А. Ж. МАШАНОВ,
А. А. МАШАНОВ

ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ СКАЛЬНО-ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОД



Издательство «НАУКА» Казахской ССР
АЛМА-АТА·1985

УДК 622.271.33

Машанов А. Ж., Машанов А. А. Основы геомеханики скально-трещиноватых пород. — Алма-Ата: Наука, 1985. — 192 с.

Излагаются основные законы механики горных массивов; приводятся методы определения геомеханических показателей месторождений полезных ископаемых. Большое внимание уделяется структуре массива горных пород, способам съемки ее элементов, а также влиянию ее на горные выработки.

Книга предназначена для научных работников, горных инженеров, а также для преподавателей, аспирантов и студентов горных специальностей.

Библиогр. 103 назв. Ил. 89. Табл. 7.

Ответственный редактор

доктор технических наук,
профессор В. И. БОРЩ-КОМПОНИЕЦ

Рецензенты

члены-корреспонденты АН КазССР
Б. Р. РАКИШЕВ и П. Ч. ЧУЛАКОВ

$\text{М}\ \frac{2503000000-125}{407(05)-85}\ 70.85$

© Издательство «Наука» Казахской ССР, 1985

ПРЕДИСЛОВИЕ

Интенсивное развитие горного производства, определение рациональных и безопасных параметров технологии горных работ требуют расширения научных исследований механических свойств массивов горных пород для выяснения влияния их неоднородности при разработке месторождений полезных ископаемых. Изучение физико-механических свойств трещиноватых массивов горных пород в конкретных геологических условиях их залегания привело к созданию новой отрасли научной дисциплины — геомеханики. Она возникла на стыке трех отраслей науки: геологии, механики и геометрии недр. Основоположниками этого направления в науке являются известные ученые — профессор П. К. Соболевский и один из его учеников профессор П. А. Рыжов, основавший школу геомехаников в Казахстане.

При описании процессов деформирования и сдвижения горных пород необходимо учитывать структуру массива. При этом коэффициент структурного ослабления, вводимый обычно при расчетах, не может полностью характеризовать эти процессы. Учет влияния структуры массива горных пород при проектировании горных сооружений включает в себя определение форм и размеров структурных блоков, ориентацию систем трещин, образующих эти блоки, построение эллипсоидов деформации по системам трещин и т. д.

В настоящей книге приводятся методы определения геомеханических свойств горного массива с учетом геометрии элементов залегания и механических свойств горных пород.

Книга состоит из трех разделов. В первом излагаются основы механики сплошной среды, дается геомеханический анализ рудного поля, рассматривается механизм образования систем трещин в массиве горных пород, анализируются различные теории

прочности, применяемые при расчетах параметров горных сооружений.

Второй раздел содержит сведения о механической природе структуры массива горных пород, основных типах тектонических нарушений, о механизме образования складок. Приводятся способы съемки элементов структуры массива.

В третьем разделе рассматриваются методы определения прочности горных пород в массиве, его механическое состояние и влияние структуры массива на напряжения, образующиеся вокруг горных выработок, дается расчет бокового давления пород в выработках, анализируется влияние структуры массива на прочность целиков, устойчивость бортов карьеров.

В целом эта книга является попыткой осветить ту исключительную роль, которую играет структура массива горных пород в физических процессах, возникающих в недрах при разработке месторождений полезных ископаемых. Авторы выражают надежду, что книга окажется полезной для специалистов соответствующего профиля.

Раздел первый

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ГЕОМЕХАНИКИ

Скально-трещиноватый массив по своей природе — это совокупность дискретных структурных блоков пород, отделенных друг от друга системами трещин, трещинами отдельности. В геологии массив горных пород рассматривается обычно как единое тело. Поэтому скально-трещиноватый массив можно представить как квазисплошную среду, т. е. геологическую структуру, сложенную блоками отдельности, являющимися как бы ее элементарными частицами. Между структурой и слагающими ее элементарными частицами существует определенное гармоническое соответствие. Сущность его заключается в том, что формирование структуры массива осуществляется взаимными относительными перемещениями блоков пород, ведущих себя при этом как элементарные частицы. Если указанный элементарный блок рассматривать как тело, то его элементарными частицами будут кристаллические агрегаты и т. д. По отношению к структуре массива блоки можно считать однородными частицами, так как при ее образовании деформация кристаллического масштаба роли не играет.

В геологических масштабах отдельные массивы горных пород могут быть частицами больших регионов, провинций, континентов или геосинклиналей.

При упругопластических деформациях в условиях предельного равновесия через каждую точку в плоском сечении проходят две сопряженные поверхности скольжения, т. е. осуществляется смещение одной части тела относительно другой по двум пересекающимся системам плоскостей. При этом два противоположных сектора являются сжимающимися, а два других — растягивающимися (рис. 1). Углы между этими системами скольжения являются характеристическими, так как они отражают картину деформации тела в данной точке. В секторе сжатия углы тупые, в секторе рас-

тяжения — острые. С этими углами связан угол внутреннего трения ρ:

$$2\alpha=\frac{\pi}{2}+\rho;\quad 2\beta=\frac{\pi}{2}-\rho.$$

На рис. 1 показаны три варианта образования систем трещин скольжения: при сдвиге, сжатии — растяжении и комбинации сдвига и растяжения. Для наглядности построены соответствующие эллипсы трещинной деформации. Как видно из рисунка, в двух вариантах простой деформации эллипс по отношению к плоскостям скольжения расположен симметрично: оси многоугольников совпадают с осями эллипса (рис. 1, *а, б*). В третьем варианте комбинированной деформации, когда стороны многоугольника не равны и углы не прямые, эллипсы по отношению к системам скольжения расположены несимметрично, а характеристические углы разные (рис. 1, *в*). Для массива горных пород это наиболее распространенный случай.

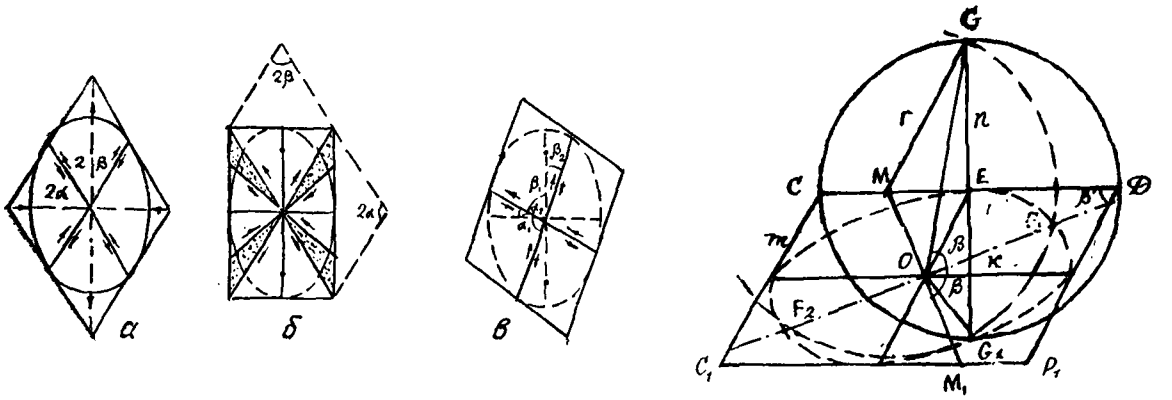


Рис. 1. Эллипсоиды трещинной деформации при ромбической (*а*), прямоугольной (*б*) и параллелепипеидальной (*в*) системах

Рис. 2. Способ построения эллипсоида трещинной деформации

Рассмотрим способ построения эллипса (эллипсоида) трещинной тектоники (рис. 2). Из конца средней линии E восстанавливаем перпендикуляр к горизонтальной линии CD и откладываем по обе стороны его отрезки длиной $n=EG=EG(CD=2n)$. Концы перпендикуляра соединяем с центром чертежа O и получаем треугольник GOG_1, который является основной фигурой для построения эллипса. Биссектриса тупого угла этого треугольника $\frac{\angle GOG_1}{2}=B$ служит направлением главной оси эллипса, а перпендикуляр к ней OM — направлением малой оси. Сумма и разность двух сторон этого треугольника соответственно равны длинной и короткой осям эллипса: $OG+OG_1=2a$; $OG-OG_1=2b$. Радиусом

$r=MG$ из точки M проведем окружность, которая в двух фокальных точках (F_1F_2) пересечет линию главной оси эллипса. Так получим все параметры эллипса. Эллипсоид (эллипс) деформации, построенный по сопряженным системам трещин, в дальнейшем будем называть эллипсоидом (эллипсом) трещинной деформации или просто эллипсоидом трещин.

Три главные системы плоскостей трещин являются тремя естественными характеристиками пространства массива. Так как системы трещин формировались в результате многочисленных наложений сейсмических волн, то упомянутые главные системы устанавливаются в результате массовых замеров с применением математической статистики.

По каждой пересекающейся паре сопряженных систем трещин можно построить эллипс деформации в плоском сечении и эллипсоид в структурном блоке.

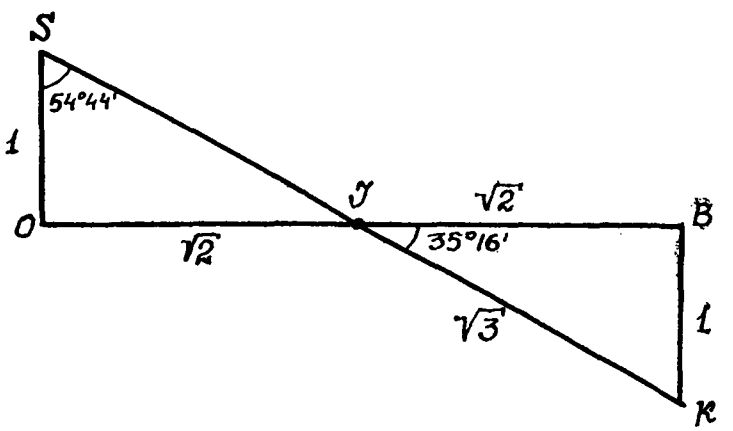


Рис. 3. Схема построения пчелиных сот

На роль геометрической закономерности в естествознании указывают в своих трудах многие ученые. В качестве примера сошлемся на работу Г. Вейля «Симметрия» [18]. Вейль писал, что три ромба, образующие дно ячеек сот, имеют тупой угол, равный 109°28′ (такую же величину имеют углы, образуемые ими со стенками призмы), т. е. этот угол равен углу тетраэдра. Кроме того, только при этом угле обеспечивается минимум затрат материала, ячейки плотно пристраиваются друг к другу, обеспечивается максимальная емкость.

Плоскость заполняется тремя формами: треугольниками, квадратами и шестиугольниками. При равенстве величины площадей отношения периметров этих форм выражаются следующим образом: 1; 0,905; 0,816. Следовательно, шестиугольная форма призмы пчелиных сот соответствует условию минимальной затраты материала. Далее на шестигранник установим трехгранную пирамиду.

Надо определить высоту пирамиды, чтобы поверхность ее имела минимальную величину. Она составит $a/2\sqrt{2}$. Соответствующий данной пирамиде ромб (дно ячейки) имеет диагонали $a\sqrt{3}$, $a\sqrt{3}/\sqrt{2}$ и сторону $3a/2\sqrt{2}$. Его можно разбить на четыре прямоугольных треугольника с катетами 1, $\sqrt{2}$, гипотенузой $\sqrt{3}$ и углами 35°16′ и 54°44′. В итоге углы ромба будут равны 35°16′×2=70°32′ и 54°44′×2=109°28′. Графически ход доказательства приведен на рис. 3.

Форма пчелиных сот и аналогичные ей широко распространены в процессах деформации массива горных пород. Рассмотрим несколько примеров, начав с глобальной деформации земной коры.

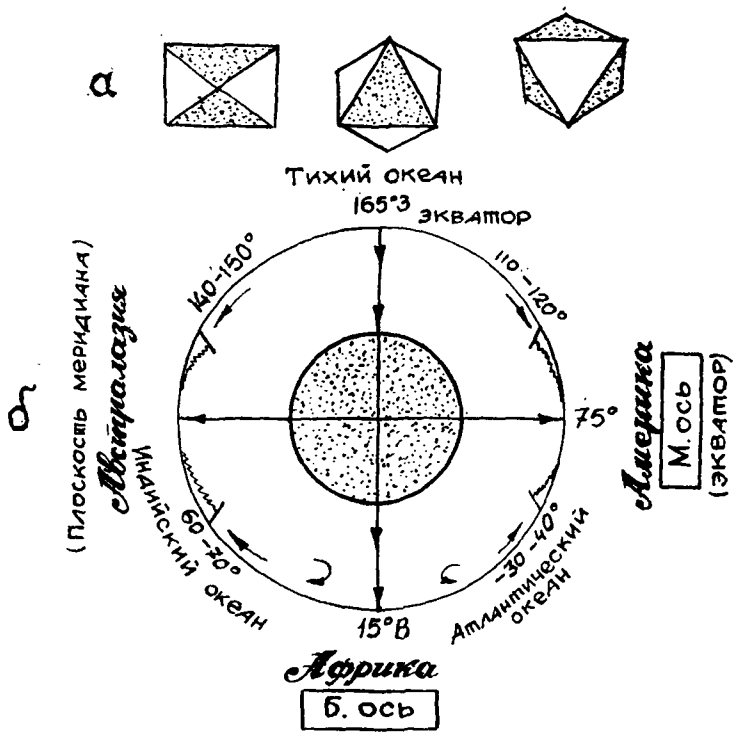


Рис. 4. Профильная схема построения земной коры

Известный кристаллограф И. И. Шафрановский пишет, что угол критических параллелей совпадает с углом кубического кристалла. Это наводит на мысль о том, что тройная ось октаэдра совпадает с осью вращения Земли, а октаэдр состоит из комбинации двух тетраэдров с гранями суши (белое) и океана (штрихи) (рис. 4, *а*).

Теория деформации эллипсоида связана с исследованием механизма образования рельефа Земли. Наиболее характерными элементами его являются материки, Тихий океан, причем они рас-

пределены так, что земной рельеф в целом рассматривается как трехосный эллипсоид. Все материки, за исключением Африки, располагаются вдоль круга антиподальных меридианов 105° в. д. — 75° з. д., т. е. по направлению малой оси экватора (Австралия и Америка антиподально, а Тихий океан и Африка — по направлению меридиана большой оси земного экватора 15° в. д. — 165° з. д.). Указанные два меридиональных направления (105—75° и 15—165°) ортогональны по долготе и пересекаются в полюсах вращения. Другими словами, большая ось эллипсоида (15—165°) ориентирована по линии простирания Северного Ледовитого океана и поперечника Антарктиды. Направление же меридиана малой оси и экватора (105—75°) совпадает с наибольшей меридиональной вытянутостью материков Евразии, Америки и Антарктиды. Такой трехосный эллипсоид Земли способствует зональному расположению крупных разломов и горных сооружений на ее поверхности. В частности, наиболее выраженные параллели деформации земного эллипсоида приурочены к широтам около 35° (рис. 4, *б*).

Дифференциальное уравнение эллиптического типа

$$\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}+\frac{d^2u}{dz^2}=0$$

— выражение состояния потенциального поля, где $\Delta\equiv\left(\frac{a^2}{d\lambda^2}+\frac{a^2}{dy^2}+\right.$ $\left.+\frac{a^2}{dz^2}\right)$ — оператор Лапласа. Если данная функция в некоторой области вместе со своими частными производными первого и второго порядка неразрывна, то она называется гармонической.

Оператор Лапласа может быть представлен также при помощи оператора Гамильтона: $\nabla=\frac{d}{dx}i+\frac{d}{dy}j+\frac{d}{dz}$ к; $\Delta u=\nabla^2 u$.

После ряда математических приемов получим функцию общего вида $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2j+1}{\pi}\cdot\frac{(j-|m|)!}{(j+|m|)!}}=P_j^{|m|}(\cos\Theta)e^{im\varphi}$, где $j=0, 1, 2, \ldots, j$; $m=0, 1, 2, \ldots, j$.

Подставляя значения j и m в предыдущее предложение, получаем

$$P_1'(\cos\Theta)=\sqrt{1-\cos^2\Theta}=\sin\Theta;$$

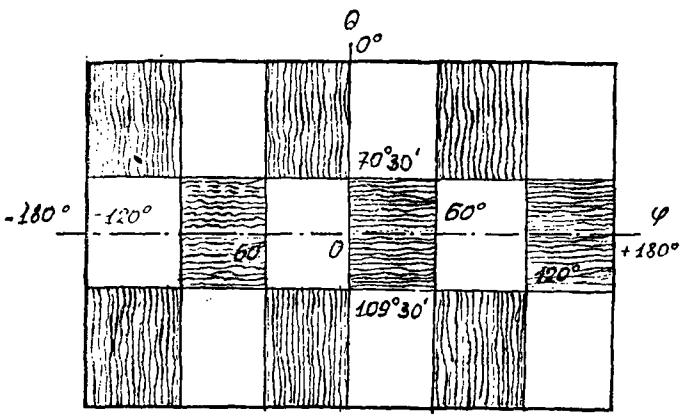
$$P_2'(\cos\Theta)={}^3/_2\sin 2\Theta;$$

$$P_2^2(\cos\Theta)={}^3/_8(1-\cos 2\Theta);$$

$$P_3'(\cos\Theta)={}^3/_2(\sin\Theta+5\sin 3\Theta)\ldots \text{ и т. д.}$$

Совместное решение двух первых уравнений даст нам величину угла критической параллели: $\sin^2\Theta = {}^3/_2 \sin 2\Theta$, откуда $\arccos {}^1/_3 = 70°32'$ (рис. 5).

Геофизики, сейсмологи и геологи-тектонисты на основе изложенного математического метода выявили ряд факторов, связанных с деформацией земной коры. Так, например, еще в 1933 г. Н. Нагаока и др. показали, что крупные вулканические извержения, а также сейсмические и геотектонические смещения связаны с флуктуациями угловой скорости вращения Земли. Л. С. Лей-



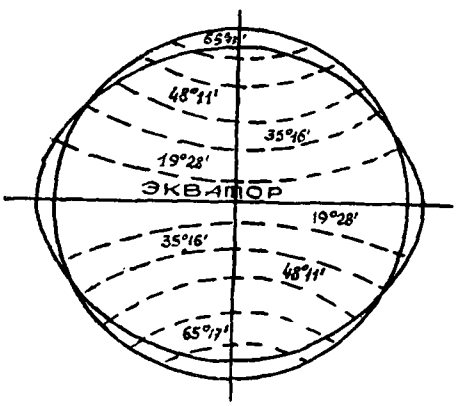


Рис. 5. Схема зональной деформации земной коры
Рис. 6. Эллипсоид деформации земной коры

бензон [40] показал, что изменение скорости осевого вращения эллипсоида вызывает изменение потенциала деформирующих сил.

Если предположить, что в далеком прошлом Земля вращалась гораздо быстрее, чем в настоящее время, то вследствие замедления вращения земная кора подвергалась деформации по указанным выше критическим параллелям (рис. 6).

М. В. Стовас [78] развивает теорию механизма образования планетарных глубинных разломов земной коры в связи с неравномерностью вращения Земли. В работах по глобальной тектонике Ж. С. Ержанов [29 и др.] рассматривает вопрос векового движения полюса Земли.

Акбастау-Кусмурунские месторождения были открыты и исследованы А. Ж. Машановым (1938—1959 гг.) с применением метода построения эллипсоида деформации по сводным системам трещин. Результаты разведки и разработки, проведенные в последующие годы, подтвердили выводы А. Ж. Машанова. Все точки проявления оруденения оказались характерными точками эллипсоида деформации: концами осей эллипсоида, его фокальными

точками и т. д. Центр эллипсоида оказался жерлом вулкана — источника оруденения.

Рассмотренная картина деформации земной коры как эллипсоида деформации является исходной позицией теории ее объемно-блочного строения. Установленные критические параллели и продольные зоны не что иное, как граничные зоны глобальных объемных блоков, слагающих земную кору. Эти блоки можно назвать блоками континентальных поднятий и океанических впадин. Механизм их образования и движения вытекает из механизма вращательного движения Земли. Поэтому крупные блоки можно условно назвать планетарными. Земной эллипсоид пересекается двумя системами скольжения: Тихоокеанским кольцом и субэкваториальным кольцом Тетиса. Таким образом, основная часть горно-тектонических сооружений земной коры охвачена двумя глобальными кольцами. Полюсы их пересечения — районы Карибского и Яванского морей. В связи с неравномерным распределением горных массивов в земной коре, а также характером движения геоида эти зоны скольжения не являются строго симметричными. Они смещены, искривлены, разветвлены и т. д. В некоторых случаях элементы высшей симметрии в тектонике земной коры весьма устойчивы. Например, угол критической параллели 35°16′ представляет собой угол между осями второго и третьего порядков кубической группы сингонии (рис. 7). Аналогичные характеристические углы и их производные в геотектонике встречаются довольно часто: иногда непосредственно на отдельных блоках пород, а иногда как статистическая величина в результате обобщения большого количества замеров трещин. Другими словами, объемные структурные блоки пород — это характеристические фигуры деформации земной коры, связанные с динамикой земного эллипсоида деформации.

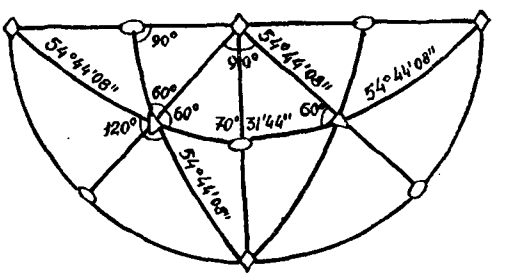


Рис. 7. Углы между осями в кубических группах

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О СТРУКТУРНЫХ БЛОКАХ

Естественные структурные блоки являются характеристическими фигурами деформации земной коры и ее отдельных частей. Структурные блоки пород можно назвать строительными кирпичиками горного массива. Невозможно понять структуру массива без изучения слагающих его блоков.

Структурными блоками, слагающими данное тело, будут те части его, которые при деформации данного тела не деформиру-

ются, т. е. деформация тела осуществляется относительными перемещениями структурных блоков, из которых оно состоит.

Закон гармонии — всеобщий закон строения земной коры. Гармония недр означает соответствие между телом (горным массивом) и слагающими его частями, структурными блоками пород, которые возникли в соответствии с характером деформации массива, сложенного этими блоками.

Распределение структуры блоков в горном массиве можно сравнить с распределением упругих волн в твердом теле, например в струне. Как известно, в зависимости от интенсивности импульса вдоль струны укладывается целое число волн. Если рассматривать волну с обратной фазой, т. е. стоячую волну, то получится вдвое большее число узлов. Наши структурные блоки являются как бы интервалами между этими узлами. Так как в геомеханике образование структурных блоков и возникновение трещинной тектоники связывается с механизмом стоячих волн (сейсмических), то приведенный пример приобретает реальный смысл. **Гармония недр — аналог гармонии звука. Она имеет феноменологический характер.**

Закон соразмерности приводит к понятию масштабного эффекта. Основная структура каждого тела определяется взаиморасположением слагающих его структурных блоков. Данное тело представляет собой блок (элементарную частицу) тела большего масштаба. Структурный блок указанного тела — самостоятельное тело, внутри которого имеются свои структурные блоки — частицы. Применительно к геологическим объектам это можно выразить в следующем виде: в масштабе рудного поля обычные блоки отдельности пород, разбитых системами трещин размером в несколько сантиметров, будут структурными блоками (элементарными частицами), слагающими поле. Рудное поле может быть структурным блоком более крупного геологического объекта, например некоторого складчатого горного сооружения размером в сотни километров. Горные сооружения являются структурными блоками еще более крупного геологического объекта, к примеру зоны горных сооружений или платформы и т. д., вплоть до глобального масштаба. В свою очередь, элементарный блок отдельности пород, слагающий структуру рудного поля, — тело, сложенное отдельными зернами — минеральными агрегатами — кристаллами размером в несколько миллиметров. Эти агрегаты состоят из молекул, атомов и т. д.

В соответствии с условием трехосной деформации земной коры блоки сплошной среды имеют трехосную параллелепипеидальную форму, причем одна система — горизонтальная — является обычной слоистостью массива пород. Для случая магматических крис-

таллических массивов аналогом слоистости служат поверхности, параллельные контактам. Две другие системы можно рассматривать как сопряженные системы скольжения.

В некоторых случаях встречаются шести- и пятигранные столбчатые, а также другие формы отдельности. Механизм их образования объясняется локальным характером деформации: равномерное сжатие в двух направлениях, свободное перемещение в одном направлении и др.

Формы отдельности структурных блоков скально-трещиноватых массивов горных пород в общем случае аналогичны кристаллическим формам минеральных веществ. В связи с этим можно говорить о **полиэдрах структурных блоков,** которые представляют собой полиэдры тензоров деформации рудного поля.

Отношения сторон и углов полиэдров — строго пропорциональные величины, отражающие соотношение деформации линейного удлинения и линейного сдвига. При этом блоки-полиэдры могут быть установлены по единичным естественным блокам или по совокупности нескольких блоков после соответствующей статистической обработки. Представительными блоками считаются такие, которые стражают характерную черту деформации данного объема пространства недр — рудного тела или поля.

Линейные и угловые величины блоков связаны с параметрами горных пород. Так, например, угол между двумя системами трещин (т. е. двугранный угол полиэдра) обычно отклоняется от прямого на величину угла внутреннего трения ρ породы: $\frac{\pi}{2} \pm \rho$. Это обстоятельство указывает на необходимость учета трещинной тектоники при определении параметров массива горных пород.

Гармоническую зависимость между структурой и слагающими ее блоками можно рассматривать как взаимоотношение между макро- и микрочастицами в термодинамической системе. В математическом смысле это напоминает взаимосвязь между обратными действиями: интегрирование — дифференцирование, умножение — деление и т. д.

Рудное поле является тектоническим полем, и его механическая анизотропия определяется совокупностью взаимного расположения слагающих его блоков. Она же предполагает и концентрацию минеральных образований, представляющих собой полезные ископаемые. Следовательно, тектоническое поле обусловливает формирование рудного **геохимического поля.**

Метод анализа векторного поля имеет большое значение при изучении структуры рудного поля. Рассмотрим один из вариантов применения этого метода. Линию пересечения двух систем трещин можно представить как векторную величину или, иначе, как одну из

главных осей эллипсоида деформации структурного блока. Значит, нетрудно построить другие оси и плоскости главных деформаций. Они могут быть выражены в виде скалярных величин, в виде параметров степеней интенсивности деформации. Так, например, в каждой точке рудного поля можно определить эксцентриситет эллипсоида деформации.

Структуру рудного поля в целом можно изобразить в виде квазитопографической поверхности, используя методику геометрии недр Соболевского — Рыжова.

Общая идея описанного метода математически выражается в виде формулы

$$\int_s \varphi n ds = \int_v \nabla \varphi dv,$$

где φ — скаляр поля; $\nabla\varphi$ — градиент поля; n — единичный вектор поверхности; ds — элементарная площадка блока; dv — элементарный объем блока.

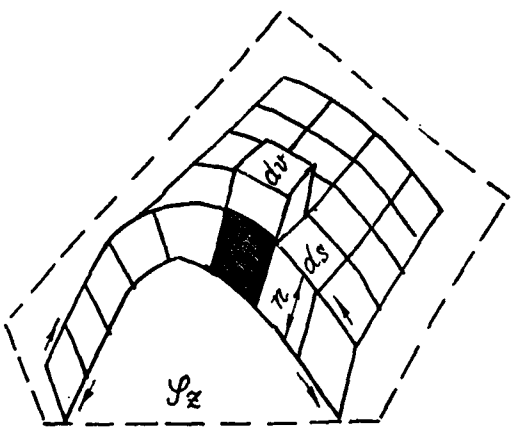


Рис. 8. Схема механизма формирования складки из блоков

На рис. 8 представлена схема механизма формирования складки из структурных блоков, иллюстрирующая равенство плоскостного и объемного интегралов. Как видим, суммарная деформация изгиба поверхностей пласта уравновешивается внутренними суммарными перемещениями объемных блоков.

Исследование гармонии недр можно сравнить с изучением сплошной среды, например аэродинамической, гидродинамической и т. д. Между тем недра являются свидетелями термодинамических процессов, происходивших в геологическом прошлом в земной коре, что, в свою очередь, проливает свет на проблемы большого естествознания. С термодинамическими процессами связаны фазовые переходы кристаллических веществ, доменных структур и т. д.

В общем случае деформацией тела по аналогии с фазовым переходом будем считать переход из одной формы многогранника в другую (речь, естественно, идет о формах структурных блоков горных пород), а углы их будут характеристическими углами деформации [48]. Это обстоятельство установлено нами в итоге ма-

тематической обработки результатов многочисленных замеров систем трещин на месторождениях Казахстана. Основная сущность этой обработки отражена на графике, который мы назвали синусоидой гармонии недр (рис. 9).

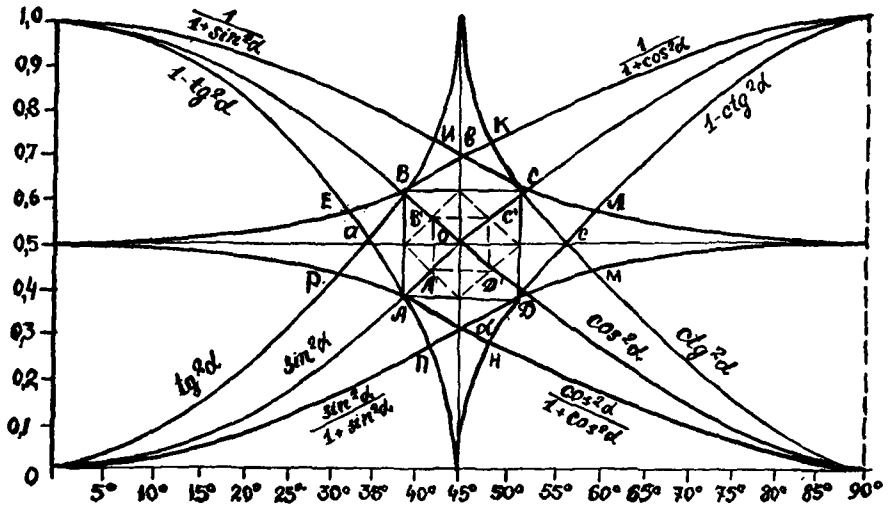


Рис. 9. График синусоиды гармонии недр

Из механики известно, что $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\frac{\sigma_3}{\sigma_1}}$, откуда

$$m = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}\right) = \frac{\mu}{1-\mu} = \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}\right),$$

где m — коэффициент бокового распора; μ — коэффициент Пуассона; ρ — угол внутреннего трения.

Из приведенного уравнения следует

$$\mu = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}\right).$$

Известно также отношение между модулями упругости E и сдвига G:

$$E = 2G(1-\mu).$$

На основании этих отношений можно составить общий график параметров пород в зависимости от угла α. Этот угол в узловых точках графика равен углу правильных многогранников (рис. 9). Зададим три тригонометрические функции основных параметров:

$$\mu = \cos^2\alpha; \quad m = \operatorname{ctg}^2\alpha; \quad \frac{2G}{E} = \frac{1}{1+\cos^2\alpha}.$$

Если данную функцию изобразить на плоскости α, x, где α изменяется от 0 до 90°, x — от 0 до 1, то в центре этого графика $\alpha=45°$, $x=0{,}5$. Приведенные уравнения в других четвертях графика заменяются их симметричными аналогами: 1) $\sin^2\alpha$; 2) $\operatorname{tg}^2\alpha$, $1-\operatorname{tg}^2\alpha$, $1-\operatorname{ctg}^2\alpha$; 3) $\frac{1}{1+\sin^2\alpha}$, $\frac{\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}$, $\frac{\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}$.

Другими словами, от каждого угла прямоугольника: 0°0, 90°0, 0°1,0, 90°1,0 — отходят по три кривые и их аналоги; они пересекаются в характерных узловых точках, расположенных симметрично по отношению к центру графика. Значения углов в этих узловых точках таковы: 0°00′; 32°50′; 35°15′; 38°10′; 40°00′; 50°00′; 51°50′; 54°44′; 57°10′; 90°00′. Все эти углы связаны с углами правильных многогранников. На вершинах квадрата в центре чертежа пересекаются все три системы уравнения. Вершины квадрата (*A*, *B*, *C*, *D*) имеют координаты значений углов золотого сечения. В пространстве этот квадрат будет кубом. Следующие точки представлены пересечениями двух кривых на линиях координатных осей (*a*, *b*, *c*, *d*). Вместе с вершинами центрального квадрата они составляют центральный восьмиугольник (Е, И, К, Л, М, Н, Р, П). Всем этим точкам соответствуют свои характерные отрезки и углы, связанные с геометрическими элементами правильных многогранников.

Ряд аналогичных точек можно получить наложением на дан-

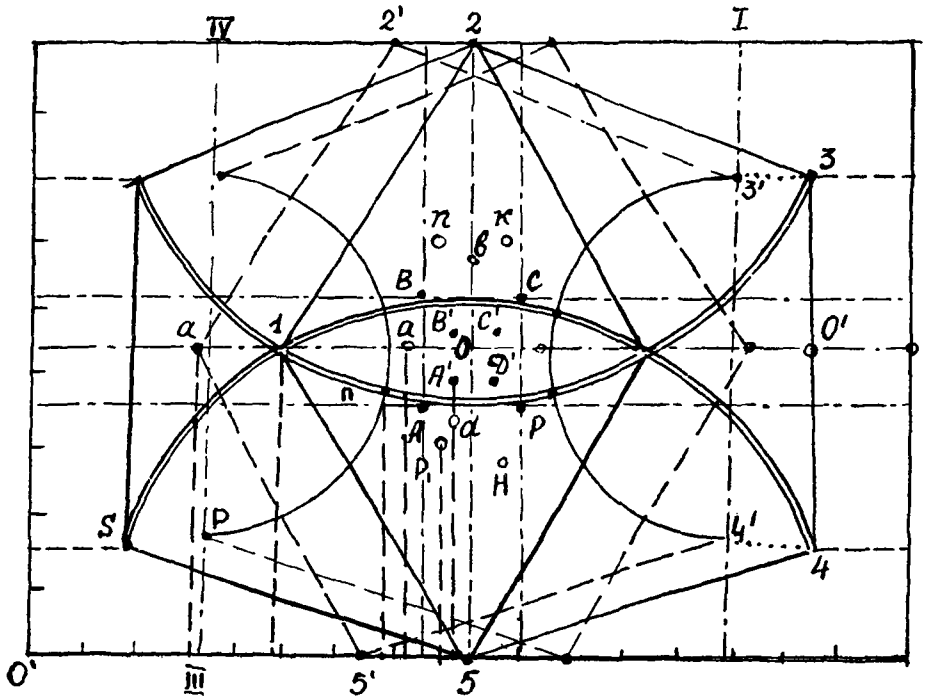


Рис. 10. Схема распределения узловых точек на графике гармонии недр

ный график пятиугольника (рис. 10). Диагональ пятиугольника равна единице, а сторона его 1—2 — отношению золотого сечения $\frac{\sqrt{5}-1}{2}=0{,}618$. Перемещением пятиугольника получаем новые его вершины O, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$. В новом положении сторона пятиугольника $3'$—$4'$ лежит на линии большого квадрата I, II, III, IV. Аналогичное построение повторяется и с другой (левой) стороны графика.

В результате этих построений получается десять узловых точек с начальной точкой O' — 11. Этим точкам соответствуют свои угловые величины (табл. 1). Средняя величина приведенных углов согласуется с величиной угла внутреннего трения.

Таблица 1. **Величины углов графика синусоидальной гармонии**

№ п/п	Точка	Угол α	Разность β $\beta_n=\alpha_{n+1}-\alpha_n$	Разность γ $\gamma_n=\beta_{n+1}-\beta_n$
0	O'	0°00′		
1	S	11°18′	5°03′	+1°56′
2	P	16°21′	3°07′	−1°45′
3	Q	19°28′	4°52′	−3°48′
4	I	24°10′	8°40′	+6°14′
5	π	32°50′	2°26′	−0°28′
6	a	35°16′	2°54′	+1°00′
7	A	38°10′	1°54′	+0°21′
8	I''	40°04′	1°33′	−1°50′
9	A'	41°37′	3°23′	
10	O	45°00′		
	Σ	304°14′	33°52′	17°22′

Образование доменной структуры, связанное с деформациями кристаллических агрегатов (или с их фазовыми переходами, происходящими при высоких температурах — в точках Кюри), является аналогом процесса образования систем скольжения — трещинной тектоники.

Трещины представляют собой формы (или следы) остаточной деформации массива. Реализация такой деформации в плоском сечении имеет вид сетки двух сколовых систем. Эти системы скольжения при определенных граничных условиях подобны двум системам циклоидной кривой. Две огибающие кругов Мора также являются аналогами этих систем. В области пластической деформации металлов аналогом указанных систем скольжения будут так называемые «линии Людерса».

Степень деформированности структурного блока можно рас-

считать при помощи формулы для определения величин ошибок измерения замкнутой фигуры — полигона, которые состоят из ошибок измерения длин отрезков (сторон полигона) и ошибок измерения углов (рис. 11).

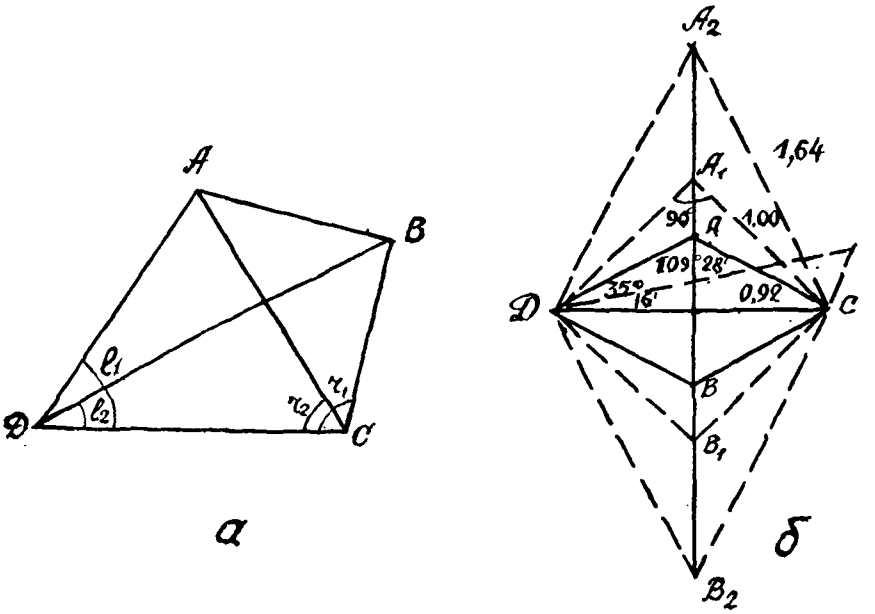


Рис. 11. Схема измерения четырехугольника для исследования ошибок: *а* — частный случай; *б* — общий случай

Линейную ошибку находим из выражения

$$M = d\alpha m = d\,\frac{\sqrt{\sin^2 r + \sin^2 l}}{\sin^2(l+r)},$$

где d — постоянная величина; l — длина базисной линии; α — средняя величина ошибки измерения угла; m — коэффициент ошибки, зависящий от формы четырехугольника.

Из приведенной формулы следует, что наименьшее значение $M=0{,}92$ получается при условии $l=r=35°16'$, т. е. имеем тот самый угол кубической системы, который характерен для зоны дислокации земного шара, тетраэдра, пчелиных сот и т. д.

Глава 2

ТЕОРИИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ РАСЧЕТЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГОРНЫХ СООРУЖЕНИЙ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В настоящее время существует несколько теорий о характере напряженного состояния, при котором наступает разрушение или пластическая деформация твердых тел. Они называются теориями механической прочности. Наиболее распространенными из них являются теория наибольших нормальных напряжений Галилея — Ренкина; теория наибольших деформаций Сен-Венана; теория наибольших касательных напряжений Трески — Кулона — Сен-Венана; теория постоянной полной потенциальной энергии деформации Белтрами, Хея и др.; теория полной потенциальной энергии деформации Шлейхера; энергетическая теория П. П. Баландина; теория постоянной потенциальной энергии изменения формы Губера — Мизеса — Генки; теория прочности Мора и др.

Рассмотрим эти теории подробнее.

Теория наибольших нормальных напряжений Галилея — Ренкина. За критерий прочности здесь принимается наибольшее нормальное напряжение. Предполагается, что течение пластических материалов начинается тогда, когда наибольшее по абсолютной величине нормальное напряжение независимо от величины остальных действующих в данной точке тела напряжений станет равным напряжению при пределе текучести материала. Следовательно, условием начала текучести будет $\sigma_1 = \sigma_т$ или

$$\sigma_3 = \sigma'_т, \qquad (1.1)$$

где $\sigma_т$ — предел текучести при растяжении; $\sigma'_т$ — предел текучести при сжатии.

Наблюдения показывают, что величина одного наибольшего нормального напряжения (растяжения или сжатия) не является единственным определяющим условием появления текучести материала. Так, механически очень слабые материалы выдерживают очень большое гидростатическое давление, не проявляя признака текучести.

Теория наибольших деформаций Сен-Венана. Согласно этой теории, течение пластического материала начинается тогда, когда наибольшая деформация (удлинение) становится равной деформации, при которой появляется текучесть при простом растяже-

нии, или когда наименьшая деформация (сжатие) становится равной относительному укорочению, при котором появляется текучесть материала при простом сжатии. Условием текучести здесь является $\xi_1 = \frac{\sigma_1}{E}$ или

$$\xi_3 = \frac{\sigma'_т}{E}, \tag{1.2}$$

где ξ — относительное удлинение; E — модуль упругости.

Данная теория иногда применяется в инженерной практике, но не может служить в качестве универсальной.

Теория наибольших касательных напряжений Кулона — Сен-Венана. Эта теория предполагает, что течение материала начинается тогда, когда в некоторой точке напряженного тела наибольшее касательное напряжение становится равным наибольшему касательному напряжению при пределе текучести материала этого тела в случае одноосного сжатия. Наибольшее касательное напряжение равно половине разности между наибольшим и наименьшим главным напряжением. Поэтому условием текучести будет

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2}\sigma_т, \tag{1.3}$$

где τ — касательное напряжение.

Эта теория получила свое дальнейшее развитие в работах Мора.

Теория постоянной полной потенциальной энергии деформации Белтрами, Хея и др. Здесь в качестве критерия появления текучести материала принимают количество полной потенциальной энергии деформации, накопленной единицей объема материала. Предполагается, что потенциальная энергия деформации на пределе текучести при одноосном растяжении имеет постоянное значение и является условием начала текучести материала. Данное условие может быть представлено в следующем виде:

$$U = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\mu}{E}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) = \frac{\sigma_т^2}{E}, \tag{1.4}$$

где μ — коэффициент Пуассона.

Данные, полученные при использовании этой теории, согласуются с экспериментальными.

Теория полной потенциальной энергии деформации Шлейхера. От предыдущей теории она отличается только тем, что предельное значение полной потенциальной энергии деформации предполагает-

ся не постоянным, а зависящим от среднего нормального напряжения:

$$P=\frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}.$$

Уравнение прочности в этом случае принимает вид

$$\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\mu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_1\sigma_3)+(\sigma_т-\sigma_т')(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)\leqslant\sigma_т\sigma_т'. \tag{1.5}$$

Теория предусматривает любые значения к (см (1.9)) в пределах $1\geqslant к\geqslant 0$; при $\sigma_т=\sigma_т'$ она совпадает с предыдущей гипотезой.

Энергетическая теория П. П. Баландина. При $2\mu=1$ получается параболоидная формула П. П. Баландина [5]:

$$\tau=\sqrt{\frac{\sigma_т\cdot\sigma_т'}{3}}. \tag{1.5а}$$

Теория постоянной потенциальной энергии изменения формы Губера — Мизеса — Генки. Здесь за критерий появления текучести принимается величина той части энергии деформации, которая соответствует изменению формы тела. Условие прочности имеет вид

$$\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-\sigma_1\sigma_2-\sigma_1\sigma_3-\sigma_2\sigma_3\leqslant\sigma_т^2. \tag{1.6}$$

Для пластических материалов описываемая теория хорошо согласуется с экспериментом. Поэтому она применима только для случая $\sigma_т=\sigma_т'$. Условие Мизеса может быть записано в следующем виде:

$$T^2=\frac{1}{2}\sigma_т^2, \tag{1.7}$$

где T — интенсивность касательных напряжений в трехмерном пространстве.

Из круга напряжений видно, что наибольшее касательное напряжение (по направлению которого происходит скольжение по наклонным площадкам между указанными направлениями) по абсолютной величине также равно осевому напряжению. Следовательно,

$$\tau=\sigma_x=-\sigma_2;\ \sigma_y=0. \tag{1.8}$$

Для наглядного сравнения различных теорий рассмотрим наиболее простую форму деформации — чистый сдвиг, где растяги-

вающее напряжение по абсолютной величине равно сжимающему напряжению. Для рассматриваемого нами случая $T=|\tau|$, откуда $\tau=\frac{\sigma_т}{\sqrt{3}}$.

Если взять $\mu=0{,}3$ и произвести вычисления, то формулы (1.1)—(1.7) примут следующий вид:

$$\tau=\sigma_т; \qquad (1.1а)$$

$$\tau=0{,}77\sigma_т; \qquad (1.2а)$$

$$\tau=0{,}50\sigma_т; \qquad (1.3а)$$

$$\tau=0{,}62\sigma_т; \qquad (1.4а)$$

$$\tau=0{,}62\sqrt{\sigma_т\sigma_т'}; \qquad (1.5б)$$

$$\tau=0{,}577\sqrt{\sigma_т\sigma_т'}; \qquad (1.6а)$$

$$\tau=0{,}577\sigma_т. \qquad (1.7а)$$

Разница между результатами расчетов, как видим, значительная — от 0,5 до 1. При этом по формулам (1.3)—(1.7) получаются результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными.

Теория пластических деформаций. А. Надаи [55] показал, что в обычных условиях недр пластическая деформация играет большую роль. При деформации упругих тел часто отмечается небольшая остаточная деформация. В результате такой деформации между элементарными частицами деформируемого тела связи сохраняются, но его форма и размеры изменяются. Такое состояние тела называется пластическим. Основное условие пластического состояния тела опирается на теорию наибольшего касательного напряжения. Один из основоположников этой теории Х. Треска проводил наблюдения над процессом деформации металлов, истекаемых через отверстие, и пришел к выводу о том, что критерием возникновения пластической деформации является наибольшая разность главных нормальных напряжений. На основании этого вывода Сен-Венан сформулировал условие пластичности в следующем виде: в каждой точке материала, находящегося в пластическом состоянии, наибольшее касательное напряжение имеет постоянную величину, характерную для этого материала. Это положение хорошо согласуется с поведением материала при высоких давлениях и наблюдениями над «линиями Людерса» [40]. Данное условие математически может быть записано в виде

$$\tau_{max}=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)=k_1, \qquad (1.9)$$

где k_1 — постоянная величина, характерная для данного материала.

В обобщенном виде пластическая деформация определяется тремя условиями:

$$|\tau_1|\leqslant k; \quad |\tau_2|\leqslant k; \quad |\tau_3|\leqslant k. \qquad (1.10)$$

Предельная поверхность пластической деформации представляется выражением $f(\tau_1, \tau_2, \tau_3)=0$. В системе координат ($\tau_1$, τ_2, τ_3) эта поверхность представляет собой куб, грани которого параллельны координатным плоскостям, а центр находится в начале координат. Заменив куб сферой, Р. Мизес предложил уравнение $\tau_1^2+\tau_2^2+\tau_3^2=2k^2$ или

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2=8k^2. \qquad (1.11)$$

Уравнение Мизеса в общем виде может быть представлено следующим образом:

$$\tau_{xx}^2+\tau_{yy}^2+\tau_{zz}^2+\sigma(\tau_{xy}^2+\tau_{xz}^2+\tau_{yz}^2)=8k^2. \qquad (1.12)$$

Выражение (1.12) является весьма важным инвариантом пластической деформации. Геометрический образ его имеет вид эллипсоида деформации. Если же исходить из кубической формы предельной поверхности, то в общем случае мы получим параллелепипеидальную или даже многогранную форму деформации. Все эти формы в массиве горных пород представлены в виде естественных блоков отдельностей. В этом заключается весьма важное применение теории пластичности в геомеханике.

Необходимо отметить также, что широко используемые в горном деле теории Кулона, Мора, Прандтля и др. тесно связаны с изложенной выше теорией пластичности. Рассмотрим подробнее некоторые важные моменты указанных теорий.

Теория пластичности Прандтля в своей основе опирается на метод Мора. Мор предположил, что на плоскостях скольжения касательное напряжение τ зависит от действующего здесь нормального напряжения

$$\tau=f(\sigma). \qquad (1.13)$$

Прандтль предложил принять предельную кривую за прямую линию. В этом случае уравнение (1.1) заменяется уравнением прямой:

$$\tau=A-B\sigma, \qquad (1.14)$$

где A и B — постоянные.

В случае плоской задачи ($\sigma_1 > \sigma_2$) из условия касания круга Мора (с радиусом R и центром, лежащим на расстоянии P от начала координат на оси абсцисс) прямой (1.14) имеем соотношение $R = C_1 - C_2 P$, где $C_1 = \frac{A}{\sqrt{1+B^2}}$, $C_2 = \frac{B}{\sqrt{1+B^2}}$. Из последних двух выражений определяем

$$R = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \quad P = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \tag{1.15}$$

и получаем условие пластичности Прандтля

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = C_1 - C_2 \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \tag{1.16}$$

$$\tau = C_1 - C_2 P,$$

которое при $C_2 = 0$ переходит в условие пластичности Сен-Венана. Случай $C_1 = 0$ соответствует условиям грунта.

Теория Кулона. Предельное условие нарушения прочности материала Кулон выразил следующей линейной зависимостью:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \rho + c, \tag{1.17}$$

где τ — касательное напряжение, необходимое для того, чтобы вызвать явление скольжения в породе; σ — нормальное напряжение; ρ — угол внутреннего трения; $\operatorname{tg} \rho = f$ — коэффициент трения; c — коэффициент сцепления.

Из экспериментов известно, что для песков, насыщенных водой, сцепление равно нулю, коэффициент трения 0,6—0,65, т. е. $\rho = 30—33°$. Для тонкозернистых грунтов сцепление достигает 100 кг/см^2, а коэффициент трения — 0,20, т. е. $\rho = 10—12°$. Вообще с сокращением размеров частиц грунта коэффициент сцепления увеличивается, а коэффициент трения уменьшается.

Теория прочности Мора. По этой теории нарушение прочности материала путем пластического сдвига или хрупкого разрушения происходит при условии, когда касательное напряжение в плоскостях скольжения увеличивается до предельного значения или когда наибольшее растягивающее нормальное напряжение достигает предельного значения.

Мор пользовался графическим изображением напряженных состояний при помощи главных кругов напряжений (рис. 12).

В случае растяжения по двум взаимно перпендикулярным на-

правлениям нормальная и касательная составляющие напряжения определяются соответственно формулами

$$\sigma_n=\sigma_x\cdot\cos^2\varphi+\sigma_y\cdot\sin^2\varphi;$$
$$\tau=\frac{1}{2}(\sigma_x-\sigma_y)\sin 2\varphi, \qquad (1.18)$$

где φ — уголь между нормалью рассматриваемого сечения и горизонтальной осью X.

По этим формулам, если абсциссы и ординаты представляют собой в определенном масштабе нормальную и касательную составляющие напряжений, можно построить круги.

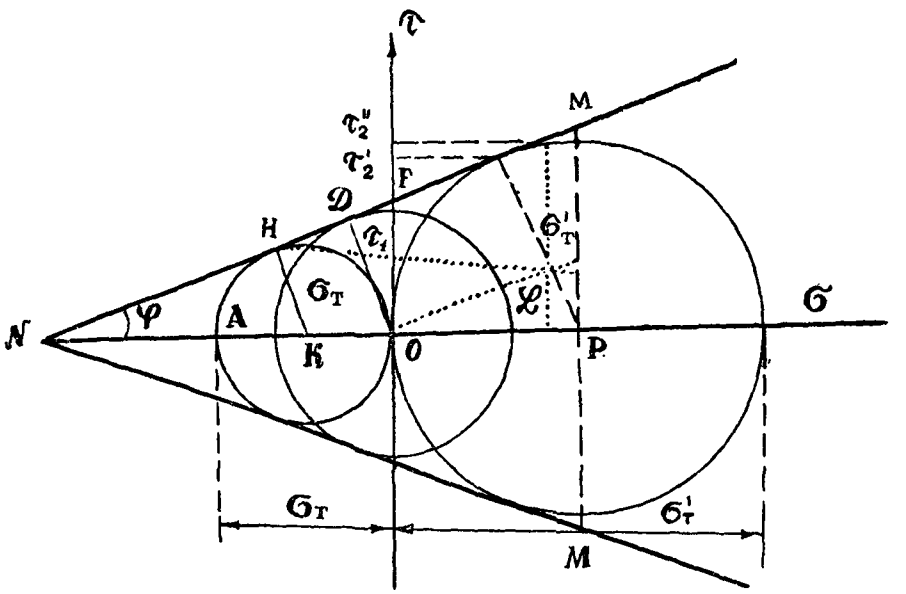


Рис. 12. Круги Мора

Если для данного материала экспериментально получено несколько предельных кругов напряжений, то для них можно построить огибающие.

Огибающие кругов Мора являются кривыми, характеризующими зависимость между касательными и нормальными напряжениями; они обычно имеют довольно сложную форму. Для аналитического представления обычно подбирают кривую, уравнение которой имеет по возможности простой вид. Наиболее просто решается задача в случае замены огибающих кривых прямыми линиями (рис. 12). В этом случае предельное условие при простом растяжении будет $\sigma_x=\sigma_т$, при сжатии — $\sigma_x=\sigma'_т$, для чистого сдвига условие появления текучести, т. е. круг радиусов, определяется из уравнений

$$OF=FG=FH=\frac{1}{2}GH=\frac{1}{2}LK=\frac{1}{2}\frac{\sigma_т-\sigma'_т}{2}\cdot\cos\varphi;$$

$$\tau_m=OD=OF\cos\varphi=\frac{1}{4}(\sigma_т-\sigma'_т)\cos^2\varphi. \tag{1.19}$$

Угол φ определяется из выражения

$$\cos\varphi=\frac{\sqrt{KP^2-PZ^2}}{P_к}=\frac{2\sqrt{-\sigma'_т\sigma_т}}{\sigma_т-\sigma'_т}. \tag{1.20}$$

На основании (1.19) и (1.20) находим

$$\tau_m=\frac{\sqrt{\sigma_т\sigma'_т}}{2}. \tag{1.21}$$

Если $\sigma_т=\sigma'_т$, то $\tau=\frac{\sigma_т}{2}$, т. е. получается формула теории наибольших касательных напряжений.

Из экспериментов известно, что для хрупких материалов типа скальных горных пород огибающие главных наибольших кругов напряжений имеют значительную кривизну и не могут быть аппроксимированы прямыми линиями. В таких случаях в качестве огибающих часто принимают более или менее сложные кривые: параболы, гиперболы или циклоиды.

По энергетическим теориям в двумерном пространстве напряжения изображения предельных поверхностей также получаются в виде кривых второго порядка (эллипсы, параболы), в трехмерном пространстве — в виде поверхностей второго порядка (эллипсоиды, параболоиды).

ГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ТЕОРИЙ ПРОЧНОСТИ

Графическая интерпретация указанных теорий для случая задачи с плоским напряженным состоянием ($\sigma_2=0$) приведет нас к следующему.

Если в плоскости напряжений с осями σ_x и σ_y вычертить линии предельных напряжений по формулам, соответствующим каждой из теорий прочности (рис. 13), то квадрат *1, 2, 3, 4* даст изображение теории наибольших нормальных напряжений, где отрезки *OA* и *OB* соответствуют пределам текучести при простом растяжении по направлениям *X* и *У*, а отрезки *OA'* и *OB'* — простому сжатию. По этой теории любое напряжение, вектор которого лежит внутри данного квадрата, не вызывает течения материала.

Формулы теорий наибольших деформаций интерпретируются ромбом *5, 6, 7, 8*. Из этой теории следует, что поскольку растяжение в одном направлении уменьшает деформацию в перпендикулярном к нему направлении, то при растяжении в двух взаимно перпендикулярных направлениях появляется текучесть при большей величине результирующего напряжения, чем по теории наи-

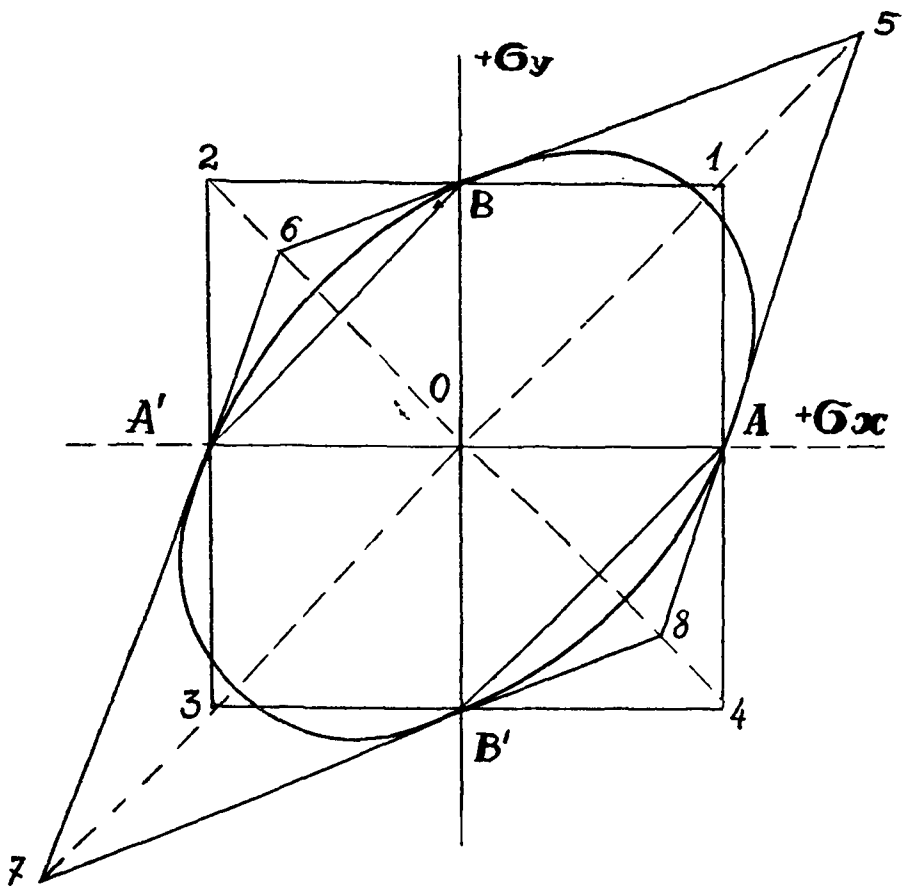


Рис. 13. Графическое сравнение теорий прочности

больших нормальных напряжений (сравним точки *5* и *1* или *7* и *3*). Если два главных напряжения равны, но противоположны по знаку, то по данной теории течение материала начинается раньше, чем по теории наибольших нормальных напряжений (сравним точки *6* и *2* или *8* и *4*).

Формуле теории наибольших касательных напряжений соответствует неправильный шестиугольник *A1BA'3B'*. Если оба главных напряжения одинакового знака, то результаты данной теории совпадают с таковыми для теории наибольших нормальных напряжений (квадраты *1BOA* и *OA'3B'*). Если главные напряжения имеют противоположные знаки, то между этими теориями оказы-

вается значительная разница (сравним квадратики и треугольники, соответствующие указанным теориям во второй и четвертой четвертях).

Отметим, что данный шестиугольник является наклонным сечением шестигранной призмы, названной А. А. Ильюшиным призмой Кулона.

Формула теории постоянной полной потенциальной энергии деформации изображается в виде эллипса:

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\mu\sigma_x\sigma_y \approx \sigma_т^2. \qquad (1.22)$$

Соотношение этой теории с другими ясно из чертежа.

Формула теории Шлейхера также изображается в виде эллипса, а теории Баландина представляется в виде параболы.

Наконец, последняя формула — теории постоянной энергии изменения формы — может быть изображена в виде эллипса, описанного около шестиугольника Кулона (последние эллипсы и парабола на нашем чертеже не показаны).

Из изложенного видно, что все теории деформации, как и поверхности деформации, могут быть представлены в виде различных правильных геометрических фигур: куб, октаэдр, гексагональная призма, ромбоэдр, параллелепипед, сфера, эллипсоид, параболоид и т. д.

Все это говорит о возможности интерпретации всех теорий прочности известными геометрическими формами.

Из многочисленных экспериментальных наблюдений над линиями скольжения («линии Людерса» и др.) вытекает, что формы пластических и разрушающих деформаций близки к формам этих линий. По-видимому, подобные симметричные и более или менее изометричные формы оказываются механически более устойчивыми, чем менее правильные, при одних и тех же условиях деформации. На основании этого можно все теории прочности свести к одной тетраэдрической форме, но так как из правильных тетраэдров могут быть получены кубические формы, то эти теории прочности можно свести и к различным комбинациям кубических форм. Это дает возможность установить наглядную связь между теориями прочности и сделать правильную оценку каждой из них.

Глава 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ ПО МЕТОДАМ ТЕОРИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Основная идея применения различных методов теории сопротивления материалов к определению горного давления сводится к следующему: систему подземных разработок сравнивают с наземным сооружением, потолочину горных выработок рассматривают как балку, целики — как колонны и т. д.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВЫХ ФОРМ СВОДОВ МЕТОДОМ М. М. ПРОТОДЬЯКОНОВА

Наиболее устойчивой формой свода штрекообразных выработок, как известно, считается параболическая, определяемая выражением

$$\frac{Px^2}{2} = Ty, \tag{1.23}$$

где P — вертикальное давление; T — горизонтальная реакция полусвода (рис. 14).

По М. М. Протодьяконову [65], для устойчивого равновесия свода необходимо выполнение следующих условий:

$$y = \frac{x^2}{af}; \quad b = \frac{a}{f}, \tag{1.24}$$

где $f = \operatorname{tg}\varphi$ — коэффициент трения; φ — угол трения; b — высота свода; $2a$ — ширина выработки.

Из условия (1.24) легко определяется давление на горизонтальную крепь. Для сыпучей породы оно равно массе породы внутри свода:

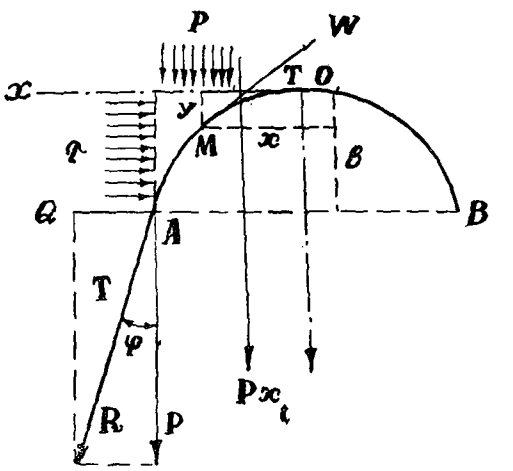


Рис. 14. К выводу формулы свода давления

$$P = \frac{4\gamma a^2}{3f}, \tag{1.25}$$

где γ — объемный вес породы.

Достоинством этого метода является его чрезвычайная простота, связь с размерами выработки и механическими свойствами

пород через величину f. Но метод М. М. Протодьяконова может быть применен лишь для одиночных выработок ограниченного сечения.

РАСЧЕТ ДАВЛЕНИЯ НА ЦЕЛИКИ МЕТОДОМ Л. Д. ШЕВЯКОВА

При расчетах по данному методу учитываются следующие положения:

1. Максимальное давление обусловлено массой приходящегося на целик столба всей налегающей толщи пород — от подошвы выработки до дневной поверхности.
2. Вертикальные напряжения сжатия в горизонтальном поперечном сечении целика распределены равномерно.
3. В расчетную формулу входит предел прочности образцов пород целика, получаемый в результате их испытания на одноосное сжатие; при этом вносятся поправки на форму целика и коэффициент запаса.

При этих условиях расчетная формула выражается в следующем виде:

$$\gamma_1 H S_1 + \gamma h S \leqslant \frac{\sigma_т'}{n} S, \qquad (1.26)$$

где H — глубина верхней части опорного целика от земной поверхности, м; h — высота опорного целика, м; S_1 — площадь горизонтального сечения горных пород, приходящихся на один опорный целик, м^2; S — площадь горизонтального сечения опорного целика, м^2; γ — объемный вес породы опорного целика, т/м^3; γ_1 — объемный вес вмещающих (налегающих) пород, т/м^3; $\sigma_т$ — предел

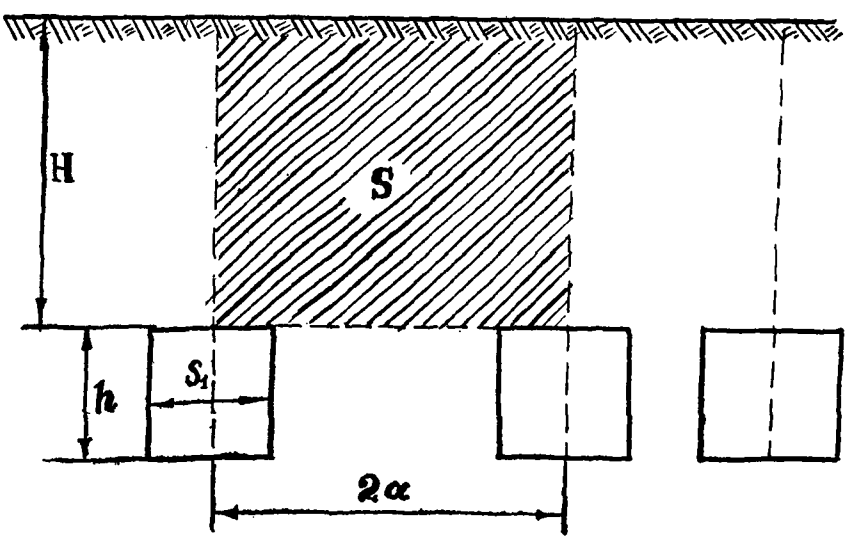


Рис. 15. К определению давления на целики

прочности породы целика на сжатие; n — коэффициент запаса прочности. Графически формула (1.26) представлена на рис. 15.

Метод Л. Д. Шевякова оправдал себя на практике, особенно при разработке обширных залежей камерными системами.

РАСЧЕТ ДАВЛЕНИЯ НА КРЕПЬ МЕТОДОМ П. М. ЦИМБАРЕВИЧА

Для определения горного давления на крепь П. М. Цимбаревич предложил новую методику, основанную на принципах термодинамики. Процесс развития горного давления он представил как изотермический процесс системы «обнажение — крепь». По его мнению, приращению энергии деформации горной породы соответствует приращение работы упругой деформации крепи, которая определяется выражением

$$A=\Delta_1 \ln(1+\Delta_2 t), \qquad (1.27)$$

где $\Delta_1=\frac{P_0}{R_1}$, $\Delta_2=\frac{R_1}{R_0R_2R_1}$; $R_0R_2R_1$ — коэффициенты пропорциональности.

Указанные коэффициенты могут быть определены экспериментальным путем по величине деформации элемента крепи во времени.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ РАВНОВЕСИЯ ПОРОД КРОВЛИ ВЫРАБОТКИ МЕТОДОМ В. Д. СЛЕСАРЕВА

При построении кривой давления горных пород В. Д. Слесарев использовал способ построения площади моментов загруженной балки.

Столб породы, залегающий в кровле выработки, разбивается на равные элементарные вертикальные полоски. К центру тяжести каждой такой полоски добавляется собственная масса породы в виде параллельных вертикальных векторов P_1, P_2,...

Если налегающая порода однородная и выделенный столб в плоском сечении представлен в виде прямоугольника, то векторы имеют одинаковую величину и располагаются равномерно (рис. 16).

Реакция боковых массивов породы H и H_1 рассматривается как равнодействующая сила. Для удобства рядом со схемой выработки строится диаграмма сил P_1, P_2, P_3, ..., H и H_1. Обычным способом параллельного перенесения лучей OP_1, OP_2 и т. д. на кровле выработки проводится кривая давления.

Построенная таким способом кривая представляет собой статистическую диаграмму (площадь моментов загруженной балки),

ординаты которой в любом поперечном сечении пропорциональны изгибающему моменту. Направление приложенных к данной точке сил определяется касательной к кривой давления в данной точке.

По форме кривой можно судить о характере сжимающих и растягивающих усилий, действующих в кровле выработки.

Для случая сыпучей среды угол касательной к кривой давления сравнивается с углом трения породы.

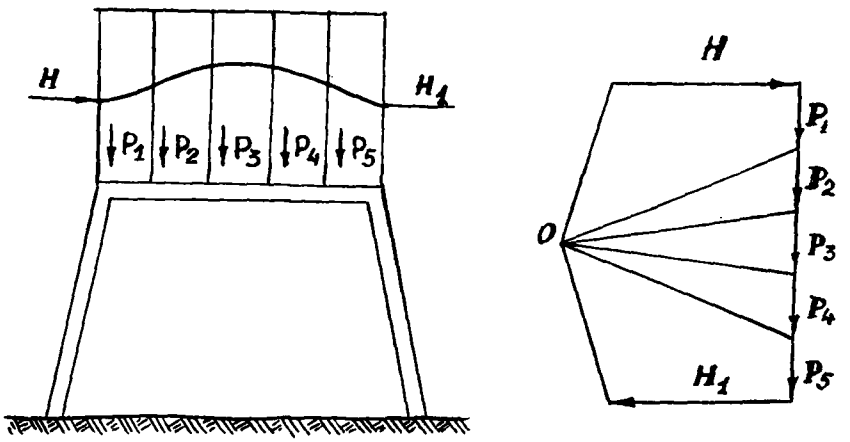


Рис. 16. К расчету давления в кровле выработок

Распределение бокового давления, которое для простоты на рис. 16 принято в виде одного результирующего вектора, также может быть представлено в виде кривой давления вдоль вертикальных стенок выработки. В результате вокруг выработки может быть выделена зона породы, находящаяся в пониженном напряженном состоянии или лишенная напряжений вследствие разрушения (рис. 17), так называемая зона Тромпетера [39]. За этой зо-

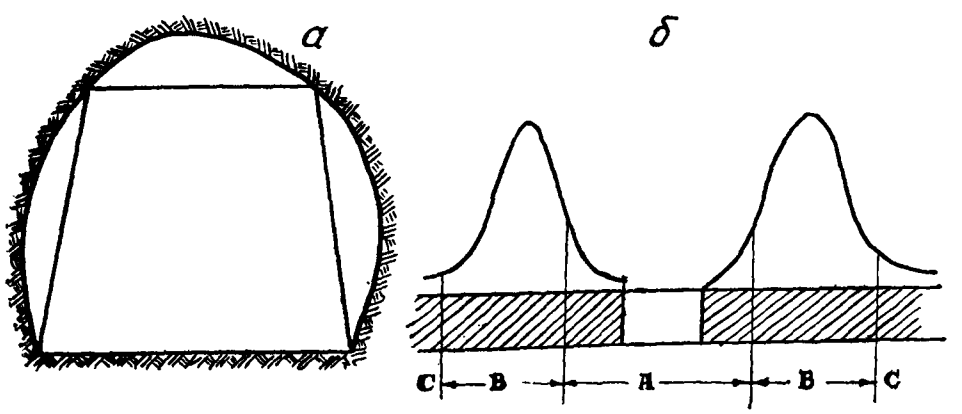


Рис. 17. Форма выработки после деформации: *а* — общий вид; *б* — схема напряженного состояния боковых пород (*А* — зоны Тромпетера, *В* — опорного давления, *С* — нормального давления)

ной следует, как известно, зона опорного давления, где породы находятся в повышенном напряженном состоянии. Далее идет зона нормального напряжения пород, обусловленного только массой вышележащей толщи.

Эти зоны в зависимости от принятой в исследованиях теории могут иметь различные очертания. С ними связывается также механизм горных ударов. Так, по теории балок горные удары обязаны своим происхождением силе тяжести налегающих пород. По теории свода давления горные удары происходят по поверхностям разрушения. А по теории так называемой пяты свода давления горный удар считается результатом раздавливания (разрушения) пяты под давлением образовавшегося свода. Для выработок, расположенных на небольших глубинах, где породы находятся в хрупком состоянии, наиболее подходящей считается первая теория. Для глубоких выработок, где горные породы переходят в пластическое состояние, более приемлема теория разрушения пяты свода давления.

По теории В. Д. Слесарева для равновесия столба породы в кровле выработки в общем случае необходимо соблюдение следующих основных условий:

1. Кривая давления должна замыкаться в пределах перекрывающей толщи пород.

2. Положение кривой давления должно обеспечивать отсутствие возможности проявления в породе напряжений, превышающих сопротивление породы сжатию или растяжению.

3. Угол, образуемый касательной к кривой давления в любой точке ее с перпендикуляром к возможному направлению перемещения породы, не должен превосходить угол трения для данной породы, чтобы направление равнодействующей силы не выходило за пределы «конуса трения» для данной породы.

4. Давление на боковые целики не должно превышать допустимого для данной породы давления во избежание раздавливания боковых стенок выработки.

Форма кривой давления зависит от свойств породы, выраженных через силы реакции H и угол трения φ, от размеров выработки (суммарная величина сил P) и от глубины ее залегания.

Таким образом, определение напряженного состояния горных пород, вызванного проведением той или иной горной выработки, размеров целиков и другие задачи горного давления В. Д. Слесаревым решаются при помощи построения кривой давления.

Для определения величины реакции H рекомендуется формула Кулона. При этом силе трения придается предпочтительное значение, так как она присутствует всегда, даже когда силы сцепления нарушены или отсутствуют. За показатель внутренних сил сцеп-

ления принимается сопротивление породы растяжению (разрыву) как наименьшему сопротивлению породы деформации.

Реакция бокового массива H определяется выражением

$$H=\sigma_т h+\frac{\gamma h^2}{2}\frac{\mu}{1-\mu}, \tag{1.28}$$

где h — мощность пласта кровли; $\sigma_т$ — временное сопротивление породы растяжению; μ — коэффициент Пуассона; γ — объемный вес породы.

Для упрощения расчета и увеличения запаса прочности формулу (1.28) записываем в виде

$$H=\sigma_т h. \tag{1.29}$$

Уравнение кривой давления для породы кровли выработки неограниченно большой длины таково:

$$Y=\frac{\gamma h}{2H}(l_x-x^2), \tag{1.30}$$

где l — ширина выработки; h — глубина залегания выработки.

Как известно из теории сопротивления материалов, выражение (1.30) представляет собой уравнение кривой моментов сопротивления свободно лежащей на двух опорах балки длиной l при действии равномерно распределенной нагрузки интенсивностью $P=\gamma H$ и сопротивлении изгибу балки H.

Принимая во внимание неограниченно большую протяженность пласта кровли, закрепленного на опорах (стенках выработки) массой вышележащей толщи пород, вместо формулы (1.30) можно рекомендовать аналогичную формулу для балки с закрепленными концами:

$$Y=\frac{\gamma H}{2H}(l_x-x^2)-\frac{\gamma h l^2}{12h}. \tag{1.31}$$

При условии $x=\frac{l}{2}$ из формулы (1.30) получаем

$$Y_{max}=-\frac{\gamma l^2}{8\sigma_т}\approx\frac{h}{6}, \tag{1.32}$$

а из формулы (1.31) будем иметь два максимума:

— абсолютный

$$Y_{max}=-\frac{\gamma l^2}{12\sigma_т}\approx\frac{h}{6}, \tag{1.33}$$

— относительный

$$Y_{max}=\frac{\gamma l^2}{24\sigma_т}. \qquad (1.34)$$

Отсюда

$$l=L_I=\sqrt{\frac{8h\sigma_т}{\sigma\gamma}}, \qquad (1.35)$$

где L_I — предельная величина пролета, обеспечивающая отсутствие возможности появления в породе растягивающих усилий без учета закрепления на опорах; L_I' — то же, с учетом закрепления на опорах.

Пролет, определяемый формулой (1.35), называется первым предельным пролетом (рис. 18, *а*). Если порода кровли испытывает упругие и остаточные деформации в виде прогиба без разрыва сплошности, это будет второй предельный пролет (рис. 18, *б, в*) [77]. Наконец, если происходит полное обрушение породы кровли

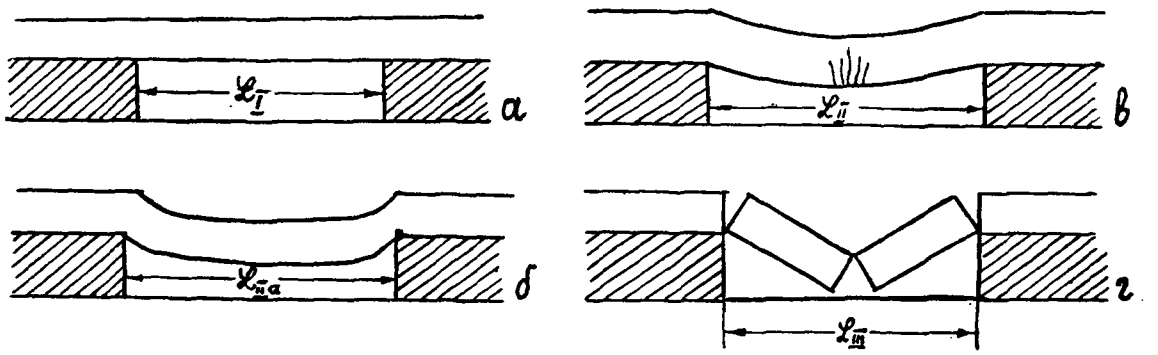


Рис. 18. Формы обрушения кровли: *а* — *г* — предельные пролеты (см. также табл. 2)

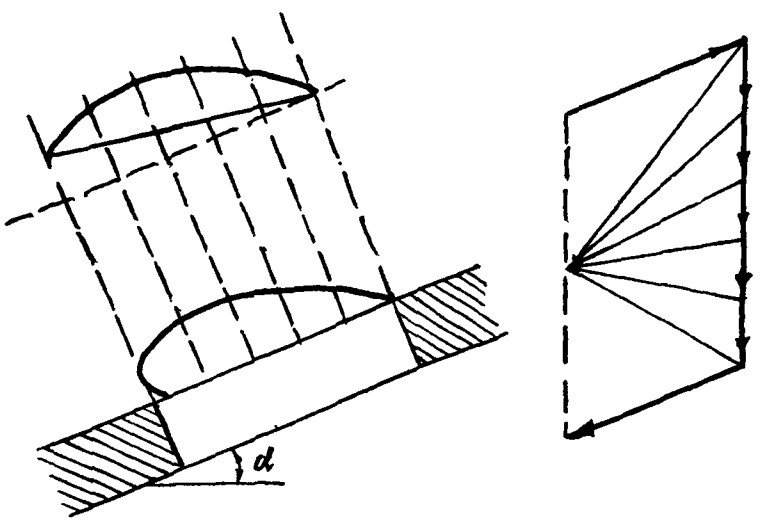


Рис. 19. Кривая давления кровли в случае наклонного падения пласта

на всю ее мощность, это будет третий предельный пролет (рис. 18, *г*).

Приведенные формулы относятся к горизонтальному залеганию пласта. При его негоризонтальном залегании величина объемного веса породы умножается на косинус угла падения (рис. 19).

Окончательные расчетные формулы, соответствующие основным видам деформации кровли выработки, приведены в табл. 2.

Таблица 2. **Расчетные формулы деформации кровли**

Пролет	Расчетные формулы	
	без учета закрепления кровли на опорах	с учетом закрепления кровли на опорах
Первый предельный	$L_{\text{I}}=\sqrt{\frac{8\sigma_{\text{т}}h}{6\gamma\cos\alpha}}$	$L'_{\text{I}}=\sqrt{\frac{12\sigma_{\text{т}}h}{6\gamma\cos\alpha}}$
Второй предельный *а*	$L_{\text{II}a}=\sqrt{\frac{8\sigma_{\text{т}}h}{4\gamma\cos\alpha}}$	$L'_{\text{II}a}=\sqrt{\frac{12\sigma_{\text{т}}h}{4\gamma\cos\alpha}}$
Второй предельный	$L_{\text{II}}=\sqrt{\frac{8\sigma_{\text{т}}h}{3\gamma\cos\alpha}}$	$L'_{\text{II}}=\sqrt{\frac{12\sigma_{\text{т}}h}{3\gamma\cos\alpha}}$
Третий предельный	$L_{\text{III}}=\sqrt{\frac{8\sigma_{\text{т}}h}{2\gamma\cos\alpha}}$	$L'_{\text{III}}=\sqrt{\frac{12\sigma_{\text{т}}h}{2\gamma\cos\alpha}}$

Приведенные расчетные формулы В. Д. Слесарева использовались в условиях пологопадающей залежи Джезказганского месторождения.

РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОГО ПРОЛЕТА МЕТОДОМ Ф. БАКИ

Ф. Баки [4] проанализировал следующие три случая:

1. Однородный пласт, достигающий данной поверхности, является непосредственной кровлей выработки, создающей всю нагрузку.

2. Покрывающая толща не создает нагрузку на непосредственную кровлю, а последняя представляется как закрепленная или незакрепленная балка.

3. Покрывающая толща создает нагрузку на непосредственную кровлю выработки.

Предполагается, что непосредственная кровля и покрывающая толща сложены одним и тем же материалом, а силы сцепления между ними отсутствуют.

По структурной характеристике выбранное нами для исследо-

вания Джезказганское месторождение отвечает второму случаю, так как покрывающие его пласты песчаников довольно плотные и прочные, причем кровля рассматривается как закрепленная балка. На основании этого допустимая ширина камеры, т. е. устойчивый пролет, определяется по теоретической формуле, отражающей давление непосредственной кровли:

$$l = \sqrt{\frac{2\sigma h}{\gamma}}, \qquad (1.36)$$

где h — толщина непосредственной кровли, м; σ — допустимое напряжение на растяжение; γ — масса 1 м^3 породы кровли.

Допустимое напряжение на растяжение σ при коэффициенте запаса прочности $n=2$ для условий Джезказганского месторождения принимается равным для серых песчаников $\sigma = \frac{\sigma_т}{2} = \frac{400}{2} = 200$ т/м^2, для красных песчаников $\sigma = \frac{\sigma_т}{2} = 125$ т/м^2.

Полученные результаты расчета приведены в табл. 3.

Таблица 3. **Допустимые пролеты камер, м**

Порода	При мощности непосредственной кровли, м				
	1	2	3	4	5
Серые песчаники	12,4	17,5	21,4	24,8	27,7
Красные песчаники	9,8	13,7	17,0	19,6	22,0
На контактах	10,7	15,1	18,3	21,2	24,1

Как видно из табл. 3, допустимые пролеты камер, по Ф. Баки, хорошо согласуются с практическими результатами и близки по своим значениям к размерам пролетов на Джезказганском руднике (15—20 м).

Аналогичные методы и способы определения горного давления при помощи теории сопротивления материалов применяются и другими авторами [13].

Глава 4

МЕТОДЫ ПРИЛОЖЕНИЯ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ К РЕШЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ

ОБЩИЙ МЕТОД ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Наиболее полное и последовательное приложение теории механики сплошной среды, в частности теории упругости, к решению вопроса распределения напряжений вокруг горных выработок принадлежит А. Н. Диннику с сотр. [27]. А. Н. Динник рассматривает наиболее простой случай: плоское сечение выработок, имеющих круглую, эллиптическую или прямоугольную форму.

Задача о распределении напряжений в теории упругости решается различными методами. Применительно к горному делу считается наиболее удобным метод приближенного решения задачи. При этом целесообразно пользоваться способом построения функций напряжений в рядах, обычно тригонометрических или гиперболотригонометрических.

Теоретическое обоснование данного метода представлено в курсах теории упругости и в соответствующих разделах математического анализа приближенных вычислений. Наиболее удачно, на наш взгляд, эти вопросы изложены в трудах А. Н. Крылова [36] и Н. И. Мусхелишвили [53].

Приближенный метод решения в рядах удобен тем, что дает возможность обеспечивать любую требуемую точность путем принятия необходимого и достаточного числа членов ряда. Для иллюстрации сказанного приведем пример, заимствованный из работы [36].

Приближение к разложенной функции по мере того, как берется все большее число членов в ряду, которым она представляется, приведено на рис. 20.

Здесь представлена функция

$$f(x)=\cos x-\frac{1}{3}\cos 3x+\frac{1}{3}\cos 5x-\ldots . \qquad (1.37)$$

которая равна $\frac{\pi}{2}$ на протяжении от $x=-\frac{\pi}{2}$ до $x=+\frac{\pi}{2}$ и т. д.

Приводимые ниже примеры излагаются главным образом по Г. Н. Савину [74]. Аналогичными методами пользовались А. Н. Динник с сотр. [27], К. В. Руппенейт [69] и др.

Рассмотрим круглую выработку при одноосном сжатии

(рис. 21). В направлении оси Y компоненты напряжения задаются формулами

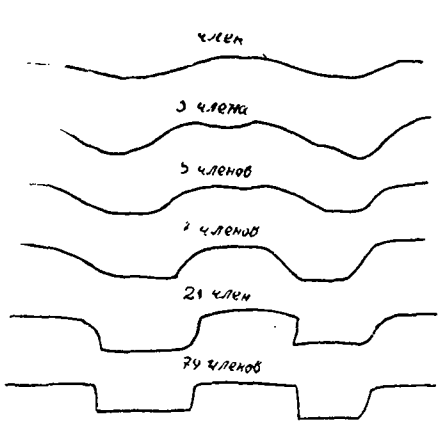
$$\sigma_r = \frac{1}{2} P[(1-r^{-2}) - (1-4r^{-2}+3r^{-4})\cos 2\Theta];$$

$$\sigma_\Theta = \frac{1}{2} P[(1+r^{-2}) + (1+3r^{-4})\cos 2\Theta]; \qquad (1.38)$$

$$\tau_{r_0} = \frac{1}{2} P[1+2r^{-2}-3r^{-4})\sin 2\Theta].$$

При $r=1$

$$\sigma_\Theta = P(1+2\cos 2\Theta). \qquad (1.39)$$



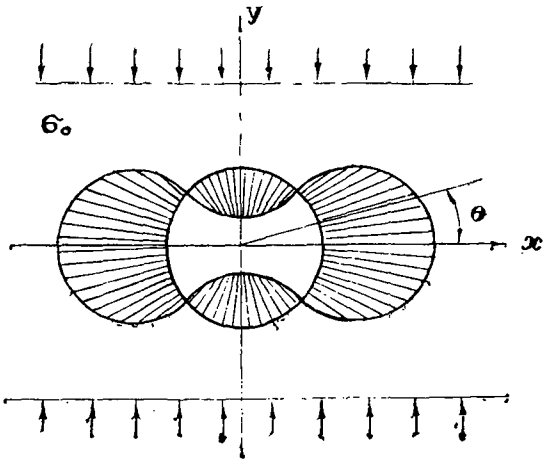


Рис. 20. Приближение к разложенной функции по мере увеличения членов ряда

Рис. 21. Напряжение вокруг круглого выреза

При двухосном сжатии, повернув оси координат на угол $\frac{\pi}{2}$, имеем

$$\sigma_\Theta = P_1(1-2\cos 2\Theta). \qquad (1.40)$$

Суммируя напряжения σ_Θ, получаем выражение для определения напряжений на контуре выработки при любом виде исходного естественного напряженного состояния массива:

$$\sigma_\Theta = \gamma h[(1+\lambda_2)+2(1+\lambda_2)\cos 2\Theta], \qquad (1.41)$$

где $P=\gamma h$ — объёмный вес; n — высота; λ — коэффициент бокового давления.

В случае эллиптического поперечного сечения выработки (рис. 22) напряжение дается выражением

$$\sigma_t = P\frac{(1+\kappa)^2\sin^2(\Theta+\alpha)-\sin^2\alpha-\kappa^2\cos^2\alpha}{\sin^2\Theta+\kappa^2\cos^2\Theta}, \qquad (1.42)$$

где α — угол, образуемый направлением нагрузки P с осью x; Θ — полярный угол, отсчитываемый против часовой стрелки от оси x; $\kappa = \frac{b}{a}$ — отношение полуосей эллипса.

В частных случаях, при $\sigma_y = \gamma h$, $\sigma_x = \lambda_2 \gamma h$, $\alpha = 0 \div \frac{\pi}{2}$, имеем соответственно:

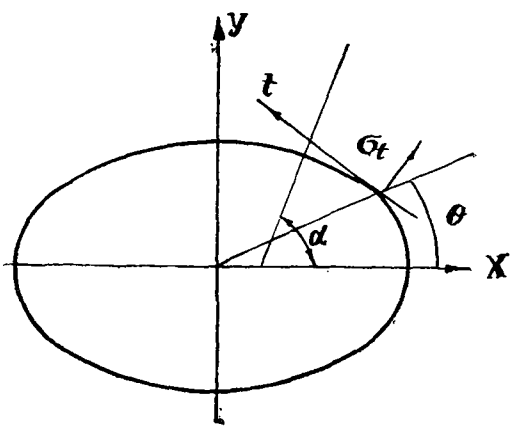
$$\sigma_t = \gamma h \frac{(1+\kappa)^2 \cos^2\Theta - 1}{\sin^2\Theta + \kappa^2 \cos^2\Theta};$$

$$\sigma_t = \lambda \gamma h \frac{(1+\kappa)^2 \sin^2\Theta - \kappa^2}{\sin^2\Theta + \kappa^2 \cos^2\Theta}; \qquad (1.43)$$

$$\sigma_t = \gamma h \frac{(1+\kappa)^2 \cos^2\Theta - 1 + \lambda_2[(1+\kappa)^2 \sin^2\Theta - \kappa^2]}{\sin^2\Theta + \kappa^2 \cos^2\Theta}.$$

При $\lambda_2 = 1{,}00$ $\sigma_t = \frac{2\gamma\kappa h}{\sin^2\Theta + \kappa^2 \cos^2\Theta}$.

Совмещая поля напряжений, отвечающие условиям (1.43), получаем напряженное состояние на контуре выработки при любом соотношении вертикального и бокового давлений в ненарушенном массиве. На рис. 23 построена эпюра напряжений σ_t по контуру выработки эллиптического поперечного сечения при $\lambda_2 = 0{,}8$ [40].



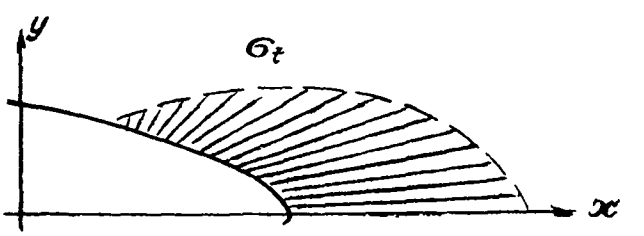


Рис. 22. К определению напряжения вокруг эллиптического выреза

Рис. 23. К определению напряжения на контуре эллиптического выреза

Прямоугольная форма поперечного сечения выработок. При решении такой задачи прямоугольник заменяется некоторой близкой по конфигурации фигурой, причем такая замена может достигать любой степени приближения в зависимости от числа членов принятого ряда. Для примера обратимся к рис. 20, из которого видно, что вполне достаточное приближение может быть получено при 4—7 членах.

При замене прямоугольника берется такая кривая, которая

связывает характерные точки прямоугольника. Радиус этой кривой, имеющий конечное значение, может быть вычислен. При такой замене изменение радиуса кривизны в угловых точках оказывается существенным, в результате чего в углах прямоугольника концентрация напряжения математически становится бесконечной и необходимо принять на углах некоторое ориентировочное значение напряжения. В данном случае учитывается структурная особенность массива.

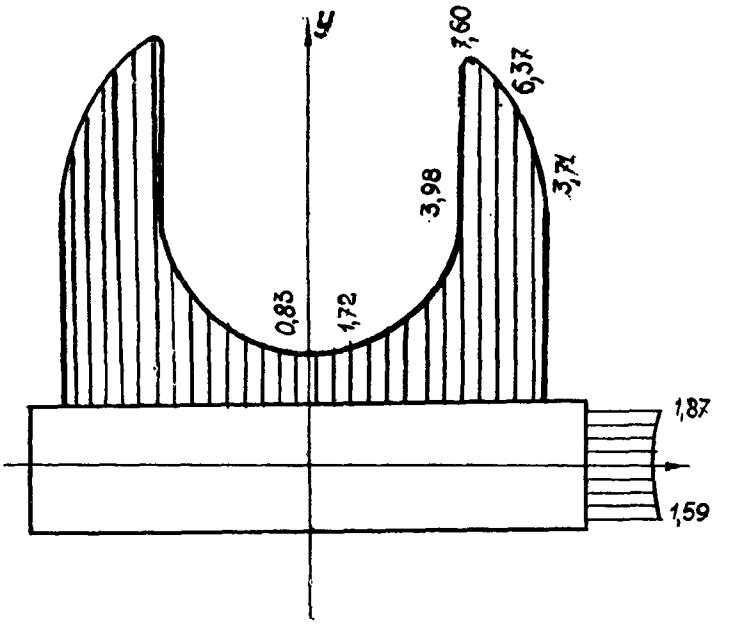


Рис. 24. К определению напряжения на контуре прямоугольного выреза

На рис. 24 приведена эпюра напряжений σ_t при значении коэффициента бокового давления $\lambda_2=0{,}8$ и отношении сторон прямоугольника 2 : 3,2.

Приводимое Г. Н. Савиным [74] решение задачи о распределении напряжений в тяжелой полуплоскости с учетом влияния поверхности при круглой форме выреза получено Р. Д. Миндлиным. При этом установлено, что при условии $\frac{h}{R}>2{,}5$ (где h — расстояние от поверхности до центра выработки; R_0 — радиус выработки) поверхность перестает оказывать влияние на величину напряжений на контуре выработки.

А. Н. Динник представил горную выработку как вырез малого размера в бесконечной плоскости. В таком случае абсолютные размеры выреза не могут оказывать влияние на величину концен-

траций напряжений на контуре выреза. А. Н. Динник доказал, что при расположении выработки на глубине $h \leqslant 20R_0$ (где R_0 — радиус выработки) ошибка за счет пренебрежения собственным весом среды становится ничтожно малой. Однако здесь надо иметь в виду механическую неоднородность среды. Представим себе горизонтально залегающие пласты осадочных пород с различными механическими свойствами, причем между слоями этих пластов сцепление очень слабое или совершенно отсутствует. Тогда сравнение размеров выработки должно быть проведено не с полным расстоянием до дневной поверхности, а с расстоянием до ближайшего заведомо слабого контакта [69].

На рис. 25 проведены линии наибольших касательных напряжений τ_{max}, построенные по формулам (1.44) и (1.45).

Если в растянутой пластинке под напряжением σ имеется круглое отверстие радиусом a, то касательное напряжение может быть выражено уравнением

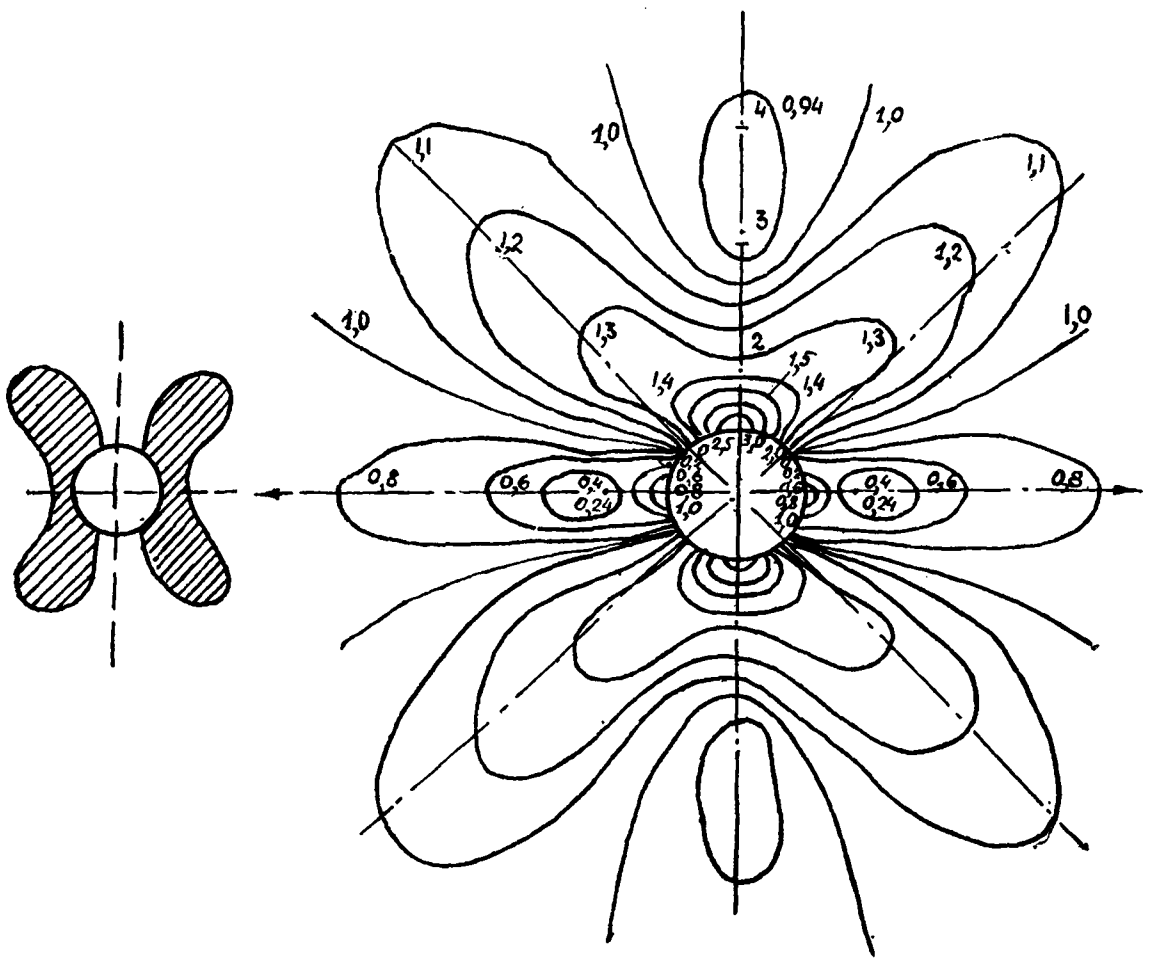


Рис. 25. Изолинии наибольших касательных напряжений при растяжении упругой пластинки с отверстием (по Надаи [55])

$$\tau = -\frac{\sigma}{2}\left[1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4}\right]\sin 2\varphi, \qquad (1.44)$$

где r и φ — полярные координаты рассматриваемой точки (на контуре отверстия $r=a$); $\tau_s=0$; $\sigma_r=0$; $\sigma_t=\sigma(1-2\cos 2\varphi)$.

Из последних выражений видно, что нормальное напряжение имеет максимум в точках $\varphi=\frac{\pi}{2}$ и $\varphi=\frac{3\pi}{2}$, расположенных на контуре отверстия и на оси пластинки, перпендикулярной к направлению растяжения. В этих точках нормальное напряжение σ_t имеет свое максимальное значение $\sigma_{max}=3\sigma$.

При $r=a$ и $\varphi=0$ или $\varphi=\pi$ нормальное напряжение приобретает отрицательное значение, т. е. становится сжимающим: $\sigma_r=-\sigma$.

Для выяснения распределения напряжений можно построить кривые, вдоль которых максимальное касательное напряжение постоянно. Уравнение этих кривых таково:

$$\tau_{max}^2 = \frac{(\sigma_t-\sigma_r)^2}{4} + \tau^2 = K^2\frac{\sigma^2}{4} = \text{const}, \qquad (1.45)$$

где K — постоянная величина.

Уравнение (1.45) при помощи уравнения (1.44) может быть выражено в полярных координатах. На рис. 25 построены кривые значений K, представляющие собой отношение $\tau_{max}^2 = K\frac{\sigma}{2}$, т. е. значения постоянной величины K.

Из рис. 25 можно сделать следующие выводы:

1. Практическое влияние концентрации напряжений в упругом материале распространяется в ограниченных пределах вокруг отверстия. Большие значения касательных напряжений встречаются только вблизи «заострения» поверхности, выражаемой уравнением $\tau_{max}=f(r, \varphi)$.

2. Линии для значения K=1 соответствуют условиям такой же пластинки без отверстия (уходят в бесконечность).

3. Влияние концентрации напряжений неодинаково в разных местах вокруг отверстия. Начиная от двух точек K=3, в точках «заострения» поверхности на контуре отверстия выделяются две зоны пластической деформации, соответствующие двум сколовым системам.

МЕТОД ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

Дальнейшим развитием метода теории упругости и пластичности является метод предельного равновесия. Общий принцип этого метода заключается в следующем. Составляются диффе-

ренциальные уравнения в частных производных для характеристических кривых систем скольжения. Далее эти уравнения решаются методом приближенного численного интегрирования, которое и приводит к установлению вида искомой предельной кривой равновесия. Контуры горных выработок при этом рассматриваются как задаваемые граничные условия. При составлении характеристических уравнений систем скольжения за основу принимается теория Кулона — Мора.

Изложим кратко суть метода предельного равновесия применительно к конкретным условиям рудников.

Так как в основу метода положена теория Кулона — Мора, то решение задачи начинается из рассмотрения формы огибающих кривых предельных кругов Мора.

Многие исследователи зависимость между нормальными (σ) и касательными (τ) напряжениями принимают в виде параболической кривой или циклоидной огибающей больших полукругов Мора.

Действительный вид этой кривой устанавливается экспериментально. Поэтому применимость выбранных аналитических условий определяется наилучшим приближением (аппроксимацией на языке математики и механики) к экспериментальным данным.

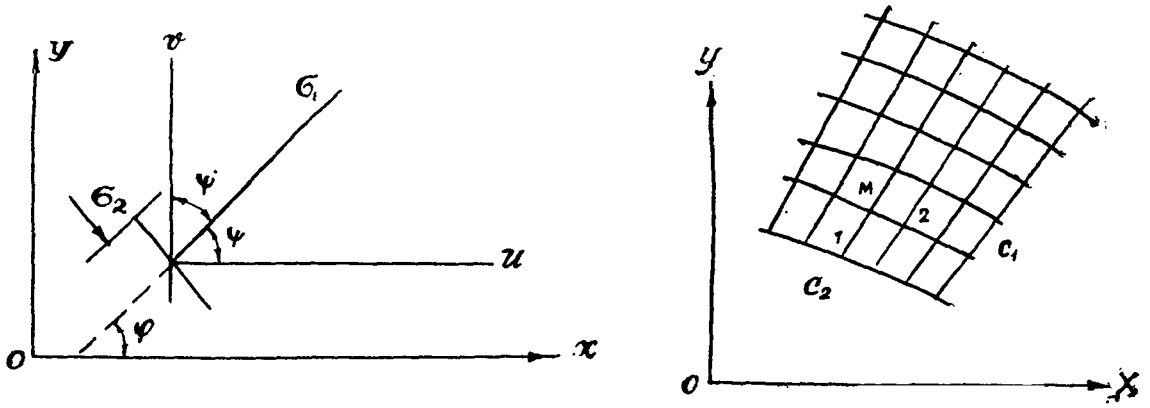


Рис. 26. К выводу формул линий скольжения

Рис. 27. К методу приближенного решения задачи

Рассмотрим пример анализа предельного равновесия для случая плоскостного решения задачи. В качестве основного условия предельного равновесия берется предел текучести материала по плоскостям скольжения, где касательные напряжения τ имеют максимальное значение. В данном случае таких плоскостей скольжения будет две, а угол между ними обозначается через 2ψ. Угол наклона первого главного нормального напряжения к горизонтальной оси X обозначается через φ. Интересующие нас две плоскости скольже-

ния образуют с горизонтальной осью X углы наклона $\varphi \pm \psi$ (рис. 26). Эти плоскости могут быть представлены двумя семействами кривых C_1 и C_2 (рис. 27).

Кривые C_1 и C_2 принадлежат к первому или второму семейству. Существуют различные виды дифференциальных уравнений этих кривых. Рассмотрим наиболее простое из них.

В некоторой области эти кривые могут быть выражены дифференциальными уравнениями

$$a dy^2 - 2b dx dy + c dx^2 = 0$$

или

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}. \qquad (1.46а)$$

При $ac - b^2 < 0$ уравнение (1.46а) имеет два семейства действительных интегральных кривых и называется уравнением **гиперболического типа.** При $ac - b^2 > 0$ оно имеет два семейства комплексных кривых и называется уравнением эллиптического вида. При $ac - b^2 = 0$ уравнение (1.46а) имеет только одно семейство действительных кривых и называется уравнением параболического типа.

Числовое значение дифференциальных уравнений получается приближенным методом Массо, улучшенным В. В. Соколовским [80], С. А. Христиановичем [95] и др. По этому методу значения искомых функций определяются в конечном числе узловых точек сетки характеристик. Например, в точках 1 и 2 (рис. 27) плоскости XY известны все необходимые величины, т. е. X_1, Y_1, U_1, V_1 и X_2, Y_2, U_2, V_2.

Точка M определяется пересечением прямых, проходящих через точки 1 и 2 с теми же наклонами, что и соответствующие характеристики.

Координаты X_M, Y_M и значения параметров U, V точки M находят из дифференциальных уравнений путем замены частных производных соответствующими разностными отношениями величин между узловыми точками. При этом подобное числовое решение задач проводится в безразмерных переменных $x' = \frac{x}{l}$; $y' = \frac{y}{l}$; $\sigma' = \frac{\sigma}{al}$, которые удовлетворяют прежней системе уравнений (1.46а). Коэффициенты a и b заменяются безразмерными коэффициентами $a' = la$ и $b' = lb$.

Для тех величин, которые не имеют характерной длины l, используется выражение $l = \frac{к}{a}$ или $l = \lambda \frac{P+H}{a}$, где λ — некоторый коэффициент; $H \approx к \operatorname{ctg} \rho$.

Штрихи у координат X, Y и коэффициентов a, b, обознача-

ющие их безразмерность, в целях простоты записи опускаются.

В результате замен вместо первых дифференциальных уравнений, написанных в безразмерных переменных, получим разностные уравнения

$$y-y_1=(x-x_1)\operatorname{tg}(\varphi_1+\psi_1);$$
$$y-y_2=(x-x_2)\operatorname{tg}(\varphi_2+\psi_2). \tag{1.46}$$

В результате решения этих уравнений относительно X, Y имеем следующие формулы:

$$x=\frac{x_1\operatorname{tg}(\varphi_1+\psi_1)-y_1-x_2\operatorname{tg}(\varphi_2-\psi_2)+y_2}{\operatorname{tg}(\varphi_1+\psi_1)-\operatorname{tg}(\varphi_2-\psi_2)}; \tag{1.47}$$
$$y=y_1+(x-x_1)\operatorname{tg}(\varphi_1+\psi_1).$$

Существует несколько способов определения интересующих нас величин в данной узловой точке сетки характеристик, если таковые известны в соседних узловых точках.

Если данные в точках кривой AB (рис. 28, *а*) известны (задача Коши), то по точкам 1 и 2 определяют данные в точке 5; по точкам 2 и 3 — в точке 6; по точкам 3 и 4 — в точке 7. Далее по точкам 5 и 6 определяется точка 8 и т. д.

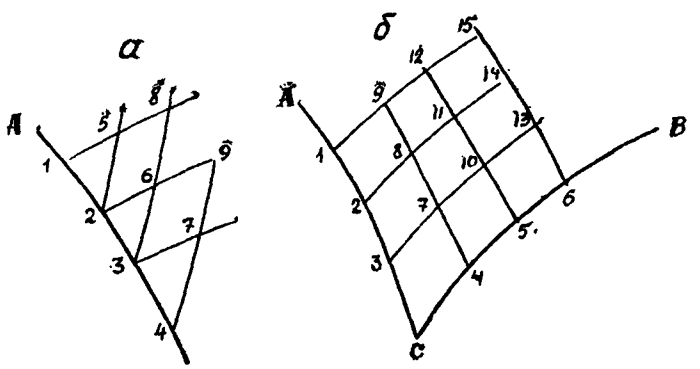


Рис. 28. Метод приближенного решения по способу Коши (*а*) и Римана (*б*)

Если данные в точках кривых CA и CB (рис. 28, *б*) известны (задача Римана), то по точкам 3 и 4 определяются данные в точке 7; по точкам 2 и 7 — в точке 8; по точкам 1 и 8 — в точке 9 и т. д. Затем переходят во второй ряд и по точкам 5 и 7 определяют точку 10, по точкам 8 и 10 — точку 11 и т. д.

В случае смешанных задач приходится комбинировать оба процесса.

Наряду с методом числового решения краевых задач существуют и другие методы. Наиболее интересным из них является графический метод С. С. Голушкевича [23].

Определение устойчивости откоса карьера. Рассмотрим применение метода предельного равновесия В. В. Соколовского при определении устойчивости откоса карьера для условий глинистого грунта и скально-трещиноватой породы.

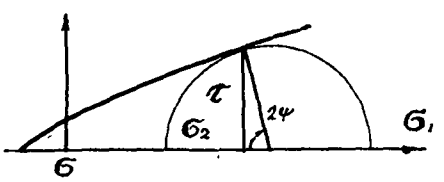
В качестве примера для первого условия приведем задачу И. Д. Молюкова [51].

Если в качестве условия предельного равновесия принимается параболическая зависимость между нормальными и касательными напряжениями [51], то можно пользоваться формулой

$$[\tau]=[\Lambda(\sigma+H)]^{\frac{1}{2}}, \qquad (1.48)$$

где Λ и H — параметры, определяющие параболу. Аналитическое выражение ее выводится из решения задачи на построение параболы, проходящей через точку $(-\sigma_т', 0)$ и касающейся окружности, построенной на диаметре $\sigma_т'$ (рис. 29).

Рис. 29. Круг Мора и огибающая



Параметры Λ и H выражаются в виде формул

$$\Lambda=\sigma_т'+2\sigma_т-2\sqrt{\sigma_т'\cdot(\sigma_т+\sigma_т')}\ ;\quad H=\sigma_т, \qquad (1.49)$$

где σ — радиусы окружностей; $\sigma_т'$ — предел временного сопротивления сжатию; $\sigma_т$ — то же, растяжению ($\sigma=-\sigma_т$). Отсюда

$$[\tau]=\{(\sigma_т+\sigma)[\sigma_т-2\sqrt{\sigma_т'(\sigma_т+\sigma_т')}+2\sigma_т]\}^{\frac{1}{2}}. \qquad (1.50)$$

Необходимо определить форму поверхности откоса, находящегося в предельном равновесии под действием нормального напряжения давления, действующего вдоль положительной полуоси (рис. 30, *а*). Порода глинистая, со следующими данными: $\sigma_т'=158$ т/м^2; $\sigma_т=7{,}6$ т/м^2; $\gamma=2$ т/м^3 — объемный вес. Исходя из этих данных можно вычислить величины $\Lambda=102{,}26$ т/м^2; $P_0=158$ т/м^2; $2\psi=0{,}867$.

Различают две области: OAB — область аналитического решения и OAC, решение для которой дается методом Массо (смешанная задача).

Уравнение характеристик напряженного состояния для первой

области получается путем подстановки в уравнение $dy=dx\,\mathrm{tg}(\varphi\pm\psi)$ величин φ и Y:

$$\varphi=(f+1)\frac{\pi}{4};\quad Y=-\frac{\lambda}{4\gamma}\left(\frac{1+2f\cos 2\psi}{\cos^2 2\psi}-\frac{1+2f\cos 2\psi_0}{\cos^2 2\psi_0}\right),$$

где $f=+1$ — значение на оси $Y=0$.

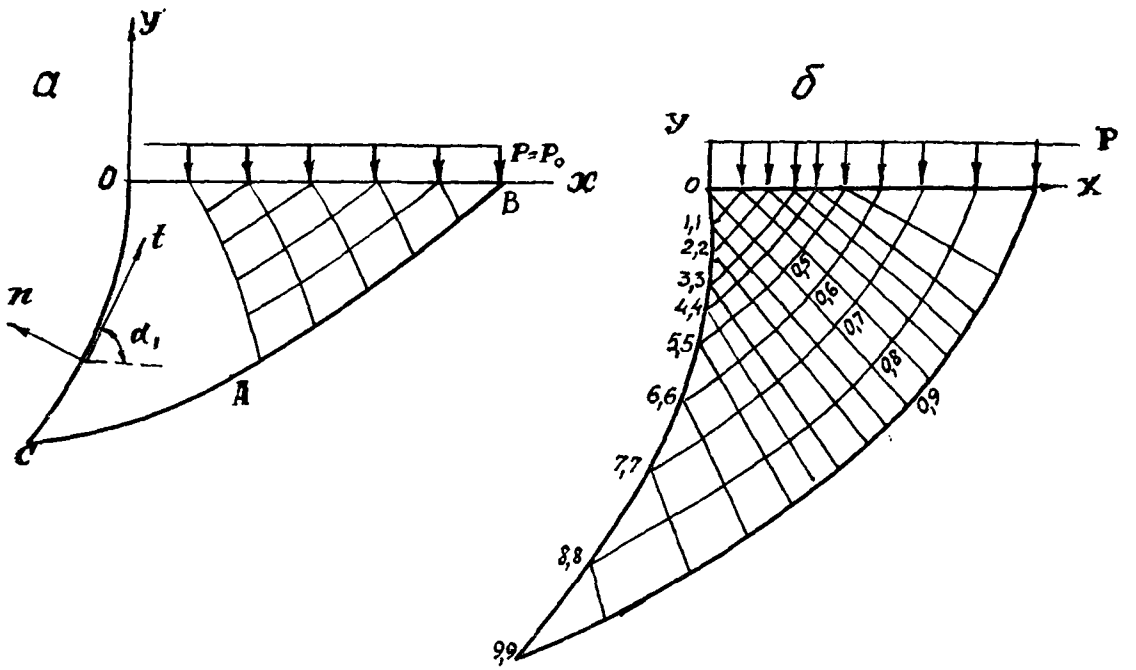


Рис. 30. Определение угла откоса методом предельного равновесия (*а*) и методом И. Д. Молюкова (*б*)

Компоненты напряжения определяются по формулам

$$\left.\begin{matrix}\sigma_x\\ \sigma_y\end{matrix}\right\}=\Lambda\frac{\mathrm{tg}2\psi}{2}\left(\frac{\mathrm{tg}2\psi}{2}+\frac{\cos 2\psi\pm f}{\sin 2\psi}\right)-H.$$

После интегрирования получаем

$$\begin{aligned}X&=\pm\frac{\Lambda}{4\gamma}\left[\frac{\sin 2\psi}{\cos^2 2\psi}-\ln\mathrm{tg}\left(\psi+\frac{\pi}{4}\right)\right]-C_0;\\ Y&=-\frac{\Lambda}{4\gamma}\left[\frac{1+2f\cos 2\psi}{\cos^2 2\psi}-\frac{1+2f\cos 2\psi_0}{\cos^2 2\psi}\right].\end{aligned}\qquad(1.51)$$

Для второй области граничные условия таковы:

1. Вдоль линии OA выполняются уравнения (1.51), где Y берется при $f=\pm 1$, $\varphi=\frac{\pi}{2}=1{,}571$. Значения ψ в точках характеристик

определяются в зависимости от значения X. Другими словами, по формуле (1.51), задаваясь значениями X, находят соответствующие ψ. Для этого вначале необходимо получить значения постоянной C_0.

Из формулы (1.51) для $X_0=0$ имеем

$$\cos 2\psi_0=\frac{\Lambda}{P_0}=\frac{102{,}26}{158}=0{,}647;\quad 2\psi_0=0{,}867. \tag{1.52}$$

Подставляя $X_0=0$ и $2\psi_0=0{,}867$ в формулу (1.51), определяем $C_0=10{,}54$.

Вводя найденные значения $2\psi_0$; φ; Λ и C_0 в (1.51), получаем расчетные формулы

$$X=12{,}795\left[\frac{\sin 2\psi}{\cos^2 2\psi}-\ln \operatorname{tg}\left(\psi+\frac{\pi}{4}\right)\right]-10{,}54;$$

$$Y=-12{,}795\left[\frac{1+2\cos 2\psi}{\cos^2 2\psi}\right]-5{,}487.$$

Можно задаться значением Y, затем из уравнения (1.51) найти ψ и, подставив его в первую расчетную формулу, определить значение X.

Данные внесены в табл. 4, столбец 0.

2. В первой клетке столбца 0 приведены значения $\varphi=\frac{\pi}{2}=\alpha_0$; $X=0$; $Y=0$.

Вдоль отрезка характеристики OC, соответствующей линии откоса,

$$\frac{dy}{dx}=\operatorname{tg}\alpha'=\operatorname{tg}\varphi,\ H=\Lambda\frac{\operatorname{tg}2\psi}{2}\left[\frac{\operatorname{tg}^2\psi}{2}+\frac{\cos 2\psi-1}{\sin 2\psi}\right]$$

или

$$\frac{dy}{dx}=\operatorname{tg}\alpha'=\operatorname{tg}\varphi,\ H=\Lambda\frac{\operatorname{tg}2\psi}{2}\left[\frac{\operatorname{tg}^2\psi}{2}-\operatorname{tg}\psi\right]. \tag{1.53}$$

В табл. 4 по диагонали приведены данные, полученные на основе формул

$$x_{kl}=\frac{-x_{k-1,l}\operatorname{tg}(\varphi_{k-1,l}-\psi_{k-1,l})+x_{k-1,l}\operatorname{tg}\varphi_{k-1,l}+y_{k-1,l}-y_{k-1,l-1}}{\operatorname{tg}\varphi_{k-1,l}-\operatorname{tg}(\varphi_{k-1,l}-\psi_{k-1,l})}; \tag{1.54}$$

$$y_{kl}=y_{k-1,l}+\Delta x_k\operatorname{tg}(\varphi_{k-1,l}+\psi_{k-1,l});$$

$$\varphi_{kl}=\Delta\psi_k\operatorname{tg}^2 2\psi_{k-1,l}+\varphi_{k-1,l}-A_{k-1,l}\Delta x_k,$$

Таблица 4. **К определению устойчивости откосов по И. Д. Молюкову**

Координаты	№ точек пересечения вертикальной линии скольжения, l	№ точек пересечения горизонтальной линии скольжения, к									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	0	0,00									
y		0,00									
ϵ		1,571									
θ		0,433									
x	1	2,00	0,00								
y		5,00	−9,13								
ϵ		1,571	1,520								
θ		0,450	4,433								
x	2	4,00	1,61	−0,39							
y		8,34	−13,12	−16,81							
ϵ		1,571	1,529	1,474							
θ		0,464	0,455	0,433							
x	3	6,00	3,47	1,10	−1,21						
y		−12,38	−17,27	−21,49	−25,26						
ϵ		1,571	1,529	1,474	1,424						
θ		0,477	0,470	0,453	0,433						
x	4	8,00	5,28	2,27	0,00	−2,38					
y		−15,63	−20,75	−25,44	−29,53	−33,16					
ϵ		1,571	1,529	1,475	1,428	1,386					
θ		0,488	0,482	0,468	0,453	0,433					

x	5	10,00	7,25	4,31	1,51	−1,14	−3,28				
y		−19,83	−24,90	−29,91	−34,25	−38,06	−40,97				
φ		1,571	1,532	1,477	1,428	1,391	1,364				
ψ		0,497	0,499	0,479	0,465	0,454	0,433				
x	6	14,00	10,94	7,55	4,35	1,35	−1,29	−7,05			
y		−27,24	−32,47	−37,99	−42,76	−46,90	−50,34	−57,42			
φ		1,571	1,528	1,481	1,436	1,401	1,361	1,259			
ψ		0,513	0,508	0,502	0,498	0,485	0,473	0,433			
x	7	20,00	16,41	12,65	8,92	5,46	2,27	5,23	−45,18		
y		−37,28	−43,37	−49,68	−55,00	−59,59	−63,56	−72,35	−82,64		
φ		1,571	1,542	1,488	1,447	1,412	1,376	1,297	1,206		
ψ		0,533	0,534	0,527	0,522	0,518	0,511	0,495	0,433		
x	8	30,00	25,88	21,18	16,76	12,70	8,89	−1,02	−13,51	−30,37	
y		−53,90	−60,52	−67,61	−73,66	−78,87	−83,58	−94,77	−107,27	−122,41	
φ		1,571	1,545	1,496	1,464	1,436	1,399	1,329	1,272	0,893	
ψ		0,557	0,559	0,556	0,555	0,554	0,549	0,543	0,540	0,433	
x	9	40,00	35,47	30,07	25,33	20,70	16,19	5,13	−8,45	−40,39	−77,80
y		−69,77	−76,76	−84,62	−90,99	−96,84	−102,21	−124,57	−128,03	−157,50	−181,22
φ		1,571	1,546	1,508	1,478	1,449	1,356	1,354	1,298	1,116	0,587
ψ		0,575	0,577	0,577	0,577	0,577	0,575	0,573	0,572	0,554	0,433

где $\Delta x_к = x_{к,l} - x_{к-1,l}$; $\Delta\psi_к = \psi_{к,l} - \psi_{к-1,l}$;

$$A'_{к-1,l} = \frac{\cos 2\psi_{к-1,l}[x_{к-1,l}\sin(\varphi_{к-1,l}+\psi_{к-1,l}) - y_{к-1,l}\cos(\varphi_{к-1,l}+\psi_{к-1,l})]}{\Lambda\cos(\varphi_{к-1,l}-\psi_{к-1,l})}.$$

Здесь представлены уравнения предельного равновесия сплошной среды при наличии объемных сил:

$$x = \frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{x,y}}{\partial y};\quad y = \frac{\partial\tau_{x,y}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y}.$$

Значения $x=0$; $y=-\gamma$; ψ определяются из уравнения (1.53).

Внутренние клетки (к, l) при $к \neq l$ заполняются данными, полученными при помощи рекуррентных формул:

$$x_{к,l} = \frac{x_{к-1,l}\operatorname{tg}(\varphi_{к-1,l}-\psi_{к-1,l}) - x_{к,l-1}\operatorname{tg}(\varphi_{к,l-1}+\psi_{к,l-1}) - (y_{к-1,l}-y_{к,l-1})}{\operatorname{tg}(\varphi_{к-1,l}-\psi_{к-1,l}) - \operatorname{tg}(\varphi_{к,l-1}+\psi_{к,l-1})};$$

$$y_{к,l} = y_{к-1,l} + \Delta x_к \operatorname{tg}(\varphi_{к-1,l} - \psi_{l,к-1}); \qquad (1.55)$$

$$\psi_{к,l} = \frac{\psi_{к-1,l}\operatorname{tg}^2 2\psi_{к-1,l} + \Delta\psi_к \operatorname{tg}^2 2\varphi_{к,l-1} - (\varphi_{l,к-1}-\varphi_{к,l-1}) + A'_{к-1,l}\Delta x_к - B'_{к,l-1}\Delta x_l}{\operatorname{tg}^2 2\psi_{к-1,l} + \operatorname{tg}^2 2\psi_{к,l-1}},$$

где $\varphi_{к,l} = \varphi_{к-1,l} + \Delta\psi_к \operatorname{tg}^2 2\psi_{к-1,l} - A'_{к-1,l}\Delta x_к$; $\Delta x_l = x_{к,l} - x_{к,l-1}$; $\Delta\psi_к = \psi_{к,l} - \psi_{к-1,l}$;

$$B'_{к,l-1} = \frac{2\psi_{к,l-1}[x_{к,l-1}\sin(\varphi_{к,l-1}-\psi_{к,l-1}) - y_{к,l-1}\cos(\varphi_{к,l-1}-\psi_{к,l-1})}{\Lambda\cos(\varphi_{к,l-1}-\psi_{к,l-1})}.$$

На рис. 30, *б* изображена сетка характеристик, построенная по координатам точек.

Линия откоса построена по координатам, приведенным по диагоналям в табл. 4.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИВОЙ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ ОТКОСА КАРЬЕРА ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ С. С. ГОЛУШКЕВИЧА

На основе закона Кулона С. С. Голушкевич [23] разработал графический метод определения положения и формы предельных кривых равновесия сплошной среды. Суть метода С. С. Голушкевича заключается в следующем.

Строится прямоугольный треугольник (рис. 31), один из острых углов которого равен углу внутреннего трения ρ. Из вершины прямого угла треугольника опускается перпендикуляр на гипотенузу,

а из вершины угла, равного $\frac{\pi}{2}-\rho$, проводятся три окружности радиусом OM (круг площадок), OB (круг вершин) и OA (круг полюсов), которые называются характеристическими кругами Голушкевича. При помощи этих кругов строится поверхность скольжения.

Далее определяется масса отдельных частей призмы обрушения и при помощи обычного многоугольника сил рассчитывается величина давления грунта на то или иное препятствие, например на подпорную стенку.

Закон Кулона записывается в виде

$$|\tau| = (\sigma_n + c)\operatorname{tg}\rho, \qquad (1.56)$$

где c — удельная сила сцепления, т. е. временное сопротивление сыпучей среды всестороннему равномерному растяжению.

Геометрическая сумма напряжений, заключенных в скобках, называется приведенным напряжением и определяется по схеме, приведенной на рис. 32. Тогда уравнение (1.56), выражающее условие предельного напряженного состояния в любой точке грунтового массива, принимает вид

$$|\tau| = \sigma_n' \operatorname{tg}\rho. \qquad (1.57)$$

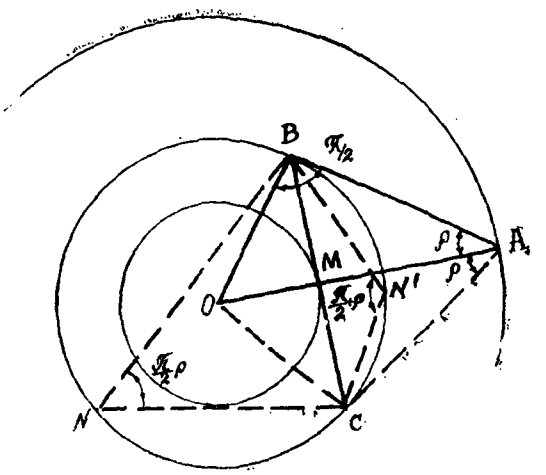


Рис. 31. Характеристические круги С. С. Голушкевича

Формула (1.57) позволяет выразить положение плоскостей (линий) скольжения через угол внутреннего трения. Линии, пересекающиеся между собой под углом $\frac{\pi}{2}-\rho$ или $\frac{\pi}{2}+\rho$, являются линиями (площадками) скольжения, для которых справедливо равенство (1.56). На рис. 31 имеются две пары таких линий: BN, CN и BN', CN'. Отсюда вытекает очень простое геометрическое правило построения площади скольжения, а именно: любые две прямые, проходящие через концы хорды круга вершин, касающиеся круга площадок и пересекающиеся на этом круге, будут параллельны возможным площадкам скольжения, проходящим через концы рассматриваемой площадки. Это обстоятельство дает возможность использовать систему характеристических кругов для решения ряда задач теории предельного равновесия.

Если на площадках скольжения BN и CN выполняется равен-

ство (1.57), то на всех других площадках касательное напряжение будет меньше произведения приведенного нормального напряжения на тангенс угла внутреннего трения; иными словами, вместо уравнения (1.57) имеет место неравенство $\tau < \sigma_n' \operatorname{tg} \rho$.

Из этого неравенства видно, что любая точка на плоскости переменных σ и τ будет находиться внутри угла 2ρ. Область плоско-

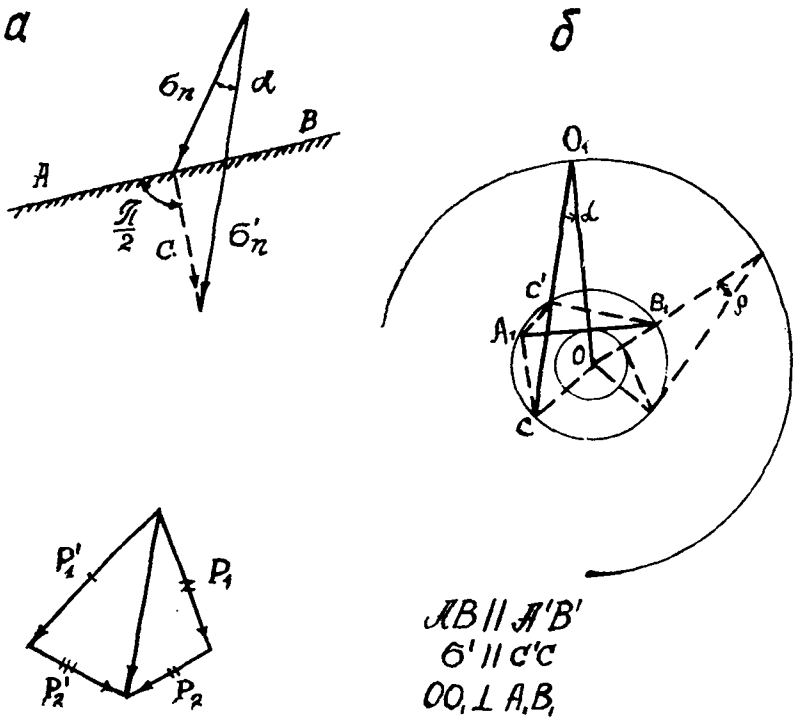


Рис. 32. Круги и диаграммы сил при заданном направлении давления

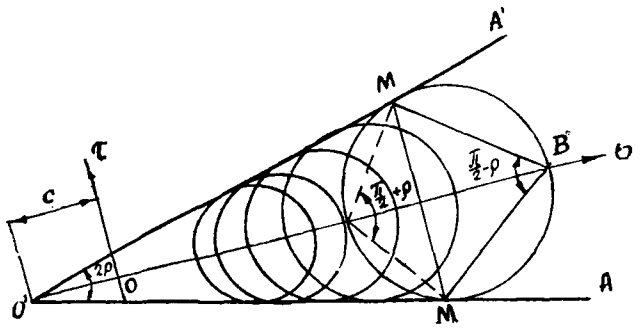
сти, заключенную внутри этого угла, называют областью возможных напряжений, а его стороны — предельными прямыми.

На рис. 33 показано соотношение предельных кругов Мора и характеристических кругов Голушкевича. Точка O' является приведенным полюсом, точка O (начало координат) — действительным полюсом. Площадки скольжения пересекаются под острым углом $\frac{\pi}{2} - \rho$. Действующие на них приведенные напряжения сопряженные, т. е. направление одного из них параллельно площадке, на которой действует другое.

Если внутри находящейся в предельном напряженном состоянии сыпучей среды выделить элементарную площадку AB, на которую действует заданное напряжение σ, то графическим путем можно определить направления площадок скольжения, проходящих через концы площадок A и B. Эту задачу С. С. Голушкевич называет основной [23, с. 23]. Для ее решения достаточно рассмотреть равно-

весие элементарной призмы ABC, образованной площадкой AB и двумя элементарными площадками скольжения (рис. 34).

К грани AC данной призмы под углом ρ приложена сила P_1, которая равна давлению, представляющему собой произведение интенсивности напряжения на площадь плоскости скольжения, т. е. $P_1 = ACP$.



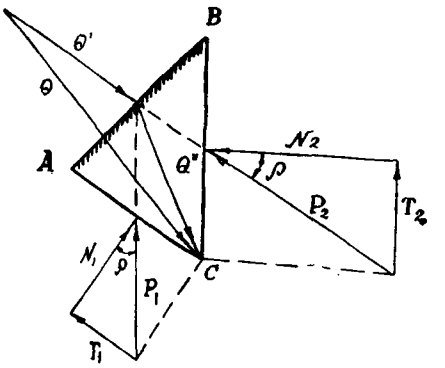


Рис. 33. Соотношение кругов Мора и С. С. Голушкевича

Рис. 34. Определение приведенного давления по С. С. Голушкевичу

Аналогичным образом под тем же углом ρ к грани BC приложена сила $P_2 = BCP$. Масштаб сил выберем таким, чтобы касательные составляющие давлений P_1 и P_2 — силы T_1 и T_2 — изобразились векторами $\frac{AC}{2}$ и $\frac{BC}{2}$. Как видно из рис. 34, нормальные составляющие этих давлений будут векторами $\frac{AC}{2\operatorname{tg}\rho}$ и $\frac{BC}{2\operatorname{tg}\rho}$. Они оказывают на призму всестороннее равномерное сжатие, которое уравновешивается нормальным давлением $Q'' = \frac{AB}{2\operatorname{tg}\rho}$.

Касательные составляющие уравновешиваются силой Q'', линия действия которой должна проходить через точку C и делить пополам отрезок AB. Из рис. 34 ясно, что Q'' является медианой треугольника ABC и диагональю параллелограмма, стороны которого равны и параллельны силам T_1 и T_2.

Таким образом, из чертежа ясно, что давления на площадки скольжения уравновешиваются распределенным по площадке AB давлением Q, равным геометрической сумме векторов Q' и Q''.

Здесь необходимо отметить, что исследование основной задачи С. С. Голушкевича совпадает с одним из частных случаев обобщенной теории прочности, что вытекает из сравнения формул

$$\tau = (\sigma_n + c)\operatorname{tg}\rho;$$
$$\tau = (\tau_1 + \tau_2)\sin\rho.$$

Из проведенного анализа вытекает способ практического по-

строения систем площадок скольжений. Для этого по заданному углу внутреннего трения строится система характеристических кругов. Далее проводится хорда A_1B_1 круга вершин, касающаяся круга площадок и параллельная заданной площадке AB. Через центр кругов проводится прямая, перпендикулярная A_1, B_1, и определяется точка O_1, в которой она пересекает круг полюсов (см. рис. 32). Через эту точку проводится прямая, параллельная приведенному направлению σ' и пересекающая круг вершин в точках C и C_1. Прямые A_1C и B_1C определяют одно из возможных направлений площадок скольжения, а прямые A_1C и B_1C' — их другие возможные направления. На основании свойства сопряженности напряжений по площадкам скольжения можно разложить приведенное давление σ' на направления P_1 и P_2, параллельные первым направлениям площадок скольжения, и P_1, P_2, параллельные вторым направлениям.

Для полноты представления о графическом методе решения задачи предельного равновесия рассмотрим приложение этого метода к решению задачи Ренкина — Прандтля (по С. С. Голушкевичу).

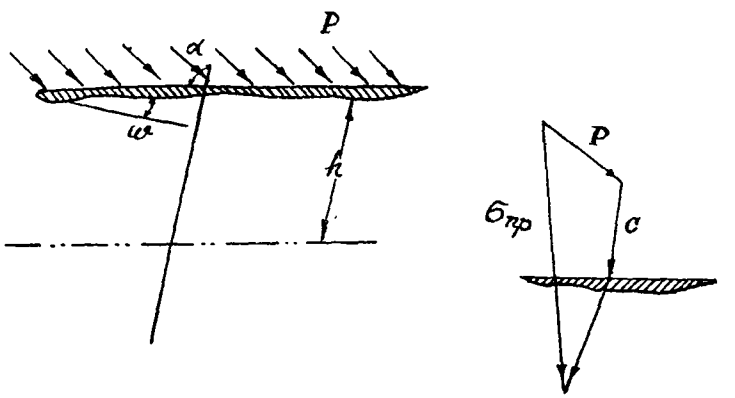


Рис. 35. Определение приведенного давления по С. С. Голушкевичу при наклонной плоскости

Сыпучая среда занимает область, которая сверху ограничена наклонной плоскостью под углом w (рис. 35). Плоскость нагружена равномерно распределенным давлением, направленным под углом α от вертикальной оси. Проведем внутри сыпучей среды на глубине h плоскость, параллельную ее плоской свободной поверхности. Определим напряжение, действующее в ее точках. Давление распределено равномерно и равно геометрической сумме интенсивности давления на свободную поверхность сыпучей среды и вертикального давления $\gamma h \cos w$, созданного весом той ее части, которая находится выше проведенной плоскости (γ — объемный вес породы).

После определения действительного напряжения можно найти приведенное напряжение. Подобное построение может быть выполнено для плоскости, проходящей через любую точку сыпучей среды, которая находится в предельном напряженном состоянии.

Проведем серию вспомогательных плоскостей, параллельных поверхности сыпучей среды, и при помощи построений (рис. 35) определим величины и направления действующих на них приведенных напряжений. На рис. 36 эти построения объединены в одну фигуру в виде многоугольника приведенных напряжений.

Для каждой вспомогательной площадки определяются направления пересекающих ее элементарных площадок скольжения (т. е. решается основная задача). На рис. 36 приведены решения, соответствующие случаю, когда площадки скольжения параллельны прямым, пересекающимся под хордой круга вершин. Необходимые для получения решений построения сведены в одну систему характеристических кругов.

Далее методом веревочного многоугольника или графического интегрирования строятся кривые скольжения. Для этого через

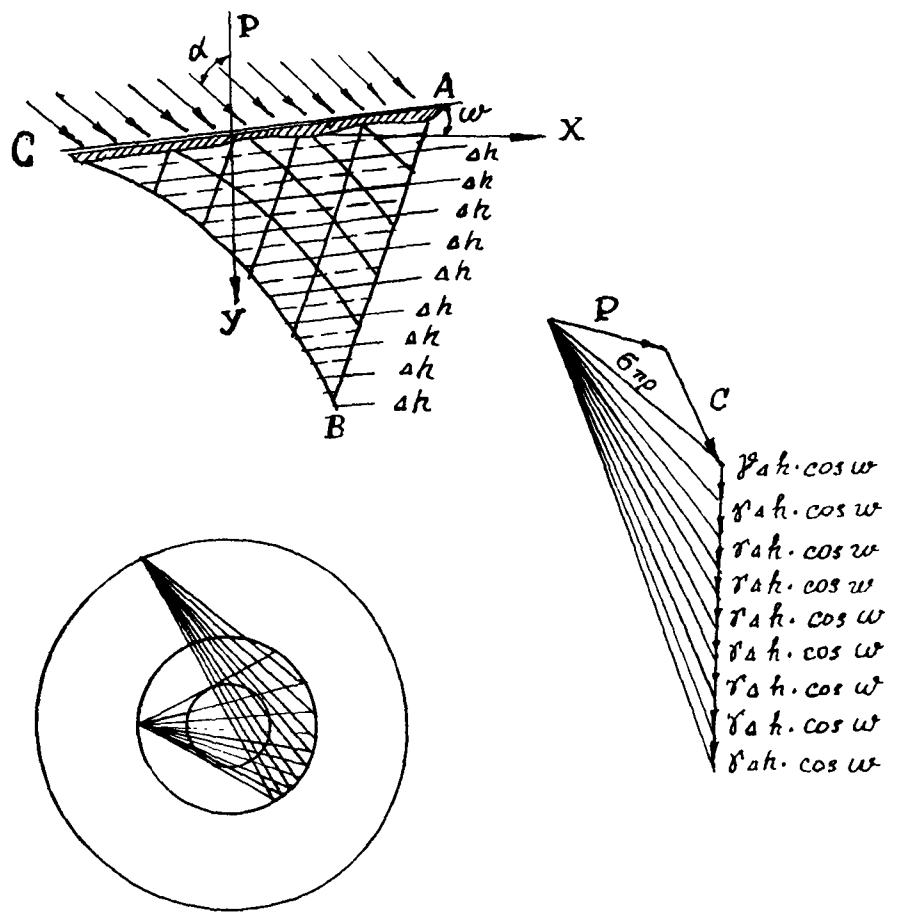


Рис. 36. Построение линий скольжения по С. С. Голушкевичу

произвольную точку поверхности сыпучей среды проводится прямая, параллельная направлению пересекающей ее элементарной площадки скольжения, и продолжается до первой средней линии раздела между вспомогательными плоскостями (средние линии раздела на рис. 36 показаны пунктиром). Через ее конец проводится прямая, параллельная элементарной площадке скольжения, пересекающей вторую вспомогательную плоскость, продолжается до второй линии раздела; через ее конец проводится прямая, параллельная элементарной площадке скольжения, пересекающей третью вспомогательную плоскость, и т. д. В результате получается многоугольник CB. Вписанная в него кривая будет кривой скольжения, которая проходит через точку A. На рис. 36 построена сетка таких сколовых систем. Аналогичное построение осуществлено для площадки скольжения, параллельной прямым, пересекающимся над хордой круга вершин. Эти две области соответствуют областям минимального напряженного состояния по В. В. Соколовскому.

Рассмотрим способ графического построения предельного контура откосов. Выберем наиболее простой случай, когда по плоской грани откоса равномерно распределено вертикальное давление, интенсивность которого определяется из выражения

$$P = C\left[\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}\right) - 1\right]. \qquad (1.58)$$

В этих условиях криволинейная и плоская горизонтальная грани откоса сопряжены под прямым углом. Предельное напря-

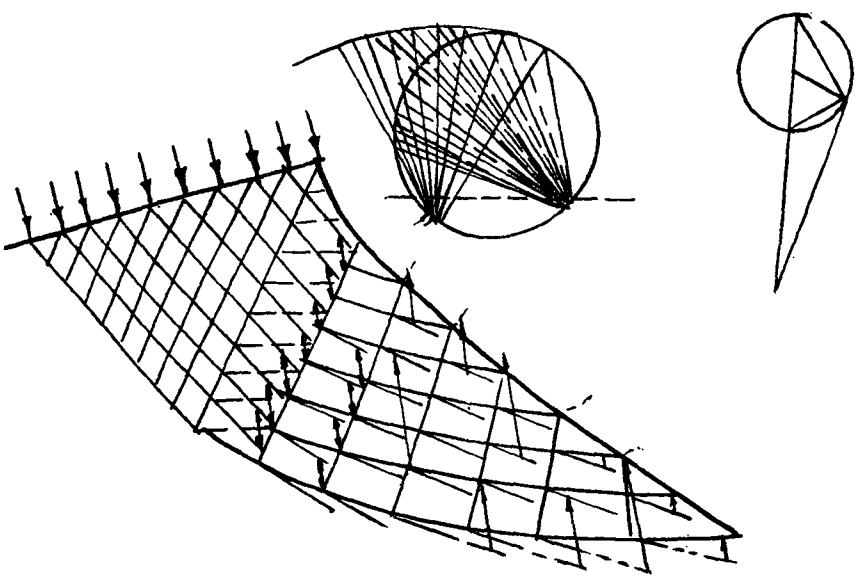


Рис. 37. Графическое определение предельной кривой откоса

женное состояние не содержит особых точек и зоны Прандтля, так как формула (1.58) соответствует условиям идеально сыпучей среды.

На рис. 37 представлено графическое решение задачи по определению предельной кривой откоса. Порядок построения кривой остается таким, как и прежде, т. е. включает построение характеристических кругов для определения направлений площадок скольжения, деление углов на n частей, проведение биссектрис и т. д.

ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ СКОЛЬЖЕНИЯ МЕТОДОМ Г. Л. ФИСЕНКО

Поверхность скольжения можно построить, используя теорию сыпучей среды [94]. Согласно этой теории, элементарные площадки скольжения в однородном массиве горных пород могут возникать лишь при напряжениях не менее

$$\sigma = 2k \operatorname{ctg}\left(45^\circ - \frac{\rho}{2}\right). \qquad (1.59)$$

Располагаются эти площадки под углом $\left(45^\circ - \frac{\rho}{2}\right)$ к направлению наибольшего главного напряжения.

В массиве горных пород направление наибольших главных напряжений совпадает с вертикалью, а при приближении к поверхности откосов выполаживается в сторону откоса и на поверхности вогнутых и плоских откосов совпадает с их направлением.

С изменением направления главных напряжений изменяется и направление площадок скольжения: от $\left(45^\circ - \frac{\rho}{2}\right)$ к вертикали в некотором удалении от откоса до $\left(45^\circ - \frac{\rho}{2}\right)$ к поверхности откоса при его пересечении.

Из формулы (1.59) вытекает, что площадки скольжения возникают лишь с глубины H_{90°:

$$H_{90^\circ} = \frac{2k}{\gamma} \operatorname{ctg}\left(45^\circ - \frac{\rho}{2}\right).$$

В области BDC (рис. 38), где направление σ_1 совпадает с вертикалью, площадки скольжения наклонены под углом $\left(45^\circ - \frac{\rho}{2}\right)$ к вертикали и поверхность откоса пересекается плоскостью скольжения под этим же углом.

В области между поверхностью откоса и линией BC поверхность скольжения, исходя из анализа кривых, построенных по ме-

тодам В. В. Соколовского и С. С. Голушкевича, можно принимать круглоцилиндрической или плановой криволинейной.

С учетом основных элементов положения поверхности скольжения ее можно построить в откосе. Для этого через нижнюю точку откоса проводим окружность, пересекающую откос под углом $\left(45°-\frac{\rho}{2}\right)$, и линию BC под углом $(90°-\rho)$. Эти условия определяют единственное положение окружности, проходящей через нижнюю точку откоса.

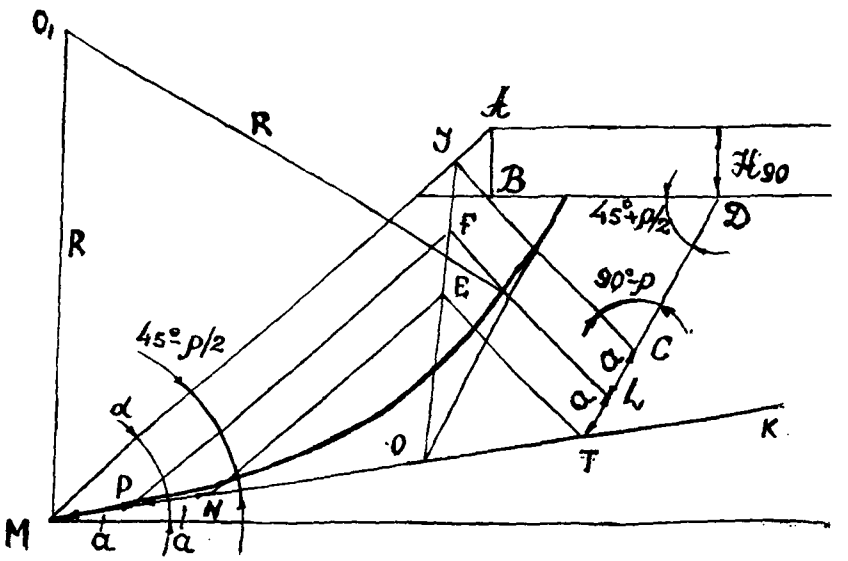


Рис. 38. Построение поверхности скольжения по Г. Л. Фисенко

От основания откоса проводим линию MK под углом $\left(45°-\frac{\rho}{2}\right)$ к откосу и продолжаем линию $ДС$, наклоненную к вертикали тоже под углом $\left(45°-\frac{\rho}{2}\right)$.

В точке M линия MK должна касаться круга. Другая касательная будет параллельна DC. Отрезки пересекающихся касательных, заключенных между линиями AM и BC, должны быть равны. На линиях MK и DC от точек M и C откладываем по два равных отрезка — $MP=PN=CL=LT$ — и через их концы проводим линии, параллельные AM и BC, до их взаимного пересечения в точках F и E. Линия FE будет геометрическим местом пересечения касательных к окружностям, пересекающим линию AM под углом $\left(45°-\frac{\rho}{2}\right)$, а линию BC — под углом $(90°-\rho)$. Продолжаем FE до пересечения с MK в точке O, в которой пересекаются касательные окружности, пересекающей откос под углом $\left(45°-\frac{\rho}{2}\right)$ в его

нижней точке. Через точку O проводим линию OV, параллельную DC. Из точек M и V восстанавливаем перпендикуляры к касательным до их пересечения в точке O, которая является центром искомой окружности.

Изложенным способом определяется положение поверхности скольжения в откосе, по которой сумма сил сдвигающих равна сумме сил удерживающих, т. е. откос находится в предельном скольжении.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОЙ ФОРМЫ СВОДОВ МЕТОДОМ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

Теоретическая основа решения вопроса изложена в работе В. В. Соколовского [80].

Здесь рассматривается равновесие полусвода, от которого легко перейти к своду. Поле напряжения полусвода делится на две области (рис. 39): область XOA, где поле напряжения простейшее, и область AOB, где поле напряжения сложное.

Кроме того, особо рассматривается вершина полусвода около точки O.

Для первой области поле напряжения определяется величинами

$$\sigma=\sigma_{(y)}=\frac{(y\gamma+P+H)}{1+\sin\rho};\quad \varphi=\frac{\pi}{2}$$

или компонентами напряжения

$$\sigma_x=H(Y\gamma+P+H)\frac{1-\sin\rho}{1+\sin\rho};$$

$$\sigma_y=Y\gamma+P;\quad \tau_{x,y}=0,$$

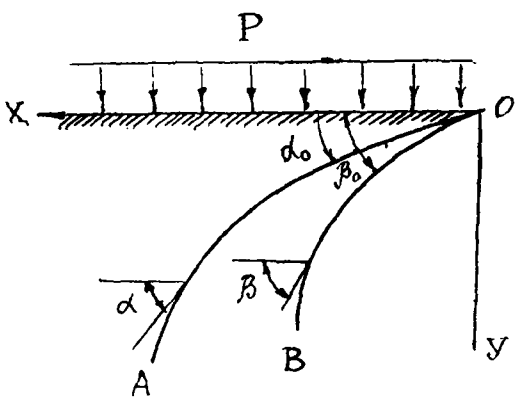


Рис. 39. Определение предельной кривой устойчивого свода по В. В. Соколовскому

а сетка характеристик состоит из двух семейств параллельных прямых:

$$Y=\pm X\operatorname{ctg}\psi+\text{const},$$

где 2ψ — угол между двумя линиями скольжения.

В области AOB поле напряжений может быть найдено путем численного решения уравнений характеристик

$$dy=dx\operatorname{tg}(\varphi\pm\psi);$$

$$d\sigma\mp 2\sigma\operatorname{tg}\rho d\varphi=d(dy\mp\operatorname{tg}\rho dx).$$

В принципе метод решения краевых задач при помощи численного интегрирования дифференциальных уравнений остается тем же, что и при решении задачи определения устойчивости откоса карьера. Поэтому, не вдаваясь в детали математических приемов, перейдем к окончательным результатам приближенного решения.

Для случая, когда нормальное давление отсутствует, т. е. $P=0$, уравнения кривых OA и OB имеют следующий вид:

$$Y=\frac{\gamma(1+\sin\rho)x^2}{12H\sin\rho};\ Y=\frac{x^2\gamma}{6H\sin\rho}. \qquad (1.60)$$

Углы наклона этих кривых к оси X вблизи верхней точки O равны

$$\alpha=\frac{\gamma(1+\sin\rho)x}{6\kappa\cos\rho};\ \beta=\frac{\gamma x}{3\kappa\cos\rho}.$$

Напряжение определяется по формуле

$$\sigma=\frac{3H(1-\sin\rho)-\gamma(1-3\sin\rho)}{3(1-\sin\rho)^2}\left[\frac{x^2\gamma}{6H\sin\rho}-Y\right].$$

Для случая, когда нормальное давление $p=P$, уравнение кривых контура откоса около верхней точки O будет следующим:

$$Y^2=-\frac{4\kappa}{\gamma}\cdot\frac{1+\sin\rho}{1-\sin\rho}x. \qquad (1.61)$$

Для случая идеально связной среды приведенные формулы принимают более простой вид

$$Y=\frac{\gamma x^2}{12\kappa};\ \alpha=\frac{\gamma x}{6\kappa};\ \beta=\frac{\gamma x}{3\kappa};\quad Y=\frac{\gamma x}{6\kappa};\ \sigma=\frac{H}{1-\sin\rho}-\frac{\gamma}{3}\left(\frac{\gamma x^2}{6\kappa}-Y\right). \qquad (1.62)$$

Наконец, для частного случая, когда давление $p=2\kappa$ и контур имеет в верхней точке O вертикальную касательную, вместо (1.61) получаем уравнение

$$Y^2=-\frac{4\kappa}{\gamma}x.$$

Свод состоит из двух симметрично расположенных относительно вертикальной оси полусводов. Такой свод считается сводом самообрушения. Он образуется в кровле выработки при небольшой глубине ее заложения от дневной поверхности.

Давление вышележащего слоя на свод принимается равномер-

но распределенным вдоль горизонтальной оси, т. е. $\sigma_y = P = \gamma h$, где γ — объемный вес породы; h — высота слоя.

Таким образом, по В. В. Соколовскому и М. М. Протодьяконову, устойчивая форма свода определяется поверхностью второго порядка типа параболоида или эллипсоида. Устойчивость такой формы подтверждается оптическими и другими методами моделирования, а также многочисленными натурными наблюдениями на рудниках.

В зависимости от условий деформации оси симметрии рассмотренных поверхностей получают различную ориентацию, чем и определяется конкретная форма свода.

Метод М. М. Протодьяконова выгодно отличается своей простотой, а также учетом размеров выработки. Методу В. В. Соколовского свойственны более общий характер и строгость анализа. Кроме того, здесь одновременно учитываются два компонента прочности тела: сцепление и внутреннее трение.

Дальнейшая разработка этой методики должна идти, по нашему мнению, в сторону упрощения математического анализа условий равновесия при сохранении достаточной корректности расчетов и учете как размеров выработок, так и глубины их заложения. Обязательно должны учитываться также физико-механические свойства массива горных пород и руд, окружающих данную выработку.

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

Теоретические основы механики сплошной среды использовал при решении разнообразных задач определения горного давления К. В. Руппенейт [69].

Нас будет интересовать определение напряжений в однослойной потолочине и прочности целиков.

Прежде чем приступить к решению указанных задач, вкратце рассмотрим теоретические основы метода К. В. Руппенейта. Суть этого метода заключается в приложении теории пластичности Кулона — Мора к решению задач определения горного давления при помощи приближенного определения кривых предельного равновесия [23, 74, 80].

Как уже упоминалось, для описания прочностных свойств горных пород в качестве огибающих главных кругов напряжений Мора принимаются прямые, круговые, параболические, эллиптические, циклоидные кривые. В зависимости от принятой формы кривой, интерпретирующей прочностные свойства материалов, теория Кулона — Мора принимается в том или ином варианте, оставаясь, однако, в сущности, одной и той же двучленной теорией

прочности, функционально связанной с коэффициентами трения и сцепления.

Обычная формула Кулона

$$\tau=\sigma_n \operatorname{tg}\rho+C$$

является прямолинейным выражением огибающей кругов Мора.

Параболическая формула, применяемая В. В. Соколовским, И. Д. Молюковым и др., имеет вид

$$|\tau|=[\Lambda(\sigma+H)]^{\frac{1}{m}}$$

или

$$|\tau|=[\Lambda(\sigma+C)\operatorname{tg}\rho]^{\frac{1}{m}}, \qquad (1.63)$$

где $1\leqslant m<2$; H — предел прочности на растяжение (иногда принимается $H=C\operatorname{ctg}\rho$); Λ — предел прочности на сжатие.

Циклоидная формула, используемая В. В. Соколовским, К. В. Руппенейтом и др., имеет вид

$$|\tau|=\sigma+H=\frac{1}{2}K'(1-\cos 4\psi), \qquad (1.64)$$

где K' — диаметр образующего круга циклоиды:

$$K'=\frac{H-C\operatorname{ctg}\rho}{\frac{\pi}{2}-\rho-\operatorname{ctg}\rho};\quad 2\psi=\frac{\pi}{2}-\rho. \qquad (1.65)$$

В качестве огибающей К. В. Руппенейт принимает комбинацию циклоиды (1.64) и прямой Кулона (1.17), которая является касательной к циклоиде. На рис. 40 представлена циклоидная огибающая, переходящая в касательную прямую. Здесь же приведены величины, входящие в приведенные выше формулы.

Что касается методов использования этого положения при решении тех или иных задач горного давления, то они аналогичны описанным выше методам А. Н. Динника, Г. Н. Савина, В. В. Соколовского и И. Д. Молюкова.

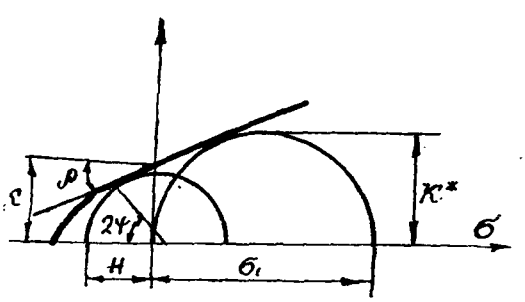


Рис. 40. Циклоидная огибающая по К. В. Руппенейту

Определение напряжений в однослойной потолочине. Здесь так же, как и в случае применения теории сопротивления материалов

при камерной системе разработки, напряженное состояние потолочины рассматривается как плоскодеформированное. При этом компоненты напряжений определяются следующими выражениями:

$$\sigma_x=\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2};\quad \sigma_y=\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\gamma h;\quad \tau_{x,y}=-\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y},\qquad (1.66)$$

где h — мощность непосредственной кровли; γ — объемный вес ее породы.

Расположение координатных осей дано на рис. 40.

Далее, пользуясь способом построения функции напряжений в тригонометрических рядах, по аналогии с методом А. Н. Динника отыскиваем общее решение уравнения (1.66).

По этому принципу функция напряжений может быть представлена в виде

$$\Phi=F(Y)\cos\alpha x,\qquad (1.67)$$

где $\alpha=\frac{nx}{l}$; n — целое число; l — фиксированная длина в направлении оси X.

На основании изложенного по схеме К. В. Руппенейта симметричную относительно середины пролета нагрузку можно выразить в следующем общем виде:

$$q(x)=A_0+\sum_1^\infty A_n\cos\alpha x,\qquad (1.68)$$

где q — вес 1 пог. м пород над пластом, образующим кровлю; γh — вес 1 пог. м пород под непосредственной кровлей; $A_0=q+\gamma h$; $A_n=-\frac{2q_2}{n\pi}\sin\frac{h\pi a}{l}$; $q_2=(q+\gamma h)\frac{l}{a}$; $2l$ — длина пролета; $2a$ — ширина целика; h — мощность непосредственной кровли; γ — объемный вес породы кровли.

Общее выражение (1.66) может принимать различную форму в зависимости от конкретных условий шахты. Рассмотрим ряд случаев, соответствующих различным отношениям мощности непосредственной кровли к длине пролета.

Для случая $h\geqslant l$ (рис. 41) компоненты напряжений определяются по формулам

$$\sigma_x=-\sum_1^\infty A_n(1+aY)lXP(-aY)\cos\alpha X-\frac{\mu}{1-\mu}(q+\gamma n+\gamma Y);$$

$$\sigma_y=-\sum_1^\infty A_n(1+aY)lXP(-aY)\cos\alpha X-(q+\gamma h+\gamma Y);\qquad (1.69)$$

$$\tau_{x,y}=-\sum_{1}^{\infty}A_n aYlXP(-aY)\sin\alpha X,$$

где μ — коэффициент Пуассона.

Вдоль оси рассматриваемого целика, т. е. при $Y=0$, имеем

$$\sigma_x=-q(X)+\frac{1-2\mu}{1-\mu}(q+\gamma h);$$

$$\sigma_y=-A_0-\sum_{1}^{\infty}A_n\cos\alpha X=-q(X). \qquad (1.70)$$

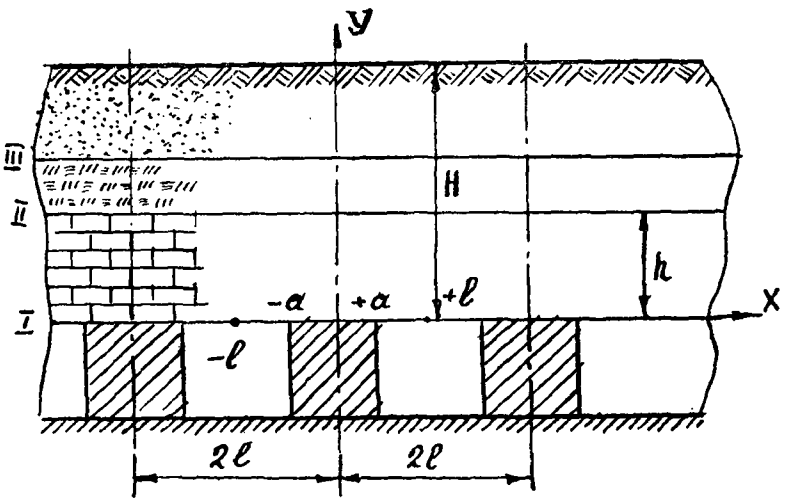


Рис. 41. К определению напряжений в потолочине

Если кровля выработки может смещаться в горизонтальном направлении вдоль оси X (при скольжении по контактам пластов, по плоскостям надвигов и т. д.), то компоненты напряжений определяются выражениями

$$\sigma_x=-\sum_{1}^{\infty}A_n(1-aY)lXP(-aY)\cos\alpha X;$$

$$\sigma_y=-\sum_{1}^{\infty}A_n(1+aY)lXP(-aY)\cos\alpha X-(q+\gamma h-\gamma Y);$$

$$\tau_{x,y}=-\sum_{1}^{\infty}A_n aYlXP(-aY)\sin\alpha X. \qquad (1.71)$$

Для точек, расположенных вблизи друг друга, имеем

$$\sigma_x = -q(X) + (q+\gamma h);$$
$$\sigma_y = -A_0 - \sum_1^\infty A_n \cos \alpha X = -q(X). \tag{1.72}$$

Данную формулу можно сопоставить с формулой (1.35).

Рассмотрим теперь случай, когда длина пролета значительно превышает величину мощности непосредственной кровли, т. е. $h<l$.

В этом случае компоненты напряжения определяются выражением

$$\sigma_x = \frac{4q}{\pi} = \sum_1^\infty \frac{K_2}{n} \sin\frac{n\pi x}{l} \cos\frac{n\pi x}{l} - \frac{\mu}{1-\mu}(q+\gamma h), \tag{1.73}$$

где K_2 — коэффициент, являющийся функцией от αh.

Допустим, что вблизи середины пролета характер распределения опорного давления практически не влияет на величину напряжений, тогда реакцию целика можно заменить равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью

$$q_2 = (q+\gamma h)\frac{l}{a}. \tag{1.74}$$

Разлагая q_2, согласно принятому положению (1.67), (1.68), в ряд по $\cos \alpha X$, находим

$$A_n = -\frac{2q_2}{n\pi} \sin\frac{n\pi a}{l}. \tag{1.75}$$

Из последнего выражения компонента напряжения по горизонтальной оси определяется формулой

$$\sigma_x = -2\sum_1^\infty A K_2 \cos \alpha X - \frac{\mu}{1-\mu}(q+\gamma h)$$

или

$$\sigma_x = \frac{4q_2}{\pi} \sum_1^\infty \frac{K_2}{n} \sin\frac{n\pi a}{l} \cos\frac{n\pi x}{l} - \frac{\mu}{1-\mu}(q+\gamma h).$$

При уменьшении отношения $\frac{l}{h}$ распределение напряжений приближается к получающемуся по обычной теории плоских сечений.

При отношении $h \leqslant \frac{l}{h}$ можно пользоваться обычными формулами теории сопротивления материалов.

Определение несущей способности целика. Необходимым предварительным условием при расчете несущей способности целика на основе метода предельного равновесия является установление границ областей предельного напряженного состояния, а также построение кривых скольжения, определяющих форму поверхностей скольжения, заполняющих эту область.

Установление границ областей и построение кривых скольжений в них связывается с размерами целиков. На рис. 42 представлена схема деления этих областей и их заполнения соответствующими сетками линий скольжения для случая «высокого» целика, т. е. для целика, у которого высота равна или больше, чем ширина $\left|\frac{a}{b}\right| \leqslant 1$. Здесь для области ABC имеем

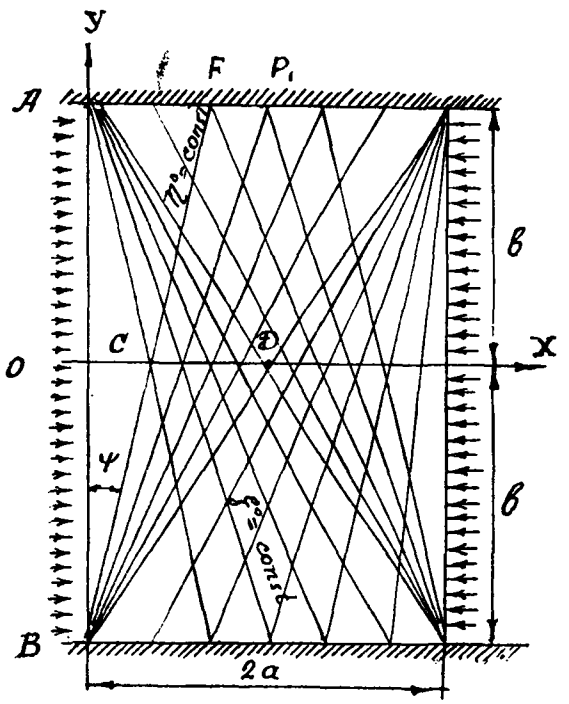


Рис. 42. К определению несущей способности целика

$$\sigma_y = K'[2\psi_0 + \sin 2\psi_0] - H, \tag{1.76}$$

где $2\psi_0$ — угол между линиями скольжения, который может быть определен из выражения $2\psi_0 + \sin 2\psi_0 = \frac{P+H}{K'}$.

Для отрезка CD имеем

$$\left.\begin{matrix}\sigma_x + H \\ \sigma_y + H\end{matrix}\right\} = 2K'\left(\operatorname{arctg}\frac{X}{b} \mp \frac{bX}{b^2 + X^2}\right). \tag{1.77}$$

Из рис. 42 видно, что отрезок AF определяется простым выражением: $AF = 2b \operatorname{tg} \psi_0$.

Компоненты напряжения здесь определяются выражениями

$$\left.\begin{matrix}\sigma_x + H \\ \sigma_y + H\end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}K'\left[(2\psi_0 \mp \sin 2\psi_0) + 2\left(\operatorname{arctg}\frac{2a - X}{2b} \mp \frac{2b(2a - X)}{4b^2 + (2a - X)^2}\right)\right]; \tag{1.78}$$

$$\tau_{x,y} = \frac{1}{2}K'\left[\cos 2\psi_0 + \frac{(2a - X)^2 - 4b^2}{(2a - X)^2 + 4b^2}\right].$$

Если отрезок A не достигает оси целика, т. е. $AF < a$, то приведенные выше выражения принимают следующий вид:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_x+H\\ \sigma_y+H\end{matrix}\right\}=K'\left\{\operatorname{arctg}\frac{2a-X}{2b}+\operatorname{arctg}\frac{X}{2b}\mp 2b\left[\frac{2a-X}{(2a-X)^2+4b^2}+\frac{X}{4b^2+X^2}\right]\right\};$$

(1.79)

$$\tau_{x,y}=\frac{1}{2}K'\left[\frac{4b^2-(2a-X)^2}{4b^2+(2a-X)^2}-\frac{4b^2-X^2}{4b^2+X^2}\right].$$

В случае «широких» целиков ленточного типа, где $\frac{a}{b}>1$, установление границы областей предельного напряженного состояния может быть осуществлено при двух условиях: при использовании уравнения криволинейной части огибающей кругов напряжений (рис. 43) и при использовании уравнения прямолинейного участка огибающей кругов напряжений (рис. 44).

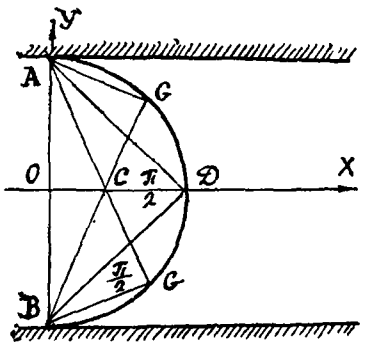


Рис. 43. Границы областей применения уравнения криволинейной части огибающей кругов напряжений

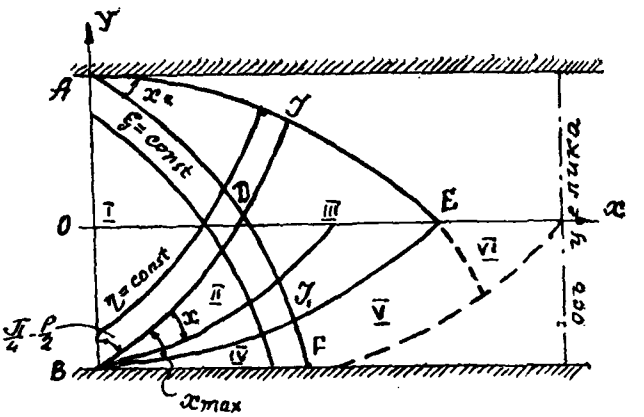


Рис. 44. Области, отвечающие краевым задачам в целике I при использовании уравнения прямолинейного участка огибающей кругов

Определим несущую способность целика при следующих исходных данных: высота целика $2b=10$ м; ширина целика $2a=22$ м, параметры сообщений: $к_1=160$ т/м^2; $к_2=100$ т/м^2; $\rho=30°$.

У нижней и верхней контактных поверхностей кровли имеются прослои глин. Поэтому можно допустить отсутствие по этим поверхностям трения и сцепления.

Распределение напряжений в этом случае по всему поперечному сечению целика будет равномерным и соответствовать напряженному состоянию, возникающему в первой области (рис. 44) при наличии трения и сцепления на контактных поверхностях. Нормальное напряжение находим по выражению

$$\sigma_y=W(1+\sin\rho)-K\operatorname{ctg}\rho. \qquad (1.80)$$

Разрушающая нагрузка определяется по формуле

$$P_p = \frac{4aK \operatorname{ctg} \rho}{1 - \sin \rho}. \qquad (1.81)$$

Для рассматриваемого случая имеем

$$P_p = \frac{4 \cdot 11 \cdot 160 \cdot 0{,}866}{1 - 0{,}5} = 12\,200 \text{ т}.$$

Если на контактных поверхностях имеется трение, то задача значительно осложняется. Рассмотрим решение задачи при угле трения $\rho = 30°$.

Прежде всего по формуле (1.64) определяем величину диаметра образующего круга циклоиды:

$$K' = \frac{100 - 160 \cdot 1{,}732}{1{,}571 - 0{,}524 - 1{,}732} = 259 \text{ т/м}^2.$$

Затем по формулам (1.76) и (1.77) находим величину угла ψ и нормальное напряжение, в результате получаем

$$\sigma_y = P = 507;$$

$$\psi_0 = 39°8' > \frac{\pi}{2} - \frac{\rho}{2}.$$

В этом случае в поперечном сечении целика предельное напряженное состояние отвечает только уравнению прямолинейной наклонной огибающей.

Компоненты напряжений по горизонтальной оси целика I—X определяются по следующим формулам:

— на отрезке OD (рис. 44, область I)

$$\left.\begin{matrix} \sigma_x + K \operatorname{ctg} \rho \\ \sigma_y + K \operatorname{ctg} \rho \end{matrix}\right\} = (P + K \operatorname{ctg} \rho) \frac{1 \pm \sin \rho}{1 - \sin \rho};$$

— на отрезке DE (область II)

$$\left.\begin{matrix} \sigma_x + K \operatorname{ctg} \rho \\ \sigma_y + K \operatorname{ctg} \rho \end{matrix}\right\} = W(1 \mp \sin \rho).$$

В последней формуле W находим из выражения

$$W = \frac{P + K \operatorname{ctg} \rho}{1 - \sin \rho} lXP(4\eta \operatorname{tg} \rho), \qquad (1.82)$$

где через ρ обозначен угол в точке B между границей первой области BD и линией скольжения семейства $\eta = \text{const}$.

В криволинейном четырехугольнике $DJEJ_1$ (область III) сетка

линий скольжения определяется по величине угла ρ и линейным размерам высоты целика (сторона $2b=AB$). Следовательно, при постоянной величине угла ρ в этой области координаты сетки линий скольжения находятся в линейной зависимости от $2b$. Поэтому сетки линий скольжения могут быть построены для $b=1$ при нескольких наиболее характерных значениях ρ.

Проведем сравнение методов В. Д. Слесарева и К. В. Руппенейта (по данным последнего).

По одному из месторождений имеем следующие условия: пролет выработки $2l=28$ м; мощность пласта песчаника $h=16$ м; средний объемный вес пород $\gamma=2{,}2$ т/м^3; глубина заложения $n=240$ м; коэффициент Пуассона $\mu=0{,}2$.

По формуле теории предельного равновесия находим

$$\sigma_{max}=\frac{1-0{,}4}{1-0{,}2}\cdot 240\cdot 2{,}2=198 \text{ т/м}^2.$$

По формуле сопротивления материалов имеем

$$\sigma_{max}=\frac{6h\gamma\cdot 2l^2}{24h^2}=\frac{6\cdot 240\cdot 2{,}2\cdot 28^2}{24\cdot 16^2}=402 \text{ т/м}^2.$$

Для потолочин, свободно опирающихся на целики, получаем

$$\sigma_{max}=\gamma h=528 \text{ т/м}^2;$$

$$\sigma_{max}=\frac{6\cdot 240\cdot 2{,}2\cdot 28^2}{8\cdot 16^2}=1210 \text{ т/м}^2.$$

Таким образом, при условии $h\geqslant l$ метод сопротивления материалов дает завышенные (в 2 раза) результаты по сравнению с методом механики сплошной среды. Однако это частный случай. При иных соотношениях исходных параметров выработок и свойств пород можно получить противоположные результаты.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ СДВИЖЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД (МЕТОД С. Г. АВЕРШИНА)

Современную теорию механики сплошной среды С. Г. Авершин применил к исследованию сдвижения горных пород, расположенных над выработанным пространством [1, 8]. Массив горных пород, расположенный над выработанным пространством, рассматривается им как сплошная среда, деформирующаяся во времени.

На основе данных периодических наблюдений элементов смещения (в пределах сдвигающегося массива) вычисляется скорость процесса и строится поле векторов скоростей смещений. Поле ско-

ростей смещений дает возможность сделать теоретический прогноз ожидаемой картины сдвижений горных пород в той или иной части массива.

Метод С. Г. Авершина теоретически вполне обоснован. Его можно сравнить с графическим методом веревочного многоугольника, примененного В. Д. Слесаревым и нами, а также с графическим методом С. С. Голушкевича. Оба этих метода имеют достаточное теоретическое обоснование и на практике дают хороший эффект.

Что касается точности и удобства применения этих методов, то это целиком и полностью зависит от качества и количества фактического материала. В частности, эффективность применения метода С. Г. Авершина обусловливается постановкой службы маркшейдерского наблюдения за сдвижением горных пород при подземной разработке месторождения. Построенные С. Г. Авершиным эпюры сдвижений на поверхности и в толще массива вполне обоснованы. В тех случаях, когда данные наблюдения, послужившие исходным материалом, количественно достаточны и качественно надежны, теоретическая эпюра достаточно хорошо совпадает с фактической картиной процесса.

Раздел второй

ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СТРУКТУРЫ МАССИВА И МЕТОДЫ ИХ ИЗУЧЕНИЯ

Целью настоящего раздела является выяснение роли структурных элементов массива горных пород при решении тех или иных горнотехнических вопросов.

Основное внимание уделяется механизму структурообразования массива горных пород и месторождений полезных ископаемых в условиях недр. Рассматриваются прежде всего трещинная тектоника, нарушения пород и руд, а также различные изгибы пластов. Вопросы же региональной геотектоники, а также петротектоники затрагиваются постольку, поскольку они необходимы для анализа механизма образования трещин в породах и складок.

Как известно, в петрографии и минералогии наряду с понятием «структура» употребляется термин «текстура». При этом под структурой подразумеваются те особенности строения горной породы, которые обусловливаются размерами, формой и взаимоотношениями составных частей пород. Текстура определяется расположением этих частей в пространстве. Например, зернистая структура гранита может иметь вместе с тем различную текстуру; порода или руда с вкрапленной структурой обладает флюидальной, полосчатой или слоистой текстурой и т. д.

Эти термины, по существу, означают различные масштабы строения горных пород и руд. В структурной геологии термин «структура» обычно не используется.

Учитывая изложенное, в данной работе мы будем придерживаться единого термина «структура», обозначающего геологическое строение.

Глава 1

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПРИРОДЕ СТРУКТУРЫ ПОРОДЫ И КРИТЕРИИ ЕЕ ОЦЕНКИ

Элементарные частицы, слагающие данное тело, обладают различными размерами. Нас будут интересовать в первую очередь наибольшие, т. е. образующие, элементарные частицы. Поясним это на примере. Порода, как известно, состоит из минеральных агрегатов. Химический и минералогический состав, механические свойства определяются прежде всего формой, размерами и количественно-качественным соотношением входящих в нее породообразующих минералов. Эти минералы состоят из химических элементов, которые, в свою очередь, состоят из еще более дробных частиц: атомов, протонов, электронов и т. д. Кроме породообразующих минералов в породе есть и другие — второстепенные, акцессорные минералы и рассеянные примеси. Но в номенклатурное определение породы они не входят. Поэтому особенность строения, т. е. структура горной породы, обусловливается размерами, формой и взаимным расположением составных частей пород, т. е. породообразующих минералов.

Следовательно, породообразующие минералы и являются главными частицами, определяющими структуру породы. При изучении структуры пород эти минералы рассматриваются как единое целое. Поэтому считается, что элементарными частицами структуры или структурными частицами будут такие частицы, которые при анализе структуры представляются как элементы, слагающие данную структуру, а при формировании этой структуры ведут себя как единое целое.

Когда изучается структура массива горных пород, разбитых системами трещин в различных направлениях, то подобными элементарными частицами, создающими деформированную структуру массива, являются природные блоки пород. Эти блоки, образованные системами трещин и слагающие структуру массива, будем называть структурными блоками.

По аналогии с петрографическим определением под структурой массива будем подразумевать те особенности его строения, которые обусловливаются размерами, формой и взаимными отношениями элементарных структурных блоков.

При изучении структуры какого-либо геологического района или провинции элементарными структурными частицами будут уже не куски или блоки, а целые массивы горных пород.

Наконец, рассматривая структуру земной коры в целом, можно

говорить о платформенных глыбах и геосинклинальных провинциях как об элементарных структурных частицах (единицах).

Перемещения указанных частиц-блоков пород относительно друг друга являются теми элементарными движениями, совокупность которых создает смещение массива. Элементарными перемещениями будут такие, при которых сплошность тела не нарушается. Это возможно тогда, когда амплитуда смещения (сдвига) не превышает размеров самих перемещающихся элементарных частиц. Если амплитуда смещения значительно больше размеров структурных частиц, то происходят крупные нарушения массива типа сбросов, выбросов, надвигов или сдвигов. В этом случае массив перестает быть единым целым — он разбивается на отдельные части. Разумеется, что разные масштабы передислокаций структурных элементов требуют различных методов полевых наблюдений и камеральной обработки. При изучении структурных особенностей массива основными являются полевая съемка и измерение элементов деформации горных пород, выраженных в виде трещиноватости, изгибов пластов и т. д.

Для выявления главных направлений деформации применяется метод статистики. Толкование механизма формирования структуры массива в основном дает теория пластичности, которая в данном приложении, как было показано выше, претерпевает некоторую модернизацию. При этом широко используется графический метод.

Таким образом, в основу структурного анализа массива горных пород положено изучение трещинной тектоники. Прежде чем перейти к изложению основного содержания данной главы, необходимо ответить еще на некоторые принципиальные вопросы, возникающие в связи с применением теории пластичности.

Естественные структурные блоки отдельности массива горных пород по аналогии с общепринятой терминологией механики твердых тел будем называть элементарными частицами. Эти блоки обычно имеют многогранную форму и размеры порядка нескольких сантиметров, в диаметре они могут изменяться в среднем от 1 до 50 см.

Возникает вопрос: можно ли такие крупные куски называть элементарными частицами?

Чтобы правильно ответить на этот вопрос, необходимо сопоставить размеры «элементарной частицы» с размерами всего деформируемого тела. По отношению к массиву горных пород, имеющему размеры порядка сотен и тысяч метров, эти структурные блоки могут рассматриваться как элементарные частицы. Но если сравнивать их с лабораторными образцами породы размером около 5—10 см в диаметре, то такие структурные блоки будут уже целой частью тела, а не элементарной частицей. С физической

точки зрения при структурном анализе твердого тела элементарные частицы первого порядка — это такие наибольшие частицы этого тела, которые при образовании данной структуры ведут себя как жесткое целое.

Если размеры смещающихся при деформации элементарных частиц очень малы по сравнению с телом, то деформация будет непрерывной и квазипластической. Изгибы пластов в виде складок, сопровождающиеся развитием трещиноватости, служат типичной формой проявления квазипластической деформации. Как известно, при приближенном решении задач теории предельного равновесия сплошной среды «бесконечно малые» приращения координат заменяются конечными их разностями, что дает возможность определить сетку характеристик (метод Массо, Соколовского и др.). При этом ячейки разностных сеток довольно крупные — до нескольких метров, т. е. даже крупнее сеток трещин в породе. Следовательно, рассматривая системы трещин как следы систем поверхностей скольжения при пластической деформации, мы нисколько не нарушаем логической стройности теории.

Критерием влияния структуры на деформацию массива является требуемая точность при решении каждой конкретной задачи. Допустим, что пределом требуемой точности будет $\frac{a}{A} \leqslant 0{,}01$, где a — диаметр блока отдельности; A — диаметр изучаемого образца породы.

Для глинистой породы с размерами частиц-песчинок порядка 0,1 мм в диаметре и образца породы для испытания размером 10 см в диаметре имеем $\frac{a}{A} = \frac{0{,}1}{100} = 0{,}001$.

Следовательно, данный образец вполне может представлять собой массив данной породы. На основании результатов испытания таких образцов вполне точно можно анализировать породу как бесструктурную и применять соответствующие методики В. В. Соколовского и др.

Допустим, что порода скальная, разбитая системой трещин, средняя густота которых 40 см. Требуется определить среднюю крепость породы целика размером 2 м в диаметре. Тогда $\frac{a}{A} = \frac{40}{200} = 0{,}2$.

Пренебречь трещиноватостью породы в данном случае нельзя, т. е. расчеты должны вестись с учетом структуры массива.

Учет трещиноватости массива ведется путем относительной оценки интенсивности трещин по сравнению с недеформированным или однородно-изотропным деформированным массивом (по аналогии с задачей В. В. Соколовского). При этом слагающими

массива считаются однородные геометрические образцы — в виде куба или шара, а в плоском сечении — в виде квадрата или круга.

Но отсюда вовсе не следует, что до деформации массив состоял из элементарных кубиков или шариков, которые после деформации превратились в параллелепипеды или эллипсоиды. До деформации никаких элементарных геометрически обособленных форм в массиве не было. В процессе деформации до возникновения трещин, т. е. до образования геометрически обособленных форм структурных блоков, массив деформировался по законам механики сплошной среды, в нем проявлялись пластическое течение, трение между минеральными зернами и т. п.

Трещины обычно возникают в тех местах, где внутреннее напряжение превосходит предел прочности материала. Следовательно, чем гуще они расположены, т. е. чем больше дробление породы, тем интенсивнее степень деформации массива. Чтобы вычислить густоту трещин в том или ином направлении, необходимо иметь какую-то стандартную меру: линейку, если нас интересует только одно направление; квадратную сетку, если направлений два; объемную решетку, если направлений три. Эти меры и являются геометрическими образами исходного условного (недеформированного) тела. Указанную объемную решетку в дальнейшем будем называть элементарным объемом тела (не путать с элементарным структурным блоком!).

Глава 2

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД

Как известно, такие элементы деформации горных пород, как трещиноватость, изгибы, складки и смещения, образуются в результате различных геологических процессов, которые могут быть объединены в следующие два типа: экзогенные и эндогенные.

В соответствии с этим геологические структуры также могут иметь экзогенное или эндогенное происхождение. Эти два типа структур иногда так тесно переплетаются, что их трудно разграничить. Но тем не менее часто их легко установить и расчленить.

К экзогенному типу относятся такие структуры, которые возникли главным образом благодаря деятельности внешних поверхностных геологических агентов. Выветривание горных пород, их

разрыхление, разрушение, перемещение, накопление, уплотнение и т. п. являются следствием экзогенных процессов.

Эндогенные процессы обусловлены в первую очередь внутренней энергией самой Земли, которая является первопричиной образования не только внутренней собственно геологической тектонической структуры, но и геоморфологических элементов, глобального рельефа. К эндогенным процессам относятся эпейрогенические (колебательные) и орогенические (горообразовательные) движения земной коры и связанная с ними плутоническая деятельность.

Основными видами движения при образовании эндогенных форм геологической структуры считаются тектонические. В соответствии с этим эндогенные типы геологической структуры могут быть названы эндотектоническими или глубинно-тектоническими, или просто тектоническими.

Среди экзогенных процессов имеются такие, которые участвуют в формировании геологических структур, аналогичных глубинно-тектоническим. К ним относятся деформации горных пород, связанные с оползневыми явлениями, с движением ледников, соляной тектоникой и пр. Эти процессы могут быть объединены под общим названием экзогенной или поверхностной тектоники.

Кратко охарактеризуем перечисленные типы структур.

ПОВЕРХНОСТНЫЕ, ИЛИ ПЕРВИЧНЫЕ, СТРУКТУРЫ

Слоистая структура осадочных пород. Наиболее характерной чертой осадочных пород является их стратиграфическая слоистость. Плоскости напластования отдельных слоев с механической точки зрения обычно представляют собой плоскости некоторого ослабления: пласты, как правило, легче всего разделяются по этим системам плоскостей. Сами же слои различаются по петрографическому составу, текстуре, крепости или окраске. По мощности и однородности слои разделяются на пласты, пропластки или прослойки.

Пласт — слой однородного материала, имеющий значительную мощность. Если в пределах пласта встречаются некоторые тонкие подразделения слоев, то они будут называться пропластками или прослоями. При этом пропластки могут состоять из нескольких прослоев. Вообще строгого разграничения между ними нет. Условно можно пользоваться следующим приближенным представлением: мощность пластов измеряется метрами, мощность пропластков — сантиметрами, а мощность прослоев — миллиметрами.

Сланцеватость. В глинистых осадках в процессе уплотнения и пластического течения пластинчатые и столбчатые минералы обыч-

но ориентируются параллельно плоскостям слоистости. Так образуется сланцеватая структура в пластических глинистых породах. Тонкослоистые сланцы и рассланцованные породы невооруженным глазом иногда неотличимы друг от друга. В таких случаях необходим петротектонический анализ (см. далее).

В пределах каждого слоя часто наблюдаются постепенные переходы, обусловленные изменением в вертикальном направлении размеров зерен — от грубого материала внизу до тонкого вверху. В результате на контакте различных слоев отмечаются резкие переходы, причем кровлю нижнего пласта представляет тонкий материал, а почвы верхнего пласта — грубый. Такая закономерность обычна и может служить одним из признаков определения верхней и нижней частей пластов.

Указанное разделение на фракции и текстурное изменение могут происходить в спокойных придонных водах в смешанном материале, приносимом поверхностными потоками. Примерами таких отложений могут служить ледниковые и озерные ленточные глины и морские аргиллитовые песчаники, переходящие в глинистые сланцы.

Воды, содержащие взвешенный материал, вследствие сравнительно высокого удельного веса текут вниз при незначительных уклонах дна бассейнов стоячих вод и переносят обломки, размером достигающие галек.

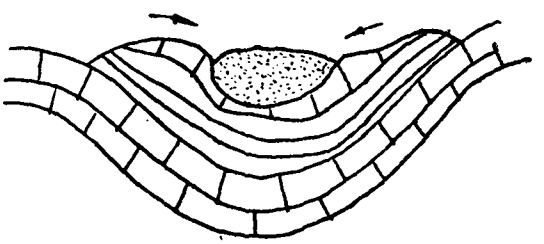


Рис. 45. Оползневая структура

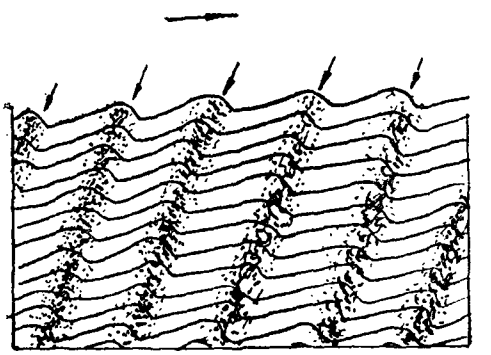


Рис. 46. Рябь

Первоначальным естественным положением плоскостей слоистости обычно является горизонтальное направление. Но нередко встречаются и косослоистые отложения, и осадки, отложившиеся на наклонных поверхностях дна. В этих случаях возникают оползни и скольжения, приводящие к смятию осадков (рис. 45).

Величина угла наклона первоначального падения пластов иногда значительна (до 45°) и зависит от угла естественного откоса осадков. Пласты грубозернистого песка в условиях спокойной воды или воздуха могут иметь максимальную величину угла есте-

ственного откоса и, следовательно, угла первоначального падения. Для пластов тонкозернистых осадков обычно характерно пологое падение. В связи с первоначально наклонным залеганием пластов также неизбежно и первичное несогласное их напластование.

Аналогичные углы падения пластов могут образоваться также при неравномерном уплотнении осадков. В результате потери воды и давления налегающих пород объем осадков значительно сокращается: в глинах — до 75%, а в песчаниках и известняках — до 25%. При таком неравномерном сокращении объема пород первоначально залегавшие горизонтальные глинистые пласты приобретают наклон от линзовидных включений песчаников и известняков.

Рябь. Когда вода или воздух движутся по не вполне затвердевшей поверхности слоев рыхлых отложений, она становится волнистой или покрывается рябью. Если движение имеет односторонний характер (течение), то рябь получается несимметрично обращенной пологим склоном к направлению течения, а крутым склоном — против течения (как в песчаных дюнах). Если движение носит колебательный волновой характер, то рябь будет симметричной. В том и другом случае острые гребни волновой ряби обращены вверх. Этим признаком пользуются при определении положения верхней части пласта (рис. 46).

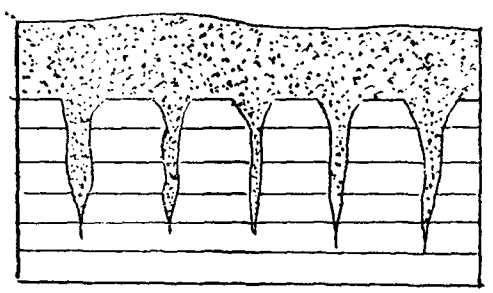


Рис. 47. Трещины усыхания

Трещины усыхания. В процессе усыхания объем осадка сокращается. При этом, если поверхность осадка уже затвердела, образуются трещины усыхания или сокращения. Обычно они возникают в том случае, когда вязкие глинисто-илистые осадки подвергаются воздействию сухого воздуха. Они хорошо сохраняются, если растрескавшиеся осадки снова покрываются водой, содержащей взвеси, либо золовым или иным материалом, заполняющим эти трещины. Трещины усыхания обычно неглубокие и сужаются к нижней части пласта. Направление выклинивания и заполняющий материал дают возможность распознавать эти трещины и определять основание пласта (рис. 47).

Соляная тектоника. Каменная соль имеет более низкий удельный вес и еще более низкую сопротивляемость по сравнению с окружающими ее горными породами. Ввиду этого пласт соли, залегающий среди осадочной свиты пород, всегда стремится подняться вверх. В случае достаточной пластичности покрывающих пород в наиболее слабых местах в них внедряются пластические

соляные массы в виде штоков или соляных куполов. В итоге в соляной массе получаются сложные складки, а вышележащие слои пород «задираются» вокруг внедряющейся массы. Во многих случаях соляная тектоника имеет сложный характер. Механизм ее хорошо изучен и подробно описан в литературе.

Ледниковая тектоника. Аналогичную с соляной тектоникой деформацию горных пород производят движущийся лед или айсберги. Брекчирование, смятие и другие виды деформации характерны для более пластичных пород, подвергшихся воздействию льда. Известны сигмоидально изогнутые поверхности надвигов и сложные складки ледникового происхождения. Примером подобной ледниковой тектоники является складчатая деформация третичных бурых углей в Германии. Кроме того, в геологической науке в последнее время стали уделять серьезное внимание процессам деформации в самих ледниках и снежно-ледниковых массах. В геомеханике имеется даже специальный раздел — ледниковая и снеговая механика. Большой интерес представляет глобальное исследование ледниковой механики, связанной с вращательным движением Земли.

В заключение отметим, что для изучения структуры массива горных пород необходимо знать ее геологический генезис. Но было бы ошибкой всю задачу анализа механизма структуры массива всецело возлагать на геологию. Иногда механический анализ может сопровождаться геологической съемкой, а иногда даже предшествовать ей и существенным образом влиять на решение геологической задачи.

Представим себе некую структуру, геологический генезис образования которой нам неясен, но по геометрическому виду данной структуры, по характерным ее чертам можно установить куполовидное диапировое строение. Следовательно, в данном случае мы имеем дело с соляной тектоникой. При этом куполовидный диапир может быть установлен без геологического анализа, на основе чисто механического изучения элементов остаточной деформации горных пород в виде трещин, рассланцованности, изгиба, смятия и пр. Отсюда следует необходимость применения принципов механики к изучению геологических структур, независимо от степени изученности ее геологического генезиса.

ТЕКТОНИЧЕСКИЕ ДИСЛОКАЦИИ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД

Обычно различают дислокации двух типов: пликативную и дизъюнктивную.

При пликативной дислокации деформация массива происходит без разрыва его сплошности, т. е. является пластической. По существу, это изгибы пластов различных масштабов. Следовательно,

при пликативной дислокации образуются складчатые формы структуры. При дизъюнктивной дислокации, наоборот, массивы подвергаются различным нарушениям или разрывам. При этом одна часть массива испытывает некоторое смещение относительно другой его части.

Следовательно, в природе имеются два типа структур: складки и смещения. Кроме того, существует структура изверженных горных пород, имеющая несколько иной характер, чем рассмотренные типы.

Пликативные дислокации (складки)

При описании складок за опорную или базисную принимается горизонтальная плоскость. Складки классифицируются по расположению точек изгибов пластов к горизонтальной плоскости. Следовательно, геометрическое место точек изгибов пластов — важнейший характеристический элемент складок. Он может быть представлен точкой (шарнирная точка складки), линией (осевая линия), плоскостью (осевая плоскость) и поверхностью (осевая поверхность).

Характеристический элемент складки является некоторой, как бы нейтральной, экстремальной или инвариантной зоной, по обе стороны которой элементы залегания пласта имеют обратные или противоположные направления и эти части пласта именуются крыльями складки.

Следовательно, осевая плоскость (или поверхность) складки представляет собой плоскость (или поверхность), проходящую внутри складки через точки изгибов пластов, обычно равноудаленных от обоих крыльев складки. Это плоскость (или поверхность) наибольшего изгиба пласта.

Осью или осевой линией складки называется средняя линия складки, где пересекаются осевая плоскость и плоскость (поверхность) напластования. Она является линией наибольшего изгиба пласта.

Если выпуклость изгиба обращена вверх, то такая складка называется антиклиналью; и наоборот, если выпуклость изгиба обращена вниз, то складка называется синклиналью. В случае антиклинали нижслежащие, более древние пласты оказываются в центральной части складки, т. е. в ее ядре, а более молодые — на крыльях. В случае же синклинали картина обратная — более молодые пласты находятся в ядре синклинали, а более древние — на крыльях. Этими признаками пользуются при определении вида складок, когда они опрокинуты.

Линия, соединяющая самые верхние точки антиклинальной складки, называется гребнем или седлом, а линия, соединяющая

самые нижние точки синклинальной складки, называется килем или мульдой (рис. 48).

По положению осевой плоскости и форме складки делятся на несколько типов. Наиболее характерные из них приведены на рис. 49. Кроме того, выделяются симметричные и несимметричные складки.

Если длина и ширина складки более или менее одинаковы, т. е. если складка изометрична, имеет округлую форму, то ее обычно называют куполом или мульдой. Если складка по длине несколько вытянута в одном направлении, то ее называют брахискладкой. Если длина складки несоизмеримо больше ее ширины, то такая складка называется линейной.

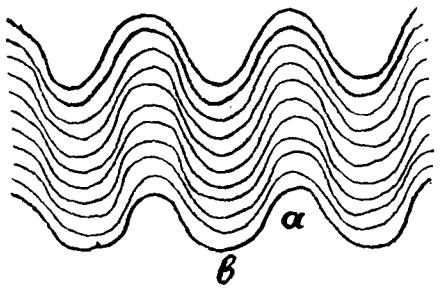


Рис. 48. Структуры складчатых волн: *а* — гребень; *в* — киль

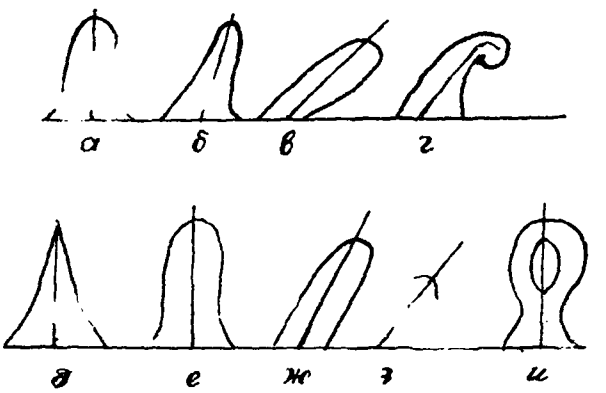


Рис. 49. Типы складок: *а* — прямые; *б* — наклонные; *в* — лежачие; *г* — ныряющие; *д* — острые; *е* — сундучные; *ж* — изоклинальные; *з* — моноклинальные; *и* — веерообразные

Перечисленные типы складок по форме являются простыми. В природных условиях часто формы складок значительно сложнее. Иногда они тесно переплетаются между собой или образуют закономерно расположенную группу.

На крыльях сложных складок возникают дополнительные (вторичные) складки волочения. Складки обычно сопровождаются трещинами и рассланцеванием, которые так же, как и складки волочения, находятся во вполне закономерном взаимоотношении с расположением характеристических элементов складок. Этими закономерностями пользуются при определении механизма образования складок.

Группы складок могут быть параллельные, кулисообразные, гирляндовые, виргации, сцепления и др.

По механизму образования можно выделить складки продольного и поперечного изгиба, скольжения или скалывания, течения [83]. Однако во многих случаях встречаются складки промежу-

точного генезиса, с признаками нескольких типов. Они называются комбинированными.

Механизм образования складки продольного изгиба сводится к изгибу пласта, рассматриваемого как пластина, под действием давления (сжатия), направленного обычно нормально к плоскости пласта. При этом длина изогнутой части сокращается; геометрическая форма складки в конечном счете определяется механическими свойствами пород, слагающих слои пласта. Более жесткие пласты, мало испытывающие пластическую деформацию, слагают основную часть («каркас») складки; степень сокращения может быть определена по такому каркасному пласту, называемому обычно компетентным. Между тем более пластичные пласты, слои и пропластки могут подвергнуться деформации течения или скольжения, вследствие чего образуются дополнительные складки, которые приспосабливаются к форме изгиба основного жесткого пласта. Эти складки развиваются в зонах сокращения земной коры, создавая зоны выбросов и надвигов.

Складки поперечного изгиба образуются под действием вертикальных сил, имеющих в разных местах различную интенсивность. При этом изогнутые пласты не сопровождаются сокращением. Наоборот, при действии давления снизу площадь поверхности деформируемого пласта увеличивается. При этом происходит растяжение — течение материалов в пластическом слое от гребня антиклинали к крыльям с появлением куполовидных складок или сбросов. Такого типа складки наиболее распространены в областях расширения или растяжения земной коры, т. е. в зонах развития сбросов и разломов.

Складки скольжения или скалывания возникают в тех случаях, когда происходят элементарные смещения (дифференциальные движения) вдоль многочисленных плоскостей — систем скольжения (или скалывания), в результате чего пласты приобретают криволинейные очертания, напоминающие изгибы.

При образовании такого типа складок плоскости скольжения иногда сближаются настолько, что могут создать настоящую сланцеватость. Чем гуще расположены системы скольжения (плоскости сланцеватости), тем совершеннее и мельче образующиеся при этом складки. Наоборот, при редких системах скольжения проявляются более грубые крупные складки.

В процессе образования складок скалывания мощность данного пласта, измеренная вдоль плоскостей скалывания, остается постоянной. Но здесь надо иметь в виду, что в апикальной части складки пласты при измерении под прямым углом к плоскости напластования кажутся более мощными, чем на крыльях. По расположению системы скольжения можно определить механизм образования складок (рис. 50).

Складки течения появляются в породах с весьма слабым сопротивлением деформации (с незначительным различием в напряжениях), поэтому они могут принимать любую форму в зависимости от условий испытываемого давления со стороны более устойчивых окружающих пород. В процессе такого пластического течения отдельные пласты испытывают сильное утолщение или растяжение, поэтому они, будучи «выпрямленными», не могут служить показателем степени сокращения пластов при анализе складкообразования.

Как было отмечено выше, складки течения могут образоваться в некомпетентных пластах, залегающих среди более компетентных. Однако здесь надо учитывать активную роль высокоподвижных пластов как активных передатчиков напряжения. Часто они действуют как смазка между жесткими поверхностями пластов. Такие подвижные пласты иногда образуют самостоятельную структуру складок течения. Например, если компетентные слои, заключенные в подвижных слоях, тонкие, то они могут быть разрушены и «растащены» по крыльям складок течения.

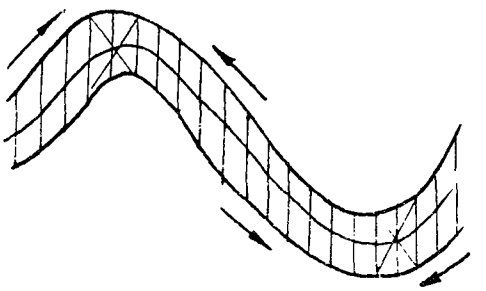


Рис. 50. Смещение пластов при изгибе

В последнем случае по характеру расположения разобщенных кусков компетентного слоя можно установить направление течения высокоподвижного пласта. Складки течения образуются при оползнях, а также при соляной тектонике.

Сложные или комбинированные складки возникают при условиях неоднородностей напряжений и механических свойств горных пород. Примером этому служат складки изгиба со скалыванием, появляющиеся при изгибе компетентных пород в условиях формирования складок продольного изгиба и одновременного скольжения промежуточных некомпетентных пластов вдоль плоскостей ложной сланцеватости.

Таким образом, складки могут быть представлены как огибающие поверхностей разрушения, включающих в себя внутренние системы скольжения. Далее рассмотрим мелкие структуры складчатых пород.

Складки волочения. При развитии складок в компетентных породах, как было отмечено выше, происходит проскальзывание пластов относительно друг друга по параллельным плоскостям напластования, в результате чего на этих плоскостях образуются зеркала скольжения. При этом если между компетентными пластами имеются некомпетентные слои, то подвижки первых относи-

тельно вторых вызывают действие скалывающих напряжений в некомпетентных пластах, в которых и возникают складки волочения. Ориентация этих складок согласуется с расположением главной складки. В случае складок продольного изгиба, где верхний компетентный пласт движется по нижнему в сторону гребня антиклинали, простирание осевых линий складок волочения должно быть параллельно осевой линии той складки, в крыле которой складки волочения развиваются. Направление и угол склонения складок волочения и главной складки в таком случае тоже совпадают. Во многих случаях острый угол между осевой плоскостью складки волочения и плоскостью напластования ближайшего компетентного пласта указывает на направление движения этого пласта.

Кроме того, известно, что при складкообразовании верхний компетентный пласт движется в сторону гребня антиклинали, а нижний — в сторону киля (мульды). На основании этих двух признаков можно восстановить положение антиклинали и синклинали (рис. 51). Данное положение описано нами в работе [48].

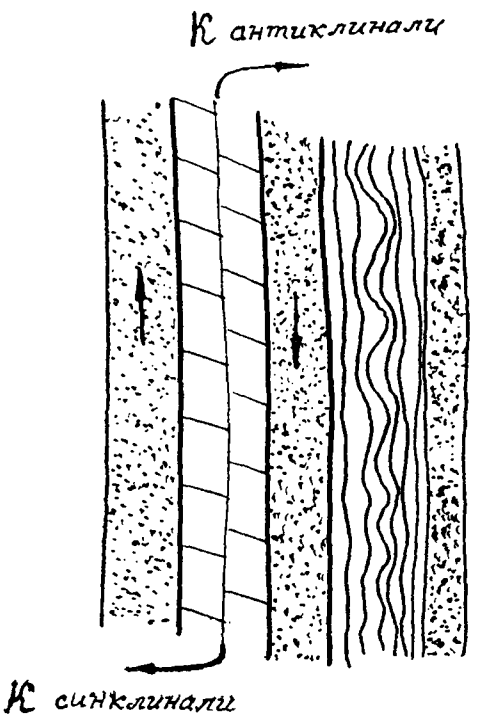


Рис. 51. Определение положения складок по структурным элементам

Трещины. Плоскости разрыва в горной породе, по которым подвижки отсутствуют или весьма незначительны, называются трещинами. Поверхности трещин наиболее ясно выделяются в верх-

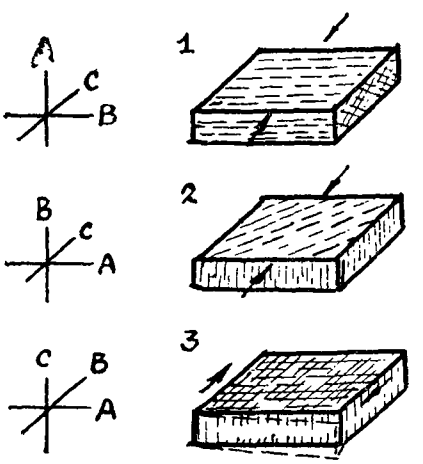


Рис. 52. Ориентация систем скольжения

ней части земной коры, на дневной поверхности, где породы подвергаются выветриванию. По мере углубления стенки трещин сближаются, и на большой глубине они превращаются в микротрещины или совершенно исчезают, но при этом плоскости трещин потенциально существуют и также служат поверхностями ослаб-

ления. Как было отмечено, причины возникновения трещин в осадочных породах различны. Главными из них являются сокращения при дегидратации, расширения при выветривании, действие приливов в земной коре, тектонические деформации и пр.

Параллельно расположенную в одном направлении систему трещин обычно называют серией трещин. Если две такие серии пересекаются под определенным углом, образуя сетку трещин, то их обычно называют сопряженной системой трещин. Если пересекаются три серии трещин, образуя в пространстве решетку трещин, то их называют параллелепипеидальной системой трещин.

В геологии принято рассматривать плоскости трещин как сколовые и разрывные системы. В соответствии с этим тектонические трещины по их происхождению подразделяются на трещины скалывания (или скольжения) и разрыва. При этом считается, что трещины скалывания обязательно должны иметь гладкие поверхности, а трещины разрыва — неровные, рубцовые. Однако надо иметь в виду, что эти два типа трещин нельзя противопоставлять друг другу и что критерий их разграничения имеет условный характер. В последнее время в механике выясняется более точная взаимосвязь между указанными понятиями, и это необходимо учитывать геологам.

«Условия на поверхности разрушения, — пишет А. Надаи [56, с. 250], — наклоненной под определенным углом относительно главных направлений σ_1 и σ_3, зависят от одного важного обстоятельства, которому не придавалось значения, а именно — от того, действует ли по этой поверхности сжимающее или растягивающее нормальное напряжение. Большинство случаев разрушения путем «сдвига», описанных в литературе, относится к тем случаям, для которых $\sigma > 0$. Интересно заметить, что, согласно приведенным выше в тексте рассуждениям, разрушение по наклонным площадкам может развиваться постепенно, с возрастанием угла φ, начиная от случая $\varphi = 0$, который характеризуется (по вышеприведенному делению) как случай разрушения путем чистого отрыва. Если по наклоненным под некоторым углом φ поверхностям разрушения действуют положительные растягивающие напряжения, то эти поверхности не обнаруживают разрушенной структуры, содержащей обломки зерен, характерной для разрушения путем сдвига. **Поэтому в противоположность резкому разграничению двух условий разрушения**, каждое из которых характеризуется своей поверхностью $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$ и $f_2(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$, **следует допустить существование постепенного перехода от разрушения путем отрыва к разрушению путем сдвига».**

Любую пару сопряженных систем трещин можно рассматривать как сколовую, но при этом необходимо учитывать условные деформации, отличать секторы сжатия от секторов растяжения и пр.

Сколовые системы, как было отмечено, дают возможность построить по ним ту или иную фигуру деформации, в частности эллипсоид деформации, что геологи давно используют на практике. Этот способ определения эллипсоида деформации имеет важное значение при изучении процессов горного давления, в связи с чем приведем следующий пример.

На блок-диаграмме (рис. 52) приведены системы трещин, а слева показаны схемы ориентации осей эллипсоидов деформаций, соответствующих данному расположению систем трещин (по Нивину).

В случае *1* сжимающее усилие действует с севера на юг, а наибольшее удлинение при этом направлено вверх. В случае *2* направление действующего сжимающего давления остается без изменения, но сколовые системы направлены вертикально; наибольшее удлинение ориентировано в широтном направлении. Наконец, в случае *3* имеет место скалывающее давление, приводящее к образованию вертикальных сколовых систем трещин и горизонтальной ориентации наибольшего удлинения.

Необходимо отметить, что сколовые системы трещин развиваются в породах в зависимости от их механических свойств и условий деформации. Следовательно, каждый пласт, отличающийся по своим физико-механическим свойствам от окружающих соседних пластов, как правило, имеет свою собственную систему сколовых трещин определенной густоты и ориентации. Густота трещин, т. е. интервал между плоскостями параллельной серии трещин, и величина угла между сопряженными системами трещин являются характерными для данной породы. Эти две величины соответствуют двум членам математического выражения закона Кулона — Мора. Путем изучения этих двух характеристических элементов деформации горных пород можно выяснить их общую механику. В частности, по результатам замеров элементарных систем трещин и соответствующего их обобщения можно восстановить общую (в данном случае складчатую) структуру массива, что, в свою очередь, позволит выяснить картину механической анизотропии массива. Задачу восстановления общей картины структуры деформации массива можно сравнить с задачей определения кривых предельного равновесия по методу В. В. Соколовского и др.

Сланцеватость. Сланцеватость, или кливаж, — способность горных пород раскалываться на тонкие пластинки вдоль параллельных или почти параллельных плоскостей, образующихся в результате метаморфизма пород. Сланцеватость обычно имеет более или менее постоянное и самостоятельное простирание и падение; она может пересекать слоистость под любым углом. Различают два типа сланцеватости: течения и скалывания.

Сланцеватость течения возникает при преобразовании

состава пород, т. е. при параллельной ориентации пластинчатых и столбчатых минералов по системам параллельных плоскостей. Такими сланцеобразующими минералами являются слюды, роговые обманки, полевые шпаты и т. п.

Сланцеватость течения характерна для кристаллических сланцев. Поскольку здесь происходит течение материала в твердом состоянии, развивающиеся скольжения, как и в жидкой среде, характеризуются односистемностью. Иначе говоря, возникает только одна серия — система параллельной сланцеватости без сопряженной пересекающейся системы; причем эта одна система, как правило, по простиранию совпадает с осевой плоскостью складки. В природе часто сланцеватость течения невозможно отличить от обычной сланцеватости скалывания. Поэтому у геологов бытует мнение, что за термином «сланцеватость течения» нужно сохранять лишь текстурное и микроструктурное понятие. В таком случае сланцеватость течения будет частным (локальным, местным) случаем проявления общей скалывающей сланцеватости.

Сланцеватость скалывания. В геологической литературе иногда раздельно употребляют два термина: «сланцеватость разлома» и «сланцеватость скалывания». Мы будем рассматривать их совместно.

Сланцеватость скалывания, являясь тесно сближенной системой скольжения, образует механически ослабленную серию или зону в массиве. При этом скалывание может происходить по одной серии плоскостей эллипсоида деформации, ориентированной под некоторым углом к плоскости. Такое скольжение может осуществляться одновременно по двум сопряженным системам. В последнем случае амплитуда и направление вектора смещения определяются суммарными движениями по обеим системам. Сланцеватость может следовать по одному доминирующему направлению скалывания. Если интенсивность смещения по обеим системам скольжения имеет одинаковый характер, то может образоваться одна самостоятельная промежуточная результирующая система серии сланцеватости. Наряду с указанными типами сланцеватости в складчатых зонах часто встречается веерообразная сланцеватость, сходящаяся кверху или книзу в зависимости от направления элементов, с которыми она связана.

В складках скалывания сланцеватость всегда параллельна оси плоскости складок, с некоторыми отклонениями на крыльях.

Как и в случае складок волочения, серия сланцеватости в некомпетентных породах может служить указателем направления изгиба пластов, т. е. указателем расположения ближайших антиклиналей и синклиналей. При этом существует общее правило: острый угол между напластованием и сланцеватостью показывает направление скольжения по плоскости напластования, испытывае-

мого соседним пластом. Если сланцеватость падает под меньшим углом, чем пласт, можно предполагать наличие опрокинутой складки. Это правило с теоретическим обоснованием и эмпирическими подтверждениями подробно описано в работе [91]. Там же отмечено, что по ориентировке острых углов между плоскостью напластования компетентного пласта и плоскостью кливажа можно восстановить направление движений крыльев складки, отличить лежачий бок пласта от висячего. Структурные блоки своими острыми углами ориентированы всегда по направлению деформирующих их касательных напряжений, которые при изгибе пластов направлены в висячем боку в сторону шарнира антиклинальной складки, а в лежачем боку — в обратную сторону (рис. 53). По этим признакам нетрудно установить характер складчатости, их можно применять при анализе крутых, изоклинальных или опрокинутых складок.

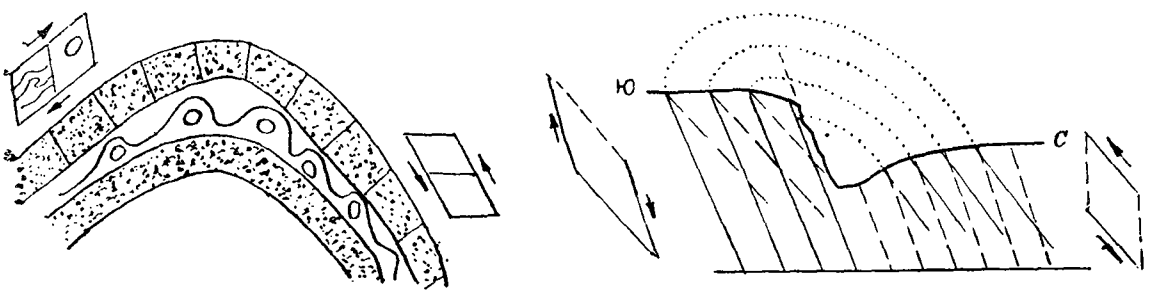


Рис. 53. Определение положения главной складки при помощи мелких складок волочения и оолитов

Рис 54. Определение положения изоклинальной складки по кливажу

Наглядным примером описанных складок и сочетаний их с системой кливажа может служить структура некоторых районов Казахстана (район Текелийского месторождения в Джунгарском Алатау), где в складчатых зонах довольно монотонная известняково-глинистая толща девона образует изоклинальные складки, опрокинутые на юг. В пределах большой антиклинали встречается чешуйчато-складчато-сбросовая структура второго порядка (схема ячейки такой структуры представлена на рис. 53). Подобную структуру часто принимают за моноклинальную, что и было сделано предшествующими исследователями в изученном нами участке. Однако наблюдения показывают, что взаимоотношение систем плоскостей кливажа и слоистости пород на обоих крыльях этой структуры неодинаково: на северном крыле падение плоскостей кливажа, как правило, круче, чем плоскостей слоистости, на 15—25°; они совпадают только на некоторых участках, в более пластичных углисто-глинистых слоях. На южном же крыле, наоборот, плоскости кливажа положе, чем плоскости слоистости. Направле-

ния движения и ориентировки элементарных структур блоков на обоих крыльях показаны стрелками. По ним нетрудно видеть, что здесь мы имеем антиклинальную (изоклинальную) складку.

Роль вторичных мелких складок волочения в пластичных слоях совершенно аналогична роли систем кливажа. Разница только в том, что в качестве плоскостей скольжения системы кливажа выступают осевые плоскости складок волочения. С механической точки зрения это понятно, так как и те и другие являются плоскостями, разделяющими две части тела, имеющие относительное смещение. Элементарными структурными блоками в этом случае будут волны или полуволны мелких складок волочения. Острый двугранный угол этого элементарного блока, ограниченного двумя соседними осевыми плоскостями складок волочения и плоскостями слоистости, заключающими данные складки волочения компетентных слоев, всегда ориентирован по направлению скольжения по плоскостям напластования последних, т. е. так же, как ориентированы элементарные блоки, образовавшиеся при системе кливажа. На рис. 54 приведена схема ориентировки осевых плоскостей складок волочения на крыльях нормальной складки; направления движения элементарных блоков показаны стрелками, компетентные слои отмечены точками, а возникающие при изгибе этих слоев трещины — прерывистыми линиями. Трещины в компетентных слоях обычно не совпадают с осевой плоскостью складок волочения в некомпетентных слоях, так как они отличаются механическими свойствами. Но обе эти плоскости всегда имеют общее направление падения.

Подобные мелкие структурные элементы наблюдались нами во многих местах. Тонкослоистые глинисто-известковые и углистые сланцы, заключенные между слоями плотных известняков или песчаников, очень часто деформируются в виде мелких складок. Эти структурные элементы четко и ясно демонстрируют характер деформации данной точки (обнажения), дополняют наблюдения за кливажем.

Любопытным для изучения материалом является характер деформации оолитовых зерен в известняках. В процессе деформации пласта известняка и образования сланцеватости эти шарики превращаются в эллипсоиды деформации и ориентируются своими длинными осями по направлению к плоскости кливажа. Интересный факт по этому поводу описан Е. Клоосом, изучившим Южные горы Мэриленда [83]. Такие образования обнаружены нами во многих районах Казахстана: в Джунгарском Алатау, Каратау, вблизи Караганды и пр. По степени деформированности указанных солитовых эллипсоидов можно установить степень деформированности всего пласта, включающего эти оолиты.

Дизъюнктивные дислокации (смещения)

Дизъюнктивные дислокации (смещения) — это те же трещины, но более крупного масштаба, по которым происходило значительное перемещение соседних блоков относительно друг друга по плоскостям (поверхностям) этих трещин. Следовательно, плоскости смещения, называемые также сместителями, представляют собой плоскости скалывания; поэтому механизм их образования, по существу, не отличается от механизма образования трещин.

Встречается несколько типов смещения. Классификацию смещений, служившую предметом длительной дискуссии среди маркшейдеров и геологов в течение нескольких десятков лет, к настоящему времени можно считать почти установленной. В конечном счете по предложению П. К. Соболевского и И. А. Молчанова остановились на том, что за исходную основу классификации смещений берется вектор относительного смещения соседних блоков.

Исходя из этого можно рекомендовать следующий способ изображения основных типов смещения. Если на векторе смещения A как на диагонали построить параллелепипед, то получим изображение этого вектора в обычном трехмерном пространстве. Такой параллелепипед смещения может быть рассмотрен как параллелепипед сдвиговой деформации (рис. 55).

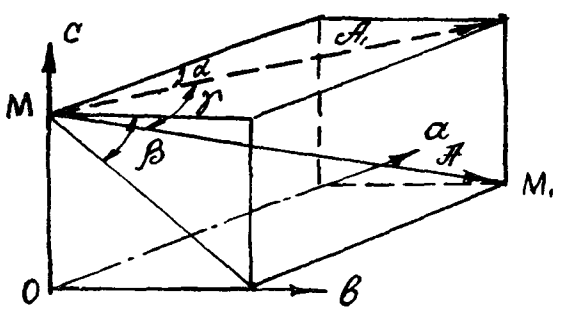


Рис. 55. Параллелепипед смещения

В зависимости от того, какая составляющая вектора смещения главенствует, можно установить тип смещения.

Чтобы определить величину элемента смещения по координатным осям, параллелепипед смещения ориентируем следующим образом: азимуты линий простирания и падения плоскости смещения (сместителя) принимаются соответственно за горизонтальные оси X и Y, а вертикальная ось Z направлена перпендикулярно к плоскости XY.

Как видно из рис. 55, проекциями вектора смещения A на трех координатных осях соответственно будут a, b и c. Далее условимся относительно знака этих составляющих векторов. Для этого необходимо различать два крыла смещения.

Плоскость смещения часто является наклонной. Блок, располагающийся под плоскостью смещения, называют лежачим крылом, а располагающийся над плоскостью смещения — висячим.

Начало координат (начало вектора смещения A) помещается

в точку пересечения сместителя с соответствующей точкой лежачего крыла. При таком положении вектора смещения его составляющие будут иметь определенное однозначное положение в пространстве. Если в результате данного смещения произошло увеличение (расширение) данного участка пласта или массива, то такое смещение обозначим знаком плюс; если же в результате смещения произошло сокращение (сужение), то такое смещение обозначим знаком минус.

Если смещение происходит по линии падения сместителя, то это будет сброс, при котором отмечается расширение участка (+). Пологий разлом также относится к этой категории расширения. В последнем случае мощность трещины значительная.

Если смещение происходит по линии восстания сместителя, то это будет сброс, при котором участок сокращается (—).

К этой же категории сокращения участка относится тип смещения, который именуется надвигом. При надвиге обычно плоскость смещения имеет пологое падение, а амплитуда смещения — более крупную величину. При почти горизонтальном положении сместителя и весьма большом масштабе смещения надвиг превращается в шарьяж.

Если смещение происходит в горизонтальном направлении, то за положительное направление принимается то, по которому висячее крыло перемещается по направлению линии простирания сместителя. Напомним, что за направление простирания, т. е. горизонтальной линии плоскости, вообще берется то направление, при котором, если стоять лицом по направлению этой горизонтальной линии, падение сместителя будет вправо. В этом случае обычный сдвиг имеет положительный знак, а обратный сдвиг или пересдвиг — отрицательный.

Наконец, смещение происходит и в вертикальном направлении. В этом случае как понятия висячего и лежачего крыльев, так и условие знаков, связанное с этими понятиями, становятся неопределенными. В случае смещения слоистых пород, т. е. пластов с наклонным залеганием, элементы могут быть условно приняты по отношению к плоскости напластования. Необходимо отметить, что и другие типы смещений также могут быть дополнены элементами залегания пластов. Так, например, можно говорить о согласном смещении (сбросе, взбросе, сдвиге и т. п.), когда оно происходит по простиранию плоскости напластования. Аналогично можно выделить несогласное и диагональное смещения.

На рис. 56 представлены схемы основных типов смещения. Кроме этих основных типов можно выделить промежуточные виды: сбрососдвиг, взбрососдвиг и т. п.

Величины проекций вектора смещения, по которым определяются типы смещения, могут быть выражены в следующем виде:

$$A=\sqrt{a^2+b^2+c^2};$$

$$a=A_1\cos\alpha=A\cos\gamma\cos\alpha_1;$$

$$b=A_1\sin\alpha=A\sin\alpha\cos\gamma;$$

$$c=A\sin\gamma=b\,\mathrm{tg}\,\beta,$$

где A_1 — проекция вектора A на горизонтальную плоскость; α — азимутальный угол вектора смещения, т. е. угол между направлением A_1 и осью X; γ — угол падения вектора смещения, т. е. угол между направлениями A и A_1; β — угол падения плоскости смещения.

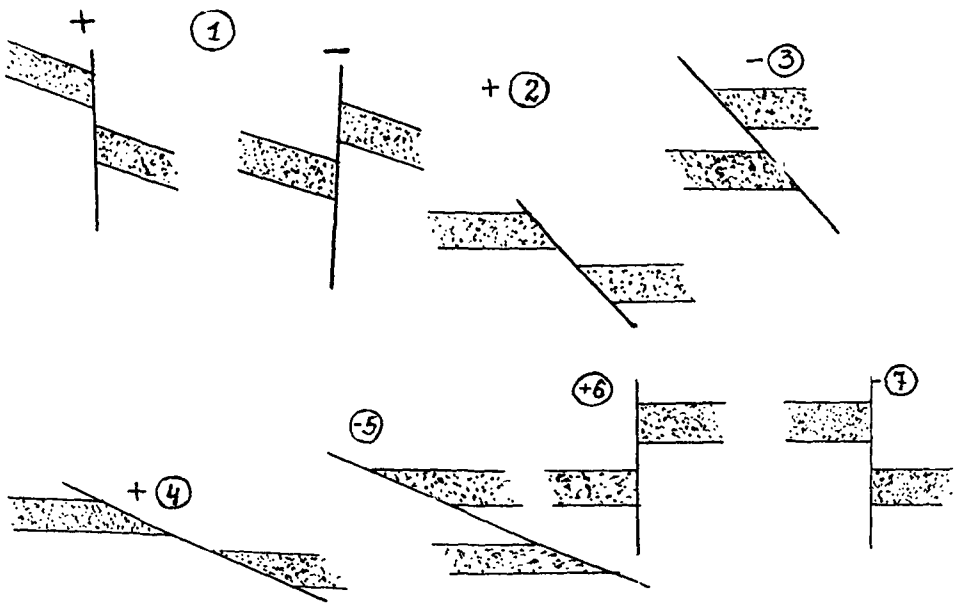


Рис. 56. Схемы основных типов смещения (см. также табл. 5)

Для простоты и наглядности условимся, что при $\beta<30°$ сброс превращается в разлом, а взброс — в надвиг. Мощность трещины обозначим через h. Зону каждого типа смещения в горизонтальном направлении также ограничим сектором в 30 и 60°. Определенные указанным образом основные типы смещения приведены в табл. 5.

Изображение смещения. Существует множество способов изображения типов смещения. Из них наиболее интересны способы И. М. Бухарина [8], П. К. Соболевского, И. А. Молчанова и др. Несколько обобщая и упрощая эти способы, мы предлагаем следующий способ изображения смещения.

Все типы смещений могут быть изображены на одной стереографической сетке [70]. Удобнее всего брать сетку полярную или экваториальную, где параллели и меридианы проектируются на экваториальную плоскость в виде концентрических окружностей и

радиальных прямых. Наиболее простой способ построения такой сетки следующий: через точку, служащую центром проекции, через определенное число градусов проведем радиусы, которые являются проекциями меридианов. На горизонтальный радиус спроектируем концы других радиусов большого круга, т. е. окружности проекции, и найдем, таким образом, радиусы концентрических окружностей. Радиусы этих окружностей (проекций параллелей) могут быть вычислены из выражения $r = R\cos\alpha$, где R — радиус большого круга; α — угол наклона соответствующего радиуса к горизонту.

Таблица 5. **Основные типы смещений**

№ п/п	Смещение	Проекция вектора смещения A	Направление вектора смещения A
1	**Вертикальное**	$c = \pm A;\ a = b = 0$	$\alpha = 0°;\ \gamma = \beta = 90°$
2	**Сброс**	$c \geqslant b > a \to 0;\ h \geqslant 0$	$\alpha = 90°;\ \gamma \geqslant \beta \geqslant 30°$
3	**Взброс**	$[c] \geqslant b > a \to 0;\ h \geqslant 0$	$\alpha = 290°;\ \gamma \geqslant \beta \geqslant 30°$
4	**Разлом**	$b > c > a \to 0;\ h > 0$	$\alpha = 90°;\ \gamma = \beta < 30°$
5	**Надвиг**	$[-b] > c > a \to 0;\ h = 0$	$\alpha = 270°;\ \gamma = \beta < 30°$
6	**Сдвиг**	$a = A;\ c = b = 0$	$\alpha = \gamma = 0°;\ \beta \approx 0—90°$
7	**Пересдвиг**	$[-a] = A;\ c = b = 0$	$\alpha = \gamma = 180°;\ \beta \approx 0—90°$

Два взаимно перпендикулярных диаметра сетки берутся соответственно как азимуты линии простирания и направления падения сместителя. Таким образом, на экваториальной сетке (рис. 57) получается изображение всех основных типов смещения, приведенных в табл. 5. Номера смещений на рис. 57 соответствуют их номерам в табл. 5. Промежуточные формы отмечены двойными цифрами, например 2—6, что означает сбрососдвиг и т. д.

Механизм образования смещений. С точки зрения механизма образования смещение может быть представлено как суммарное выражение кливажа. Данное положение не должно пониматься в буквальном смысле слова. Оно означает, что смещение образуется так же, как и кливаж скольжения, т. е. путем скалывания. Но здесь серия скалывания состоит только из одной или нескольких (двух, трех) плоскостей, тогда как при кливаже такие серии слагают целый ряд тесно сближенных плоскостей, число которых в зоне сланцеватости достигает десятков, сотен и более. Зато при смещении перемещаются крупные блоки — целые глыбы массива и на значительную амплитуду. Наблюдается такая картина, при которой суммарное выражение элементарных перемещений пластинок по целой серии плоскостей сланцеватости может уравновешиваться перемещением одного блока по одной плоскости сместителя.

Слово «уравновешивание» в данном случае имеет определенный физический смысл. Дело в том, что скольжения, как правило, всегда происходят попарно, двумя сопряженными пересекающимися системами плоскостей. Поэтому смещения тоже происходят двумя сопряженными системами. По наблюдениям на рудниках Казахстана, отчасти в Киргизии, установлено, что смещения типа сбросов и взбросов довольно часто развиваются в двух сопряженных направлениях и пересекаются в пределах месторождения. Общеизвестно, что такие пересечения смещений часто служат благоприятным условием рудообразования.

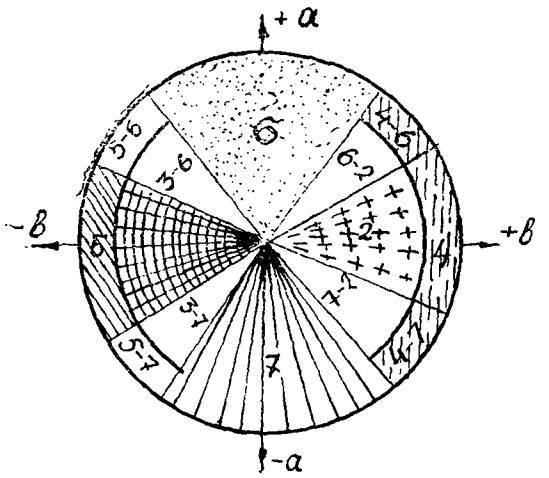


Рис. 57. Диаграмма смещения

Наряду с этим часто встречается и такой случай, когда одна система смещения развита вполне определенно, в виде типичного смещения, а другая, сопряженная система компенсирована иным эквивалентным элементарным перемещением. Компенсационная система может быть представлена кливажем, мелкой системой трещиноватости, рубцовыми трещинами, перемещениями по плоскостям слоистости смещаемого пласта и даже системой мелких складок, кулисообразно расположенных вдоль эквивалентного направления. Следовательно, в эквивалентном направлении мелкие элементы компенсирующего перемещения развиваются в определенном порядке, вдоль строго ориентированного направления — потенциального проявления второго сопряженного направления смещения. Это направление системы смещения будем называть потенциальным или эквивалентным направлением.

Установление эквивалентного направления по элементарным перемещениям (сланцеватости, трещиноватости и т. д.) необходимо для определения типа и характера смещения, что, в свою очередь, помогает отыскивать смещенную часть залежи и т. д.

Таким образом, мелкие структурные элементы, сопровождающие смещение, как и в случае складчатости, имеют большое значение при выяснении характера смещения.

Кроме изложенного существуют и другие дополнительные признаки установления направления смещения: штриховка и шероховатость на поверхности зеркала смещения (сместителя), наличие глинки по простиранию и др. Подробные сведения по этому вопросу можно найти в специальной литературе [9, 39].

Структуры изверженных горных пород

В механизме перемещения и затвердевания магмы в земной коре различают четыре стадии: жидкую стадию нахождения в магматическом резервуаре, в полостях земной коры; стадию пластического перемещения магматической массы в верхнюю часть земной коры; образования твердой периферической оболочки магмы и начала ее растрескивания; затвердевания внутренней части магмы. Во всех этих стадиях магма претерпевает то или иное перемещение, и в зависимости от стадии развития магматической деятельности характер этих перемещений значительно отличается друг от друга и, следовательно, отличаются виды остаточной деформации, которые оставляют следы как внутри массива магматических пород, так и на его периферии. Следы жидкого и пластического течения интрузива, т. е. гранитная тектоника, дают возможность судить об его форме и механизме локализации.

Структура течения. При продвижении магмы от одной точки к другой в виде жидкого потока по ослабленным плоскостям в земной коре происходит главным образом линейное перемещение, где каждая частица продолжает свой путь по линии течения. По условиям температуры и состава вязкость магмы в разных точках неодинакова, различны также внешнее напряжение и условия внутреннего трения сопротивления течению. Ввиду этого создаются условия для изменения скорости движения соседних частиц. В таком потоке удлиненные включения приспосабливаются к течению и устанавливаются своей длинной осью параллельно линиям течения. В этом случае образуется линейная структура течения, по которой можно определить направление течения магмы в любой точке. Кроме того, такие более крупные включения в магме, как шлиры и ксенолиты, тоже ориентируются своими плоскостями согласно плоскости потока, создавая тем самым плоскостную структуру течения. Ориентация этих включений в различных частях магмы имеет разный характер: в центре потока структура течения ориентируется под прямым углом к общему направлению течения, тогда как вблизи берегов включения под действием трения ориентируются параллельно или почти параллельно.

Линии, первоначально ориентированные поперек потока, при дальнейшем перемещении подвергаются деформации, т. е. искривляются по течению и одновременно растягиваются. В результате такого растяжения создаются условия для образования более крупных разломов, встречающихся в интрузивах.

Многочисленными исследованиями установлено, что рассмотренные поверхности и линии течения в крупных интрузивах обычно располагаются в виде куполов или сводов. Для структуры купола характерно то, что элементы структуры течения распространяются

на весь массив. При сводовой структуре указанные элементы структуры течения отсутствуют во внутренних частях массива и наблюдаются только в краевых частях. Структура как купола, так и свода обусловлена поднятием магматической массы под действием давления снизу.

В случае крупных интрузивов линии течения часто являются указателями направления растяжения. В краевых зонах интрузивов поверхности листоватости (ложной сланцеватости) обычно хорошо выражены в виде гнейсовидной текстуры. В центральных частях массивов структуры течения обычно постепенно затухают. Зато они часто встречаются в мелких интрузивах. Структурные купола часто могут быть уничтожены эрозией.

Структуры разломов и трещины. После того как магма начинает затвердевать, в ней развиваются трещины и смещения. Они возникают в результате продолжающегося действия тех же давлений и трения, которые обусловили внедрение самой интрузии. Кроме того, появлению системы трещин в изверженных породах в большей степени способствует сокращение объема массива во время его остывания. Точно установлены, например, факты образования трещин отдельности в базальтах и других породах в виде столбчатости отдельности. При этом порода разделяется на столбики, имеющие обычно гексагональное сечение.

Реже встречаются и другие формы столбиков — четырех-, пяти- или семиугольные. Длинная ось столбиков всегда располагается под прямым углом к поверхности остывания. Вообще, многие структурные формы интрузии часто находятся в определенном геометрическом соотношении с внешней формой интрузивного тела.

Краевые зоны интрузивов приобретают пластичность раньше, чем центральная часть, которая долго еще находится в жидком состоянии. Благодаря этому смещения различных видов и трещины в краевых зонах заполняются магматическими продуктами, тем самым фиксируя их для наблюдения.

Известно, что системы трещин в изверженных горных породах разделяются на поперечные, продольные, горизонтальные, диагональные и пр. Существуют также трещины, отражающие топографию массива.

В результате развития различных систем трещин порода разбивается на блоки отдельности, которые в гранитных и подобных им массивах обычно имеют параллелепипеидальную форму, в результате выветривания превращающуюся в матрацевидную форму отдельности.

Отметим также, что, по мнению Надаи, механизм образования систем трещин как в осадочных и метаморфических, так и в интрузивных массивах в основном подчиняется закону пластичности.

Петротектонический анализ

Как было отмечено, пластическое течение в породах проявляется в различных масштабах. Наряду с описанными макроскопическими элементами структуры горных пород существуют и микроскопические элементы

Микроструктурные элементы отражают внутренний механизм, при помощи которого тело принимает форму, соответствующую условиям приложенных к нему внешних сил. Следовательно, микроструктурные элементы служат дополнительным фактором при изучении структуры массива горных пород любого происхождения. Поскольку эти элементы малы по величине, но зато многочисленны, то для установления закономерности их проявления применяется метод статистики: проводятся многочисленные замеры ориентации этих элементов и путем статистической их обработки определяются главные направления потока, скольжения и т. д. Так, например, обнаружено, что существование в отдельных минеральных зернах породы преобладающего направления ориентации является результатом скольжения породы в этом направлении.

Для возможного сопоставления ориентировки элементов микроскопической структуры с макроскопической структурный вектор микроэлементов, как и структурный вектор макроструктурного элемента, относят к трем осям координат *a*, *b* и *c* по аналогии с принятой системой координат в кристаллографии.

Для сравнения микроскопических и макроскопических элементов структуры в различных точках массива необходимо тщательно отбирать образцы в характерных местах и ориентировать их в пространстве. Обычно срезают три шлифа перпендикулярно осям *a*, *b* и *c*.

Перед микроскопическим изучением прозрачные шлифы могут быть исследованы с помощью бинокулярного микроскопа. Здесь фиксируются все видимые структуры: следы скольжения по микротрещинам, ориентировка плоских минералов и зерен обломков и др. В результате этих замеров строится диаграмма ориентировки. Затем изучается кристаллографическое строение при помощи универсального столика Е. С. Федорова. Здесь фиксируются следующие элементы: оптические оси, плоскости двойникования, кристаллографические ткани, спайность и др. По результатам этих замеров также строится диаграмма ориентировки измеренных величин.

Для построения диаграммы ориентировки можно использовать любую стереографическую сетку: Вульфа, Шмидта, Каврайского и др. [70]. Обычно при петротектоническом анализе применяется сетка Шмидта, представляющая собой равноплощадную азиму-

тальную проекцию нижней полусферы. Для этой цели можно применять и другие сетки, например сетку Вульфа — Каврайского или даже наиболее простую сетку Сухоручкина, которую мы использовали для изображения смещений. Подобные сетки применяются и для построения диаграммы ориентировки трещин. Принцип построения их один и тот же. Разница только в том, что в одном случае на сетку наносятся микроэлементы структуры подобно оптическим осям, плоскостям спайности и т. д., в другом — плоскостям трещин.

Глава 3

СЪЕМКА И ОБРАБОТКА ЗАМЕРОВ ТРЕЩИН, ПОСТРОЕНИЕ СДВИГОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПО МЕТОДИКЕ ПОЛЕВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ И ИЗМЕРЕНИЙ ТРЕЩИНОВАТОСТИ МАССИВА

На каждом обнажении необходимо определять породу. При затруднениях в точном определении достаточно хотя бы ориентировочное. Так как разрушение пород происходит по плоскостям трещин, то на обнажении имеется готовая их система.

Залегание плоскостей трещин измеряется горным компасом. Измеряются три элемента залегания: простирание, падение (для контроля: разность между ними по отсчетам компаса составляет 90°) и угол падения.

Обычно на каждом обнажении горные породы разбиты на блоки тремя системами трещин и образуют блоки параллелепипеидальной формы, что соответствует механическому условию деформации сплошной среды.

В частном случае эти системы направлены взаимно перпендикулярно друг другу, что соответствует кубической или прямоугольной форме отдельности пород. Это показывает, что в процессе развития трещин условия деформации были более или менее объемными, гидростатического порядка, без существенного влияния деформаций сдвига.

Чаще встречаются косоугольные параллелепипеидальные системы, так как сдвиговая деформация наиболее распространена в недрах.

В некоторых случаях искомые трещины неясно выражены или плохо доступны для наблюдения. Тогда приходится ограничиваться одной или двумя системами трещин; в соседних же участках

необходимо стремиться установить положение и третьей системы трещин.

Каждое обнажение при среднем масштабе плана месторождения (1:1000 — 1:5000) представляет собой площадку дневной поверхности размером 10×10, 20×20 м. В ее пределах можно обнаружить десятки плоскостей трещин. При этом необходимо стремиться выявить наиболее характерные системы. Густота трещин обычно неравномерна (от нескольких сантиметров до нескольких метров). Для вычисления средней величины блока данного обнажения желательно провести съемку всех трещин данной площадки, а после статистической обработки вывести среднюю их величину.

В пределах обнажения блоки обычно бывают соразмерными, мало отличаются друг от друга, поэтому достаточно ограничиться средней величиной блока на основе визуальных наблюдений.

Кроме измерения элементов залегания трещин должна быть отмечена густота каждой системы трещин в сантиметрах. При измерении каждой системы трещин наряду с простиранием, направлением падения и углом падения необходимо отмечать и густоту данной системы трещин, что важно для установления элементарного блока.

Для определения сдвиговой деформации желательно измерять величину двугранных углов, образуемых измеряемыми системами трещин при помощи прикладного гониометра.

Наличие смежных блоков, резко отличающихся по размерам или направлениям, свидетельствует о наличии особой тектонической зоны, заслуживающей особого наблюдения и фиксации.

В случае, когда направленные деформирующие тектонические усилия были наложены друг на друга, в пределах одного обнажения наблюдается от трех до шести систем трещин. В этом случае требуют фиксации все трещины, с особой отметкой более отчетливо выраженных, определяющих структурное поведение данного обнажения.

Порядок наблюдения и запись трещины должны соответствовать их порядку или степени выраженности. Например, под № 1 фиксируют наиболее ярко выраженную трещину, главную систему. В случае слоистости породы под № 1 должна быть описана трещина слоистости (плоскость напластования). В случае рассланцевания породы под № 1 должны быть описаны плоскости (трещины) сланцеватости и т. д. Наименее ярко выраженные системы трещин должны быть отмечены последним номером.

При описании обнажения (трещин) также приводятся дополнительные сведения, например: следы скольжения по трещинам, минерализация, характер поверхностей скольжения, следы смещения, раскрытость или мощность, искусственность и естественность

трещин, их водоносность, трещины контактовые на границе двух пород или параллельно контактам и т. д.

Для последующего определения механических свойств пород на каждом обнажении или через четыре-пять, особенно на узловых, контактных необходимо брать ориентировочные образцы пород. При этом сначала измеряют все три элемента залегания, потом откалывают образец или, наоборот, отбивают образец, устанавливают его в первоначальное положение и компасом определяют элементы залегания. Для нанесения метки — черты (элементы залегания) — можно пользоваться карандашом, сталью, алмазом и т. п.

Густота точек наблюдения определяется масштабом съемки (обычно около 1—5 см на плане), однако в зависимости от условий обнаженности равномерность съемки часто нарушается. Во всяком случае, хорошо выраженных, типичных обнажений рекомендуется не пропускать.

Нанесение точки наблюдения на план проводится в соответствии с нумерацией обнажений. На плане должен быть тот же номер, под которым обнажение описано в дневнике. Точка обнажения на плане определяется обычно глазомерным путем, сообразно с топографическими, маркшейдерскими, геологическими, горнотехническими и другими признаками местности. Такая точность является вполне достаточной.

Для повышения точности некоторые характерные, а также трудноувязываемые с топографическими знаками участки могут быть определены инструментально или полуинструментально (компасной засечкой, дальномером, мензулой, теодолитом и др.).

Схема записи может быть следующей:

Форма журнала съемки элементов трещиноватости

Обнажение (или точка), №

Точка	Привязка	Порода	№ системы трещин	Элементы ориентировки трещин, град			Частота систем в 1 пог. м	Характеристика трещин
				Азимут простирания	Азимут падения	Угол падения		
1	300° на копер 3	Порфириты	1	260	350	50	8—10см	
2	76° на пункт «Слава»	»	2	135	225	70	15 см	Кварцевая жила мощностью 0,4 см
3	То же	»	3	300	30	30	—	То же

Зоны более крупных структурных единиц (зоны дробления, рассланцевания или разлома пород, дайки, жилы, контактные поверхности и т. д.) должны быть зафиксированы особо. Они могут быть определены специальными приборами и методами, описанными в работе [103].

Для измерения элементов залегания крупных структур, имеющих шероховатую поверхность, кроме съемки с горным компасом необходимо проводить съемку более точными инструментальными приемами, например тахиометрическим способом или мензулой.

Кроме материала съемки необходимо иметь данные о месторождении в целом: геологические карты и разрезы месторождения, сведения о механических свойствах горных пород и руд, материалы о состоянии горных и геологоразведочных работ и т. д.

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ДИАГРАММЫ ОРИЕНТИРОВКИ ТРЕЩИН

Трещинная тектоника, в результате которой горная порода разбивается многочисленными системами трещин, в совокупности образует довольно сложную геометрию недр. Так как трещинная тектоника характеризует собой механизм деформаций горных пород, то трещинная геометрия недр представляет собой некую механику недр.

Чем глубже мы познаем структуру пород или ее геомеханику, тем точнее и подробнее можем ее представить. Изучение и изображение трещинной тектоники начинается от самого элементарного. Путем постепенного приближения все больше и больше раскрываются те или иные характерные черты геохимической структуры. Вначале мы рассматриваем ее в виде точки, потом плоскости, а затем поверхности.

Способы изображения трещин в одном отдельно взятом пункте в виде диаграммы трещиноватости материальной точки, а также в виде плоскости давно известны. В последнее время все чаще применяют способы изображения трещин в виде сложной поверхности. Так как изображение трещин в виде точек и плоскостей общеизвестно, то на них остановимся очень кратко, уделив основное внимание способу изображения трещин в виде поверхности.

Изображение трещинной тектоники в виде точек и плоскости

Роза трещин. В пределах интересуемого нас участка земной коры (рудного поля, месторождения, отдельного гранитного массива и т. д.) проводятся многочисленные (массовые) замеры трещин. Замеры можно выполнять в определенном порядке, по определенной сети точек, площадок или обнажений и т. д.

Чтобы сделать соответствующие выводы о характере трещин-

ной тектоники данного участка, результаты замеров сводят в одну точку и получают общую картину исследуемого участка.

Техника построения общей диаграммы очень проста и сводится к следующему. Около точки вычерчивают полуокружность, опирающуюся на горизонтальный диаметр. На полуокружность наносят деления через 5—10°. Затем по направлениям простирания подсчитывается число трещин, берется их линейный масштаб и откладывается по соответствующим радиусам-векторам полуокружности. Соединяя концы этих отрезков, получают розу трещин.

Поскольку линия простирания имеет два конца, то все трещины будут нанесены на эту диаграмму; по ней легко сделать заключение о характерных простираниях трещин данного участка. Аналогичную диаграмму можно построить в вертикальном направлении по углам падения и т. д.

Таким образом, мы получаем представление о преобладающих направлениях трещин данного участка как единого тела. Однако это не дает представления о характерном направлении трещин в любой данной точке участка, так как оно рассматривается как материальная точка, не содержащая других «точек» в пределах его контура. Поэтому такое изображение трещин будет точечным (рис. 58, *а*).

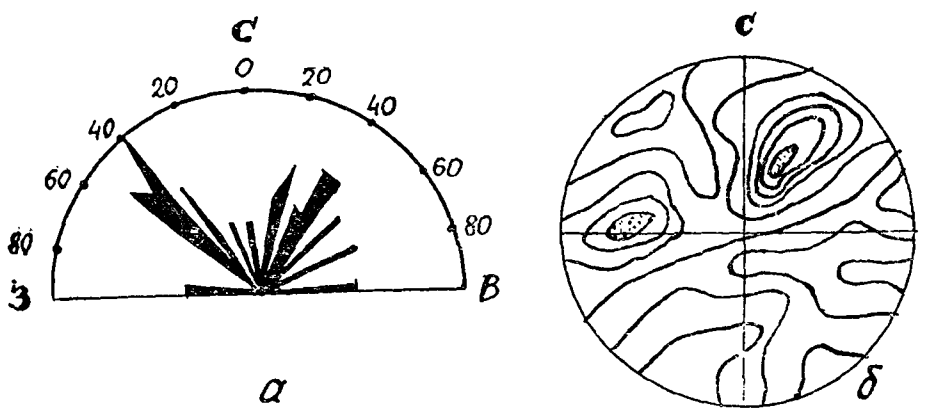


Рис. 58. Диаграмма определения главных направлений трещин: *а* — розы трещин; *б* — изолинии концентрации трещин

Стереографическая диаграмма трещин. Результаты массовых замеров трещин можно нанести на стереографическую сетку, представляющую собой проекцию полусферы на экваториальную (полярная сетка) или меридиональную (меридиональная сетка) плоскости. На этих сетках каждая трещина (плоскость) изображается точкой, являющейся проекцией точки пересечения линии падения данной трещины со сферой. По полярным координатам точки («долготе» и «широте») определяются элементы залегания трещин (направления падения, простирания и угол падения).

В результате в поле сетки получается масса точек. Число их в каждой клетке (трапеции) сетки проставляется в центре; цифры или отметки могут фиксироваться в абсолютном или процентном выражении.

Далее точки с одинаковыми значениями отметок соединяются, т. е. строятся изолинии. При этом используется метод «скользящего окна». Точки внутри изолиний своими максимальными значениями будут представлять плоскости трещин, преобладающих на данном участке или поле (рис. 58, *б*).

При наличии нескольких таких максимумов (плоскостей) определяют величину двугранного угла между ними, что важно при установлении величины угла сдвига и т. д.

Данный способ значительно сложнее, чем способ розы трещин, но результат получается более точный, что важно при решении ряда задач.

Данный стереографический способ можно характеризовать как способ изображения в виде плоскости. Но эта плоскость, как видно из способа центрального проектирования, привязана к одной точке — к центру сферы проекции, и все изменения плоскости (трещины) перенесены параллельно самим себе в одну точку. Поэтому данный способ точнее можно назвать точечно-плоскостным изображением трещин.

Построенная таким образом диаграмма для всего участка дает общее представление о нем, как о едином целом, но картины трещинной тектоники и, следовательно, деформации пород в каждой его точке не получается. Поэтому при детальном изучении участка целесообразно составлять такую диаграмму для каждой ограниченной площадки или точки обнажения.

Наиболее простыми способами обработки реализаций являются прямоугольные сетки с применением методов математической статистики (Б. И. Борщ-Компониец и др.). Замеры трещин в виде точек наносят на прямоугольную сетку; по оси абсцисс откладывают азимуты падения (простирания), по оси ординат — углы наклона. Сглаживание проводят методом «скользящего окна». Подсчитывают число замеров в пределах «окна», и результат записывают в его центре. По данным сглаживания проводят изолинии плотности трещин, определяют направления их систем.

Обоснование размеров скользящего окна можно провести по углу наклона (угловой шаг) и азимута линии падения (азимутальный шаг).

Угловой шаг Z, приняв по величине меньшим угла внутреннего трения пород ρ, можно представить в следующем виде: $Z=\rho-X$, где X — среднее геометрическое между величинами ρ и $\rho-X$; $X=0{,}618\rho$, откуда $Z=0{,}382\rho$.

Для обоснования азимутального шага N проводятся распреде-

ления трещин по профильным линиям со значениями N, равными, например, 3, 5, 7 и т. д. Значение N выбирается по профильной линии с наибольшей концентрацией трещин.

Среднее число трещин на единицу скользящего окна определяется по формуле $C=\frac{Z}{a\cdot N\cdot Z^{t-1}}$, где Z — суммарный объем замеров среди трещин после t раз сглаживания с окном размерами N и Z; Z — угловой шаг (интервал группировки по углу наклона); N — азимутальный шаг (интервал группировки по азимуту линии падения); t — число сглаживания; a — коэффициент, позволяющий переходить с одного размера окна сглаживания на другой.

При делении величины C на объем выборки (n) и умножении результата на 100 получают относительную частоту, т. е. интенсивность распределения трещин:

$$\text{к}=\frac{C}{n}\cdot 100=\frac{Z\cdot 100}{anNZ^{t-1}}\%.$$

Таким образом, топографическая функция, построенная указанным способом, является обоснованной математической моделью распределения трещин.

Изображение трещин на планах и картах

На обычных геологических картах, разрезах и планах трещину изображают в виде плоскости каким-либо условным знаком: простирание — в виде отрезка прямой, угол падения — числом градусов и т. д.

Длину прямой, показывающей простирание трещин, можно взять пропорциональной длине трещины в натуре. Преимущество изображения в виде плоскости очевидно: оно дает возможность при решении задач использовать конкретные точки изучаемого участка, а не абстрактные точки поля, как в первом случае. Но этот способ не отражает результатов измерения мелких трещин, массовых замеров, исключает статистическую обработку. Масштаб плана, а тем более карты, не позволяет показать массовые трещины. Здесь могут быть изображены только крупные, хорошо выдержанные разрывы в виде сбросов, надвигов, сдвигов и т. п. длиной в десятки и сотни метров. На обычном крупномасштабном плане 1:5000, 1:10000 нельзя изобразить трещины отдельности, имеющие обычно метровую или десятиметровую протяженность. Вследствие сложного переплетения таких мелких трещин на каждой площадке (обнажений) поля невозможны их отображение на плане и, следовательно, обработка данных, выводы и решение задачи. Поэтому подобную карту часто дополня-

ют побочными диаграммами в виде розы трещин, стереографических изображений. Однако последние пространственно ограничены, так как отображают картину деформации пород в пределах ограниченного участка. Применение их в случае большой площади дает только приближенную схему. Отсюда следует, что совмещение на одном плане обоих способов построения приведет нас к построению трещинной тектоники в виде поверхности.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДВУГРАННЫХ УГЛОВ МЕЖДУ СИСТЕМАМИ ТРЕЩИН В ГОРНЫХ ПОРОДАХ

Величина двугранного угла может быть определена способом проекции с числовыми отметками, с помощью стереографических сеток или по аналитической формуле. Каждый из этих методов изложен в соответствующих публикациях [70]. По точности они не уступают друг другу, но к недостаткам их следует отнести продолжительность процесса определения величины одного угла.

Чтобы ускорить этот процесс, особенно для массовых определений, на основании аналитической формулы мы составили таблицы для расчета двугранных углов между системами трещин в горных породах.

Основой для составления таблиц послужила формула Аль-Баттани для определения двугранного угла между плоскостями с заданными элементами залегания в пространстве (азимуты простирания или падения и углы падения):

$$\cos\beta = \sin\delta_1 \sin\delta_2 \cos A \pm \delta_1 \cos\delta_2,$$

где β — искомый двугранный угол между плоскостями; δ и δ_1 — углы падения данных плоскостей; A — разность азимутов простирания плоскостей ($A = \alpha_1 - \alpha_2$); α_1, α_2 — азимуты двух плоскостей.

Разность азимутов плоскостей меняется от 0 до 180°. При этом в формуле Аль-Баттани знак между произведениями плюс (+), если разность азимутов не превышает 90°; при значении разности азимутов более 90° знак между произведениями минус (—). В связи с этим строение таблицы будет следующим.

Вверху и внизу каждой страницы проставляются цифры, обозначающие разности азимутов A, через 5° от 0 до 180°. До 90° цифры надписаны сверху и относятся к верхней части таблицы, разделенной по диагонали с верхнего левого угла вниз на две части. Начиная с 90° разности азимутов подписаны снизу и относятся к нижней части таблицы.

Для значений разностей до 90° углы падения плоскостей расположены по верхней горизонтали и правой вертикали, а для разностей свыше 90° углы падения находятся на нижней горизонтали

Таблица 6. **Двугранные углы между системами трещин,** $\frac{65°}{115°}$

0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	0
$\frac{0}{0}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	0
5	$\frac{5}{8}$	9	14	19	24	29	33	38	43	48	53	58	63	68	73	78	83	88	5
10	13	$\frac{11}{17}$	$\frac{14}{16}$	18	23	27	32	37	42	46	51	56	61	66	71	76	81	86	10
15	18	21	25	19	23	27	31	36	41	45	50	55	60	64	69	74	79	84	15
20	22	26	29	$\frac{21}{33}$	24	28	32	36	40	46	49	54	58	63	68	72	77	82	20
25	27	31	34	38	$\frac{26}{42}$	29	32	36	40	46	48	53	57	61	66	71	75	80	25
30	32	35	39	42	46	$\frac{31}{50}$	34	37	40	46	48	52	56	60	65	69	73	78	30
35	37	40	43	47	50	54	$\frac{36}{58}$	39	41	46	48	52	56	60	64	68	72	76	35
40	42	45	48	51	55	58	62	$\frac{40}{66}$	43	46	48	52	55	59	63	66	70	74	40
45	47	50	53	56	59	62	66	70	$\frac{45}{73}$	47	49	52	55	58	62	65	69	73	45
50	52	55	58	60	64	67	70	73	71	$\frac{49}{80}$	51	53	56	58	61	65	68	71	50
55	57	60	62	65	68	71	74	77	71	84	$\frac{52}{87}$	54	56	59	61	64	67	70	55
60	62	65	67	70	73	76	78	82	81	88	89	$\frac{55}{86}$	57	59	61	63	66	69	60
65	67	69	72	75	77	80	83	86	88	89	86	83	$\frac{58}{80}$	60	61	63	65	68	65
70	72	74	77	79	82	84	87	90	88	85	83	80	78	$\frac{60}{75}$	62	63	65	67	70
75	77	79	82	84	87	89	89	86	84	82	79	77	75	73	$\frac{62}{71}$	63	65	66	75
80	82	84	87	89	89	87	84	82	80	78	76	74	72	71	69	$\frac{64}{68}$	65	65	80
85	87	89	89	86	84	82	80	78	76	74	73	71	70	68	67	66	$\frac{66}{65}$	65	85
90	88	86	84	82	80	78	76	74	73	71	70	69	67	67	66	65	65	$\frac{65}{65}$	90
0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	

и левой вертикали (под горизонталью и вертикалью подразумеваются соответственно строки и столбцы) (табл. 6).

По измеренным или заданным элементам залегания двух плоскостей вначале определяют разность азимутов A. По величине этой разности на соответствующей странице таблиц в пересечении значений углов падения плоскостей находят искомый линейный угол двугранного.

При вычислении разностей азимутов следует вычитать из большего меньший, но при этом разность не должна превышать 180°, в противном случае следует вычитать из меньшего азимута больший, прибавив предварительно к меньшему азимуту 360°.

При нахождении углов падения плоскостей в верхней части таблиц, независимо от нумерации плоскостей, больший угол берется по верхней строке, а меньший — по правому столбцу. Для нижней части таблиц больший угол падения берется по левому столбцу, а меньший — по нижней строке.

Приведем примеры на определение двугранного угла между заданными плоскостями.

1. Даны две плоскости трещин со следующими элементами залегания:

$$\alpha_1 = 75°; \qquad \delta_1 = 40°;$$

$$\alpha_2 = 320°; \qquad \delta_2 = 70°.$$

Определим двугранный угол между ними: $A = (75° + 360°) - 320° = 115°$.

В табл. 6 в нижней части на пересечении 40 и 70° находим угол $\beta = 90°$.

2. Даны две плоскости со следующими элементами залегания:

$$\alpha_1 = 135°; \qquad \delta_1 = 30°;$$

$$\alpha_2 = 70°; \qquad \delta_2 = 80°.$$

Определим двугранный угол между ними: $A = 135° - 70° = 65°$.

В табл. 6 на пересечении 30 и 80° (в верхней части) берем отсчет, равный углу β, т. е. 69°.

До сих пор мы рассматривали интенсивность деформации элементарного объема горных пород, при этом решая главным образом линейную задачу. Далее перейдем к некоторому обобщению, а именно к решению плоской и объемной задач по всему массиву. Это приведет нас к составлению планов одинаковой интенсивности деформаций — к плану изодеформаций.

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ЭЛЛИПСА ДЕФОРМАЦИИ ГОРНЫХ ПОРОД

Многолетние наблюдения за характером деформаций горных пород, окружающих различные выработки, а также деформаций кусков породы, встречающихся на многих месторождениях Казахстана в виде оолитовых, шаровидных и овоидных отдельностей, показали, что степень деформируемости горных пород может быть выражена графически в виде эллипса. Существование в массиве следов деформации в виде трещин дает возможность построения такого эллипса по результатам замеров элементов трещин (двугранный угол, частота).

Оси эллипса деформации представляют собой наибольшую и наименьшую оси деформации пород в данной точке. Из теории пластичности известно, что разница между величинами наибольшего и наименьшего напряжений является активным фактором деформации. Следовательно, эллипс деформации, как сечение эллипсоида по плоскости экстремальных осей, характеризует степень наибольшей деформируемости породы. Грубо говоря, величина, обратная эксцентриситету эллипса, построенного по элементам залегания трещин, выражает степень деформируемости породы в данной точке, а ориентация эллипса определяет направление вектора деформации.

В общем случае эллипсоид деформации может быть построен как для индивидуального блока (малый эллипсоид), так и для массива (большой эллипсоид). Для малого эллипсоида достаточно данных замеров сопряженных систем трещин (грани) структурного блока. Для большого эллипсоида, как правило, требуются обобщенные материалы массовых замеров трещин, обработанные методом математической статистики. Наряду с этим в некоторых случаях можно построить эллипсоид массива по единичным элементам структуры большого масштаба, а именно по сопряженным системам смещений, сбросов, взбросов, разломов, надвигов, плоскостей напластования и т. д.

Если в породах наблюдаются шаровидные, оолитовые или овоидные отдельности, то они (отдельности) сами являются эллипсоидами деформации.

ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА ПОВЕРХНОСТИ ТРЕЩИН

Если на отдельных точках участка определены характерные направления трещиноватости, то путем соединения точек с одинаковыми значениями можно получить общую поверхность трещиноватости данного участка, которая представляет собой поверхность сколовой деформации, так как трещины рассматриваются как

плоскости скольжения. Поверхность сколовой деформации, как отмечено выше, может быть интерпретирована как поверхность второго порядка. Профили этих поверхностей сравниваются с огибающей кривой Мора.

Так как поверхности второго порядка построены на горизонтальной плоскости в плане, то они должны иметь вид топографических поверхностей. Их построение должно осуществляться по строго геометрическим правилам на основе теории механики.

В случае решения плоскостной задачи два семейства линий скольжения образуют плоскую сетку. Примеры построения такой сетки на плоскости известны из литературы [46, 71].

Нетрудно представить, что подобные сетки плоских (горизонтальных и вертикальных) сечений в пространстве создают своего рода пространственную решетку. Системы трещин, разбивающие породу на структурные блоки, также образуют подобную трещинную или тектоническую решетку. Эта решетка неоднородна по всем направлениям. От узла к узлу меняются ее интервалы и направления.

Нам необходимо построить характерную поверхность данного пространства. Допустим, нас интересует поверхность наиболее вероятного ослабления, другими словами, поверхность минимальной механической работы разрыва. Такая поверхность важна для определения угла откоса, угла сдвига и т. д.

Как было показано, линия скольжения может служить линией разрыва или линия разрыва может быть огибающей линией скольжения. Поэтому в каждой точке плоскость разрыва проходит или по плоскости скольжения (по плоскости грани блока), или по линиям пересечения двух граней (ребрам блока), или по точкам пересечения трех граней (по вершинам блока).

Вид этих разрывов определяется конкретными условиями деформации данного объема тела. Он отражен в породе в виде поверхности разрыва или плоскостей скольжения. Соответственно с этим в каждой точке ясно выраженных систем трещин, по которым произошло смещение, будет одна, две, три и более, если блоки имеют более сложную структуру. Направление этих смещений может быть показано в виде вектора. При одной системе трещин в данной точке вектором смещения служит линия падения плоскости трещин, при двух — линия их пересечения. При трех системах трещин такой вектор представлен диагональю параллелепипеда, образованного указанными системами.

Подобные простые виды построения поверхностей трещинной тектоники применялись нами при изучении нескольких месторождений полезных ископаемых. Систему трещин во многих случаях мы анализировали с точки зрения теории эллипсоида деформации.

Так как эта теория является частным толкованием общей тео-

рии, то здесь этот вопрос рассматривается в общем виде. Между этими толкованиями и построениями никакой принципиальной разницы нет. Если систем больше трех, то можно найти главные направления вектора графическим суммированием или попарным определением линий их пересечения и т. д.

Если в данной точке или площадке измерены многие десятки трещин, то главное направление может быть определено при помощи стереографической сетки. Если после обработки результатов замеров трещин на такой сетке получается несколько максимумов, то с ними производят ту же операцию, как с отдельными плоскостями трещин.

Таким образом, в итоге мы получим один вектор, представляющий главное направление разрыва пород в данной точке. Если провести плоскость через этот вектор, то она и будет плоскостью наиболее вероятного разрыва пород в данной точке. Проведение такой плоскости не создает трудностей, поскольку величина построенного вектора на плане будет изображать величину заложения этой плоскости. Следовательно, проведение плоскости в данной точке через данный вектор сводится к проведению горизонталей — параллельных линий вкрест простирания вектора с интервалом, равным его величине.

Данную плоскость можно распространить на всю площадь, тяготеющую к данной точке, методом ближайшего района. Соединив близлежащие горизонтали плоскостей соседних точек между собой, мы получим поверхность максимальной деформации пород. Разумеется, чем чаще точки наблюдения, тем точнее построение данной поверхности.

Заметим, что данная поверхность должна иметь вид топографической поверхности. Поэтому при проведении горизонталей нужно стремиться к соблюдению возможной их плавности. При соединении горизонталей соседних точек необходимо перемещать их параллельно самим себе вдоль вектора до приближения или совпадения их между собой.

Практику построения и применения такой поверхности проиллюстрируем на примере одного из казахстанских месторождений. Здесь серия рудоносных гидротермальных кварцевых жил приурочена к палеозойской осадочной свите, содержащей конгломераты, песчаники и сланцы. Осадочная свита дислоцирована, разбита густой сетью трещин и собрана в куполовидные складки. Местами наблюдаются следы сбросовых и надвиговых нарушений. Рудное поле пересекается тремя диорит-диабазовыми дайками. Эти дайки, а также пострудные нарушения и дорудные дайки в большой степени замаскировали структуру рудного поля. Протяженность рудного поля 1500 м при ширине около 0,8 м.

Как видим, рудное поле является обычным месторождением

гидротермального типа. Обнаженность удовлетворительная, имеется много разведочных выработок.

На месторождении проведена детальная геологическая съемка в масштабе 1:1000. Съемка сопровождалась тщательными замерами трещинной тектоники и нанесением их на план, отбором ориентированных образцов пород и руд и т. д. В результате были составлены обычные геологические карты и разрезы рудного поля с объяснительной запиской. По указанной методике построены поверхности деформации, которые были названы эквипотенциальными и изокинематическими поверхностями. Характер их был проверен и подтвержден микроструктурным анализом обработки ориентированных шлифов, а также построением аналогичной поверхности по пострудным крупным нарушениям [46, 71].

Сделанные на основе этих построений выводы достаточно точно подтверждены геологоразведочными работами в последующие годы. Как видно из плана (рис. 59), на основе построения поверхности деформаций была установлена трещинно-тектоническая структурная связь между участками рудного поля.

Кроме теории наибольших касательных напряжений имеется другая, также обоснованная математически и подтвержденная экспериментально теория наибольшей потенциальной энергии деформации.

Исходя из этой теории рассмотрим метод построения тектонической поверхности. При этом основная работа состоит в вычислении энергии (или работы) деформации в каждой точке по формулам (3.9)—(3.14) из третьего раздела. Чтобы использовать эти формулы, трещинную тектонику требуется рассматривать относительно трех координатных осей.

Как было установлено, пространственная решетка трещинной тектоники чаще всего имеет трехосную систему. Фактически большинство встречающихся пород обладает такой параллелепипеидальной системой отдельностей. В случаях, когда системы отдель-

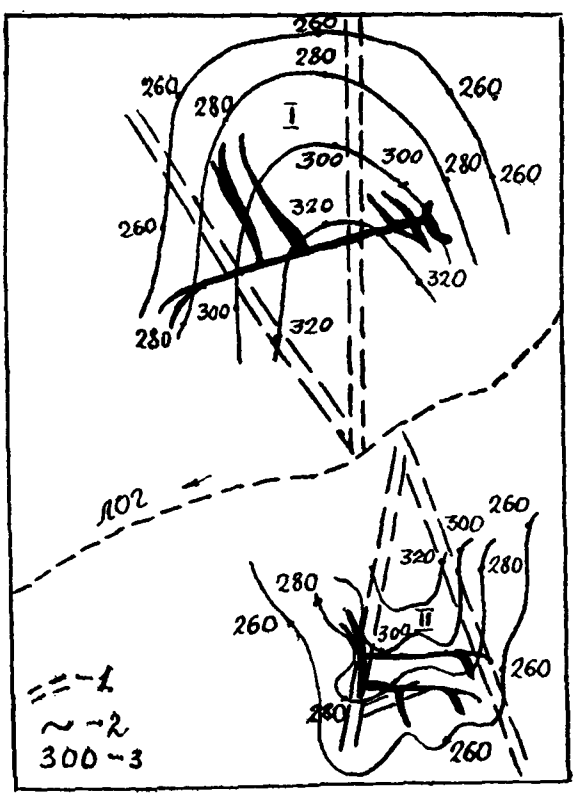


Рис. 59. Структурная поверхность рудного поля: *1* — зоны пересечения жил; *2* — структурные поверхности; *3* — точки главных замеров

ностей выражены неясно, требуется определить их при помощи комбинации или статистической обработки способами, применяемыми в первом случае.

На основе полученных числовых значений работы деформации в каждой точке, как по «высотным отметкам», легко построить поверхность топографического типа. Она и будет поверхностью интенсивности пластической деформации или (при умножении на величину касательного напряжения породы) поверхностью плотности энергии деформации.

Далее на примере Акбастау-Космурунского рудного поля рассмотрим построение эллипса деформации и его значение при определении механизма образования структурного поля.

Акбастау-Космурунское рудное поле расположено на южном склоне Чубартауского хребта. В 1939—1941 гг. при геологической съемке данного района А. Ж. Машановым были открыты медно-полиметаллические месторождения.

Акбастау-Космурунское рудное поле сложено вулканогенно-осадочной толщей среднего и нижнего палеозоя. Оруденение имеет сложное происхождение, т. е. вулканогенно-гидротермально-осадочное.

В 1959 г. структура рудного поля была исследована геомеханическим методом. Были зафиксированы все доступные визуальному наблюдению элементы структуры, проведены массовые замеры трещин при недостаточной обнаженности. Затем по геолого-структурным признакам рудное поле было разбито на 30 участков. На каждом участке обычным методом математической статистики определялись главные направления трещин, которые на плане

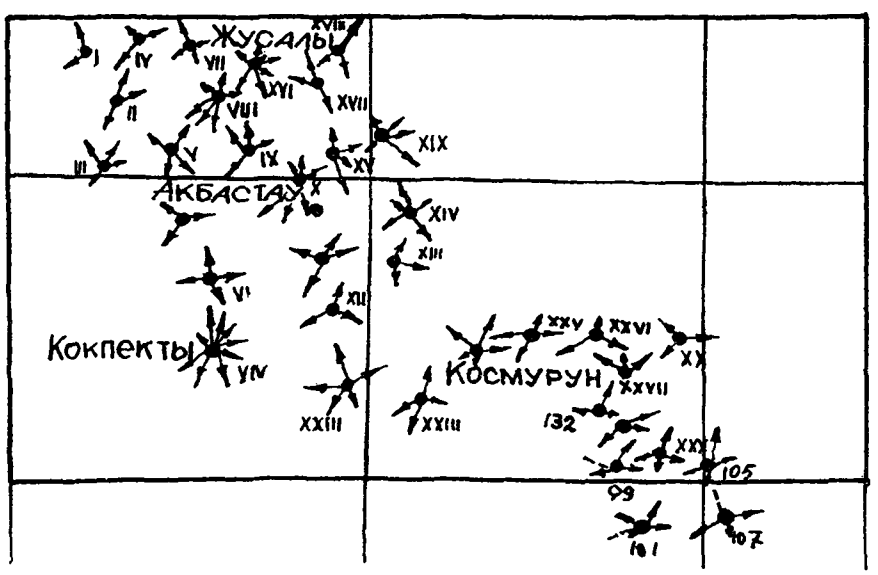


Рис. 60. Схематическая тектоническая карта Акбастау-Космурунского рудного поля

изображены в виде векторов. Таким образом, рудное поле было выражено в виде векторного поля (рис. 60). Дальнейшее обобщение векторов привело к тому, что каждый узловой пункт проявления оруденения (Жусалы, Акбастау, Кокпекты и Космурун) был представлен на плане одной сопряженной парой систем трещин. Точка (вернее, пункт) пересечения этих систем рассматривалась как некоторая гипотетическая узловая точка тектонической структуры рудного поля и рекомендовалась для детальной разведки. После этого рудное поле изучалось в течение десяти лет различными методами. Было установлено, что узловая точка оказалась местом главного вулканического жерла, с деятельностью которого связано оруденение.

Если отмеченную гипотетическую точку рассматривать как центр рудного поля и построить эллипс деформации, то получается, что узловые точки оруденения достаточно закономерно располагаются в пределах поля.

Так, например, Жусалы, Кокпекты и Космурун находятся в местах касания эллипсоида и главных направлений трещин, а Акбастау — на одной фокусной точке (рис. 60).

Другая фокусная точка и соседняя с ней точка касания указанных систем отвечают участку на юге Космуруна. Здесь геофизическим методом установлена аномалия, которая, как показало бурение, оказалась рудной залежью.

Раздел третий

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ МАССИВА НА ГОРНЫЕ ВЫРАБОТКИ

Механическая неоднородность массива определяется густотой (частотой) и взаиморасположением сопряженных систем трещин, являющихся системами плоскостей скольжения. С ними связаны два коэффициента — сцепления и внутреннего трения. Эти коэффициенты являются исходными при решении задач горного давления, сдвижения, устойчивости бортов и др.

К основным параметрам могут быть также отнесены коэффициенты поперечной деформации, крепости, бокового давления, трения. Задача данного раздела — учет структуры массива при расчете горных сооружений.

Глава 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТАНТ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С УЧЕТОМ ЕГО СТРУКТУРЫ

В большинстве случаев системы трещин в массиве горных пород являются аналогами систем плоскостей пластического скольжения, наблюдаемых в материалах при высоких давлениях и известных под названием «линии Людерса».

Совпадение экспериментальных результатов и геометрических форм, интерпретирующих теории потенциальной энергии и касательных напряжений, объясняется единством их физической основы, которое выражается в том, что внешние деформирующие силы находятся в равновесии с силами внутреннего сопротивления элементарных частиц деформируемого тела. Эти силы представляют собой давление на поверхностях соприкосновения частиц при

их перемещении внутри тела как единого целого под влиянием внешней деформирующей силы.

Таким образом, внутреннее сопротивление деформируемого тела выражается касательными напряжениями, возникающими на поверхности элементарных частиц тела. Следовательно, работа, совершаемая внешними силами при деформации, будет равна потенциальной (поверхностной) энергии, накапливающейся в деформируемом теле в результате перемещения его элементарных частиц. Значит, чем больше количество перемещающихся при деформации элементарных частиц в единице объема тела, тем больше величина его внутренних поверхностей и внутренняя потенциальная поверхностная энергия.

Суммарная поверхность всех перемещающихся частиц в единице объема тела есть удельная поверхность. При перемещении на поверхностях тела появляется касательное напряжение. Отсюда энергия деформации тела пропорциональна его удельной поверхности и возникающему по ней касательному напряжению.

Удельная поверхность является важной характеристикой дисперсного состояния вещества; в нашем случае она выражает степень раздробленности или трещиноватости горных пород. Следовательно, интенсивность деформации массива горных пород прямо пропорциональна степени его трещиноватости — раздробленности.

Математическое выражение энергетической теории, как уже отмечалось, осуществляется через компоненты деформации, а касательного напряжения — через поверхность напряжения. Тем самым создается внешнее отличие между этими группами теорий. На самом же деле их легко можно привести к одному обобщенному закону.

Как известно, пластическое состояние материала — это состояние текучести. Течение же частиц материала происходит по поверхностям, которые имеются и вновь образуются при данном процессе. Следовательно, удельная поверхность тела есть та поверхность, по которой происходят перемещения частиц тела. Поэтому физико-механические свойства тела определяются наличием в нем свободных поверхностей, а также способностью их образования. Энергию деформации тела можно рассматривать как некоторую постоянную величину.

Коэффициент крепости породы представляет собой величину, обратную удельной свободной поверхности тела; с ростом удельной поверхности в какой-то степени увеличивается и сила его внутреннего трения, но она составляет небольшую долю энергии деформации.

Пластическое состояние тела как состояние текучести можно описать динамикой потока (газового, ультразвукового или жидкого). В различных местах течения потока жидкости частицы его

могут двигаться со скоростями, имеющими различную величину и разные направления, т. е. поток жидкости представляет собой векторное поле. Значит, тектоническое (деформированное) поле массива горных пород можно рассматривать как силовое векторное поле.

Перемещение частиц тела при пластической деформации можно считать векторным, т. е. трещинную тектонику можно изучать векторным способом. Каждую плоскость трещин скольжения можно изобразить в виде поверхностного потока векторов.

Две сопряженные плоскости скольжения могут быть представлены в следующем виде (рис. 61). Вдоль плоскости скольжения

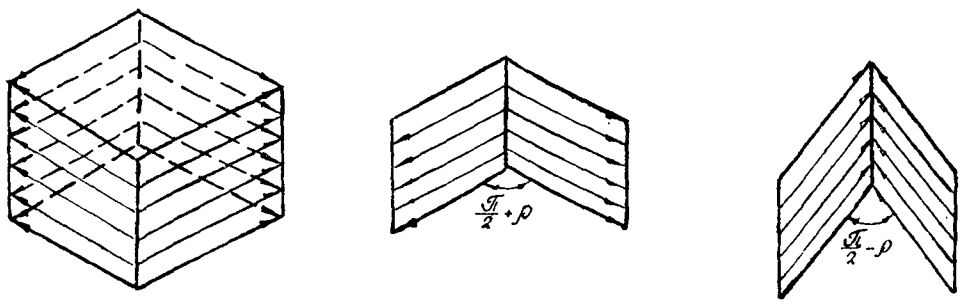


Рис. 61. Плоскости векторного потока

энергия деформации прямо пропорциональна ее величине. Энергия, отнесенная к единице поверхности скольжения, есть интенсивность деформации.

На основе правила геометрического сложения векторов приведенное выше положение может быть выражено так: интенсивность деформации массива горных пород прямо пропорциональна геометрической сумме систем трещин в рассматриваемом направлении.

Исходя из этого положения зависимость между касательными и нормальными напряжениями в плоскости нормальных напряжений может быть представлена в виде векторного треугольника (рис. 62):

$$\sigma=2\tau_0\cdot\sin\alpha \qquad (3.1.)$$

или

$$\sigma=\tau\cdot\sin\alpha.$$

Здесь касательное напряжение берется удвоенным, так как при сдвиговой деформации возникают две сопряженные плоскости скольжения, и в этой форме выражение соответствует общепринятой зависимости между ними. Например, если угол α равен 60°, то коэффициент будет равен 0,577 (условие Мизеса). Учитывая симметричность задачи, двойку можно опустить.

На рис. 63 путем графического суммирования (интегрирования) векторов построена кривая гиперболического типа.

Осуществляя такое построение по всем четвертям и проводя оси симметрии по точкам пересечения пунктов пластических деформаций, приходим к графику (рис. 64), где выделены следующие области: *А* — идеальной пластичности; *Б* — вязкости; *В* — крупноупругой; *С* — жидкости.

В целом условие предельного равновесия пластической деформации при линейном решении задачи по правилам геометрического суммирования векторов (по

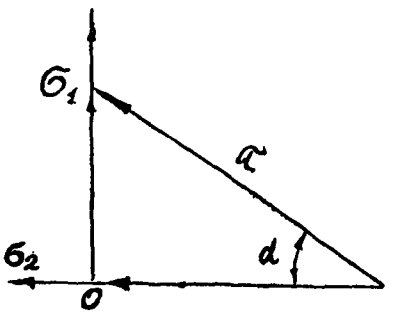


Рис. 62. Векторный треугольник

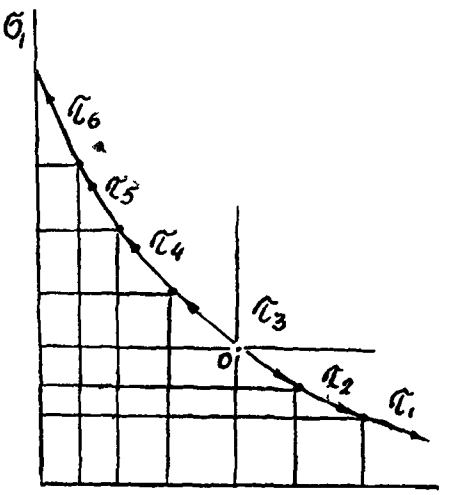


Рис. 63. Графическое суммирование векторов

теореме проекции) должно иметь следующий вид (см. рис. 63):

$$\tau=\tau_1\cos\alpha_1+\tau_2\cos\alpha_2. \qquad (3.2)$$

Для пространственной задачи в общем виде

$$\tau=\sum_1^n\tau_i\cos\alpha_i, \qquad (3.3)$$

где n — число суммируемых векторов.

Выражение (3.3) может быть представлено через интенсивность деформации массива горных пород, вычисляемую

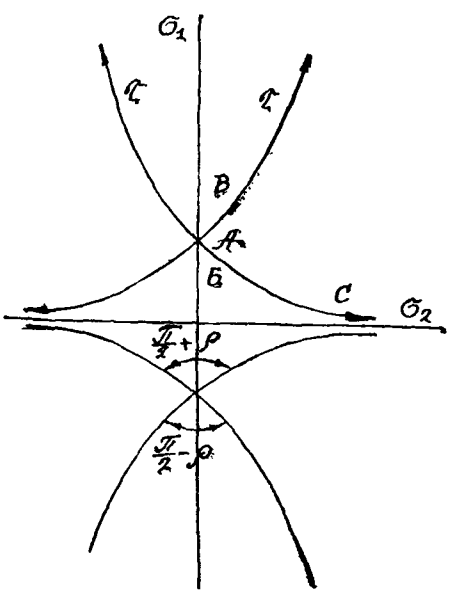


Рис. 64. Диаграмма изменения механических свойств материала

для единицы объема или площади, или длины, в зависимости от характера поставленной задачи, т. е.

$$W = K\sum_{1}^{n}\tau_i \cos\alpha_i, \qquad (3.4)$$

где K — коэффициент пропорциональности.

Применительно к скально-трещиноватым массивам интенсивность деформации, выражаемая формулой (3.4), представляет собой интенсивность трещиноватости в том или ином направлении.

Необходимо отметить, что формулы (3.3) и (3.4) могут быть истолкованы как градиенты поля деформации или тектонического поля или вообще как градиенты структурного параметра массива. Следовательно, при помощи этих градиентов теорию поля можно использовать при анализе структуры массива. Как будет показано ниже, некоторые способы графического построения полей, в частности способ геометрии недр, с успехом могут применяться при решении ряда задач по горному давлению.

Вместе с тем системы трещин отдельности в горных породах, как правило, явление периодическое, выражающееся в повторении соразмерных сопряженных им систем. В связи с этим формула (3.4) может быть сведена (путем соответствующего выбора коэффициентов чередования знаков и пр.) к обычному виду тригонометрических сумм, представляющих собой математическое выражение периодических явлений.

Колебания распространяются по всему массиву и, отражаясь от поверхностей контактов в горных породах, образуют стоячие волны. Геометрическое место точек максимальной амплитуды стоячих волн становится потенциальной поверхностью скольжения, т. е. местом образования систем трещин. Поскольку этот процесс неоднократно повторялся и повторяется в течение многомиллионной геологической истории земной коры, он охватил почти все серии горных пород. Интересно отметить, что густота (частота) наблюдаемых в породах систем трещин вполне точно совпадает с обычной длиной механических волн, возникающих в земной коре. Так, например, инфразвуковые колебания, образующиеся обычно в различных точках земной коры, имеют длину волны от одного до сотни сантиметров и более, т. е. вполне соизмеримы с обычной частотой наблюдаемых в породах систем трещин. Более частые трещины рассланцевания соответствуют, очевидно, обычным звуковым (акустическим) колебаниям, имеющим длину волны от тысячных долей до целых сантиметров. Ультразвуковые колебания, вероятно, отвечают процессам скольжения в кристаллических зернах, возникающих при пластической деформации.

Различные изменения частоты систем трещин и их ориентации в зонах контактов и при переходе от одной серии пород к другой можно объяснить на основе их волновой природы. В самом деле, на всех этих поверхностях контактов пород происходят процессы преломления и отражения волн. В результате определенной суперпозиционной интерференции этих волн на контактах возникают новые системы трещин, соответствующие групповым волнам.

Отметим, что формула (3.3) включает в себя все виды деформации и разрушения как путем отрыва (угол наклона равен нулю), так и путем сдвига. Однако с технической точки зрения уже образовавшиеся системы трещин мы часто рассматриваем как сколовые. Что касается формулы (3.4), то здесь интенсивность трещин можно сравнить с коэффициентом вариации, применяемым в горном деле.

КОЭФФИЦИЕНТ ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Коэффициент Пуассона представляет собой отношение поперечной деформации к продольной и характеризует способность материала деформироваться без разрыва сплошности. Эмпирическое определение этого коэффициента иногда очень затруднительно, а в ряде случаев вообще невозможно. Заметим, что коэффициент Пуассона не является постоянной величиной, а зависит от напряженного состояния тела. В тех случаях, когда деформации выходят за пределы пропорциональности, коэффициент Пуассона теряет свой смысл.

Так, например, при изучении механических свойств массива горных пород, разбитого системами трещин, как модуль пропорциональности напряжений и деформаций, так и коэффициент Пуассона, определенные на основании испытаний образцов, не могут применяться без поправки. На практике обычно значение коэфициента Пуассона устанавливается в результате испытания образцов — кусков пород без учета физико-механического состояния массива в условиях естественного залегания.

Между тем нам представляется, что можно достаточно точно определить коэффициент поперечного сжатия путем замера фактических элементов деформации любого типа.

Как известно, одним из важнейших элементов теории прочности является закон относительной пропорциональности между поперечной и продольной деформациями — закон Пуассона. Математическое выражение его таково:

$$\mu = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}, \qquad (3.5)$$

где μ — коэффициент Пуассона; ε_1 — относительное поперечное

сжатие (сужение); ε — относительное продольное удлинение (расширение).

Последние две величины, в свою очередь, определяются из выражений

$$\varepsilon_1 = \frac{l_1 - l}{l} = \frac{\Delta l}{l};$$

$$\varepsilon = \frac{b - b_1}{b} = \frac{\Delta b}{b},$$

где l и l_1 — длина стержня до и после деформации (рис. 65); b и b_1 — его ширина при тех же условиях.

С учетом этого формула (3.5) принимает вид

$$\mu = \frac{\Delta b \cdot l}{\Delta l \cdot b}. \tag{3.6}$$

Если образец первоначально имел форму куба, т. е. $l = b$, то

$$\mu = \frac{\Delta b}{\Delta l}. \tag{3.7}$$

По энергетической теории прочности Губера — Мизеса — Генки за критерий прочности принимается величина той части удельной

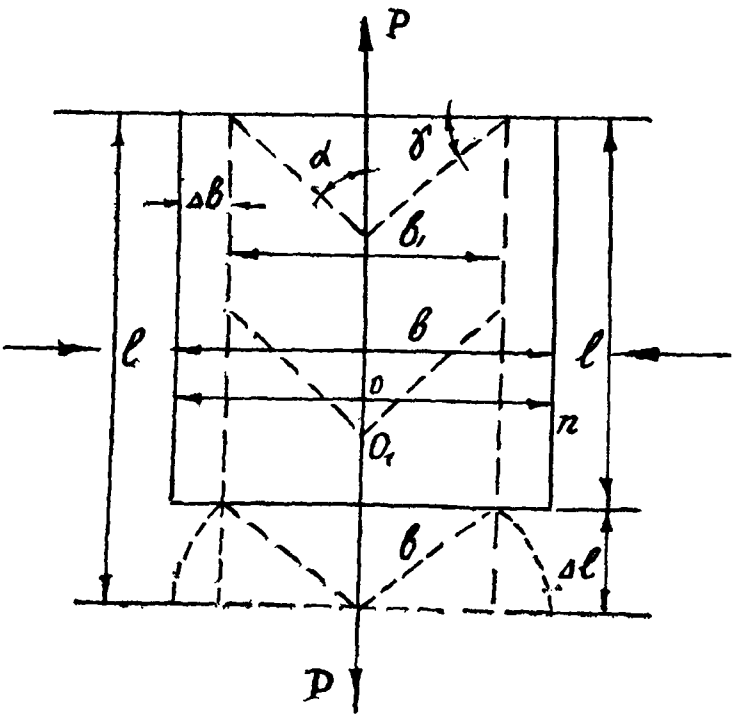


Рис. 65. К выводу коэффициента поперечной деформации

энергии деформации, которая соответствует изменению формы тела, а объем тела считается постоянным.

Из теории наибольших касательных напряжений Кулона—Мора известно, что процесс деформации тела является результатом сдвигового скольжения элементарных слоев деформируемого тела относительно друг друга по системам параллельных плоскостей. В плоском сечении таких систем плоскостей скольжения будут две представляемые в виде линий скольжения.

Исходя из обеих теорий прочности легко найти выражение для определения коэффициента поперечного сжатия в зависимости от величины угла между линиями скольжения. В самом деле, удлинение Δl — не что иное как сдвиг или величина искажения прямого угла параллелограмма образца до угла, полученного в результате сдвигаемой деформации, а сжатие Δb — сокращение высоты этого параллелограмма в результате той же деформации. Объем тела (в данном случае площадь сечения) будем считать постоянным. Тогда при сдвиге ширина, или поперечная прямая, не изменится, а примет наклонное положение, т. е. вдоль линии скольжения изменения отрезка не произойдет:

$$\frac{b}{2} = on = o_1 n_1. \tag{3.8}$$

Далее из рис. 65 следует, что

$$\Delta l = b \cdot \sin\gamma; \quad \Delta b = b(1-\cos\gamma). \tag{3.9}$$

Отсюда по формуле (3.7) имеем

$$\mu = \frac{1-\cos\gamma}{\sin\gamma} = \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}. \tag{3.10}$$

Так как $\gamma = 90° - \alpha$, то формула (3.10) принимает следующий вид:

$$\mu = \frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}\right). \tag{3.11}$$

Формулы (3.10) и (3.11) равноценны, но последняя более удобна для практического использования.

Можно предложить еще одну формулу, выведенную аналогичным способом:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{1+\mu}, \tag{3.12}$$

откуда

$$\mu = \frac{2-\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}. \tag{3.13}$$

Не менее интересным является способ теоретического определения коэффициента поперечного сжатия на основе известной теории сдвига или теории клина. Допустим, что по оси X стержня приложена растягивающая сила P (рис. 66). Напряжение на пер-

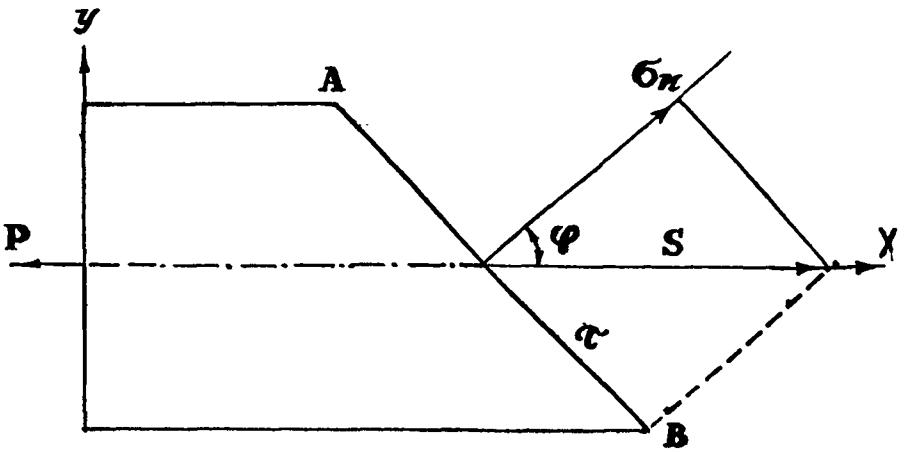


Рис. 66. К выводу коэффициента поперечной деформации по теории сдвига

пендикулярном к оси стержня поперечном сечении находим из выражения

$$\sigma_x = \frac{P}{F}, \tag{3.14}$$

где F — площадь перпендикулярного к оси стержня поперечного сечения.

Проведем косое к оси стержня сечение AB и рассмотрим изменение напряжения на этом сечении, площадь которого имеет величину $F_1 = \frac{F}{\cos\varphi}$. Напряжение S по этому сечению определяем из следующей формулы:

$$S = \frac{P}{F_1} = \frac{P \cdot \cos\varphi}{F} = \sigma_x \cdot \cos\varphi. \tag{3.15}$$

Нормальное напряжение к данному сечению (σ_n) находим из выражения

$$\sigma_n = S \cdot \cos\varphi. \tag{3.16}$$

На основании формул (3.15) и (3.16) имеем

$$\mu = \frac{\sigma_n}{\sigma_x} = \cos^2\varphi. \tag{3.17}$$

Известно, что пластическая деформация тела осуществляется при совпадении рассматриваемого косого сечения с плоскостью

скольжения. Следовательно, коэффициент поперечной деформации определяется отношением нормального напряжения плоскости скольжения к нормальному напряжению растяжения и численно равен квадрату косинуса угла между этими направлениями.

На основании теории Мора μ можно получить следующим образом. Величина n характеризует деформацию материала под воздействием приложенной сжимаемой силы P. Отношение ее к максимальному напряжению σ_1 можно представить как коэффициент поперечного сокращения, аналогичный коэффициенту Пуассона. Целесообразно выразить его через угол разворота φ между максимальными и минимальными значениями напряжений:

$$n=\overline{ab}\cdot\cos\varphi; \qquad ab=\sigma_1\cdot\cos\varphi;$$

$$n=\sigma_1\cdot\cos^2\varphi; \qquad \mu=\frac{n}{\sigma_1}=\cos^2\varphi. \tag{3.18}$$

Направлением нормали σ_n к рассматриваемой площадке принимается биссектриса тупого угла сдвинутого параллелограмма, т. е. $\varphi=\frac{\pi}{4}+\frac{\rho}{2}$, где ρ — угол внутреннего трения. Отсюда

$$\mu=\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\rho}{2}\right). \tag{3.19}$$

Таким образом, коэффициент поперечной деформации материала пропорционален квадрату косинуса угла между максимальным и минимальным значениями напряжений и является функцией угла внутреннего трения.

Для грунтов величину μ часто определяют через коэффициент бокового давления m из выражения

$$\mu=\frac{m}{1+m}. \tag{3.20}$$

При $\mu=\cos^2\alpha$

$$m=\operatorname{ctg}^2\alpha. \tag{3.21}$$

Отсюда получаем формулу

$$\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{\frac{1-\mu}{\mu}}, \tag{3.22}$$

где $\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\rho}{2}$; $45°\leqslant\alpha\leqslant90°$, которая была выведена нами из теории эллипсоида деформации [50].

Приведем еще один пример для сравнения из области оптических явлений.

На основе оптической теории Малю можно прийти к выводу, что отношение интенсивности компонента поляризованного светового вектора I по данному направлению к интенсивности исходного светового вектора I_0 равняется квадрату косинуса угла α между этими векторами:

$$\cos^2\alpha=\frac{I}{I_0}. \tag{3.23}$$

Сравнивая это отношение с выражением для коэффициента Пуассона, отмечаем, что по физическому смыслу они эквивалентны, так как оба представляют собой отношение площадей напряжений или, что то же самое, интенсивностей напряжений. Следовательно, можно принять $\mu=\cos^2\alpha$. Данное положение вытекает из известной аналогии между механикой и оптикой, являющейся теоретической основой фотоупругости.

Ранее была выделена показательная функция для определения механической прочности массива по аналогии с процессом поглощения света при переходе из одной среды в другую. Здесь мы имеем еще один случай подобной аналогии. Эти аналогии имеют физическую основу, а именно коэффициент поперечной деформации $\mu=\cos^2\alpha$ легко привести к такой же показательной функции.

Как известно, коэффициент Пуассона может быть представлен в следующем виде:

$$\mu=\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\rho}{2}\right)$$

или

$$\mu=\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\rho}{2}-\sin\frac{\rho}{2}\right)\right]^2. \tag{3.24}$$

Синус и косинус представим как координаты точки на единичной окружности. Линию синуса примем параллельной направлению главной оси деформации сжатия — сокращения, а линию косинуса — параллельной главной оси деформации удлинения. Иначе говоря, линии синуса приписывается знак минус (сокращение), а линии косинуса — знак плюс (удлинение). Это равносильно тому, что выражение (3.24) можно рассматривать как комплексную величину, т. е.

$$\mu=\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\rho}{2}-i\sin\frac{\rho}{2}\right)\right]^2. \tag{3.25}$$

Используя формулу Муавра, имеем

$$\mu=\frac{1}{2}(\cos\rho-i-\sin\rho). \tag{3.26}$$

К последнему выражению можно применить формулу Эйлера. Следовательно, окончательно коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона) имеет форму показательной функции от угла внутреннего трения:

$$\mu = \frac{1}{2} e^{-\rho}, \tag{3.27}$$

откуда число Пуассона и боковой распор определяются в следующем виде:

$$\mu = 2e^{\rho};$$

$$m = \frac{1}{2e^{\rho} - 1} = \frac{1}{\mu - 1}. \tag{3.28}$$

Эти коэффициенты выведены главным образом для массива горных пород, где величина угла внутреннего трения в среднем колеблется в пределах 10—40°, или в радиальной мере 0,17—0,7.

Среднее значение этих коэффициентов при $\rho = 30°$ $\mu = 0{,}3$; $m = 0{,}42$.

Боковое давление горной породы в выработках. Давление в горной породе в вертикальном направлении можно найти по формуле $\sigma_y = \gamma H$, где γ — средний объемный вес налегающей породы; H — глубина залегания.

Наиболее важным и сложным является расчет величины давления в горизонтальном направлении, т. е. бокового давления в горных выработках. Чтобы определить боковое давление на глубине H, представим себе кубик с ребрами, равными единице (рис. 67) [38].

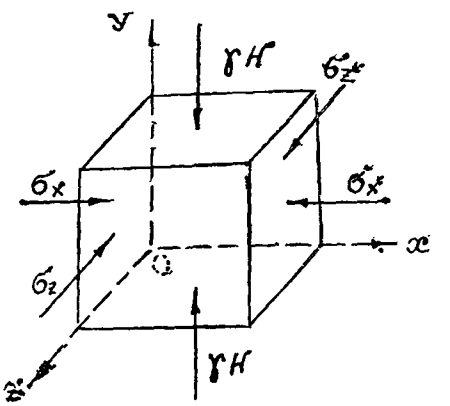


Рис. 67. Элементарный кубик сжатия для вычисления бокового давления

В вертикальном направлении по оси Y кубик сжат силой γH. Под действием этой силы горизонтальное ребро кубика увеличивается на величину $\mu \frac{\gamma H}{E}$, где E — модуль Юнга. Кроме того, на кубик оказывает сжимающее действие и окружающая боковая порода. Если рассматривать удлинение ребра кубика OX, то сжатие в направлении оси Z дает удлинение, равное $\mu \frac{\sigma}{E}$. Давление породы по оси OX вызывает укорочение ребра OX, равное $\frac{\sigma}{E}$, которое уравновешивает удлинения по двум другим осям. Следовательно, имеем

$$\mu \frac{\gamma H}{E} + \frac{\mu\sigma}{E} = \frac{\sigma}{E}, \tag{3.29}$$

откуда

$$\sigma = \frac{\mu}{1-\mu}\gamma H. \tag{3.30}$$

Таким образом, получается ранее приведенное выражение для коэффициента бокового давления:

$$m = \frac{\mu}{1-\mu}.$$

С учетом формулы (3.19) получаем

$$m = \frac{1-\sin\alpha}{\cos(1-\sin\alpha)}; \quad m = \operatorname{ctg}^2\alpha. \tag{3.31}$$

Таблица 7. **Коэффициенты Пуассона и бокового распора в зависимости от α**

α, град	$\mu=\cos^2\alpha$	$m=\operatorname{ctg}^2\alpha$
90	0	0
85	0,007	0,007
80	0,03	0,03
75	0,07	0,07
71	0,1	0,11
70	0,12	0,13
65	0,18	0,22
63	0,2	0,25
60	0,25	0,33
57	0,3	0,43
55	0,33	0,49
50	0,4	0,67
45	0,5	1

Полученные по этим формулам μ и m сведены в табл. 7.

Здесь так же, как при определении μ, рассматривается направление, перпендикулярное к биссектрисе угла 2α.

Сравним эту таблицу с таблицей Динника [38]. Из табл. 7 видно, что по формуле (3.31) предельное значение $m=1$ достигается при $\alpha=45°$, а по формуле (3.20) этому соответствует $m=0{,}7$, что является более логичным. Обе прямые имеют точку пересечения при $\alpha=55°$, которой соответствует $m=0{,}49$. При этом величина угла между двумя системами трещин 2α является характерной для данной породы. Если порода до деформации была анизотропной, а давление было нормальное гравитационное (вертикальное), то сколовые системы трещин будут иметь одинаковый угол падения к горизонту, т. е. биссектриса угла 2α будет ориентирована горизонтально (рис. 68, *а*).

Если направление давления изменилось на угол γ, а механические свойства породы при этом остались без существенного изменения (рис. 68, *б*), то

$$m = \operatorname{ctg}^2(\alpha-\gamma). \tag{3.32}$$

Формула (3.32) применяется только в случаях, когда угол на-

клона одной из систем трещин к горизонту значительно больше, чем угол внутреннего трения ρ данной породы. В тех случаях, когда угол наклона системы скольжения равен или меньше угла внутреннего трения, определяющим фактором бокового распора служит данная система. Тогда формула (3.32) принимает следующий вид:

$$m=\operatorname{ctg}^2(\gamma-\varphi), \qquad (3.33)$$

где $\varphi=90°-\alpha$ — половина острого угла между двумя системами трещин.

Угол α из формул (3.11) и (3.20), а следовательно, и (3.31) определяют непосредственно в поле измерением углов наклона систем трещин к горизонту, а угол наклона биссектрисы к горизонту находят как разность этих величин.

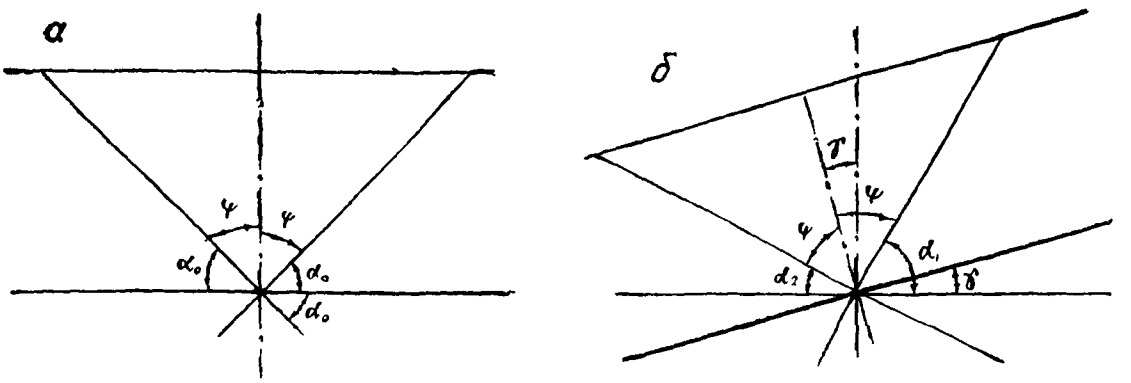


Рис. 68. К определению величины расчетного угла поперечной деформации для симметричного (*а*) и асимметричного (*б*) случаев

Значение коэффициента бокового давления m равно единице, когда $\alpha=45°$ и $\gamma=0°$. Если $\gamma\geqslant 0°$, то m становится больше единицы при любом значении α. Здесь необходимо отметить, что угол α характеризует механические свойства породы, а γ — направление действия нагрузки, вызванной той или иной причиной. Тот факт, что значение m может быть больше единицы, уже подтвержден многими исследователями в результате натурных измерений напряженного состояния массива методом разгрузки.

Трение. Если одно тело неподвижно (А), а другое (В) перемещается по его поверхности, то под влиянием прижимающей их силы N возникает как бы сцепление между ними. Чтобы сдвинуть тело В, необходимо приложить силу P, которая называется силой тяги. Возникающее сопротивление — трение, а сила сопротивления — сила трения T. Сила эта реактивна и уравновешивает силу P, т. е. $T=P$.

По закону Кулона — Амонтона — Морена между силой трения и нормальным давлением существует простая зависимость:

$$P=[T]=\mu N, \tag{3.34}$$

где μ — коэффициент трения.

Коэффициент трения может быть выражен через тангенс угла трения α:

$$\mu=\operatorname{tg}\alpha. \tag{3.35}$$

Угол α — это такой угол, на который надо наклонить трущуюся плоскость между телами A и B, чтобы между ними началось смещение. Следовательно, угол α является предельным углом, т. е. характерной величиной для трущихся поверхностей тел.

Сила трения при прочих равных условиях зависит от величины площади трущихся поверхностей; прижимающее давление рассчитывается на единицу площади этой поверхности. Поэтому сила трения или равная ей сила тяги пропорциональна площади трущихся поверхностей. В плоском сечении линия $on=P$ (рис. 69).

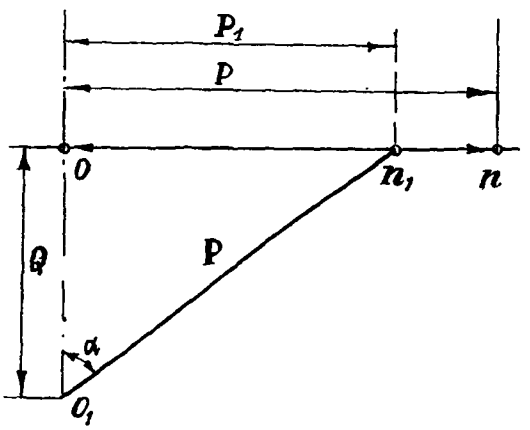


Рис. 69. К определению угла трения

Если последняя линия тяги наклонена к горизонту без изменения своей величины $P=o_1n_1$, то наблюдается равновесие сил в пределах прямоугольного треугольника on_1o_1. Здесь Q — давление между телами; P_1 — горизонтальная составляющая силы тяги P; α — угол трения.

Из этого треугольника следуют соотношения

$$P_1=P\cdot\sin\alpha;$$

$$\frac{P_1}{Q}=\operatorname{tg}\alpha=\mu;\quad Q=P\cdot\cos\alpha. \tag{3.36}$$

Далее, по аналогии с выводом коэффициента поперечной деформации (см. рис. 65), находим

$$\theta'=\frac{P-P_1}{P};\quad \theta=\frac{Q}{P},$$

откуда

$$\mu=\frac{\theta'}{\theta}=\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Таким образом, мы пришли к формуле (3.11). Это означает, что в некоторых случаях имеет место идентичность понятий коэффи-

циентов поперечной деформации и трения. Поэтому здесь для них принято одинаковое обозначение.

Отметим, что предлагаемая нами трактовка понятия коэффициента поперечной деформации несколько отличается от таковой общеизвестного коэффициента Пуассона. Поэтому во избежание возможных недоразумений сделаем следующие замечания:

1. Известно, что законы Гука и Пуассона справедливы при малых деформациях, где деформация растяжения не имеет существенного значения. По достижении некоторой предельной величины общей деформации и при возникновении деформации скольжения и растяжения механические свойства материала резко изменяются: выявляются новые факторы в виде плоскостей скольжения, внутреннего трения и сцепления; в связи с этим модули пропорциональности и коэффициент Пуассона теряют свое первоначальное значение.

При образовании систем трещин и при проходке горных выработок в породах возникают именно такие глубокие перераспределения напряжений, которые приводят к существенному изменению механических свойств пород. Поэтому вместо обычного понятия коэффициента Пуассона здесь удобнее употреблять понятие коэффициента поперечной деформации.

2. Угол внутреннего трения ρ для однородного материала при одних и тех же условиях деформации имеет постоянное значение («характеристический» угол, по Рейте). Этому обстоятельству отвечает выражение $\Delta l = b \cdot \sin \rho$, так как и линия скольжения b, и удлинение Δl рассчитаны на единицу длины образца при данном состоянии напряжений.

Нас интересует относительное значение этого коэффициента при наличии данных систем трещин как следов остаточной деформации. Системы трещин, создающие наиболее ослабленные зоны в породе, являются наиболее вероятными системами смещения блоков пород при нарушении их равновесия. В результате этих элементарных смещений по трещинам образуется поперечная деформация тела, которая в горном деле именуется боковым давлением или распором. Разумеется, последняя величина не будет равна тому значению коэффициента поперечной деформации, которое отмечалось в момент возникновения трещин. Эти два значения коэффициента поперечной деформации будут иметь некоторую сравнимую величину и аналогию только в том случае, когда условия деформации в обоих случаях окажутся одинаковыми.

3. Существуют два вида разрушения: путем отрыва и путем сдвига по системам скольжения.

Имеет ли значение использование той или другой теории при определении коэффициента поперечной деформации? В настоящее время эти две теории рассматриваются как два момента единой

теории разрушения, приближаясь тем самым к идее Людерса — Чернова. По этому поводу Надаи [55] пишет, что «в противоположность резкому разграничению двух условий разрушений следует допустить существование постепенного перехода от разрушения путем отрыва к разрушению путем сдвига».

Наше определение коэффициента поперечной деформации по своему физическому смыслу соответствует представлению Надаи.

Переходим к исследованию соответствия коэффициентов поперечной деформации и трения исходя из принципа концентрации напряжений на сечениях стержня, по аналогии с выводом формулы (3.19).

Рассмотрим изменение напряжений с изменением положения сечения при простом растяжении.

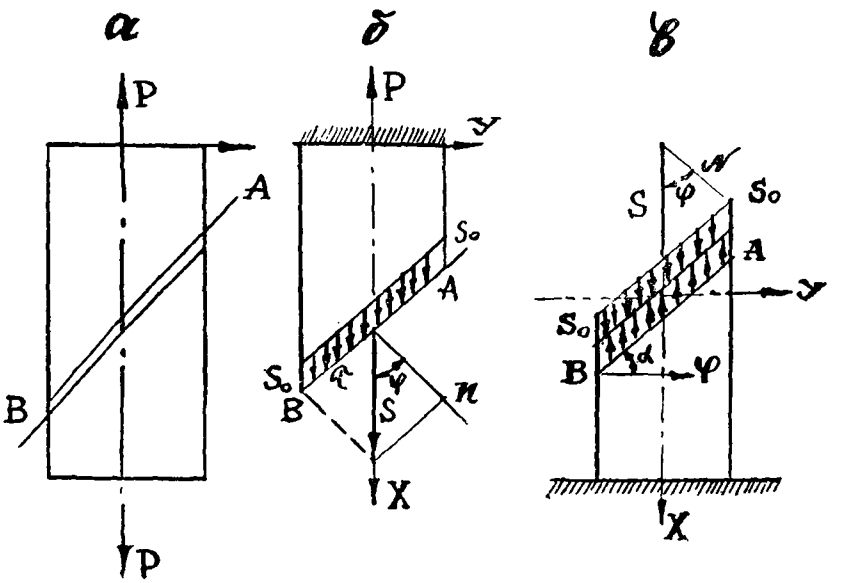


Рис. 70. К определению величины коэффициента трения (*а*) и выводу его формулы (*б*, *в*)

Призматический стержень подвергается осевому растяжению силой P (рис. 70, *а*). Пусть сечение AB наклонено к оси стержня. Предполагая одинаковое удлинение всех продольных волокон, легко представить равномерное распределение усилия по косому сечению. Верхняя часть стержня (рис. 70, *б*) находится в равновесии под действием этих усилий и внешней силы P, приложенной к верхнему концу.

Напряжение S по этому сечению будет равно

$$S = \frac{P \cdot \cos\varphi}{F} = \sigma_x \cdot \cos\varphi,$$

где $\sigma_x = \frac{P}{F}$; F — площадь перпендикулярного к оси стержня попе-

речного сечения; φ — угол между осью x и нормалью n к косому сечению AB. Напряжение S имеет направление силы P, перпендикулярно к сечению AB и раскладывается на два компонента: на нормальное напряжение σ_n и касательное, или скалывающее, напряжение τ:

$$\sigma_n = S \cdot \cos\varphi = \sigma_x \cdot \cos^2\varphi;$$

$$\tau = S \cdot \sin\varphi = \sigma_x \cdot \cos\varphi \sin\varphi = \frac{\sigma_x}{2} \cdot \sin 2\varphi. \qquad (3.37)$$

Допустим теперь, что нижняя часть стержня неподвижно закреплена, а верхняя может скользить по сечению AB. Для наглядности верхняя часть стержня на рис. 70, *в* заменена уравновешивающими усилиями. При этом равномерно распределенное по сечению AB усилие S_0 заменяет собой тело, которое может скользить по наклонной плоскости AB под действием напряжения S.

Нормальная составляющая имеет величину $N = S \cdot \cos\alpha$, касательная или сдвигающая — $T = S \cdot \sin\alpha$. Пока $T < fN$, или $S \cdot \sin\alpha < S \cdot f \cos\alpha$, или $\operatorname{tg}\alpha < f$, тело будет только прижиматься к плоскости, но не скользить по ней. То значение угла α, при котором неравенство переходит в равенство, будет предельным для состояния равновесия. При дальнейшем увеличении этого угла начнется скольжение. Обозначив предельное значение угла α через φ, получим $\operatorname{tg}\varphi = f$, где f — коэффициент трения.

В последнем случае (рис. 70, *в*) нижняя часть стержня закреплена, а верхняя скользит по сечению AB:

$$S = \frac{P}{S_0}, \qquad (3.38)$$

где $S_0 = \frac{F}{\cos\varphi}$. Тогда $N = S \cdot \cos\varphi = \frac{P}{S_0}\cos\varphi = \frac{P}{F}\cos^2\varphi = \sigma_x \cdot \cos^2\varphi$.

На рис. 70, *в* сила направлена вертикально, а плоскость скольжения наклонена. К тем же самым результатам можно прийти и при их обратном расположении, т. е. при горизонтальной плоскости и наклонной силе. В этом случае совокупность всех возможных предельных направлений действующей силы образует конус вращения с углом раскрытия φ.

Б. В. Дерягин подчеркивает, что конус трения (рис. 71) «замечателен тем, что ограничивает внутри себя все те направления действующей силы, которые не способны нарушать состояние покоя тела с соответствующим коэффициентом трения» [2, с. 120].

Б. В. Дерягин рассматривает два типа трения: внешнее, которое сопутствует и противодействует относительному перемещению двух тел, находящихся в соприкосновении друг с другом, и внут-

реннее, которое сопутствует и противодействует относительному перемещению частей одного и того же тела. Внешнее (статическое) трение, по Б. В. Дерягину, связано с результатом значительного предварительного взаимного смещения молекул соприкасающихся тел под действием сдвигающей силы. Внешнее трение представлено формулой (3. 34).

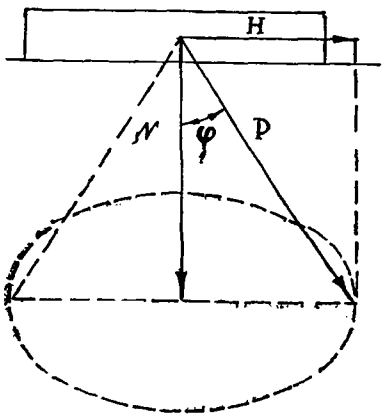


Рис. 71. Конус трения

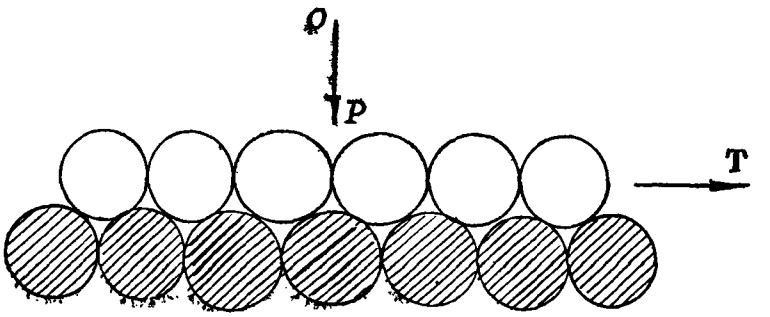


Рис. 72. Молекулярный механизм трения (по Б. В. Дерягину)

Внутреннее (молекулярное) трение обусловлено переходом молекул из одного положения равновесия в другое в результате теплового колебательного движения.

Для пояснения механизма внутреннего трения приведем модель (рис. 72), где незаштрихованными кружками изображены атомы (молекулы) одного тела, заштрихованными — другого.

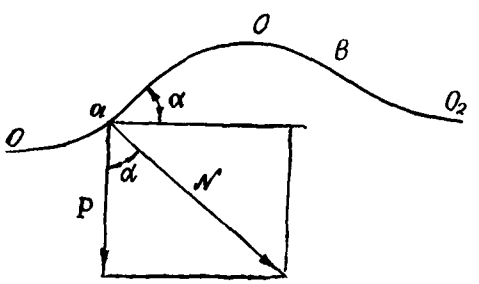


Рис. 73. Схема молекулярного механизма трения (по Б. В. Дерягину)

Под действием собственного веса P верхнее тело займет положение, при котором его центр тяжести окажется в наиболее низком положении O (рис. 73), а под действием горизонтальной силы T оно сдвинется из этого положения в новое и центр тяжести опишет некоторую кривую $OO\ldots$, представляющую собой его синусоидальную траекторию. Для начала скольжения необходимым условием является равенство

$$T=\mu P=\operatorname{tg}\varphi\cdot P, \tag{3.39}$$

где φ — максимальный наклон траектории центра тяжести.

Путем объединения двух типов трения, выраженных формулами (3.34) и (3.39), устанавливается более общий двучленный закон трения:

$$T=\mu_1(N+N_0), \tag{3.40}$$

где N_0 — равнодействующая сил молекулярного притяжения между обоими телами; μ_1 — истинный (постоянный) коэффициент трения.

Обычный, расчетный коэффициент трения μ, равный отношению всей силы трения к внешней нагрузке, определяется выражением

$$\mu=\frac{T}{N}=\mu_1\left(1+\frac{N_0}{N}\right). \tag{3.41}$$

Как видно из формулы (3.41), μ не будет величиной постоянной, а будет возрастать с уменьшением нагрузки.

Формула (3.40) рекомендуется для случая мелкозернистого порошковатого сыпучего тела.

Когда слагающие тело частицы имеют большие размеры, формула (3.40) будет иметь следующий вид:

$$T=\mu_1(N+S_0P_0), \tag{3.42}$$

где $P_0S_0=N_0$; S_0 — площадь истинного контакта тел, которая изменяется в зависимости от нагрузки N; P_0 — сила молекулярного притяжения, действующая на единицу площади действительного контакта.

С увеличением шероховатости (в определенных пределах) μ уменьшается, так как при этом сокращается S_0.

Теория Б. В. Дерягина является дальнейшим развитием, теоретическим обоснованием и обобщением теории Кулона, общепринятой для механики горных пород.

Двучленную формулу можно сопоставить с выражением

$$\tau_m=(\tau_1+\tau_2)\sin\varphi. \tag{3.43}$$

Как известно, сила трения пропорциональна площади скольжения. Поэтому выражение (3.43) может быть представлено в виде формулы

$$\tau_m=(\tau_1S_1+\tau_2S_2)\sin\varphi, \tag{3.43а}$$

которая по своему смыслу еще более близка выражению (3.42).

Формуле (3.42) аналогична формула крепости породы, предложенная М. М. Протодьяконовым.

В предыдущей главе было отмечено, что при выводе коэффи-

циента крепости пород М. М. Протодьяконов проделал точно такой же опыт, как Кулон при выводе своего закона. Как будет показано, двучленный коэффициент трения М. М. Протодьяконова является аналогом двучленного же закона трения Кулона — Дерягина.

Коэффициент крепости М. М. Протодьяконов определял чисто эмпирическим путем.

Нам кажется, что этот важный параметр массива должен быть определен более точно в зависимости от физико-механического состояния массива и в первую очередь от его трещиноватости. Приведем один из возможных вариантов такого подхода к решению вопроса.

Известно, что при лабораторных испытаниях цельных монолитных образцов горных пород можно получить представление о механических свойствах пластичных (например, глинистых) пород, но нельзя представить механику массива из скальных пород, разбитых системами трещин. В последнем случае механические свойства массива должны быть охарактеризованы некоторыми относительными показателями, подобными коэффициенту крепости М. М. Протодьяконова [19], представляющему собой обобщенный показатель сопротивляемости горной породы различным видам механического разрушения.

По нашему мнению, коэффициент крепости породы может быть связан с теорией пластичности и, следовательно, с интенсивностью деформации. Для доказательства этого достаточно сослаться на идею М. М. Протодьяконова по определению сопротивления горных пород сдвиговой деформации. Он рассматривает горные породы как тела несвязанные и применяет к ним законы сыпучих тел, но в характерный для последних коэффициент трения вводит и связь между частицами. Так, если при движении по плоскости сила возникающего трения на единицу поверхности есть F, равная нажимающей силе, умноженной на коэффициент трения $f/F=f/N$, то, прибавляя сюда еще силу сцепления частиц C, тоже на единицу поверхности, получим общее сопротивление сдвигу

$$F'=fN+C \tag{3.44}$$

или как бы увеличенный коэффициент трения — «кажущийся коэффициент трения» [19]:

$$f'=\frac{\sigma f+K_0}{\sigma_0}. \tag{3.45}$$

Как видно, формула М. М. Протодьяконова по определению общего сопротивления сдвигу, по существу, совпадает с формулой Кулона — Дерягина, т. е.

$$F_1=\tau=fN+C=f\sigma+K_0. \tag{3.46}$$

«Кажущийся коэффициент трения» представляет собой коэффициент крепости породы. В самом деле, коэффициент крепости в первую очередь определяется как отношение раздробляющего усилия к некоторому постоянному напряжению, равному 100 кг/см² [19, с. 38—39]. Следовательно, на основании этого и согласно формулам (3.45) и (3.46) получим

$$f'=\frac{f\sigma+K_0}{\sigma_0}=\frac{\tau}{100}. \tag{3.47}$$

Таким образом, коэффициент крепости породы может быть определен как отношение работы разрушения к работе сдвиговой деформации, причем работа разрушения может быть заменена напряжением на сжатие $\sigma_т$.

Работа сдвиговой деформации по формуле (3.9)

$$\tau W=100W,$$

откуда

$$f=\frac{\sigma'_т}{100}. \tag{3.48}$$

Для пород, не имеющих ясно выраженной слоистости, систем трещин и других видов механической неоднородности, интенсивность сдвиговой деформации W может быть принята равной единице. В этом случае коэффициент крепости совпадает с общепринятым представлением о том, что он является одной сотой временного сопротивления породы одноосному сжатию.

По этому поводу М. М. Протодьяконов (младший) пишет: «Это определение правильно, но в то же время оно неполно и неточно» [19, с. 46].

Известно, что для скально-трещиноватых пород W не равна единице и колеблется в пределах от 1 до 3. Следовательно, коэффициент крепости пород меняется в зависимости от физико-механического состояния пород. Причем эти «состояния» (степень трещиноватости, слоистости, сланцеватости и пр.) оказывают то или иное влияние при различных процессах разрушения. При этом имеет значение не только абсолютная величина, но и ориентация этих структурных плоскостей ослабления (трещин, слоистости и пр.). Например, буримость и взрываемость одной и той же породы в различных ее направлениях могут иметь различные значения, вдоль слоистости и сланцеватости они осуществляются легче, чем в перпендикулярном направлении. Это обстоятельство объясняется тем, что интенсивность сдвиговой деформации W в послед-

нем случае значительно больше единицы. Соответственно с этим и коэффициент крепости породы вдоль слоистости и сланцеватости получается намного меньше, чем в поперечном направлении.

Из сказанного ясно, что f не может быть постоянным не только для целей петрографической категории горных пород, но и для различных направлений одного и того же массива. Поэтому установление единого коэффициента крепости пород при различных видах разрушения сопряжено с большими трудностями.

Сторонники и последователи М. М. Протодьяконова пытаются доказать, что «коэффициент крепости пород представляет собой среднюю относительную крепость породы, определенную несколькими разнообразными методами» [19]. Доказательством единства коэффициентов крепости при различных процессах разрушения, по их мнению, является прямая пропорциональность этого коэффициента удельной энергии разрушения.

При этом коэффициент крепости f определяется как величина, пропорциональная удельной работе разрушения, отнесенной к поверхности ΔS (или разрушенному объему ΔV) [11]:

$$f=\frac{A}{\Delta S} \quad \text{или} \quad f=\frac{A}{\Delta V}. \tag{3.49}$$

Прочность структурного массива. Многочисленными исследованиями в лабораторных и натурных условиях установлено, что прочность массива скальных пород отличается от прочности той же породы в куске.

Массив разбит на трещины, которые вызывают резкое снижение связей между кусками породы. Отсюда следует, что образец не может характеризовать состояния массива горных пород. Поэтому для правильной оценки прочности массива необходимо определять прочность горных пород в естественных условиях — местах их залегания.

Основными прочностными характеристиками скально-трещиноватого массива являются сопротивление на сжатие, сцепление и угол внутреннего трения.

Величина угла внутреннего трения ρ зависит от шероховатости поверхностей среза горной породы и определяется ее гранулометрическим составом. Чем больше размеры и количество песчаных фракций и меньше цементирующего вещества в единице объема, тем сильнее шероховатость поверхностей скольжений, следовательно, больше коэффициент внутреннего трения $\operatorname{tg}\rho$.

Угол внутреннего трения и сцепление породы устанавливают обычно одновременно с испытаниями образцов породы на срез по паспорту прочности.

Величина ρ определяется измерением трещин в натуре. При

этом не требуется выполнять такую трудоемкую операцию, как изготовление образцов.

Исследованиями установлено, что значения угла внутреннего трения, определенные на поверхности, ослабленной трещинами, и в куске, являются величинами одного порядка [89]. Если поверхности трещин отшлифованы или заполнены продуктами истирания, то величина ρ снижается на 5—10° [37].

Предел прочности скально-трещиноватого массива на одноосное сжатие зависит от количества трещин, имеющихся в испытываемом куске породы.

Б. В. Гусев и Л. С. Лапидус [25], а также другие исследователи определяли прочность на сжатие составных образцов. Трещины были ориентированы параллельно и перпендикулярно [25], и только параллельно к направлению сжимающей нагрузки.

При ориентации трещин в виде прямоугольной сетки, одна сторона которой параллельна направлению сжатия, прочность структурного массива рекомендуется определять по формуле [25]:

$$\sigma_м = \left[a + b\left(\frac{l}{L}\right)^{\beta}\right]\sigma_к, \tag{3.50}$$

где a и b — постоянные, имеющие размерность напряжения; L — объем испытываемого тела; l — объем элементарного блока; $\sigma_к$ — прочность куска без трещин; $\beta < 1$.

По мнению некоторых авторов [93], когда поверхности трещин ориентированы параллельно направлению сжимающей нагрузки, отдельные слои можно рассматривать как высокие монолитные образцы.

Коэффициент влияния трещин можно найти по формуле

$$K = e^{-\frac{w}{2}\operatorname{ctg}\Theta}, \tag{3.51}$$

где e — основание натурального логарифма; $\Theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\rho}{2}$ — характеристический угол, град; w — интенсивность трещин, шт.

Основным преимуществом выражения (3.51) по сравнению с другими ему подобными является то, что здесь не требуется лабораторного испытания образцов с поверхностями ослабления. Значения w и ρ определяются измерением трещин в натуре по методике, приведенной во втором разделе.

Количество трещин, которые не вызывают дальнейшего изменения прочности породы, определяем по выражению

$$w_к = 4(3\rho + 2), \tag{3.52}$$

где ρ — угол внутреннего трения, град.

Выражением (3.52) рекомендуется пользоваться в том случае, когда трещины ориентированы параллельно сжатию, а также при значениях углов внутреннего трения 10—50°, которые являются характерными величинами для большинства разновидностей горных пород.

На величину прочности на сжатие очень сильно влияет и ориентация поверхностного ослабления по отношению к направлению действия сжимающей нагрузки. Наибольшее снижение прочности образца происходит при расположении трещин под углом $\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\rho}{2}$ к направлению действия сжимающей нагрузки. Отклонение угла наклона трещин от $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$ в обе стороны вызывает упрочнение образца.

Сопротивление сжатию вдоль слоев с учетом ориентировки кососекущих трещин может быть определено аналитическим путем для каждого слоя отдельно по формуле

$$\sigma_м = \frac{K_м \cdot \cos \rho_м}{\cos \beta \sin (\beta - \rho')}, \qquad (3.53)$$

где $K_м$, $\rho_м$ — сцепление и угол внутреннего трения по трещинам; β — угол между нормалью к наслоению и следом трещин в поперечном сечении камеры.

При угле $\beta \leqslant \rho_м$, а также близком к $\rho_м$ сопротивление вдоль слоев в массиве становится равным сопротивлению сжатию вдоль слоистости высоких монолитных образцов.

При определении $\sigma_м$ в выражение (3.53) входит сцепление по трещинам $K_м$. Это затрудняет пользование формулой (3.53), поскольку необходимо предварительно знать величину $K_м$. При наличии кососекущих трещин более предпочтительна формула

$$\sigma_м = \sigma_к \cdot e^{-\frac{w}{2} \cdot \operatorname{ctg} (\Theta - \beta)}, \qquad (3.54)$$

где β — угол наклона трещин к плоскости, перпендикулярной к направлению сжатия, град.

Экспериментально установлено, что с увеличением частоты кососекущих трещин почти не происходит снижения прочности. Поэтому в формуле (3.51) фигурирует интенсивность только трещин слоистости (w).

При угле $\beta > \Theta$ сопротивление сжатию становится равным сжатию высоких монолитных образцов.

В результате исследований влияния трещиноватости на прочностные и деформационные свойства целиков, проведенных в МГИ, связь между трещиноватостью и прочностью целика была выражена следующей формулой:

$$\sigma_м = \sigma_к \cdot \left(\frac{L}{l}\right)^{-0,6}. \qquad (3.55)$$

Зависимость величины сцепления от интенсивности трещиноватости можно представить следующей формулой:

$$К_м = К_к \left(\frac{L}{l}\right)^{-0,6}. \qquad (3.56)$$

Для поверхностей, не совпадающих с поверхностями ослабления, по результатам натурных испытаний Г. Л. Фисенко установил зависимость между сцеплением в куске и массиве:

$$К_м = \frac{К_к}{1 - a \ln \frac{L}{l}}, \qquad (3.57)$$

где a — коэффициент, зависящий от прочности породы в монолитном образце и характера трещиноватости. Если использовать выражение

$$К = \frac{\sigma_к}{2} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}\right),$$

которое вытекает из кругов напряжений Мора, то получим

$$К_м = \frac{\sigma_к}{2} К \cdot \operatorname{ctg} \Theta, \qquad (3.58)$$

где $\Theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$ — характеристический угол; К — коэффициент влияния трещиноватости, определяемый из выражений (3.51) и (3.54), для случаев, если отсутствуют кососекущие трещины или они имеются.

При условии $\sigma_к = \sigma_м$ выражение (3.58) можно переписать в виде

$$К_м = \frac{\sigma_м}{2} \cdot \operatorname{ctg} \Theta. \qquad (3.58а)$$

В этом виде выражение удобно использовать при расчетах.

Глава 2

МЕХАНИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД И КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

Коэффициент концентрации напряжений вокруг горных выработок имеет исключительно большое значение для установления ожидаемой величины давления, расчета крепи, определения устойчивой формы свода выработок и т. д.

Концентрация напряжений вокруг горных выработок зависит от состояния (сыпучее, монолитное, трещиноватое и т. д.) и физико-механических свойств окружающего выработку массива горных пород, от способа разрушения во время проходки горных выработок. Например, в зависимости от величины блоков составляющих массив горных пород в том или другом участке зона Тромпетера (зона пониженного давления) может существовать или отсутствовать. В зависимости от того, имеется эта зона или нет, опорное давление может находиться в непосредственном контуре выработки или на определенном расстоянии от него. Поэтому прежде чем рассматривать величину концентрации напряжений вокруг горных выработок, целесообразно проанализировать состояние окружающего выработку массива.

МЕХАНИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ НЕТРОНУТОГО МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД

Породы, слагающие земную кору, не находятся в спокойном состоянии. Под влиянием различных внешних и внутренних сил Земли они претерпевают деформацию, различную на разных участках, и, следовательно, постоянно движутся относительно друг друга. Это движение обусловливает разделение на куски литологически однородных массивов горных пород.

Вследствие раздробленности горных массивов трещинами разрыва, отдельностей, кливажа, сланцеватости и другими поверхностями ослабления необходимо рассматривать горные породы как несвязанные, зернистые и даже рыхлые.

Результаты исследований в лабораторных условиях показали, что часть массива, заключенная в эллипсе деформации, может освободиться от нагрузки окружающих пород, так как сразу же за контуром эллипса появляются поверхности скольжения (ослабления), отделяющие эту часть от основного массива.

Поверхности скольжения могут возникнуть только в том случае, если нагрузки, вызванные толщей пород, превышают предел упру-

гости. В противном случае появление этих поверхностей зависит от соотношения размеров обнажения и окружающих его кусков (элементарных частиц) породы. Когда размеры обнажения значительно превышают размеры кусков, поверхности скольжения могут образовываться за счет способности массива деформироваться по поверхности трещин (ослабления). А когда размер обнажения незначительно отличается от размеров кусков, то часть массива, заключенная в эллипсе деформации, рассматривается как упругое тело.

Следовательно, состояние нетронутого массива горных пород может быть оценено как упругое, пластичное или сыпучее в зависимости от размеров обнажения и структуры массива.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В МАССИВЕ ВОКРУГ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

Вопросы перераспределения напряжений в окрестностях выработок детально освещены в работах [27, 29, 74 и др.]. Задача о распределении напряжений вокруг одиночных выработок различной формы была решена с помощью теории упругости. Определение напряжений в изотропном породном массиве вокруг вертикальной цилиндрической выработки круглого поперечного сечения проводилось С. Г. Лехницким. По результатам этих работ сделан вывод, что зона влияния выработки распространяется на 2—5 линейных размеров сечения выработки. Максимальная концентрация напряжений вокруг горных выработок наблюдается в том случае, если они имеют нескругленные углы, т. е. форма и размеры поперечного сечения выработки оказывают существенное влияние на характер распределения напряжений. Максимальные значения коэффициента концентрации напряжений составляют 2,75 для выработки круглого сечения и 3—18 — прямоугольного сечения. Теоретическое значение коэффициента концентрации для круглого отверстия принято равным 3,0. Авторы аналитических исследований считают, что максимум концентрации напряжений отмечается на контуре отверстий. В. Ф. Трумбачев по результатам моделирования установил, что максимум концентрации напряжений в выработках прямоугольной и сводчатой форм наблюдается на контуре, а в выработках трапециевидной и арочной — на некотором расстоянии от контура [86].

Наличие крепи в выработках, по мнению некоторых исследователей, влияет на распределение напряжений вокруг выработки. Так, например, Л. Н. Насонов [57] считает, что жесткая крепь уменьшает концентрацию на контуре и смещает максимум в глубь массива, а при податливых крепях распределение напряжений сходно с распределением вокруг незакрепленной выработки.

В. Ф. Трумбачев полагает, что наличие крепи уменьшает величину напряжений, но почти не изменяет общий характер их распределения [86].

Приведенные данные получены для упругой изотропной среды. В последнее время на некоторых месторождениях в натурных условиях определялись распределения напряжений вокруг горных выработок. При этом пользовались методом разгрузки, который дает абсолютные значения давлений горных пород в массиве.

Исследования, проведенные на месторождениях Украины и Кольского полуострова [43], показали, что на непосредственном контуре выработки напряжение становится близким к нулю и возрастает с удалением от контура выработки, достигая максимального значения на расстоянии 1—3 м. Кроме того, это расстояние зависит от прогнозных характеристик породы, слагающей данный массив.

Нами были испытаны серии образцов с выработками (штрек скреперования) для определения влияния места расположения выработки на несущую способность целика.

На основе лабораторных исследований установлено, что всякое разрушение в массиве с отверстием распространяется под характеристическим углом, наклоненным к поверхности, перпендикулярной направлению действующей нагрузки. Плоскость скольжения проходит около отверстия, образуя параллелограмм вокруг обнажения. Массив, заключенный в параллелограмме, имеет тенденцию разгружаться и обрушаться первым. Следовательно, зона Тромпетера должна находиться внутри эллипса деформации, построенного в параллелограмме в плоскости поперечного сечения горной выработки. Это подтверждено натурными наблюдениями пристенной части выработки [61]. В кровле выработки зона опорного давления может выявляться внутри эллипса деформации [61]. Причина заключается в том, что при современной глубине разработки месторождения нагрузка, вызванная вышележащей толщей пород, не достигает предела упругости. Поэтому монолитные частицы массива горных пород деформируются только упруго, а пластическое течение происходит по уже существовавшим поверхностям ослабления (трещинам). Из-за несоответствия этих поверхностей (трещин) друг другу при переходе из одного слоя в другой одна из трещин может оказаться в защемленном состоянии в угловых частях выработки. Такое защемление приводит к отклонению направления разрушения, т. е. разрушение кровли может произойти по более наклоненным поверхностям, чем поверхность, наклоненная под характеристическим углом. Таким образом, часть породы, заключенная в эллипс деформации в кровле выработки, может находиться в нагруженном состоянии, когда по бокам выработки она освобождена от нагрузки. Это может быть только в

том случае, когда размеры монолитных кусков (элементарных частиц) породы не превышают расстояния от стенки выработки до границы эллипса деформации. В противном случае зоны Тромпетера может не существовать, а влияние опорного давления начнет сказываться сразу же от границы выработки.

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ МАССИВА НА КОНЦЕНТРАЦИЮ НАПРЯЖЕНИЙ

Концентрация напряжений вычисляется по формуле $\sigma_{max} = k\sigma$, где σ — общее среднее напряжение тела; k — коэффициент концентрации. Из теории сопротивления материалов известно, что для бруска прямоугольного сечения при небольшой полукруглой выточке $k=2$, при небольшом круглом отверстии $k=3$, а при эллиптическом отверстии с малой осью $2C$, параллельной оси бруска, $k=1+2\frac{b}{C}$, где $2b$ — большая ось эллипса (формула Инглиса).

При весьма малом радиусе закругления коэффициент концентрации напряжения становится чрезвычайно большим и стремится к бесконечности, когда радиус закругления стремится к нулю. Это обстоятельство представляет большое затруднение при определении концентрации напряжений в углах прямоугольного сечения выработок.

Здесь необходимо учесть теоретическое положение Гриффитса, которое заключается в следующем. На конце бесконечно узкой трещины при любом конечном значении среднего напряжения должны получаться бесконечно большие перенапряжения, однако получаемая энергия при этом компенсируется поверхностной энергией до тех пор, пока среднее напряжение не достигнет критического значения, соответствующего технической прочности.

Если в формуле Инглиса пренебречь единицей и учесть, что радиус кривизны на концах большой оси равен $r=\frac{b^2}{a}$, то максимальные напряжения, вызванные концентрацией напряжений вблизи узкой эллиптической полости или щели длиной $2C$ с очень малым радиусом кривизны r (радиусом выточки), приближенно можно определить по формуле

$$\sigma_{max} = 2\sigma_1 \sqrt{\frac{C}{r}}. \qquad (3.59)$$

Гриффитс установил, что при образовании эллиптической полости длиной $2C$ потенциальная энергия упругой деформации уменьшается на величину

$$W_e = \frac{\pi C^2 \sigma_1^2}{E}, \qquad (3.60)$$

где E — модуль упругости.

При этом энергия вновь образовавшегося поверхностного натяжения на единицу толщины полосы будет

$$W_s = 4CT, \tag{3.61}$$

где T — поверхностное натяжение в килограммах.

Максимальное значение приращения энергии W, определяемое выражением

$$W = W_e - W_s = \frac{\pi C^2 \sigma_1^2}{E} - 4CT,$$

соответствует удлинению эллиптической трещины, т. е. имеет место условие $\frac{\partial W}{\partial C} = 0$, откуда

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{2ET}{\pi C}}. \tag{3.62}$$

Из выражения (3.62) следует, что при коротких трещинах длиной $2C$, расположенных перпендикулярно направлению растяжения, прочность материала на разрыв будет обратно пропорциональна квадратному корню из C. По мнению Надаи, значение теории Гриффитса состоит в том, что он объяснил условия разрушения путем исследования равновесия напряжений вокруг ослабленных зон малых, но конечных размеров (больших по сравнению с атомными расстояниями). Из этого же исследования вытекает, что концентрация напряжений в материале соответствует концентрации трещин.

Вблизи зоны концентрации напряжений возникает некоторая зона уменьшенного напряжения, препятствующая влиянию концентрации, т. е. имеет место закон затухания. Наличие мелких трещин («выточек») влечет за собой, в силу закона затухания, искажение поля напряжений только в непосредственной окрестности выточки [58].

Коэффициент концентрации для мелкой выточки $a_{fк}$ определяется как функция $\frac{t}{r}$, где t — глубина выточки; r — радиус ее кривизны.

Коэффициент концентрации для глубокой выточки $a_{tк}$ определяется как функция $\frac{b}{2r} = \frac{a}{r}$, где b — ширина тела; a — радиус кривизны.

Общий коэффициент концентрации $a_к$ определяется по формуле

$$\frac{1}{(a_к-1)^2}=\frac{1}{(a_{fк}-1)^2}=\frac{1}{(a_{tк}-1)^2},$$

откуда

$$a_к=1+\frac{(a_{fк}-1)(a_{tк}-1)}{(a_{fк}-1)^2+(a_{tк}-1)^2}. \qquad (3.63)$$

При выводе окончательной расчетной формулы кроме глубины и радиуса кривизны выточки учитываются еще два фактора, которые имеют весьма важное, с нашей точки зрения, значение в горном деле, а именно структура материала и отклоняющий угол выточки, т. е. угол $W°$, на который при переходе через выточку отклоняется направление касательной к контуру.

Таким образом, общая расчетная формула коэффициента концентрации напряжений принимается в следующем виде:

$$a_к=1+\frac{a'_к-1}{1+\frac{\pi}{\pi+W°}\sqrt{\frac{r'}{r}}}, \qquad (3.64)$$

где $a'_к$ — коэффициент концентрации напряжений при идеальном (бесструктурном) материале; r' — радиус элементарных частиц, из которых состоит данный материал.

Из формулы (3.64) легко можно вывести соотношение между радиусами кривизны выточки и элементарной структурной частицы. Для простоты и наглядности задаемся $W°=\frac{\pi}{2}$. Тогда после некоторых преобразований формула (3.64) примет вид

$$\sqrt{r'}=\frac{a'_к-a_к\sqrt{r}}{2(a_к-1)}. \qquad (3.64а)$$

Как видно из последнего выражения, указанные радиусы являются эквивалентными, а при некоторых значениях коэффициентов концентрации напряжений они становятся равными, например, при $a'_к=2{,}5$; $a_к=1{,}5$; $r'=r$.

Из изложенного следует, что в острых углах выработок радиус кривизны нельзя брать бесконечно малой величиной, а концентрацию напряжений — бесконечно большой. По крайней мере, радиус кривизны острых углов выработок в расчетах должен быть принят соразмерным или равным среднему размеру радиуса элементарной частицы, т. е. блока отдельности пород. Например, при прямоугольном сечении выработки, когда отклоняющий угол выработки прямой $\left(W°=\frac{\pi}{2}\right)$ и густота сети трещин 40 см, радиус

кривизны угла выработки можно брать равным 20 см. Допустим, что короткая сторона (высота) выработки $2C=2$ м. Определим максимальную концентрацию напряжения в углах выработки.

По формуле Нейбера — Гриффитса $\sigma_{max}=2\sigma_1\sqrt{\frac{c}{r}}=2\sigma_1\sqrt{\frac{1}{0,2}}=$ $=4,5\sigma_1$.

Если блоки пород еще крупнее, а прямолинейная часть примыкающей к углу стороны выработки еще короче (что часто встречается на практике), то коэффициент концентрации напряжения в углах станет еще меньшим. Допустим, что прямолинейная сторона выработки вблизи угла равна 1,5 м, а крупность блока 50 см. В этом случае коэффициент концентрации напряжений будет равен

$$к=2\sqrt{\frac{c}{r}}=2\sqrt{\frac{1,5}{0,5}}=2\sqrt{3}=3,46.$$

Здесь важно отметить то обстоятельство, что область указанного высокого значения коэффициента концентрации напряжений ограничивается пределом примыкающих блоков пород и быстро рассеивается по их поверхностям, создавая зоны затухания.

Рассмотрим способ определения коэффициента концентрации напряжений для различных форм выработок по А. Н. Диннику [27].

Для круглого отверстия наибольший коэффициент концентрации наблюдается в точках, лежащих на концах диаметра, перпендикулярного к направлению сил, и равен 3,0.

Для случая эллипса при растяжении или сжатии, направленном параллельно одной из осей симметрии, коэффициент концентрации можно найти по приведенной выше формуле Инглиса:

$$k=1+\frac{2a}{b},$$

где a и b — главные полуоси эллипса.

Напомним, что наименьший радиус кривизны эллипса находится у концов длинной оси $2a$ и определяется выражением $\frac{2b^2}{a}=r$.

Для выработок прямоугольной формы наиболее высокое напряжение отмечается вдоль сторон, параллельных направлению сил.

Коэффициент концентрации напряжений в угловых точках зависит от радиуса закругления. В углах многогранников радиус закругления имеет бесконечно малую величину, следовательно, величина концентрации напряжений стремится к бесконечности. Это обстоятельство создает весьма затруднительное положение как при математическом анализе, так и при физико-техническом решении задачи. А. Н. Динник контуры выработки определяет при

помощи метода приближенного решения задачи в рядах, ограничиваясь 4 членами разложения.

Если коэффициент концентрации для главных нормальных напряжений обозначить через К, то горизонтальная выработка будет устойчивой при условии

$$\frac{\mu}{1-\mu} K\gamma H \leqslant \sigma_s, \tag{3.65}$$

где $K=\sigma_1-\sigma_2$; σ_s — прочность материала на разрыв; H — глубина залегания выработки; γ — объемный вес породы; μ — коэффициент Пуассона.

Из приведенного условия можно определить глубину расположения выработки, при которой выработка является устойчивой:

$$H \leqslant \frac{1-\mu}{K\mu} \frac{\sigma_s}{\gamma}.$$

Отсюда следует, что при увеличении глубины разработок наиболее устойчивыми будут выработки эллиптического и круглого сечений.

Все эти расчеты справедливы для случая изотропной среды. Г. Н. Савин [74] показал, что при разнице величин модулей сдвига двух направлений более 1,8—2,0 учет влияния анизотропии пород необходим. Когда мы имеем дело с осадочными породами с ясно выраженной слоистой структурой или со скально-трещиноватыми породами, то различие модулей сдвига во многих случаях будет выражаться значительно большим числом, чем 2,0.

Таким образом, расчетное значение радиуса закругления горных выработок должно быть принято с учетом структуры массива. Существующие в настоящее время методы определения значения радиуса закругления приемлемы лишь для случая нетрещиноватых, механически идеально однородных пород.

Естественной мерой кривизны кривой равновесия должна быть элементарная частица тела, радиус закругления должен быть соразмерным с радиусом этой частицы.

Глава 3

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ МАССИВА НА ПРОЧНОСТЬ ЦЕЛИКОВ

По утверждению В. Д. Слесарева, основным показателем формы поперечного сечения целика является гидравлический радиус, т. е. отношение площади поперечного сечения целика к его периметру:

$$R=\frac{S}{l}.$$

Прочность образца при прочих равных условиях пропорциональна его гидравлическому радиусу. Степень концентрации напряжений определяется величиной, обратной гидравлическому радиусу.

Гидравлический радиус служит выражением удельной поверхности в плоском сечении. Удельная поверхность, в свою очередь, представляет собой величину, действительно характеризующую дисперсное состояние материала. Поэтому использование этого понятия имеет определенный физический смысл. Но существует ли такая прямая и непосредственная зависимость между гидравлическим радиусом и прочностью целика? Этот вопрос остается пока нерешенным.

По исследованиям цементных образцов известно, что наиболее прочны те образцы, у которых бóльшая часть материала находится в объемном напряженном состоянии, т. е. больше поддерживающее ядро, а также те образцы, у которых больше периметр основания [24]. Образцы с треугольной площадью поперечного сечения оказались самыми прочными.

Если сравнить прочность материала по абсолютным размерам образцов, то наибольшим сопротивлением сжатию обладают образцы малого размера. Но сопротивление образцов с увеличением их размеров уменьшается до определенного предела (до 25 см^2 площади сечения), а дальше остается постоянным.

Приведенные данные свидетельствуют о влиянии структуры материала на его прочность.

Если относительную прочность кубического образца (целика) принять за единицу, то при другой его форме приходится вводить поправочный коэффициент К, значение которого определяется по отношению высоты целика h к его поперечному размеру a; при условии $h=a$ К$=1$.

Существуют эмпирические формулы для вычисления поправочного коэффициента. Одна из таких формул, предложенная Черном, имеет вид $K=\sqrt{\frac{a}{h}}$, где a — наименьший размер поперечного сечения образца; h — высота образца.

По эмпирической формуле Джонсона отношение прочности призмы к прочности куба равно $K=0{,}775+0{,}222\frac{a}{h}$.

Остановимся на некоторых теоретических толкованиях этого явления.

Надаи и другими исследователями установлено, что при разрушении тела цилиндрической формы образуются два конуса, а при

призматической форме — две пирамиды, направленные в глубь образца. Надаи отмечал, что от окружностей основания начинаются области разрушения, имеющие вид лучей, причем в этих областях часто очень хорошо заметны две системы линий скольжения. Прандтль также указывал, что при сжатии образцов по мере возрастания нагрузки от углов их распространяются правильные системы линий скольжения, пересекающихся друг с другом в средней части образца.

Линия скольжения («линия Чернова — Людерса») образует некоторый угол с направлением приложенных сил. Величина этого угла при прочих равных условиях является характерной для данного материала. Поэтому Рейте [55] угол наклона линии скольжения к горизонту рекомендовал называть характеристическим углом материала. Характеристический угол Θ с углом внутреннего трения ρ связан соотношением $\Theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\rho}{2}$.

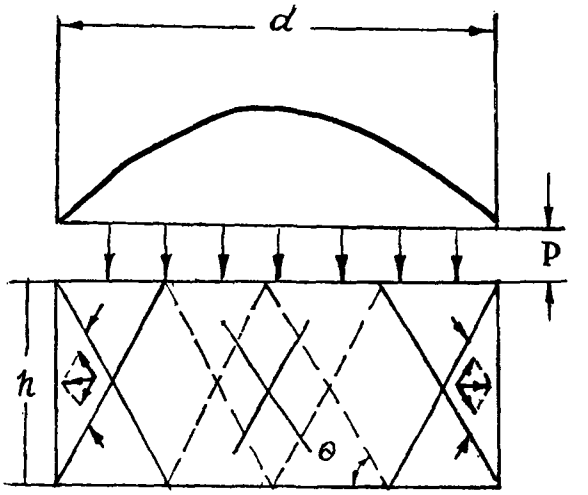


Рис. 74. Диаграмма Рейте для случая низкого целика

Появление бокового распора сводится к следующему. После перехода телом предела упругости и появления «линии Людерса» отдельные частицы тела подвергаются растягивающему напряжению, которое является равнодействующим горизонтальных составляющих сил, действующих по плоскостям скольжения. Как видно из рис. 74, указанная растягивающая сила направлена в сторону незагруженных граней тела и вызывает боковой распор.

Из рис. 74 следует также, что внутри образца (целика) создаются условия, приводящие к образованию пирамид или конусов разрушения, о которых говорилось выше. При этом в центральной части образца, где возникают сетки скольжения, но смещение по этим системам затруднено, возникает участок повышенного напряжения. Иначе говоря, в центральной части торцевой поверхности образца «затрудненные» участки являются как бы центрами повышенной концентрации напряжений.

Коэффициент бокового распора может быть определен по выражению

$$m=\frac{\mu}{1-\mu}=\operatorname{ctg}^2\Theta, \qquad (3.66)$$

где μ — коэффициент Пуассона, равный квадрату косинуса угла α, являющегося дополнением характеристического угла Θ, т. е.

$$\mu = \cos^2\Theta = \sin^2\alpha;$$

$$\frac{\mu}{1-\mu} = \operatorname{ctg}^2\Theta = \operatorname{tg}^2\alpha. \qquad (3.66а)$$

Резюмируя изложенное, можно сделать некоторые выводы.

Так как повышенное напряжение сосредоточивается в центральной части образца (целика) под торцом, а процессы отрывно-сдвигового разрушения развиваются из внутренних его частей, небольшие неровности поверхности целика на его напряжение влияния не окажут. Следовательно, по этой же причине гидравлический радиус целика также не будет иметь такого значения, которое придается ему некоторыми исследователями (В. Д. Слесаревым и др.).

Форма сечения целика обусловливает форму образующихся фигур разрушения: при круглом сечении возникают конусы разрушения, а при многоугольном сечении — пирамиды. Так как основания фигур являются торцами образца-целика, то они под влиянием трения не претерпевают растягивающих напряжений. Иными словами, самая «невыгодная», т. е. механически слабая, часть пирамид разрушения целика многогранной формы «закреплена» («защемлена») по его торцам породами кровли и почвы.

Данные Н. П. Гришковой [24] о том, что наиболее прочными будут те образцы, у которых больше периметр основания, т. е. образцы с треугольной площадью поперечного сечения, подтверждают нашу точку зрения. Когда целик своими торцами опирается на глинистые прослои, создающие условие горизонтально растягивающего скольжения, тогда действительно целик круглой формы может оказаться выгодным.

Таким образом, при выборе формы сечения целика необходимо учесть условия его расположения.

С описанным механизмом разрушения целика тесно связан вопрос о величине поправочного коэффициента за отклонение формы целика от кубической формы.

Так как характеристический угол в известных условиях деформации для данного материала является постоянной величиной, то, естественно, величина поддерживающего ядра целика, а следовательно, и его прочность будут меняться в зависимости от отношения высоты к поперечному размеру целика. Чем большая часть материала находится в объемном напряженном состоянии, т. е. чем больше поддерживающее ядро (по Н. П. Гришковой), тем больше его прочность. Поскольку торцевые поверхности ядра при условии

«защемления» не претерпевают деформации, то, чем меньше отношение высоты целика к его ширине, тем больше его прочность.

Углы наклона сколовых систем определяют допускаемый предел отношений высоты целика к его ширине. Чем прочнее порода, тем круче угол наклона сколовой системы и тем больше должен быть допускаемый предел высоты целика (при одной и той же величине поперечного сечения). На основе результатов проведенных исследований и с учетом характеристического угла материала поправочный коэффициент (K) за отклонение от кубической формы образца можно определить по формуле

$$K = -\exp\left(\frac{x-1}{2}\operatorname{ctg}\Theta\right); \qquad (3.67)$$

$$x = \frac{h}{a},$$

где Θ — характеристический угол материала.

Направление сколовой системы в массиве представлено системами трещин, поэтому угол Θ в массиве будет углом их наклона. Следовательно, путем замера трещин и вычисления среднего их угла наклона для породы данного целика можно определить величину поправочного коэффициента в зависимости от отношения $\frac{h}{a}$ и угла Θ.

Сколовые системы трещин обычно встречаются сопряженными, поэтому в целике они образуют некоторую клиновидную структуру. Рассмотрим концентрацию напряжений на плоскостях клина. Как было отмечено выше, когда нет смещения по торцевым поверхностям целика, распределение напряжений в нем напоминает распределение напряжений нагруженного клина. Если учесть наличие в породе целика систем наклонных и пересекающихся трещин скольжения, то аналогия с клином станет еще яснее.

Таким образом, появление конусов или пирамид разрушения можно представить как результат действия нагруженного клина. При этом форма клина определяется поперечным сечением целика, а углы у вершины клина — как углы между плоскостя-

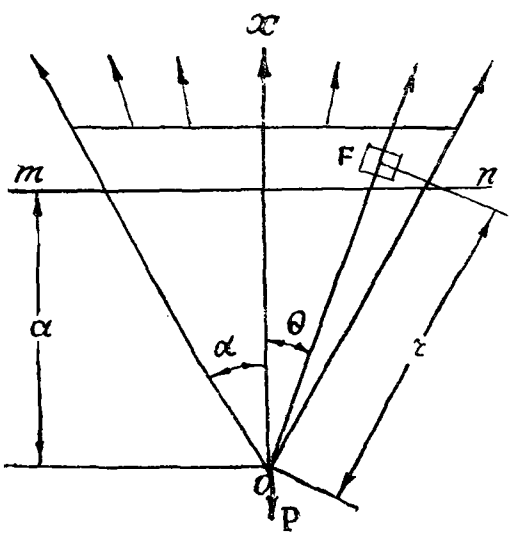


Рис. 75. Клин концентрации напряжения

ми скольжения, т. е. трещинами. Форму клина разрушения можно представить как форму «крыш» Надаи.

Из теории упругости известно, что при погружении симметричного клина (рис. 75) происходит чисто радиальное распределение напряжений. Величина этих радиальных растягивающих напряжений выражается формулой

$$\sigma_r = \frac{KP\cos\Theta}{h_r}, \tag{3.68}$$

где Θ — угол между осью X и радиусом растягивающего напряжения; r — расстояние точки F от точки O; K — коэффициент, зависящий от угла 2α у вершины клина: $K = \frac{1}{\alpha + 0{,}5\sin 2\alpha}$; h — толщина клина.

Нормальное напряжение определяется по формуле

$$\sigma_x = \sigma_r \cos^2\Theta. \tag{3.69}$$

Из рис. 75 следует, что

$$a = r\cos\Theta, \tag{3.70}$$

где a — расстояние от вершины клина до поперечного сечения.

На основании формул (3.68)—(3.70) имеем

$$\sigma_x = \frac{KP\cos^4\Theta}{ah}. \tag{3.71}$$

Из выражения (3.71) вытекает, что нормальное напряжение достигает своего максимума в центре сечения при $\Theta = 0$ и минимума на контакте при $\Theta = \alpha$. Разность между наибольшим и наименьшим нормальными напряжениями возрастает с увеличением угла α. При $\alpha = 10°$ эта разность составляет около 6% от среднего напряжения, получаемого делением груза P на площадь сечения mh.

Аналогичные заключения получаются в случае конической формы клина. По мере уменьшения центрального угла конуса или пирамиды распределение нормальных напряжений по сечению приближается к равномерному.

Таким образом, теория клина также подтверждает приведенное выше положение о концентрации напряжений в центральной части целика и его «защемленного» торца, не подвергающегося разрушению.

Многочисленные наблюдения за разрушением целиков и образцов показывают, что разрушение их происходит в средней части.

Глава 4

РОЛЬ СТРУКТУРЫ МАССИВА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ УСТОЙЧИВЫХ ФОРМ СВОДА

У каждого тела или его части при разрушении образуется некоторая поверхность разрушения, математическое выражение которой, по Надаи, имеет вид

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0. \qquad (3.72)$$

Как известно, эти поверхности могут быть различными и по своей физической природе, и по условию прочности материала. Во многих случаях они могут быть представлены как многогранники: куб, октаэдр, тетраэдр, призма и др. Но чаще всего ради математической простоты и наглядности эти поверхности стремятся представить в виде некоторой непрерывной поверхности второго порядка, т. е. в виде сферы, эллипсоида, параболоида, гиперболоида, циклоиды или конусов.

Было отмечено, что между этими формами существуют определенные переходные формы. Наконец, установлено, что форма поверхности разрушения связана с крупностью элементарных частиц тела, т. е. элементарные частицы тела являются мерой кривизны кривой равновесия: при одном и том же объеме тела чем крупнее слагающие его элементарные частицы, тем больше поверхность разрушения стремится к образованию многогранной формы. И наоборот, чем мельче слагающие тело элементарные частицы, тем больше форма поверхности разрушения стремится к плавной поверхности потока или к поверхности второго порядка.

Разумеется, что при одном и том же объеме тела чем крупнее элементарные частицы, тем количество их меньше, и наоборот, чем мельче частицы, тем количество их больше. (К элементарным частицам в данном случае мы относим механически обособленные частицы или блоки пород.)

Из сказанного ясно, что иногда в единице объема может оказаться только один-единственный крупный блок породы, например кусок гранита параллелепипеидальной формы, имеющий объем 1 м^3. Глина такого же объема содержит в себе громадное количество частиц, поэтому она в природных условиях стремится к округлой форме в виде линзы, изогнутой пластины и т. д.

Таким образом, число граней многогранника разрушения пропорционально количеству слагающих тело элементарных частиц. Когда их количество весьма большое («бесконечное»), то число граней многогранника также становится «бесконечно» большим,

т. е. он превращается в непрерывную поверхность потока или второго порядка.

Характеристикой поверхности разрушения является удельная поверхность, представляющая собой отношение числа структурных элементарных частиц, образующих поверхностный слой данного тела, n_s к числу частиц, находящихся в его объемных частях, n_v, т. е.

$$S_0 = к\frac{n_s}{n_v}, \tag{3.73}$$

где S_0 — удельная поверхность; к — коэффициент пропорциональности.

При сдвиговой деформации происходит перемещение частиц. Поэтому при одном и том же объеме тела число частиц поверхностного слоя эквивалентно поверхностной энергии тела при деформации.

Когда тело состоит из одного блока, то роль элементарных частиц поверхностного слоя выполняют сами поверхности граней блока. Следовательно, геометрическое суммирование элементарных частиц поверхностного слоя тела в последнем случае сводится к геометрическому суммированию его поверхностей. Отсюда и возникает вывод: плоскостная интенсивность пластической деформации пропорциональна геометрической сумме поверхностей скольжения.

От закона геометрического суммирования поверхностей скольжения можно перейти к закону плоского сечения. Любое плоское сечение фигуры разрушения является силовой проекцией этого тела разрушения, т. е. его геометрической суммой. По данному плоскому сечению можно восстановить фигуру разрушения. Будем называть его опорным сечением фигуры разрушения.

Последнее положение, как уже отмечалось, имеет большое значение для определения формы свода. В самом деле, все зоны разрушения, трещиноватости вокруг выработки, зоны Тромпетера, опорного давления и т. д. представляют собой фигуры разрушения. Сечение или забой выработки является опорным сечением фигуры (зоны) разрушения. На этом сечении по известному закону сопрягаемости систем скольжения почти всегда можно установить две главные системы трещин скольжения или их эквивалентов, причем из этих систем скольжения надо использовать в первую очередь те, которые близки к главным направлениям выработок или совпадают с ними, т. е. с главными диагоналями сечения выработки, аналогично тому, как при изучении прочности целика в расчет берутся такие же диагональные трещины скольжения.

Как установлено многими исследователями (М. М. Протодьяконовым, В. В. Соколовским и др.), устойчивая форма свода опре-

деляется поверхностью параболоидного типа. Такие формы свода получаются и по оптическому методу моделирования. В зависимости от условий деформации оси симметрии этих поверхностей могут быть ориентированы по-разному, что и определяет конкретную форму свода.

По каждой паре сопряженных систем трещин скольжения можно построить поверхность второго порядка, в частности эллипсоид деформации.

В зависимости от соотношения сил вертикального давления, бокового распора и направления сдвигов ориентация эллипсоида деформации в пространстве может быть различной (рис. 76).

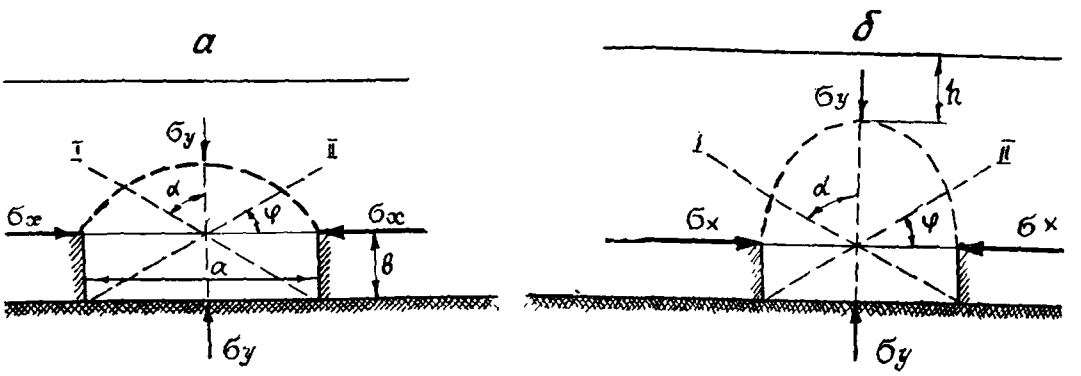


Рис. 76. Форма свода выработки в зависимости от расположения систем скольжения

Приведенные положения необходимо иметь в виду при анализе законов образования сводов разрушения над выработкой. Приведем примеры.

Наиболее простым является уподобление свода эллиптическому полуцилиндру. Допустим, что средняя ось эллипсоида деформации ориентирована параллельно оси выработки. При этом возможны два случая: наибольшая ось A эллипсоида деформации ориентирована вертикально, наименьшая C — горизонтально; или наоборот: A — горизонтально, C — вертикально.

В зависимости от выбора ориентации осей определяется отношение высоты свода к ширине выработки. Ориентация эллипсоида деформации, в свою очередь, зависит от физико-механических свойств пород, а также от горнотехнических условий: размеров и формы выработки, видов крепи и т. д.

Если боковое давление породы меньше, чем вертикальное ($\sigma_x < \sigma_y$), то эллипсоид своей длинной осью ориентируется горизонтально (рис. 76, *б*). Это положение назовем эллипсоидом сжатия.

В известных условиях боковое давление может оказаться большим, чем вертикальное, т. е.

$$1 \leqslant \frac{\mu}{1-\mu}. \qquad (3.74)$$

Этому случаю соответствует схема, показанная на рис. 76, *а*.

Обратной картине отношения давлений, т. е.

$$1 \geqslant \frac{\mu}{1-\mu}, \qquad (3.75)$$

соответствует схема, показанная на рис. 76, *б*.

Так, например, при $\alpha=51°$, $\gamma=0$, $\frac{\sigma_y}{\sigma_x}=1$, $\frac{\mu}{1-\mu}=1$, $\operatorname{ctg}^2\alpha=1{,}5$, т. е. имеем эллипсоид растяжения. При $\alpha=51°$, $\gamma=20°$ это отношение равно 0,33, т. е. имеем эллипсоид сжатия. Наконец, когда $\alpha=45°$, порода представляет собой идеально пластическую среду, деформация соответствует чистому сдвигу, указанное отношение равно единице. Свод при этом имеет форму полуокружности.

Задача в конечном счете сводится к определению двух систем скольжения и построению по ним эллипса деформации.

В случае глинистой породы сколовые системы могут быть установлены аналитическим методом, аналогичным описанному ранее методу В. В. Соколовского.

Когда анализируются трещиноватые скальные породы, то при этом нет необходимости в теоретическом (аналитическом) определении систем скольжения, так как они заложены в самой натуре в виде систем трещин скольжения в массиве. Здесь задача заключается в наблюдении и измерении трещиноватости пород, статистической обработке и установлении главных (ведущих) систем скольжения на плоскостях поперечного сечения выработок.

Если на поперечных сечениях выработок имеются хорошо развитые более крупные системы скольжения в виде сбросов, взбросов, кливажа, надвигов и сдвигов, а также плоскостей напластования пород, то эллипсоиды деформации в первую очередь должны быть построены по этим системам. Построение эллипсоида деформации по результатам замеров мелких трещин в этом случае носит только вспомогательный характер. Однако, как правило, крупные системы скольжения встречаются редко, а мелкая трещиноватость массива наблюдается повсеместно. Поэтому замеры многочисленных систем трещин и построение эллипсоида деформации по этим системам трещин являются основным видом полевой работы.

Система слоистости осадочных пород имеет особое значение. В ряде случаев скольжение породы легко осуществляется по системам плоскостей, параллельным слоистости. Это обстоятельство учитывается при помощи замеров элементов залегания пластов.

Ориентировка эллипсоида деформации при одной преобладаю-

щей системе (в данном случае плоскости слоистости) показана на рис. 77, *а*. Здесь главная ось эллипса наклонена к горизонту под углом, равным углу внутреннего трения, под которым происходит общее перемещение массы. Это направление, как известно, должно совпадать с направлением биссектрисы острого угла между двумя системами скольжения. Итак, одно направление систем уже определено плоскостью слоистости. Следовательно, легко установить и другое направление. Причем последнее не обязательно должно быть представлено одной системой плоскости трещин скольжения. В этом направлении создается условие для деформации растяжения породы, ввиду чего оно, скорее, может быть выражено линией

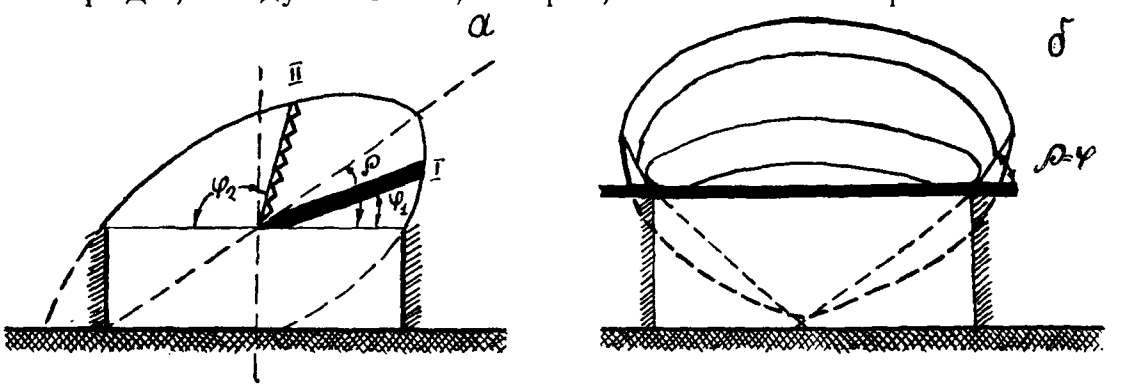


Рис. 77. Форма свода

отрыва пород, происходящего по ступенчатым системам мелких трещин, которые обычно имеют поперечное и продольное направление по отношению к плоскости пласта.

Из приведенной схемы ясно, что если угол падения пласта круче, чем угол внутреннего трения породы, то скольжение будет происходить исключительно по одной плоскости пласта. Иными словами, при условии $\varphi \geqslant \rho$ длинная ось эллипсоида деформации совпадет с линией падения пласта. Эксцентриситет эллипса в этом случае определится отношением частот мелких поперечных и продольных систем трещин в пласте. Если частоты примерно одинаковы, то это отношение будет равно отношению стороны квадрата к его диагонали, т. е. $1 : \sqrt{2} \approx 0{,}7$.

Разумеется, что в других случаях роль плоскостей пласта могут играть плоскости кливажа — сланцеватости пород, сбросы и другие виды разрывной дислокации.

Как было установлено, в случае наклонного залегания пласта мы имеем дело с эллипсоидом сжатия. При горизонтальном же залегании пласта наблюдается эллипсоид растяжения (рис. 77, *б*). Вообще эллипсоид растяжения обладает тенденцией распространяться за пределы выработки как в горизонтальном, так и в вертикальном направлении, что не свойственно эллипсоиду сжатия. Такой эллипсоид характерен для крепких пород.

Глава 5

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ МАССИВА НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ КРОВЛИ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК

В настоящей главе рассматривается напряженное состояние кровли большого очистного пространства, образующегося обычно при разработке камерно-столбовой системой.

В условиях пластового типа месторождений при такой системе разработки напряженное состояние кровли очистного пространства, создаваемой обычно одним определенным пластом, по своему механическому условию приближается к напряженному состоянию нагруженной пластинки, опирающейся на целики-колонны.

При неравномерном распределении и нагрузки и целиков, а также при их различных размерах и формах аналитическое решение задачи представляет весьма большую трудность. Решением отдельных вопросов этой проблемы в виде определения несущей прочности целиков, размеров пролета камер и т. п. занимались многие исследователи.

Нами разработана методика изучения напряженного состояния кровли при помощи графического метода или метода изолиний.

По технике выполнения этот метод несколько напоминает метод построения поверхности изопролетов В. Д. Слесарева, но отличается своей теоретической основой, способом учета структуры массива, а также практическими выводами.

Так как напряженное состояние кровли очистного пространства представляет собой поле напряжения, то, естественно, мы можем пользоваться методом графического построения физических (или геофизических) полей. При учете структуры массива мы также встречаемся с полем остаточной деформации массива горных пород. Следовательно, и в том и в другом случае нам приходится иметь дело с методом графического построения поля.

Прежде чем перейти к изложению методики, коротко ознакомимся с ее основными положениями.

НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ПОЛЯ

В физическом смысле поле — это пространство, в каждой точке которого действует определенная сила.

В зависимости от природы действующих сил различают электрические, магнитные, гравитационные, деформационные, тепловые и другие поля.

Классическим примером силового поля является гравитационное поле.

Между любыми телами существует так называемое гравитационное взаимодействие, приводящее к взаимному их притяжению. Сила притяжения пропорциональна массам этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (закон Ньютона).

Для изучения этого явления пользуются понятием гравитационного поля. Всякое материальное тело создает вокруг себя гравитационное поле. На всякое другое тело, находящееся в этом поле, действует соответствующая сила. Сила, действующая в гравитационном поле на частицу с массой, равной единице, называется напряженностью этого поля.

В настоящее время вместо понятия силы часто употребляют понятие энергии, выражающей движение частиц. Различные формы этого движения представляют собой превращения одного вида энергии в другой: механического в тепловой, теплового в электромагнитный и т. д.

Между массой и энергией существует непосредственная связь. Поэтому любое поле — материальное образование, обладающее в каждой своей точке массой и энергией.

Способность поля производить работу называют потенциальной энергией. Потенциальная энергия частицы обусловлена расположением ее в пространстве поля.

Так как поле рассматривается как пространство, заполненное различными телами и частицами, то потенциальная энергия каждого тела или частицы определена взаимным расположением их в пространстве.

Если пространство взаимодействующих частиц (или поля) попытаться изобразить на горизонтальной плоскости, то в общем случае получится кривая поверхности топографического вида. Энергия каждой части или точки P, расположенной на этой поверхности, определяется ее положением по отношению к горизонтальной плоскости.

Если потенциальную энергию этой точки рассматривать на бесконечно малой единице пути в каком-либо направлении, то эта величина будет изображать силу в данной точке поля.

На языке математики это означает, что во всяком поле производная потенциальной энергии по некоторому направлению (взятая с обратным знаком) есть сила, действующая в этом направлении.

Геометрическое значение производной определяется как тангенс наклона касательной и кривой в точке касания. Следовательно, если через данную точку P нашей потенциальной поверхности по направлению оси X провести касательную (рис. 78), то производная, или сила, в данной точке поля определится по формуле

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha. \qquad (3.76)$$

Таким образом, в каждой точке потенциального поля сила может быть выражена единичным вектором, направленным в сторону наибольшего наклона поверхности. Величина и направление силового вектора показывают скорость изменения энергии поля в данном направлении. Скорость изменения какого-либо процесса или природного явления называется градиентом, отсюда силовой вектор называется градиентом поля. Градиент численно равен тангенсу угла наклона касательной.

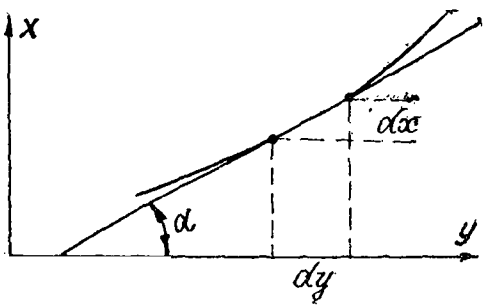


Рис. 78. Схема производных градиентов кривой

В каждой точке поля значение энергии может быть выражено не только силовым вектором — градиентом, но и каким-нибудь числом. В первом случае мы имеем векторное поле, а во втором — скалярное. Если соединить линиями все точки поля с одинаковыми потенциалами, то на плане получится топографическая поверхность.

Топографический план высот, изображенный в горизонталях, является примером скалярного поля, так как высотная отметка на плане не имеет направления. Величина без направления называется скаляром.

Топографический план является полем потенциалов, потому что высоты на земной поверхности играют роль потенциалов земного тяготения. Топографические горизонтали будут эквипотенциальными линиями этого поля.

Если на плане провести нормали к горизонталям, то получим векторные линии градиента скалярного поля высот. Градиент в этом случае будет своего рода крутизной поверхности Земли.

Примером векторного поля может служить поток жидкости. Частицы ее могут двигаться со скоростями, имеющими разные величину и направления в различных местах сечения.

Переход от одного поля к другому может быть осуществлен самыми разнообразными способами.

Самый распространенный способ перехода от векторного поля к скалярному координатный. В поле вектора V вносятся оси коорди-

нат X, Y, Z и для каждой точки определяются проекции вектора (или его составляющих) по осям V_x, V_y, V_z, которые являются функциями X, Y, Z и с ними можно обращаться как со скалярами.

Таким образом, поле вектора V заменяется тремя скалярными полями. Скалярные величины складываются простым алгебраическим путем, тогда как векторы могут складываться только геометрическим. Способ координат обычно применяется в теоретической механике и аналитической геометрии.

Кроме координатного существует так называемый «способ градиентов». В этом случае для данного векторного поля V подыскивается скалярное поле φ, для которого V служит градиентом, т. е.

$$V = -\operatorname{grad}\varphi = \Delta\varphi. \tag{3.77}$$

В приведенных во втором разделе способах построения поверхностей трещинной тектоники мы также имели дело с векторным и скалярным полями, а также с переходом от первого класса ко второму. В первом случае при определении направления разрыва сколовые системы были связаны с общей координатной системой, так как азимут простирания трещин измерялся по меридиану, а угол наклона проводился от горизонтальной плоскости.

В первом случае поле было векторным. Градиентом служил вектор разрыва. Но, проведя поверхность разрыва, мы получили скалярное поле.

Во втором случае такой постоянной координатной системы не было. Здесь компоненты деформации вычислялись по естественным направлениям трещин в каждой точке отдельно. В этом случае мы имели дело со скалярным полем. Так как формула (3.77), по которой строилась поверхность поля, справедлива для любой координатной системы, то в результате вычисления мы получили не векторные, а скалярные значения работы деформации в данной точке в виде числовых величин.

Итак, теоретическое толкование и практическое построение тектонических поверхностей аналогичны построению других физических полей, одним из видов которых являются и указанные поверхности. Поэтому при решении данного вопроса целесообразно применять те или иные приемы теории полей, разработанные в теоретической физике и в геофизике. Здесь особенно важно знать графические способы изображения полей, так как теория геохимического поля и теоретическая основа геометрии недр в основном опираются на теорию физического поля.

СПОСОБЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПОЛЯ

Любое поле может быть изображено на плоскости в виде эквипотенциальных кривых (горизонталей) или изоградиентов (изолиний). Так же может быть представлено гравитационное, трещинно-тектоническое, силовое и любое другое поле. Общий вид построенных таким образом полей напоминает топографическую поверхность, являющуюся одним из важных и естественных видов этих полей.

Расчеты полей заменяются графическими построениями, идея которых проста и состоит в следующем.

Пусть имеются два чертежа, изображающие формы какого-либо известного нам поля. Требуется сложить оба поля и получить результирующее поле графическим путем. Удобнее всего сделать это, если одно из полей начерчено на кальке. Наложением одного чертежа на другой получим целую систему точек пересечения эквипотенциальных линий обоих полей. Если в какой-либо точке пересекается эквипотенциальная линия φ_1 первого поля с эквипотенциальной линией φ_2 второго поля, то в этой точке результирующее (суммарное) поле будет иметь потенциал $\varphi=\varphi_1+\varphi_2$ (рис. 79, *а*). Аналогичным образом поступают и с линиями градиентов (рис. 79, *б*).

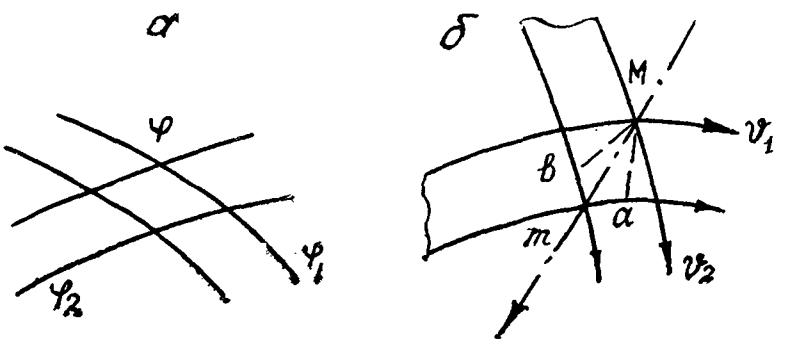


Рис. 79. Схема графического скольжения векторных полей

Как видно из рис. 79, *б*, *Ma* — градиент первого векторного поля; *Mb* — градиент второго векторного поля; *Mm* — результирующий градиент суммарного поля.

Так как подобный чертеж представляет собой пересечение пространственного поля плоскостью проекции чертежа, необходимо выбирать наиболее характерные, типичные и важные сечения поля. При построении чертежей нужно соблюдать условия конечности, однозначности и непрерывности векторов-градиентов полей и, следовательно, построенных поверхностей полей, которые вытекают из физических свойств полей (теория поля Гаусса, Грина

и др.). Этими свойствами обладает топографическая поверхность, являющаяся типичным изображением гравитационного поля.

В качестве примера представим два источника поля, допустим, два электромагнитных полюса. Каждый из них имеет вокруг себя свое поле. Если они достаточно сближены друг с другом, то в результате их взаимодействия создается общее результирующее (суммарное) поле. Оно также может быть вычерчено указанным способом. Чем больше нам известно число частных случаев полей, тем легче построение более точной картины результирующего поля.

Во многих частных случаях построение полей по этому способу оказывает незаменимую услугу. Значение графического метода возрастает при операциях с полями в природных условиях, например в условиях недр, когда мы имеем дело с проявлениями многих полей (тектонических, гравитационных, деформационных, термических, геохимических, магнитных и т. д.), при сложных граничных условиях естественного и искусственного порядка (контактные зоны — геологические условия, условия разведки, разработки и т. д.).

В предыдущей главе были приведены способы построения поверхностей интенсивности пластической деформации и плотности энергии деформации горных пород. Отметим, что формула (3.77) для вычисления работы деформации может быть выведена на основе формул Гаусса — Грина, являющихся одним из основных принципов теории поля.

Когда через ряд точек (площадок ds) проводится поверхность в виде изолиний работы деформации, то этим осуществляется графическое суммирование (интегрирование) элементарных работ частиц и получается общая работа деформации всего участка в виде потенциальной энергетической поверхности поля деформации.

Данное построение является вполне обоснованным с физико-механической точки зрения, так как интенсивность сдвиговой деформации определяется геометрической суммой поверхностей скольжения.

Указанные построения в принципе достаточно точны (с точностью до постоянного механического эквивалента тепловой энергии) и обоснованы теорией поля.

Графическое дифференцирование и интегрирование применяются при исследовании процессов сдвижения горных пород, при определении мульды оседания, при изучении напряжения кровли, угла откоса, деформации горных пород и т. д.

Способ дифференцирования и интегрирования поверхностей используется при построении поверхностей интенсивности деформаций. Как известно, градиент поверхности — вектор является тангенсом угла наклона ее по данному направлению в данной точ-

ке. Дифференцирование поверхности по некоторой сети точек ее на плане дает возможность найти градиенты поверхности в этих точках, построить в виде градиентов-векторов числовые отметки данных точек и линии изоградиентов через определенные интервалы.

МЕТОД УЧЕТА СТРУКТУРЫ МАССИВА ПРИ ИЗУЧЕНИИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КРОВЛИ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК

Рассмотрим учет структуры массива при изучении напряженного состояния кровли подземных выработок на примере одного из полиметаллических месторождений Казахстана. Пластового типа залежи полиметаллической руды имеют брахискладчатую куполовидную структуру. Рудовмещающими и боковыми породами являются плотные известняки каменноугольного возраста с прослоями доломитов, мергелей и глинистых сланцев. Мощность рудного тела 2—12 м. Крепость породы и руды 5—7 по М. М. Протодьяконову. Месторождение вскрыто вертикальными шахтами, разработка ведется камерно-столбовым методом. Средние размеры камеры 8—10—12 м, высота 5—15 м. Целики для поддержания кровли имеют круглую цилиндрическую форму со средним сечением 8—10 м². Местами наблюдается обрушение кровли.

Определим величину давления налегающих пород на единицу площади кровли выработки. Соразмерно с величиной камеры размер единицы берется равным 10×10 м=100 м². Масса столба налегающей породы, приходящейся на эту единицу площади, определяется как $H\gamma$. Здесь только необходимо учесть наличие опорных целиков. Для этой цели можно пользоваться формулой Л. Д. Шевякова [170] для расчета прочности опорных целиков:

$$SH\gamma+S_1h\gamma_1\leqslant\frac{SR}{n_ц}, \tag{3.78}$$

где S — площадь горных пород, приходящаяся на целик; S_1 — сечение опорного целика; H — мощность пород кровли камеры; h — высота целика; γ, γ_1 — средние объемы веса породы и руды; R — предел прочности породы опорного целика при сжатии; n — запас прочности целика.

Рассматривая напряженное состояние кровли у верхнего основания целика, приведенную формулу можно переписать в виде

$$\gamma H\frac{S}{S_1}\leqslant\frac{R}{n}.$$

Принимая за единицу площади $S=100$ м², можно вычислить величину давления на единицу сечения целика, находящегося в

пределах данной площади. Определим давление для каждой площадки сетки способом «скользящего окна». По полученным отметкам строим поверхность давления породы на кровлю выработки. Далее эту поверхность накладываем на поверхность сдвиговой трещинной деформации и путем скольжения получаем суммарную поверхность. Так как интенсивность деформации всегда имеет положительное значение, то суммированием поверхностей также учитывается и запас прочности.

Работа деформации является, как известно, произведением касательного напряжения на интенсивность деформации.

Если принять условие $\tau \approx \frac{R}{n}$, то на основании формулы (3.78) можно записать

$$A_0 = \gamma H \frac{S}{S_1} W \cos \alpha, \tag{3.79}$$

где α — угол падения рудного тела в данной точке.

Эта величина меняется от точки к точке по поверхности кровли выработки, являясь функцией пространственных координат X, Y, Z, причем $Z = H$. Следовательно,

$$A = f(\gamma H \frac{S}{S_1} \cos \alpha \, W, X, Y). \tag{3.80}$$

Для упрощения записи введем обозначение $H_0 = \frac{H \cos \alpha}{S_1}$ и назовем его коэффициентом давления. Формулу (3.80) можно представить как произведение двух функций: давления H_0 —

$$A_1 = H_0(X, Y, H) \tag{3.80а}$$

и интенсивности деформации —

$$A_2 = W(X, Y, W). \tag{3.80б}$$

Выражение (3.80а) может быть изображено в виде плана изодавления, а выражение (3.80б) — в виде плана изодеформации. Перемножив их, получим план изонапряженного состояния кровли выработки в виде

$$A = f(X, Y, H_0, W). \tag{3.80в}$$

Таким образом, две поверхности, изображающие картину «искусственного напряжения» (давления тектоники), можно перемножить и получить результирующий план напряженного состояния кровли выработки.

На рис. 80 представлены два плана в изолиниях напряжения кровли и целиков горных выработок и план их суммарной поверх-

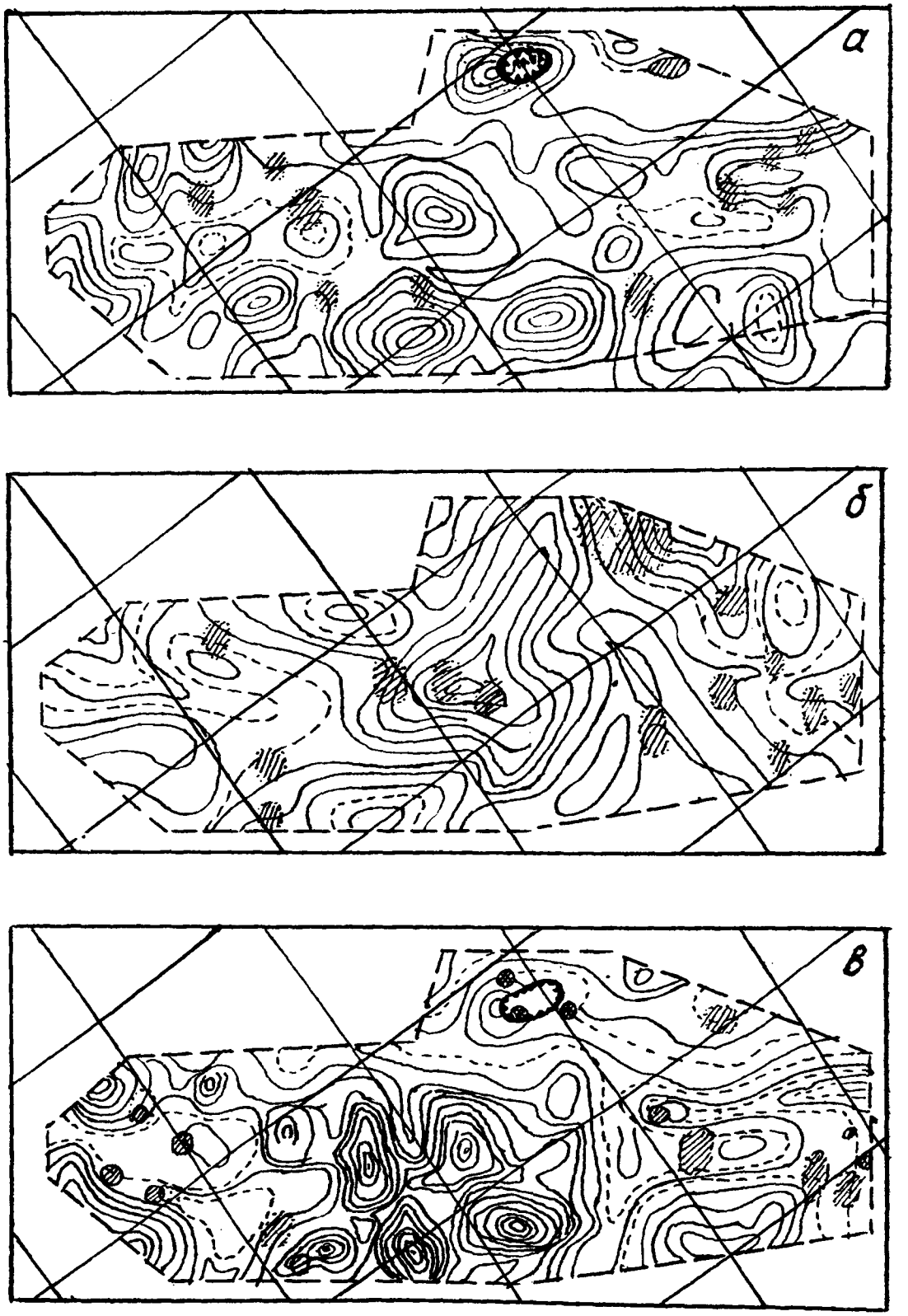


Рис. 80. Напряжения кровли и целиков горных выработок в изолиниях: *а* — под действием тяжести налегающих пород; *б* — под влиянием структурной анизотропии; *в* — графическая сумма поверхностей

ности. На последнем плане отмечены места обрушений кровли выработок и точки характерных пересечений кривых двух планов.

На рис. 81 изображены три кривые, представляющие собой профили приведенных на рис. 80 поверхностей.

На горизонтальной оси приведена схема выработок и показаны места самопроизвольного обрушения кровли. Как видно из рисунка, точки обрушения тяготеют не к точкам максимального значения ординаты суммарной кривой, как это можно было бы ожидать, а к точкам резкого изменения кривых. Это объясняется тем,

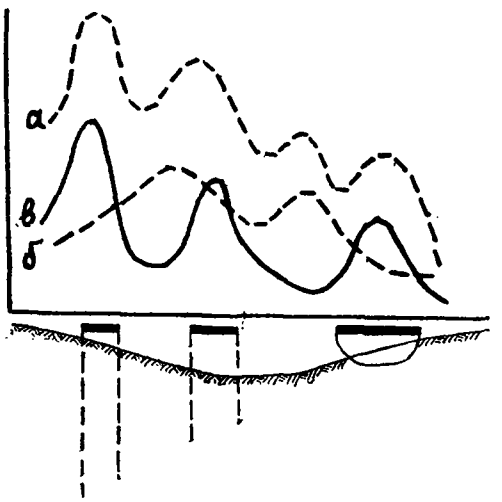


Рис. 81. Профиль поверхностей, составленный вкрест простирания рудного поля: *а* — интенсивность трещинной тектоки; *б* — величина вертикального давления на кровлю выработки; *в* — суммарная кровля

что в точках пересечения двух кривых мы наблюдаем явления растяжения, так как две кривые, изображающие изменения напряжений («естественного» и «искусственного»), в данной точке направлены в разные стороны, а в других точках они более или менее параллельны. Так как прочность горных пород на разрыв во много раз слабее, чем на сжатие, в этом случае решающую роль играет не абсолютное значение напряжения, а характер деформации. Следовательно, необходимо определить, работает целик на растяжение или на сжатие.

Решить такую задачу по отдельно взятому целику часто трудно. Тип деформации, как видно из построения, может быть определен при рассмотрении совокупности всех факторов, влияющих на деформацию по всему выработанному пространству. При невыясненных условиях работы целика можно допустить грубые ошибки.

Указанное обстоятельство должно обязательно учитываться при решении задач горного давления, управления кровлей, при процессах массового выпуска руды, при естественном или принудительном этажном обрушении и т. д.

Глава 6

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ СТРУКТУРЫ МАССИВА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСА КАРЬЕРА

Многие исследователи при изучении условий устойчивости откосов пользуются в основном теорией Кулона — Мора. Эта теория позволяет получать вполне удовлетворительные решения задачи в случае земляных откосов.

Достаточной точности решения задачи можно добиться, применяя эту теорию в случае сыпучих, глинистых, сланцеватых и подобных им пластичных пород, которые могут рассматриваться как бесструктурные. Но для скально-трещиноватых пород эту теорию надо применять с осторожностью, вводя в расчеты определенные поправки.

Наша задача заключается в том, чтобы показать, в какой степени структура массива оказывает влияние на определение условий механической устойчивости откоса в случае скально-трещиноватых пород.

Практически работа сводится к построению двух поверхностей деформации: по энергетической формуле (энергетическая поверхность) и по формуле Кулона — Мора (сколовая поверхность).

Энергетическая поверхность строится по методу скалярного поля (т. е. обычным топографическим методом), а сколовая — по методу построения векторного поля.

Построение энергетической поверхности деформации месторождения. Форма, размеры и ориентация структурных блоков определяются статистически — путем многочисленных замеров трещин в пределах некоторого объема или площади обнажения массива и соответствующей их обработки на стереографических сетках.

В местах обнажения пород и руд по всем бортам карьеров и в их окрестностях измеряются элементы залегания плоскостей отдельности пород (азимуты простирания и падения, угол падения) и среднее расстояние между ними.

Места замеров наносятся на соответствующий маркшейдерский план. Каждую плоскость отдельности пород в виде точки проставляют на полярную ортографическую сетку. Точечную диаграмму обрабатывают статистически.

Путем соединения точек с одинаковой густотой трещин получают диаграмму в изолиниях. Точки с наибольшим значением изолиний («фокальные» точки) и являются проекциями тех главных направлений, по которым находят значения относительных дефор-

маций. Таких направлений, однако, может оказаться больше трех. Тогда необходимые три направления определяются путем геометрического суммирования.

Далее по формулам (3.9)—(3.14) вычисляется интенсивность трещинной деформации данного элементарного объема пород в данной точке замера.

Центры площадок таких замеров наносят на маркшейдерский план в виде точек и около каждой точки подписывают значения интенсивности деформации. По этим значениям строят изолинии подобно тому, как по отметкам топографической поверхности строят ее горизонтали.

Это будет поверхность топографического порядка, представляющая собой поверхность сдвиговой деформации массива трещиноватых горных пород.

Символическое изображение этой поверхности в математическом выражении имеет вид

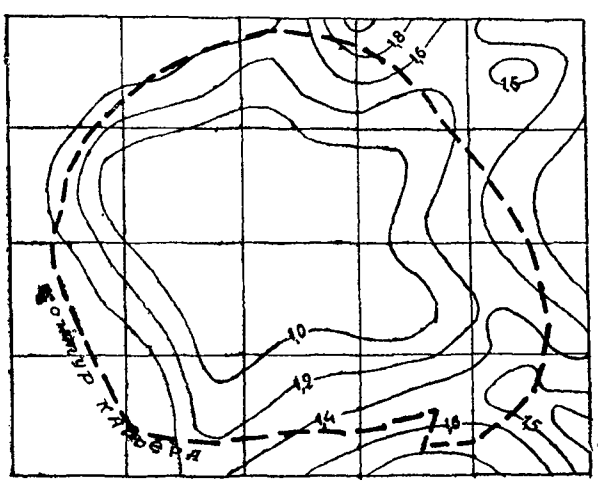
$$P_1 = f(X, Y, Z, W), \tag{3.81}$$

где X, Y, Z — координаты точек поля.

На рис. 82 приведена поверхность сдвиговой деформации для одного из месторождений Северного Казахстана, построенная на основе замеров нескольких тысяч трещин.

Построение сколовой поверхности деформации месторождения. Ранее мы рассмотрели методику определения интенсивности деформации горных пород, аналогичную методике В. В. Соколовского, и показали способ построения плана этой интенсивности методом геометрии недр.

Наряду с этим для анализа трещинной тектоники может быть



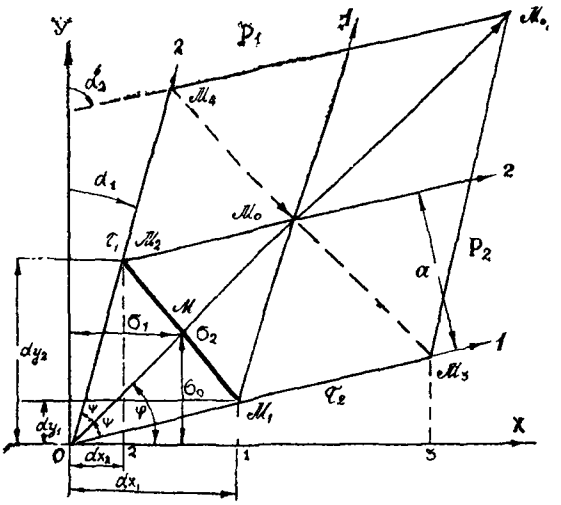


Рис. 82. Поверхность сдвиговой деформации рудного карьера

Рис. 83. Схема сравнения векторного метода с аналитическим

применен и графический метод, аналогичный методу С. С. Голушкевича. Остановимся на сравнении этого метода с методом анализа пластической деформации и на технике построения.

Для пояснения этого способа обратимся к схеме, изображенной на рис. 83.

Здесь системы скольжения показаны в виде плоскостей P_1 и P_2. Элементарная линия σ_2 является линией их пересечения. Одновременно линия σ_2 представляет собой короткую диагональ ромба сдвига: $OM_2M_0M_1$, а σ_1 — его длинную диагональ.

Для простоты задаемся соотношением диагоналей ромба сдвига: $\sigma_1=2\sigma_2$. Центральная точка фигуры M имеет координаты $dx=dy=\sigma_0$. Из рис. 83 видно, что координаты точек M_1 и M_2 можно выразить через соотношения

$$dx_1=dy_2=3dx_2=3dy_1;$$

$$dx_2=dy_1;$$

$$dx=2dx_2=\frac{2}{3}dx. \tag{3.82}$$

Для последних точек справедливы дифференциальные уравнения

$$\frac{dy_2}{dx_2}=\operatorname{tg}(\varphi+\psi);$$

$$\frac{dy_1}{dx_1}=\operatorname{tg}(\varphi+\psi). \tag{3.83}$$

Решая совместно уравнения (3.82) и (3.83), находим

$$\frac{dy_2}{dx_2}=3{,}0;\quad \frac{dy_1}{dx_1}=\frac{1}{3},$$

откуда $\varphi+\psi=72°$, $\varphi-\psi=18°$. Так как $\frac{d\varphi}{dx}=1$, то $\varphi=45°$, $\psi=27°$.

Длина малой диагонали σ_2 определяется как расстояние между точками M_1 и M_2, координаты которых известны. В итоге получаем

$$\sigma_2=\sigma_0\sqrt{2}=0{,}5\sigma_1.$$

Длину сторон ромба сдвига $\tau_1=\tau_2=\tau$ получаем из соотношения $\tau=\frac{dx}{\cos(\varphi-\psi)}=1{,}6\sigma_0$ или $\tau=0{,}57\ \sigma$.

Проекция диагонали σ_2 на горизонтальную ось равна σ_0, т. е. $\frac{\sigma_2'}{\sigma_2}=\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sigma_2'=\frac{\sigma_2}{\sqrt{2}}$ или $\sigma_2=\sigma_0$.

Таким образом, полностью найдены все линейные элементы ромба сдвига, представляющего собой элемент или ячейку сдвиговой системы деформации полупространства. При определении этого элемента был использован тот же метод, который обычно применяется при анализах пластической деформации.

Из рис. 83, однако, видно, что положение прямых OM_0 и MM_2 определяется простым графическим построением как линий пересечения двух плоскостей скольжения. Прямая может представлять собой отрезок кривой предельного равновесия, который получается путем решения систем дифференциальных уравнений.

Определение положения линии σ_2 на практике сводится к следующему. Измеряются в натурных условиях элементы залегания плоскостей трещин: направлений линий простирания и падения, а также углы падения. Путем простого способа проекции с числовыми отметками по каждой паре сопряженных плоскостей трещин устанавливается линия их пересечения, т. е. линия σ_2. Как векторная величина, она должна быть определена и по величине, и по направлению. Для этого линии простирания (горизонтали) плоскостей трещин наносятся на план согласно измеренному азимуту их простирания (α_1 и α_2). Интервалы между горизонталями, т. е. заложения, находят графическим путем по величине угла падения δ. Для простоты углы падения двух плоскостей приняты равными. На рис. 83 показано построение проекции вектора σ_2 на горизонтальную ось X.

Начальной точкой вектора $\sigma_0=\sigma_2$ служит точка замера трещин.

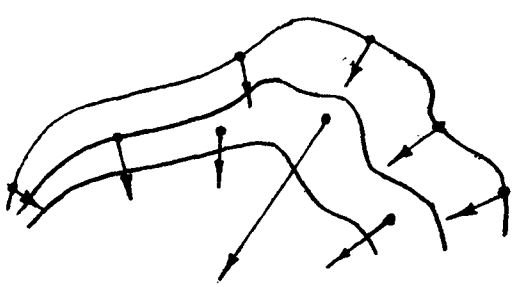


Рис. 84. Схема построения изоклин

Следовательно, точки 1, 2, 3 ... на плане являются точками замера системы трещин. В случае необходимости строятся результирующие векторы. Таким образом, изучаемый участок покрывается векторами, получается векторное или градиентное поле.

Далее путем графического интегрирования этого поля находим деформации участка в изолиниях одинакового наклонения (изоклинах) кривых предельного равновесия. В результате имеем поверхность топографического порядка, представляющую собой контурную поверхность предельного равновесия массива горных

пород, разбитых системой трещин. Так как линейные элементы этой поверхности в каждой точке изображены в виде векторов напряжения, то ее можно назвать планом одинакового наклона векторов, т. е. планом изоклин (рис. 84). Символическое изображение этой поверхности может быть представлено в виде

$$P_2 = f(X, Y, Z \operatorname{grad} V), \qquad (3.84)$$

где V — скалярная величина поля тектонического напряжения; grad V — его градиент, численно равный касательному напряжению τ.

Следовательно, построение этого плана аналогично графическому изображению гравитационных (или иных) аномалий при геофизическом методе разведки.

СРАВНЕНИЕ ДВУХ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕФОРМАЦИИ

План изолиний аналогичен плану интенсивности деформации (см. рис. 82). Построение плана изоклин станет более наглядным, если воспользоваться рис. 85, где изображены предельные кривые откосов. Интервалы между узлами кривой OC (рис. 85, *б*) для нашего случая представляют собой, как было показано ранее, линию пересечения двух систем скольжения, т. е. 1,1—2,2 $= \sigma_{1,2}$; 2,2—3,3 $= \sigma_{2,3}$ и т. д. Последовательно соединяя эти векторы-градиенты в сплошную кривую в том или ином направлении, получаем предельную кривую OC. Такие профильные кривые можно построить в нескольких направлениях. Путем пересечения их системой горизонтальных плоскостей можно построить план в изолиниях, т. е. в

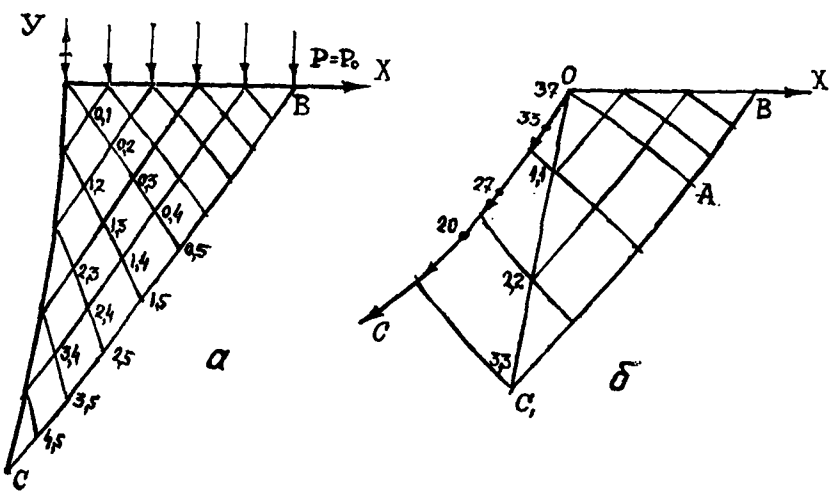


Рис. 85. Схема сравнения откосов, построенных по методу В. В. Соколовского (*а*) и С. Умбеталина (*б*)

изоклинах предельных кривых равновесия или равноустойчивых откосов. На рис. 84 приведена схема построения такого плана для северо-восточной части карьера. Из сравнения планов, приведенных на рис. 82 и 84, мы видим большое их сходство, свидетельствующее об эквивалентности указанных способов. Эти планы должны взаимно контролировать и дополнять друг друга. Следовательно, желательно, чтобы оба они были построены одновременно по одним и тем же материалам замеров трещин.

Как известно, линия пересечения двух плоскостей скольжения представляет собой среднюю ось эллипсоида деформации. Она же является отрезком кривой предельного равновесия пластически деформируемой среды.

Изображение (векторное или скалярное) поверхности интенсивности сдвиговой деформации массива горных пород определяет для любой его точки положение средних осей эллипсоидов наиболее вероятных направлений сдвиговой деформации.

Векторы или линии наибольших скатов поверхности интенсивности сдвиговой деформации, как показывает анализ, являются геометрическим местом узловых точек пересечений двух семейств характеристических кривых В. В. Соколовского по системе параллельных сечений, перпендикулярных к данному вектору или линии ската.

Наличие в массиве горных пород поверхностей отдельности, перпендикулярных друг другу, свидетельствует о преобладании деформации пород гидростатического порядка, без существенного влияния деформации сдвига.

Чаще всего наблюдаются косоугольные параллелепипеидальные системы поверхностей отдельностей пород, присущие главным образом твердым горным породам, в которых преобладает сдвиговая деформация.

Если число поверхностей ослаблений пород существенно, наблюдаются более ярко выраженные трещины. Густота проявления этих поверхностей отдельностей от нескольких сантиметров до нескольких метров.

При значительном числе поверхностей ослабления желательно заснять все наиболее ярко выраженные, и результаты съемки в дальнейшем подвергнуть статистической обработке, позволяющей найти средние значения элементов залегания. Часто в пределах небольшой площадки наблюдаются соразмерные блоки отдельности пород. В этом случае достаточно знать среднюю величину блока отдельности. Чем больше точек наблюдений, тем точнее построение предельной кривой.

После построения плана идет решение горнотехнической задачи: выбор наиболее эффективного контура карьера на основе технико-экономических данных. При этом указанный план является

одним из руководящих материалов. По нему можно установить наиболее вероятную величину угла наклона кривой равновесия в любой точке откоса. Если по технико-экономическим соображениям фактический угол наклона борта карьера на том или ином участке должен быть круче, чем по плану, то и в этом случае план дает возможность определить величину ожидаемого горного давления, величину клина сползания и т. д.

Глава 7

РОЛЬ СТРУКТУРЫ МАССИВА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ УГЛОВ СДВИЖЕНИЯ

Сопоставление замеров поверхностей отдельности массива горных пород с замерами трещин отдельности в выработках показывает, что при сдвижении и деформации пород, возникающих вследствие горных работ, новых поверхностей отдельности в породах, как правило, не возникает. Сдвижение пород происходит по уже имеющимся поверхностям ослабления. По вновь образующимся трещинам сдвижение пород наблюдается весьма редко и зависит от соотношения прочности пород в массиве, сил трения и сцепления, действующих на поверхностях ослабления массива пород. При этом сдвижение элементарных блоков по поверхности ослабления носит избирательный характер.

Исследования процесса сдвижения горных пород в подземных выработках показали, что частота активных поверхностей ослабления увеличивается в направлении от очага сдвижения. Это означает, что дискретными в массиве горных пород при деформациях вне зоны беспорядочного обрушения являются элементарные структурные блоки породы, оконтуренные поверхностями ослабления (поверхностями отдельности) массива пород. В зоне беспорядочного обрушения углы сдвижения вначале более крутые (иногда вертикальные), чем в вышележащих зонах прогиба пород, и совпадают с соответствующими плоскостями ослаблений пород. Особенно часто это наблюдается при системах разработки с обрушением. В дальнейшем здесь наступает замедленная стадия процесса сдвижения и углы сдвижения выполаживаются.

Отдельные сдвиги элементарных блоков отдельности по поверхностям ослабления относительно друг друга создают общую картину сдвижения горных пород от подземных выработок до земной поверхности. Результирующая этих сдвигов на границе части пород, затронутых сдвижением, представляет собой поверхность, от-

граничивающую смещенную часть массива пород по нетронутой его части.

Значения углов сдвижения могут быть определены теоретически на основе изученности строения массива горных пород и учета физической сущности процесса их сдвижения.

ВЛИЯНИЕ РАЗРАБОТОК НА ПРОЦЕСС СДВИЖЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

При разработке месторождений полезных ископаемых очистные выработки достигают таких размеров, при которых нарушается равновесие в окружающих породах и массив горных пород разрушается, устремляясь в выработанное пространство. Возникает процесс сдвижения горных пород, который охватывает в определенной области всю толщу покрывающих пород, вплоть до земной поверхности, где образуется впадина, называемая мульдой сдвижения.

Итак, в результате проведения выработки образуется полость, при увеличении размеров которой в породах непосредственной кровли в областях растягивающих напряжений появляются трещины. Возникает система блоков породы, разделенных трещинами.

При дальнейшем продвижении забоя эти блоки еще более опускаются, а затем обрушаются. Над опустившимися блоками пород идет опускание новых блоков, в которых по мере удаления от зоны непосредственной кровли степень нарушения слоев трещинами все более уменьшается.

Зона непосредственной кровли, в которой породы обрушаются с разрывом сплошности, называется зоной беспорядочного обрушения.

Значительное увеличение объема обрушенных пород создает более или менее плотную естественную закладку выработанного пространства, в результате чего последующие слои пород кровли окажутся «подбученными» и процесс их сдвижения будет протекать более плавно.

Уплотнение обрушенных пород под давлением вышележащей толщи вызывает значительный прогиб пород над зоной беспорядочного обрушения с разрывом их сплошности.

По мере удаления от выработанного пространства прогиб пород приобретает все более плавный характер, без разрыва их сплошности.

При выемке пологопадающих залежей в нарушенном массиве твердых горных пород можно выделить следующие зоны: зону беспорядочного обрушения пород, зону прогиба пород с разрывом их сплошности, зону прогиба пород без разрыва их сплошности.

На рис. 86 в самых общих чертах изображено проявление сдвижения горных пород над выработкой.

Область затронутых сдвижением горных пород называют зоной сдвижения.

Углы, образованные с горизонтальной плоскостью линией, соединяющей границы выработанного пространства, и точки, ограничивающие вкрест простирания залежи и по ее простиранию, называются углами сдвижения и обозначаются β, γ, δ (рис. 86).

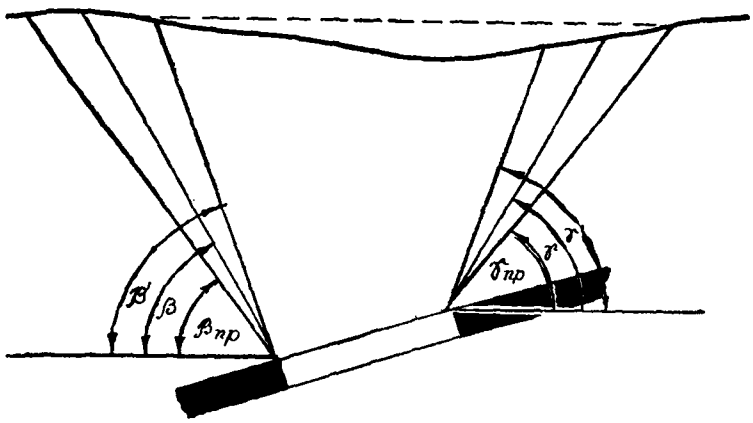


Рис. 86. Углы обрушения и сдвижения на разрезах

Углы, ограничивающие зону образования на земной поверхности трещин и построенные в тех же сечениях, называются углами обрушения и обозначаются β′, γ′, δ′.

Углы, при помощи которых ограничивают зону возникновения каких-либо сдвижений, называются предельными углами сдвижения и обозначаются $\beta_{пр}$, $\gamma_{пр}$, $\delta_{пр}$.

Значения углов сдвижения, как и других элементов процесса сдвижения, для разных горно-геологических условий различные. Индивидуальность проявления процесса сдвижения массива горных пород в условиях разработки рудных месторождений исключает возможность пользования аналогиями.

Углы сдвижения относятся к числу основных параметров, характеризующих процесс сдвижения горных пород. Значения этих углов необходимо знать для оконтуривания на поверхности рудника зоны влияния горных работ и для расчета охранных целиков.

До сих пор значения углов сдвижения в каждом конкретном случае устанавливались из натурных наблюдений: на поверхности рудника закладывалась сеть пунктов-реперов и систематически, через определенный промежуток времени или через определенный шаг продвигания очистных работ, определялись координаты этих пунктов. В результате многолетних наблюдений за положением этих пунктов находили значения углов сдвижения. Попутно опре-

деляли и другие параметры процесса сдвижения: время течения этого процесса, характер деформаций отдельных участков мульды сдвижения, вид и размеры ее и др.

Углы сдвижения, характер обрушения пород непосредственной кровли, увеличение обрушенных пород в объеме, размер и форма обрушающихся кусков породы, закономерности течения процесса сдвижения и т. д. зависят от механических свойств и структуры массива горных пород, а также от горнотехнических условий разработки месторождений.

Глава 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВ СДВИЖЕНИЯ

Нормальные положения плоскостей скольжения при процессах сдвижения горных пород. Рассмотрим вначале наиболее простой случай. Разрабатываемый пласт залегает горизонтально, покрывающие породы механически однородны, тектонических нарушений нет, рельеф местности равнинный. Фигура сдвижения будет симметричной, т. е. $\beta=\gamma$ (рис. 87). Сдвиговый параллелограмм имеет форму ромба.

Главное нормальное давление σ_1 направлено вертикально, боковой распор σ_2 — горизонтально. Следовательно, ромб сдвига острыми углами направлен вертикально вверх и вниз.

Используем обычное соотношение вертикального давления и бокового распора:

$$\sigma_2=\frac{\mu}{1-\mu}\sigma_1, \tag{3.85}$$

где μ — коэффициент Пуассона, равный 0,27.

Наклоненные плоскости сдвижения горных пород не что иное, как стороны этого ромба сдвига. Такое положение сдвиговых систем будем считать нормальным. Согласно приведенным выше соображениям относительно определения углов внутреннего трения, нетрудно догадаться, что рассматриваемая нами наклоненная плоскость скольжения $OM=\tau$ с направлением главного вертикального напряжения σ_1 образует угол φ_1, равный углу внутреннего трения, т. е. $\psi=\rho$.

Следовательно, угол сдвижения β определяется как дополнение угла внутреннего трения ρ до 90°, т. е.

$$\beta=\frac{\pi}{4}-\frac{\rho}{2}. \tag{3.86}$$

При естественных условиях деформации горных пород в процессе формирования трещиноватости ведущую роль играет гравитационное напряжение. Отсюда условия образования систем трещин и сдвигового скольжения, показанного на рис. 87, являются аналогичными. Поэтому в данном случае плоскости систем трещин и сдвигового скольжения совпадают.

Из рис. 87 и формулы (3.86) видно, что в случае трещиноватых скальных пород при заданных условиях угол внутреннего трения в данном случае равен половине острого угла 2ψ ромба сдвига. Зна-

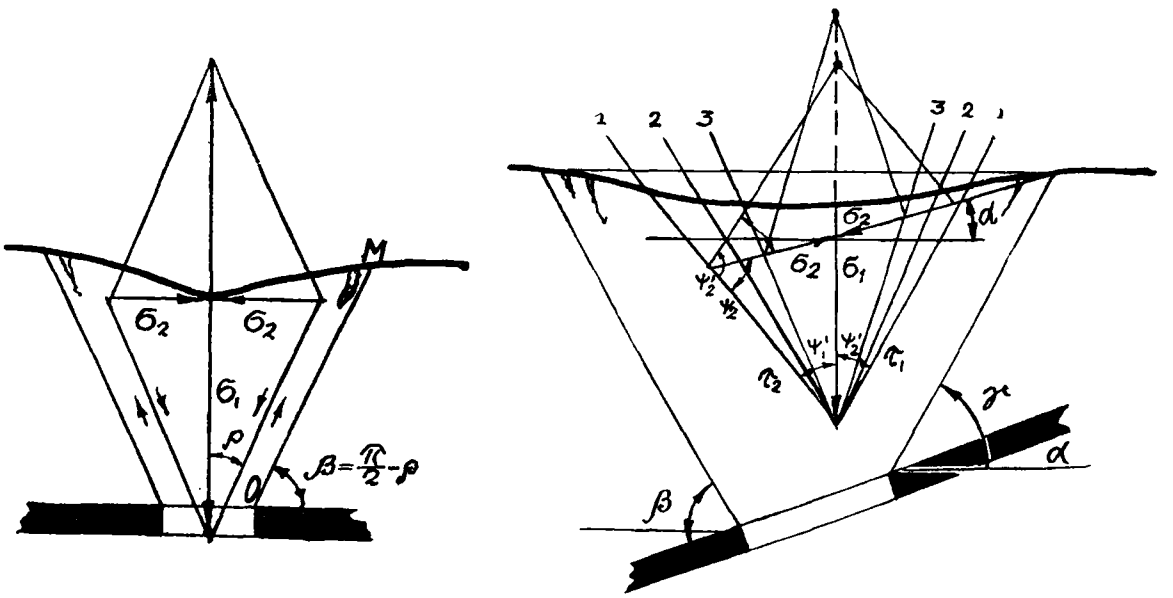


Рис. 87. Схема определения направления сдвигового смещения при разработке горизонтально залегающего пласта

Рис. 88. Схема определения направления сдвигового смещения при разработке наклонно залегающего пласта

чит, угол сдвижения β равен дополнению до 90° половины острого угла между системами трещин или, что то же самое, угол сдвижения равен половине тупого угла между системами трещин:

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \psi_1; \qquad (3.87)$$

$$\beta = \psi_2,$$

где $2\psi_1$, $2\psi_2$ — соответственно острый и тупой углы между двумя системами трещин.

По условиям деформации горных пород возможны случаи, когда длинная диагональ ромба сдвига ориентирована не вертикально, а горизонтально. Такое положение тоже считается нормаль-

ным. В этом случае угол сдвижения лучше определять как сумму угла естественного откоса идеально пластичной среды и острого угла между системами трещин, т. е.

$$\beta = \frac{\pi}{4} + 2\psi_1. \tag{3.88}$$

На практике целесообразно пользоваться той формулой, которая лучше согласуется с наблюденными данными по сдвижению поверхности и по замерам системы трещин. При этом будет полезным и построение фигуры (поверхности) разрушения.

Влияние угла падения разрабатываемого пласта на расположение систем сдвигового скольжения. Рассмотрим случай, когда пласт падает в одну сторону под углом α. При этом направление вертикального гравитационного давления σ_1 остается неизменным, а направление бокового распора совпадает с линией падения пласта, т. е. не является горизонтальным, как это было в первом случае. В соответствии с этим симметричность задачи нарушается, фигура сдвига не является ромбом, а принимает форму параллелограмма (рис. 88). Тогда формула (3.87) будет иметь вид

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \psi_1'; \tag{3.89}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \psi_1.$$

Из рис. 88 ясно, что $\psi_1' > \psi_1$, откуда $\beta < \gamma$.

Приведем соотношение между линейными и угловыми элементами сдвигового параллелограмма и углом падения пласта:

$$\psi_1' + \psi_2' = \psi_1 + \psi_2;\ \psi_1' + \psi_2 - \alpha = \psi_1 + \psi_2 + \alpha;$$

$$\cos\psi_1 = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \tau_1^2}{2\sigma_1\tau_1};$$

$$\cos\psi_2 = \frac{\sigma_1^2 - \sigma^2 - \tau_2^2}{2\sigma_1\tau_2}; \tag{3.90}$$

$$\tau_1^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2 \sin\alpha;$$

$$\tau_2^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2 \sin\alpha.$$

Используя соотношения между нормальными давлениями $\sigma_1 = 1{,}4\sigma_2$; $\sigma_1 = 1{,}73\sigma_2$; $\sigma_1 = 2\sigma_2$ и принимая $\sigma_2 = 1$, находим числовые значения углов ψ_1 и ψ_2, входящих в формулу (3,89).

Для принятых соотношений значения этих углов определяются по формулам

$$\psi_1+\psi_2=72^\circ;\quad \cos\psi_1=\frac{1{,}4+\sin\alpha}{\sqrt{2{,}96+2{,}8\sin\alpha}};$$

$$\psi_1+\psi_1'=60^\circ;\quad \cos\psi_1=\frac{1{,}73+\sin\alpha}{\sqrt{4+3{,}46\sin\alpha}}; \qquad (3.91)$$

$$\psi_1+\psi_2'=48^\circ;\quad \cos\psi_1=\frac{2+\sin\alpha}{\sqrt{4{,}8+4\sin\alpha}}.$$

Графическое построение предельной кривой и контура сдвижения горных пород по замерам элементов залегания систем трещин. Углы, входящие в формулы для определения значения углов сдвижения, в случае трещиноватых пород могут быть найдены по элементам залегания плоскостей трещин. Для этой цели проводятся замеры трещин изучаемого участка. При их обработке главное внимание должно быть уделено тем системам трещин, которые попадают в сторону мульды оседания.

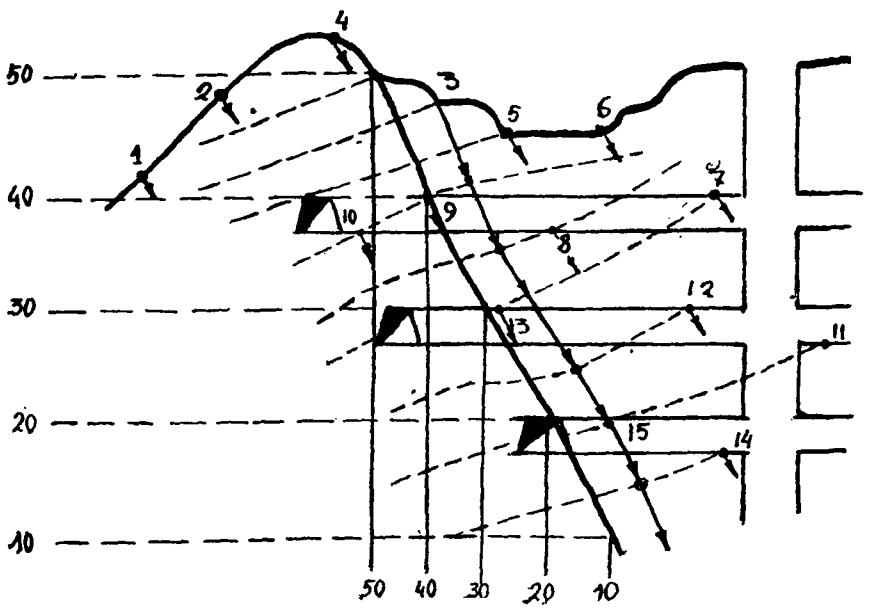


Рис. 89. Схема графического интегрирования векторов, представляющих собой главное направление систем трещин

На рис. 89 показана схема кривой предельного равновесия на основе векторов-градиентов, построенных по замерам трещин во всех доступных точках обнажения горных пород: на дневной поверхности (точки 1—4), в канаве (точки 5—6), на различных горизонтах подземных выработок (точки 7—15), одного из рудников Казахстана.

За начальную точку построения кривой принята точка 3, а за конечную — 15 — крайняя точка нижнего горизонта выработок. Эти точки являются как бы пределами интегрирования функции. Как видно из рис. 89, при построении указанной кривой использованы все векторы данного профиля. Рядом с кривой 3—15 приведена ее сглаженная форма, которая пересечена системой параллельных прямых через определенный интервал (там же показана схема проектирования этой кривой на горизонтальную плоскость).

Следовательно, от профильных проекций нетрудно перейти к пространственным проекциям, к графическому построению деформированного состояния массива горных пород в виде поверхности топографического порядка. При этом в виде топографических поверхностей могут быть отдельно построены напряжения гравитационного поля, деформационного (тектонического) поля массива горных пород.

Далее, путем соответствующих графоаналитических действий над этими поверхностями по известному методу геометрии недр [71] можно получить некоторую результирующую поверхность, характеризующую собой действительно механическое состояние массива горных пород. На эту поверхность накладываются горнотехнические условия разработки. Изложим в кратком виде идею такого построения.

Гравитационное поле напряжений однородного массива пород в зоне сдвижений. При изучении характера распределения давления горных пород на выработки и целики важно знать не столько абсолютное значение величины этого давления на различных участках, сколько его относительное изменение, которое изображается изолиниями, построенными в проекции на горизонтальную плоскость, соответствующую горизонту отработки залежи.

Из горизонталей топографической поверхности участка месторождения вычитают значение отметки горизонта отработки и значение вынимаемой мощности (без закладки). Полученные новые значения горизонталей умножают на среднюю величину объемного веса пород кровли. По этим горизонталям строят изолинии гравитационного поля давления горных пород.

Математические выражения гравитационного поля напряжений для нетронутого однородного массива, по А. Н. Диннику, таковы:

$$\sigma_y = \gamma H;\ \sigma_x = m\gamma H;\ \sigma_y = m\gamma H;\ \tau_{x,y} = 0, \qquad (3.92)$$

где γ — объемный вес; m — коэффициент бокового распора; H — вертикальная мощность пород.

Если вертикальное давление не превосходит предела упругости пород, то $m = \frac{\mu}{1-\mu}$, где μ — обобщенный коэффициент Пуассона.

Если же вертикальное давление превосходит предел упругости пород, то массив переходит в пластическое состояние и в этом случае коэффициент бокового распора будет $m=\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\rho}{2}\right)$, где ρ — угол внутреннего трения пород.

При учете бокового распора пород исходные значения горизонталей поверхности Земли после вычитания из них отметки горизонта горных работ и значения вынимаемой мощности залежи необходимо умножить не только на среднее значение объемного веса пород, но и на соответствующее значение коэффициента бокового распора.

Учитывая изложенное и принимая для твердых горных пород $\rho=0{,}27$, получаем общую величину давления горных пород

$$P=1{,}7\,HD. \qquad (3.93)$$

Если бы массив горных пород представлял собой изотропную среду, то построенные описанным выше способом изолинии давления горных пород характеризовали бы собой естественное гравитационное поле напряжений массива пород в зоне сдвижений на уровне данного горизонта горных работ.

Для дальнейшего исследования такие изолинии необходимо построить на два-три горизонта отработки.

Напряженное состояние анизотропного массива горных пород. Поверхности ослабления в массиве пород, подобно горным выработкам, при сдвижении и деформации пород служат основными очагами концентрации напряжений. Ввиду того что при сдвижении горных пород вследствие горных разработок преобладает сдвиговая деформация, для получения изображения поля напряженного состояния анизотропного массива необходимо изолинии гравитационого поля напряжений перемножить на изолинии остаточной сдвиговой деформации. Такое перемножение двух полей осуществляется графически просто, способом, изложенным в работе [71].

Изолинии временного сопротивления пород горного массива на сдвиг. На площадках наблюдений поверхностей ослабления массива горных пород отбирают ориентированные в пространстве образцы горных пород и подвергают их лабораторным испытаниям в целях определения значений временного сопротивления пород на сдвиг. Эти значения записывают около соответствующих точек на плане взятия образцов и строят изолинии временного сопротивления массива горных пород на сдвиг.

В пределах рудника таких образцов необходимо исследовать от 15—20 до 40—50.

Изолинии относительного изменения напряжений массива пород, при которых происходит их движение. При проведении очистных работ вокруг горных выработок создаются аномалии в существующих полях напряжений. В областях аномалий в результате перераспределения ранее существовавших напряжений возникают новые сложные поля, концентрирующиеся по определенным поверхностям ослабления массива горных пород.

Эти «граничные» поверхности являются поверхностями разрушения и отделяют нетронутый сдвижением массив пород от зоны их сдвижения.

Для такой поверхности разрушения справедливо неравенство

$$\Phi'(\tau_c, X, Y, Z) < \eta F(P, W, X, Y, Z), \qquad (3.94)$$

где $F(P, W, X, Y, Z)$ — поле напряжений анизотропного массива горных пород, затронутого сдвижением в результате горных разработок; Φ (τ_c, X, Y, Z) — поле временного сопротивления пород массива на сдвиг; η — коэффициент пропорциональности.

Способы построения подобных поверхностей изложены в предыдущих главах.

Для дальнейшего изучения на практике такие изолинии необходимо построить на два-три горизонта горных работ.

Наличие графиков для нескольких горизонтов горных работ позволяет дать углы сдвижения и на эти горизонты.

Изложенная методика определения углов сдвижения проверена на двух полиметаллических рудниках Казахстана в ходе многолетних натурных наблюдений за процессом сдвижения горных пород.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Авершин С. Г.* Сдвижение горных пород при подземных разработках. М., 1947. 244 с.

2. *Ажгирей Г. Д.* Структурная геология. М., 1956. 493 с.

3. *Амиралин К. А.* и др. Устойчивость бортов Соколовско-Сарбайского карьера.— В кн.: Горное дело. Алма-Ата, 1966, т. 2, с. 34—41.

4. *Баки Ф., Теринг Л.* Механика и горное дело. М., 1946. 211 с.

5. *Баландин П. П.* К вопросу о гипотезах прочности. — Вестник инженеров и техников, 1937, № 1, с. 22—29.

6. *Баклашов И. В., Картозия Б. А.* Механика горных пород. М., 1975. 271 с.

7. *Баркан Д. Д.* Устройство оснований сооружений с примеиением вибрирования. М., 1949. 226 с.

8. *Бухарин И. М.* Сдвижение горных пород под влиянием горных разработок. М., 1946. 231 с.

9. *Белоусов В. В.* Основные вопросы геотектоники. М., 1962. 240 с.

10. *Беркутов В. А. и др.* О применении метода электроаналогий для исследования напряженного состояния массива горных пород.— В кн.: Подземная разработка рудных месторождений. Свердловск, 1969, с. 48—61.

11. *Барон Л. И., Турчанинов И. А., Ключников А. В.* Нарушение пород при контурном взрывании. Л., 1975. 339 с.

12. *Болгожин Ш. А., Алтаев Ш. А.* Эффективность разработки пластов в сложных условиях Карагандинского бассейна. Алма-Ата, 1978. 224 с.

13. *Борисенко С. Г.* и др. Поле напряжений в массиве горных пород и вокруг выработок на основании натурных наблюдений.— В кн.: Материалы Всесоюзной конференции по механике горных пород. Алма-Ата, 1966, с. 23—27.

14. *Борщ-Компониец В. И.* Механика горных пород массивов и горное давление. М., 1968. 484 с.

15. *Букринский В. А.* Практический курс геометрии недр. М., 1965. 243 с.

16. *Вегенер А.* Происхождение континентов и океанов. М., 1984. 284 с.

17. *Воронов П. С.* Очерки о закономерностях морфометрии глобального рельефа Земли. Л., 1968. 124 с.

18. *Вейль Г.* Симметрия. М., 1968. 191 с.

19. *Вопросы* разрушения и давления горных пород. М., 1955. 289 с.

20. *Гальперин А. М., Шафаренко Е. М.* Реологические расчеты горнотехнических сооружений. М., 1977. 246 с.

21. *Гзовский М. В.* Тектонофизическая оценка напряжений в земной коре.— В кн.: Доклады Всесоюзной конференции по механике горных пород. Апатиты, 1970, с. 41—46.

22. *Гзовский М. В.* Основы тектонофизики. М., 1975. 536 с.
23. *Голушкевич С. С.* Статика предельных состояний грунтовых масс. М., 1957, 288 с.
24. *Гришкова Н. П.* Определение механических свойств и упругих постоянных горных пород Донбасса.— В кн.: Труды Комиссии по управлению кровлей и доклады на I Всесоюзном совещании ГОНТИ Украины. Донецк, 1937, с. 55—67.
25. *Гусев Б. В., Лапидус Л. С.* Вопросы применения механики сплошных сред к трещиноватым скальным массивам.— В кн.: Проблемы механики горных пород. Алма-Ата, 1966, с. 33—38.
26. *Дерягин Б. В.* Что такое трение? М., 1963. 244 с.
27. *Динник А. Н., Моргаевский А. Б., Савин Г. Н.* Распределение напряжений вокруг подземных горных выработок.— В кн.: Труды совещания по управлению горным давлением. Л.; М., 1938, с. 7—55.
28. *Демин А. М.* Устойчивость открытых горных выработок и отвалов. М., 1973. 232 с.
29. *Ержанов Ж. С.* Теория ползучести горных пород и ее приложения. Алма-Ата, 1964. 175 с.
30. *Жуков В. В., Чернов Е. В., Довгенко Г. Н.* Напряженно-деформированное состояние слоистого массива. Л., 1973. 132 с.
31. *Залесский Б. В.* Влияние степени однородности карбонатных пород на их физико-механические свойства.— Труды ГИН СССР, 1947, вып. 84, № 27, с. 1—66.
32. *Ильштейн А. М.* и др. Методы расчета целиков и потолочин камер рудных месторождений. М., 1964. 256 с.
33. *Иофин С. Л.* Устойчивость бортов карьеров. М., 1953. 92 с.
34. *Казаковский Д. А.* Сдвижение земной поверхности под влиянием горных разработок. М., 1953. 228 с.
35. *Кандауров И. И.* Механика зернистых сред и ее применение в строительстве. Л.; М., 1966. 319 с.
36. *Крылов А. Н.* Лекции о приближенных вычислениях. М., 1954. 398 с.
37. *Кузнецов Г. Н.* и др. Изучение проявлений горного давления на моделях. М., 1959. 284 с.
38. *Крейтер В. М.* Структуры рудных полей и месторождений. М., 1956. 272 с.
39. *Лабасс А.* Давление горных пород в угольных шахтах.— В кн.: Вопросы теории горного давления. М., 1961, с. 59—164.
40. *Лейбензон Л. С.* Курс теории упругости. М., 1947. 464 с.
41. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. М., 1977. 416 с.
42. *Либерман Ю. М.* Давление на крепь капитальных выработок. М., 1969. 120 с.
43. *Марков Г. А.* О влиянии неровностей земной поверхности на распределение напряжений в массиве пород под действием горизонтальных сил.— В кн.: Разработка рудных месторождений Кольского полуострова. Апатиты, 1973, с. 30—33.
44. *Маслов Н. Н.* Основы механики грунтов и инженерной геологии. М., 1968. 629 с.
45. *Машанов А. Ж.* Основы новой методики изучения структуры рудного поля.— Известия АН КазССР. Сер. геол., 1946, № 8, с. 2—14.
46. *Машанов А. Ж.* О теоретической основе выбора места заложения шахты по методу П. К. Соболевского.— Труды КазПТИ, 1954, № 9, с. 335—350.
47. *Машанов А. Ж.* Механика массива горных пород. Алма-Ата, 1961. 210 с.
48. *Машанов А. Ж.* Гармония недр: (Закономерности развития трещин в условиях недр).— В кн.: Материалы Первой всесоюзной конференции по механике горных пород. Алма-Ата, 1966, с. 24—29.
49. *Машанов А. А.* О механизме образования систем трещин в массиве горных пород. — Вестник АН КазССР, 1981, № 2, с. 57—63.

50. *Машанов А. А.* Эллипсоид деформации и стереографическая проекция.— Вестник АН КазССР, 1984, № 8, с. 71—72.

51. *Молюков И. Д.* Устойчивость откосов.— Известия АН КазССР, 1952, вып. 1, с. 3—12.

52. *Малющицкий Ю. Н.* К вопросу об устойчивости бортов карьеров. М., 1952, 120 с.

53. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи теории упругости. М., 1966. 707 с.

54. *Муллер Р. А.* Влияние горных выработок на деформацию земной поверхности. М., 1958. 76 с.

55. *Надаи А.* Пластичность. М.; Л., 1936. 240 с.

56. *Научные* основы проектирования карьеров/Под ред. Ржевского В. В. М., 1971. 598 с.

57. *Насонов Л. Н.* Механика горных пород и крепление горных выработок. М., 1969. 328 с.

58. *Нейбер Г.* Концентрация напряжений. М.; Л., 1947. 105 с.

59. *Панюков П. Н.* Инженерная геология. М., 1978. 296 с.

60. *Попов В. Н.* Исследование устойчивости бортов карьеров в трещиноватых породах. Автореф. дис. ... докт. техн. наук. М., 1979. 36 с.

61. *Попов И. И.* и др. Результаты исследований напряженного состояния горных пород на рудниках Балхашского горно-металлургического комбината.— В кн.: Горное дело. Алма-Ата, 1970, с. 13—20 (Труды КазПТИ; Вып. 8).

62. *Попов И. И., Окатов Р. П., Каймаков А. Т.* К расчету устойчивости отвалов скальных пород на твердом основании.— Известия вузов. Горный журнал, 1977, № 1, с. 56—59.

63. *Певзнер М. Е.* Борьба с деформациями горных пород на карьерах. М., 1978. 255 с.

64. *Протодьяконов М. М.* Давление горных пород и рудничное крепление. М.; Л., 1931, ч. 1. 104 с.

65. *Протодьяконов М. М., Гедер Р. И.* Методика рационального планирования экспериментов. М., 1969. 30 с.

66. *Ракишев Б. Р.* Прогнозирование технологических параметров взорванных пород на карьерах. Алма-Ата, 1983. 240 с.

67. *Ржевский В. В., Новик Г. Я.* Основы физики горных пород. М., 1978. 390 с.

68. *Рахимов В.* Определение давлений на междукамерные и барьерные целики, образующие периодическую последовательность.— В кн.: Физико-механические свойства, давление и разрушение горных пород. М., 1962, с. 123—132.

69. *Руппенейт К. В.* Некоторые вопросы механики горных пород. М., 1954, 384 с.

70. *Рыжов П. А.* Проекции, применяемые в геолого-маркшейдерском деле. М., 1951. 168 с.

71. *Рыжов П. А.* Геометрия недр. М., 1964. 500 с.

72. *Разрушение*/Под ред. Либовица Г. М., 1976, т. 7, ч. 1. 634 с.

73. *Рац М. В.* Неоднородность горных пород и их физических свойств. М., 1968. 107 с.

74. *Савин Г. Н.* Распределение напряжений около отверстий. Киев, 1968. 887 с.

75. *Савков Л. В.* Расчет устойчивости откосов в скальных трещиноватых породах.— В кн.: Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. М., 1965, с. 100—107.

76. *Сажин В. С.* Упруго-пластическое распределение напряжений вокруг горных выработок различного очертания. М., 1968. 120 с.

77. *Слесарев В. Д.* Механика горных пород. М., 1948. 303 с.

78. *Стовас М. В.* Избранные труды. М., 1975, ч. 1. 155 с.

79. *Справочник* по маркшейдерскому делу/Под ред. Омельченко А. Н. М., 1973. 488 с.

80. *Соколовский В. В.* Статика сыпучей среды. М., 1954. 275 с.

81. *Ставрогин А. Н.* Деформация и прочность горных пород.— Труды ВНИМИ, 1969, № 70, с. 58—81.

82. *Соболевский П. К.* Современная горная геометрия.— Реконструкция и наука, 1932, № 7, с. 7—19.

83. *Субботин С. И.* и др. Мантия Земли и тектоногенез. Киев, 1968. 315 с.

84. *Талобор Ж.* Механика горных пород. М., 1960. 250 с.

85. *Тедер Р. И., Ватолин Е. С.* Методы определения физико-механических свойств горных пород. М., 1965. 140 с.

86. *Трумбачев В. Ф., Катков Г. А.* Измерение деформаций методом фотоупругих покрытий. М., 1966. 114 с.

87. *Турчаников И. А., Иофис М. А., Каспарьян Э. В.* Основы механики горных пород. Л., 1977. 503 с.

88. *Туринцев Ю. И., Бахарева Г. П.* Влияние кососекущих трещин на устойчивость откосов.— В кн.: Материалы совещания по вопросам изучения устойчивости откосов на карьерах. Белгород, 1967, с. 128—136.

89. *Умбеталин С. У.* Исследования условий устойчивости бортов Коунрадского карьера. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Алма-Ата, 1954. 22 с.

90. *Ушаков И. Н.* Горная геометрия. М., 1979. 440 с.

91. *Фадеев А. В.* Некоторые тектонические предпосылки для оценки прочности трещиноватой среды.— В кн.: Материалы Всесоюзной конференции по механике горных пород. Апатиты, 1970, с. 55—57.

92. *Фаерман Е. М.* Отражение идей М. М. Протодьяконова в современных гипотезах горного давления.— В кн.: Вопросы разрушения и давления горных пород. М., 1955, с. 104—107.

93. *Фисенко Г. Л.* Методы количественной оценки структурных ослаблений массива горных пород в связи с анализом их устойчивости.— В кн.: Современные проблемы механики горных пород. Л., 1972, с. 21—29.

94. *Фисенко Г. Л.* Устойчивость бортов карьеров и отвалов. М., 1965. 378 с.

95. *Христианович С. А.* Механика сплошной среды. М., 1981. 483 с.

96. *Цимбаревич П. М.* Механика горных пород. М., 1948. 184 с.

97. *Цытович И. А.* Механика грунтов. М., 1973. 280 с.

98. *Шафрановский И. И., Плотников Л. М.* Симметрия в геологии. Л., 1975. 144 с.

99. *Шевяков Л. Д.* О расчете прочных размеров и деформаций опорных целиков.— Известия АН СССР, 1941, № 7, 8, с. 3—13; № 9, с. 43—58.

100. *Шешко Е. Ф.* Открытая разработка месторождений полезных ископаемых. М., 1951. 396 с.

101. *Шехурдин В. К.* и др. Методика моделирования напряженного состояния горных пород вокруг выработок методом электрических аналогий. — Известия вузов. Геология и разведка, 1969, № 7, с. 24—30.

102. *Шкурин В. Н.* К вопросу о роли трещинной тектоники в обрушении пород в кровле горных выработок.— Известия АН КазССР. Горное дело, 1954, вып. 4, с. 11—18.

103. *Ямщиков В. С.* Методы и средства исследования и контроля горных пород и процессов. М., 1982, 296 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Раздел первый. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ . . 5

Глава 1. Основные положения геомеханики 5

Глава 2. Теории, применяемые при расчете геометрических параметров горных сооружений 19

Глава 3. Определение горного давления по методам теории сопротивления материалов 29

Глава 4. Методы приложения механики сплошной среды к решению некоторых задач горного давления 38

Раздел второй. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СТРУКТУРЫ МАССИВА И МЕТОДЫ ИХ ИЗУЧЕНИЯ 73

Глава 1. Предварительные сведения о природе структуры породы и критерии ее оценки 74

Глава 2. Основные типы геологической структуры массива горных пород 77

Глава 3. Съемка и обработка замеров трещин, построение сдвиговых поверхностей 100

Раздел третий. ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ МАССИВА НА ГОРНЫЕ ВЫРАБОТКИ 116

Глава 1. Определение некоторых механических констант массива горных пород с учетом его структуры 116

Глава 2. Механическое состояние массива горных пород и концентрация напряжений вокруг горных выработок 142

Глава 3. Влияние структуры массива на прочность целиков . . . 149

Глава 4. Роль структуры массива при определении устойчивых форм свода 155

Глава 5. Влияние структуры массива на напряженное состояние кровли подземных выработок 160

Глава 6. Учет влияния структуры массива при определении устойчивости откоса карьера 170

Глава 7. Роль структуры массива при определении углов сдвижения 176

Глава 8. Определение углов сдвижения 179

Литература 186

Акжан Жаксыбекович Машанов,
Алишер Акжанович Машанов

ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ СКАЛЬНО-ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОД

Утверждено к печати Ученым советом Института горного дела Академии наук Казахской ССР

Зав. редакцией *Н. А. Менжулина*
Редактор *Т. Е. Каткова*
Художественный редактор *Н. Ф. Чурсин*
Технический редактор *В. М. Муромцева*
Корректор *Л. В. Бондаренко*

ИБ № 2056

Сдано в набор 27.05.85. Подписано в печать 26.08.85. УГ 11163. Формат 60×84 1/16. Бум. тип. №1. Литературная гарнитура. Высокая печать. Усл. п. л. 11,2. Усл. п. кр.-отт. 11,2. Уч.-изд. л. 12,1. Тираж 1000. Заказ 123. Цена 2 р. 20 к.

Издательство «Наука» Казахской ССР
480100, Алма-Ата, Пушкина, 111/113.
Типография издательства «Наука» Казахской ССР
480021, Алма-Ата, Шевченко, 28