$\frac{d^3 w}{dx^3} = \frac{q_k}{D} [x + C_1] \quad (3.12)$$

Енді әртүрлі шектік шарттарда қарастырайық :

№2-есеп: Тепе-теңдік теңдеуі $\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{q_k}{D}$, ал бекіткіштердің екі жақ шеті шарнирлі – орнықты бекітілген, яғни:

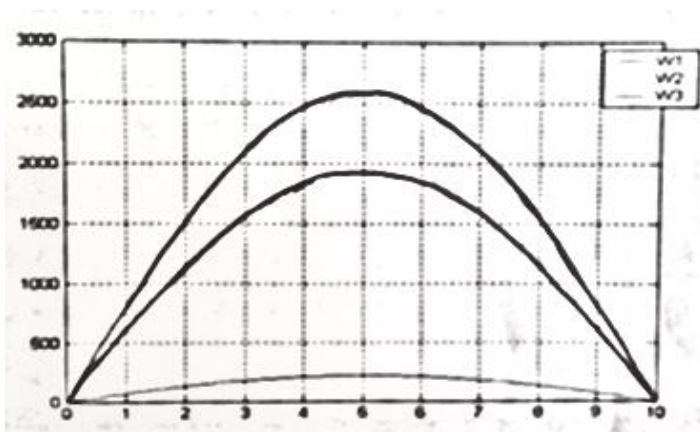
$$\left. \begin{aligned} w(x) \Big|_{x=0} &= 0, & \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{x=0} &= 0 \\ w(x) \Big|_{x=L} &= 0, & \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{x=L} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Шешуі: (3.13) шектік жағдайдан тұратын (3.9) және (3.11) теңдеулердің негізіне сүйене отырып C_1, C_2, C_3, C_4 кездейсоқ тұрақтыларды анықтаймыз:

$$C_1 = -\frac{1}{2}L, C_2 = 0, C_3 = \frac{L^3}{24}, C_4 = 0 \quad (3.14)$$

онда:

$$w(x) = \frac{q_k}{D} \left[\frac{x^4}{24} - \frac{L}{12} x^3 + \frac{L^3}{24} x \right] \quad (3.15)$$



37-сурет

№3-есеп: Тепе-теңдік теңдеуі $\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{q_k}{D}$, ал бекіткіштердің екі жақ шеті жылжымалы бекітілген, яғни:

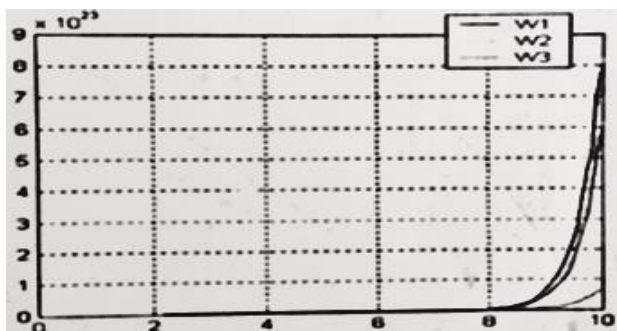
$$\left. \begin{aligned} w(x) \Big|_{x=0} &= 0, & \frac{dw}{dx} \Big|_{x=0} &= 0; \\ w(x) \Big|_{x=L} &= 0, & \frac{dw}{dx} \Big|_{x=L} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

Шешуі: (3.16) шектік жағдайдан тұратын (3.9) және (3.10) теңдеулердің негізіне сүйене отырып C_1, C_2, C_3, C_4 кездейсоқ тұрақтыларды анықтаймыз :

$$C_1 = -\frac{1}{2}L, C_2 = \frac{L^2}{12}, C_3 = 0, C_4 = 0 \quad (3.17)$$

Онда:

$$w(x) = \frac{q_k}{D} \frac{1}{24} [x^4 - 2Lx^3 + L^2x^2] \quad (3.18)$$



38-сурет

№4-есеп: Тепе-теңдік теңдеуі $\frac{d^4w}{dx^4} = \frac{q_k}{D}$, ал бекіткіштердің екі жақ шеті бос бекітілген, яғни:

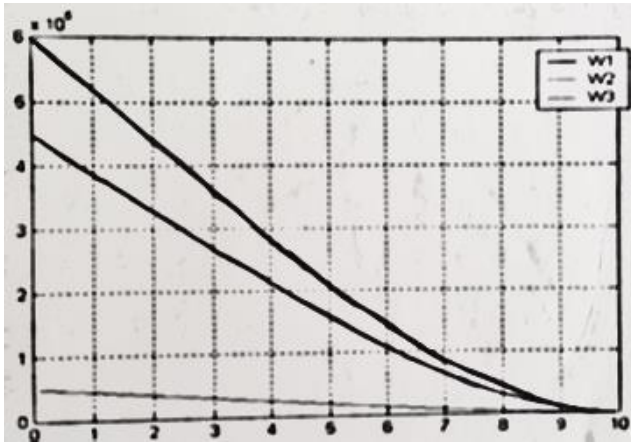
$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2w}{dx^2} \Big|_{x=0} &= 0, & \frac{d^3w}{dx^3} \Big|_{x=0} &= 0 \\ w(x) \Big|_{x=L} &= 0, & \frac{dw}{dx} \Big|_{x=L} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Шешуі: (3.19) шектік жағдайдан тұратын (3.9) және (3.10), (3.11) және (3.12) теңдеулердің негізіне сүйене отырып C_1, C_2, C_3, C_4 кездейсоқ тұрақтыларды анықтаймыз:

$$C_1 = 0, C_2 = 0, C_3 = -\frac{1}{6}L^3, C_4 = \frac{1}{8}L^4 \quad (3.20)$$

Онда:

$$w(x) = \frac{q_k}{D} \frac{1}{24} [x^4 - 4L^3x + 3L^4] \quad (3.21)$$



39-сурет

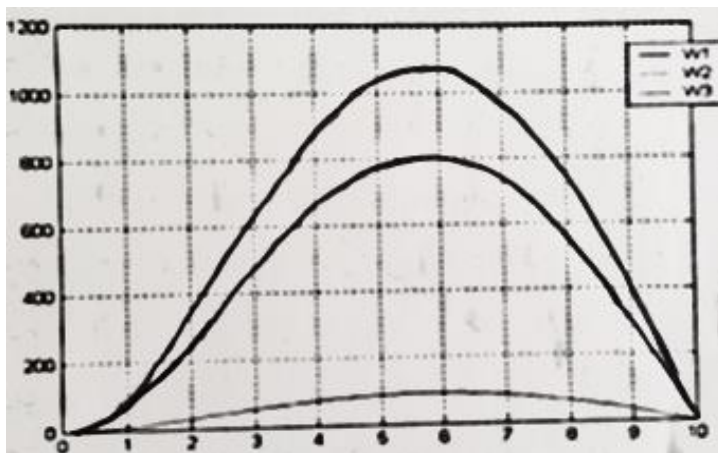
№5-есеп: Тепе-теңдік теңдеуі $\frac{d^4w}{dx^4} = \frac{q_k}{D}$, ал бекіткіштердің екі жақ ернеулі шеті жылжымалы бекітілген, ал оң жақ шеті шарнирлі – орнықты, яғни:

$$\left. \begin{aligned} w(x) \Big|_{x=0} &= 0, \quad \frac{dw}{dx} \Big|_{x=0} = 0; \\ w(x) \Big|_{x=L} &= 0, \quad \frac{d^2w}{dx^2} \Big|_{x=L} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

Шешуі: шектік жағдайдан тұратын және теңдеулердің негізіне сүйене отырып C_1, C_2, C_3, C_4 кездейсоқ тұрақтыларды анықтаймыз:

$$C_1 = -\frac{5}{8}L, C_2 = \frac{1}{8}L^2; C_3 = 0, C_4 = 0 \quad (3.23)$$

онда:
$$w(x) = \frac{q_k}{D} \frac{1}{48} [2x^4 - 5Lx^3 + 3L^2x^2] \quad (3.24)$$



40-сурет

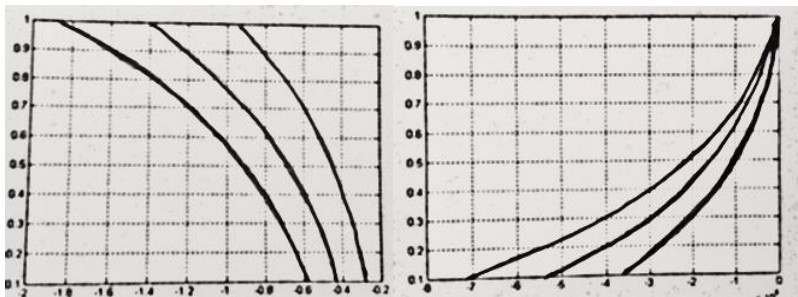
№6-есеп: Тепе-теңдік теңдеуі $\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{q_k}{D}$, ал бекіткіштердің екі жақ ернеулі шеті шарнирлі – орнықты бекітілген, ал оң жақ шеті жылжымалы бекітілген, яғни:

$$\left. \begin{aligned} w(x) \Big|_{x=0} &= 0, & \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{x=0} &= 0; \\ w(x) \Big|_{x=L} &= 0, & \frac{dw}{dx} \Big|_{x=L} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

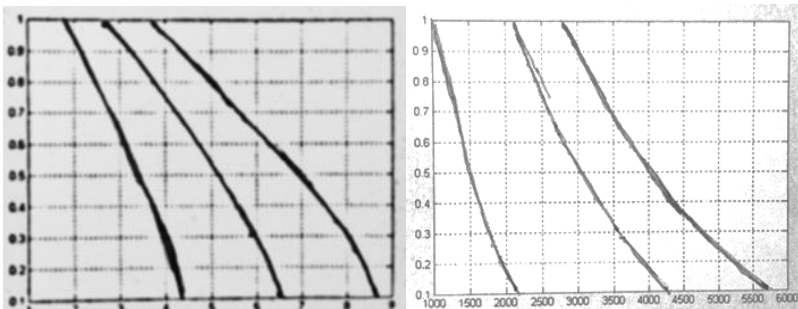
Шешуі: (3.25) шектік жағдайдан тұратын (3.9) және (3.10), (3.11) теңдеулердің негізіне сүйене отырып C_1, C_2, C_3, C_4 кездейсоқ тұрақтыларды анықтаймыз:

$$C_1 = -\frac{3}{8}AL, C_2 = 0, C_3 = \frac{1}{48}AL^3, C_4 = 0 \quad (3.26)$$

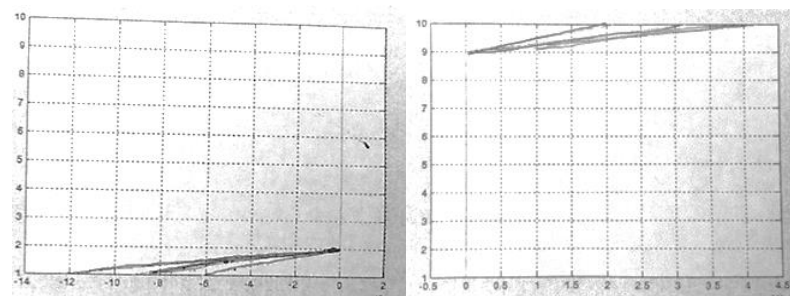
онда:
$$w(x) = \frac{q_k}{D} \frac{1}{48} [2x^4 - 5Lx^3 + 3L^2x^2] \quad (3.27)$$



41-сурет



42-сурет



43-сурет

3.2. Түтікше келген көп қатпарлы конструкцияның толқысуын есептеу, егер оған екінші жағынан әртүрлі шеттік жағдайларына байланысты бөлу (кесу) күші әсер етіп тұрса

Математикалық моделі [21]:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + 2B \frac{d^3 w}{dx^3} + kw = q_k \quad (3.28)$$

мұндағы:

$$q_k = \lambda_j \frac{N_i}{Q_j} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{R}{L}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} \quad (3.29)$$

Егер айнымалы шамаға төмендегідей өрнектеме енгізсек:

$$\xi = \frac{x}{\beta}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{K}{D}} \quad (3.30)$$

Онда математикалық моделі төмендегідей болады:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + C \frac{d^3 w}{d\xi^3} + w = q_k \{1, \xi, 1 - \xi, 1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}\} \quad (3.31)$$

мұндағы:

$$C = 2B \sqrt[4]{\left(\frac{1}{KD}\right)^3} \quad (3.32)$$

Шешуі: (3.31) дифференциалдық теңдеуінің жалпы шешімін:

$$w(\xi) = w_0(\xi) + w_1(\xi) \quad (3.33)$$

түрінде аламыз. Мұндағы $w_1(\xi)$ - біртекті (3.31) теңдеуінің қандай болмасын дербес шешімі, ал $w_0(\xi)$ сол жағының біртекті шешуінің жалпы шешімі, яғни:

$$\frac{d^4 w_0}{d\xi^4} + C \frac{d^3 w_0}{d\xi^3} + w = 0 \quad (3.34)$$

Бөлу күшінің континуум Коссера ортасының коэффициенті Юнг моделінен әлде қайда кіші болғандықтан $0 \leq c \leq 1$ болады.

Егер түтікше конструкция Винклер негізінде жатқан (3.31) дифференциалдық теңдеуіндегі $C = 0$ болса, онда Б – 2 моделін аламыз.

(3.34) теңдеуінің характеристикалық теңдеуі :

$$\lambda^4 + c\lambda^3 + 1 = 0 \quad (3.35)$$

болады.

Характеристикалық теңдеудің барлық түрлері комплексті болады , яғни:

$$e^{(\alpha_1 \pm i\beta_1)\xi} = e^{-\alpha_1\xi}(\cos\beta_1\xi \pm i\sin\beta_1\xi)$$

$$e^{(\alpha_2 \pm i\beta_2)\xi} = e^{-\alpha_2\xi}(\cos\beta_2\xi \pm i\sin\beta_2\xi) \quad (3.36)$$

$$\lambda_{1,2} = \alpha_1 \pm i\beta_1, \lambda_{3,4} = \alpha_2 \pm i\beta_2 \quad (3.37)$$

Сонымен біртекті сол жағындағы дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі :

$$w_0(\xi) = e^{\alpha_1\xi}(C_1\cos\beta_1\xi \pm C_2i\sin\beta_1\xi) + e^{-\alpha_2\xi}(C_3\cos\beta_2\xi \pm C_4i\sin\beta_2\xi) \quad (3.38)$$

C – коэффициентінің физика-механикалық қасиеттеріне байланысты.

C – коэффициентінің өзгеруіне байланысты $(\alpha_1, \beta_1), (\alpha_2, \beta_2)$ және q_k – активтік күштің мәні көрсетілген.

Алғашқы көрсетілген дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі (3.31):

$$w(\xi) = e^{\alpha_1\xi}(C_1\cos\beta_1\xi + C_2\sin\beta_2\xi) + e^{-\alpha_1\xi}(C_3\cos\beta_2\xi + C_4\sin\beta_2\xi) + w_1(\xi) \quad (3.39)$$

Егер $C = 0$ болған жағдайда (3.31) дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі:

$$w(\xi) = e^{\alpha\xi}(C_1\cos\beta_1\xi + C_2\sin\beta_2\xi) + e^{-\alpha\xi}(C_3\cos\beta_2\xi + C_4\sin\beta_2\xi) + w_1(\xi), \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3.40)$$

№16-есеп. Түтікше келген жұқа қабырғалы – h , ұзындығы – L , ішкі радиусы – R конструкцияның толқысуын (иілуін) қарастырайық, егер оған координаттар жүйесінің $\xi = 0$ орталығында тікелей бағытталған критикалық активті күш түсіп тұрса.

$$\frac{dw}{d\xi}/\xi=0 = 0, \quad \frac{d^3w}{d\xi^3}/\xi=0 = -\frac{q_k}{2k\beta} \quad (3.41)$$

Ал оң жағында ұзындығы бойынша – L -де конструкция шарнирмен бекітілген.

Яғни шеттік жағдайы:

$$w(\xi)/\xi=0 = 0, \quad \frac{d^2w}{d\xi^2}/\xi=0 = L \quad (3.42)$$

Толық шешімі: $\frac{q_k}{k\beta}\xi$, $c = 0.17$.

(3.31) – дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі:

$$w(\xi) = e^{-\alpha_2\xi}(C_3\cos\beta_2\xi + C_4\sin\beta_2\xi) + \frac{q_k}{2k\beta} \quad (3.43)$$

(3.39) формуласын (3.31) күш импульсінің төменгі жағдайындағы шарты мен шеттік жағдай (3.42)-ге қойып C_3, C_4 -ті анықтаймыз. Содан кейін C_3, C_4 -тің мәндерін жалпы шешімдеріне қойып төмендегідей дербес шешімін аламыз. Есептің шарты бойынша:

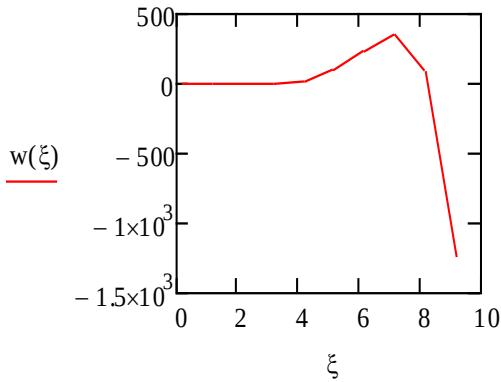
$$w(\xi) = \frac{q_k}{2k\beta} \left\{ \frac{0.5e^{-\alpha_2\xi}}{\alpha_2^2 + \beta_2^2} \left[\frac{6\alpha_2^2 - 2\beta_2^2 - 1}{\alpha_2} \cos\beta_2\xi - \frac{6\beta_2^2 - 2\alpha_2^2 + 1}{\beta_2} \sin\beta_2\xi \right] + 2\xi \right\} \quad (3.44)$$

(3.44) теңдеуді ЭВМ-де шешімін есептеп, төмендегідей мәндері бойынша:

$$C=0,17; \alpha_1 = 0,667; \beta_1 = 0,705; \alpha_2 = -0,752; \beta_2 = -0,7055; \\ \xi = \{0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,2; \dots 10,0\}$$

$w(\xi) =$

-0.917
-2.543
-5.638
-3.78
20.688
95.893
233.231
342.936
83.826
$-1.242 \cdot 10^3$



44-сурет

№17-есеп. Түтікше келген жұқа қабырғалы $-h$, ұзындығы $-L$, ішкі радиусы $-R$ конструкцияның толқысуын (иілуін) қарастырайық, егер оған координаттар жүйесінің $\xi = 0$ орталығында тікелей бағытталған критикалық активті күш түсіп тұрса.

$$w(\xi)/_{\xi=0} = 0, \quad \frac{dw}{d\xi}/_{\xi=0} = 0 \quad (3.45)$$

күш импульсінің табан шарты, ал оң жағында ұзындығы бойынша $-L$ -де конструкция шарнирмен бекітілген, яғни:

$$w(\xi)/_{\xi=L} = 0, \quad \frac{dw}{d\xi}/_{\xi=L} = 0 \quad (3.46)$$

(3.31)-дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі:

$$w(\xi) = e^{-\alpha_2 \xi} (C_3 \cos \beta_2 \xi + C_4 \sin \beta_2 \xi) + \frac{q_k}{2k\beta} \xi \quad (3.47)$$

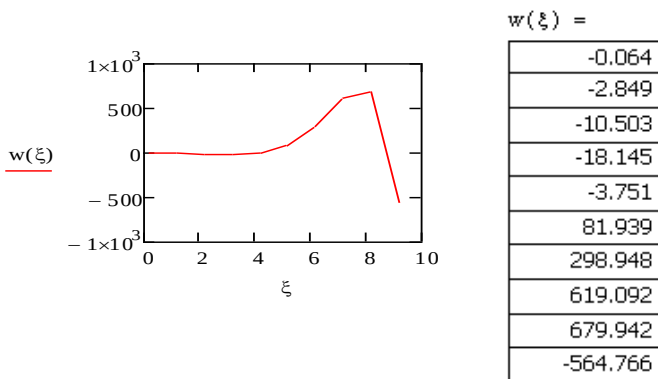
(3.47)-формуласын (3.45) күш импульсінің төменгі жағдайындағы шарты мен шеттік жағдай (3.46)-ға қойып C_3, C_4 -ті анықтаймыз. Содан кейін C_3, C_4 -тің мәндерін жалпы

шешімдеріне қойып төмендегідей дербес шешімін аламыз. Есептің шарты бойынша:

$$w(\xi) = \frac{q_k}{2k\beta} \left[2\xi - \frac{2}{\beta_2} e^{-\alpha_2 \xi} \sin \beta_2 \xi \right] \quad (3.48)$$

(3.48) тендеуді ЭВМ-де шешімін есептеп, төмендегідей мәндері бойынша:

$$C=0,18; \alpha_1 = 0,664; \beta_1 = 0,7051; \alpha_2 = -0,754; \beta_2 = 0.7048; \\ \xi = \{0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,2; \dots 10,0\}$$



45-сурет

№18-есеп. Түтікше келген жұқа қабырғалы – h , ұзындығы – L , ішкі радиусы – R конструкцияның толқысуын (иілуін) қарастырайық, егер оған координаттар жүйесінің $\xi = 0$ орталығында тікелей бағытталған критикалық активті күш түсіп тұрса.

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} / \xi=0 = 0, \quad \frac{d^3 w}{d\xi^3} / \xi=0 = 0 \quad (3.49)$$

$$\text{Толық шешімі: } \frac{q_k}{2k\beta} \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2} \right), \quad c = 0.2$$

(3.31)-дифференциалдық тендеудің жалпы шешімі:

$$w(\xi) = e^{-\alpha_2 \xi} (C_3 \cos \beta_2 \xi + C_4 \sin \beta_2 \xi) + \frac{q_k}{2k\beta} \xi \quad (3.50)$$

(3.49) формуласын (3.50) күш импульсінің төменгі жағдайындағы шарты мен шеттік жағдай C_3, C_4 -ті анықтаймыз.

Содан кейін C_3, C_4 -тің мәндерін жалпы шешімдеріне қойып төмендегідей дербес шешімін аламыз. Есептің шарты бойынша:

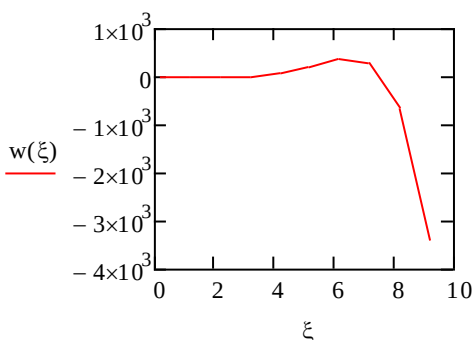
$$w(\xi) = \frac{q_k}{2k\beta} \left\{ \frac{1}{\beta_2(2\alpha_2^4 - 3\alpha_2^2\beta_2^2 - \beta_2^4)} [\beta_2(3\alpha_2^2 - \beta_2^2)\cos\beta_2\xi + \alpha_2(\alpha_2^2 - 3\beta_2^2)\sin\beta_2\xi] e^{-\alpha_2\xi} - 2 - 2\xi + \xi^2 \right\} \quad (3.51)$$

(3.51) теңдеуді ЭВМ-де шешімін есептеп, төмендегідей мәндері бойынша:

$$C=0,2 : \alpha_1 = 0,660; \beta_1 = 0,7047; \alpha_2 = -0,7597; \beta_2 = 0.7042; \\ \xi = \{0,2;0,4;0,6;0,8;1,0;1,2;\dots 10,0\}$$

$w(\xi) =$

-5.975
-11.786
-13.801
2.287
64.633
199.598
364.437
299.395
-646.551
$-3.408 \cdot 10^3$



46-сурет

3.3. Өңдеу және тасымалдау кезіндегі резервуардың симуляционды модельді мұнай қоспасының моделі

Берілген жұмыста ауыр мұнайды өндіру және тасымалдау кезіндегі аналитикалық-есептік моделі жасалған. Резервуардың динамикасына мұнай қоспасының толықсуы әсері бойынша сұрақтар, толықсу мен таралу аяқталған соң мұнай қоспасының орналасуы, резонанс шартында қоспаның нығаюы, резонанс

түсу шарты иілген осьтің серпімділіктен тыс ішкі үйкелістің кесе-көлденең қимасының дифференциалдық теңдеуінің түріне байланысты анықталған.

Иілген осьтің кесе-көлденең қимасының түрі:

$$-M_u = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [\varepsilon(\xi) \frac{\partial w}{\partial \xi^2}], \quad \varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}} \quad (3.52)$$

Тік қойылған дөңбек кесінді аумағының шегінде кесілген күш үзіліс алады және бұрылыс моментінің жетілдірілуі төмендегі формула бойынша анықталады деп қарастырайық:

$$M_u = M_u + \Delta M_u$$

$$\Delta M_u = C \left[\frac{(\xi-1)^2+1}{\sqrt{\xi-1}} e^{5 \arctg(\xi-1) - \frac{1}{4}\xi(\xi-2)} \right] \quad (3.53)$$

мұнда ξ – бойлық бағыттағы өлшемсіз параметр. Қозғалыс теңдеуі ξ айнымалысы және t уақытына қатысты жай дифференциалдық теңдеулер жүйесіне келіп тіреледі.

Сонымен қатар майысу функциясы үшін мұнай қоспасының толықсуы жағдайындағы иілімнің суперпозиция принципі арқылы аналитикалық шешімдері алынды. Тік қойылған дөңбек кесіндісіндегі шекаралық шарттарды таңдау барысында қозғалыстың критикалық жылдамдығы және қоспаның айналмалы бөлігіндегі инерция қарастырылмайды. Соған байланысты критикалық жүктеменің активті шамасына уақыт бойынша бастапқы шартында заттық әсер етпейді.

Жұмыстың сандық нәтижелері 6 нұскамадан шығатын қорытынды ауыр мұнайды өндіру және тасымалдау технологиялық процесінің сенімділігін көрсетеді.

Дифференциалдық теңдеудің сандық нәтижесі дифференциалдық теңдеуінің шешімдерінің бірі болып табылады:

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \left[Ln \frac{\xi}{1-\xi} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] + \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{2C}{\xi} \right) \frac{dW}{d\xi} + Ln \frac{\xi}{1-\xi} W = \frac{q_k}{c_4} \quad (3.54)$$

$$C = \frac{\beta^2 C_4}{2D}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{D}{C_4}},$$

C_4 – Коссера континиумы негізіндегі материалдың жаңа тұрақтысы, D – резервуардың цилиндрлік қаттылығы.

1. *Өңдеу және тасымалдау кезіндегі кесе-көлденең қимасының формасы градири болған жағдайдағы ауыспалы параметрлермен берілген резервуардың қозғалысының симуляционды моделінен ауыр мұнайдың аналитикалық-есептік моделі*

Есептің қойылымы. Жергілікті кесе-көлденең импульсивті біртекті емес жүктеме резервуарда В. И. Королевтың толықсу моделін қоздырады делік (28 а-сурет жағдайы); критикалық деформацияның формасы біртекті емес кесе-көлденең қысымның эпюріне пропорционалды (28 в-сурет жағдайы); механикалық жүйенің өзара-мәжбүрлі нығаюы ішкі үйкелістің әсері есебінен серпімді-тұтқыр денелердегі динамикалық жүктеме моделімен және резервуардың мұнай сұйықтығымен өзара әсерімен (28 с-сурет жағдайы); резервуардың кесе-көлденең қимасын критикалық жүктеме кезіндегі градири форма түрінде болсын, $\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1-\xi+\frac{\xi^2}{2}}$ функциясы параллель

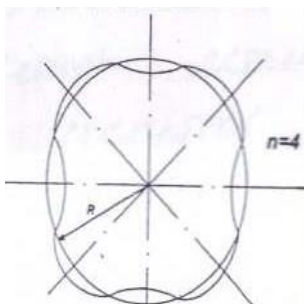
бойымен (эллипсоида) Фурье қатарына z – қима айнималысы қалыңдығы бойынша жіктелген болсын. Сонымен қатар ішкі балшықты қабырғадағы қысымды мына түрде аламыз:

$$P_3 = (1 - \alpha) P(z) \cos k\theta, \quad P(z) = \gamma(l - s)$$

$$\sin \alpha = z / \sqrt{b^2 + z^2}, \quad \cos \alpha = b / \sqrt{b^2 + z^2}, \quad z = b \tan \alpha \quad (3.55)$$

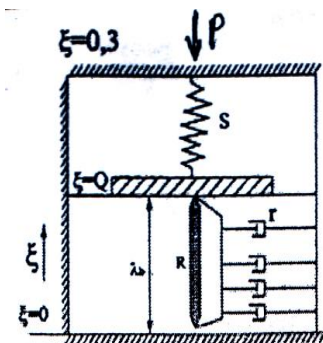
мұнда α – параллельді дөңгелекті анықтайтын координата, γ – сұйықтықтың тығыздығы, l – резервуардың биіктігі, s – меридиана доғасының ұзындығы, z – қалыңдық, (ρ, θ) – полярлық координаталар.

Түбіне түсірілген гидростатикалық (жоғары немесе төмен) (47-суретіндегідей, d жағдайы)

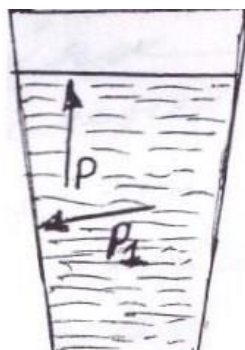


а) біртекті емес кесе-көлденең қысымның әсерінен тік бұрышты эпюрдың кесе-көлденең қимасының формасы.

в) Кесе-көлденең қиманың критикалық деформациясының формасы.



с) мұнай қоспасы жағынан алғандағы серпімді-тұтқыр ортаның жүктемесі.



д) резервуардың кесе-көлденең қимасының түбіне түсірілген гидростатикалық қысым.

47-сурет

Дифференциалдық тендеудің сандық есептелуі дифференциалдық тендеудің шешімдерінің бірі болып табылады:

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \left[Ln \frac{\xi}{1-\xi} \frac{d^2 W}{d\xi^2} \right] + \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{2C}{\xi} \right) \frac{dW}{d\xi} + Ln \frac{\xi}{1-\xi} W = \frac{q_k}{C_4} \quad (3.56)$$

$$C = \frac{\beta^2 C_4}{2D}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{D}{C_4}},$$

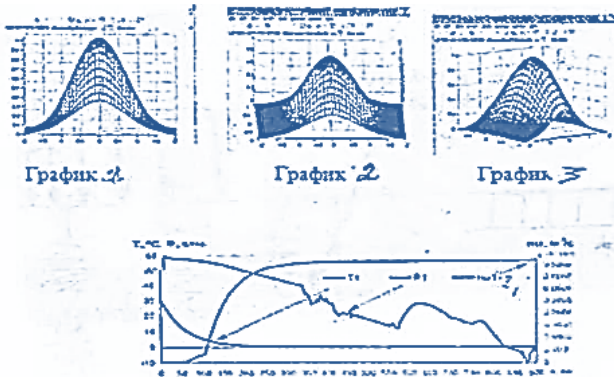
C_4 – Коссера континуумы негізіндегі материалдың жаңа тұрақтысы, D – резервуардың цилиндрлік қаттылығы болады.

$f(\xi) \cong e^{-\xi}$ функцияның нақтылы түрде таңдалуына және кесе-көлденең қимасындағы сұйықтықтың тығыздығына тәуелді болып келетін ішкі критикалық динамикалық жүктеменің критикалық импульсінің шамасына резервуар шамасы айтарлықтай әсер етпейді делік:

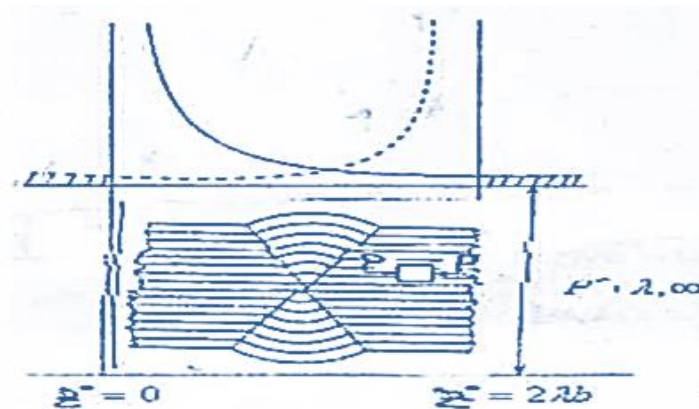
$$\rho = \frac{\rho_2}{2\pi\sigma} e^{\frac{(\xi-\alpha)^2}{\sigma^2}} \sigma = 0,2; \quad \alpha = 0,75 \quad \rho_2 = \rho(0,3),$$

$$0,1 \leq \xi \leq 0,3 \quad (3.57)$$

мұнда α – математикалық күтім, σ^2 – дисперсия, σ – қозғалыстың активті орын ауыстыру бөлігіндегі $[0,1;0,3]$ аралығындағы орта квадраттық ауытқу жұмыстарында резервуар пластының физика-техникалық және химия-техникалық сипаттамаларын функционалдау схемасының үлкен күші 48-суретте көрсетілген.



а) t уақытына байланысты тығыздықтың, температураның, технологиялық қысымның және резервуардың симуляционды моделінің тұтқырлығының бөлінуі



в) резервуардың толтырғышының кинетикалық тұрақтылығының азаюы мен майысуға сәйкес байланысының қысылуы

48-сурет

Үлкен күшті пластың физика-техникалық және химия-техникалық функционалану схемасы.

2. Өңдеу және тасымалдау кезіндегі резервуардың симуляционды модельді мұнай қоспасының моделі

Резервуар толтырғышының математикалық моделі төмендегідей түрде болады[22]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] &= 4/3 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \sin \omega \xi P(t) \\ P(t) &= k\omega + \eta \frac{dW}{dt} - \text{Фоихт моделі}, k \gg \eta \end{aligned} \right\} \quad (3.58)$$

Егер аналиткалық есептеу үшін төмендегідей деп қарастырсақ:

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}}$$

$$\frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = - \frac{[(\xi-1)^2 + 1]^2 - 4\xi(\xi-1)}{2(1-\xi)[(\xi-1)^2 + 1]} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \quad (3.59)$$

Онда (3.58) жүйесі төмендегідей түрде болады:

$$\left. \begin{aligned} & D \left[\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - 4 \frac{\xi-1}{[(\xi-1)^2+1]} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} - 2 \left(1 - \frac{4\xi(\xi-1)}{[(\xi-1)^2+1]^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = \\ & = 4/3 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2} \right) \text{Sin} \omega \xi P(t), \\ & W(t) = \frac{0,3}{\left(\frac{K}{\eta} \right)^2 + \omega_n^2} \left(\frac{K}{\eta} \text{Sin} \omega_n t - \omega_n \text{Cos} \omega_n t \right) + C e^{-\frac{k}{\eta} t} \end{aligned} \right\} \quad (3.60)$$

Ал (3.60) жүйесі мынадай түрде :

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d^2}{d\xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right] = 4/3 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2} \text{Sin} \omega \xi, \\ & \left[\frac{1}{\left(\frac{K}{\eta} \right)^2 + \omega_n^2} \frac{k}{\eta^2} - 1 \right] \text{Sin} \omega_n t - \frac{\omega_n}{\left[\left(\frac{K}{\eta} \right)^2 + \omega_n^2 \right] \eta} \text{Cos} \omega_n t + C e^{-\frac{k}{\eta} t} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.61)$$

Осыдан егер:

$$\varepsilon(\xi) = \frac{1}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}} \quad (3.62)$$

содан,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} &= \frac{2N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} (\xi^2 - 2\xi + 2) \\ & \quad \left(-\frac{1}{\omega^2} \text{Sin} \omega \xi + C_1 \xi + C_2 \right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} W(\xi) &= \frac{2N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \left[\frac{1}{\omega^4} \xi^2 \text{Sin} \omega \xi + \frac{2}{\omega^5} \xi \text{Cos} \omega \xi + \right. \\ & \quad + \frac{2}{\omega^5} (1 - \omega) \xi \text{Sin} \omega \xi - \frac{4}{\omega^5} \text{Cos} \omega \xi - \frac{2(1 + 2\omega)}{\omega^6} \text{Sin} \omega \xi + \\ & \quad + \frac{1}{20} C_1 \xi^5 + \frac{1}{12} (C_2 - 2C_1) \xi^4 + \frac{1}{3} (C_1 - C_2) \xi^3 + \\ & \quad \left. + C_2 \xi^2 + C_3 \xi + C_4 \right] \end{aligned} \quad (3.64)$$

Шекаралық шарттарды қою арқылы (3.64):

$$\left. \begin{aligned} W/\xi=0=0; \quad \frac{dW}{d\xi}/\xi=0=0, \quad W(\tau)/\tau=0=0, \quad \frac{dW}{d\tau}/\tau=0=0 \\ \frac{d^2W}{d\xi^2}/\xi=1=0, \quad \frac{d^3W}{d\xi^3}/\xi=1=0, \quad W(\tau)/\tau=1=0, \quad \frac{dW}{d\tau}/\tau=1=0 \end{aligned} \right\} \quad (3.65)$$

Мұнда τ - $P_{\text{крит}}(t)$ немесе уақыт функциясы болып табылатын амплитуда вариациясы:

$$\begin{aligned} W(\xi) = \frac{1}{90} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} [60\omega^2 \xi^2 \sin \omega \xi + 120\omega \xi \cos \omega \xi + \\ + 120\omega(1 - \omega) \xi \sin \omega \xi - 240\omega \cos \omega \xi - 120(1 + 2\omega) \sin \omega \xi + \\ + 3(\omega^5 \cos \omega) \xi^5 + 5\omega^4 (\sin \omega - 3\omega \cos \omega) \xi^4 \\ + 20\omega^4 (2\omega \cos \omega - \sin \omega) \xi^3 + 60\omega^4 (\sin \omega - \omega \cos \omega) \xi^2 + \\ + 120\omega^2 (1 - \omega) \xi + 240\omega] \end{aligned} \quad (3.66)$$

Осы (3.58) теңдеулер жүйесін аналитикалық түрде $[0,1;0,3]$ аралығында шекаралық шартқа қойсақ:

$$\left. \begin{aligned} W/\xi=0,1=0; \quad \frac{dW}{d\xi}/\xi=0,1=0, \quad W(\tau)/\tau=0=0, \quad \frac{dW}{d\tau}/\tau=0=0 \\ \frac{d^2W}{d\xi^2}/\xi=0,3=0, \quad \frac{d^3W}{d\xi^3}/\xi=0,3=0, \quad W(\tau)/\tau=1=0, \quad \frac{dW}{d\tau}/\tau=1=0 \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

мұнда τ - $P_{\text{крит}}(t)$ немесе уақыт функциясы болып табылатын амплитуда вариациясы шартты ескере отырып:

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}}; \quad \frac{d^3W}{d\xi^3} = - \frac{[(\xi-1)^2 + 1]^2 - 4\xi(\xi-1)}{2(\xi-1)[(\xi-1)^2 + 1]} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \quad (3.68)$$

осыдан

$$\begin{aligned} W(\xi) = \frac{4}{3 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k^1 \gamma^2} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2}} \left\{ \left[\frac{\omega^2 - 2\omega - 6}{\omega^6} \sin \omega \xi - \frac{2}{\omega^6} \cos \omega \xi + \right. \right. \\ + \frac{\omega - 1}{\omega^5} \xi \sin \omega \xi + \frac{3}{\omega^5} \xi \cos \omega \xi + \frac{1}{2\omega^4} \xi^2 \sin \omega \xi + \left[\frac{6\omega - 1}{6\omega^3} \sin \frac{\omega}{3} + \right. \\ \left. \left. + \frac{14\omega^2 - 21\omega - 81}{54\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} \right] \xi^3 + \left[\frac{2\omega^2 + 9\omega - 18}{9\omega^4} \sin \frac{\omega}{3} - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{14\omega^2 - 21\omega + 18}{54\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} \Big] \xi^2 + \left[\frac{1,1\omega + 1}{\omega^5} \sin \frac{\omega}{10} - \right. \\
 & - \frac{1,12\omega^2 - 2,1\omega - 3}{\omega^5} \cos \frac{\omega}{10} - \frac{0,67\omega^2 + 1,755\omega + 3,6}{9\omega^4} \sin \frac{\omega}{3} + \\
 & + \frac{1,19\omega^2 - 1,785\omega + 3,015}{27\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} \Big] \xi - \frac{1,26\omega^3 - 2\omega - 6}{\omega^6} \sin \frac{\omega}{10} \\
 & - \frac{0,112\omega^3 - 0,21\omega^2 - 0,6\omega + 2}{\omega^6} \cos \frac{\omega}{10} \\
 & - \frac{0,42\omega^2 - 0,087\omega - 0,38}{9\omega^4} \sin \frac{\omega}{3} - \\
 & \left. - \frac{0,056\omega^2 - 0,084\omega + 0,171}{27\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} \right\} \quad (3.69)
 \end{aligned}$$

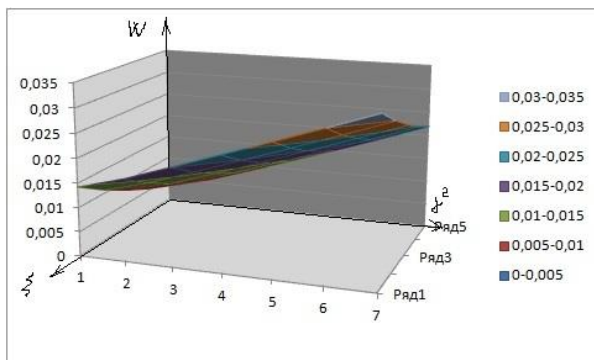
Мұнда (N, Q) – резервуардың симуляционды моделінің кесе-көлденең қимасының қатпары түрінде келтірілген сипаттамасы, $\gamma = \frac{1}{2} \frac{\pi h}{L}$ – көлденең бағыттағы жартылай толқын саны, $\omega = \frac{n\pi R}{L}$ – бойлай бағыттағы жартылай толқын саны беттік қабаттың шектік шарттары бойынша анықталады: $\xi = 0,1$ и $\xi = 0,3$, $\lambda_k^1 = \{1$ (В. В. Новожилов) $2/3$ (А. Н. Гузь), $1/3$ (М. А. Био), $1 + \frac{1}{3} \left(1 - 4 \frac{N}{Q}\right)$ (А. С. Лейбензон, А. Ю. Ишлинский)} – сызықты емес деформациялық сұрақтар бойынша, h – қалыңдық, L – ұзындық, R – мұнай қоспасы резервуарының ішкі радиусы. $m_u = D \frac{d^2 W}{d\xi^2}$ – серпімділік облысындағы иілім моменті Δm_u – серпімділік облысындағы иілім моментінің өзгерісі.

№49-№54-графиктерде резервуардағы мұнай қоспасының толықсу күйі келтірілген, яғни кесе-көлденең қимасының формасы градиентті функцияға тәуелді болған жағдайда:

$$\begin{aligned}
 W &= W(\xi, \gamma^2), & W &= W(\gamma_1^2, \lambda_k^1), & W &= W(\lambda_k^1, \omega), \\
 W &= W\left(\omega, \frac{N}{Q}\right), & W &= W\left(\varepsilon, \frac{N}{Q}\right), & t &= f(\eta, k) \quad (3.70)
 \end{aligned}$$

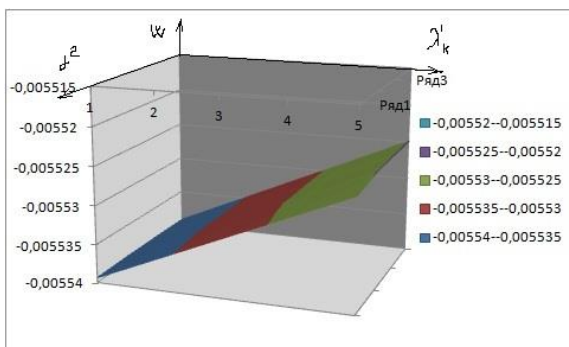
(3.58) формуласынан (екінші теңдеулер жүйесі) және келесі деректер арқылы (3.69) алынған:

$$\begin{aligned} \frac{N}{Q} &= \{0,7; 1; 1,13; 4,35; 5,0; 6,2; 6,4; 6,76; 7,45\} \\ \gamma^2 &= \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\} \lambda_k^1 = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{4N}{Q} \right) \right\} \\ \omega &= \{2; 3; 4\} \frac{\eta}{\kappa} = \left\{ \frac{1}{3}; 0,4; 0,5; 0,6; 2/3 \right\} \\ k &= \{9,8 - 13,8\}, \quad C = \text{const} \end{aligned} \quad (3.71)$$



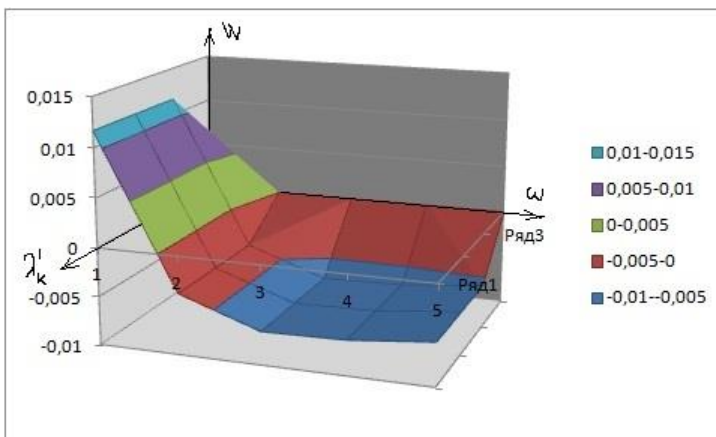
49-сурет

$W = W(\xi, \gamma^2)$ – функциясынан тәуелді резервуар қоспасының нығаюы



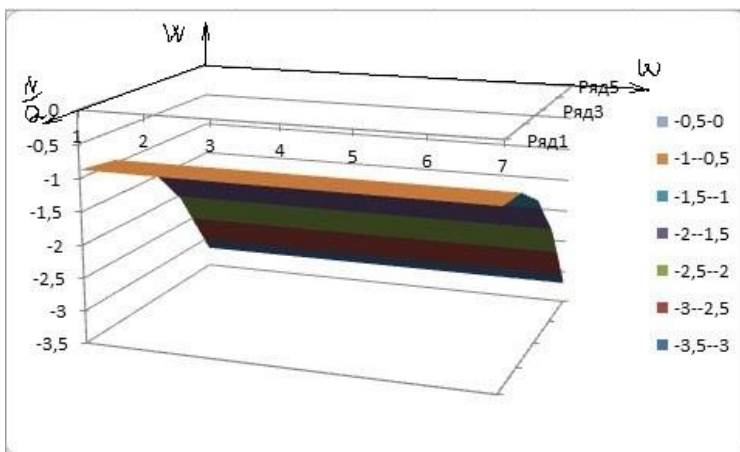
50-сурет

$W = W(\gamma^2, \lambda_k^1)$ – функциясынан тәуелді резервуар қоспасының нығаюы



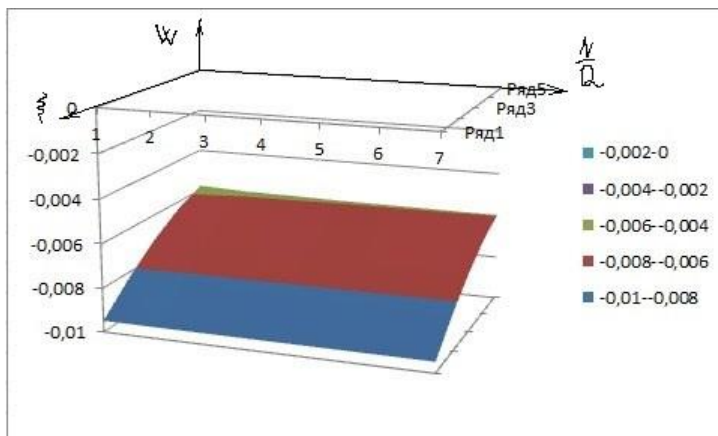
51-сурет

$W = W(\lambda_k^1, \omega)$ – функциясынан тәуелді резервуар қоспасының нығаюы



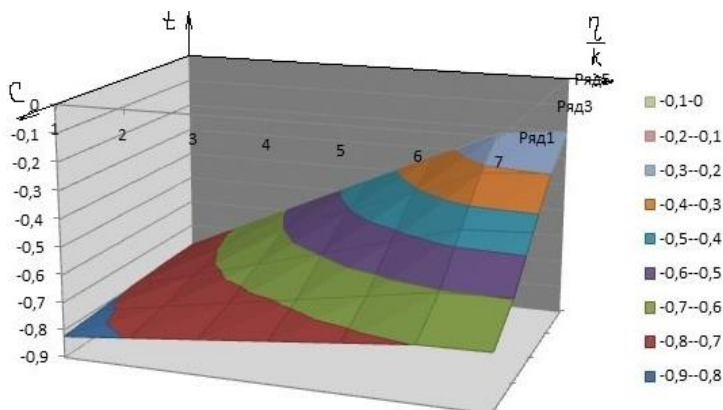
52-сурет

$W = W\left(\frac{N}{Q}, \omega\right)$ – функциясынан тәуелді резервуар қоспасының нығаюы



53-сурет

$W = W\left(\frac{N}{Q}, \xi\right)$ – функциясынан тәуелді резервуар қоспасының нығаюы



54-сурет

Серпімді тұтқыр кедергі уақытының физика-механикалық сипаттамаларына тәуелді өзгерісі.

ҚОРЫТЫНДЫ

Технологиялық процестің сенімділігін қамтамасыз ету үшін талдау

М. А. Био теориясы бойынша түтікше келген конструкцияның майысу мәні А. С. Лейбензон, А.Ю. Ишлинскийдің аралас жақындау теориясынан 12 %-дан 26%-ға дейін өзгереді болып табылады, ал В. В. Новожилов теориясынан 6%-дан 12%-ға дейін қалыңдығына сәйкес болып табылады. (46,48-суреттер)

1. Майысу шамасына материалдың анизотроптық қасиеті (N,Q) және қима түбінің иілгіштік дәрежесінің $\alpha < \tau \leq 1$ аралықта беріктенуінің басталуына байланысты көлденең жылжуы айтарлықтай әсер етеді, яғни динамикалық тұтқырлықтың және қоспаның аққыштығының бөлінуіне нығаюдың пропорционалдығы (34,35-суреттер).

2. $\alpha < \tau \leq 1$ аралығында реактивті критикалық күштер (ішкі үйкеліс) нөлден өту арқылы өз таңбасын өзгерте отырып сыртқы активті күштермен бір бағытта іске асады. Гидростатикалық қысым қима қабырғасының (толтырғыш) қоспасының артық мөлшерін теңестіреді. Сонымен бірге, ішкі толтырғыш қабырғасына және қима түбіне түсірілетін қысым мынадай формула бойынша $P_3 = (1 - \alpha) \cdot P(z) \cos \omega$, $P(z) = \gamma(L - S)$ анықтау келісілген, есептің қойылымының бірінші жуықтау болжамына сәйкес критикалық жүктеме кезіндегі түтікшенің кесе-көлденең қимасын гиперболалы градири түрінде деп алып, төмендегі функция түрінде Фурье қатарына параллель бағытта жіктеледі:

$$\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}}$$

Көлденең қимасының z – қалыңдығы бойынша (31,34-суреттер).

3. Түтікше келген конструкция қоспасының қозғалысы үзіліссіз бірқалыпты беттік қабаттың жаймен өзгерісін

көрсетеді, бірақ күрт өзгеру орындарында көлденең қимасының формасы кесе-көлденең кима пішінінің критикалық деформациясынан кете алмайды, (активті орын ауысу облысы, кристалданудың басталуы, катаюдың басталуы) $\alpha < \tau \leq 1$ аралығында катаюдың басталуының қоспаның артық мөлшерімен байланысты және аққыштың бөлінуі (31,36-суреттер). Мұнда есептердің кез-келген оң жағындағы шамада үзіліссіз функциялар кеңістігінде шешімі болмайды:

$$f(\xi) = \left\{ 1 - \xi, 1 - \xi \frac{\xi^2}{2}, \dots \right\} \sin \omega \xi \quad 0 < \xi < 1$$

Осыған байланысты дифференциалдық теңдеулердің ішкі үйкелісті ескергендегі жүйесі, яғни динамикалық жүктеме түсіп тұрған жағдайда айнымалы параметрлерге ие, яғни көрсетілген математикалық модель толтырғыштың бір тәсілі болып табылады.

Болжалған модель $\alpha < \tau \leq 1$ үзіліссіз функциялар аралығында қысымды табуға мүмкіндік бермейді, себебі байланыс аумағы шегінде кескіш күштің әсерінен үзіліске ие болады, иілу моментінің жетілдірілуінен тәуелді болады. Демек, қосымша шарт қоюға болады.

4. Сыртқы критикалық активті қысыммен алдын ала алынған көлденең қимасының жүктемесі динамиканың коэффициентін төмендетеді, ал критикалық күштің ішкі жүктемесі керісінше динамика коэффициентін арттырады.

5. Критикалық уақыт ретінде практикалық түрде кез-келген сәйкес $\alpha < \tau \leq 1$ нығаю аралықтарын алуға болады, мұнда майысудың күрт ұлғаюы байқалады. Мұнда α қисықтың майысу нүктесі. $W = f(\xi, t)$, $W = f(\eta, k, t)$ $m = \{1, 2, 3, \dots\}$ көрсеткішінің ұлғаюымен динамикалық коэффициенті артады.

6. Мынадай болжам:

$$\frac{d^3 W}{d\xi^3} = - \frac{[(\xi - 1)^2 + 1]^2 - 4\xi(\xi - 1)}{2(1 - \xi)[(\xi - 1)^2 + 1]} \frac{d^2 W}{d\xi^2}$$

$$2\varepsilon'(z)\frac{d^3W}{d\xi^3} + \varepsilon''(\xi)\frac{d^2W}{d\xi^2} = 0, \quad \varepsilon' = \frac{d\varepsilon}{dz}, \quad \varepsilon'' = \frac{d^2\varepsilon}{dz^2}$$

аналитикалық-графиктік есептеу жасау мақсатында жасалады.

7. Шарттағы уақыт координаталары бойынша резонанс болуы мүмкін

$$\omega_n^2 = m^2 \omega^2, \quad m = 1, 2, 3, \dots, n \text{ және}$$

$$\omega_n^2 = \frac{k_2 \eta_1 - (k_1 + k_2) \eta_1}{\eta_1 - k_1 k_2} \frac{\eta_1}{k_2} > 0$$

Амплитуда төмендегідей анықталады:

$$A = \omega_n \left\{ 1 - \frac{\eta_1 - k_1 k_2}{k_1 + k_2 - \eta_1 k_2} \left[1 - \frac{k_1(k_1 + k_2)}{\eta_1^2} \right] \right\}.$$

8. Майысу функциясы (әсіресе уақыт координаталары бойынша) орын ауыстырудың тангенциалды компоненттеріне қарағанда жылдамырақ артады.

9. Резонанс шарты тек активті және реактивті ішкі критикалық жүктеме түріне байланысты болады.

10. Кесе-көлденең қима материалының тығыздығы айнымалы шама ретінде түбіне түсірілген гидростатикалық қысымның үлкен негізі шамасы жағына қарай азаяды, сәйкесінше формула бойынша аралықтағы тығыздықтың үзіліссіз жағдай бойынша қалыпты заңмен үлестіріледі:

$$p = p(\xi), \quad \alpha < \xi \leq 1$$

11. Материалдардың ықтимал микрожарықтарының сызықтары және екпінді импульстері салыстырмалы деформацияда көрсетілді.

12. Айнымалы мәні ретінде байланыс материалы қимасы ауданының тығыздығы үзіліссіз кездейсоқ шамалардың үлестіру тығыздығы қалыпты заңға сәйкес азаяды.

13. Соққы импульс амплитудасының орта қимасының қозғалысының дифференциалдық тендеулері екпін импульсінің

материалды желісін көрсетеді. Кесе-көлденең қима ауданының ішкі кернеудің кризистік байланысуының динамикалық коэффициенті – $\frac{q_k}{2k\beta}$ азайтылады. Кесе-көлденең қиманың дифференциалдық тендеуінің қозғалысы мынадай түрде берілуі мүмкін:

$$P(t) = P_0 e^{i\omega t}, \quad w(t) = P_0 \varphi^* e^{i\omega t},$$

$$KJ = \left[\int \frac{\sigma_{ii}}{\varepsilon_{ii}} z^2 dz \right] J = \varepsilon(x) \frac{d^2 w}{dx^2},$$

$$\sigma_{ii} = N(\rho) \varepsilon_{ii}, \quad \sigma_{ij} = Q(\rho, t) \frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial t},$$

мұндағы: P_0 – соққы импульсінің комплексті амплитудасы, (t) – кешенді айнымалы.

БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ

1. *Божанов Е.Т.* «Анализ численных результатов устойчивости выработок в толще горных пород под действием поперечных и осевых сил» // *Е. Т. Божанов, А. М. Ибраимкулов, Г. А. Тулешова.* – Актөбе: Ғылым, 2007, – 99с.
2. *Цейтмен А. И.* «Методы учета внутреннего трения в динамических расчетах конструкции» // *А. И. Цейтмен, А. А. Кусаинов.* – Алматы: Рауан, 1987, – 145с.
3. *Победря Б. Е.* «Проблемы прочности композиционных материалов». – Киев, 1986, – 87с.
4. *Божанов Е. Т.* Статика деформируемых систем под действием статических нагрузок. Международная научно-практическая конференция «Современные проблемы дифференциальных уравнений, теории операторов и космических технологии» // *Е. Т. Божанов, А. М. Ибраимкулов.* – Алматы, 2006, – 35-48с.
5. *Божанов Е. Т.* Об устойчивости выработки в массиве горных пород под действием собственного веса, находящейся на упруговязком основании типа Кельвина – Фойхта. Сборник материалов международной конференции «теоретические и экспериментальные исследования строительных конструкции» // *Е.Т. Божанов, О. С. Сатыбалдиев, К. К. Альмухамбетов, Б. С. Турусбекова.* – Алматы, 2006, – 11-23с
6. *Божанов Е. Т.* Динамика деформируемых систем под действием статических нагрузок. Международная научно-практическая конференция «Современные проблемы дифференциальных уравнений, теории операторов и космических технологии ». // *Е. Т. Божанов, А. М. Ибраимкулов.* – Алматы, 2006, – 56-68с.
7. *Турусбекова Б. С.* Аналитическом решении изгибных колебании выработки, находящейся на упругом основании типа Винклера. Материалы международной научно-практической конференции «Таймановские чтения». – Орал, 2007, – 56-89с.
8. *Айтматов И. Т.* Геометрические особенности массивов пород горно-складчатых областей, Сб. Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела. // *И. Т. Айтматов, К.Г. Кожажулов.* – Киев, 1992. – 456с.

9. *Божанов Е. Т.* Об устойчивости выработки в массиве горных пород под действием собственного веса, находящейся на упруговязком основании тира Винклера, Вестник КазНТУ № 6. // *Е. Т. Божанов, А. М. Ибраимкулов, Б. С. Турусбекова.* – Алматы, 2006. – 56-89с.

10. *Власов В. З.* «Балки, плиты и оболочки на упругом основании». // *В. З. Власов И. Н. Леньков.* – М.: Физматгиз, 1960.-42с.

11. *Сабодаш П. Ф.* «Динамика пластик и оболочек несущих амортизируемые массы» // *П. Ф. Сабодаш, Э. И. Туранов.* – М.: Наука, 1961, – 102с.

12. *Керр А. Р.* Упругие и вязкоупругие модели оснований. – М.: Прикладная математика, 1965, – 89с.

13. *Соколов С. Н.* «Круглая пластина на обобщенном упругом основании». Инженерный сборник, т.2.152.

14. *Божанов Е. Т.* «Исследование проблем устойчивости упругих тел, гибких пластин и оболочек и их приложения» // *Е. Т. Божанов, Ж. С. Ержанов.* – Алматы, 2001, – 300с.

15. *Партон В. З.* «Механика разрушения от теории к практике» – Москва: Наука, 1990, – 239с.

16. *Фрейденталь А.* «Математические теории неупругой сплошной среды» // *А. Фрейденталь, Х. Гейрингер.* –Москва, 1962, – 425с.

17. *Рахмамбекова З. М.* «Нелинейные стержневые системы за пределом упругости» – Алматы, 2002.

18. *Жүнісбеков С.* «Серпіділік және пластикалық деформация теориясының негіздері» – Алматы: Мектеп, 1986.

19. *Божанов Е. Т.* «Математическое моделирование геометрических процессов» / *Е. Т. Божанов, Ж. О. Отарбаев, С. Н. Буганова.* – Алматы, 2015, – 145с.

20. *Божанов Е. Т.* «Об одной модели Б – 2 относительного прогиба трубчатой конструкции из композита», II-ая международная конференция «Информационная технология: образование, наука и практика» // *Е. Т. Божанов, Г. А. Тулешева, Г. Ж. Мурзасалимова, К. Хойлан.* – Алматы, КазНТУ, 2015.

21. *Божанов Е. Т.* «Расчет тонкостенной длинной конструкции под воздействием ударного импульса, лежащей на основании типа Коссера, когда сила контактного воздействия

сосредоточенная под нагрузкой», MATERIALS of XI INTERNATIONAL RESEARCH AND PRACTICE CONFERENCE, August 30 – September 7, 2015, Volumes, Mathematics Modern information technologies // *Е.Т. Божанов, А. М. Ибраимкулов, М. Касымбекова, А. К. Абдыгалиева.*

22. *Божанов Е. Т.* «Аналитико-расчетная модель тяжелой нефти из симуляционной модели резервуара с переменными параметрами, лежащая на основании типа Винклера когда форма поперечного сечения типа градири при добыче и транспортировке» Материалы IV международной научной конференций «Актуальные проблемы механики и машиностроения» // *Е. Т. Божанов, Б. С. Турусбекова, С. Д. Есентуреева, А. Сауранбаева.* – Алматы, КазНТУ, том III, – 2014 г.

МАЗМҰНЫ

Кіріспе (негізгі проблемалар және шешу жолдары).	3
1. ҚАБЫРШАҚ ТЕОРИЯСЫН ТҮТІКШЕ КЕЛГЕН КОНСТРУКЦИЯЛАРДЫҢ БЕРІКТІГІ- НІҢ ЖӘНЕ ТЕРБЕЛІСІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІНЕ ҚОЛДАНУ	18
1.1 Беттер туралы кейбір негізгі ұғымдар.....	18
1.2 Қабыршақтың квадраттық формасы	19
1.3 Техникада кездесетін қабыршақ үлгілері	22
1.4 Есептің мақсаты және олардың бағыттары	24
1.5 Қабыршақ теориясын түтікше келген конструкциялардың беріктігінің математикалық моделдеріне қолдану	25
1.6 Түтікше келген конструкцияның беріктігінің математикалық моделдерін сызықты емес деформациялық процестерге енгізу	42
ТҮТІКШЕ КЕЛГЕН ТҰТҚЫРЛЫ-СЕРПІМДІ, СОЗЫМАЛДЫ-СЕРПІМДІ КОНСТРУКЦИЯЛАР- ДЫҢ БЕРІКТІГІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛДЕРІ.....	52
2.1 Баушенгер тәжірибесі бойынша серпімді емес денелердің физика-механикалық қасиеттері	52
2.2 Серпімді-тұтқырлы қарсылықтың классикалық моделі	62
2.3 Кейбір техникалық есептерді шешу жолдары	72
3. ТҮТІКШЕ КЕЛГЕН КОНСТРУКЦИЯНЫҢ МАЙЫСУЫН, ЕГЕР ОҒАН АКТИВТІК ЖӘНЕ КЕСЕ – КӨЛДЕНЕҢ КҮШТЕР ТҮСІП ТҰРСА, СЕРПІМДІЛІК – ТҰТҚЫРЛЫҚ ТЕОРИЯЛАРЫ БОЙЫНША ЕСЕПТЕУ.....	84
3.1 Есеп мақсаты және жүктеме класстары	84

3.2	Түтікше келген көп қатпарлы конструкцияның толқысуын есептеу, егер оған екінші жағынан әртүрлі шеттік жағдайларына байланысты бөлу (кесу) күші әсер етіп тұрса	94
3.3	Өңдеу және тасымалдау кезіндегі резервуардың симуляционды модельді мұнай қоспасының моделі	99
	Қорытынды (технологиялық процестерді талдау) ...	111
	Библиографиялық тізім	115

Оқулық басылым

Ескерген Тоқшылықұлы Божанов
Әуезхан Молдағызұлы Ибраимқұлов
Гульнар Әліпқызы Тулешева

ФИЗИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІ

Серпімді емес математикалық теорияны физикалық
процестерді модельдеуге енгізу II бөлім

Оқу құралы

РО бастығы

Редакторы

Компьютерде беттеген

З. Ғұбайдулина

Г. Өпкебаева

С. Орысбекова

Басуға қол қойылды 24.02.2017 ж.

Таралымы 300 дана. Пішімі 60x84 1/16.

№1 баспаханалық қағаз.

Көлемі 7,5. Есепті 6,9 баспа табақ. Тапсырыс №806.

Бағасы келісімді.

Қ. И. Сәтбаев атындағы

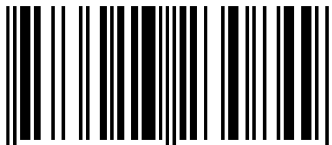
Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті басылымы

ҚазҰТЗУ Қоғаммен байланыс жөніндегі департаменті

Баспа басқармасы

Алматы қ., Сәтбаев көшесі, 22

ISBN 978-601-323-084-9



9 786013 230849