

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Казахский национальный исследовательский технический
университет имени К. И. Сатпаева

Г.Т. Алджамбекова

СЕМЕСТРОВЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО КУРСУ «ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ»

Рекомендовано Министерством образования и науки
Республики Казахстан в качестве учебного пособия

Алматы 2016

УДК 531 (075.8)

А я 45

Рецензенты:

Бегимов Т. Б., канд. физ.-мат. наук, проф.

Мамаева А. А., канд. физ.-мат. наук, зав. лаб. металловедения,
АО «ЦНЗМО»

Рамазанова Г. И., канд. физ.-мат. наук, зам. зав. НИЛ
«Математическое моделирование технологических
процессов в нефтегазовой отрасли»

Печатается по плану издания Министерства образования и науки
Республики Казахстан на 2016 г.

А 45 Алджамбекова Г. Т.

Семестровые задания по курсу «Физические основы механики»:

Учеб. пособие /*Г. Т. Алджамбекова*. – Алматы: КазННТУ имени
К. И. Сатпаева, 2016. – С. 1–162: Ил. 3. Табл. 15. Библиог. – 16 назв.

ISBN 978-601-228-984-8

Учебное пособие составлено в соответствии с типовой программой по курсу «Физические основы механики» для технических вузов и соответствует рабочей программе кафедры «Общая и теоретическая физика» КазННТУ имени К.И.Сатпаева.

Учебное пособие состоит из трех глав, включающих: краткое содержание дисциплины, примеры решения задач и семестровые задания, охватывающие шесть разделов механики, каждому из которых прилагаются основные формулы и законы. Общее количество предлагаемых для решения задач – 270.

Учебное пособие способствует активизации самостоятельного учебного процесса с целью закрепления теоретического материала.

Учебное пособие удовлетворяет требованиям Высшей школы, государственных стандартов, педагогико-психологических основ организации и проведения практических занятий.

Учебное пособие предназначено для студентов инженерно-технических специальностей вузов.

ISBN 978-601-228-984-8

© Алджамбекова Г.Т., 2016

© КазННТУ имени К. И. Сатпаева 2016

ВВЕДЕНИЕ

Физика исследует наиболее общие формы движения материи и их взаимные превращения. Физические законы служат основой более сложных – химических, биологических и технических законов. Многие законы физики легли в основу развития техники. Например, исследования в механике послужили все более возрастающим запросам военной техники, а в мирное время – запросам строительного дела, в архитектуре.

«Механика», являясь частью курса общей физики, имеет свои самостоятельные цели, главные из которых: сообщить студентам основные экспериментальные факты, относящиеся к изучению механического движения, научить раскрывать и обобщать физические закономерности, которым подчиняются наблюдаемые явления.

В специальных курсах механику рассматривают в трех частях: кинематику, статику и динамику. В кинематике изучают движение тел вне связи с причинами, которые вызывают это движение или изменяют его. В статике изучают законы равновесия системы тел, в динамике – законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют движение тел.

Многие явления, кажущиеся разнородными, сводятся к механическим явлениям: тепловые – к механическому движению молекул, звук – к колебаниям частиц среды, электрический ток – к движению зарядов и т. д. Механические явления протекают в пространстве и времени, поэтому механические законы опираются на такие параметры, как расстояния и промежутки времени. Например, положение тел в пространстве описывается расстояниями до тел отсчета, а движение – изменениями положения с течением времени. Совокупность тел отсчета, с которыми связывают координаты и время, образуют *систему отсчета*.

Реальные тела обычно сложны, поэтому при изучении и описании движений приходится отвлекаться от несущественных деталей и использовать абстракции и идеализации, применимость которых зависит от конкретной задачи и степени

точности ее решения. Это, во-первых, понятие «материальная точка» – тело, размерами и формой которого в условии данной задачи можно пренебречь. Во-вторых, понятие «абсолютно твердое тело» – система жестко связанных и закрепленных материальных точек, не подвергаемая изменениям и деформациям.

Механика не только описывает состояние материальных точек и твердых тел, но может предсказать характер движения в каждом конкретном случае. Кроме того, она обнаруживает общие свойства любых систем тел независимо от типа взаимодействия между ними. Эти две задачи, сводимые к динамическим законам и законам сохранения, составляют предмет изучения механики.

Студенты в процессе изучения курса «Физические основы механики» для развития навыков самостоятельной работы и усвоения методов решения задач должны выполнить семестровое задание из определенного преподавателем количества задач. Семестровое задание охватывает материал, излагаемый на лекциях в данном семестре. Пособие направляет студентов на самостоятельную активизацию учебного процесса обучения с целью закрепления теоретического материала.

Предлагаемое учебное пособие предполагает возможность дистанционного обучения и получения задания.

Варианты семестрового задания определяются по соответствующей таблице.

При решении задачи студент обязан:

- указать основные законы и формулы, применяемые при решении. Все буквенные обозначения в формулах должны быть объяснены;
- дать чертеж, поясняющий содержание задачи (если это необходимо);
- решение задачи сопровождать кратким пояснением;
- получить решение задачи в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи;
- проверить, дает ли полученная формула единицу искомой физической величины. Для этого в правую часть полученной формулы внести величины, подставить их единицы измерения;

- подставить в рабочую формулу числовые значения величин, выраженные в системе СИ. Условия задач необходимо переписывать полностью

В конце учебного пособия помещены ответы к задачам, чтобы студент был уверен в правильности найденного им решения. Числовые значения физических величин, полученные в результате расчетов, являются приближенными. Ответы даны с точностью до трех значащих цифр. Значащие цифры – нули, стоящие в конце чисел, опущены в целях упрощения.

Некоторые задачи, помеченные звездочками, являются задачами повышенной сложности. Они требуют дополнительного знакомства с соответствующей литературой, с учебниками, дополнительного обсуждения и исследования.

§1. КИНЕМАТИКА

1.1. Кинематика материальной точки

Кинематика изучает геометрические свойства движения тел без учета их массы и действующих на них сил. Другими словами, кинематика изучает, как происходит движение и не рассматривает причины, вызвавшие это движение. Механическое движение относительно. Для описания движения необходима система отсчета.

Системой отсчета называется совокупность взаимно неподвижных тел или частей одного и того же тела, по отношению к которым рассматривается движение исследуемого тела. С системой отсчета жестко связывается какая-либо система координат.

Числом степеней свободы тела называется число независимых координат, полностью определяющих положение тела по отношению к системе отсчета.

Движение материальной точки полностью задано, если известна зависимость ее координат от времени. Если, например, мы знаем значения декартовых координат x , y , z точки для любого момента времени, мы имеем полную информацию о ее движении. Движение точки можно описать и векторным способом, задавая радиус вектор $\vec{r}$, соединяющий материальную точку с началом координат, и его зависимость от времени. Векторный способ описания движений очень удобен для рассмотрения общих законов движения, так как мы три числа заменяем одной математической величиной – вектором.

Основное понятие кинематики точки – траектория. Основные кинематические величины – длина пути, скорость и ускорение.

Траекторией называется *линия, описываемая движущейся точкой в пространстве*. Если мы знаем зависимость координат от времени, то имеем уравнение траектории, заданной в параметрической форме

$$x = f_1(t); \quad y = f_2(t); \quad z = f_3(t).$$

Исключив время t , получим в явном виде уравнение кривой, по которой происходит движение точки.

Длина пути – длина участка траектории, пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 .

Скоростью называется векторная величина $\mathbf{v}$, равная первой производной по времени от радиуса-вектора движущейся точки:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1)$$

Скорость направлена по касательной к траектории в сторону движения точки и численно равна первой производной от длины пути по времени:

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (2)$$

Путь и скорость для равнопеременного движения

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \quad v = v_0 \pm at, \quad (3)$$

где v_0 – начальная скорость.

Проекции скоростей v_x , v_y , v_z на оси прямоугольных декартовых координат равны первым производным от соответствующих координат по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}, \quad (4)$$

отсюда

$$\vec{v} = \mathbf{i} \frac{dx}{dt} + \mathbf{j} \frac{dy}{dt} + \mathbf{k} \frac{dz}{dt}; \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (5)$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты соответствующих осей, т.е. единичные векторы, направления которых совпадают с направлениями осей координат (рис.1).

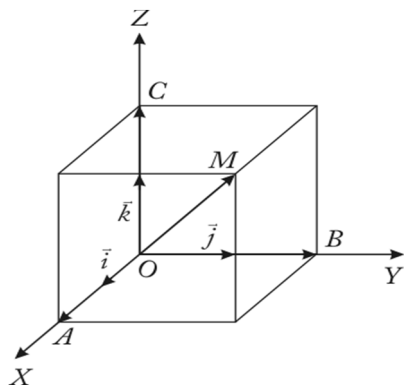


Рис. 1

Среднее и мгновенное ускорение материальной точки:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}; \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad . \quad (10)$$

При криволинейном движении вектор ускорения $\vec{a}$ может быть разложен на две взаимно перпендикулярные составляющие. Одна составляющая направлена по нормали к кривой (в случае окружности это – радиус) и называется *нормальным ускорением* $\vec{a}_n$ (при движении по окружности это центростремительное ускорение), а другая направлена по касательной и называется тангенциальным ускорением $\vec{a}_\tau$. Нормальное ускорение показывает быстроту изменения скорости по направлению:

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (11)$$

где v – скорость, R – радиус кривизны траектории в данной точке. Тангенциальное ускорение показывает быстроту изменения скорости по абсолютной величине:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \quad . \quad (12)$$

Полное ускорение при криволинейном движении (рис.2):

$$a = a_t + a_n, \text{ модуль } a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \quad (13)$$

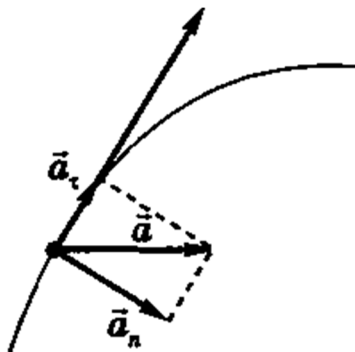


Рис. 2

1.2. Кинематика абсолютно твердого тела

Любое сколь угодно сложное движение абсолютно твердого тела можно представить, как сумму двух движений: поступательного и вращательного вокруг некоторой оси.

Поступательным называется *такое движение абсолютно твердого тела, при котором любая прямая, жестко связанная с телом, перемещается параллельно самой себе*. Все точки тела, движущегося поступательно, в каждый момент времени имеют одинаковые скорости и ускорения, а их траектории полностью совмещаются при параллельном переносе. Поэтому кинематика поступательного движения сводится к кинематике точки.

Движение абсолютно твердого тела, при котором все точки, двигаясь в параллельных плоскостях, описывают окружности с центрами, лежащими на одной неподвижной прямой, называется *вращательным*. Неподвижная прямая называется *осью вращения*.

Тело, совершающее вращательное движение вокруг неподвижной оси, имеет одну степень свободы, и его положение относительно данной системы отсчета полностью определяется углом поворота φ .

Основные кинематические характеристики вращательного движения – угловая скорость и угловое ускорение.

Угловая скорость определяется как производная от угла поворота по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (14)$$

Вектор угловой скорости направлен по оси вращения по правилу буравчика.

Угловым ускорением называется величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости и равная первой производной от угловой скорости и второй производной от угла поворота по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (15)$$

Направление угловой скорости определяется правилом правого винта: если винт вращать в направлении вращения тела, то направление поступательного движения винта совпадет с направлением угловой скорости (рис. 3). При ускоренном вращении векторы угловой скорости и углового ускорения совпадают по направлению. При замедленном вращении вектор углового ускорения направлен противоположно вектору угловой скорости (см. рис. 3).

Для любой точки тела, находящейся на расстоянии r от оси вращения, линейная скорость

$$v = \omega r, \quad (16)$$

тангенциальное ускорение и нормальное ускорение:

$$\begin{aligned} a_{\tau} &= \varepsilon \cdot r, \\ a_n &= \omega^2 \cdot r. \end{aligned} \quad (17)$$

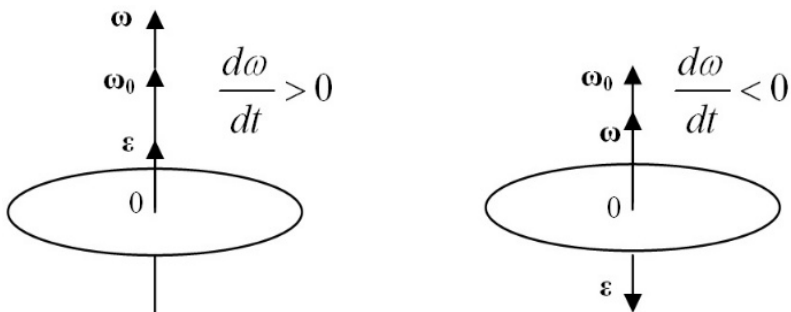


Рис. 3

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

ω_0 – начальная угловая скорость.

Все приведенные соотношения кинематики вращательного движения верны только в том случае, если углы измеряются в радианной мере.

§ 2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

2.1. Законы Ньютона

Основные величины: масса, сила, импульс (количество движения). Масса есть мера инертности тела в поступательном движении. В классической механике справедлив закон сохранения массы. Масса системы тел равна сумме их масс и сохраняется при любых воздействиях.

Сила есть мера механического взаимодействия тел. Сила – величина векторная и имеет точку приложения.

Импульс (количество движения) есть мера механического движения, равная произведению массы тела m на вектор его скорости $\vec{v}$. Импульс – величина векторная:

$$\vec{P} = m \vec{v}. \quad (18)$$

Для изолированной системы тел выполняется закон сохранения импульса. Изолированной системой называют систему, не испытывающую никаких внешних воздействий

$$\left(\sum_K F_{K_{\text{внеш}}} = 0 \right).$$

Для изолированной системы тел векторная сумма импульсов (полный импульс системы) остается величиной постоянной

$$\sum_i \vec{P}_i = \text{const}. \quad (19)$$

В основе классической механики лежат три закона, сформулированные Исааком Ньютоном (1687) следующим образом:

1-й закон

Всякое тело продолжает удерживаться в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

2-й закон

Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt}. \quad (20)$$

3-й закон

Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, т. е. взаимодействия двух тел друг на друга между собой равны и направлены в противоположные стороны (рис. 4).

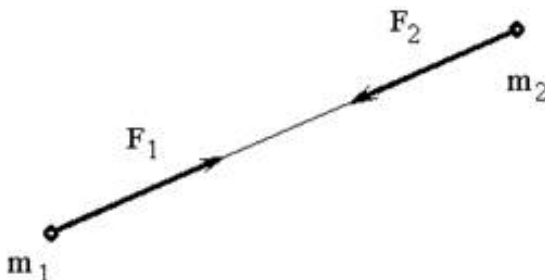


Рис. 4

Первый закон Ньютона называют *законом инерции*. Он вводит силу как причину изменения механического состояния тела, т. е. как причину ускорения. Первый закон Ньютона выполняется не во всех системах отсчета. Так, он не выполняется для вращающейся системы отсчета.

Инерциальной системой называют любую систему отсчета, в которой справедлив закон инерции, т.е. в которой тело, не подверженное действию внешних сил, сохраняет свою скорость по величине и по направлению.

Принцип относительности Галилея: Любая система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно по отноше-

нию к инерциальной системе, тоже будет инерциальной. Законы механики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.

В современной физике законы Ньютона формулируются следующим образом.

Если на материальную точку не действуют никакие силы (или если приложенные к ней силы взаимно уравновешиваются), то по отношению к инерциальной системе отсчета материальная точка будет находиться в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

Если на материальную точку действует сила результирующая $\vec{F}$, то точка получает такое ускорение $\vec{a}$, что произведение массы m на это ускорение равно этой силе:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}. \quad (21)$$

Две материальные точки действуют друг на друга с силами, равными по абсолютной величине и направленными в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти точки.

В динамике рассматриваются задачи двух типов: 1) зная закон движения данного тела (например, координаты точки как функции времени), найти силы, под действием которых это движение происходит; 2) зная силы, действующие на данное тело или систему тел, определить закон движения этого тела или системы. Второй тип задач в динамике является основным.

Задачи динамики решаются с помощью уравнений движения, которые получаются из 2-го и 3-го законов Ньютона. Для одной материальной точки достаточно 2-го закона Ньютона, и в прямоугольной системе координат уравнения движения имеют вид

$$F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}; \quad F_y = m \frac{d^2 y}{dt^2}; \quad F_z = m \frac{d^2 z}{dt^2}, \quad (22)$$

где x, y, z – координаты точки, F_x, F_y, F_z – проекции силы на соответствующие координатные оси. Уравнения движения – это уравнения дифференциальные, второго порядка. Для их реше-

ния надо знать не только силы как функции координат и времени, но и начальные условия. Для точки, например, мы должны знать ее координаты и скорость в начальный момент времени.

При рассмотрении кинематики поступательного движения твердого тела достаточно рассмотреть движение любой точки этого тела. Динамику поступательного движения абсолютно твердого тела также можно свести к динамике точки, но при этом мы должны рассматривать движение вполне определенной точки твердого тела. Эта точка – центр масс (центр инерции). Для твердого тела центр масс совпадает с центром тяжести.

2.2. Динамика вращательного движения абсолютно твердого тела

Динамика вращательного движения так же, как и любого другого, основывается на трех законах Ньютона. Но поскольку вращательное движение нельзя свести к движению какой-либо избранной точки тела, необходимо в законы динамики вместо линейных кинематических величин ввести угловые, характеризующие движение тела в целом.

Основные величины: момент инерции, момент силы, момент количества движения (момент импульса).

Момент инерции – мера инертности тела при вращательном движении. Момент инерции материальной точки относительно оси вращения, отстоящей от точки на расстоянии r , равен

$$I = mr^2. \quad (23)$$

Момент инерции твердого тела равен сумме моментов инерции материальных точек, на которые может быть разбито тело

$$I = \sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2 = \sum_i I_i \quad (24)$$

где Δm_i – масса i -той материальной точки; r_i – расстояние i -той точки до оси вращения.

Тело имеет разные значения моментов инерции относительно разных осей. Наименьшее значение момента инерции тела соответствует вращению вокруг собственной оси, проходящей через центр тяжести.

Момент инерции тела массой m относительно параллельных осей, расположенных на расстоянии d друг от друга (одна из них проходит через центр масс тела) определяется по теореме Штейнера

$$I = I_0 + md^2, \quad (25)$$

где I_0 – момент инерции относительно оси проходящей через центр самого тела; I – момент инерции относительно оси, параллельной оси проходящей через центр тела.

Момент инерции полого цилиндра относительно собственной оси (рис. 5):

$$I = mr^2. \quad (26)$$

Момент инерции сплошного цилиндра относительно собственной оси:

$$I = \frac{1}{2} mr^2. \quad (27)$$

Момент инерции шара относительно собственной оси:

$$I = \frac{2}{5} mr^2, \quad (28)$$

где r – радиус тела.

Момент инерции стержня длиной l и массой m относительно оси, проходящей:

а) через центр стержня

$$I = \frac{1}{12} ml^2. \quad (29)$$

б) через конец стержня перпендикулярно к стержню

$$I = \frac{1}{3} ml^2. \quad (30)$$

где l – длина стержня.

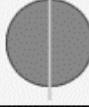
$I_C = \frac{1}{12} ML^2$  Твердый стержень	$I_C = \frac{2}{5} MR^2$  Шар	$I_C = \frac{2}{3} MR^2$  Тонкостенная сферическая оболочка
$I_C = MR^2$  Тонкостенный цилиндр	$I_C = \frac{1}{2} MR^2$  Диск	$I_C = \frac{1}{4} MR^2$  Диск

Рис. 5

Момент силы есть причина углового ускорения тела. Момент силы относительно точки вычисляется как векторное произведение вектора силы $\vec{F}$ на радиус-вектор $\vec{r}$ из рассматриваемой точки в точку приложения силы

$$\vec{M} = [\vec{r} \vec{F}]. \quad (31)$$

Если твердое тело имеет определенную ось вращения, то вывести его из состояния покоя или состояния равномерного вращения (по инерции) можно, приложив к нему момент силы M (вращающий момент). Момент силы создается только той силой (или составляющей силы), которая лежит в плоскости, перпендикулярной оси, и направление действия которой не пересекается с осью вращения. Сила, параллельная оси, не вызывает вращения. Момент силы, относительно оси численно равен произведению силы F на плечо h , т.е. на кратчайшее расстояние до оси вращения (рис.6).

$$M = F \cdot h = F \cdot r \cdot \sin \alpha. \quad (32)$$

Момент силы относительно оси считается направленным вдоль этой оси, по правилу буравчика.

Моментом количества движения относительно данной оси называется *произведение момента инерции относительно этой оси на угловую скорость*:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}. \quad (33)$$

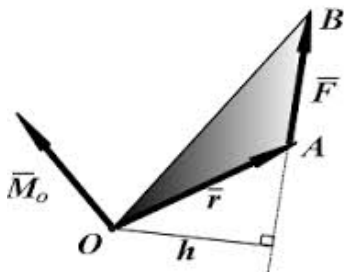


Рис. 6

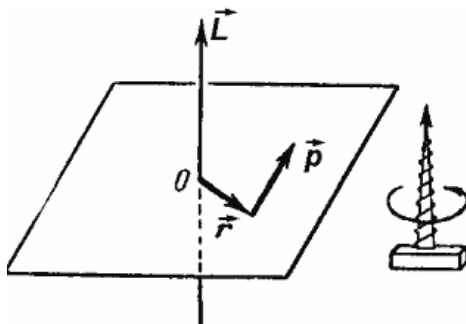


Рис. 7

Момент количества движения во вращательном движении есть аналог количества движения в поступательном движении (рис.7).

Для тела или для системы тел, на которую не действуют моменты внешних сил, выполняется закон сохранения момента количества движения:

Если на систему не действует момент внешних сил, то полный момент количества движения системы остается величиной постоянной

$$\sum_i I_i \vec{\omega} = \text{const}. \quad (34)$$

Основным законом, из которого получают уравнения движения, так же, как и при поступательном движении, является 2-й закон Ньютона. Для случая вращения вокруг неподвижной оси он формулируется так:

Момент внешних сил M относительно оси вращения равен произведению момента инерции I относительно этой оси на угловое ускорение ε :

$$M = I\varepsilon. \quad (35)$$

Ход решения динамических задач вращательного движения аналогичен решению задач в динамике поступательного движения. При этом, естественно, вместо величин, характеризующих поступательное движение, используют аналогичные величины для вращательного движения.

Сопоставление основных величин и динамических законов для поступательного и вращательного движений даны в табл. 1.

Таблица 1

Сопоставление величин и соотношений, характеризующих поступательное и вращательное движение

Поступательное движение	Вращательное движение
Путь S	Угол поворота φ
Скорость $\vec{v} = \frac{dS}{dt}$	Угловая скорость $\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}$
Ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$; $a = \frac{dv}{dt}$	Угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила; $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ $\vec{F} = m\vec{a}$	Момент силы $\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$
Масса $m = \sum m_i$	Момент инерции $I = mr^2$
Импульс $\vec{P} = m\vec{v}$	Момент импульса $\vec{L} = I\vec{\omega}$
Закон сохранения импульса $\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const$, если $\sum_K \vec{F}_K = 0$	Закон сохранения момента импульса $\sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i = const$, если $\sum_K \vec{M}_{K \text{ внешн}} = 0$

Продолжение табл.

2-й закон Ньютона. Основной закон поступательного движения $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	Основной закон вращательного движения $\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}$
Работа $A = \int_{S_1}^{S_2} F dS$	$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M \cdot d\varphi$
Кинетическая энергия поступательного движения $W_K = \frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия вращательного движения $W_K = \frac{I\omega^2}{2}$

Энергия есть общая мера различных процессов и видов взаимодействия. Для количественной характеристики качественно различных форм движения, рассматриваемых в физике, вводятся соответствующие им виды энергии: кинетическая, гравитационная, электромагнитная, внутренняя и т.д. Для изолированной системы справедлив закон сохранения энергии:

Полная энергия изолированной системы остается величиной постоянной, какие бы процессы не происходили в системе.

Закон сохранения энергии является одним из важнейших законов природы. Он говорит о том, что движение материи несотворимо и неуничтожимо: оно может лишь переходить из одних форм в другие.

Возможны два качественно различных способа передачи энергии от одного тела к другому – путем совершения работы и путем теплообмена.

Под процессом совершения работы понимается такой процесс взаимодействия какого-либо тела с другими телами, в результате которого изменяется механическое движение этого тела или его положение по отношению к другим телам.

Изменение энергии тела в процессах совершения работы называют *работой, совершаемой телом* (или *над телом*).

Бесконечно малая работа dA , совершаемая при бесконечно малом перемещении $\vec{dr}$ материальной точки под действием силы $\vec{F}$, равна скалярному произведению векторов $\vec{F}$ и $\vec{dr}$:

$$dA = \vec{F} \cdot \vec{dr} = F dr \cos (F d S).$$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{S} \cos \alpha \quad (36)$$

или в декартовых координатах:

$$dA = F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz. \quad (37)$$

В случае вращательного движения абсолютно твердого тела бесконечно малая работа при бесконечно малом повороте $d\vec{\varphi}$ равна произведению результирующего момента $\vec{M}$ относительно оси вращения на угол поворота тела (рис. 8).

$$dA = \vec{M} \cdot d\vec{\varphi}. \quad (38)$$

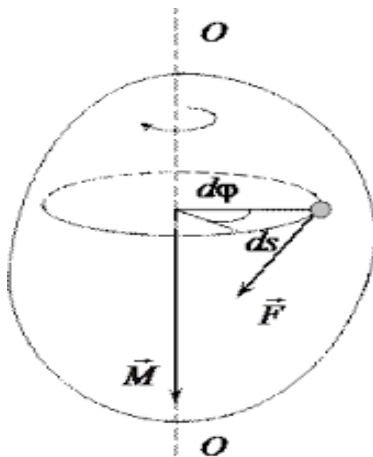


Рис. 8

Работа на конечном участке траектории равна алгебраической сумме бесконечно малых работ на всех малых участках траектории, т. е. работа равна определенному интегралу, взятому вдоль по траектории (рис. 9.):

$$A = \int_{S_1}^{S_2} \vec{F} \cdot d\vec{S}. \quad (39)$$

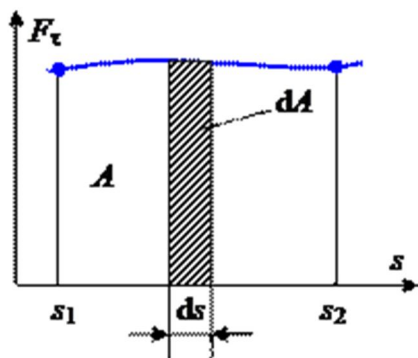


Рис. 9

В том случае, если сила постоянна по величине и по направлению к перемещению, работа может быть вычислена как произведение силы на путь и на косинус угла α между направлением силы и направлением движения:

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha. \quad (40)$$

Для вращательного движения, в случае конечного угла поворота, имеем аналогично

$$A = \int_{\varphi}^{\varphi_2} \vec{M} d\varphi. \quad (41)$$

В случае постоянного момента силы

$$A = M \cdot \varphi. \quad (42)$$

Мощностью называется работа, совершаемая в единицу времени. Она может быть вычислена как скалярное произведение вектора силы $\vec{F}$ на вектор скорости $\vec{v}$:

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad N = (\vec{F} \cdot \vec{v}). \quad (43)$$

§ 3. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ И ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Механическая энергия складывается из кинетической и потенциальной.

Кинетическая энергия тела является мерой его механического движения и измеряется той работой, которую может совершить тело до его остановки. В случае поступательного движения кинетическая потенциальная энергия

$$W_K = \frac{mv^2}{2} \quad W_{II} = mgh. \quad (44)$$

Для вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси кинетическая энергия вычисляется как половина произведения момента инерции относительно этой оси на квадрат угловой скорости:

$$W_K = \frac{I \cdot \omega^2}{2}. \quad (45)$$

Если тело движется поступательно со скоростью U и одновременно вращается с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через центр инерции тела, то его полная кинетическая энергия

$$W_K = \frac{I \cdot \omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}. \quad (46)$$

Потенциальной энергией взаимодействующих тел называется энергия, зависящая только от взаимного расположения тел и не зависящая от их скоростей. Убыль потенциальной энергии тел при их перемещении равна работе, которую совершают действующие на них потенциальные силы.

Потенциальные силы – такие силы, работа которых не зависит от формы пути, а зависит только от начального и конечного расположения тел. Работа этих сил на замкнутом пути равна нулю.

Найти численное значение сил можно, взяв первые производные от потенциальной энергии по соответствующей координате.

$$F_x = -\frac{\partial W_n}{\partial x}; \quad F_y = -\frac{\partial W_n}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial W_n}{\partial z}. \quad (47)$$

Знак «минус» означает, что сила направлена в сторону убывания потенциальной энергии.

Выражение потенциальной энергии как функции координат зависит от конкретной ситуации.

Если внешние силы, действующие на систему, зависят только от координат и являются потенциальными, или если система изолирована, а внутренние силы в системе потенциальны, то такая система называется *консервативной*.

Механическая энергия консервативной системы сохраняется неизменной при всех возможных механических движениях тел, составляющих систему.

§ 4. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ СИЛ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

В современной физике известны четыре типа взаимодействий: слабые, гравитационные, электромагнитные и сильные. Все многообразие различных сил, известных в настоящее время, может быть сведено к этим четырем взаимодействиям.

Слабые взаимодействия наблюдаются при превращениях элементарных частиц и в классической механике не рассматриваются.

Сильные, или ядерные взаимодействия имеют место внутри атомного ядра, где они играют главную роль, и в классической механике не рассматриваются.

Гравитационные взаимодействия – это силы всемирного тяготения. Закон всемирного тяготения формулируется следующим образом:

Между любыми двумя материальными точками действуют силы взаимного притяжения, прямо пропорциональные произведению масс этих точек и обратно пропорциональные квадрату расстояния между ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}. \quad (48)$$

γ – гравитационная постоянная, определяемая опытным путем. Численное значение ее зависит от выбора системы единиц.

Силой тяжести называется сила, с которой тело притягивается к данной планете. Естественно, что эта сила зависит от массы тела и массы планеты.

Невесомостью называется такое состояние механической системы, при котором действующие на систему внешние силы не вызывают взаимных давлений частиц системы друг на друга. Это может быть, во-первых, когда на систему вообще не действуют внешние силы – это состояние истинной невесомости, и, во-вторых, когда силы тяжести скомпенсированы силами инерции, например, на искусственном спутнике Земли (рис. 10)

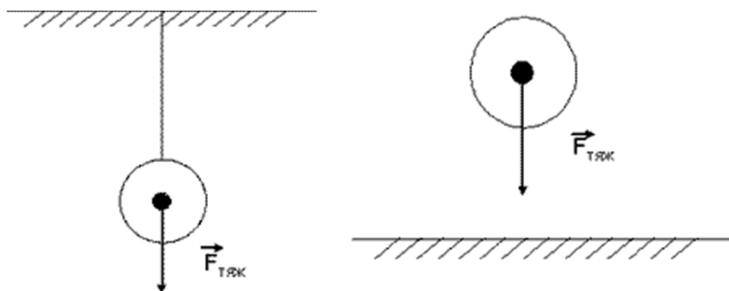


Рис. 10

Электромагнитные взаимодействия рассматриваются в электродинамике. Однако в механике рассматриваются два типа сил, которые следует отнести к электромагнитным взаимодействиям. Это силы упругости и трения.

Силы упругости – это силы, возникающие при упругих деформациях тел. Упругой деформацией называется *такая деформация, которая исчезает после снятия нагрузки*. Силы упругости возникают в результате взаимодействия атомов и молекул в деформируемом теле. А поскольку эти взаимодействия – электромагнитные, то и причиной сил упругости в конечном счете являются электромагнитные взаимодействия.

Для сил упругости справедлив закон Гука, согласно которому силы упругости прямо пропорциональны деформации (рис.11):

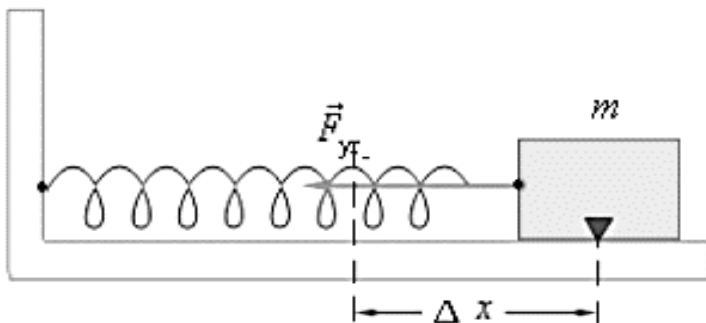


Рис. 11

$$F = -k \cdot \Delta x, \quad (49)$$

где F – сила; Δx – деформация; k – коэффициент жесткости.

Силы упругости – потенциальные силы. Изменение потенциальной энергии упруго деформированного тела может быть вычислено как работа сил упругости:

$$A = \Delta W_n = \frac{k \cdot \Delta x^2}{2}. \quad (50)$$

Силы трения также возникают в результате межмолекулярного взаимодействия. Силы трения – не потенциальные силы и энергия, затраченная на работу против сил трения, – превращается в тепло. Различают два основных вида трения – внутреннее и внешнее. Внутреннее трение, или вязкость мы будем рассматривать в молекулярной физике. Внешним трением называется *взаимодействие между телами, возникающее в месте их соприкосновения и препятствующее их относительному перемещению*. Внешнее трение существует не только между движущимися телами, но и между покоящимися. Минимальная сила, необходимая для того, чтобы два соприкасающихся тела начали двигаться относительно друг друга, называется *силой трения покоя*. Сила трения покоя для сухого трения (в отсутствии смазки) обычно больше силы трения движения. Для трения скольжения можно, в первом приближении, считать, что сила трения $F_{тр}$ прямо пропорциональна силе нормального давления $\vec{N}$ (рис. 12).

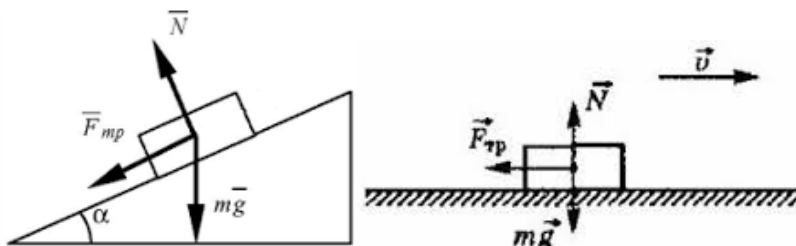


Рис. 12

$$F_{mp} = k\vec{N}, \quad (51)$$

где k – коэффициент трения скольжения (безразмерный).

При качении тел друг по другу возникают силы трения качения, которые создают момент трения

$$M = k \cdot \vec{N}, \quad (52)$$

где k – коэффициент трения качения (имеет размерность длины).

Если тело движется в вязкой среде, то возникают силы трения между слоями жидкости и силы сопротивления среды. Последние играют основную роль. Суммарную силу называют *силой трения*. При небольших скоростях сила трения прямо пропорциональна скорости движения тела и направлена в сторону, противоположную движению:

$$F_{mp} = -r \cdot v, \quad (53)$$

где r – кинетический коэффициент трения.

§ 5. УДАР ТЕЛ

Ударом называется *кратковременное взаимодействие тел*. При ударе происходит конечное изменение скоростей тел за весьма малый промежуток времени. При ударе возникают очень кратковременные силы, которые весьма велики по сравнению с внешними силами. Поэтому в процессе удара можно пренебречь внешними силами и рассматривать систему соударяющихся тел как изолированную. Если нас интересует только результат удара, т.е. значение скоростей тел после удара, мы можем для вычисления этих скоростей использовать законы сохранения.

Удар называется *центральный*, если при ударе скорости тел направлены по линии, соединяющей центры тяжести тел. Удар называется *абсолютно упругим*, если выполняется закон сохранения механической энергии, т. е. между телами действуют только потенциальные силы.

Для абсолютно упругого центрального удара двух тел кинетическая энергия тел до удара и кинетическая энергия тел после удара равны:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \quad (54)$$

где m_1 и m_2 – массы тел; v_1 и v_2 – скорости тел до удара; u_1 и u_2 – скорости тел после удара.

Кроме того, выполняется закон сохранения импульса

$$\sum m_i \vec{v}_i = \text{const}.$$

В случае, когда до удара тела движутся в одинаковом направлении (рис. 13, абсолютно упругий удар), этот закон принимает вид

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2. \quad (55)$$

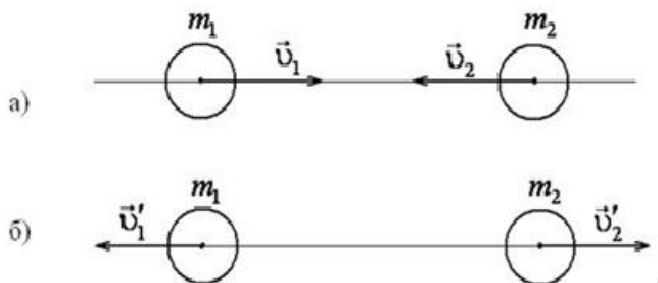


Рис. 13.

а) до удара, б) после удара

Решая два уравнения (54) и (55) совместно, для скоростей тел после удара (рис. 13), получим

$$u_1 = \frac{\left[\frac{m_1}{m_2} - 1 \right] v_1 + 2v_2}{\frac{m_1}{m_2} + 1}, \quad (56)$$

$$u_2 = \frac{\left[\frac{m_1}{m_2} - 1 \right] v_2 + 2v_1}{\frac{m_2}{m_1} + 1}. \quad (57)$$

Центральным неупругим ударом называется такой удар, после которого оба тела имеют одинаковую скорость u . Для такого удара закон сохранения механической энергии не соблюдается, так как при ударе действуют не потенциальные силы, и часть энергии превращается в тепло. Соблюдается только закон сохранения количества движения. Если до удара тела двигались в одинаковом направлении (рис. 14, абсолютно неупругий удар), то этот закон имеет вид

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u, \quad (58)$$

отсюда для скорости после удара получим

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} . \quad (59)$$

Для случая нецентрального удара необходимо учитывать также закон сохранения момента количества движения, так как при таком ударе могут возникать вращения тел.

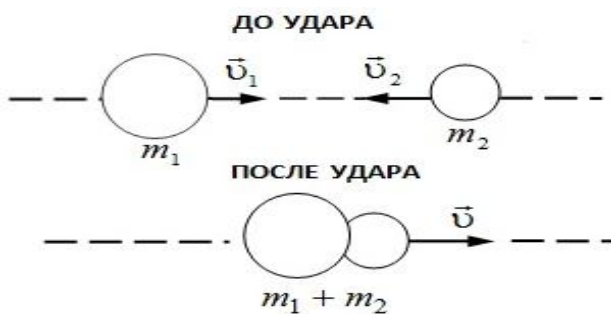


Рис. 14

§ 6. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

6.1. Принцип относительности и преобразования Галилея

Если в некоторой системе отсчета выполняются законы ньютоновской механики и, в первую очередь, закон инерции, то эта система инерциальная. Инерциальной же системой будет и любая другая, движущаяся относительно первой с постоянной скоростью. Все инерциальные системы отсчета (ИСО) эквивалентны друг другу – любое механическое явление можно наблюдать из какой угодно ИСО, и во всех ИСО ньютоновские законы, выражаются одинаковым образом. Данное утверждение составляет содержание принципа относительности Галилея.

Инерциальным системам свойственна однородность пространства, т. е. в разных точках по разным направлениям ИСО события протекают одинаково, а, поскольку протекание физических явлений в разное время наблюдается одинаково, то, значит, для ИСО характерна однородность времени. Неинерциальные системы отсчета движутся с ускорением относительно ИСО, в них пространство неоднородно (например, скорость, центростремительное ускорение и другие характеристики движения неодинаковы на разных расстояниях от оси вращающейся системы отсчета), и в общем случае неоднородно время.

Согласно принципу Галилея, при переходе описания движения от одной ИСО к другой, координаты м. т. преобразуются согласно выражению

$$\vec{r}^1 = \vec{r} - \vec{v}t, \quad (60)$$

где $\vec{v}$ – скорость второй ИСО («системы $\mathbf{K}^1$ ») относительно первой (« $\mathbf{K}$ -системы») (рис. 15); $\vec{r}^1$ – радиус вектор м. т. в $\mathbf{K}^1$ – системе; $\vec{r}$ – то же в $\mathbf{K}$ -системе.

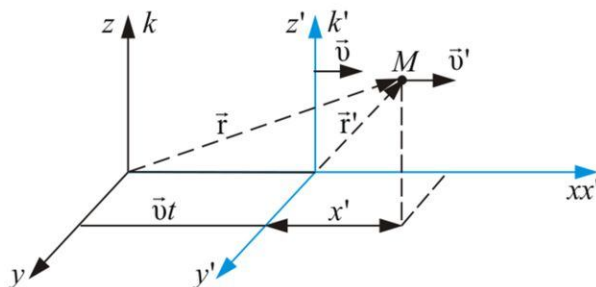


Рис. 15

Абсолютность пространства сочетается с абсолютностью времени во всех ИСО:

$$t' = t, \quad \Delta t' = \Delta t, \quad dt' = dt.$$

Продифференцировав выражение (60) по времени, имеем

$$\frac{d\vec{r}'}{dt'} = \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{V} = \vec{v} - \vec{V}, \quad (61)$$

что является классическим законом преобразования скорости при переходе от одной ИСО к другой. Ускорение м. т. одинаково во всех ИСО:

$$\frac{d\vec{v}'}{dt'} = \vec{a}' = \frac{d}{dt}(\vec{v} - \vec{V}) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}, \quad (62)$$

что соответствует равноценности (и инвариантности) динамических законов во всех ИСО.

6.2. Относительность одновременности

Принцип относительности Галилея сформулирован для движения со скоростями, неизмеримо малыми по сравнению со скоростью света c , полагаемой в механике Галилея бесконечно большой. Но она оказалась конечной, была определена опытным путем и оказалась равной 300 000 км/с. Эйнштейн высказал

идею, что не только механические законы, но и все физические явления и уравнения, их описывающие, не меняются при переходе от одной ИСО к другой. А если это так, то и распространение света – распространение электромагнитного влияния – во всех ИСО одинаково, относительно любой из них скорость света инвариантно равна c . Подтвержденные экспериментами рассуждения – постулаты Эйнштейна – составили основу специальной теории относительности (СТО).

Временные соотношения между событиями в галилеевоньютоновской механике считаются независимыми от ИСО, если два события происходят одновременно в одной ИСО, то они являются одновременными и во всех других ИСО. Но с учетом высказанных постулатов. Это не так!

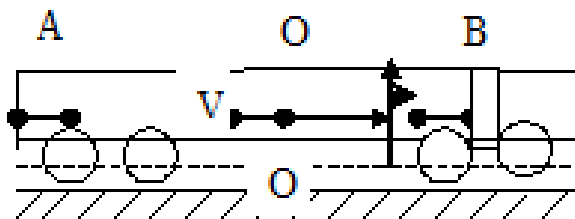


Рис. 16

Представим себе (рис. 16), что поезд (система K^1) движется мимо вокзала (K -системы) с некоторой постоянной скоростью v . В момент $t = 0$ в середине поезда (в точке O^1 , как раз находящейся возле наблюдателя O на перроне, вспыхнула лампочка. Для наблюдателей A и B в голове и хвосте поезда приход световых сигналов – одновременное событие, так как $AO = OB$ в K^1 -системе. Для наблюдателя O (на перроне) луч света в сторону приближающегося A пройдет быстрее, чем в сторону удаляющегося B , из-за разных длин путей при одинаковой скорости c .

Таким образом, события – приход сигнала, одновременные в K^1 , не являются одновременными в другой системе отсчета, т. е. одновременность – понятие *относительное*, приобретающее смысл тогда, когда указано, к какой системе отсчета это понятие относится.

6.3. Относительность временных интервалов

Относительность одновременности событий приводит к мысли о неодинаковости протекания времени в разных ИСО, т. е. о неинвариантности времени совершения процессов, оцениваемого из разных систем отсчета. Чтобы доказать это, нужно сравнить ход идентичных часов в разных ИСО. Если часы движутся в $\mathbf{K}$ -системе со скоростью $\vec{V}$, то в $\mathbf{K}^1$ -системе, имеющей также скорость $\vec{V}$, они неподвижны. С точки зрения наблюдателя в $\mathbf{K}$ -системе, период движущихся часов в $\mathbf{K}$ -системе протекает медленнее – период движущихся часов удлиняется, а его время Δt определяется по формуле

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}. \quad (63)$$

Время Δt_0 , отсчитываемое по часам, движущимся вместе с телом, называют *собственным* временем этого тела. Длительность процесса, измеряемая из другой системы отсчета, называют *лабораторным* временем процесса.

Эффект замедления времени является взаимным, симметричным относительно $\mathbf{K}$ и $\mathbf{K}^1$. Это означает, что по приборам в $\mathbf{K}^1$ -системе время в $\mathbf{K}$ -системе идет во столько же раз медленнее. Замедление времени не приписывается изменению в свойствах часов, а является кинематическим эффектом.

6.4. Преобразования Лоренца

Выражения $\mathbf{r}^1 = \mathbf{r} - \mathbf{V} t$ и $t^1 = t$, $\Delta t^1 = \Delta t$, $dt^1 = dt$, согласно постулатам Эйнштейна, неточно описывают законы движения, особенно при скоростях порядка скорости света, хотя бы из-за эффекта замедления времени в движущихся ИСО. Их следует скорректировать так, чтобы при переходе от одной ИСО к другой они одинаково описывали любой физический процесс, хотя время в движущейся системе отсчета течет медленнее в

$$1/\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \text{ раз.}$$

Пусть таким процессом является образование сферического фронта световой волны, распространяющейся в однородной среде. Радиус сферы-фронта волны $R = ct$, а уравнение сферы

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2, \\ \text{или} & x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0. \end{aligned} \quad (64)$$

Поскольку, согласно принципу относительности Эйнштейна, закон и величина скорости распространения волны должны быть одинаковыми во всех инерциальных системах отсчета, наряду с этим уравнением с равным правом можно написать уравнение сферической волны в системе K' .

$$(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2 (t')^2 = 0. \quad (65)$$

Так как в начальный момент времени начало координат систем совпадали, то

$$(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2 (t')^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2. \quad (66)$$

Формулы преобразования координат и времени должны, во-первых, не нарушать соотношений (65) и (66), а, во-вторых, быть линейными. Требования линейности связано с однородностью пространства. Так как движение системы K' происходит только вдоль оси x , преобразование координат y и z должно иметь вид

$$\begin{aligned} y' &= y, \\ z' &= z. \end{aligned}$$

Закон преобразования x' через x можно написать, исходя из следующего соображения: если в момент времени $t = 0$ начала систем координат K и K' совпадали, то координата плоскости x' в системе K запишется как $x = vt$. Следовательно, в самом общем случае можно написать

$$x' = \alpha(v)(x - vt), \quad (67)$$

где коэффициент $\alpha(v)$ может зависеть лишь от скорости относительного движения. Не делая никаких произвольных допущений о совпадении времени в двух системах отсчета, можем представить t' в виде линейной однородной функции x и t :

$$t' = \beta t + \gamma x . \quad (68)$$

Коэффициенты β и γ могут, вообще говоря, зависеть от скорости v . Если бы оказалось, что $\gamma = 0$, а $\beta = 1$, то мы вернулись бы к преобразованиям Галилея. Для определения коэффициентов α , β и γ , отвечающих требованиям принципа относительности Эйнштейна, мы должны подставить (67) и (68) в (66). Это дает

$$\alpha^2 (x - vt)^2 + y^2 + z^2 - c^2 (\beta t + \gamma x)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 .$$

Для выполнения тождества необходимо приравнять коэффициенты при x^2 , t^2 и xt . Раскрыв скобки и проведя соответствующие преобразования, получим

$$\begin{aligned} \alpha^2 - c^2 \gamma^2 &= 1 ; \\ \alpha^2 v^2 - c^2 \beta^2 &= -c^2 , \\ \alpha^2 v - c^2 \beta^2 \gamma &= 0 . \end{aligned}$$

Из этих трех уравнений находим неизвестные величины α , β и γ .

$$\begin{aligned} \alpha &= \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} ; \\ \gamma &= - \frac{\alpha v}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} . \end{aligned}$$

При этом всюду мы выбрали положительный знак корня. Подставляя значения α , β и γ , в преобразования координат (67) и (68) находим

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v^2}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (69)$$

Эти формулы носят название преобразований Лоренца. Формулы обратного преобразования от штрихованных к не штрихованным величинам:

$$x = \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' - \frac{v^2}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (70)$$

Выражения (69) и (70) называются *преобразованиями Лоренца*. По ним видно, что не только координаты зависят от времени и скорости, но и время зависит от координат и скорости движения системы отсчета.

6.5. Лоренцово сокращение длин

Движение объекта может одновременно рассматриваться в нескольких системах отсчета. Если $\mathbf{K}^1$ -система, связанная с движущимся телом, в некоторый момент времени, скользя вдоль оси ОХ $\mathbf{K}$ -системы, совместилась с ней, то поперечные габариты тела одинаково проецируются на оси ОУ и ОУ¹, ОZ и О¹Z¹, т. е. $\Delta y = \Delta y^1$, $\Delta z = \Delta z^1$.

Иначе выглядит соотношение для продольных, т. е. по направлению $\mathbf{V}$, размеров тела в $\mathbf{K}$ - и $\mathbf{K}^1$ -системах. Длина тела (габариты вдоль оси ОХ и ОХ¹) есть разница координат начала и конца тела:

$$l = x_H - x_K, \quad l = x_H^1 - x_K^1.$$

Если тело неподвижно в К-системе, то $X_H - X_K$ определит собственную длину тела l_0 . В K^1 -системе это тело окажется движущимся со скоростью $(-V)$, и, согласно преобразованию Лоренца, абсциссы его концов определяются как

$$X_H = \frac{X_H^1 + Vt^1}{\sqrt{1 - V^2/C^2}}, \quad X_K = \frac{X_K^1 + Vt^1}{\sqrt{1 - V^2/C^2}}. \quad (71)$$

При этом подразумевается, что положение концов зафиксировано в один и тот же момент времени t^1 . Таким образом, приборы в K^1 -системе измеряют длину неподвижного в К-системе тела как

$$l_0 = X_H - X_K = \frac{X_H^1 - X_K^1}{\sqrt{1 - V^2/C^2}}, \quad \text{т. е. } l^1 = l_0 \sqrt{1 - V^2/C^2}, \quad (72)$$

что означает: в направлении движения движущийся объект короче неподвижного.

В разных ИСО l^1 имеет свое значение: относительность длин является следствием относительности одновременности. Релятивистское «изменение» длин не сопровождается деформациями, т. е. является кинематическим эффектом.

6.6. Предельная скорость движения

Под движущимся предметом можно подразумевать и вещественное тело, и распространяющееся возмущение полей, в частности свет, — все, что может изменить на своем пути состояние каких-нибудь тел и хотя бы опосредованно подействовать на органы чувств. Все «это» называют иногда *информацией*.

Вопрос о предельной скорости движения информации решим заодно с задачей: раз собственное время отличается от лабораторного, то как это выглядит с учетом преобразования Лоренца выражения (61)? Если тело имеет в K^1 -скорость v^1 , то какую скорость измеряют приборы, неподвижные в К-системе?

Так как

$$v_x^1 = \frac{dx^1}{dt}, \quad \text{где } x^1 = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/C^2}}, \quad t^1 = \frac{t - xV/C^2}{\sqrt{1 - V^2/C^2}}. \quad (73)$$

После соответствующих преобразований имеем

$$v_x = \frac{v_x^1 + V}{1 + Vv_x^1/c^2}; v_y = \frac{v_y^1 \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + Vv_x^1/c^2}; v_z = \frac{v_z^1 \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + Vv_x^1/c^2}. \quad (74)$$

Интерес представляют частные случаи:

$$1. \quad \vec{V} = c, v_x^1 = c, v_y^1 = v_z^1 = 0, \quad (75)$$

тогда

$$v_x = \frac{c + c}{1 + c^2/c^2}. \quad (76)$$

$$2. \quad \vec{V} < c, v_x^1 = c,$$

Тогда

$$av_x = \frac{c + V}{1 + cV/c^2} = \frac{c(c + V)}{c + V} = c. \quad (77)$$

Таким образом, скорость света инвариантна во всех инерциальных системах отсчета, т. е. не существует такой системы отсчета, в которой бы фотон был неподвижен или имел скорость, отличную от c ;

$$3. \quad \vec{V} < c, v_x^1 = v_z^1 = 0, v_y^1 = c. \quad (78)$$

Составляющие скорости приобретают значения:

$$v_x = \frac{V}{1 + 0} = V; v_y = \frac{c\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + 0} = \sqrt{c^2 - V^2}; v_z = 0; \quad (79)$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{V^2 + c^2 - V^2} = c = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{V^2 + v_y^2 - V^2} = c,$$

т.е. если скорость движения информации в какой-нибудь ИСО равна скорости света, то в любой другой ИСО она имеет ту же скорость c , т.е. скорость c есть предельная скорость движения во всех инерциальных системах отсчета.

§ 7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА

7.1. Релятивистский импульс

При межсистемном переходе нарушается закон сохранения импульса. Чтобы постулат Эйнштейна об инвариантности всех физических явлений во всех ИСО выполняется хотя бы относительно сохранения импульса, оказалось достаточным выразить импульс тел формулой

$$P_{\text{эйншт.}} = P_r = \frac{P_{\text{НЬЮТ}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (80)$$

где v – скорость тела в рассматриваемой ИСО, $P_{\text{НЬЮТ.}} = mv$.

7.2. Основной закон динамики

Являясь причиной изменения состояния движения тела, сила количественно определяет быстроту изменения его импульса во времени, исчисляемом в системе отсчета наблюдателя или прибора, регистрирующего динамические характеристики движущегося тела (в К-системе):

$$\vec{F}_r = \frac{d\vec{P}_r}{dt} = \frac{d}{dt} \left(m \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right). \quad (81)$$

Полученное выражение (81) называют *основным уравнением релятивистской динамики*.

7.3. Релятивистская энергия

Релятивистская работа является приращением какой-либо другой функции состояния движения тела:

$$dA = d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) = dE_r. \quad (82)$$

Таким образом, дифференциал работы равен дифференциалу функции состояния тела, называемой *релятивистской энергией тела* E_r .

В отличие от кинетической, релятивистская энергия при $U = 0$

$$E_{r0} = mc^2. \quad (83)$$

7.4. Кинетическая энергия тела

Интегрирование (82) дает формулу релятивистской (полной) энергии, включающую неопределенную константу. Но требование инвариантности (пригодности для всех ИСО) удовлетворяется при нулевой константе, так что

$$E_r = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (84)$$

Энергия E_r является функцией от U , а E_{r0} является ее пределом при $U \rightarrow 0$.

Тогда

$$E_r - E_{r0} = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (85)$$

Инвариантная связь энергии и импульса:

$$E_r = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{p_r^2}{p_r^2 + m^2 c^2}}} = c \sqrt{p_r^2 + m^2 c^2}. \quad (86)$$

$$P_r = \sqrt{\frac{E_r^2 - m^2 c^4}{c^2}} = \frac{\sqrt{E_r^2 - E_{r0}^2}}{c}. \quad (87)$$

Выражения (86) и (87) инвариантны во всех инерциальных системах.

Инвариантный – остающийся неизменным при тех или иных преобразованиях.

7.5. Масса покоя

Формула (84) указывает, что релятивистская («полная») энергия частиц не превращается в нуль ни при каких условиях, а масса является мерой полного содержания энергии независимо от ее происхождения. Всякое изменение энергии тела, частицы на величину ΔE ведет к изменению массы этого тела на $\Delta m = \Delta E/c^2$, а наличие энергии покоя у тела себя обычно не проявляет, так важно не то, сколько энергии в теле содержится, а какая часть ее может быть использована. Изменение массы при образовании или делении ядер вполне ощутимо – по «дефекту» масс определяется энергия связи ядра:

$$E_{CB} = \Delta E_r = \Delta mc^2. \quad (88)$$

§ 8. НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА. СИЛЫ ИНЕРЦИИ

Системы отсчета, движущиеся с ускорением относительно одной из инерциальных систем, называются *неинерциальными*. Рассмотрим, как отличается движение тел относительно инерциальной и неинерциальной систем отсчета (НИСО).

Возьмем две системы отсчета: инерциальную S с началом координат в точке O и неинерциальную S' , движущуюся прямолинейно с ускорением a_s (рис. 17). Выберем произвольную материальную точку массой m и определим ее положение в каждой из систем отсчета при помощи радиусов-векторов $\vec{r}$ и $\vec{r}'$.

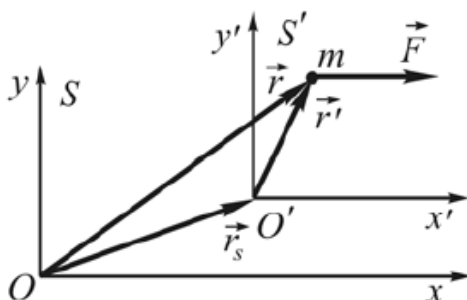


Рис. 17

Обозначим радиусом-вектором $\vec{r}_s$ положение начала координат O' системы отсчета S' относительно системы S . Тогда в каждый момент времени векторы $\vec{r}$, $\vec{r}'$ и $\vec{r}_s$ связаны соотношением

$$\vec{r} = \vec{r}_s + \vec{r}'.$$

Дважды продифференцировав это соотношение по времени, получим

$$\vec{a} = \vec{a}_s + \vec{a}',$$

где в соответствии с принятой терминологией $\vec{a}_s$ – переносное ускорение системы отсчета S' ; $\vec{a}'$ – относительное ускорение материальной точки; $\vec{a}$ – абсолютное ускорение материальной точки. Этот результат, полученный нами для прямолинейного переносного движения, справедлив также при всяком поступательном переносном движении, поскольку так же, как и при прямолинейном, все точки движущейся системы отсчета имеют по отношению к инерциальной одни и те же скорости и ускорения. Поэтому к относительному ускорению рассматриваемой точки прибавляется одно и то же ускорение переносного движения.

Как известно, уравнение движения материальной точки относительно инерциальной системы имеет вид

$$m\vec{a} = \vec{F},$$

где $\vec{F}$ – результирующая сила, действующая на материальную точку. Подставив найденное ранее значение $\vec{a}$ в это уравнение, получим

$$m(\vec{a}_s + \vec{a}') = \vec{F},$$

Откуда

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_s.$$

Полученное уравнение представляет собой аналитическую форму записи второго закона Ньютона в неинерциальной системе отсчета. Второй закон Ньютона в той форме, в которой он справедлив для инерциальных систем, неприменим в случае неинерциальных систем отсчета. В число сил, действующих на тело, входит взятое с противоположным знаком произведение массы тела и ускорения системы. Силы, учитывающие ускоренное движение системы отсчета, носят название сил инерции

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}_s.$$

Тогда

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_u. \quad (89)$$

Силы инерции обусловлены ускоренным движением системы отсчета относительно измеряемой системы, поэтому в общем случае нужно учитывать следующие случаи проявления этих сил:

- 1) силы инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета;
- 2) силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета;
- 3) силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета.

Рассмотрим эти случаи.

8.1. Силы инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета

Пусть на тележке к штативу на нити подвешен шарик массой m (рис. 18). Пока тележка покоится или движется равномерно и прямолинейно, нить, удерживающая шарик, занимает вертикальное положение, и сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ уравновешивается силой реакции нити $\vec{T}$.

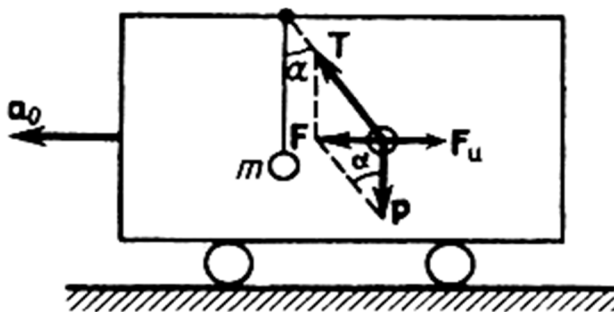


Рис. 18

Если тележку привести в поступательное движение с ускорением $\vec{a}_0$, то нить начнет отклоняться от вертикали назад до такого угла α , пока результирующая сила $\vec{F} = \vec{P} + \vec{T}$ не обеспечит ускорение шарика, равное $\vec{a}_0$. Таким образом, результирующая сила $\vec{F}$ направлена в сторону ускорения тележки $\vec{a}_0$ и для установившегося движения шарика (шарик теперь движется вместе с тележкой с ускорением $\vec{a}_0$) равна

$$F = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha = ma_0$$

Откуда

$$\operatorname{tg} \alpha = a_0 / g,$$

т. е. угол отклонения нити от вертикали тем больше, чем больше ускорение тележки.

Относительно системы отсчета, связанной с ускоренно движущейся тележкой, шарик покоится, что возможно, если сила $\vec{F}$ уравнивается равной и противоположно направленной ей силой $\vec{F}_u$, которая является ничем иным, как силой инерции, так как на шарик никакие другие силы не действуют. Таким образом,

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}_0. \quad (90)$$

Проявление сил инерции при поступательном движении наблюдается в повседневных явлениях. Например, когда поезд набирает скорость, то пассажир, сидящий по ходу поезда, под действием силы инерции прижимается к спинке сиденья. Наоборот, при торможении поезда сила инерции направлена в противоположную сторону, и пассажир удаляется от спинки сиденья. Особенно эти силы заметны при внезапном торможении поезда. Силы инерции проявляются в перегрузках, которые возникают при запуске и торможении космических кораблей.

8.2. Силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета

Пусть диск равномерно вращается с угловой скоростью ω ($\omega = \text{const}$) вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. На диске на разных расстояниях от оси вращения установлены маятники (на нитях подвешены шарики массой m). При вращении маятников вместе с диском шарики отклоняются от вертикали на некоторый угол.

В инерциальной системе отсчета, связанной, например, с помещением, где установлен диск, шарик равномерно вращается по окружности радиусом R (расстояние от центра вращающегося шарика до оси вращения). Следовательно, на него действует сила, модуль которой равен $F = m\omega^2 R$ и направлена сила перпендикулярно оси вращения диска. Она является равнодействующей силы тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и силы натяжения нити $\vec{T} : \vec{F} = \vec{P} + \vec{T}$. Когда движение шарика установится, то

$$F = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha = m \omega^2 R,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \alpha = \omega^2 R / g,$$

т. е. углы отклонения нитей маятников будут тем больше, чем больше расстояние R от центра шарика до оси вращения диска и чем больше угловая скорость вращения ω .

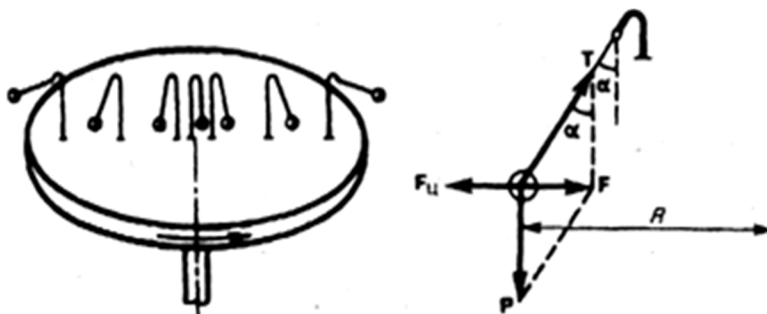


Рис. 19

Относительно системы отсчета, связанной с вращающимся диском, шарик покоится, что возможно, если сила $\vec{F}$ уравнивается равной и противоположно направленной ей силой $\vec{F}_ц$, которая является ничем иным, как силой инерции, так как на шарик никакие другие силы не действуют. Сила $\vec{F}_ц$, называемая *центробежной силой инерции*, направлена по горизонтали от оси вращения диска и её модуль равен

$$\vec{F}_ц = m \omega^2 R. \quad (91)$$

Действию центробежных сил инерции подвергаются, например, пассажиры в движущемся транспорте на поворотах, летчики при выполнении фигур высшего пилотажа; центробежные силы инерции используются во всех центробежных механизмах: насосах, сепараторах и т. д., где они достигают огромных значений. При проектировании быстро вращающихся деталей машин (роторов, винтов самолетов и т. д.) принимаются специальные меры для уравнивания центробежных сил инерции.

Из формулы (91) вытекает, что центробежная сила инерции, действующая на тела во вращающихся системах отсчета в направлении радиуса от оси вращения, зависит от угловой скорости вращения ω системы отсчета и радиуса R , но не зависит от скорости тел относительно вращающихся систем отсчета. Следовательно, центробежная сила инерции действует во вращающихся системах отсчета на все тела, удаленные от оси вращения на конечное расстояние, независимо от того, покоятся ли они в этой системе (как мы предполагали до сих пор) или движутся относительно нее с какой-то скоростью.

8.3. Силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета

Пусть шарик массой m движется с постоянной скоростью v' вдоль радиуса равномерно вращающегося диска ($v' = const, \omega = const, \vec{v}' \perp \vec{\omega}$). Если диск не вращается, то шарик, направленный вдоль радиуса, движется по радиальной прямой и попадает в точку A , если же диск привести во вращение в

направлении, указанном стрелкой, то шарик катится по кривой OB , причем его скорость $\vec{v}'$ относительно диска изменяет свое направление. Это возможно лишь тогда, если на шарик действует сила, перпендикулярная скорости $\vec{v}'$ (рис.20).

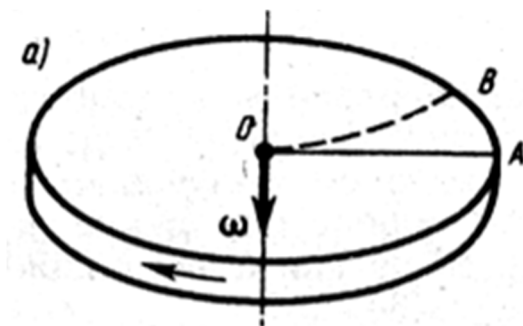


Рис. 20

Для того чтобы заставить шарик катиться по вращающемуся диску вдоль радиуса, используем жестко укрепленный вдоль радиуса диска стержень, на котором шарик движется без трения равномерно и прямолинейно со скоростью $\vec{v}'$.

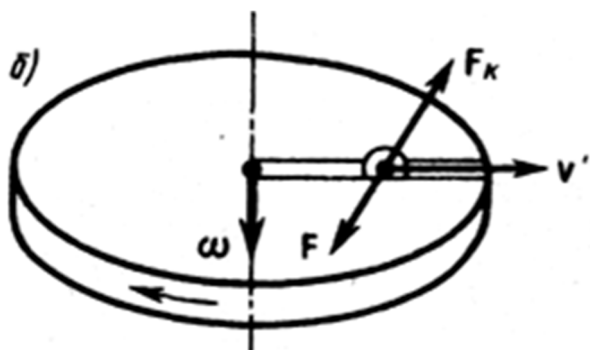


Рис. 21

При отклонении шарика стержень действует на него с некоторой силой $\vec{F}$. (рис. 21). Относительно диска (вращающейся системы отсчета) шарик движется равномерно и прямолинейно, что можно объяснить тем, что сила $\vec{F}$ уравнивается приложенной к шарiku силой инерции $\vec{F}_k$, перпендикулярной скорости $\vec{v}'$. Эта сила называется *Кориolisовой силой инерции*.

Можно показать, что сила Кориолиса

$$\vec{F}_k = -2[\vec{\omega}, \vec{v}'] \quad (92)$$

Вектор $\vec{F}_k$ перпендикулярен векторам скорости $\vec{v}'$ тела и угловой скорости вращения $\vec{\omega}$ системы отсчета в соответствии с правилом правого винта (рис. 22).

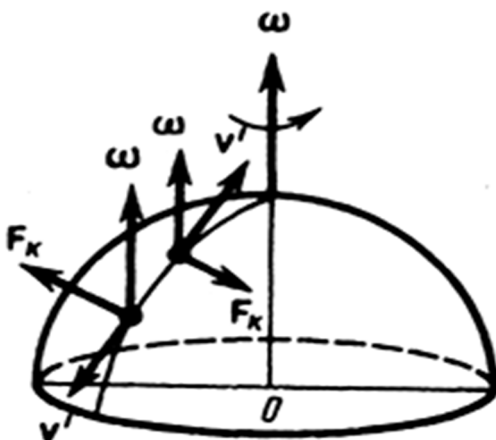


Рис. 22

Сила Кориолиса действует только на тела, движущиеся относительно вращающейся системы отсчета, например, относительно Земли. Поэтому действием этих сил объясняется ряд наблюдаемых на Земле явлений. Так, если тело движется в северном полушарии на север, то действующая на него сила Кориолиса, как это следует из выражения (92), будет направлена

вправо по отношению к направлению движения, т. е. тело несколько отклонится на восток. Если тело движется на юг, то сила Кориолиса также действует вправо, если смотреть по направлению движения, т. е. тело отклонится на запад. Поэтому в северном полушарии наблюдается более сильное подмывание правых берегов рек; правые рельсы железнодорожных путей по движению изнашиваются быстрее, чем левые, и т. д. Аналогично можно показать, что в южном полушарии сила Кориолиса, действующая на движущиеся тела, будет направлена влево по отношению к направлению движения.

Благодаря силе Кориолиса падающие на поверхность Земли тела отклоняются к востоку (на широте 60° это отклонение должно составлять 1 см при падении с высоты 100 м). С силой Кориолиса связано поведение маятника Фуко, явившееся в свое время одним из доказательств вращения Земли. Если бы этой силы не было, то плоскость колебаний качающегося вблизи поверхности Земли маятника оставалась бы неизменной (относительно Земли). Действие же сил Кориолиса приводит к вращению плоскости колебаний вокруг вертикального направления.

Раскрывая содержание $\vec{F}_{ин}$ в формуле (89), получим *основной закон динамики для неинерциальных систем отсчета*:

$$m \vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_u + \vec{F}_ц + \vec{F}_к ,$$

где силы инерции задаются формулами (90) – (92).

Обратим еще раз внимание на то, что *силы инерции вызываются* не взаимодействием тел, а *ускоренным движением системы отсчета*. Поэтому они не подчиняются третьему закону Ньютона, так как если на какое-либо тело действует сила инерции, то не существует противодействующей силы, приложенной к данному телу. Два основных положения механики, согласно которым ускорение всегда вызывается силой, а сила всегда обусловлена взаимодействием между телами, в системах отсчета, движущихся с ускорением, одновременно не выполняются.

Для любого из тел, находящихся в неинерциальной системе отсчета, силы инерции являются внешними; следовательно, здесь нет замкнутых систем. Это означает, что в неинерциаль-

ных системах отсчета не выполняются законы сохранения импульса, энергии и момента импульса. Таким образом, силы инерции действуют только в неинерциальных системах. В инерциальных системах отсчета таких сил не существует.

Возникает вопрос о *«реальности»* или *«фиктивности»* сил инерции. В ньютоновской механике, согласно которой сила есть результат взаимодействия тел, на силы инерции можно смотреть как на *«фиктивные»*, *«исчезающие»* в инерциальных системах отсчета. Однако возможна и другая их интерпретация. Так как взаимодействия тел осуществляются посредством силовых полей, то силы инерции рассматриваются как воздействия, которым подвергаются тела со стороны каких-то реальных силовых полей, и тогда их можно считать *«реальными»*. Независимо от того, рассматриваются ли силы инерции в качестве *«фиктивных»* или *«реальных»*, многие явления, о которых упоминалось в настоящем параграфе, объясняются с помощью сил инерции.

Силы инерции, действующие на тела в неинерциальной системе отсчета, пропорциональны их массам и при прочих равных условиях сообщают этим телам одинаковые ускорения. Поэтому в *«поле сил инерции»* эти тела движутся совершенно одинаково, если только одинаковы начальные условия. Тем же свойством обладают тела, находящиеся под действием сил поля тяготения.

При некоторых условиях силы инерции и силы тяготения невозможно различить. Например, движение тел в равноускоренном лифте происходит точно так же, как и в неподвижном лифте, висящем в однородном поле тяжести. Никакой эксперимент, выполненный внутри лифта, не может отделить однородное поле тяготения от однородного поля сил инерции.

Аналогия между силами тяготения и силами инерции лежит в основе принципа эквивалентности гравитационных сил и сил инерции (принципа эквивалентности Эйнштейна): все физические явления в поле тяготения происходят совершенно так же, как и в соответствующем поле сил инерции, если напряженности обоих полей в соответствующих точках пространства совпадают, а прочие начальные условия для рассматриваемых тел одинаковы. Этот принцип является основой общей теории относительности.

§ 9. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

9.1. Общие механические свойства жидкостей и газов. Стационарное состояние

В механике жидкости и газы рассматривают как сплошную среду. В отличие от твердых тел в жидкостях и газах под действием даже малых внешних сил происходит изменение взаимного расположения (сдвиг) отдельных частей друг относительно друга.

Если жидкость находится в покое, то составляющие ее частицы неподвижны и не изменяют взаимного расположения друг относительно друга. Величина, равная отношению силы, действующей на элементарную поверхность по нормали к ней, к площади этого элемента, называется *давлением*:

$$p = F/S. \quad (93)$$

где F – сила давления, S – площадь.

Давление в данной точке жидкости соответственно определяется формулой

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS}. \quad (94)$$

Давление – величина скалярная и в данной точке жидкости или газа имеет одинаковое значение при любой ориентации площадки dS , к которой отнесено давление, т.е. оно изотропно. Вертикальный цилиндр высотой h в покоящейся жидкости, испытывающий давление на верхнее основание p_1 , имеет давление на нижнее основание:

$$p = p_1 + \rho gh, \quad (95)$$

где ρ – плотность жидкости; ρgh – гидростатическое давление, обусловленное ее весом.

Следовательно, давление между двумя уровнями отличается на величину, равную отношению веса вертикального столба жид-

кости (газа) к площади поперечного сечения этого столба. Во всех точках покоящейся жидкости (газа), расположенных на одном уровне (на одной высоте), гидростатическое давление одинаково. Оно зависит от плотности жидкости и высоты ее столба в сосуде и не зависит от формы сосуда. Этим объясняется *гидростатический парадокс*: вес жидкости, налитой в нецилиндрический сосуд, не равен силе давления жидкости на дно сосуда.

Гидростатическое давление жидкости на глубине h :

$$p = p_0 + \rho gh, \quad (96)$$

где p_0 – давление на свободную поверхность жидкости – внешнее давление.

Свободная поверхность однородной жидкости в открытых сосудах, сообщающихся между собой, устанавливается на одном горизонтальном уровне. Так как в ином случае жидкость в них не находится в состоянии равновесия. Если внешнее давление изменится на Δp_0 , то на такую же величину изменится давление и в любой другой точке жидкости, т.е. давление на поверхность жидкости, производимое внешними силами, передается жидкостью одинаково во всех направлениях (*закон Паскаля*).

Выталкивающая сила – это разность сил гидростатического давления жидкости, действующих на нижнее и верхнее основание тела.

Сила Архимеда – это выталкивающая сила, действующая на тело, погруженное в жидкость.

Закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости (газа) в объеме погруженного тела (или его части).

Кратко Сила Архимеда записывается так: $F(A) = \rho g V$, где ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; V – объем погруженного тела.

Выталкивающая сила, действующая на тела, помещенные в жидкость или газ, называется *архимедовой силой* (рис. 23).

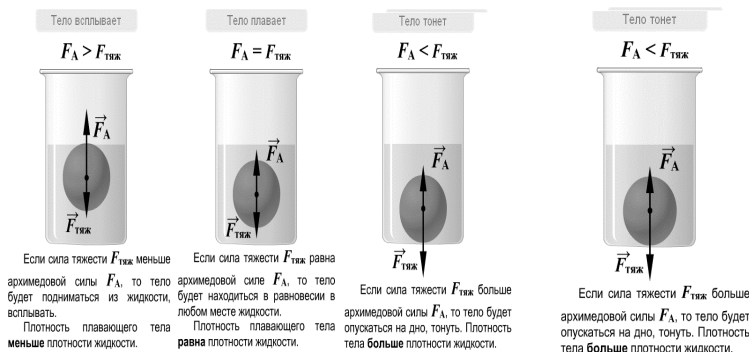


Рис. 23

Если на покоящуюся относительно сосуда жидкость кроме силы тяжести действуют еще и другие внешние силы, то давление в жидкости в точках, расположенных на одном уровне, может быть и неодинаковым, как, например, в жидкости, вращающейся вместе с сосудом.

9.2. Течение жидкости и газов

Движение жидкостей и газов можно изучать двумя методами. В первом прослеживается движение отдельных частиц жидкости в пространстве со временем, и определяются кинематические характеристики их движения. Зная эти характеристики, можно составить представление о движении конечных объемов жидкости (*способ Лагранжа*). Во втором случае следят за отдельными неподвижными точками пространства, определяя скорости проходящих через них частиц (*способ Эйлера*). Основной способ в гидродинамике – второй.

Если скорость потока в каждой точке пространства, занятого жидкостью, не изменяется со временем, то течение жидкости называют *стационарным*. При таком течении частица жидкости, пришедшая в какую-либо точку потока, имеет в этой точке потока такую же скорость, какую имели в ней и все предшествующие частицы.

Распределение скоростей в потоке изображают с помощью *линий тока* – линий, в каждой точке которых вектор скорости

потока направлен по касательной. Линии тока в стационарном потоке совпадают с траекториями частиц жидкости. Если в таком потоке выделить часть жидкости, ограниченной линиями тока, то ее поверхность представляет собой как бы непроницаемую трубку. Поток жидкости внутри такой трубки называется *струей*.

Масса жидкости, протекающая за промежуток времени Δt через площадь сечения S , перпендикулярную струе, равна

$$\Delta m = \rho V = \rho S h = \rho S v \Delta t, \Delta m = \rho S v \Delta t, \quad (97)$$

где v – скорость частиц жидкости в этом сечении, ρ – плотность жидкости.

При стационарном течении за один и тот же промежуток времени Δt через два разных поперечных сечения S_1 и S_2 струи должны протекать одинаковые массы жидкости, поэтому

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2. \quad (98)$$

Если жидкость несжимаема, $\rho_1 = \rho_2$, то плотности ее в сечениях одинаковы и

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad (99)$$

Таким образом, для любого поперечного сечения одной и той же струи

$$v S = \text{const.} \quad (100)$$

Полученное выражение называется *теоремой неразрывности струи* (рис. 24).

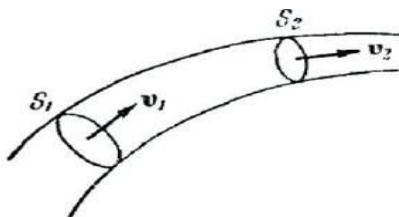


Рис. 24

Для негоризонтальной трубки тока идеальной несжимаемой жидкости, имеющей сечения ΔS_1 и ΔS_2 , расположенные на высотах h_1 и h_2 над некоторым горизонтальным уровнем, справедливо соотношение

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \quad (101)$$

согласно закону сохранения энергии. Поскольку сечения 1 и 2 были взяты произвольно, то для любого сечения одной и той же струи выполняется условие (*уравнение Бернулли*) (рис. 25):

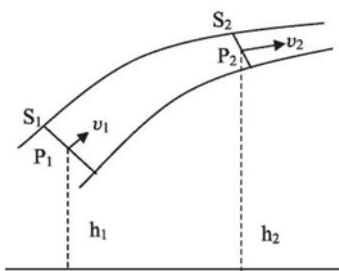


Рис. 25

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const, \quad (102)$$

где $\frac{\rho v^2}{2}$ – кинетическая энергия, отнесенная к объему жидкости (гидростатическое давление); $\rho g h$ – его потенциальная энергия в поле силы тяжести (динамическое давление); p – статическое давление.

Уравнение Бернулли связывает изменение давления в струе жидкости с изменением скорости и выражает закон сохранения механической энергии для идеальной жидкости при стационарном течении.

Скорость в струе, вытекающей из отверстия, находящегося на глубине h под поверхностью жидкости в сосуде, совпадает со скоростью свободного падения с высот (формула *Торичелли*) (рис. 26)

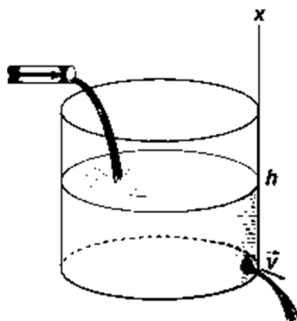


Рис. 26

$$v = \sqrt{2gh} . \quad (103)$$

Для реальных вязких жидкостей скорость истечения отличается от скорости, вычисленной по формуле Торричелли.

Реальным жидкостям и газам при относительном движении соседних слоев свойственно внутреннее трение. Действие сил внутреннего трения проявляется, например, в падении давления вдоль горизонтальной трубы постоянного сечения, по которой течет жидкость. Слой жидкости, непосредственно прилегающий к стенкам трубы. Прилипает к ним и остается практически неподвижным. Внутренние же слои жидкости движутся по трубе со скоростью, постепенно возрастающей по мере удаления от ее стенок.

Сила трения, действующая на плавущую по поверхности жидкости пластинку, пропорциональна скорости пластинки v_0 , ее площади S и обратно пропорциональна расстоянию между пластиной и дном ванны, т. е.

$$F = \eta v_0 S / d = \eta , \quad (104)$$

где η – коэффициент пропорциональности, зависящий от природы жидкости и ее состояния (температуры), называется *динамической вязкостью (коэффициентом внутреннего трения)*; $\frac{dv}{dz}$ – изменение скорости слоя жидкости с глубиной.

Если жидкость движется отдельными параллельными слоями, как бы скользящими друг относительно друга, то ее

течение называют *ламинарным*.

Объем жидкости, протекающий через трубу сечением S , радиусом R , длиной l за время t определяется по формуле *Пуазейля*

$$V = \frac{1}{\eta} \frac{\pi R^4}{8l} (p_1 - p_2). \quad (105)$$

Если скорость жидкости при определенных размерах трубы превышает некоторую величину, *критическое* значение, то течение становится неустойчивым, теряет ламинарный характер и переходит в *турбулентное*.

При турбулентном течении скорость в каждой точке потока непрерывно изменяется, хаотически колеблясь вокруг некоторого среднего значения. Эту среднюю по времени скорость обычно и имеют в виду, когда говорят о скорости турбулентного потока. В турбулентном потоке легко возникают вихри, распадающиеся на более мелкие.

При ламинарном течении вязкость оказывает влияние на весь поток в целом, тогда как при турбулентном течении преобладающая роль принадлежит силам инерции. Поэтому переход от ламинарного режима течения к турбулентному определяется отношением инерционных сил к силам вязкости. Это отношение принято характеризовать безразмерной величиной, называемой *числом Рейнольдса*:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta} = \frac{v l}{\nu}, \quad (106)$$

где $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость жидкости или газа.

Число Рейнольдса выражает отношение кинетической энергии элемента объема жидкости к работе сил вязкости. Пока число Рейнольдса мало, силы вязкости преобладают над силами инерции и всякие случайно возникающие в жидкости возмущения гасятся силами вязкости. При возрастании Re до значения, называемого *критическим*, силы инерции становятся сопоставимыми с силами вязкости и наблюдается переход от ламинарного режима к турбулентному. Например, для жидкости, теку-

щей по гладкой круглой трубе (в качестве линейного размера l которой взят ее диаметр), $Re \approx 2300$. При этом несущественно, за счет чего получается большое значение числа Рейнольдса: возрастает ли оно при увеличении линейного размера l или же скорости течения U , либо за счет малого значения кинематической вязкости. Поэтому число Рейнольдса может служить критерием механического подобия различных потоков. Оно играет важную роль при изучении на моделях течений жидкости или газа в различных условиях или же при исследованиях на моделях условий обтекания различных тел.

Тело, равномерно движущееся в неподвижной невязкой жидкости, не должно испытывать сопротивления движению (*парадокс Эйлера*). Реальные жидкости обладают вязкостью и поэтому не могут свободно скользить по поверхности обтекаемого ими тела. Когда такая жидкость течет с небольшой скоростью, при которой число Рейнольдса меньше критического, ее тонкий слой прилипает к поверхности обтекаемого тела и возникает пограничный слой, за пределами которого течение реальной жидкости ничем не отличается от течения идеальной жидкости. При малых значениях числа Рейнольдса, близких к единице, толщина пограничного слоя имеет величину порядка размеров тела. При еще меньших значениях числа Рейнольдса, когда оно мало по сравнению с единицей, пограничный слой уже не удастся выделить, так как он занимает значительную часть потока или почти весь поток. В этом случае для шарообразного тела, как установил Стокс, коэффициент, зависящий от вязкости жидкости, размеров и формы тела, от его ориентации в потоке, равен

$$c_x = 6\pi r \eta, \quad (107)$$

r – радиус шарообразного тела. Тогда сила сопротивления движению шара в жидкости

$$F = 6\pi r \eta U. \quad (108)$$

С помощью этого выражения, называемого *формулой Стокса*, по скорости установившегося движения шарообразного тела можно определить его радиус, если известна вязкость жидкости. Если же размеры шарика известны, то по скорости его установившегося движения с помощью формулы Стокса можно

определить вязкость среды.

§ 10. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

10.1. Колебательные движения

Любой системе, способной совершать колебательное движение, характерно равновесное состояние, а состояние системы в любой момент времени описывается некоторой физической величиной, периодически отклоняющейся от равновесного состояния.

Время одного полного колебания называется *периодом колебаний*:

$$T = \frac{t}{N} . \quad (109)$$

Число полных колебаний, совершенных за единицу времени, называется *частотой колебаний*:

$$N = \frac{N}{t} . \quad (110)$$

Наибольшее смещение от положения равновесия называется *амплитудой колебаний*.

Простейшими колебательными системами являются *пружинный* (рис. 27) и *математический* (рис. 28) маятники. Они совершают колебательное движение по закону

$$x = \cos \omega t, \quad (111)$$

называемому *гармоническим колебанием*.

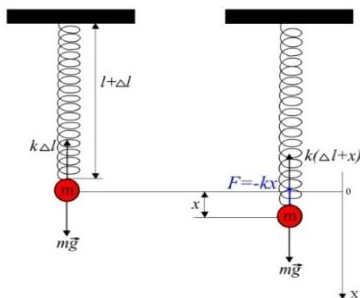


Рис. 27

На смещенный груз пружинного маятника действует в сторону, противоположную смещению, возвращающая сила, равная силе упругости пружины, определяемая законом Гука

$$F_{\text{возвр.}} = -F_{\text{упр.}} = -kx, \quad (112)$$

где k – коэффициент упругости пружины; $F_{\text{возвр.}}$ – обеспечивает движение груза с ускорением

$$a = \frac{F_{\text{возвр.}}}{m} + \frac{kx}{m}, \quad (113)$$

где m – масса колеблющегося груза.

Уравнение ускорения груза:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{k}{m}x(t) = 0. \quad (114)$$

На отклоненный от положения равновесия груз математического маятника действуют силы:

тяжести $P = mg$,

напряжения нерастяжимой нити $F_n = mg / \cos\alpha$.

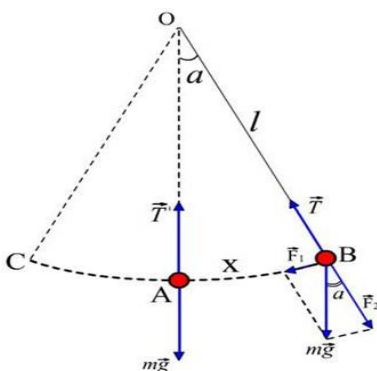


Рис. 28

Складываясь, они обуславливают возвращающую силу:

$$F_{\text{возвр.}} = mgtg\alpha. \quad (115)$$

При малых α : $tg\alpha \approx \sin\alpha \approx x/l$, поэтому ускорение груза маятника будет равно:

$$\alpha = -mgx/lm = -\frac{g}{l}x.$$

Тогда

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{g}{l}x(t) = 0. \quad (116)$$

Решением данного уравнения является $x = x_0 \cos \omega t$

Поле земного притяжения заставляет стремиться к положению равновесия и *физический маятник* – тело с горизонтальной осью вращения, не совпадающей с центром его массы.

При отклонении маятника от положения равновесия на угол φ возникает возвращающий *момент силы* тяжести

$$M_{\text{возвр.}} = -mgl_{oc} \sin \varphi \approx mgl_{oc} \varphi. \quad (117)$$

где $l_{oc} \sin \varphi \approx l \varphi$ – плечо силы тяжести при условии малых отклонений.

Возвращающий момент обеспечивает вращательное движение физического маятника с угловым ускорением, которое равно

$$\beta(t) = \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} = -\frac{mgl_{oc}}{I_0} \varphi(t), \quad (118)$$

где I_0 – момент инерции тела относительно оси вращения.

Тогда уравнение движения будет иметь вид

$$\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + \frac{mgl_{oc}}{I_0} \varphi(t) = 0, \quad (119)$$

так как k/m , g/l и $mg l_{oc}/I_0$ – константы колебательных систем можно записать обобщенную формулу их движения как

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0. \quad (120)$$

Полученное выражение является дифференциальным уравнением второго порядка. Решением любого дифференциального уравнения является функция, превращающая уравнение в тождество. Например, полученному уравнению удовлетворяют функции:

$$x(t) = B \sin \omega t, \quad x(t) = C \cos \omega t, \quad x(t) = B \sin \omega t + C \cos \omega t,$$

последняя из функций решений дифференциального уравнения преобразуется в вид

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0), \text{ где } \varphi_0 = \arctg \frac{C}{B},$$

$\omega t + \varphi_0 = \varphi$ есть *фаза колебания*.

Фаза колебания как физическое понятие повторяется через период колебания:

$$T = 2\pi / \omega \text{ или } \omega = 2\pi/T, \text{ тогда } \nu = 1/T = \omega/2\pi.$$

Здесь ω – *быстрота изменения фазы колебаний*, ν – *циклическая или угловая частота*.

Механические колебательные системы действуют благодаря либо упругим силам, либо силе тяготения. Поля этих сил консервативны, т.е. процесс колебаний связан с периодическим переходом энергии из потенциальной в кинетическую и обратно. Потенциальная энергия для пружинного маятника зависит от упругости пружины k и смещения тела от положения равновесия:

$$\Pi = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{mA^2 \omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0), \quad (121)$$

так как $k = m\omega^2$.

Кинетическая энергия системы:

$$K = \frac{mA^2\varpi^2}{2} \cos^2 (\omega t + \varphi_0), \quad (122)$$

Тогда полная энергия упругой системы при колебательном движении:

$$E = \Pi + K = \frac{mA^2\varpi^2}{2}. \quad (123)$$

Для вращательной системы, совершающей малые колебания, уравнение движения, т. е. углового смещения, имеет вид

$$\Phi(t) = \Phi_0 \sin (\omega_k t + \varphi_0), \quad (124)$$

где Φ_0 – амплитуда угла поворота, ω_k – угловая частота колебаний.

Угловая скорость вращающегося тела $\omega_{вр}$ определяется по формуле

$$\omega_{вр}(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \Phi_0 \omega_k \cos (\omega_k t + \varphi_0), \quad (125)$$

Ротационная энергия (кинетическая энергия вращательного движения) определяется согласно выражению

$$K_{ер.} = I \omega_{ер.}^2 / 2 = I \Phi_0^2 \omega_k^2 / 2 \cos^2 (\omega_k t + \varphi_0), \quad (126)$$

Где I – момент инерции тела относительно оси вращения.

10.2. Сложение колебаний одного направления

Тело как материальная точка может одновременно находиться в нескольких полях упругих и квазиупругих (похожих на них) сил, каждая из которых заставляет совершать гармоническое колебательное движение. Если материальная точка одно-

временно участвует в двух гармонических колебаниях с одинаковым периодом, но с различными начальными фазами и амплитудами, согласно уравнениям:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}), \\x_2(t) &= A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}),\end{aligned}\tag{127}$$

вдоль одной линии, то результирующее смещение точки равно алгебраической сумме обоих смещений:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}),$$

Частные случаи:

1) если $\varphi_{01} = \varphi_{02}$, то амплитуда суммарного колебания

$$A = A_1 + A_2$$

2) если $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pm \pi$, то $A = |A_1 - A_2|$;

3) если $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pi/2$, то $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$.

Во всех случаях частота суммарного колебания равна частоте складываемых.

Если частоты складываемых колебаний одного направления отличаются, то в результате возникает сложный колебательный процесс. Интерес представляет частный случай, когда колебания слегка различаются по частоте, а амплитуды их равны. В этом случае обязательно будут моменты, когда фазы колебаний совпадут. Полагая один из таких моментов за начало отсчета времени. Начальные фазы обоих колебаний можно приравнять к нулю, т. е.

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A \sin \omega_1 t, \\x_2(t) &= A \sin \omega_2 t,\end{aligned}$$

где $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_1, \omega_2$ $|\omega_1 - \omega_2| = \Delta \omega$.

Пользуясь формулой суммы синусов, результирующее колебание можно представить в виде выражения

$$x(t) = 2A \sin(\omega_p t) \cos(\Delta \omega t/2), \quad (128)$$

где $\omega_p = \omega_1 + \omega_2 / 2 \approx \omega_1 \approx \omega_2$.

Первый множитель имеет частоту, близкую к частотам складываемых колебаний, а период второго сомножителя T_δ существенно больше:

$$T_\delta = 4\pi / \Delta \omega = 2\pi / \omega_\delta.$$

Это позволяет рассматривать результирующее движение как почти гармоническое колебание с частотой ω_p переменной амплитудой

$$A_p = 2A | \cos(\Delta \omega_B t) |. \quad (129)$$

Такое относительно медленное возрастание и убывание амплитуды колебаний называется *биениями*.

10.3. Затухающие колебания

Во всякой реальной колебательной системе имеются факторы, препятствующие колебаниям, а колебательный процесс сопровождается переходом энергии колебаний в другие виды. Такими факторами являются, например, момент силы трения в осях вращательных систем, вязкость среды, деформационный нагрев пружин, звуковые эффекты и др. Энергия системы убывает, и соответственно уменьшается амплитуда колебаний. Такие колебания уже не гармонические и к ним неприменимо понятие амплитуды как неизменной характеристики системы. В общем случае колебательное движение не повторяется через одинаковые промежутки времени.

Вязкое трение, присущее в той или иной степени всем механическим системам, характерно тем, что сила трения пропорциональна скорости движения и направлена в противоположную сторону от вектора скорости:

$$F_{TP} = -rv.$$

R – коэффициент трения, учитывающий свойства среды, форму и другие особенности колеблющегося тела.

Тогда для пружинного маятника имеем

$$\vec{a} = \frac{-k\vec{x} - r\vec{v}}{m},$$

и дифференциальное уравнение свободных колебаний при наличии диссипативных факторов имеет вид

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx(t)}{dt} + \frac{k}{m} x(t) = 0. \quad (130)$$

Решением данного уравнения является функция

$$x(t) = A_0 e^{-rt/2m} \sin \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)^2 - \left(\frac{r^2}{4m}\right)} t. \quad (131)$$

Здесь A_0 и φ_0 определяются начальными условиями приведения системы в колебательное движение, а круговая (угловая, циклическая) частота ω_r несколько меньше, чем частота идеализированной, без учета трения, колебательной системы:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2},$$

где ω_0 – частота этой системы, рассчитанная без учета диссипации энергии; $\frac{r}{2m} = \delta$ – коэффициент затухания колебаний.

Сопоставляя значения амплитуд в двух соседних моментах времени, отстоящих на один период, получаем

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = A_0 e^{-\delta t} / A_0 e^{-\delta(t+T)} = e^{\delta T} = \text{const}, \quad (132)$$

что означает: амплитуда затухающих колебаний за каждый период убывает в одно и то же число раз; это число называют *декрементом затухания*. Натуральный логарифм декремента затухания называется *логарифмическим* декрементом затухания θ .

$$\theta = \ln(e^{\delta T}) = \delta T = \delta 2\pi / \omega_r = \delta 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}. \quad (133)$$

Логарифмический декремент затухания можно выразить как величину, обратную числу N_e колебаний, за которое амплитуда уменьшается в e раз:

$$A_0 e^{-\delta t} / A_0 e^{-\delta(t+N_e T)} = e^{\delta N_e T} = e, \quad \delta N_e T = \theta N_e = 1, \quad \theta = 1 / N_e.$$

Мощность устройства, поддерживающего свободные колебания N_y должна быть численно равной мощности потерь N_p при колебаниях с требуемой амплитудой. Мощность потерь равна скорости перехода энергии E_k в другие виды энергии:

$$N_p = \frac{dE_k}{dt}.$$

Чтобы энергия колебаний в колебательной системе оставалась такой же, как в момент ее запуска, необходимо, чтобы

$$N_y = -N_p(t=0) = -\frac{dE_k}{dt}(t=0),$$

$$\text{но} \quad \frac{dE_k}{dt} = -\frac{1}{2} \omega_r^2 r A_0^2 e^{-rt/m}, \text{ тогда } N_y = r \omega_r^2 A_0^2 / 2.$$

Отношение энергии $E_k = E_{t=0}$, запасенной системой, к энергии ΔE_τ , теряемой за время τ – время изменения фазы колебания на единицу ($\tau = T/2\pi$), является мерой качества колебательной системы по отношению к рассеянию энергии. Это отношение называют *добротностью* Q :

$$Q = E_k / \Delta E_\tau = \omega_r m / r. \quad (134)$$

10.4. Вынужденные колебания

Непрерывное пополнение энергии в колебательную систему после выведения ее из состояния равновесия в ряде случаев происходит вследствие работы какой-нибудь внешней силы, имеющей периодический характер. Примерами таких случаев могут служить колебания, возбуждаемые и поддерживаемые переменным электрическим полем или преобразованием вращательного движения.

Работа вынуждающей силы восполняет убыль энергии, затрачиваемой на преодоление трения, а возникающие под ее действием незатухающие колебания называются *вынужденными*.

Движение тела при вынужденных колебаниях обуславливается действием трех сил: упругой (квазиупругой) $F_{\text{возвр}} = -kx$, трения $F_{\text{тр}} = -r v$ и вынуждающей $\vec{F}_{\text{вын}} = F_0 \sin \Omega t$, где F_0 – амплитудное значение силы, Ω – циклическая частота этой силы, в общем случае – не равная собственной (в отличие вынуждающей силы) частоте ω колебательной системы

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{-kr - r v + F_0 \sin \Omega t}{m}.$$

В дифференциальной форме уравнение движения имеет вид

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \sin \Omega t. \quad (135)$$

Источник вынуждающей силы имеет определенную мощность, в начале колебаний превышающую мощность потерь. Амплитуда колебаний при этом нарастает. По мере увеличения амплитуды вынужденных колебаний потери энергии на преодоление сил трения возрастают – они пропорциональны квадрату амплитуды. Затем наступает момент, когда работа внешней силы будет покрывать потери энергии в системе – устанавливаются вынужденные колебания с некоторой постоянной амплитудой.

Процесс установления колебаний отражается в решении дифференциального уравнения

$$x(t) = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega_r t + \varphi_0) + X_0 \sin(\Omega t - \Phi_0), \quad (136)$$

где X_0 – амплитуда установившихся вынужденных колебаний, Φ_0 – установившийся сдвиг по фазе относительно вынуждающей силы.

Собственные колебания системы с частотой ω_r (первое слагаемое), если поначалу они имеют место, постепенно затухнут, а система станет колебаться с частотой вынуждающей силы Ω согласно выражению

$$x(t) = X_0 \sin(\Omega t - \Phi_0). \quad (137)$$

Амплитуда вынужденных колебаний, определяемая подстановкой $x(t)$ в соответствующее дифференциальное уравнение, будет равна

$$X_0 = F_0 / m \sqrt{\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \frac{r^2}{m^2} \Omega^2}, \quad (138)$$

Сдвиг по фазе относительно установившихся колебаний равен

$$\Phi_0 = \arctg \frac{r\Omega}{m \left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)}. \quad (139)$$

Амплитуда и фаза колебаний зависят от соотношения между частотами собственных и вынужденных колебаний и от характеристик затухания:

$$x(t) = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2}} \sin(\Omega t - \arctg \frac{2\delta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}). \quad (140)$$

Амплитуда X_0 максимальна при $\Omega \approx \omega_0$. Если потери на трение малы, то амплитуда может достигать очень больших значений. Резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты внешней силы к собственной частоте колебательной системы называется *резонансом*. При резонансе ($X_0 = X_{0 \max}$) сдвиг фазы составляет $\pi / 2$ и увеличивается асимптотически до π при $\Omega \gg \omega_0$.

§ 11. ЭЛЕМЕНТЫ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ

11.1. Волновые характеристики

Распространение в среде колебательного движения, сопровождающееся переносом энергии без переноса вещества, называют *волновым процессом*. Волны различаются на: упругие (звуковые, поверхностные), электромагнитные, гравитационные и т.п. Относительно направления распространения волны различают на: продольные и поперечные.

Так как $\omega = 2\pi/T$,

$$\text{то } x_n(t) = A \sin 2\pi (t/T - l/Tv_g v_g) \quad (141)$$

Произведение Tv_g есть расстояние, проходимое волной за период колебаний, переносимых волной. Колеблющимся молекулам среды, разнесенным по направлению распространения волны – по волновому лучу – на расстояние Tv_g , характерно совпадение по фазе. Это расстояние называется *длиной волны* λ :

$$\lambda = v_g T,$$

тогда уравнение *бегущей волны* будет иметь вид

$$x_n(t) = A \sin 2\pi (t/T - l/\lambda), \quad (142)$$

где l – радиус-вектор приемника.

Введя величину

$$\kappa_g = 2\pi/\lambda,$$

называемую *волновым числом*, придем к виду

$$x_n(t) = A \sin (2\pi t/T - 2\pi l/\lambda) = A \sin (\omega t - \kappa_g l). \quad (143)$$

Дважды продифференцировав полученную функцию $x_n(t)$ по t и по l , получим *волновое уравнение*

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t - \kappa_e l); \frac{d^2x}{dl^2} = -Ak_l^2 (\omega t - \kappa_e l) = \frac{1}{v_g^2} \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (144)$$

Если волна распространяется от излучателя, колеблющегося по строго гармоническому закону («*осциллятора*»), то в однородной среде даже при наличии затухания форма волны остается неизменной, а скорость распространения волны v_g можно считать быстротой перемещения в пространстве состояния среды, характеризваемого фазой волны. В этом случае скорость волны называют *фазовой* скоростью. Такому определению удовлетворяет условие

$$\varphi = \omega t - \kappa_e l = \text{const}, \text{ т. е. } d(\omega t - \kappa_e l) = 0. \quad (145)$$

Так как фаза φ -функция двух переменных, то ее дифференциал, равный нулю, представим в виде

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t} dt + \frac{\partial \varphi}{\partial l} dl = \omega dt - \kappa_e dl = 0, \quad (146)$$

откуда следует соотношение для фазовой скорости

$$v_\varphi = \frac{dl}{dt} = \frac{\omega}{k_B}. \quad (147)$$

Фазовая скорость зависит от частоты для разных сред по-разному. Явление такой зависимости в природе называют *дисперсией*. К группе волн неприменимо понятие фазовой скорости, так как по мере распространения волны изменяются соотношения между фазами разных гармонических волн.

Энергия – главное в информации, переносимой волнами. Принять информацию, означает преобразовать энергию колебания элементов среды – приемников волны в другие виды энергии. Информативность придает волне изменение амплитуды и частоты – *модуляция* колебаний. Простейший вид модуляции – биения – есть результат *сложения* колебаний всего лишь двух

разных частот, энергия которых принесена к рассматриваемой частице среды волнами, у которых фазовые скорости в общем случае различны. Более сложные информационные сигналы переносятся совокупностями волн не просто большого ряда частот, но целыми группами непрерывного ряда частот. Быстрота передачи таких сигналов оценивается *групповой* скоростью волн. Именно групповая скорость волн может быть измерена приборами: с этой скоростью переносится от излучателя к приемнику энергия волны – информационный сигнал.

В отличие от фазовой скорости, групповая скорость находится как отношение интервала частот $\Delta\omega$, входящих в группу волн – «волновой пакет», к интервалу волновых чисел Δk_B , характерных для этого «пакета»:

$$U_{гп.} = \Delta \omega / \Delta k_B. \quad (148)$$

Для группы волн с непрерывным рядом частот это соотношение имеет дифференциальный вид

$$U_{гп.} = d\omega / dk_B. \quad (149)$$

Энергия механической волны в упругой среде состоит из кинетической энергии совершающих колебания частиц вещества и из потенциальной энергии упругой деформации среды. Обе составляющие энергии неравномерно распределены по объему пространства, занятого волновым процессом – волнового поля: одни частицы покоятся, другие в это время движутся в противоположных направлениях. Элементы среды волнового поля деформированы: одни растянуты, другие в это же время сжаты, а дважды за период деформация вообще исчезает. Поэтому при рассмотрении энергии волны вводят понятие W , которая в каждый момент времени и в разных точках волнового поля различна. Плотность энергии – энергия колебаний частиц, приходящаяся на единицу объема. Учитывая изменение этой величины от точки к точке, ее определяют как

$$W = \frac{dE}{dV}.$$

Усредняя W во времени, для гармонической волны ее можно представить, сопоставляя с энергией линейной колебательной

системы. Роль массы колеблющегося тела отводится массе молекул, которых в единице объема содержится n (концентрация), поэтому

$$W = \frac{mA^2\omega^2}{2} n = \frac{\rho A^2\omega}{2}, \quad (150)$$

где $\rho = mn$ – плотность вещества среды.

Количество энергии, доставляемой волной и приходящаяся на некоторую, нормальную к волновому лучу, площадку $\Delta S_{\perp}$ в единицу времени, называется *потоком* энергии $\Delta\Phi$ через эту площадку. Для оценки поступления энергии в разные области волнового поля применяют векторную величину, называемую *плотностью потока* энергии $\vec{j}$, совпадающую с направлением переноса энергии. Если через площадку $\Delta S_{\perp}$ за время Δt переносится энергия ΔW , то

$$\vec{j} = \frac{\Delta W}{\Delta S_{\perp} \Delta t} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S_{\perp}}. \quad (151)$$

За время Δt волна, пройдя сквозь $\Delta S_{\perp}$, вовлечет в колебательный процесс частицы среды в объеме

$$\Delta V = \Delta S_{\perp} v_{\phi} \Delta t$$

и соответствует сообщению частицам колебательной энергии

$$\Delta W = w \Delta V = w v_{\phi} \Delta S_{\perp} \Delta t. \quad (152)$$

Тогда $\vec{j} = w \vec{v}_{\phi}$

где $\vec{j}$ – вектор Умова.

$$J = \frac{d\Phi}{dS_{\perp}}, \quad d\Phi = j \Delta S_{\perp}. \quad (153)$$

Поток энергии определится по формуле

$$\Delta\Phi = \int_S j dS = \int_S j dS \cos(\vec{j}, \vec{n}_{dS}). \quad (154)$$

11.2. Интерференция волн

При одновременном распространении нескольких волн смещения частиц представляют собой векторную сумму смещений, которые имели бы место от каждой волны в отдельности – волны накладываются одна на другую, не искажая друг друга. Утверждение о независимости распространения нескольких волн называется *принципом суперпозиции* для волнового движения. Волны от согласованных одночастотных источников с постоянной разностью фаз называются *когерентными волнами*. При сложении когерентных волн наблюдается явление *интерференции* – перераспределения потока энергии в пространстве, приводящего к усилению колебаний в одних участках волнового поля и ослаблению – в других как результат сложения колебаний с разными соотношениями фаз.

Рассмотрим наложение двух встречных волн с одинаковой амплитудой. Уравнение падающей волны на преграду имеет вид

$$\xi_{\text{пад}}(t, l) = A \sin((\omega t - \kappa_e l)),$$

а отраженной –

$$\xi_{\text{отп}}(t, l) = A \sin((\omega t + \kappa_e l + \delta)),$$

где δ – изменение фазы волны при отражении, а знак плюс перед $\kappa_e l$ означает, что ближние к излучателю частицы среды позднее повторяют движения более дальних. Если падающая («бегающая») волна попадает из среды распространения на границу более плотной (твердой) среды, то резко уменьшаются возмущения второй среды по сравнению с возмущениями первой. Это указывает на то, что в точке падения сложение падающей и отраженной волн происходит в противоположных фазах, т. е. $\delta = \pi$. Если же отражающая среда менее плотная, то амплитуда результирующего колебания в месте отражения максимальна, что говорит о совпадении обеих волн, т. е. $\delta = 0$. После сложения обоих уравнений падающей и отраженной волн имеем

$$\xi_{\Sigma}(t, l) = 2A \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\kappa_e l + \frac{\delta}{2}\right). \quad (155)$$

Полученное уравнение описывает *стоячую волну*. Можно подобрать начало отсчета l и t таким образом, чтобы $\delta / 2$ оказалась равной 0 и тогда с учетом того, что $K_v = 2\pi / \lambda$, уравнение стоячей волны примет вид

$$\xi_{\Sigma}(t, l) = (2A \cos 2\pi \frac{l}{\lambda}) \sin \omega t. \quad (156)$$

Таким образом в каждой точке волнового поля колебания происходят с частотой встречных волн. но амплитуда зависит от l . В точках с координатами $l_n = \pm n \frac{\lambda}{2}$ амплитуда колебаний имеет максимальное значение $2A$. Такие точки указывают места *пучностей* стоячей волны. В точках, называемых *узлами*, координаты которых удовлетворяют условию

$$l_y = \pm (2n+1) \frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots), \text{ колебания отсутствуют:}$$

$A_{\Sigma} = 0$ при любом t . Узлы и пучности отстоят друг от друга на расстоянии

$$l_y - l_n = \frac{(2n+1)\lambda}{4} - \frac{n\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4}. \quad (157)$$

2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r}(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{j}Ct$, где $A = 10$ м, $B = -5$ м/с², $C = 10$ м/с. Найти выражения $\vec{v}(t)$ и $\vec{a}(t)$. Для момента времени $t=1$ с вычислить: 1) модуль скорости $|\vec{v}|$, 2) модуль ускорения $|\vec{a}|$, 3) модуль тангенциального ускорения $|\vec{a}_\tau|$, 4) модуль нормального ускорения $|\vec{a}_n|$.

Дано: $F(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{j}Ct$,
 $A=10$ м, $B=-5$ м/с², $C=10$ м/с. $t=1$ с.

Определить: $\vec{v}(t)$, $\vec{a}(t)$, $|\vec{a}|$, $|\vec{a}_\tau|$, $|\vec{a}_n|$.

Решение: по определению скорости $\vec{v}(t)$ и ускорения $\vec{a}(t)$:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}((A + Bt^2)\vec{i} + Ct\vec{j}) = 2Bt\vec{i} + C\vec{j}$$

и
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(2Bt\vec{i} + C\vec{j}) = 2B\vec{i};$$

Таким образом, мы нашли выражения $\vec{v}(t) = 2Bt\vec{i} + C\vec{j}$ и $\vec{a}(t) = 2B\vec{i}$. Модуль скорости $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, но т.к. $v_z = 0$, а $v_x = 2Bt$ и $v_y = C$, находим, что $|\vec{v}| = \sqrt{4B^2t^2 + C^2}$.

Рассуждая таким образом, определяем $|\vec{a}|$.

Итак, $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$,

так как $a_y = a_z = 0$ и $a_x = 2B$ $|\vec{a}| = 2B$.

Полное ускорение по модулю определяется формулой

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \quad a \quad a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\sqrt{4B^2 t^2 + C^2} \right) = \frac{4B^2 2t}{2\sqrt{4B^2 t^2 + C^2}} = \frac{4B^2 t}{\sqrt{4B^2 t^2 + C^2}};$$

Чтобы найти a_n , возведем в квадрат уравнение

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

$$\text{тогда } a^2 = a_\tau^2 + a_n^2 \Rightarrow a_n^2 = a^2 - a_\tau^2 \quad \text{или} \quad a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}.$$

А теперь подставляя численные значения находим:

$$|v| = \sqrt{4B^2 t^2 + C^2} = \sqrt{4 \cdot (-5)^2 \cdot 1 + 10^2} = 14,1 \text{ м/с}$$

$$|a| = 2B = 2 \cdot (-5) = -10 \text{ м/с}^2$$

$$|a_\tau| = \frac{4B^2 t}{\sqrt{4B^2 t^2 + C^2}} = \frac{4 \cdot (-5)^2 \cdot 1}{14,1} = 7,07 \text{ м/с}^2$$

$$|a_n| = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{14,1^2 + 7,07^2} = 7,07 \text{ м/с}^2$$

Задача 2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону

$$\varphi = A + Bt + Ct^2, \text{ где } A = 10 \text{ рад, } B = 20 \text{ рад/с, } C = -2 \text{ рад/с}^2.$$

Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $r = 0,1$ м от оси вращения, для момента времени $t = 4$ с.

Дано: $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с², $r = 0,1$ м, $t = 4$ с.

Решение: Абсолютное значение ускорения

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_n^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

$$\text{Угловая скорость } \omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct,$$

$$\text{при } t = 4 \text{ с: } \omega = [20 + 2(-2) 4] \text{ рад/с.}$$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C = -4 \text{ рад/с}^2 \quad (\text{угловое ускорение постоянно}).$$

Окончательно

$$a = 0,1 \sqrt{(-4)^2 + 4^4} = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

Задача 3. Диск радиусом $R = 5$ см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = 2At + 5Bt^4$ ($A = 2 \text{ рад/с}^2$, $B = 1 \text{ рад/с}^5$). Определить для точек на ободе диска к концу первой секунды после начала движения: 1) полное ускорение; 2) число оборотов, сделанных диском.

Дано: $R = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$, $\omega = 2At + 5Bt^4$, $A = 2 \text{ рад/с}^2$, $B = 1 \text{ рад/с}^5$, $t = 1 \text{ с}$.

Определить: 1) a ; 2) N .

Решение: Полное ускорение $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$,

где тангенциальная составляющая ускорения

$$a_t = \varepsilon R \quad (\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} - \text{угловое ускорение}),$$

а нормальная составляющая ускорения $a_n = \omega^2 R$.

По условию задачи, $\omega = 2At + 5Bt^4$;

откуда полное ускорение

$$a = R\sqrt{(2A + 20Bt^3)^2 + (2At + 5Bt^4)^4}.$$

Угол поворота диска $\varphi = 2\pi N$ (N – число оборотов),

но угловая скорость $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$; следовательно,

$$\varphi = \int_0^t \omega dt = \int_0^t (2At + 5Bt^4) dt = At^2 + Bt^5$$

Тогда число оборотов, сделанных диском

$$N = \varphi / 2\pi = \frac{At^2 + Bt^5}{2\pi}.$$

Вычисляя получим: 1) $a = 4,22 \text{ м/с}^2$; 2) $N = 0,477$.

Задача 4. При прямолинейном движении тела массой 1 кг изменение его координаты со временем происходит по закону $x = 5t - 10t^2$. Найти силу, действующую на тело.

Дано: $m = 1 \text{ кг}$; $x = 5t - 10t^2$.

Определить: F .

Решение: Мгновенную скорость находим как производную от координаты по времени

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(5t - 10t^2) = 5 - 20t.$$

Мгновенное ускорение – это первая производная от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(5 - 20t) = -20.$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(5 - 20t) = -20.$$

Сила, действующая на тело, определяется по второму закону Ньютона $F = ma$.

Вычисляя, получим $F = ma = 1 \cdot (-20) = -20 \text{ Н}$.

Задача 5. Жонглер бросил вертикально вверх шарик. Когда шарик достиг верхней точки своего пути, был брошен второй шарик с той же начальной скоростью. На какой высоте встретятся шарики, если высота бросания их 4,9 м?

Дано: $h = 4,9 \text{ м}$.

Определить: $h_2 = ?$

$g = 9,8 \text{ м/сек}^2$.

Решение: Первый шарик, падая из верхней точки своего пути, и второй, поднимаясь вверх до встречи, за одно и тоже время прошли пути

$$h_1 = \frac{gt^2}{2} \text{ и } h_2 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

По условию задачи $h=h_1+h_2$ или $\frac{gt^2}{2} + v_0 t - \frac{gt^2}{2} = h$, откуда $v_0 t = h$. Так как начальная скорость бросания v_0 и конечная скорость свободного падения v_t равны, то $v_0 = \sqrt{2gh}$ и $\sqrt{2gh} \cdot t = h$.

$$\text{Отсюда } t = \frac{h}{\sqrt{2gh}}; \quad t = \frac{4,9}{\sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 4,9}} = 0,5 \text{ сек.}$$

Высота, на которой встретятся шарики,

$$h = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 4,9} \cdot 0,5 - \frac{9,8 \cdot 0,5^2}{2} = 3,7 \text{ м.}$$

Задача 6. На каком угле наклона к горизонту достигается наибольшая дальность полета?

Дано: $s = \max$.

Определить: α .

Решение: Дальность полета определяется по формуле

$$s = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Наибольшее значение s будет при $\sin 2\alpha = 1$, т.е. при $\alpha = 45^\circ$.

Задача 7. Под каким углом нужно бросать тело, чтобы высота подъема равнялась половине дальности полета? Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано: $h = 0,5s$.

Определить: α .

Решение: Высота подъема

$$h = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g},$$

Дальность полета

$$s = \frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}.$$

По условию задачи $h = 0,5s$, т. е.

$$\frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \quad \sin \alpha = 2 \cos \alpha,$$

откуда $\operatorname{tg} \alpha = 2$.

Значит, $\alpha = 63^\circ 30'$.

Задача 8. Сплошной цилиндр массой 0,5 кг и радиусом 0,002 м вращается относительно оси, совпадающей с осью цилиндра по закону $\varphi = 12 + 8t - 0,5t^2$. На цилиндр действует сила, касательная к поверхности. Определить эту силу и тормозящий момент.

Дано: $m = 0,5$ кг; $r = 0,02$ м; $\varphi = 12 + 8t - 0,5t^2$.

Определить: $F; M$.

Решение: Цилиндр вращается относительно оси, совпадающей с его осью, по закону $\varphi = 12 + 8t - 0,5t^2$.

Угловое ускорение определяется как вторая производная от угла поворота по времени:

$$\varepsilon = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

где ω – угловая скорость, равная первой производной от угла поворота по времени

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}(12 + 8t - 0,5t^2) = 8 - 0,5 \cdot 2t = 8 - t.$$

Момент силы относительно оси вращения:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}] \quad \text{или} \quad M = Fr \sin \alpha.$$

Сила действует касательно к поверхности, поэтому $\sin\alpha = 1$, тогда

$$M = r F, \text{ откуда } F = \frac{M}{r} \quad (1)$$

Тормозящий момент можно определить из основного уравнения динамики вращательного движения:

$$M = J \cdot \varepsilon \quad (2)$$

где $J = \frac{1}{2}mr^2$ (3) – момент инерции цилиндра относительно оси вращения совпадающей с осью цилиндра. Подставляя (3) в (2) имеем:

$$M = \frac{1}{2}mr^2 \varepsilon ;$$

Вычисляя, получим

$$M = \frac{1}{2}mr^2 \varepsilon = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 (-1) = -10^{-4} \text{ Нм};$$

$$F = \frac{M}{r} = \frac{-10^{-4}}{0,2} = -5 \cdot 10^{-3} \text{ Н} = -5 \text{ мН}.$$

Задача 9. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой $m = 20$ г. поднялась на высоту $h = 5$ м. Определить жесткость к пружины пистолета, если она была сжата на $x = 10$ см. Массой пружины пренебречь.

Дано: $m = 20$ г., $h = 5$ м, $x = 10$ см.

Решение: По закону сохранения: $A_1 = \Pi_2$,

где A_1 – работа сжатия пружины; Π_2 – потенциальная энергия пули на высоте h .

Так как $dA_1 = Fdx = kx dx$,

То,

$$A_I = k \int_0^x x dx = \frac{1}{2} kx^2.$$

Потенциальная энергия пули на высоте h : $\Pi_2 = mgh$,

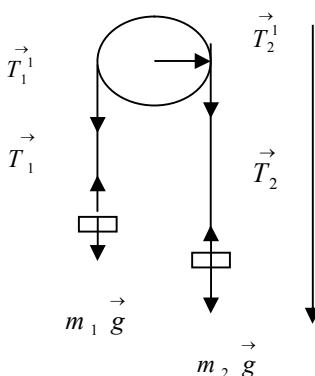
но
$$\frac{1}{2} kx^2 = mgh, \text{ откуда } k = \frac{mgh}{x^2} = 196 \text{ Н/м.}$$

Задача 10. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу $m = 80$ г, перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г.

С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебречь.

Дано: $m = 80$ г, $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г.

Решение: На первый груз действуют силы: сила тяжести $m_1 g$ и сила упругости T_1 (сила натяжения нити). Уравнение движения для первого груза будет иметь вид:



$$m_1 g - T_1 = -m_1 a.$$

Для второго груза:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a.$$

Под действием двух моментов сил $T_1 r$ и $T_2 r$ относительно оси вращения блока, блок приобретает угловое ускорение $\varepsilon = a/r$. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения,

$$T_2 r - T_1 r = J_z \varepsilon, \text{ но } J_z = \frac{1}{2} m r^2 \text{ и}$$

после соответствующих преобразований получим

$$(m_2 g - m_2 a) r = (m_1 g + m_1 a) r = \frac{1}{2} m r^2 \frac{a}{r}.$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем интересующее нас ускорение

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} g = \frac{(200 - 100)9,81}{200 + 100 + \frac{80}{2}} = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

Задача 11. Маховик в виде сплошного диска радиусом $R = 0,2$ м и массой $m = 50$ кг раскручен до частоты вращения $n_1 = 480 \text{ мин}^{-1}$ и предоставлен самому себе. Под действием трения маховик остановился через $t = 50$ с. Найти момент M сил трения.

Дано: $R = 0,2$ м, $m = 50$ кг, $n_1 = 480 \text{ мин}^{-1}$, $t = 50$ с.

Определить: M .

Решение:

Из основного уравнения динамики вращательного движения имеем

$$dL_z = M_z dt,$$

где dL_z – изменение момента импульса маховика, вращающегося относительно оси Z , совпадающей с геометрической осью маховика за интервал времени dt ; M_z – момент сил трения относительно оси Z .

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение момента импульса

$$\Delta L_z = J_z \Delta \omega,$$

где J_z – момент инерции маховика относительно оси Z ; $\Delta \omega$ – изменение угловой скорости маховика.

Тогда

$$M_z \Delta t = J_z \Delta \omega \text{ и } M_z = J_z \Delta \omega / \Delta t.$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска равен:

$$J_z = \frac{1}{2} mR^2.$$

Так как $\omega = 2 \pi n$, то $\Delta \omega = \omega_1 - \omega_2 = 2 \pi (n_2 - n_1)$.

Окончательно получим

$$M_z = \frac{\pi m l^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t} = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot (0,2)^2 \cdot (0 - 8)}{50} = -1 H \cdot m$$

(«-», так как силы трения тормозят вращающийся маховик).

Задача 12. Два шара массами $m_1 = 2,5 \text{ кг}$ $m_2 = 1,5 \text{ кг}$ движутся друг другу навстречу со скоростями $v_1 = 6 \text{ м/с}$ и $v_2 = 2 \text{ м/с}$.

Определить:

- 1) скорости шаров после удара;
- 2) кинетические энергии шаров до и после удара;
- 3) долю кинетической энергии шаров, превратившейся во внутреннюю энергию. Удар считать прямым, неупругим.

Дано: $m_1 = 2,5 \text{ кг}$; $m_2 = 1,5 \text{ кг}$; $v_1 = 6 \text{ м/с}$ и $v_2 = 2 \text{ м/с}$.

Определить: u_1 , u_2 , T_1 , T_2 , w .

Решение: Неупругие шары не восстанавливают после удара своей первоначальной формы. Следовательно, не возникают силы, отталкивающие шары друг от друга, и шары после удара будут двигаться совместно с одной и той же скоростью u . Определим эту скорость по закону сохранения импульса. Так как шары движутся по одной прямой, то этот закон можно записать в скалярной форме

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u,$$

Откуда

$$u = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{(m_1 + m_2)}.$$

Направление скорости первого шара примем за положительное, тогда при вычислении скорость второго шара, который движется навстречу первому, следует взять со знаком минус;

2. Кинетические энергии шаров до и после удара определим по формулам:

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1 v_2^2}{2},$$
$$T_2 = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}.$$

Сравнение кинетических энергии шаров до и после удара показывает, что в результате неупругого удара шаров произошло уменьшение их кинетической энергии, за счет чего увеличилась их внутренняя энергия. Долю кинетической энергии шаров, пошедшей на увеличение их внутренней энергии, определим из соотношения

$$W = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Вычисляя, получим:

$$u = (2,5 \cdot 6 + 1,5 \cdot 2) / (2,5 + 1,5) = 3 \text{ м/с};$$

$$T_1 = 1/2 \cdot 2,5 \cdot 6^2 + 1/2 \cdot 1,5 \cdot 2^2 = 48 \text{ Дж};$$

$$T_2 = (2,5 + 1,5) \cdot 3^2 / 2 = 18 \text{ Дж}.$$

Долю кинетической энергии шаров, пошедшей на увеличение их внутренней энергии, определим их соотношения

$$W = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Таким образом получим $w = (48-18)/48 = 0,62$.

Задача 13. Материальная точка совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 10$ Гц. В начальный момент времени точка имела максимальное смещение $x_{\max} = 10$ см. Написать уравнение колебаний точки.

Дано: $\nu = 10$ Гц, $x_{\max} = 10$ см.

Определить: Написать уравнение колебаний точки.

Решение: Данное уравнение запишем как $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ или $x = A \cos(\omega t + \varphi)$.

По определению $A = x_{\max}$, циклическая частота $\omega = 2\pi\nu$.

Начальная фаза колебаний зависит от формы записи.

Для $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ в момент времени $t = 0$ имеем

$$x_{\max} = A \sin \varphi_1, \text{ откуда } \varphi_1 = \arcsin \frac{x_{\max}}{A} = \arcsin 1, \varphi_1 = (2k + 1)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Изменение фазы на 2π не изменяет состояния колебательного движения, поэтому

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2}.$$

Для случая $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ аналогично приходим к виду

$$\varphi_2 = 0.$$

Отсюда уравнения колебаний примут вид

$$x = x_{\max} \sin\left(2\pi \nu t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ или } x = x_{\max} \cos 2\pi \nu t,$$

где $x_{\max} = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$; $\nu = 10 \text{ Гц}$.

Задача 14. Определить отклонение колеблющейся точки от положения равновесия за время $0,25T$; $0,5T$.

Дано: $t_1 = 0,25T$; $0,5T$.

Определить: x_1, x_2 .

Решение: Смещение при колебательном движении определяется по формуле

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

При

$$t_1 = 0,25 T \text{ смещение } x_1 = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 0,25T\right) = A \sin \frac{\pi}{2} = A.$$

При

$$t_2 = 0,5 T \text{ смещение } x_2 = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 0,5T\right) = A \sin \pi = 0.$$

Задача 15. Определить плотность j_R потока энергии звуковой волны частотой $\nu = 500$ Гц, распространяющейся в воде со скоростью $U_{\text{в}} = 1500$ м / с, на расстоянии $R = 2$ м от точечного источника, если на расстоянии $r = 10$ см от него амплитуда колебаний молекул $A_r = 0,01$ мм.

Дано: $\nu = 500$ Гц, $U_{\text{в}} = 1500$ м / с, $R = 2$ м, $r = 10$ см, $A_r = 0,01$ мм.

Определить: j_R .

Решение:

Для сферической волны, характерной для точечного источника, в отсутствии диссипативных потерь энергии сквозь сферу любого радиуса (с центром в месте расположения излучателя) одинаков, т. е. $\Phi_R = \Phi_r$.

Определить: $\lambda \Delta x$, колеблются с разностью фаз, равной $\Phi = j S_{\text{сф}}$, а $\Phi_R = 4\pi R^2 j_R$ и $\Phi_r = 4\pi r^2 j_r$, поэтому $j_R = j_r r^2 / R^2$.

Плотность потока j_r равна $\frac{\rho \nu_{\text{в}} A_r^2 \omega^2}{2}$. Здесь $\omega = 2\pi \nu$.

Окончательно имеем

$$j_R = r^2 \rho U_{\text{в}} A_r^2 (2\pi \nu)^2 / 2R^2 = 2\pi^2 \rho U_{\text{в}} A_r^2 r^2 = 1,85 \text{ Вт / м.}$$

Задача 16. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью $U = 20$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 12$ м и $x_2 = 15$ м от источника волн, колеблются с разностью фаз, $\Delta\phi = 0,75\pi$. Найти длину волны λ , написать уравнение волны и найти смещения указанных точек в момент $t = 1,2$ с, если амплитуда колебаний $A = 0,1$ м.

Дано: $U = 20$ м/с, $x_1 = 12$ м, $x_2 = 15$ м, $\Delta\phi = 0,75 \pi$, $t = 1,2$ с, $A = 0,1$ м.

Решение: Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ , колеблются с разностью фаз, равной 2π ; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии

$$\Delta\phi = \frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} 2\pi,$$

откуда

$$\lambda = \frac{2\pi}{\Delta\varphi}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{0,75\pi}(15-12) = 8\text{ м.}$$

Циклическая частота

$$\omega = \frac{2\pi\nu}{T} = \frac{2\pi\nu}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 20}{8} = 5\pi \text{ с}^{-1}.$$

Уравнение плоской волны

$$y_1 = A \cos \omega(t-x/\nu) = 0,1 \cos 5\pi(1,2 - 12/20) = 0,1 \text{ м};$$
$$y_2 = 0,1 \cos 5\pi(1,2 - 15/20) = 0,071 \text{ м.}$$

§ 3. СЕМЕСТРОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Кинематика материальной точки и твердого тела

Декартова система отсчета. Радиус-вектор. Уравнения движения и траектории. Понятие материальной точки. Перемещение и средняя скорость. Мгновенная скорость. Мгновенное ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Система отсчета и уравнение движения. Кинематические характеристики вращения. Движение элементов вращающегося тела.

Основные формулы:

Средняя и мгновенная скорости материальной точки

$$\langle v \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t},$$

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}; \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}; v = \frac{ds}{dt},$$

где Δr – элементарное перемещение точки за промежуток времени Δt ; $\vec{r}$ – радиус-вектор точки; Δs – путь, пройденный точкой за промежуток времени Δt .

Среднее и мгновенное ускорение материальной точки:

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}; \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n; a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где $a_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt}$ – тангенциальная составляющая ускорения;

$a_n = \frac{v^2}{r}$ – нормальная составляющая ускорения

(r – радиус кривизны траектории в данной точке).

Путь и скорость для равнопеременного движения:

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}; v = v_0 \pm at,$$

где v_0 – начальная скорость.

Высота и время подъема тела, брошенного под углом к горизонту:

$$h = v \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}, t = \frac{v \sin \alpha}{g}.$$

Максимальная высота и дальность полета:

$$h_{\max} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g v^2 \sin^2 \alpha}{2g^2} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g},$$

$$s_{\max} = v \cos \alpha \frac{2v \sin \alpha}{g} = \frac{v^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловое ускорение:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Угловая скорость для равномерного вращательного движения:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

где T – период вращения; n – частота вращения; ($n = N/t$, где N – число оборотов, совершаемых телом за время t)

Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения

$$\varphi = \vec{\omega}_0 t \pm \frac{\vec{\varepsilon} t^2}{2}; \quad \vec{\omega} = \vec{\omega}_0 \pm \vec{\varepsilon} t,$$

где ω_0 – начальная угловая скорость.

Связь между линейными и угловыми величинами:

$$s = R \varphi; \quad v = R\omega; \quad a_\tau = R\varepsilon; \quad a_n = \omega^2 R,$$

где R – расстояние от оси вращения.

ВАРИАНТЫ СЕМЕСТРОВОЙ РАБОТЫ №1.

Таблица 1

Номера задач	В А Р И А Н Т Ы									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1.1	2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10
	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20
	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29	1.30
	1.31	1.32	1.33	1.34	1.35	1.36	1.37	1.38	1.39	1.40
	1.41	1.42	1.43	1.44	1.45	1.46	1.47	1.48	1.49	1.50

Задачи

1.1. Выразить уравнение траектории материальной точки, движение которой задано в параметрическом виде

$$x(t) = 6 - 2t, \quad y(t) = 3t - 8, \quad z(t) = 2 + 4t.$$

1.2. Движение материальной точки задано в метрах уравнениями:

$$x(t) = t^2 + t + 1, \quad y(t) = 8 - t^3, \quad z(t) = 6.$$

Найти: 1) функцию мгновенной скорости от t; 2) частные значения v для $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с; 3) среднюю скорость в интервале от t_1 до t_2 .

1.3. Уравнение движения материальной точки в метрах имеет вид: $x(t) = 5 \sin \pi t$, $y(t) = 5 \cos \pi t$, $z(t) = 5$. Определить расстояние, пройденное материальной точкой за 0,5 с от начала отсчета времени.

1.4. Скорость тела изменялась в м/с согласно выражению

$$v(t) = (2t + 4)(6 - 3t).$$

В момент времени $t = 2$ с тело прошло путь 6 м от исходного пункта. Записать функцию пути от времени.

1.5. Движение материальной точки задано в метрах уравнениями:

$$x(t) = t^2 + t + 1, y(t) = 8 - t^3, \quad z(t) = 6.$$

Найти среднее ускорение в интервале от t_1 до t_2 и ускорения в моменты

$$t_1 = 2 \text{ с и } t_2 = 5 \text{ с}.$$

1.6. Уравнение движения материальной точки в метрах имеет вид

$$x(t) = 5 \sin \pi t, y(t) = 5 \cos \pi t, z(t) = 5.$$

Определить радиус кривизны траектории.

1.7. Тело 1 движется равноускоренно, имея начальную скорость $U_{01} = 5$ м/с и ускорение $a_1 = 0,2$ м/с². Одновременно с телом 1 начинает двигаться равнозамедленно тело 2 с начальной скоростью $U_{02} = 15$ м/с и с ускорением $a_2 = 0,3$ м/с². Через какое время после начала движения оба тела будут иметь одинаковую скорость.

1.8. Зависимость пройденного телом пути от времени выражается уравнением $x = At^4 - Bt^2$. Найти экстремальное значение скорости тела.

$$A = 2 \text{ м/с}^4; B = 15 \text{ м/с}^2.$$

1.9. Движение двух материальных точек выражаются уравнениями

$$x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2, \text{ где } B_1 = 8 \text{ м/с}, C_1 = 2 \text{ м/с}^2;$$
$$x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2, \text{ где } B_2 = 2 \text{ м/с}, C_2 = 4 \text{ м/с}^2.$$

В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости U_1 и U_2 точек в этот момент.

1.10. Движение материальной точки выражается уравнением

$$x = A - Bt + Ct^2, \text{ где } A = 6 \text{ м}, B = 3 \text{ м/с}; C = 2 \text{ м/с}^2.$$

Найти среднюю скорость за четыре секунды ее движения, мгновенную скорость в момент времени $t = 3 \text{ с}$.

1.11. Движение материальной точки выражается уравнением

$$x = A + Bt + Ct^2, \text{ где } A = 3 \text{ м}, B = 2 \text{ м/с}; C = 1 \text{ м/с}^2.$$

Найти средние значения скорости и ускорения в интервале времени от 1 с до 4 с.

1.12. С какой высоты H падает камень, если последний метр своего пути он проходит за время $t = 0,1 \text{ с}$? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.13. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью

$$U_0 = 25 \text{ м/с}.$$

На какую наибольшую высоту оно поднимется. Чему равно время подъема? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.14. Два тела брошены из одной точки вертикально вверх с одинаковой скоростью

$$U_0 = 19,6 \text{ м/с}$$

и с интервалом времени $t = 1 \text{ с}$. На какой высоте встретятся эти тела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.15. Шар, брошенный вертикально вверх, вернулся на землю через 3 с. На какую высоту он поднялся? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.16. Камень падает с высоты $H = 100$ м с начальной скоростью

$$U_o = 20 \text{ м/с.}$$

Определить через сколько времени камень достигнет поверхности Земли. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.17. Тело, брошенное с башни в горизонтальном направлении со скоростью $U_o = 20$ м/с, упало на Землю на расстоянии 40 м от основания башни. Найти высоту башни? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.18. Камень, брошенный горизонтально, упал на Землю через 1с на расстоянии 20 м по горизонтали от места бросания. Найти начальную и конечную скорости камня. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.19. Камень брошен с высоты $H = 50$ м со скоростью

$$U_o = 10 \text{ м/с под углом } \alpha = 30^\circ \text{ к горизонту.}$$

На какую высоту h поднимется камень? Какое время он будет в движении? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.20. Тело брошено под некоторым углом к горизонту. Время полета $t = 2$ с. На какую высоту поднимется тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.21. Определить угол, под которым тело брошено к горизонту, если максимальная высота подъема тела в 4 раза меньше его дальности полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.22. Точка движется по окружности радиусом $R = 2$ м согласно уравнению $S = At^3$ (S — криволинейная координата, отсчитанная от некоторой начальной точки вдоль окружности), где $A = 2 \text{ м/с}^3$. В какой момент времени t нормальное ускорение a_n точки будет равно тангенциальному a_t ? Чему равно полное ускорение a в этот момент времени?

1.23. Колесо радиусом $R = 10$ см вращается так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением

$$\omega = 2At + 5Bt^4, \text{ где } A = 2 \text{ рад/с}^2 \text{ и } B = 1 \text{ рад/с}^5.$$

Определить полное ускорение точек обода колеса через 1 с после начала вращения.

1.24. Колесо радиусом $R = 0,1$ м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением

$$\varphi = A + Bt + Ct^3, \text{ где } B = 2 \text{ рад/с} \text{ и } C = 1 \text{ рад/с}^3.$$

Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через 2 секунды после начала движения следующие величины: 1) угловую скорость;

2) линейную скорость, 3) угловое ускорение, 4) тангенциальное ускорение; 5) нормальное ускорение.

1.25. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением

$$\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3, \text{ где } B = 1 \text{ рад/с}, C = 1 \text{ рад/с}^2 \\ \text{и } D = 1 \text{ рад/с}^3.$$

Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно

$$a_n = 3,46 \cdot 10^3 \text{ м/с}^2.$$

1.26. Диск радиусом $R = 0,1$ м вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением

$$\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3, \text{ где } B = 1 \text{ рад/с}, C = 1 \text{ рад/с}^2, \\ D = 1 \text{ рад/с}^3.$$

Найти полное ускорение точек обода колеса к концу второй секунды после начала движения.

1.27. Катер проходит расстояние 150 км между двумя пристанями по течению за 2 ч, а против течения – за 3 часа. Определить скорость катера в стоячей воде и скорость течения воды в реке.

1.28. Два автомобиля движутся навстречу друг другу – один с начальной скоростью 10 м/с и ускорением $0,3 \text{ м/с}^2$, а второй с начальной скоростью 15 м/с и ускорением $-0,5 \text{ м/с}^2$. Через какое время встретятся автомобили и какое расстояние до встречи пройдет каждый из них, если начальное расстояние между автомобилями 250 м?

1.29. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, за пятую секунду прошло путь 18 м. Чему равно ускорение и какой путь тело прошло за 5 секунд?

1.30. Автомобиль, двигаясь равноускоренно, прошел два одинаковых смежных участка пути по 100 м каждый за 5 и 3,5 с. Определить ускорение и среднюю скорость автомобиля на каждом участке пути и на двух участках вместе.

1.31. Вертикально вверх брошен шарик. Когда шарик достиг верхней точки своего пути, был брошен второй шарик с той же начальной скоростью. На какой высоте встретятся шарики, если высота бросания их 4,9 м?

1.32. Из вертолета, поднимающегося вверх с ускорением 1 м/с^2 , на высоте 450 м выпал предмет. Определить скорость и время падения предмета.

1.33. С какой высоты в безвоздушном пространстве должно упасть тело, чтобы приобрести скорость: а) 72 км/ч , б) 1 см/мин ?

1.34. Камень, брошенный горизонтально на высоте $h = 2 \text{ м}$ над Землей, упал на расстоянии $s = 7 \text{ м}$. Найти его начальную скорость v_0 и конечную v .

1.35. Камень брошен со скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Определить радиус кривизны R его траектории: а) в верхней точке; б) в момент падения на Землю.

1.36. Мальчик бросает мяч в стену, находящуюся на расстоянии 5 м от него, со скоростью 16 м/с. По какому направлению надо бросить мяч, чтобы верхняя точка его траектории после отражения оказалась над головой мальчика?

(Принять, что мяч отражается от стены с той же скоростью, как ударился, и что угол отражения равен углу падения).

1.37. Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы высота подъема была равна дальности полета?

1.38. Ледяная гора имеет высоту 3 м и длину ската 20 м. Трение можно считать ничтожно малым. Определить скорость, которую приобретают санки, скатившись с горы, и время скатывания.

1.39. Корабль идет прямолинейно и равномерно со скоростью $U_1 = 25$ км/ч. Моторная лодка приближается спереди перпендикулярно к его курсу со скоростью $U_2 = 40$ км/ч. Каким представляется ее движение наблюдателю на корабле?

1.40. Три самолета выполняют разворот, двигаясь на расстоянии 60 м друг от друга. Средний самолет летит со скоростью 360 км/ч, двигаясь по дуге окружности радиусом 600 м. Определить ускорения каждого из самолетов.

1.41. Человек находится на расстоянии $h = 50$ м от прямой дороги, по которой приближается автомобиль со скоростью $U_1 = 10$ м/с. По какому направлению должен бежать человек, чтобы встретиться с автомобилем, если автомобиль находится на расстоянии, $a = 200$ м от человека и если человек может бежать со скоростью $U_2 = 3$ м/с? б) какова наименьшая скорость, с которой должен бежать человек, чтобы встретиться с автомобилем?

1.42. Поезд идет со скоростью 75 км/ч. Может ли человек заметить его перемещение темной ночью при вспышке молнии, продолжительность которой $\approx 2 \cdot 10^{-4}$ с, если он находится на таком расстоянии от поезда, на котором он может заметить смещение не меньше чем на 1 см?

1.43. Поезд, двигаясь от остановки, прошел в течение 50 с путь 200 м и достиг скорости 6 м/с. Увеличивалось или уменьшалось ускорение движения с течением времени?

1.44. Поезд метро проходит перегон 2 км за 2 мин 20 с. Принимая, что максимальная скорость поезда равна 60 км/ч и что в начале и в конце перегона поезд движется с постоянными ускорениями, равными по абсолютной величине, определить эти ускорения.

1.45. По наклонной доске пустили катиться снизу-вверх шарик. На расстоянии 30 см от начала пути шарик побывал дважды: через 1 и через 2 с после начала движения. Определить начальную скорость и ускорение движения шарика, считая его постоянным.

1.46. Некоторое тело начинает вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,04 \text{ с}^{-2}$. Через сколько времени после начала вращения полное ускорение какой-либо точки тела будет направлено под углом $\alpha = 76^\circ$ к направлению этой точки?

1.47. Каково соотношение между скоростью движения центра катящегося шарика и угловой скоростью шарика при отсутствии скольжения в случае, если шарик катится по двум поставленным параллельно линейкам, расстояние между которыми равно d ?

1.48. а) В спортивных состязаниях бросили диск на расстояние 53,1 м. С какой минимальной скоростью надо бросать диск, чтобы он пролетел это расстояние, если $g = 9,815 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Принять, что места бросания и падения диска находятся на одной высоте.

б) что получилось бы при такой же скорости и том же угле бросания на экваторе, где $g = 9,78 \text{ м/с}^2$?

1.49. Камень брошен с высоты $h = 2,1 \text{ м}$ над поверхностью Земли под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту и упал на Землю на расстоянии $S = 42 \text{ м}$ от места бросания, считая по горизонтали. С какой скоростью камень был брошен, сколько времени летел и на какой наибольшей высоте был?

1.50. Упругий шарик падает на наклонно поставленную стенку, пролетев высоту $h = 20 \text{ см}$. На каком расстоянии от места падения он второй раз ударится о стенку? Угол наклона стенки к горизонту $\alpha = 37^\circ$.

§ 2. Динамика материальной точки и твердого тела

Законы Ньютона. Виды сил в механике. Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения. Силы упругости. Закон Гука. Силы трения. Силы инерции. Понятие абсолютно твердого тела. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси. Момент силы и момент инерции твердого тела. Теорема Штейнера.

Основные формулы

Импульс (количество движения) материальной точки

$$\vec{p} = m \vec{v} .$$

• Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки).

$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} .$$

• Сила трения скольжения $F_{mp} = fN$,

где f – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

Сила упругости

$$F = -kx ,$$

где x – деформация; k – коэффициент упругости.

Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$\Pi = kx^2 / 2 ,$$

где m – масса точки; r – расстояние от нее до оси вращения.

Напряжение при упругой деформации

$$\sigma = F/S ,$$

где F – растягивающая (сжимающая) сила; S – площадь поперечного сечения.

Закон Гука для продольного растяжения (сжатия)

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – модуль Юнга, ε – относительное удлинение (сжатие).

Разрушающая сила:

$$F = p_m \cdot S,$$

где p_m – разрушающее напряжение; S – площадь сечения.

Относительное изменение объема при растяжении:

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\mu) \frac{p}{E},$$

где μ – отношение относительного сжатия образца к относительному удлинению.

а) Плотность энергии в растянутом или сжатом стержне:

$$W = \frac{p^2}{2E},$$

б) во всесторонне сжатом теле

$$W = \frac{p^2}{2K},$$

где K – модуль всестороннего сжатия.

Угол кручения цилиндра:

$$\alpha = \frac{2lM}{\pi r^4 G},$$

где M – вращающий момент, вызывающий кручение, l и r – длина и радиус цилиндра, G – модуль сдвига.

Закон всемирного тяготения: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$

где F – сила всемирного тяготения (гравитационная сила) двух материальных точек массами m_1 и m_2 ; r – расстояние между точками; G – гравитационная постоянная.

Сила тяжести:

$$P = mg ,$$

где m – масса тела; g – ускорение свободного падения.

Напряженность поля тяготения:

$$g = F / m ,$$

где F – сила тяготения, действующая на материальную точку массой m , помещенную в данную точку поля.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1 и m_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга

$$\Pi = -Gm_1m_2 / r .$$

Потенциал поля тяготения:

$$\varphi = \Pi / m ,$$

где Π – потенциальная энергия материальной точки массой m , помещенной в данную точку поля.

Связь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью:

$$\vec{g} = -grad\varphi, \text{ или } \vec{g} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

Момент инерции материальной точки относительно некоторой оси вращения:

$$J = mr^2 ,$$

где m – масса точки; r – расстояние от нее до оси вращения.

Момент инерции системы (тела) относительно некоторой оси вращения:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 ,$$

где r_i – расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения.

В случае равномерного распределения масс $J = \int r^2 dm$.

Теорема Штейнера

$$J = J_c + ma^2 ,$$

где J – момент инерции тела относительно произвольной оси; J_c – момент инерции относительно оси, параллельной данной и, проходящей через центр масс тела; m – масса тела; a – расстояние между осями.

- Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z

$$T_{ep} = J_z \omega^2 / 2 ,$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси z ; ω – угловая скорость тела.

Момент силы относительно неподвижной точки:

$$\vec{M} = [\vec{r} \vec{F}] ,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Модуль момента силы:

$$M = Fl \sin \alpha ,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела; M_z – момент силы относительно оси z .

ВАРИАНТЫ СЕМЕСТРОВОЙ РАБОТЫ № 2.

Таблица 2

Номера задач	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10
	2.11	2.12	2.13	2.14	2.15	2.16	2.17	2.18	2.19	2.20
	2.21	2.22	2.23	2.24	2.25	2.26	2.27	2.28	2.29	2.30
	2.31	2.32	2.33	2.34	2.35	2.36	2.37	2.38	2.39	2.40
	2.41	2.42	2.43	2.44	2.45	2.46	2.47	2.48	2.49	2.50

Задачи

2.1. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязали грузики массой

$$m_1 = 100 \text{ г и } m_2 = 120 \text{ г.}$$

Найти ускорение, с которым движутся грузики, если масса m блока равна 400 г? Трением в блоке пренебречь.

2.2. На барабан массой $m = 9 \text{ кг}$ намотан шнур, к концам которого привязан груз массой $m_1 = 2 \text{ кг}$. Определить ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

2.3. На барабан радиусом $R = 0,5 \text{ м}$ намотан шнур, к концам которого привязан груз массой $m = 9,8 \text{ кг}$. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2,04 \text{ м/с}^2$.

2.4. Тонкий однородный стержень длиной $\ell = 50 \text{ см}$ и массой $m = 400 \text{ г}$ вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 3 \text{ рад/с}^2$

около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M .

2.5. Через неподвижный блок массой $m = 0,2$ кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,5$ кг. Определить силы T_1 и T_2 натяжения шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.

2.6. Шар массой $m = 10$ кг и радиусом $R = 20$ см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид

$$\varphi = A + Bt^2 + Ct^3, \text{ где } B = 4 \text{ рад/с}^2, C = 1 \text{ рад/с}^3.$$

Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент сил в момент времени $t = 2$ с.

2.7. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину согласно уравнению

$$\varphi = At + Bt^3, \text{ где } A = 2 \text{ рад/с}, B = 0,2 \text{ рад/с}^3.$$

Определить вращающий момент M , действующий на стержень через время $t = 2$ с после начала вращения, если момент инерции стержня $J = 0,048 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

2.8. Вал с массой $m = 100$ кг и радиусом $R = 5$ см вращался с частотой $n = 8 \text{ с}^{-1}$. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой $F = 40$ Н, под действием которой вал остановился через $t = 10$ с. Определить коэффициент трения f .

2.9. На обод маховика диаметром $D = 60$ см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Определить момент инерции J маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t = 3$ с приобрел угловую скорость $\omega = 9 \text{ рад/с}$.

2.10. Определить момент силы M , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n = 12 \text{ с}^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени $t = 8$ с. Диаметр блока $D = 30$ см. Массу блока $m = 6$ кг считать равномерно распределенной по ободу.

2.11. Шарик массой $m = 60$ г, привязанный к концу нити длиной $\ell_1 = 1,2$ м, вращается с частотой $n_1 = 2 \text{ с}^{-1}$, опираясь на гори-

горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси до расстояния $\ell_2 = 0,6$ м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

2.12. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром $D = 75$ см и массой $m = 40$ кг приложена сила $F = 1$ кН. Определить угловое ускорение ε и частоту вращения n маховика через время $t = 10$ с после начала действия силы, если радиус r шкива равен 12 см. Силой трения пренебречь.

2.13. К ободу однородного сплошного диска радиусом $R = 0,5$ м приложена постоянная касательная сила $F = 100$ Н. При вращении диска на него действует момент сил трения $M = 2$ Нм. Определить массу диска, если его угловое ускорение $\varepsilon = 12$ рад/с².

2.14. Через неподвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой $m = 1$ кг перекинута невесомая нить, к концам которой прикреплены тела массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг. Найти ускорение грузов. Трением в оси блока пренебречь.

2.15. На вал массой $m_1 = 20$ кг намотана нить, к концу которой привязали груз массой $m_2 = 1$ кг. Определить ускорение груза, опускающегося под действием силы тяжести. Трением пренебречь.

2.16. Определить линейную скорость центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой 1 м.

2.17. Определить скорость поступательного движения сплошного цилиндра, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой $h = 20$ см.

2.18. Вычислить момент инерции тонкого обода радиусом $r = 30$ см и массой 5 кг относительно оси, проходящей через конец диаметра перпендикулярно к плоскости обода.

2.19. Диск радиусом 30 см и массой 1 кг вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно к его плоскости, с частотой $n = 20$ об/с. Какую работу надо совершить, чтобы остановить диск?

2.20. Маховик в виде диска массой $m = 80$ кг и радиусом 0,3 м находится в покое. Какую работу нужно совершить, чтобы сообщить маховику частоту $n = 10$ с⁻¹?

2.21. Трамвай идет со скоростью 30,6 км/ч. В течение какого времени и на каком расстоянии произойдет его полная остановка при торможении, если развиваемая при этом сила сопротивления составляет 0,25 веса трамвая?

2.22. Паровоз на горизонтальном пути развивает постоянную силу тяги $25 \cdot 10^4$ Н. Определить силу сопротивления движению поезда массой 10^3 т, если на участке пути в 300 м его скорость возросла с 36 до 54 км/ч.

2.23. Поезд массой 1000 т, отходя от станции, развивает силу тяги $25 \cdot 10^4$ Н. Какой скорости достигает поезд на расстоянии 1 км, если сила сопротивления движению считается постоянной и составляет 0,005 веса поезда? Через сколько времени будет достигнута эта скорость?

2.24. Какого сечения должен быть стальной трос, чтобы с помощью его можно было поднимать груз массой 1000 кг с ускорением $1,2 \text{ м/с}^2$, если предел прочности стали $5 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$. а коэффициент запаса прочности 5?

2.25. Снаряд массой 6 кг вылетает из ствола орудия со скоростью 570 м/с. Какова средняя сила давления пороховых газов на снаряд и сколько времени двигался снаряд внутри ствола, если длина ствола 2 м?

2.26. Через неподвижный блок перекинута нить с грузами 3 и 5 кг. С каким ускорением движутся грузы и какова сила натяжения нити?

2.27. Паровой молот массой 4 т падает на наковальню с высоты 2,5 м. Определить силу удара молота о заготовку, если удар продолжался 0,01 с. Изменится ли сила удара молота, если он при ударе подпрыгнул на высоту 30 см?

2.28. По наклонной плоскости с углом наклона 30° перемещается вверх тело массой 6 кг под действием второго тела массой 5 кг, связанного с первым нитью, перекинутой через неподвижный блок. С каким ускорением будут двигаться тела, и чему равна сила натяжения нити, если коэффициент трения 0,3?

2.29. По наклонной плоскости перемещаются два груза под действием третьего, связанного с первыми двумя нитью, перекинутой через блок. С каким ускорением будут двигаться грузы и чему равны силы натяжения нити между грузами, если массы

грузов 3, 4 и 5 кг, коэффициент трения 0,2, а наклонная плоскость составляет с горизонтальной угол 30° ?

2.30. Определить силу натяжения троса при равноускоренном опускании кабины лифта массой 400 кг, если за 10 с она прошла расстояние 30 м.

2.31. а) С какой максимальной скоростью может ехать по горизонтальной плоскости мотоциклист, описывая дугу с радиусом $R = 90$ м, если коэффициент трения резины о почву $\mu = 0.4$? б) на какой угол от вертикального направления он должен отклониться?

2.32. Грузик привязан к нити, другой конец которой прикреплен к потолку. Вследствие толчка грузик движется по окружности, плоскость которой отстоит от потолка на $h = 1,5$ м. Какое число оборотов в секунду сделает грузик?

2.33. Масса диска $m = 0,5$ кг; диаметр его $d = 40$ см. Диск вращается, делая число оборотов $n = 1500$ мин⁻¹. При торможении он останавливается в течение $t = 20$ с. Определить тормозящий момент M .

2.34. Два маленьких шарика с массами $m_1 = 40$ г и $m_2 = 120$ г соединены стержнем длиной 20 см, масса которого ничтожно мала. Определить момент инерции этой системы относительно оси, проходящей перпендикулярно к стержню через центр тяжести системы.

2.35. Горизонтально расположенный прут вращается около вертикальной оси, делая число оборотов $n = 1$ с⁻¹. Вдоль него скользит со скоростью $v = 50$ см/с муфта, масса которой равна $m = 100$ г. Определить действующую на муфту силу.

2.36. Определить горизонтальную составляющую силы, с которой прижимается к рельсу паровоз, масса которого равна 1000 т, если он движется по горизонтальному участку пути на широте 50° со скоростью 15 м/с.

2.37. Какова сила притяжения Солнцем массы $m = 1$ г, находящейся на поверхности Земли?

2.38. Определить силы, с которыми действуют друг на друга вследствие тяготения два соприкасающихся свинцовых шара диаметром по 1 м каждый.

2.39. Пренебрегая изменением веса вследствие вращения Земли и Луны, вычислить, сколько бы весил на поверхности Луны человек, весящий на Земле 72 кг.

2.40. Где находится точка, в которой силы притяжения к Земле и к Луне взаимно уравниваются?

2.41. Вертикальный столб, высотой $h = 5$ м, подпиливается у основания и падает на Землю. Определить линейную скорость его верхнего конца в момент удара о Землю.

2.42. Шарик, диаметр которого равен $d = 6$ см, катится по полу и останавливается через $t = 2$ с, пройдя расстояние $s = 70$ см. Определить коэффициент трения качения, считая его постоянным.

2.43. Пластинке дают наклон и помещают на нее шарик. При каком угле наклона шарик будет скатываться без скольжения, коэффициент статистического трения скольжения $\mu = 0,25$?

2.44. Шар, радиус которого равен r , скатывается по наклонному скату и описывает «мертвую петлю» радиуса R . Пренебрегая трением качения и сопротивлением воздуха, найти наименьшую высоту h центра шарика над центром петли, при которой это возможно.

2.45. Предположим, что велосипедист катится по горизонтальной, вращающейся около вертикальной оси, плоскости в таком направлении и с такой скоростью, что относительно Земли он является неподвижным. Должен ли он наклоняться по направлению к оси вращения? Считать Землю инерциальной системой.

2.46. На какое расстояние от Земли удалилось бы тело, брошенное вертикально вверх со скоростью $U_0 = 5$ км/с при отсутствии воздуха? Масса тела ничтожно мала по сравнению с массой Земли.

2.47. Горизонтальный железный стержень длиной 150 см вращается около вертикальной оси, проходящей через его середину. При каком числе оборотов в секунду он может разорваться?

2.48. Стальной маховик вращается, делая $n = 30$ мин⁻¹. Средний диаметр его обода равен $d = 1,5$ м. Определить увеличение диаметра маховика, пренебрегая действием спиц.

2.49. С какой скоростью упадет на Землю метеорит, скорость которого относительно Земли вдали от Земли мала?

2.50. Сколько времени падало бы на Солнце тело с расстояния, равного радиусу земной орбиты? (Действительный ответ имеет меньшее значение, так как Солнце – не точка, падение возможно лишь до поверхности Солнца).

§ 3. Законы сохранения

Законы сохранения. Закон сохранения импульса как фундаментальный закон природы. Законы Кеплера. Энергия как универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Работа силы. Мощность. Кинетическая энергия механической системы. Потенциальная энергия материальной точки во внешнем силовом поле. Закон сохранения энергии в механике. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.

Основные формулы:

Закон сохранения импульса для замкнутой системы:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const} ,$$

где n – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

Работа, совершаемая постоянной силой,

$$dA = F_s ds = F ds \cos \alpha ,$$

где F_s – проекция силы на направление перемещения; α – угол между направлениями силы и перемещения.

• Работа, совершаемая переменной силой, на пути S :

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos \alpha ds .$$

Кинетическая энергия движущегося тела

$$T = m v^2 / 2 .$$

Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией частицы

$$\vec{F} = -grad\Pi \quad \text{или} \quad \vec{F} = -\left(\frac{\partial \Pi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \vec{k} \right),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли на высоту h .

$$\Pi = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения.

- Закон сохранения механической энергии $T + \Pi = E = \text{const}$.

Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно оси вращения

$$L_Z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = J_Z \omega,$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела;

$m_i v_i$ – импульс этой частицы; J_Z – момент инерции тела относительно оси Z ; ω – его угловая скорость.

Уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \quad M_Z = J_Z \frac{d\omega}{dt} = J_Z \varepsilon,$$

где ε – угловое ускорение; J_Z – момент инерции тела относительно оси Z .

Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы:

$$\vec{L} = \text{const}.$$

ВАРИАНТЫ СЕМЕСТРОВОЙ РАБОТЫ № 3.

Таблица 3

Номера задач	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.10
	3.11	3.12	3.13	3.14	3.15	3.16	3.17	3.18	3.19	3.20
	3.21	3.22	3.23	3.24	3.25	3.26	3.27	3.28	3.29	3.30
	3.31	3.32	3.33	3.34	3.35	3.36	3.37	3.38	3.39	3.40
	3.41	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.48	3.49	3.50

Задачи

3.1. Шар массой $m_1 = 4$ кг движется со скоростью $U_1 = 5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $U_2 = 2$ м/с. Считая удар прямым, центральным, а шары абсолютно упругими, найти их скорость после удара.

3.2. Ядро, летевшее в горизонтальном направлении со скоростью $U = 10$ м/с, разорвалось на две части. Массы осколков равны 8 кг и 4 кг. Скорость меньшего осколка равна $U_2 = 50$ м/с и направлена так же, как и скорость ядра до разрыва. Определить скорость U_1 и направление движения большего осколка.

3.3. Человек, стоя в лодке, тянет к себе с помощью веревки вторую лодку. Определить пути, пройденные первой и второй лодками за 5 с, если масса первой лодки 200 кг, второй – 100 кг, а сила натяжения веревки – 100 Н. Силами трения пренебречь, воду считать покоящейся, а движение лодок равноускоренным.

3.4. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром 60 см и массой $m_1 = 8$ кг стоит человек массой $m_2 = 70$ кг. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m = 0,5$ кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии 50 см от оси скамьи. Скорость мяча $U = 5$ м/с.

3.5. Сколько времени будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости $\ell = 1$ м и высотой $h = 20$ см?

3.6. Маховик вращается по закону, выражаемому уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 2$ рад; $B = 16$ рад/с; $C = -2$ рад/с². Момент инерции J колеса равен 50 кгм². Найти законы, по которым меняются вращающий момент M и мощность N .

3.7. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия T шара равна 14 Дж. Определить кинетическую энергию T_1 поступательного и T_2 вращательного движений.

3.8. Шар диаметром 6 см катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая 4 оборота в секунду. Масса шара $m = 0,25$ кг. Найти кинетическую энергию шара.

3.9. Диск массой 2 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с. Найти кинетическую вращательную энергию диска.

3.10. Маховик в виде диска массой $m = 80$ кг и радиусом $R = 30$ см находится в состоянии покоя. Какую работу нужно совершить, чтобы сообщить маховику частоту $n = 10$ с⁻¹?

3.11. Горизонтальная платформа в форме диска массой $m_1 = 100$ кг и радиусом $R = 2$ м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы с частотой $n_1 = 10$ об/мин⁻¹. С какой частотой n_2 начнет вращаться платформа, если человек массой $m_2 = 60$ кг перейдет от края платформы к ее центру.

3.12. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 10$ мин⁻¹, стоит человек массой $m = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 12$ мин⁻¹. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

3.13. С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью $U = 5$ км/с. На какую высоту она поднимется?

3.14. Период T вращения искусственного спутника Земли равен 2 ч. Считая орбиту спутника круговой, найти на какой высоте h над поверхностью Земли движется спутник.

3.15. Радиус R малой планеты равен 250 км, средняя плотность $\rho = 3 \text{ г/см}^3$. Ускорение свободного падения g на поверхности планеты неизвестно. Определить его.

3.16. Радиус R планеты Марс равен 3,4 Мм, его масса $m = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$. Определить напряженность G гравитационного поля на поверхности Марса.

3.17. Найти первую и вторую космические скорости вблизи поверхности Солнца.

3.18. На какую высоту h над поверхностью Земли поднимается ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость U ракеты равна первой космической скорости.

3.19. Какова будет скорость U ракеты на высоте, равной радиусу Земли, если ракета пущена с Земли с начальной скоростью $U_0 = 10 \text{ км/с}$? Сопротивление воздуха не учитывать. Радиус R Земли и ускорение свободного падения g на ее поверхности считать известными.

3.20. Ракета, пущенная вертикально вверх, поднялась на высоту $h = 3200 \text{ км}$ и начала падать. Какой путь S пройдет ракета за первую секунду своего падения?

3.21. Мальчик, стоя на тележке, тянет к себе с помощью веревки вторую тележку с постоянной силой 100 Н. Определить скорости первой и второй тележек через 2с после начала движения, если масса тележки с мальчиком 100 кг, а масса второй тележки 80 кг. Трением пренебречь.

3.22. Человек массой 75 кг прыгнул с движущейся тележки массой 100кг в сторону, противоположную движению тележки, так, что его скорость относительно Земли стала равной нулю. Чему равна скорость тележки после прыжка, если до прыжка она была 4м/с?

3.23. Мальчик догнал тележку, движущуюся со скоростью 3 м/с, и вскочил на нее. Чему равна скорость тележки после того, как вскочил на нее мальчик, если скорость прыжка мальчика 4 м/с, вес мальчика 50 кг, а масса тележки 80 кг? Чему будет равна скорость тележки, если мальчик прыгнет навстречу движущейся тележке?

3.24. Человек весом 80 кг переходит с носа на корму в лодке длиной 5м. Сколько весит лодка, если она за время этого перехо-

да переместилась в стоячей воде в обратном направлении на 2 м? Начальная скорость лодки относительно воды равна нулю.

3.25. На железнодорожной платформе массой 16 т установлено орудие массой 3 т, ствол которого расположен вдоль полотна дороги под углом 60^0 к горизонтальной поверхности. Чему равна скорость снаряда массой 50 кг, если при выстреле платформа откатилась на 3 м за 6 секунд?

3.26. Автомобиль, двигаясь равноускоренно, на участке пути 100 м набрал скорость 72 км/ч. Определить работу двигателя автомобиля на этом участке, если масса его с грузом 1800 кг, а коэффициент трения 0,05.

3.27. Вертолет, масса которого с грузом 610^3 кг, за 2,5 мин набрал высоту 2250 м. Определить работу двигателя за это время, считая подъем вертолета равноускоренным.

3.28. Двухступенчатая ракета под действием порохового ускорителя и двигателя второй ступени поднимается на высоту $3 \cdot 10^4$ м и приобретает скорость 1100 м/с. Какая работа выполняется обеими ступенями при подъеме ракеты, если средняя масса ракеты 500 кг (изменение g с высотой в расчет не принимать)?

3.29. Клеть с грузом поднимается из шахты глубиной 180 м равноускоренно за 60 с. Определить мощность двигателя, если масса груженной клетки 8 т.

3.30. Тяговая мощность гусеничного трактора 26496 Вт. Определить поперечное сечение стального троса, соединяющего трактор с грузом, если скорость трактора при трелевке 5,4 км/ч, предел прочности стали $39 \cdot 10^6$ Н/м², а коэффициент запаса прочности троса 4.

3.31. Из ружья массой 5 кг вылетает пуля массой $5 \cdot 10^{-3}$ кг со скоростью 600 м/с. Найти скорость отдачи ружья.

3.32. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Большой осколок, вес которого составлял 60 % веса всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью, равной 25 м/с. Найти скорость меньшего осколка.

3.33. Конькобежец весом 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень весом в 3 кг со скоростью 8 м/с. Найти, на какое расстояние откатится при

этом конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед равен 0,02.

3.34. Тело массой 5 кг ударяется о неподвижное тело массой 2,5 кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией в 5 Дж. Считая удар центральным и упругим. Найти кинетическую энергию первого тела до и после удара.

3.35. Шарик из пластмассы, падая с высоты 1 м, несколько раз отскакивает от пола. Чему равен коэффициент восстановления при ударе шарика о пол. Если с момента падения до второго удара о пол прошло 1,3 с?

3.36. Металлический шарик, падая с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 81$ см. Найти коэффициент восстановления материала шарика.

3.37. Работа, затраченная на толкание ядра, брошенного под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, равна $A = 216$ Дж. Через сколько времени и на каком расстоянии от места бросания ядро упадет на землю. Вес ядра $P = 2$ кг. Сопротивление воздуха не учитывать.

3.38. Нейтрон массой m_0 ударяется о неподвижное ядро атома углерода массой $m = 12 m_0$. Считая удар центральным и упругим, найти, во сколько раз уменьшится кинетическая энергия нейтрона при ударе.

3.39. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол 10° .

3.40. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара 0,2 кг, масса второго 100 г. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту 4,5 см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: 1) удар упругий, 2) удар неупругий?

3.41. Какую мощность развивают двигатели ракеты, неподвижно висящей над Землей? Масса ракеты M , скорость истечения газов u .

3.42. Оконная штора массы 1 кг и длины 2 м свертывается в тонкий валик над окном. Какая при этом совершается работа? Трением пренебречь.

3.43. Какова должна быть минимальная скорость жюль-верновского снаряда, чтобы он попал на Луну? Какую скорость он будет иметь у поверхности Луны?

3.44. Определите, во сколько раз масса планеты Марс меньше массы Земли, если известно, что спутник Марса Фобос обращается вокруг него по орбите радиуса 9400 км с периодом 7 ч 39 мин.

3.45. На теннисный мяч с высоты 1 м падает кирпич и подскакивает почти на 1 м. Оцените, на какую высоту подскочит мяч.

3.46. Два одинаковых тела движутся так, что в некоторый момент времени скорость одного тела составляет острый угол с направлением на другое тело, которое в данный момент времени имеет нулевую скорость. Найдите угол между направлениями скоростей тел в тот момент, когда расстояние между телами вновь станет равным начальному.

3.47. Два одинаковых тела движутся вокруг Земли в одном направлении по касающимся траекториям. Первое тело движется по окружности радиуса R . Второе имеет вдвое больший период, чем первое тело. Они стыкуются. Определите максимальное расстояние от центра Земли до образовавшегося тела.

3.48. Требуется вывести космический корабль на околосоляную орбиту с перигелием 0,01 радиуса земной орбиты и периодом, совпадающим с периодом вращения Земли вокруг Солнца. С какой скоростью и в каком направлении относительно прямой Земля – Солнце нужно запустить корабль с Земли? Орбитальная скорость Земли 30 км/с.

3.49. Два тела запущены вертикально вверх на полюсе Земли. Первое упало через неделю, второе – через 30 дней. Оцените, на сколько различались их начальные скорости.

3.50. Как изменилась бы продолжительность земного года, если бы масса Земли увеличилась и сделалась равной массе Солнца, а расстояние между ними осталось бы прежним?

§ 4. Элементы специальной теории относительности

Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца. Инварианты преобразований. Релятивистский закон сложения скоростей. Преобразование импульса и энергии.

Основные формулы:

Преобразование Лоренца:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; y' = y; z' = z; t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где предполагается, что система отсчета K' движется со скоростью v в положительном направлении оси x системы отсчета K , причем оси x' и x совпадают, а оси y' и y и z' и z параллельны; c – скорость распространения света в вакууме.

Релятивистское замедление хода часов:

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где τ – промежуток времени между двумя событиями, отсчитанный движущимися вместе с телом часами; τ' – промежуток времени между теми же событиями, отсчитанный покоящимися часами.

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины:

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где ℓ_0 – длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой стержень покоится (собственная длина); ℓ – длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью v .

Релятивистский закон сложения скоростей:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}; u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}; u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2},$$

где предполагается, что система отсчета K' движется со скоростью U в положительном направлении оси x системы отсчета K , причем оси x' и x совпадают, оси y' и y , z' и z параллельны.

Интервал S_{12} между событиями (инвариантная величина):

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - \ell_{12}^2 = inv,$$

где t_{12} – промежуток времени между событиями 1 и 2;

ℓ_{12} – расстояние между точками, где произошли события.

Масса и импульс частицы:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где m_0 – масса покоя.

Основной закон релятивистской динамики:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где $\vec{p}$ – импульс частицы.

Полная и кинетическая энергии частицы:

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + T, \quad T = (m - m_0)c^2.$$

Связь между энергией и импульсом частицы:

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2, \quad pc = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}.$$

ВАРИАНТЫ СЕМЕСТРОВОЙ РАБОТЫ № 4.

Таблица 4

Номера задач	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	4.10
	4.11	4.12	4.13	4.14	4.15	4.16	4.17	4.18	4.19	4.20
	4.21	4.22	4.23	4.24	4.25	4.26	4.27	4.28	4.29	4.30

Задачи

4.1. Кинетическая энергия электрона равна 2 МэВ. Определить скорость электрона.

4.2. Протон с кинетической энергией $T = 3$ ГэВ при торможении потерял треть этой энергии. Определить импульс частицы.

4.3. При какой скорости v (в долях скорости света) масса любой частицы вещества в $n = 3$ раза больше массы покоя?

4.4. Определить импульс электрона, кинетическая энергия которого 1 ГэВ.

4.5. До какой скорости нужно разогнать электрон, чтобы его масса была в 2 раза больше массы покоя?

4.6. Электрон движется со скоростью, равной $v = 0,6$ с. Определить импульс электрона (где c – скорость света в вакууме).

4.7. Какова масса протона в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью $v = 0,8$ с (где c – скорость света в вакууме)?

4.8. Какую скорость v (в долях скорости света) нужно сообщить частице, чтобы ее кинетическая энергия была равна удвоенной энергии покоя?

4.9. Скорость электрона $v = 0,8$ с (где c – скорость света в вакууме). Зная энергию покоя электрона в МэВ, определить в тех же единицах кинетическую энергию T электрона.

4.10. Протон обладал кинетической энергией, равной энергии покоя. Определить импульс частицы (в единицах $m_0 c$).

4.11. Чему равна скорость протона, кинетическая энергия которого составляет половину полной релятивистской энергии?

4.12. Система K^1 движется равномерно в системе K со скоростью 10 м/с вдоль оси OX . Уравнение движения относительно K^1 имеет вид $x^1 = (t + 1)(3 - 1) + 10t$, $y^1 = t^2 + 8$, $z^1 = 4$. Определить скорость материальной точки и ускорение в системе K при $t = 1$ с.

4.13. В декартовой системе отсчета, скрепленной с космическим объектом, имеющим скорость относительно Земли $v = 240\,000$ км/с, движется тело согласно уравнению

$$x^1 = At^1 + B = 5t^1 + B, \quad y^1 = Mt^1 + N = 8t^1 + N, \quad z^1 = Pt^1 + Q = 10t^1 + Q.$$

Определить составляющие скорости тела v_x , v_y , v_z в системе отсчета, связанной с Землей.

4.14. При скорости ветра 10 м/с капля дождя падает под углом 30° к вертикали. При какой скорости ветра капля будет падать под углом 45° ?

4.15. Буйер представляет собой парусные сани. Он может двигаться лишь по линии, по которой направлены коньки. Ветер дует со скоростью v , перпендикулярной его движению. Парус же составляет угол 30° с направлением движения. Определите максимально возможную скорость буйера.

4.16. Ядро, летящее со скоростью v , распадается на два одинаковых осколка. Определите максимально возможный угол α между вектором скорости одного из осколков и вектором v , если при распаде покоящегося ядра осколки имеют скорость $u < v$.

4.17. Мальчик, который может плавать со скоростью, в два раза меньшей скорости течения реки, хочет ее переплыть так, чтобы его снесло вниз по течению как можно меньше. Под каким углом к берегу он должен плыть? На какое расстояние его снесет. Если ширина реки 200 м?

4.18. При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25 %?

4.19. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в два раза?

4.20. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы (по часам неподвижного наблюдателя), если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 99 % скорости света?

4.21. На сколько увеличится масса α -частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

4.22. Найти скорость мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

4.23. Ускоритель дает пучок протонов с кинетической энергией 10 000 МэВ. Какую долю скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

4.24. Ускоритель дает пучок протонов с кинетической энергией 10 000 МэВ. Чему равно релятивистское сокращение размеров протона в этом пучке?

4.25. Масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя. Найти кинетическую энергию этого электрона.

4.26. Электроны, вылетающие из циклотрона, обладают кинетической энергией 0,67 МэВ. Какую долю скорости света составляет скорость этих электронов?

4.27. До какой энергии можно ускорить протоны в циклотроне. Если относительное увеличение массы протона не должно превышать 5 %?

4.28. Найти изменение энергии, соответствующее изменению массы на величину массы покоя электрона.

4.29. Солнце излучает ежеминутно энергию, равную $6,5 \cdot 10^{21}$ кВт·ч. Считая излучение Солнца постоянным, найти, за какое время масса Солнца уменьшится в два раза.

4.30. До какой энергии можно ускорить электроны в бетатроне, если относительное увеличение массы электрона не должно превышать 5 %?

§ 5. Элементы механики сплошных сред.

Понятие сплошной среды. Общие свойства жидкостей и газов. Идеальная и вязкая жидкость. Уравнение Бернулли. Ламинарное и турбулентное течения жидкостей. Формула Стокса. Формула Пуазейля.

Основные формулы:

- Гидростатическое давление столба жидкости на глубине h

$$p = \rho gh ,$$

где ρ – плотность жидкости.

Закон Архимеда:

$$F_A = \rho gV ,$$

где F_A – выталкивающая сила; V – объем вытесненной жидкости.

Уравнение неразрывности:

$$Sv = const ,$$

где S – площадь поперечного сечения трубки тока; U – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const$$

где p – статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока; U – скорость жидкости для этого же сечения; $\frac{\rho v^2}{2}$ динамическое давление жидкости для этого же сечения; h – высота, на которой расположено сечение; ρgh – гидростатическое давление.

Формула Торичелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде,

$$v = \sqrt{2gh},$$

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Формула Пуазейля. Объем жидкости (газа), протекающий за время t через длинную трубку,

$$V = \pi r^4 t \Delta p / (8l\eta),$$

где r – радиус трубки; l – ее длина; Δp – разность давлений на концах трубки; η – динамическая вязкость (коэффициент внутреннего трения) жидкости.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S,$$

где η – динамическая вязкость жидкости; $\Delta v / \Delta x$ – градиент скорости; S – площадь соприкасающихся слоев.

Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик,

$$F = 6\pi\eta r v,$$

где r – радиус шарика; v – его скорость.

ВАРИАНТЫ СЕМЕСТРОВОЙ РАБОТЫ № 5.

Таблица 5

Номера задач	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	5.10
	5.11	5.12	5.13	5.14	5.15	5.16	5.17	5.18	5.19	5.20
	5.21	5.22	5.23	5.24	5.25	5.26	5.27	5.28	5.29	5.30
	5.31	5.32	5.33	5.34	5.35	5.36	5.37	5.38	5.39	5.40

Задачи

5.1. Какую силу давления испытывает водолазный скафандр площадью 4 м^2 при погружении водолаза в море на глубину 300 м ? ($\rho = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$)?

5.2. Стеклянная трубка с одной стороны закрыта пластинкой и опущена этим концом вертикально в воду на глубину $0,68 \text{ м}$. Какой высоты нужно налить в трубку ртуть или керосин, чтобы пластинка отпала? ($\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{кер}} = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$).

5.3. Какую силу давления испытывает плотина длиной 150 м , если высота напора воды 8 м ?

5.4. Какую силу давления испытывает стенка аквариума с наклонными стенками, если длина стенки 3 м , а угол наклона ее 30° ? Высота воды в аквариуме 2 м ?

5.5. Деталь отлита из сплава железа и никеля. Определить, какой процент по объему составляют железо и никель, а также объем всей детали, если деталь в воздухе весит $3,42 \text{ кг}$, а в воде – $3,02 \text{ кг}$ ($\rho_{\text{ж}} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{н}} = 8,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$).

5.6. Пароход после погрузки опустился в воду на 1 м . Каков вес груза, принятого пароходом, если площадь поперечного сечения парохода на уровне ватерлинии 1800 м^2 , а борта парохода на этом уровне вертикальные?

5.7. В море плавает льдина, часть которой объемом 195 м^3 находится под водой. Определить объем всей льдины и ее подводной части.

($\rho_{\text{л}} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{в}} = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$).

5.8. Сколько весит пароход с грузом, имеющий площадь поперечного сечения на уровне ватерлинии 1200 м^2 , если при переходе его из реки в море глубина осадки уменьшается на $0,15 \text{ м}$? ($\rho_{\text{морск. воды}} = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$).

5.9. Для подъема груза массой 60 т на высоту $0,45 \text{ м}$ пользовались гидравлическим прессом с коэффициентом полезного действия $\eta = 75 \%$. Сколько ходов сделает малый поршень, ход которого равен $0,2 \text{ м}$, а площадь меньше площади большого поршня в 100 раз?

5.10. Найти скорость течения по трубе углекислого газа, если известно. Что за полчаса через поперечное сечение трубы протекает 0,51 кг газа. Плотность газа принять равной $7,5 \text{ кг/м}^3$, диаметр трубы – равным 2 см, а сам газ считать идеальным.

5.11. В широком сосуде, наполненном глицерином ($\rho = 1,2 \text{ г/см}^3$), падает стеклянный шарик ($\rho_{\text{ш}} = 2,7 \text{ г/см}^3$) с постоянной скоростью. Диаметр шарика $d = 1 \text{ мм}$. Определить динамическую вязкость глицерина.

5.12. На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии $h_1 = 36 \text{ см}$ от дна сосуда и на расстоянии $h_2 = 9 \text{ см}$ от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии ℓ от сосуда струя воды падает на стол.

5.13. В высокий цилиндрический сосуд, наполненный глицерином, бросают алюминиевый шарик диаметром $d = 6 \text{ мм}$. Определить, при какой скорости падение шарика станет равномерным.

5.14. Определить время истечения несжимаемой жидкости из открытого цилиндрического сосуда высотой $H = 4,9 \text{ м}$, если диаметр небольшого отверстия в дне сосуда в 30 раз меньше диаметра сосуда.

5.15. Вода течет в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость v_1 воды в широкой части трубы равна 20 см/с . Определить скорость v_2 , в узкой части трубы, диаметр d_2 которой в 1,5 раза меньше диаметра d_1 широкой части.

5.16. В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью $v_1 = 2 \text{ м/с}$. Определить скорость

v_2 нефти в узкой части трубы, если разность Δp давлений в широкой и узкой частях ее равна $6,65 \text{ кПа}$.

5.17. К поршню спринцовки, расположенной горизонтально, приложена сила $F = 15 \text{ Н}$. Определить скорость v истечения воды из наконечника спринцовки, если площадь S поршня равна 12 см^2 .

5.18. Давление p ветра на стену равно 200 Па. Определить скорость U ветра, если он дует перпендикулярно стене. Плотность ρ воздуха равна $1,29 \text{ кг/м}^3$.

5.19. Бак высотой $h = 1,5 \text{ м}$ наполнен до краев водой. На расстоянии $d = 1 \text{ м}$ от верхнего края бака образовалось отверстие малого диаметра. На каком расстоянии от бака падает на пол струя, вытекающая из отверстия?

5.20. Бак высотой $H = 2 \text{ м}$ до краев заполнен жидкостью. На какой высоте h должно быть проделано отверстие в стенке бака, чтобы место падения струи, вытекающей из отверстия, было на максимальном от бака расстоянии?

5.21. В дне цилиндрического сосуда имеется круглое отверстие диаметром $d = 1 \text{ см}$. Диаметр сосуда $D = 0,5 \text{ м}$. Найти зависимость скорости v понижения уровня воды в сосуде от высоты h этого уровня. Найти численное значение этой скорости для высоты $h = 0,2 \text{ м}$.

5.22. В сосуд льется вода, причем за 1 с наливается $0,2 \text{ л}$ воды. Каков должен быть диаметр d отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне, равном $h = 8,3 \text{ см}$?

5.23. Какое давление создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью 25 м/с ? Плотность краски равна $0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

5.24. Шарик всплывает с постоянной скоростью в жидкости, плотность которой в 4 раза больше плотности материала шарика. Во сколько раз сила трения, действующая на всплывающий шарик, больше веса этого шарика?

5.25. Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром $0,3 \text{ мм}$, если динамическая вязкость воздуха равна $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ г/см} \cdot \text{с}^2$?

5.26. Стальной шарик диаметром 1 мм падает с постоянной скоростью $0,185 \text{ см/с}$ в сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти динамическую вязкость касторового масла.

5.27. Гидравлический пресс, заполненный водой, имеет поршни сечений 100 и 10 см^2 . На большой поршень становится

человек массы 80 кг. На какую высоту поднимется после этого малый поршень?

5.28. В полусферический колокол, плотно лежащий на столе, наливают через отверстие сверху жидкость. Когда жидкость доходит до отверстия, она приподнимает колокол и начинает вытекать снизу. Найдите массу колокола, если его внутренний радиус равен R , а плотность жидкости ρ .

5.29. Деревянный куб с ребром 0,5 м плавает в озере, на $2/3$ погруженный в воду. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы утопить куб?

5.30. Определите расход жидкости на единицу ширины плоского потока, стекающего по наклонной плоскости под углом α к горизонту. Вязкость и плотность жидкости η и ρ . Толщина потока h .

5.31. Из шланга бьет струя воды, дающая $Q = 60$ л за 1 мин. Какова площадь поперечного сечения струи S_1 на высоте $h = 2$ м над концом шланга, если вблизи него она равна $S_0 = 1,5 \text{ см}^2$?

5.32. Из брандспойта бьет струя воды, дающая $Q = 60$ л за 1 мин. На высоте $h = 2$ м над концом брандспойта площадь поперечного сечения струи S_1 , а вблизи него она равна $S_0 \text{ см}^2$. На сколько больше атмосферного давления давление воды в шланге в том месте, которое на 3 м ниже конца брандспойта, если площадь канала шланга 10 см^2 ?

5.33. Будет ли приближаться к поверхности Земли капелька воды диаметром 0,01 мм, если она находится в восходящем потоке воздуха, скорость которого равна 2 см/с? Движение воздуха при падении капельки в данном случае является ламинарным.

5.34. В высокий сосуд, наполненный касторовым маслом при 20°C , бросают маленькие свинцовые шарики разных диаметров. Опустившись на некоторую глубину, шарики движутся равномерно, так как действующие на них силы уравновешиваются. Определить число Рейнольдса для движения шарика диаметром 0,1 мм, предполагая, что движение масла при опускании шарика является ламинарным. Выяснить, является ли это предположение правильным.

5.35. В сосуд, наполненный касторовым маслом при 20°C , бросают маленькие свинцовые шарики разных диаметров. Опустившись на некоторую глубину, шарики движутся равномерно, так как действующие на них силы уравниваются. Каков максимальный диаметр шарика, при котором при опускании шарика движение масла остается ламинарным?

5.36. Свинцовая пуля в виде шарика с диаметром 5 мм движется в воздухе со скоростью 300 м/с. Определить число Рейнольдса при плотности воздуха $0,0012 \text{ г/см}^3$.

5.37. Свинцовый шарик с диаметром 5 мм движется в воздухе со скоростью 300 м/с. С каким ускорением движется пуля, если плотность воздуха $0,0012 \text{ г/см}^3$. Ускорением свободного падения можно пренебречь.

5.38. Какова максимальная скорость течения воды по трубе с внутренним диаметром 2 см, при котором течение еще остается ламинарным?

5.39. Определить разность давлений между двумя точками, расстояние между которыми равно 200 м, внутри трубы с внутренним диаметром 2 см при скорости ламинарного течения воды $16,5 \text{ см/с}$.

5.40. Широкий сосуд снабжен внизу горизонтальной капиллярной трубкой, состоящей из двух звеньев. Первое звено имеет длину 20 см и внутренний диаметр 0,5 мм. В сосуд налит глицерин, уровень которого на 10 см выше капилляра. Какой объем глицерина вытекает из капилляра за 1 минуту?

§ 6. Гармонические колебания и волновые процессы

Общие характеристики гармонических колебаний. Колебания груза на пружине, математический маятник, физический маятник. Сложение колебаний. Свободные затухающие колебания. Коэффициент затухания. Логарифмический декремент затухания. Вынужденные колебания под действием синусоидальной силы. Амплитуда и фаза при вынужденных колебаниях.

Основные характеристики волнового движения. Уравнение волны. Плоская синусоидальная волна. Бегущие и стоячие волны. Фазовая скорость. Эффект Доплера. Звук. Ультразвук.

Основные формулы:

Уравнение гармонических колебаний:

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi) ,$$

где S – смещение колеблющейся величины от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; $\omega_0 = 2\pi / T = 2\pi\nu$ – круговая (циклическая) частота; $\nu = 1 / T$ – частота; T – период колебаний; φ_0 – начальная фаза.

Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания,

$$\frac{ds}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) ,$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi) .$$

- Кинетическая энергия колеблющейся точки массой m :

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) .$$

Потенциальная энергия:

$$\Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi).$$

Полная энергия:

$$E = mA^2\omega_0^2 / 2.$$

• Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки массой m :

$$m\ddot{x} = -kx \text{ или } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

где k – коэффициент упругости ($k = \omega_0^2 m$).

Период колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}.$$

Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{J/(mgl)} = 2\pi\sqrt{L/g},$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний;

l – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника;

$L = J/(ml)$ – приведенная длина физического маятника;

g – ускорение свободного падения.

Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

где l – длина маятника.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы и его решение:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0; \quad S = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где S – колеблющаяся величина, описывающая физический процесс; δ – коэффициент затухания ($\delta = r / (2m)$ в случае механических колебаний и $\delta = R / (2L)$ в случае электромагнитных колебаний); ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – частота затухающих колебаний; $A_0 e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний.

Декремент затухания:

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T},$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период.

Логарифмический декремент затухания:

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где $\tau = 1 / \delta$ – время релаксации; N – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

Добротность колебательной системы:

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega_0}{2\delta}.$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение для установившихся колебаний:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 S = x_0 \cos \omega t; \quad s = A \cos(\omega t - \varphi),$$

где S – колеблющаяся величина, описывающая физический процесс ($x_0 = F_0 / m$).

- Связь длины волны λ , периода T колебаний и частоты ν :

$$\lambda = \nu T; \nu = \lambda \nu,$$

где ν – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x :

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\xi(x, t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t ; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k = 2\pi / \lambda = 2\pi / (\nu T) = \omega / \nu$ – волновое число (λ – длина волны; ν – фазовая скорость; T – период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

- Связь между разностью фаз $\delta\varphi$ и разностью хода Δ :

$$\delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

Условия максимума и минимума амплитуды при интерференции волн:

$$\Delta_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda}{2}; \Delta_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$

Фазовая ν и групповая u скорости, а также связь между ними:

$$\nu = \frac{\omega}{k}; u = \frac{d\omega}{dk}; u = \nu - \lambda \frac{d\nu}{d\lambda}.$$

Уравнение стоячей волны:

$$\xi(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cos \omega t .$$

Координаты пучностей и узлов:

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2} ; \quad x_y = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) .$$

Эффект Доплера в акустике:

$$\nu = \frac{(\nu \pm \nu_{np}) \nu_0}{\nu \mp \nu_{ист}} ,$$

где ν – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником; ν_0 – частота звука, посылаемого источником; ν_{np} – скорость движения приемника; $\nu_{ист}$ – скорость движения источника; ν – скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

ВАРИАНТЫ СЕМЕСТРОВОЙ РАБОТЫ № 6.

Таблица 6

Номера задач	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	6.10
	6.11	6.12	6.13	6.14	6.15	6.16	6.17	6.18	6.19	6.20
	6.21	6.22	6.23	6.24	6.25	6.26	6.27	6.28	6.29	6.30
	6.31	6.32	6.33	6.34	6.35	6.36	6.37	6.38	6.39	6.40
	6.41	6.42	6.43	6.44	6.45	6.46	6.47	6.48	6.49	6.50

Задачи

6.1. Определить отклонение колеблющейся точки от положения равновесия за время $0,25 T$; $0,5 T$; $0,6 T$.

6.2. За сколько времени маятник отклонился от положения равновесия на половину амплитуды, если период колебания $3,6 \text{ с}$?

6.3. Математический маятник длиной 2,45 м совершил 100 колебаний за 314 с. Определить период колебаний маятника и ускорение свободного падения для данной местности.

6.4. Два маятника в одном и том же месте земли за одинаковое время совершают один 30, а второй – 40 колебаний. Какова длина каждого маятника, если разность их длин 0,07 м?

6.5. Как изменится период колебания маятника длиной 1 м при перемещении его вверх и вниз с ускорением $1,1 \text{ м/с}^2$?

6.6. Определить частоту колебания поршня в цилиндре автомобиля, движущегося со скоростью 78 км/ч, при прямом включении передачи, если радиус колеса 344 мм.

6.7. Какова глубина моря, если сигнал звукового эхолота, посланный с катера А, принят на катере В, находящемся на расстоянии 3 км, дважды через промежуток времени 2 с? Скорость звука в воде 1500 м/с.

6.8. Стальные детали проверяются ультразвуковым дефектоскопом. На какой глубине в детали обнаружен дефект (трещина, раковина или неоднородность) и какова толщина детали, если после получения ультразвукового сигнала получены два отраженных сигнала через $1 \cdot 10^{-4}$ с и $2 \cdot 10^{-4}$ с? Скорость распространения ультразвука в стали 5 200 м/с.

6.9. Тело массы m совершает колебания на пружине так, что наибольшее значение модуля скорости равно v_0 , а наибольшее отклонение от положения равновесия x_0 . Найдите жесткость пружины.

6.10. Тело колеблется при наличии возвращающей силы, пропорциональной смещению, с амплитудой x_0 . Во сколько раз время прохождения малого участка длины dx на расстоянии x от положения равновесия больше времени прохождения того же участка dx около положения равновесия?

6.11. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, равна $3 \cdot 10^{-5}$ Дж, максимальная сила, действующая на тело, равна $1,5 \cdot 10^{-3}$ Н. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний равен 2 с и начальная фаза 60° .

6.12. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A = 2$ см, полная энергия $E = 3 \cdot 10^{-7}$ Дж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F = 2,25 \cdot 10^{-5}$ Н?

6.13. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если максимальное ускорение точки $49,3 \text{ см/с}^2$,

период колебаний 2 с и смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени 25 мм.

6.14. Амплитуда гармонических колебаний равна 50 мм, период 4 с, начальная фаза $\varphi = \frac{\pi}{4}$. Написать уравнение этого колебания. Найти смещение колеблющейся точки от положения равновесия при $t = 0$ и при $t = 1,5$ с.

6.15. Материальная точка массой 10 г колеблется по уравнению $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = 5$ см, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, $\omega = \frac{\pi}{5}$. Найти максимальную силу, действующую на точку и полную энергию колеблющейся точки.

6.16. Найти максимальную скорость и максимальное ускорение колеблющейся точки, если ее амплитуда 5 см, а период 4 с.

6.17. Определить период T простых гармонических колебаний диска радиусом $R = 50$ см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

6.18. Материальная точка совершает простые гармонические колебания так, что в начальный момент времени смещение $x_0 = 4$ см, а скорость $U = 10$ см/с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 колебаний, если их период $T = 2$ с.

6.19. Определить частоту n простых гармонических колебаний диска радиусом $R = 20$ см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

6.20. Определить потенциальную энергию Π математического маятника с массой $m = 20$ г в положении, соответствующем углу отклонения нити от вертикали $\alpha = 10^\circ$, если частота колебаний маятника $n = 0,5$ с⁻¹. Потенциальную энергию маятника в положении равновесия считать равной нулю.

6.21. Задано уравнение плоской волны

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx),$$

где $A = 0,5$ см; $\omega = 628$ с⁻¹; $k = 2$ м⁻¹. Определить: 1) частоту колебаний ν и длину волны λ ; 2) фазовую скорость U ; 3) максимальные значения скорости $\dot{\xi}_{\max}$ и ускорения $\ddot{\xi}_{\max}$ колебаний частиц среды.

6.22. Волна распространяется от источника колебаний вдоль прямой. Смещение точки для момента времени $0,5 T$

составляет 5 см. Точка удалена от источника колебаний на расстояние $\lambda / 3$. Определить амплитуду A колебаний.

6.23. Источник совершает незатухающие колебания по закону $\xi(x, t) = 0,5 \sin 500 \pi t$. Определить смещение точки, находящейся на расстоянии 0,6 см от источника колебаний, через $t = 0,01$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $v = 300$ м/с.

6.24. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 0,5$ кГц и амплитуду $A = 0,25$ мм, распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda = 70$ см. Найти: 1) скорость v распространения волн; 2) максимальную скорость $\dot{\xi}_{\max}$ частиц среды.

6.25. Определить разность фаз двух точек, отстоящих друг от друга на расстоянии 20 см, если волна распространяется со скоростью $v = 2,4$ м/с при частоте $\nu = 3$ Гц.

6.26. От источника колебаний распространяется волна вдоль прямой линии. Амплитуда A колебаний равна 10 см. Как велико смещение точки, удаленной от источника на $x = \frac{3}{4} \lambda$, в момент, когда от начала колебаний прошло время $t = 0,9T$.

6.27. Волна с периодом $T = 1,2$ с и амплитудой колебаний $A = 2$ см распространяется со скоростью $v = 15$ м/с. Чему равно смещение $\xi(x, t)$ точки, находящейся на расстоянии $x = 45$ м от источника волн, в тот момент, когда от начала колебаний источника прошло время $t = 4$ с?

6.28. Две точки находятся на расстоянии $x = 50$ см друг от друга на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью $v = 50$ м/с. Период T колебаний равен 0,05 с. Найти разность фаз $\Delta \varphi$ колебаний в этих точках.

6.29. Определить разность фаз $\Delta \varphi$ колебаний источника волн, находящегося в упругой среде, и точки этой среды, отстоящей на $x = 2$ м от источника. Частота ν колебаний равна 5 Гц; волны распространяются со скоростью $v = 40$ м/с.

6.30. Волна распространяется в упругой среде со скоростью $v = 100$ м/с. Наименьшее расстояние Δx между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту ν колебаний.

6.31. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая колебательное движение по уравнению

$x = 7\sin 0.5\pi t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

6.32. Шарик, подвешенный на нити длиной в 2 м, отклоняют на угол 4° и наблюдают его колебания. Найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия, если колебания незатухающие гармонические.

6.33. Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний 2 с, амплитуда 50 мм, начальная фаза равна нулю. Найти скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия равно 25 мм.

6.34. К пружине подвешен груз 10 кг. Зная, что пружина под весом силы в 1 кг растягивается на 1,5 см, определить период вертикальных колебаний груза.

6.35. Максимальная кинетическая энергия колебаний груза, подвешенного к пружине, равна 1 Дж. Амплитуда колебаний 0,05 м. Найти коэффициент деформации пружины.

6.36. Найти длину волны колебания, период которого равен 10^{-14} с. Скорость распространения колебаний $3 \cdot 10^8$ м/с.

6.36. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = 4 \sin 600 \pi t$ см. Найти смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии 75 см от источника колебаний, через 0,01 с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний 300 м/с.

6.37. Определить длину волны колебаний, если расстояние между первой и четвертой пучностями стоячей волны равно 15 см.

6.38. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростью 72 и 54 км/ч. Первый поезд дает свисток с частотой 600 Гц. Найти частоту колебаний звука, который слышит пассажир второго поезда: 1) перед встречей поездов, 2) после встречи поездов. Скорость звука принять равной 340 м/с.

6.39. Какую длину должна иметь стальная струна радиусом 0,05 см, чтобы при натяжении в $9,8 \cdot 10^2$ Н она издавала тон частотой 320 Гц?

6.40. Ружейная пуля летит со скоростью 200 м/с. Во сколько раз изменится высота тона свиста пули для неподвижного наблюдателя, мимо которого пролетает пуля. Скорость звука принять равной 333 м/с.

6.41. Маятник в виде грузика, подвешенного на нити длиной 50 см, колеблется в кабине самолета. Каков период его

колебаний: а) если самолет движется равномерно? б) если самолет движется горизонтально с ускорением $2,5 \text{ м/с}^2$? в) если самолет планирует вниз под углом 15° к горизонту? Лобовым сопротивлением самолета пренебречь.

6.42. Маятник состоит из медной проволоки диаметром $d_1 = 0,1 \text{ мм}$ и медного шарика диаметром $d_2 = 3 \text{ см}$. На сколько процентов увеличится период колебания, если заменить медный шарик свинцовым того же диаметра? Амплитуду считать малой.

6.43. Тело качается около оси с периодом $T_1 = 0,5 \text{ с}$. Если же к нему прикрепить грузик с массой $m = 50 \text{ г}$ на расстоянии $l = 10 \text{ см}$ ниже оси, то оно качается с периодом $T = 0,6 \text{ с}$. Найти момент инерции тела относительно оси качания.

6.44. Каков логарифмический декремент затухания маятника длиной $0,8 \text{ м}$, если его начальная амплитуда 5° , а через 5 мин амплитуда равна $0^\circ,5$?

6.45. При какой скорости поезда рессоры его вагонов будут особенно сильно колебаться под действием толчков колес о стыки рельс, если длина рельс $12,5 \text{ м}$, нагрузка на рессору равна $5,5 \text{ Т}$ и если рессора прогибается на 16 мм при нагрузке в одну тонну?

6.46. Через сколько времени энергия колебаний камертона с частотой $f = 600 \text{ Гц}$ уменьшится в $n = 10^6$ раз, если логарифмический декремент затухания равен $0,0008$?

6.47. Какова общая сумма путей s , пройденных взад и вперед колеблющейся точкой до полного затухания колебаний, если начальная амплитуда равна $A = 1 \text{ мм}$, а логарифмический декремент затухания равен $0,002$?

6.48. Шарик катается по дну сферической чашки. Предполагая, что эти колебания можно считать синусоидальными, определить их период.

6.49. Определить период колебания массы $m = 121 \text{ г}$ ртути, находящейся в U-образной трубке. Площадь сечения канала трубки $S = 0,3 \text{ см}^2$.

6.50. а) Определить период колебания однородного шара около горизонтальной оси, проходящей сквозь точку, отстоящую от центра шара на расстоянии $0,3$ радиуса шара. Радиус шара равен 6 см .

б) Каков будет период колебаний, если расположить ось под углом 80° к горизонту?

ОТВЕТЫ

- 1.1.** $2y = 2 - 3x$, $z = 14 - 2x$, или $x + 2y - z + 12 = 0$.
1.2. $v(2) = 13,0$ м/с; $v(5) = 75,8$ м/с; $v_{cp} = 31,3$ м/с.
1.3. 7,85 м. **1.4.** $S(t) = 24t - 2t^3 - 26$.
1.5. $a_{cp} = 21,1$ м/с²; $a(2) = 12,2$ м/с²; $a(5) = 30,1$ м/с².
1.6. 5 м. **1.7.** $t = 20$ с. **1.8.** $v_{min} = -22,4$ м/с.
1.9. $t = 1,5$ с; $v_1 = v_2 = 14$ м/с. **1.10.** $\bar{U} = 5$ м/с; $U = 9$ м/с.
1.11. $\bar{v} = 7$ м/с; $\bar{a} = 2$ м/с². **1.12.** $H = 5,6$ м. **1.13.** $H = 31,9$ м;
 $t = 2,55$ с. **1.14.** $H = 18,4$ м. **1.15.** $H = 11$ м. **1.16.** $t = 2,92$ с.
1.17. $H = 19,6$ м. **1.18.** $v_0 = 20$ м/с; $v = 22,3$ м/с. **1.19.** $h = 51,3$ м;
 $t = 3,75$ с.
1.20. $H = 4,9$ м. **1.21.** $\alpha = 45^\circ$. **1.22.** $t = 0,872$ с; $a = 14,8$ м/с².
1.23. $a = 8,5$ м/с². **1.24.** 1) $\omega = 14$ рад/с; 2) $v = 1,4$ м/с;
3) $\varepsilon = 12$ рад/с²; 4) $a_\tau = 1,2$ м/с²; 5) $a_n = 19,6$ м/с². **1.25.** $R = 12$ м.
1.26. $a = 28,9$ м/с². **1.27.** $U_\kappa = 17,4$ м/с; $U_\nu = 3,5$ м/с;
1.28. $t = 10,5$ с; $s_1 = 121,5$ м; $s_2 = 128,5$ м. **1.29.** $a = 4$ м/с²;
 $S_5 = 50$ м; **1.30.** $a = 2$ м/с², $v_{cp}(1) = 20$ м/с; $v_{cp}(2) = 28,5$ м/с,
 $U_{cp} = 23,5$ м/с; **1.31.** $h_2 = 3,7$ м; **1.32.** $U \approx 98,6$ м/с; $t = 13$ с;
1.33. а) $0,4$ м; б) $1,4 \cdot 10^{-9}$ м; **1.34.** $U_0 \approx 11$ м/с, $U \approx 12,6$ м/с;
1.35. $R_1 = 10,2$ м, $R_2 = 82$ м; **1.36.** $\alpha_1 = 25^\circ$, $\alpha_2 = 65^\circ$; **1.37.** $\alpha = 76^\circ$;
1.38. $7,7$ м/с; $5,2$ с. **1.39.** Лодка кажется приближающейся под
углом $\alpha = 58^\circ$ к курсу корабля. **1.40.** $18,3$ м/с², $16,7$ м/с², $15,0$ м/с²;
1.41. $56^\circ, 5 < \alpha < 123^\circ, 5$; б) $2,5$ м/с; **1.42.** Нет. **1.43.** Уменьшалось.
1.44. $+0,83$ м/с² и $-0,83$ м/с²; **1.45.** -30 см/с²; 45 см/с;
1.46. через 10 с; **1.47.** $\dot{U} = \omega \sqrt{r^2 - \frac{d^2}{4}}$; **1.48.** $v_{min} = 22,83$ м/с;
б) на экваторе при такой начальной скорости и $\alpha = 45^\circ$ получи-
лось бы расстояние $53,3$ м; **1.49.** $v_0 = 19,8$ м/с, $t = 3$ с, $h_{max} = 12,1$ м;
1.50. $S = 0,96$ м; **2.1.** $0,467$ м/с². **2.2.** $3,02$ м/с². **2.3.** $9,32$ кгм².
2.4. $0,025$ Нм. **2.5.** $3,53$ Н, $3,92$ Н. **2.6.** $3,2$ Нм. **2.7.** $0,115$ Нм.
2.8. $0,314$. **2.9.** $1,78$ кгм². **2.10.** $0,636$ Нм. **2.11.** $n = 8$ с,
 $A = 10,2$ Дж.
2.12. $\varepsilon = 42,6$ рад/с², $n = 68$ с⁻¹. **2.13.** 32 кг. **2.14.** $2,8$ м/с².
2.15. $0,89$ м/с². **2.16.** $3,74$ м/с. **2.17.** $1,62$ м/с. **2.18.** $0,9$ кг·м².

- 2.19.** 355 Дж. **2.20.** 7,1 кДж. **2.21.** 3,5 с, 13,6 м. **2.22.** $4,2 \cdot 10^4$ Н.
2.23. 20 м/с, 100 с. **2.24.** 110 мм^2 . **2.25.** $4,87 \cdot 10^5$ Н, $7,10^{-3}$ с.
2.26. $2,45 \text{ м/с}^2$; 36,7 Н. **2.27.** $3,48 \cdot 10^6$ Н; увеличилась.
2.28. $0,4 \text{ м/с}^2$; 47 Н. **2.29.** $\approx 0,25 \text{ м/с}^2$; $F_{H(1)} \approx 20,5 \text{ Н}$; $F_{H(2)} = 47,8 \text{ Н}$.
2.30. 3,68 кН. **2.31.** а) 19 м/с , $\alpha = 21^{0,8}$. **2.32.** $0,4 \text{ с}^{-1}$.
2.33. 7,8, 10^{-2} Нм . **2.34.** $12 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$. **2.35.** 0,627 Н. **2.36.** 15,66, 10^3 Н .
2.37. 5,9, $\cdot 10^{-6} \text{ Н}$. **2.38.** 2,34, 10^3 Н . **2.39.** $\approx 12 \text{ кг}$.
2.40. 38 400 км от центра Луны. **2.41.** 12,2 м/с. **2.42.** $l = 0,15 \text{ см}$.
2.43. $\alpha < 41^0$. **2.44.** $h = 1,7 (R - r)$. **2.45.** Нет. **2.46.** 1600 км.
2.47. $n = 82,5 \text{ с}^{-1}$. **2.48.** $\Delta d = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ см}$. **2.49.** 11,1 км/с.
2.50. $\approx 64,6$ суток. **3.1.** $u_1 = -3,4 \text{ м/с}$; $u_2 = 3,6 \text{ м/с}$. **3.2.** -10 м/с .
3.3. $s_1 = 6,25 \text{ м}$, $s_2 = 12,5 \text{ м}$. **3.4.** $\overline{\omega} = 0,186 \text{ рад/с}$. **3.5.** 1,43 с.
3.6. $M = -200 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $N = -3200 + 800 \text{ т}$. **3.7.** $T_1 = 10 \text{ Дж}$; $T_2 = 4 \text{ Дж}$.
3.8. $T = 0,1 \text{ Дж}$. **3.9.** $T = 24 \text{ Дж}$. **3.10.** $A = 7,1 \text{ кДж}$.
3.11. $n_2 = 22 \text{ об/мин}$. **3.12.** $m_2 = 700 \text{ кг}$. **3.13.** $h = 1590 \text{ км}$.
3.14. $h = 1690 \text{ км}$. **3.15.** $g = 0,21 \text{ м/с}^2$. **3.16.** $G = 3,7 \text{ Н/кг}$.
3.17. $U_1 = 436 \text{ км/с}$; $U_2 = 617 \text{ км/с}$. **3.18.** $h = R$.
3.19. $U = 6,12 \text{ км/с}$. **3.20.** $S = 2,18 \text{ м}$. **3.21.** 2 м/с, 2,5 м/с.
3.22. 7 м/с. **3.23.** 3,4 м/с, 0,3 м/с. **3.24.** $P_2 = 1176 \text{ Н}$. **3.25.** 760 м/с.
3.26. 448,2 кДж. **3.27.** 135 МДж. **3.28.** 450 МДж.
3.29. 238 кВт. **3.30.** 1,8, 10^{-4} м^2 . **3.31.** 0,6 м/с. **3.32.** $-12,5 \text{ м/с}$.
3.33. 0,3 м. **3.34.** 5,62 Дж, 0,62 Дж. **3.35.** $\kappa = 0,94$. **3.36.** $\kappa = 0,9$.
3.37. 1,5 с; 19,1 м. **3.38.** В 1,4 раза. **3.39.** 550 м/с.
3.40. 1) $5,10^{-3} \text{ м}$; 0,08 м; 2) 10^{-2} м .
3.41. $N = Mgu/2$. **3.42.** 9,8 Дж; 15 Дж. **3.43.** 11,1 км/с; 2,3 км/с.
3.44. В 9,3 раза. **3.45.** $\approx 0,25 \text{ м}$. **3.46.** $\alpha = \pi/2$. **3.47.** $R \approx 1,4 R$.
3.48. $\approx 40 \text{ км/с}$; $\approx 40^0$. **3.49.** $\Delta v \approx 75 \text{ м/с}$. **3.50.** $T_1 = 0,7$ года.
4.1. $v = 2,94 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. **4.2.** $p = 9,05 \cdot 10^{-19} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. **4.3.** $v = 0,943 \cdot \text{с}$.
4.4. $p = 5,34 \cdot 10^{-19} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. **4.5.** $v = 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.
4.6. $p = 2,05 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. **4.7.** $m = 2,8 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. **4.8.** $v = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \text{с}$.
4.9. $T = 0,341 \text{ МэВ}$. **4.10.** $p = \sqrt{3} m_0 c$.
4.11. $U = c\sqrt{3/4} \approx 260000 \text{ км/с}$. **4.12.** $\approx 10,2 \text{ м/с}$; $2,83 \text{ м/с}^2$.
4.13. $U_x \approx A + v$, $U_y \approx 4,8 \text{ м/с}$, $U_z \approx 6 \text{ м/с}$. **4.14.** $10\sqrt{3} \text{ м/с}$.
4.15. $U_{\max} = v\sqrt{3}$. **4.16.** $\sin \alpha = u/U$. **4.17.** $\alpha = 60^0$, $\approx 345 \text{ м}$.

- 4.18.** $1,98 \cdot 10^5$ км/с. **4.19.** $2,6 \cdot 10^5$ км/с. **4.20.** В 7,1 раза.
4.21. На $8,6 \cdot 10^{-27}$ кг. **4.22.** $2,985 \cdot 10^8$ м/с. **4.23.** 99,6 %.
4.24. 91,5 %. **4.25.** $8,2 \cdot 10^{-14}$ Дж. **4.26.** 0,9. **4.27.** 47 МэВ.
4.28. $\Delta W = 8,2 \cdot 10^{-14}$ Дж = 0,51 МэВ. **4.29.** За $7 \cdot 10^{12}$ лет.
4.30. $2,56 \cdot 10^{-2}$ МэВ. **5.1.** 12,5 МН. **5.2.** 0,05 м; 0,85.
5.3. 168 МН. **5.4.** 770,8 кН. **5.5.** $V_{ж}/V = 25\%$, $V_{н}/V = 75\%$.
5.6. 1854 т. **5.7.** 1545 м^3 ; 1350 м^3 . **5.8.** 6180 т. **5.9.** 300 ходов.
5.10. 0,12 м/с. **5.11.** $\eta = \frac{2r^2 g(\rho_{ш} - \rho)}{9 \cdot \nu} = 1,6$ Па·с.
5.12. $\ell = 2\sqrt{h_1 h_2} = 0,36$ м. **5.13.** $\nu = 0,0198$ м/с.
5.14. $t = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \sqrt{\frac{2H}{g}} = 900c = 0,25$ ч. **5.15.** $\nu_2 = 0,45$ м/с.
5.16. $\nu_2 = 4,33$ м/с. **5.17.** $\nu = 5$ м/с. **5.18.** $\nu = 8,8$ м/с.
5.19. $\ell = 1,4$ м. **5.20.** $h = 1$ м. **5.21.** $\nu_1 \approx \frac{d^2}{D^2} \sqrt{2gh} \approx 8 \cdot 10^{-4}$ м/с.
5.22. $d = 1,4 \cdot 10^{-2}$ м.
5.23. $2,5 \cdot 10^5$ Н/м². **5.24.** В 3 раза. **5.25.** 4,1 м/с.
5.26. $\eta = 2$ Н·с/м². **5.27.** 727 см. **5.28.** $m = 1/3 \pi r^3 \rho$. **5.29.** 32,5 Дж.
5.30. $Q = h^3 \rho g \sin \alpha / 8\eta$. **5.31*.** $4,4 \text{ см}^2$. **5.32.** $0,52 \text{ кг/с}^2$.
5.33. Капелька поднимается, так как скорость ее падения в спокойном воздухе равна 0,3 см/с. **5.34.** $9,8 \cdot 10^{-5}$; правильно.
5.35. 1,7 мм. **5.36.** 10^5 . **5.37.** 720 м/с^2 . **5.38.** 16,5 см/с.
5.39. $0,03 \text{ кг/см}^2$. **5.40.** 150 мм^3 . **6.1.** А; 0; -0,59А. **6.2.** 0,3 с.
6.3. 3,14 с; 9,8 м/с. **6.4.** 0,16 м; 0,09 м. **6.5.** $T_1/T = 0,95$; $T_2/T = 1,05$.
6.6. 10 с^{-1} . **6.7.** 2600 м. **6.8.** 26 см; 52 см. **6.9.** $k = m(v_0/x_0)^2$.
6.10. В $x_0/\sqrt{x_0^2 - x^2}$ раз. **6.11.** $x = 4 \cdot 10^{-8} \sin(\pi t + \pi/3)$.
6.12. $x = -1,5$ см. **6.13.** $x = 5 \sin(\pi t + \pi/6)$ см.
6.14. $x = 50 \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$ мм; $x_1 = 35,2$ мм, $x_2 = 0$.
6.15. $F_{\max} = 197$ мкН; $W = 4,93$ мкДж.
6.16. $\nu_{\max} = 7,85 \cdot 10^{-2}$ м/с; $a_{\max} = 12,3 \cdot 10^{-2}$ м/с².
6.17. $T = 2\pi \sqrt{\frac{3R}{2g}} = 1,74c$.

6.18. $A = \sqrt{x_o^2 + \frac{v_o^2 T^2}{4\pi^2}} = 5,11 \text{ см}; \varphi_o = \arctg \frac{2\pi}{5} = 51^\circ.$

6.19. $n = 0,911 \text{ с}^{-1}$. **6.20.** $\Pi = 2,96 \text{ мДж}.$

6.21. 1) $\nu = 100 \text{ Гц}; \lambda = 3,14 \text{ м};$ 2) $\nu = 314 \text{ м/с};$

3) $\dot{\xi}_{\max} = 3,14 \text{ м/с}; \ddot{\xi}_{\max} = 1,97 \cdot 10^3 \text{ м/с}^2.$ **6.22.** $A = 5,8 \text{ см}.$

6.23. $\xi(x,t) = 0.$ **6.24.** $\nu = 350 \text{ м/с}; \dot{\xi}_{\max} = 0,79 \text{ м/с}.$

6.25. $\Delta\varphi = 1,57 \text{ рад}.$ **6.26.** $\xi = 5,88 \text{ см}.$ **6.27.** $\xi(x,t) = -1,73 \text{ см}.$

6.28. $\Delta\varphi = 1,26 \text{ рад}.$ **6.29.** $\Delta\varphi = 1,57 \text{ рад}.$ **6.30.** $\nu = 50 \text{ Гц}.$

6.31. Через 1 с. **6.32.** $0,31 \text{ м/с}.$ **6.33.** $0,136 \text{ м/с}.$ **6.34.** $0,78 \text{ с}.$

6.35. $\kappa = 805 \text{ Н/м}.$ **6.36.** $3 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$ **6.37.** $0,04 \text{ м}.$ **6.38.** $0,1 \text{ м}.$

6.39. $666 \text{ Гц}; 542 \text{ Гц}.$ **6.39.** $0,63 \text{ м}.$ **6.40.** В 4 раза.

6.41. а) $1,419 \text{ с};$ б) $1,405 \text{ с};$ в) $1,444 \text{ с}.$ **6.42.** $0,018 \%$.

6.43. $1200 \text{ г} \cdot \text{см}^2.$ **6.44.** $0,014.$ **6.45.** $21 \text{ м/с}.$ **6.46.** $14 \text{ с}.$ **6.47.** $1 \text{ м}.$

6.48. $T = 2\pi \sqrt{\frac{1,4(R-r)}{g}},$ R – радиус чашки, r – радиус шарика.

6.49. $0,77 \text{ с}.$ **6.50.** $0,63 \text{ с}; 1,5 \text{ с}.$

Приложения

Таблица 1
Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначения	Значение
Стандартное ускорение свободного падения	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$
Стандартный объем	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	K	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	E	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	C	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная закона смещения Вина	B	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Первый Боровский радиус	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 эВ)
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

Молярный объем идеального газа при нормальных условиях.

Таблица 2

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

Таблица 3

Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Никель	$8,8 \cdot 10^3$
Вольфрам	$19,0 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Золото	$19,3 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$
Лед	$0,9 \cdot 10^3$		

Таблица 4

Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4°C)	$1,00 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$
Ртуть (при 0°C)	$13,6 \cdot 10^3$
Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Спирт этиловый	$0,80 \cdot 10^3$
Керосин	$0,80 \cdot 10^3$

Таблица 5
Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м ³
Водород	0,09
Воздух	1,29
Гелий	0,18
Кислород	1,43

Таблица 12
Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей
(при 293К)

Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	73
Мыльный раствор	40
Ртуть	500
Спирт этиловый	22

Таблица 6
Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, нм
Азот	0,3
Водород	0,23
Гелий	0,20
Кислород	0,30

Таблица 7
Вязкость (η)

Газ, жидкость	ПУАЗ
Воздух при 0° С	$1,8 \cdot 10^{-4}$
Кислород при 0° С	$1,92 \cdot 10^{-4}$
Вода при 15°С	0,011
Касторовое масло при 20° С	10
Глицерин	3,5

Таблица 8

Упругость

Материал	Модуль упругости, $E, \frac{кг}{мм^2}$	Коэффициент поперечного сжатия	Модуль сдвига, $\frac{кг}{мм^2}$	Модуль все- стороннего сжатия, $\frac{кг}{мм^2}$
Сталь	20000	0,3	8000	16500
Железо	20000	0,3	8000	---
Медь	12000	0,35	4500	13500
Свинец	1700	0,38	560	---
Стекло	5000	0,2 – 0,3	---	3000
Дерево	1000	---	---	---
Ртуть	---	---	---	2500
Вода	---	---	---	200

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Беликов Б. С.* Решение задач по физике. – М.: Высшая школа. – 1986. – 255 с.
2. *Козел С. М.* Сборник задач по физике / *С. М. Козел, Э. И. Раиба, С. А. Славатинский.* – М.: Наука, 1987. – 301 с.
3. *Воробьев А. А.* Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов / *А. А. Воробьев, В. П. Иванов и др.* – М.: Высшая школа, 1987. – 208 с.
4. *Иродов И. Е.* Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1988. – 416 с.
5. *Савельев И. В.* Сборник вопросов и задач по общей физике. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
6. *Чертов А. Г.* Задачник по физике / *А. Г. Чертов, А. А. Воробьев.* – М.: Высшая школа, 1988. – 527 с.
7. *Волькенштейн В. С.* Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1990. – 386 с.
8. *Астахов А. В.* Курс физики / *А. В. Астахов, Ю. М. Широков.* – М.: Наука, 1983. – Т. 1–3.
9. *Савельев К. В.* Курс физики. – М.: Наука, 1989. – С.1–3.
10. *Детлаф А. А.* Курс физики / *А. А. Детлаф, Б. М. Яворский.* – М.: Высшая школа, 2001.
11. *Трофимова Т. И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 2001.
12. *Посохов В. Н.* Физические основы механики: Учеб. пособие по физике для дистанционного обучения. – Томск: Тасур, 1997.
13. *Савченко О. Я.* Задачи по физике. – М.: Наука, 1981.
14. *Сахаров Д. И.* Сборник задач по физике / *Д. И. Сахаров, И. С. Косминков.* – М.: Учпедгиз, 1966.
15. *Шебалин О. Д.* Физические основы механики и акустики. – М.: Высшая школа, 1981.
16. *Бедельбаева Г. Е.* Семестровые задания по курсу общей физики. – Алматы: КазНТУ, 2003.

ВВЕДЕНИЕ.....	
КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	
§ 1. КИНЕМАТИКА.....	6
1.1. Кинематика материальной точки.....	6
1.2. Кинематика абсолютно твердого тела.....	9
§2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	12
2.1. Законы Ньютона.....	12
2.2. Динамика вращательного движения абсолютно твердого тела.....	15
§3. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ И ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ.....	23
§4. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ СИЛ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ.....	25
§5. УДАР ТЕЛ.....	29
§6. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.....	32
6.1. Принцип относительности и преобразования Галилея.....	32
6.2. Относительность одновременности.....	33
6.3. Относительность временных интервалов.....	35
6.4. Преобразования Лоренца.....	35
6.5. Лоренцово сокращение длин.....	38
6.6. Предельная скорость движения.....	39
§ 7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА.....	41
7.1. Релятивистский импульс.....	41
7.2. Основной закон динамики.....	41
7.3. Релятивистская энергия.....	42
7.4. Кинетическая энергия тела.....	42
7.5. Масса покоя.....	43
§ 8. НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА. СИЛЫ ИНЕРЦИИ.....	44
8.1. Силы инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета.....	46
8.2. Силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета.....	48
8.3. Силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета.....	49
§9. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД.....	54
9.1. Общие механические свойства жидкостей и газов. Стационарное состояние.....	54
9.2. Течение жидкости и газов.....	56
§10. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ.....	62

10.1.	Колебательные движения.....	62
10.2.	Сложение колебаний одного направления.....	66
10.3.	Затухающие колебания.....	68
10.4.	Вынужденные колебания.....	71
§11.	ЭЛЕМЕНТЫ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ.....	74
11.1.	Волновые характеристики.....	74
11.2.	Интерференция волн.....	78
2.	ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	80
3.	СЕМЕСТРОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	94
§ 1.	Кинематика материальной точки и твердого тела.....	94
§ 2.	Динамика материальной точки и твердого тела.....	104
§ 3.	Законы сохранения.....	116
§ 4.	Элементы специальной теории относительности.....	124
§ 5.	Элементы механики сплошных сред.....	129
§ 6.	Гармонические колебания и волновые процессы.....	136
	ОТВЕТЫ.....	
	ПРИЛОЖЕНИЯ.....	
	Библиографический список.....	

Учебное издание

Алджамбекова Гулдана Тлеужановна

СЕМЕСТРОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ
«ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ»

Учебное пособие

Нач. ОПНП РУ ДСО

Редактор

Компьютерная верстка

З. А. Губайдулина

З. А. Губайдулина

А. Е. Биримкулова

Подписано в печать 28.12.2016 г.

Тираж 300 экз. Формат 60х84х 1/16.

Бумага типогр. № 1.

Уч.-изд.л. 9,6. Усл. п.л. 8,9. Заказ № 762. Цена договорная.

Издание Казахского национального исследовательского
технического университета имени К. И. Сатпаева

Департамент по связям с общественностью КазНТУ

г. Алматы, ул. Сатпаева, 22

ISBN 978-601-228-984-8



9

7 8 6 0 1 2 2 8 9 8 4 8