МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им.К.И.САТПАЕВА

Л.Б.Сулеева

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Рекомендовано Республиканским учебно-методическим
объединением в качестве учебного пособия

Алматы 2004

УДК 378(075.8):53.681
ББК 22.3я7
М55

Механика и молекулярная физика. Физический практикум: (Для студентов всех специальностей КазНТУ)/ Сулеева Л.Б.-Алматы: КазНТУ им.К.И.Сатпаева,2004.-80 с.

ISBN 9965-673-45-4

Физический практикум является основой для самостоятельной подготовки студентов к выполнению лабораторных работ по механике и молекулярной физике. Он разработан в соответствии с типовой программой курса общей физики для инженерно-технических специальностей вузов Республики Казахстан, имеет профессиональную направленность и может быть использован студентами всех специальностей КазНТУ.

Физический практикум удовлетворяет требованиям Государственного стандарта образования и научно-педагогическим основам организации и проведения лабораторных занятий в высшей школе. Он включает описание 15 лабораторных работ, поставленных на кафедре общей и теоретической физики

ББК 22.3я7

Ил. 35, табл. 29, список лит. 7 назв.

Рецензент А.К.Даулетбекова, канд.физ.-мат.наук, доц.

Печатается по плану Министерства образования и науки Республики Казахстан на 2004 год.

$M\frac{1604000000}{00(05)-03}$

КазНТУ 2004

ISBN 9965-673-45-4

ВВЕДЕНИЕ

В физическом практикуме представлены руководства к выполнению пятнадцати лабораторных работ по некоторым разделам физических основ механики, статистической физики и термодинамики.

Главная цель данной разработки – оказать помощь студентам в освоении основных узловых вопросов курса на основе экспериментального изучения различных физических явлений, в процессе которого они знакомятся с разнообразными физическими приборами и установками, приобретают навыки опыта в обращении с современным физическим оборудованием.

Руководство к выполнению каждой лабораторной работы содержит цель работы, краткое теоретическое введение, описание экспериментальной установки, порядок выполнения эксперимента и обработки полученных результатов. Для самопроверки знаний предложены контрольные вопросы.

Описания к работам не претендуют на то, чтобы создать у студентов полное представление об изучаемых явлениях. Такое представление может возникнуть только в результате проработки лекций и чтения учебников и учебных пособий, список которых дан в конце практикума.

1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Цель работы: ознакомление с методикой обработки экспериментальных результатов, оценка измеряемой величины с помощью доверительного интервала.

1.1 Теоретическое введение

Проведение физического эксперимента всегда связано с измерением физических величин. Различают **прямые измерения**, когда исследуемая физическая величина измеряется непосредственно, и **косвенные,** когда значение искомой величины находят на основании известной зависимости от величин, получаемых прямыми измерениями.

Опыт показывает, что всякое измерение, как бы тщательно оно ни проводилось, дает лишь приближенный результат и не может не содержать ошибок. Всевозможные погрешности измерения по характеру происхождения можно разделить на два типа.

Систематические погрешности обусловлены одной и той же причиной – погрешностями измерительной аппаратуры, отличиями условий эксперимента или недостатками методики измерения. Поэтому при повторении опыта в тех же условиях они остаются постоянными по величине и знаку (систематически повторяются). Такие ошибки можно учесть с помощью поверки приборов и уменьшить, усовершенствовав методику измерения.

Случайные погрешности всегда присутствуют в эксперименте и являются результатом суммарного действия большого количества случайных неконтролируемых помех. Они связаны с ограниченной точностью приборов, ограниченной чувствительностью наших органов чувств, изменениями внешних условий и т.д. Такие погрешности устранить нельзя, но, благодаря тому, что они подчиняются вероятностным закономерностям, при достаточно большом числе измерений всегда можно указать пределы, внутри которых заключается истинное значение.

Разновидность случайных ошибок – промахи. Это очевидные ошибочные измерения или наблюдения, возникающие в результате небрежности экспериментатора. В большинстве случаев при многократных измерениях промахи сильно выделяются. При обработке результатов их следует отбрасывать и проводить повторные измерения.

1.1.1 Порядок обработки результатов прямых измерений

Если проведено n измерений некоторой физической величины, истинное значение которой $x_{ист}$, то **наиболее вероятным** является среднее арифметическое результатов измерений

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \,, \qquad (1.1)$$

где x_i – результат i – го измерения.

При большом числе измерений ($n \to \infty$) величина $\langle x \rangle$ стремится к истинному значению $x_{ист}$. Каждое значение x_i имеет случайное отклонение от среднего $\langle x \rangle$. За погрешность отдельного измерения принимают разность

$$\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle . \qquad (1.2)$$

Погрешности Δx_i могут быть как положительными, так и отрицательными. Среднее арифметическое модулей погрешностей измерений дает в первом приближении **абсолютную ошибку** $< \Delta x >$ результатов измерений

$$\langle \Delta x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \langle x \rangle \right| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \Delta x_i \right| . \qquad (1.3)$$

Истинное значение измеряемой величины $x_{ист}$ находится внутри интервала значений, называемого **доверительным интервалом**:

$$\langle x \rangle - \langle \Delta x \rangle < x_{ист} < \langle x \rangle + \langle \Delta x \rangle . \qquad (1.4)$$

Доверительная вероятность или коэффициент надежности α показывает вероятность P того, что результат измерения отличается от истинного значения на величину, не большую $< \Delta x >$

$$P(\langle x \rangle - \langle \Delta x \rangle < x_{ист} < \langle x \rangle + \langle \Delta x \rangle) = \alpha . \qquad (1.5)$$

С помощью теории случайных погрешностей Гаусса можно точнее определить величину $< \Delta x >$ и, кроме того, указать долю результатов измерений, попадающих в интервал (1.4). Если погрешности $< \Delta x >$ случайные, небольшие и распределены по нормальному закону, т.е. описываются функцией Гаусса

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} , \qquad (1.6)$$

то имеется четкая связь между абсолютной ошибкой $< \Delta x >$ и доверительной вероятностью α. В формуле (1.6) величина σ называется **средней квадратичной погрешностью среднего арифметического или стандартным отклонением.** При конечном числе измерений n она приближенно оценивается по формуле

$$\sigma(\langle x \rangle) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\langle x \rangle - x_i)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}} . \qquad (1.7)$$

Расчеты показывают, что при большом числе измерений ($n \to \infty$), вероятность того, что результат измерения отличается от истинного значения на величину, не большую, чем $< \Delta x >= \sigma$, равна 0,68, т.е.

$$P(\langle x \rangle - \sigma < x_{ист} < \langle x \rangle + \sigma) = 0{,}68 ,$$

соответственно, $P(\langle x \rangle - 2\sigma < x_{ист} < \langle x \rangle + 2\sigma) = 0{,}95$, (1.8)

$$P(\langle x \rangle - 3\sigma < x_{ист} < \langle x \rangle + 3\sigma) = 0{,}997 .$$

При малом числе измерений надежность уменьшается и для той же доверительной вероятности необходимо увеличить доверительный интервал в $t(\alpha, n)$ раз

$$< \Delta x >= t(\alpha, n) \cdot \sigma(\langle x \rangle) . \qquad (1.9)$$

Коэффициенты $t(\alpha,n)$, называемые **коэффициентами Стьюдента,** вычисляются по законам теории вероятностей. Значения $t(\alpha,n)$ для различных доверительных вероятностей α и числа измерений n приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1.

n	α							
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,96	0,99
2	1,00	1,58	2,0	3,1	6,3	12,7	31,3	63,6
3	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	31,6
4	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,6	12,9
5	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	8,6
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	6,9
7	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	5,4
9	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	5,0
10	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	4,3
15	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	4,1
20	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	3,9
40	0,68	0,85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	3,6
60	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	3,6
120	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	3,4

Точность результата измерения характеризует **относительная погрешность**

$$\varepsilon = \frac{<\Delta x>}{\langle x\rangle}\cdot 100\%, \qquad (1.10)$$

показывающая, какую долю измеренной величины составляет абсолютная погрешность. Кроме того, по величинам относительных погрешностей можно сравнивать точности измерений разнородных физических величин.

Измерения любой физической величины должны завершаться указанием доверительного интервала Δx с заданной доверительной вероятностью α и указанием относительной ошибки ε. Окончательный результат записывается в виде

$$x = (\langle x\rangle \pm <\Delta x>), \alpha, \varepsilon. \qquad (1.11)$$

Например, $\rho = (7{,}68 \pm 0{,}72)\cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}, \alpha = 0{,}95, \varepsilon = 15\%$.

При записи результата погрешность измерений следует округлять либо до двух значащих цифр, либо, если первая значащая цифра погрешности больше 3, - до одной. Так как абсолютная погрешность показывает, в каком разряде результата содержится неточность, то и результат надо округлить до того разряда, в котором находится значащая цифра погрешности. Например: $x = (8{,}7 \pm 0{,}1)м$ или $x = (0{,}857 \pm 0{,}014)м$.

1.1.2 Порядок обработки результатов косвенных измерений

Часто искомое значение физической величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и другими величинами, измеряемыми непосредственно на опыте.

Так как погрешности измерения, как правило, бывают много меньше самих измеряемых величин, то можно воспользоваться дифференциальным исчислением. Для этого достаточно заменить значок дифференциала d значком ошибки Δ.

Пусть искомая величина y связана с измеряемой величиной x функциональной зависимостью

$$y = f(x). \tag{1.12}$$

Ошибка в измерении величины dx приводит к появлению ошибки в искомой величине dy

$$y + dy = f(x + dx). \tag{1.13}$$

Разложим правую часть в ряд Тейлора и ограничимся двумя членами этого ряда

$$y + dy = f(x) \pm \frac{df(x)}{dx} dx = y \pm \frac{df(x)}{dx} dx. \tag{1.14}$$

Заменяя дифференциалы dx и dy средними квадратичными погрешностями $\sigma(x)$ и $\sigma(y)$, получим

$$\sigma(y) = \pm \frac{df(x)}{dx} \sigma(x) = \pm \frac{dy}{dx} \sigma(x), \tag{1.15}$$

т.е. абсолютная погрешность функции $\sigma(y)$ равна произведению производной этой функции $\frac{dy}{dx}$ на абсолютную погрешность аргумента $\sigma(x)$.

Относительная погрешность функции определяется выражением

$$\varepsilon = \frac{\sigma(y)}{y} = \frac{df(x)}{dx} \frac{\sigma(x)}{f(x)} = d \ln f(x), \tag{1.16}$$

т.е. равна дифференциалу натурального логарифма этой функции.

В общем случае, если искомая величина y является функцией нескольких переменных x_i, непосредственно измеряемых на опыте,

$$y = f(x_1, x_2, \cdots, x_k), \tag{1.17}$$

то абсолютная погрешность определяется по формуле

$$\sigma(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \left[\frac{\partial f(x_1, x_2, \cdot\cdot, x_k)}{\partial x_i} \sigma(x_i) \right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right) \sigma(x_i) \right]^2}, \tag{1.18}$$

где $\frac{\partial f(x_1, x_2, \cdot\cdot, x_k)}{\partial x_i} = \frac{\partial y}{\partial x_i}$ - частная производная функции (1.17) по переменной x_i, когда все остальные переменные считаются постоянными.

Если величины x_i входят в выражение для y как сомножители (в положительных или отрицательных степенях), то удобно сначала найти относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\sigma(\langle y \rangle)}{\langle y \rangle} = \sqrt{\sum_{i-1}^{k} \left[\frac{\sigma(\langle x_i \rangle)}{\langle x_i \rangle} \right]^2}, \tag{1.19}$$

а затем доверительный интервал с заданной вероятностью α

$$\Delta y = t(\alpha, n) \cdot \sigma(\langle y \rangle). \tag{1.20}$$

1.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: тело, имеющее форму круглого цилиндра, весы, штангенциркуль.

1.2.1 Упражнение 1. Обработка результатов прямых измерений

Это могут быть: измерение диаметра шарика микрометром, регистрация интенсивности космического излучения счетчиком Гейгера, определение массы тела взвешиванием на рычажных весах, измерение длины предмета штангенциркулем и т.д. Для наглядности обработаны результаты измерения массы тела (таблица 1.2).

Таблица 1.2

	m_i, мг	$\langle m\rangle$, мг	$\lvert\Delta m_i\rvert$, мг	$\langle\Delta m\rangle$, мг	$(\Delta m_i)^2$, мг^2	$\sigma(\langle m\rangle)$ мг	$t(\alpha,n)$	Δm мг	ε %
1	18,4		0,02		0,0004				
2	18,7		0,28		0,0784				
3	18,2		0,22		0,0484				
4	18,6		0,18		0,0324				
5	18,5		0,08		0,0064				
6	18,3	18,42	0,12	0,22	0,0144	0,084	$\alpha = 0{,}95$ $t = 2{,}3$	0,2	1,1
7	18,0		0,42		0,1764				
8	18,1		0,32		0,1024				
9	18,8		0,38		0,1444				
10	18,6		0,18		0,0324				
	$\sum$ 184,2		$\sum$ 2,2		$\sum$ 0,636				

$$m = (18{,}4 \pm 0{,}2)\,мг, \alpha = 0{,}95, \varepsilon = 1{,}1\%.$$

Для обработки результатов прямых измерений другой физической величины, предложенной преподавателем, заполнить таблицу 1.3.

1) Провести n измерений любой физической величины. Значения x_i занести в таблицу 1.3;

2) 0пределить наиболее вероятное значение $\langle x\rangle$ по формуле (1.1);

3) Определить модули отклонений каждого измерения от среднего $\lvert\Delta x_i\rvert$ по формуле (1.2). Результаты занести в таблицу;

4) Определить среднее арифметическое отклонение $\langle\Delta x\rangle$ по формуле (1.3);

5) Определить среднюю квадратичную погрешность результатов измерений $\sigma(\langle x\rangle)$ по формуле (1.7);

6) По таблице 1.1 Стьюдента найти значение коэффициента $t(\alpha,n)$ для вероятности α, указанной преподавателем, и числа n измерений;

7) Найти доверительный интервал (погрешность измерений) Δx по формуле (1.9);

8) Вычислить относительную погрешность измерений ε по формуле (1.10);

9) Окончательный результат записать в виде (1.11).

Таблица 1.3

	x_i,	$\langle x \rangle$	$\lvert \Delta x_i \rvert$	$\langle \Delta x \rangle$	$(\Delta x_i)^2$	$\sigma(\langle x \rangle)$	$t(\alpha, n)$	Δx	ε
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
	$\sum$		$\sum$		$\sum$				

1.2.2 Упражнение 2. Обработка результатов косвенных измерений

Это могут быть: вычисление скорости движения тела по результатам измерений длины пути и времени движения, плотности вещества из измерений массы и объема тела, удельного сопротивления из измерений сопротивления проводника и его размеров и т.д. Для наглядности обработаны результаты косвенного определения плотности вещества (таблицы 1.4 –1.6).

1) Провести по 5 измерений массы m цилиндра, его высоты h и диаметра d. Результаты занести в таблицы 1.4, 1.5 и 1.6;

2) Определить наиболее вероятные значения массы $\langle m \rangle$, высоты $\langle h \rangle$ и диаметра $\langle d \rangle$ по формуле (1.1);

3) Определить средние квадратичные погрешности результатов измерений $\sigma(\langle m \rangle)$, $\sigma(\langle h \rangle)$ и $\sigma(\langle d \rangle)$ по формуле (1.7);

4) Определить наиболее вероятное значение плотности по формуле:

$$\langle \rho \rangle = \frac{4\langle m \rangle}{\pi \langle d \rangle^2 \langle h \rangle} = \frac{4 \cdot 95{,}52 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot (30{,}7)^2 50{,}12} = 2{,}574 \; {}^{г}\!/_{см^3};$$

5) Вычислить относительную погрешность определения плотности по формуле (1.19):

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\sigma(\langle m \rangle)}{\langle m \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(\langle h \rangle)}{\langle h \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(\langle d \rangle)}{\langle d \rangle}\right)^2} = \sqrt{(0{,}0011)^2 + (0{,}0012)^2 + 2(0{,}0014)^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-3};$$

6) Вычислить среднюю квадратичную погрешность для плотности по формуле (1.16): $\sigma(\langle \rho \rangle) = \varepsilon \cdot \langle \rho \rangle = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}575 \; {}^{г}\!/_{см^3} = 0{,}006 \; {}^{г}\!/_{см^3}$;

7) По таблице Стьюдента найти значение коэффициента $t(\alpha, n)$ для вероятности α, указанной преподавателем, и числа n измерений:

например, $t(0{,}95;5) = 2{,}8$;

Таблица 1.4

	$m_i, г$,	$\langle m\rangle, г$	$\lvert\Delta m_i\rvert, г$	$(\Delta m_i)^2, г^2$	$\sigma(\langle m\rangle), г$
1	95,8	95,52	0,28	0,0784	0,107
2	95,2		0,32	0,1024	
3	95,5		0,02	0,0004	
4	95,7		0,18	0,0324	
5	95,4		0,12	0,0144	
	$\sum$ 477,6			$\sum$ 0,228	

Таблица 1.5

	$h_i, мм$	$\langle h\rangle, мм$	$\lvert\Delta h_i\rvert, мм$	$(\Delta h_i)^2, мм^2$	$\sigma(\langle h\rangle), мм$
1	50,3	50,12	0,18	0,0324	0,058
2	50,0		0,12	0,0144	
3	50,1		0,02	0,0004	
4	50,2		0,08	0,0064	
5	50,0		0,12	0,0144	
	$\sum$ 250,6			$\sum$ 0,068	

Таблица 1.6

	$d, мм$	$\langle d\rangle, мм$,	$\lvert\Delta d_i\rvert, мм$,	$(\Delta d_i)^2, мм^2$	$\sigma(\langle d\rangle), мм$
1	30,7	30,7	0	0	0,044
2	30,8		0,1	0,01	
3	30,6		0,1	0,01	
4	30,6		0,1	0,01	
5	30,8		0,1	0,01	
	$\sum$ 153,5			$\sum$ 0,04	

8) Найти доверительный интервал (погрешность измерений) $\Delta\rho$ по формуле (1.9): $\Delta\rho = t\cdot\sigma(\langle\rho\rangle) = 2{,}8\cdot 0{,}006\ {г}/{см^3} = 0{,}02\ г/см^3$;

9) Окончательный результат записать в виде (1.11)

$$\rho = (2{,}57 \pm 0{,}02), \alpha = 0{,}95, \varepsilon = 25\%.$$

1.3 Контрольные вопросы

1 Прямые и косвенные измерения, систематические и случайные погрешности.

2 Абсолютная и относительная погрешности.

3 Доверительный интервал и доверительная вероятность.

4 Обработка результатов прямых и косвенных измерений.

2 ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы: изучение прямолинейного равномерного и равноускоренного движений, проверка основного закона динамики поступательного движения.

2.1 Теоретическое введение

Основными кинематическими характеристиками поступательного движения точки и тела являются **скорость и ускорение**. Если за промежуток времени Δt точка переместилась из положения A в положение B (рисунок 2.1), т.е. ее радиус-вектор получил приращение $\Delta\vec{r}$, то **вектор средней скорости** $<\vec{\upsilon}>$ определится как

$$<\vec{\upsilon}>=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (2.1)$$

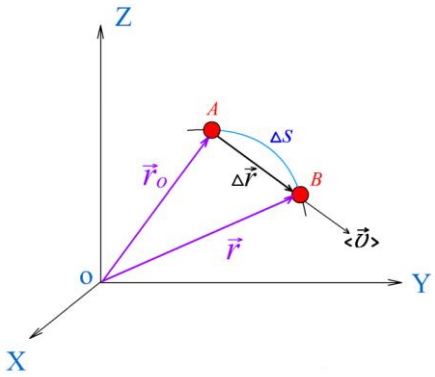


Рис. 2.1

Направление вектора $<\vec{\upsilon}>$ совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ (вдоль хорды АВ, стягивающей соответствующий участок траектории точки).

При неограниченном уменьшении Δt средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется **мгновенной скоростью** $\vec{\upsilon}$ (скоростью):

$$\vec{\upsilon}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (2.2)$$

Так как хорда, вдоль которой направлен вектор $\Delta\vec{r}$, в пределе совпадает с касательной, то вектор скорости $\vec{\upsilon}$ направлен по касательной к траектории точки в сторону движения. При бесконечном уменьшении Δt различие между длиной пути ΔS и величиной вектора перемещения $|\Delta\vec{r}|$ уменьшается, и в пределе они совпадают. Поэтому модуль скорости определяется выражением

$$\upsilon=\frac{dS}{dt}. \qquad (2.3)$$

Движение, при котором вектор скорости не изменяется ($\vec{\upsilon}=const$) называется **прямолинейным равномерным**. Закон пути при таком движении имеет вид

$$S=\upsilon\cdot t. \qquad (2.4)$$

Если скорость тела $\vec{\upsilon}$ при движении изменяется, то быстрота ее изменения характеризуется физической величиной, называемой **ускорением**

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \qquad (2.5)$$

Движение с постоянным ускорением $(\vec{a} = const)$ называется **равнопеременным.** Если $a > 0$, то движение равноускоренное, если $a < 0$ - равнозамедленное. Для равнопеременного движения законы пути и скорости записываются в виде

$$S = \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \qquad (2.6)$$

$$\upsilon = \upsilon_0 \pm at, \qquad (2.7)$$

где υ_0 - начальная скорость движения.

Чтобы сообщить телу ускорение $\vec{a}$ необходимо приложить к нему силу $\vec{F}$. Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (2.8)$$

(где m - масса тела) под действием постоянной силы $(\vec{F} = const)$ тело движется равноускоренно.

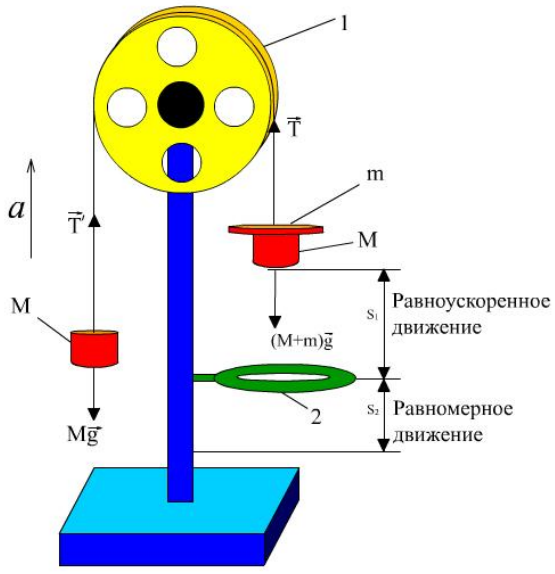


Рис.2.2

Кинематику и динамику поступательного движения можно изучать на машине Атвуда (рисунок 2.2). Система, состоящая из двух грузов одинаковой массы (M), связанных нитью, перекинута через неподвижный блок 1. Если на один из грузов (например, правый) положить перегрузок массой m, то под действием постоянной силы $m\vec{g}$ система будет двигаться равноускоренно. Если при движении снять перегрузок с помощью кольцевой платформы (2),то силы слева и справа уравновесятся, и система станет двигаться равномерно с той скоростью, которую она приобрела в конце первого участка пути. Таким образом, на участке пути, длиной S_1, движение системы равноускоренное ($a = const$, $V_0 = 0$), законы пути и скорости имеют вид

$$S_1 = \frac{at_1^2}{2}, \qquad (2.6a)$$

$$\upsilon_1 = at_1, \qquad (2.7a)$$

где υ_1- скорость движения в конце пути S_1; t_1- время прохождения системой пути S_1.

Исключив время из (2.6а) и (2.7а), получаем выражение для ускорения

$$a = \frac{\upsilon_1^2}{2S_1}. \qquad (2.9)$$

На втором участке пути S_2 система движется равномерно со скоростью υ_1, поэтому формула (2.4) для этого участка имеет вид

$$\upsilon_1 = \frac{S_2}{t_2}, \qquad (2.4а)$$

где t_2 - время прохождения системой пути S_2.

Из (2.9) с учетом (2.4а) получаем расчетную формулу для ускорения

$$a = \frac{S_2^2}{2S_1 t_2^2}. \qquad (2.10)$$

В соответствии со вторым законом Ньютона (2.8) ускорение зависит только от величины движущей силы (в данном случае $F = mg$) и массы движущейся системы $(2M + m)$. Значение ускорения a не зависит от длины путей S_1 и S_2 и, следовательно, от положения платформы (2). **Это проверяется экспериментально в упражнении 1.**

На машине Атвуда можно определить ускорение свободного падения g. Если считать нить, связывающую грузы, нерастяжимой и невесомой и пренебречь трением в оси блока, то силы натяжения нити слева и справа от блока равны ($T = T^1$) и законы движения грузов запишутся в виде

для левого груза $M \cdot a = T - Mg$,

для правого груза $(M + m)a = (M + m)g - T$, (2.11)

Решая систему уравнений (2.11) относительно g и подставляя выражение (2.10) для a, получаем

$$g = \frac{(2M + m)a}{m} = \frac{(2M + m)S_2^2}{2mS_1 t_2^2}. \qquad (2.12)$$

По этой формуле рассчитывается значение ускорения свободного падения g в упражнении 2.

На установке можно проверить второй закон Ньютона. Из формулы (2.8) следует, что если масса системы не изменяется ($m = (const)$), то под действием разных сил F_1 и F_2 она будет двигаться с различными ускорениями a_1 и a_2

$$a_1 = \frac{F_1}{m} \quad и \quad a_2 = \frac{F_2}{m}, \qquad (2.13)$$

но отношение силы к ускорению в обоих случаях будет одинаковым

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2}. \qquad (2.14)$$

Равенство отношений (2.14) проверяется в упражнении 3. Чтобы изменить движущую силу, не изменяя массу системы, следует использовать два перегрузка с массами m_1 и m_2. Сначала оба перегрузка положить на левый груз, движущая сила будет равна $F_1 = (m_1 + m_2)g$. Затем перегрузок с

меньшей массой переложить на правый груз - $F_2 = (m_1 - m_2)g$. Движущаяся масса всей системы в обоих случаях постоянна и равна ($2M + m_1 + m_2$).

2.2Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на приборе Атвуда, общий вид которого представлен на рисунке 2.3.

На вертикальной колонне с масштабной линейкой закреплены три кронштейна (1, 2, 3) и втулка 4 с блоком (5) и электромагнитом (6). Через блок проходит нить с грузами (7) на концах. Электромагнит зажимает нить и фиксирует систему грузов в заданном положении. Верхний и средний кронштейны можно перемещать вдоль колонны. На среднем кронштейне укреплена кольцевая платформа (8), снимающая перегрузок с падающего груза. Моменты прохождения грузом кольцевой платформы и нижнего кронштейна регистрируются фотоэлектрическими датчиками (9) и (10), сигналы с которых поступают на миллисекундомер (11).

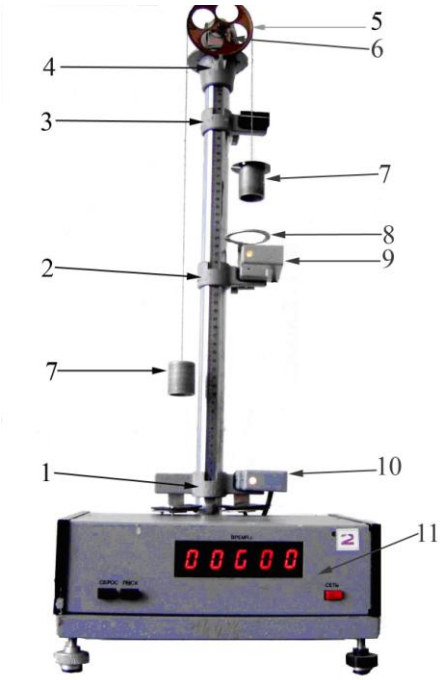


Рис. 2.3.

2.2.1 Упражнение 1. Определение ускорения системы при равноускоренном движении (по формуле 2.10)

1) Перемещая средний кронштейн установить пути S_1 и S_2. Их длины занести в таблицу 2.1;

Таблица 2.1

	$S_1, м$	$S_2, м$	t_2, c	$< t_2 >, c$	$a\ , \frac{м}{c^2}$	$< a >, \frac{м}{c^2}$	$\Delta a, \frac{м}{c^2}$	$< \Delta a >, \frac{м}{c^2}$	$\varepsilon, \%$
1									
2									
3									

2) Перекинуть через блок нить с грузами цилиндрической формы;

3) Подключить прибор к питающей сети, нажать кнопку «сеть»;

4) Переместить правый груз в верхнее положение, совместив его нижнее основание с чертой, нанесенной на верхнем кронштейне;

5) Нажать кнопку «пуск»- зафиксировать систему;

6) Положить на правый груз перегрузок, диаметр которого больше диаметра груза;

7) Еще раз нажать кнопку «пуск» – освободить систему. Измерить время t_2 прохождения системой пути S_2. Его значение занести в таблицу;

8) Нажать кнопку «сброс»- обнулить секундомер;

9) Повторить измерение времени 5 раз. Вычислить среднее значение времени $< t_2 >$;

10) По формуле (2.10) вычислить значение ускорения a, результат занести в таблицу;

11) Провести измерения и вычисления по пунктам 4-10 для трех различных положений средней платформы (различные S_1 и S_2);

12) Обработать результаты, рассчитать $< a >$, $< \Delta a >$;

13) Окончательный результат записать в виде: $a = < a > \pm < \Delta a >$;

14) Вычислить относительную погрешность по формуле $\varepsilon = \frac{< \Delta a >}{< a >} \cdot 100\%$.

2.2.2 Упражнение 2. Определение ускорения свободного падения g по формуле (2.12)

1) Перемещая средний кронштейн установить пути S_1 и S_2. Их длины занести в таблицу 2.2;

2) Перекинуть через блок нить с грузами цилиндрической формы;

3) Подключить прибор к питающей сети, нажать кнопку «сеть»;

4) Переместить правый груз в верхнее положение, совместив его нижнее основание с чертой, нанесенной на верхнем кронштейне;

5) Нажать кнопку «пуск»- зафиксировать систему;

6) Положить на правый груз перегрузок, диаметр которого больше диаметра груза. Массы груза M и перегрузка m занести в таблицу;

7) Нажать кнопку «пуск» - освободить систему. Измерить время t_2 прохождения системой пути S_2, его значение занести в таблицу;

8) Нажать кнопку "сброс" - обнулить секундомер;

9) Повторить измерение времени 5 раз. Вычислить среднее значение времени $< t_2 >$;

10) По формуле (2.12) вычислить значение ускорения свободного падения g. Результат занести в таблицу;

11) Провести измерения и вычисления по пунктам 4-10 для трех перегрузков с различными массами m_1, m_2 и m_3;

12) Обработать результаты, рассчитать $< g >$,$< \Delta g >$;

13) Окончательный результат записать в виде: $g = < g > \pm < \Delta g >$;

14)Сравнить полученное значение с $g_t = 9{,}81 \frac{м}{с^2}$. Вычислить относительную погрешность измерения по формуле

$$\varepsilon = \frac{< \Delta g >}{< g >} 100\% .$$

Таблица 2.2

	$S_1, м$	$S_2, м$	$M, кг$	$m, кг$	$t_2, с$	$< t_2 >, с$	$g, \frac{м}{с^2}$	$< g >, \frac{м}{с^2}$	$\Delta g, \frac{м}{с^2}$	$\langle \Delta g \rangle, \frac{м}{с^2}$	$\varepsilon, \%$
1											
2											
3											

2.2.3 Упражнение 3. Проверка второго закона Ньютона (по формуле 2.14)

1) Максимально поднять средний кронштейн, измерить расстояние между средним и нижним кронштейнами и его значение S занести в таблицу 2.3;

2) Перекинуть через блок нить с грузами цилиндрической формы;

3) Подключить прибор к питающей сети, нажать кнопку «сеть»;

4) Переместить правый груз в верхнее положение так, чтобы его нижнее основание было на уровне фотодатчика кольцевой платформы;

5) Нажать кнопку «пуск» - зафиксировать систему;

6) Положить на правый груз два перегрузка малого диаметра, которые не снимаются кольцевой платформой. Массы перегрузков m_1 и m_2 занести в таблицу;

7) Рассчитать движущую силу по формуле $F_1 = (m_1 + m_2)g$, результат занести в таблицу.

8) Нажать кнопку «пуск» - освободить систему. Измерить время t прохождения системой пути S, его значение занести в таблицу;

9) Нажать кнопку «сброс» - обнулить секундомер;

10) Повторить измерение времени 5 раз. Вычислить среднее значение времени $< t >$;

11) По формуле $a = \frac{2S}{t^2}$ вычислить значение ускорения a_1, результат занести в таблицу;

12) Найти отношение $\frac{F_1}{a_1}$ результат занести в таблицу;

13) Переложить перегрузок с меньшей массой на левый груз;

14) Рассчитать движущую силу по формуле $F_2 = (m_1 - m_2)g$, результат занести в таблицу;

Таблица 2.3.

	$S, м$	$m_1, кг$	$m_2, кг$	$F, Н$	$t, с$	$\langle t \rangle, с$	$a, \frac{м}{с}$	$\frac{F}{a}, кг$
1								
2								

15) Выполнить измерения и расчеты по 8-12. Результаты занести в таблицу;

16) Проверить выполнение соотношения (2.13).

2.3 Контрольные вопросы

1 Кинематические характеристики поступательного движения.

2 Законы Ньютона.

3 Уравнение движения грузов на машине Атвуда.

3 ИЗУЧЕНИЕ УПРУГОГО И НЕУПРУГОГО УДАРА ТЕЛ

Цель работы: изучение явления удара, законов сохранения импульса и энергии на примере столкновения шаров.

3.1 Теоретическое введение

Ударом называется кратковременное взаимодействие соприкасающихся тел, приводящее к изменению состояния их движения. Удар широко используется в технике при штамповке, ковке, дроблении металлов, при разрушении горных пород и других твердых тел.

При ударе возникает сила взаимодействия, которая, согласно II закону Ньютона, приводит к изменению импульса каждого из взаимодействующих тел

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{\upsilon}\right), \tag{3.1}$$

где m – масса тела; $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ - вектор импульса тела.

Если $\langle\vec{F}\rangle$ - средняя сила удара, а Δt - время удара, то изменение импульса можно представить в виде

$$\Delta(m\vec{\upsilon}) = \langle\vec{F}\rangle\Delta t\,. \tag{3.2}$$

Время удара может составлять тысячные и миллионные доли секунды. При таких кратковременных взаимодействиях тел возникают столь большие силы, что действием всех других сил можно пренебречь и систему взаимодействующих тел считать изолированной. В такой замкнутой системе выполняются законы сохранения импульса и энергии

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{\upsilon}_i = const\,, \tag{3.3}$$

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_{ki} + \sum_{i=1}^{n} E_{ni} = const\,, \tag{3.4}$$

где $E_{\kappa i}$ и E_{ni} - соответственно кинетическая и потенциальная энергия i-го тела.

Различают **абсолютно неупругий и абсолютно упругий удары**. При абсолютно неупругом ударе кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию; после удара столкнувшиеся тела движутся как единое тело (вместе, с одинаковой скоростью). Законы сохранения для такого удара имеют вид:

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = \left(m_1 + m_2\right)\vec{u}\,, \tag{3.5}$$

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{\left(m_1 + m_2\right)u^2}{2} + Q\,, \tag{3.6}$$

где m_1 и m_2 – массы соударяющихся тел; $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ - начальные скорости шаров; $\vec{\mathrm{u}}$ - скорость шаров после удара, Q - количество механической энергии, перешедшее в тепло.

Из (3.5) следует, что

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{\upsilon}_1 + m_2 \vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (3.7)$$

При абсолютно упругом ударе механическая энергия тел не переходит в другие немеханические виды энергии. Законы сохранения имеют вид

$$m_1 \vec{\upsilon}_1 + m_2 \vec{\upsilon}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2, \qquad (3.8)$$

$$\frac{m_1 \upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2 \upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \qquad (3.9)$$

где $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ - скорости тел после удара.

Решая уравнения (3.8) и(3.9) совместно, получаем формулы для расчета скоростей тел после удара

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}, \qquad (3.10)$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}. \qquad (3.11)$$

Скорости тел до и после их удара могут быть определены опытным путем. Рассмотрим два шара, подвешенных на нитях и касающихся друг друга. При отклонении одного шара, например правого на рисунке 3.1, от положения равновесия на угол φ_1, он приобретет потенциальную энергию

$$E_n = m_1 g\, h, \qquad (3.12)$$

где h – высота подъема шара относительно начального уровня. Если шар отпустить, то он будет двигаться к положению равновесия, в точке C его потенциальная энергия полностью перейдет в кинетическую энергию

$$m_1 g\, h = \frac{m_1 \upsilon_1^2}{2}. \qquad (3.13)$$

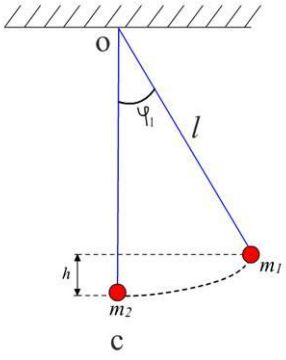


Рис. 3.1

Откуда скорость шара в момент удара

$$\upsilon_1 = \sqrt{2gh} \qquad (3.14)$$

Высота подъема h определяется из прямоугольного треугольника (рисунок 3.1)

$$h = l(1 - \cos\varphi) = 2l \sin^2 \frac{\varphi_1}{2}, \qquad (3.15)$$

где l - длина нити.

Поставляя полученную зависимость для h в формулу для скорости (3.14), получаем

$$\upsilon_1 = 2\sqrt{g\,l} \sin \frac{\varphi_1}{2}. \qquad (3.16)$$

Аналогично по формуле (3.16) можно определить скорости υ_2, u_1 и u_2, замеряя углы отклонения φ_2 и φ_1^1, φ_2^1 шаров 1 и 2 до и после их взаимодействия.

На практике наблюдается рассеяние механической энергии при ударе, которое характеризуется коэффициентом K восстановления энергии

$$K = \frac{E^1}{E}, \qquad (3.17)$$

где E и E^1 - суммарные энергии тел до и после взаимодействия.

3.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на установке, общий вид которой представлен на рисунке 3.2.

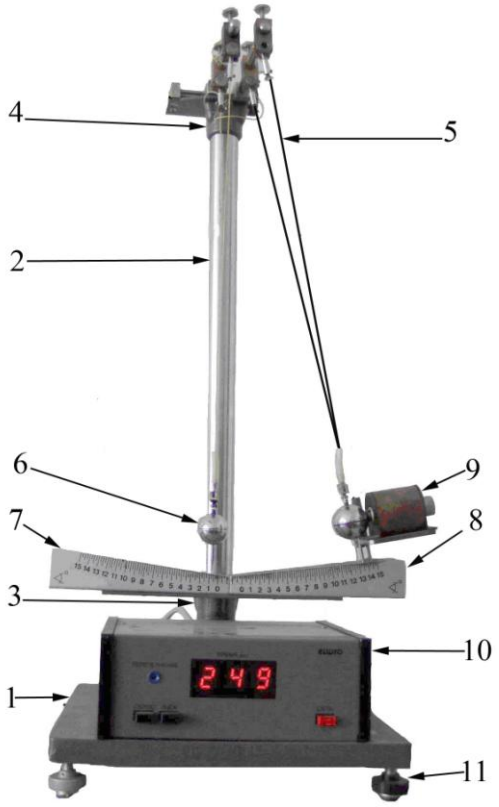


Рис.3.2

На основании (1) закреплена стойка (2) с двумя кронштейнами (3 и 4). На проводах (5), прикрепленных к верхнему кронштейну, висят шары (6). Расстояние между шарами и длину проводов можно регулировать. На нижнем кронштейне укреплены угольники (7 и 8) со шкалами и электромагнит (9), удерживающий правый шар в отклоненном положении. Угольники можно перемещать вдоль кронштейна, силу электромагнита регулировать. Микросекундомер (10) замеряет продолжительность столкновения шаров. Основание оснащено регулируемыми ножками (11) для выравнивания прибора.

3.2.1 Упражнение 1. Проверка законов сохранения импульса и энергии при абсолютно упругом ударе

1) Подключить прибор к питающей сети, нажать кнопку «сеть»;

2) Определить длину подвески l (расстояние между стержнем верхнего кронштейна и центрами шаров) и массы шаров. Значения l, m_1, m_2 занести в таблицу 3.1;

3) Правый шар отодвинуть в сторону электромагнита и блокировать в заданном положении. Значение угла отклонения φ_1 занести в таблицу;

4) Нажатием кнопки «сброс» обнулить секундомер;

5) Нажатием кнопки «пуск» освободить шар;

Таблица 3.1

$l, м$	$m_1, кг$	$m_2, кг$	до удара		t, c	$\langle t \rangle, c$	После удара			
			$\varphi_{1,}$, $град$	$\varphi_{2,}$ $град$			$\varphi_1^{\,1}$, $град$	$\langle \varphi_1^{\,1} \rangle$ $град$	$\varphi_2^{\,1}$ $град$	$\langle \varphi_2^{\,1} \rangle$ $град$

6) Визуально определить значения φ^1 углов отскока первого и второго шаров. Продолжительность столкновения t определить по показаниям секундомера. Значения φ_1^1, φ_2^1 и t занести в таблицу. Подобные измерения провести 5 раз;

7) Вычислить средние значения $\langle t\rangle, \langle\varphi_1^1\rangle, \langle\varphi_2^1\rangle$;

8) По формуле (3.16) рассчитать скорости $\upsilon_1, \upsilon_2, u_1$ и u_2;

9) Определить импульсы и энергии шаров до столкновения и после него сравнить результаты;

10) По формулам (3.10) и (3.11) рассчитать скорости шаров u_1 и u_2 после удара. Сравнить их с экспериментальными значениями, полученными в пункте 8;

11) Определить коэффициент K восстановления энергии по формуле (3.17);

12) Определить среднюю силу удара $\langle F\rangle$ по формуле (3.2).

3.2.2 Упражнение 2. Проверка законов сохранения импульса при абсолютно неупругом ударе

1) С помощью прессформы изготовить шар из пластилина с металлической накладкой и стержнем для подвеса;

2) Определить длину подвески и массы шаров. Значения l, m_1, m_2 занести в таблицу 3.2;

Таблица 3.2

$l, м$	$m_1, кг$	$m_2, кг$	До удара			После удара			
			φ	$\sin\frac{\varphi}{2}$	$\upsilon, \frac{м}{с}$	φ^1	$\langle\varphi^1\rangle$	$\sin\langle\frac{\varphi^1}{2}\rangle$	$u, \frac{м}{с}$

3) Подвесить пластилиновый и стальной шары на подвески;

4) Выполнить операции, указанные в п. 3 – 6 упражнения 1;

5) Определить скорость u системы пластилиновый-стальной шары по формулам (3.7) и (3.16). Сравнить полученные результаты;

6) Определить коэффициент K восстановления энергии по формуле (3.17).

3.3 Контрольные вопросы

1 Абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

2 Законы сохранения импульса и механической энергии в замкнутой системе.

3 Применение законов сохранения при упругих и неупругих столкновениях.

4 Коэффициент восстановления энергии.

4 ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы: ознакомление с динамикой вращения, определение инертных свойств вращающегося тела, проверка основного закона динамики вращательного движения.

4.1 Теоретическое введение

Мерой инертности тела при вращательном движении вокруг неподвижной оси Z служит физическая величина, называемая **моментом инерции** J_Z**.** Материальная точка массой m, расположенная на расстоянии R от оси вращения Z, обладает моментом инерции

$$J_Z = mR^2. \qquad (4.1)$$

Момент инерции твердого тела относительно какой-либо оси Z равен сумме моментов инерции относительно той же оси n материальных точек, на которые можно мысленно разбить это тело,

$$J_Z = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 . \qquad (4.2)$$

Следовательно, инертность тела при вращении зависит не только от массы этого тела (как при поступательном движении), но и от распределения этой массы относительно оси вращения. Инертность одного и того же тела относительно разных осей вращения различна.

Моменты инерции многих тел правильной геометрической формы относительно осей, проходящих через центры их масс, рассчитаны и приведены в справочных таблицах. Инертность тела относительно любой оси Z, не проходящей через центр масс, можно рассчитать, применяя теорему Штейнера

$$J_Z = J_c + md^2, \qquad (4.3)$$

где J_c - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс параллельно заданной оси Z, d - расстояние между осями.

Чтобы привести тело во вращательное движение необходимо приложить к нему момент силы. **Моментом силы** $\vec{M}$ **относительно неподвижной точки** O (рисунок 4.1) называется векторное произведение

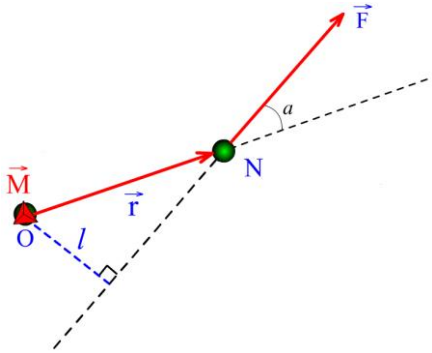


Рис.4.1

радиус-вектора $\vec{r}$ точки N приложения силы на вектор силы $\vec{F}$

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\,\vec{F}\right]. \qquad (4.4)$$

По правилу векторного произведения векторов вектор $\vec{M}$ проходит через точку O и направлен перпендикулярно плоскости рисунка «к нам»,

его модуль равен $$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha\,, \qquad (4.5)$$

где α - угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Опустим перпендикуляр из точки O на линию действия силы. Его длина l называется **плечом силы** $\vec{F}$. Выразив l из прямоугольного треугольника ($l = r\sin\alpha$) и подставив в (4.5), получим

$$M = F \cdot l\,. \qquad (4.6)$$

При вращении тела **вокруг неподвижной оси** Z (рисунок 4.2) вращательный момент создает только одна составляющая действующей на него силы $\vec{F}$, а именно касательная к траектории точки N ее приложения. В самом деле, разложим силу $\vec{F}$ на две составляющие: $\vec{F}_в$, параллельную оси Z, и $\vec{F}_г$, лежащую в плоскости, перпендикулярной ей.

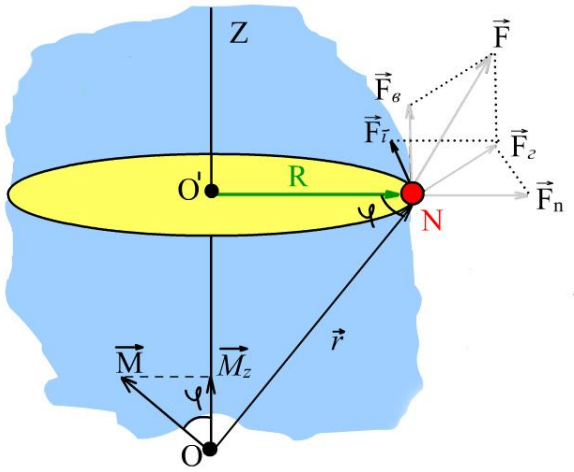


Рис. 4.2

Сила $\vec{F}_в$ может вызвать лишь перемещение тела вдоль оси вращения, поэтому при рассмотрении вращательного движения ее можно не учитывать. Силу $\vec{F}_г$, в свою очередь, разложим на две составляющие: $\vec{F}_\tau$ - касательную к окружности с центром в точке O^1, по которой движется точка N, и $\vec{F}_n$ - нормальную, направленную по радиусу O^1N, т.е. перпендикулярно оси вращения. Нормальная составляющая силы $\vec{F}_n$ проходит через ось Z и не может вызвать вращение тела (она лишь деформирует ось вращения). Следовательно, момент силы $\vec{F}_\tau$ относительно начала координат O равен

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\,\vec{F}_\tau\right]. \qquad (4.7)$$

Направление вектора $\vec{M}$ указано на рисунке 4.2. Угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}_\tau$ равен 90^0, поэтому модуль момента силы относительно начала координат равен $$M = F_\tau \cdot r\,. \qquad (4.8)$$

Вектор момента силы $\vec{M}_Z$ относительно оси Z представляет собой проекцию на эту ось вектора $\vec{M}$ относительно точки O. Вектор $\vec{M}_z$ направлен вдоль оси Z (рисунок 4.2), его модуль равен

$$M_z = M\cos\varphi = F_\tau \cdot r\cos\varphi = F_\tau \cdot R, \qquad (4.9)$$

где R - расстояние от оси Z до линии действия силы $\vec{F}_\tau$. Следовательно, вращающий момент зависит не только от величины силы, но и от ее расположения относительно оси вращения. Силы, линия действия которых проходит через ось, не вызывают вращения.

Согласно основному уравнению динамики вращательного движения угловое ускорение ε тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, прямо пропорционально моменту приложенной силы M_Z и обратно пропорционально моменту инерции тела J_Z относительно этой оси

$$\varepsilon = \frac{M_Z}{J_Z}, \qquad (4.10)$$

или в векторной форме

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_Z}{J_Z}. \qquad (4.10a)$$

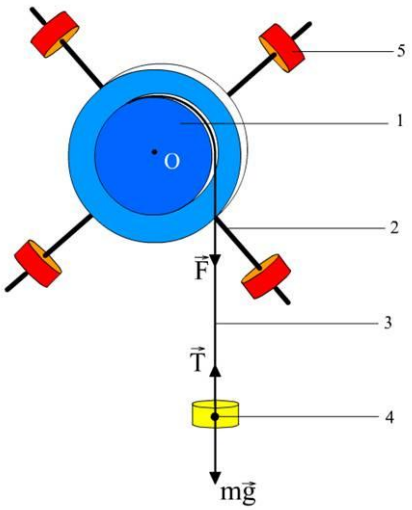


Рис. 4.3.

Динамику вращения можно наблюдать на маятнике Обербека. Он представляет собой двухступенчатый диск (1) с четырьмя взаимно-перпендикулярными стержнями (2), способный вращаться вокруг горизонтальной оси Z, проходящей через точку O (рисунок 4.3). На одну из ступеней диска наматывается нить (3) с грузом (4) на свободном конце. Момент инерции J_Z маятника относительно оси вращения можно изменять перемещением по стержням грузиков (5).

На подвешенный груз (4) действуют две силы - сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ (m - масса груза) и сила натяжения нити $\vec{T}$. Под действием результирующей этих сил груз движется вниз с постоянным ускорением a

$$mg - T = ma, \qquad (4.11)$$

величину которого можно определить из закона пути при равноускоренном движении

$$a = \frac{2h}{t^2}, \qquad (4.12)$$

где h и t - высота и время падения груза.

Сила натяжения нити T, определяемая из (4.11) с учетом (4.12) равна

$$T = m(g - a) = m(g - \frac{2h}{t^2}). \qquad (4.13)$$

К ободу диска приложена сила $\vec{F}$, которая по третьему закону Ньютона численно равна силе T и направлена, как указано на рисунке. Она создает момент силы M_Z относительно оси вращения, который согласно (4.9) определяется как

$$M_Z = T\,R = mR(g - \frac{2h}{t^2}), \qquad (4.14)$$

где R - радиус диска, на который намотана нить (плечо силы).

Под действием момента M_Z маятник приходит во вращательное движение с угловым ускорением ε. Если считать нить нерастяжимой, т.е. принять, что ускорение a груза равно тангенциальному ускорению обода шкива $a = a_\tau$, то угловое ускорение маятника

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{R} = \frac{2h}{t^2 R}. \qquad (4.15)$$

Выражая J_Z из (4.10) и подставляя соотношения для M_Z (4.14) и ε (4.15), получаем

$$J_Z = \frac{M_Z}{\varepsilon} = \frac{mR(g - \frac{2h}{t^2})t^2 R}{2h} = mR^2(\frac{gt^2}{2h} - 1). \qquad (4.16)$$

По этой формуле рассчитывается момент инерции маятника Обербека **в упражнении 1.**

Из основного закона динамики вращения (4.10) следует, что:

1) если к маятнику, момент инерции которого не изменяется ($J_{Z_1} = J_{Z_2}$) приложить два разных момента силы M_{Z_1} и M_{Z_2}, то он будет вращаться с разными угловыми ускорениями ε_1 и ε_2, отношение которых равно отношению моментов приложенных сил

$$\frac{M_{Z_1}}{M_{Z_2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \qquad (4.17)$$

Для экспериментальной проверки этого соотношения согласно (4.14) и (4.15) запишем

$$\frac{M_{Z_1}}{M_{Z_2}} = \frac{(g - \frac{2h}{t_1^2})m_1}{(g - \frac{2h}{t_2^2})m_2}, \qquad (4.18)$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2}. \qquad (4.19)$$

Момент вращающей силы (M_Z) можно изменять, подвешивая на нить (3) грузы (4) с различными массами или наматывая нить на разные диски (1).

2) Если один и тот же момент силы ($M_{Z_1} = M_{Z_2}$) приложить к маятникам с разными моментами инерции J_{Z_1} и J_{Z_2}, то они будут вращаться с разными угловыми ускорениями ε_1 и ε_2, отношение которых обратно пропорционально отношению моментов инерции

$$\frac{J_{Z_1}}{J_{Z_2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \qquad (4.20)$$

Согласно (4.16)

$$\frac{J_{Z_1}}{J_{Z_2}} = \frac{(gt_1^2 - 2h)}{(gt_2^2 - 2h)}. \qquad (4.21)$$

Отношение $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ определяется из (4.19).

Момент инерции J_Z маятника относительно оси вращения можно изменять перемещением грузиков (5) по стержням (2).

Соотношения (4.17) и (4.20) проверяются в **упражнении 2.**

4.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на маятнике Обербека, общий вид которого представлен на рисунке 4.4.

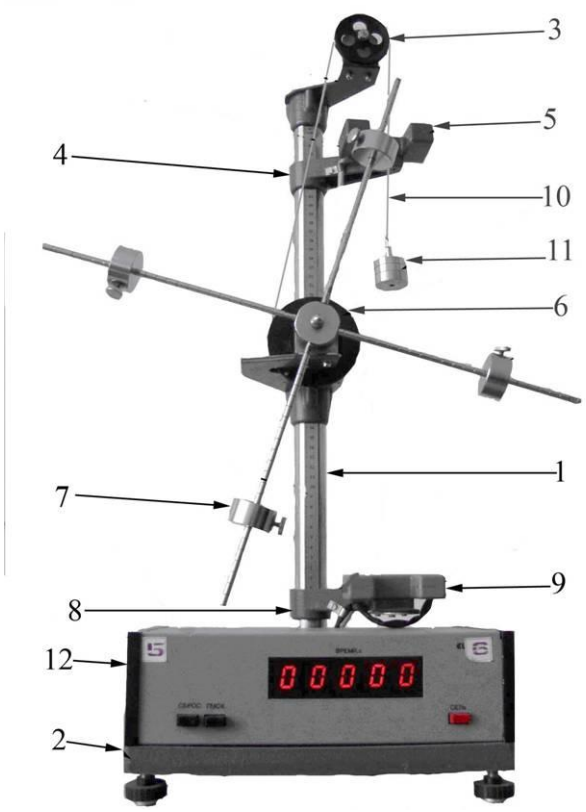


Рис. 4.4

На вертикальной колонке (1), установленной на основании (2), укреплены блок (3), подвижный кронштейн (4) с фотоэлектрическим датчиком (5), крестовина (6) с грузиками (7) и неподвижный кронштейн (8) с фотоэлектрическим датчиком (9). Через блок (3) перекидывается нить (10). Один конец нити прикреплен к двухступенчатому диску крестовины (6), а на втором конце закреплен груз (11), время опускания которого измеряет миллисекундомер (12). Подвижный кронштейн (4) можно перемещать вдоль колонки (1) и фиксировать в любом положении, меняя, таким образом, длину пути падающего груза, которая отсчитывается по миллиметровой шкале на колонке. Крестовину (6) можно фиксировать в определенном положении или освобождать с помощью тормозного электромагнита расположенного сзади крестовины.

4.2.1 Упражнение 1. Экспериментальное определение момента инерции маятника Обербека $J_{Z\Э}$ (по формуле 4.16) и сравнение его с теоретически вычисленным значением J_{ZT}

1) На стержнях крестовины установить грузики в местах, указанных преподавателем;

2) Установить подвижный кронштейн (4). Измерить длину пути падающего груза, ее значение h занести в таблицу 4.1;

3) Намотать нить на одну из ступеней диска крестовины. Замерить радиус R этого диска, значение его занести в таблицу;

4) На конце нити закрепить груз, значение его массы m занести в таблицу;

5) Установить нижний край груза m на уровне нулевой черты масштабной линейки;

6) Отпустить груз. Измерить время t опускания груза. Данные занести в таблицу;

Таблица 4.1

	h, *м*	R, *м*	m, *кг*	t, *с*	$<t>$, *с*	$J_{Z\Э}$, $кгм^2$	$\langle J_{Z\Э}\rangle$, $кгм^2$	$\Delta J_{\Э}$, $кгм^2$	$\langle \Delta J_{Z\Э}\rangle$, $кгм^2$
1									
2									
3									

7) Повторить измерение времени опускания 5 раз. Вычислить среднее значение времени $< t >$;

8) По формуле (4.16) рассчитать значение момента инерции ($J_{Z\Э}$);

9) Провести измерения по пунктам 4 - 7 для трех различных масс m_1, m_2 и m_3, вычислить значения $J_{Z\Э}$;

10) Обработать результаты, рассчитать $\langle J_{Z\Э}\rangle$, $\Delta J_{Z\Э}$, $\langle \Delta J_{Z\Э}\rangle$;

11) Окончательный результат записать в виде

$$J_{Z\Э} = (\langle J_{Z\Э}\rangle \pm \langle \Delta J_{Z\Э}\rangle \quad ; \tag{4.22}$$

12) Вычислить теоретический момент инерции маятника по формуле

$$J_{ZT} = J_{Z0} + 4m_0R^2 + 4\frac{m_{ct}L^2}{3}\ , \qquad (4.23)$$

где J_{Z0} - суммарный момент инерции двухступенчатого диска, оси и втулки крестовины относительно оси вращения;

$4m_0R^2$ - момент инерции подвижных грузов крестовины;

m_0 и R - масса грузика и расстояние от оси вращения до грузика;

$\frac{m_{ct}L^2}{3}$ - момент инерции стержней крестовины без грузиков;

m_{ct} и L - масса и длина стержня крестовины;

13) Вычислить погрешность измерения момента инерции по формуле

$$\varepsilon = \frac{J_T - J_Э}{J_T}100\% \quad . \qquad (4.24)$$

4.2.2 Упражнение 2. Проверка основного закона динамики вращательного движения

4.2.2а Проверка соотношения (4.17) $\frac{M_{Z_1}}{M_{Z_2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$. при $J_{Z_1} = J_{Z_2}$

1) Провести измерения по пунктам 2 - 7 порядка выполнения упражнения 1 для двух различных масс m_1 и m_2. Данные занести в таблицу 4.2;

J=const Таблица 4.2

№	m, кг	h, м	t, с	$<t>$, с	$<t>^2$, $с^2$	$\frac{M_{Z_1}}{M_{Z_2}}$.	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
1							
2							

2) Вычислить отношение $\frac{M_{Z_1}}{M_{Z_2}}$. по формуле (4.18);

3) Вычислить отношение $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ по формуле (4.19);

4) Проверить справедливость соотношения (4.17).

4.2.2 б Проверка соотношения (4.20) $\frac{J_{Z_1}}{J_{Z_2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ при $M_{Z_1} = M_{Z_2}$

1) Грузики m_0 установить на стержнях у шкива;

2) Провести измерения по пунктам 4 - 7 порядка выполнения упражнения 1. Данные занести в таблицу 4.3;

3) Грузики m_0 передвинуть на концы стержней и повторить все измерения. Массу груза не изменять! Данные занести в таблицу;

4) Вычислить отношение $\frac{J_{Z_1}}{J_{Z_2}}$ по формуле (4.21);

5) Вычислить отношение $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ по формуле (4.19);

6) Проверить справедливость равенства (4.20).

M= const Таблица 4.3

Положение грузиков на стержнях	$m, кг$	t, c	$< t >, c$	$\frac{J_{Z_1}}{J_{Z_2}}$	$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$
Грузики расположены у шкива					
Грузики Расположены На концах Стержней					

4.3 Контрольные вопросы

1 Момент силы. Момент инерции материальной точки и твердого тела относительно оси вращения. Теорема Штейнера.

2 Основной закон динамики вращательного движения.

3 Вывод рабочих формул для определения момента силы и момента инерции.

4 Порядок выполнения работы и обсуждение полученных данных.

5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВОГО КОЛЕСА

Цель работы: ознакомление с динамикой вращательного движения, определение инертных свойств махового колеса и момента сил трения на основе закона сохранения и превращения энергии.

5.1 Теоретическое введение

Закон сохранения и превращения энергии является одним из важнейших законов природы**.** Энергия - универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Энергия движения называется кинетической энергией ($E_к$), энергия взаимодействия – потенциальной ($E_п$).

Двум видам механического движения (поступательному и вращательному) соответствуют два вида кинетической энергии

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2} \quad \text{и} \quad E_к = \frac{J_Z\,\omega^2}{2}, \tag{5.1}$$

где m и υ - масса тела и скорость его поступательного движения, J_Z и ω - момент инерции тела относительно оси вращения (подробно в лабораторной работе №4) и угловая скорость его вращения.

Потенциальная энергия механической системы определяется взаимным расположением тел системы и характером их взаимодействия. Например, потенциальная энергия тела массой m на высоте h определяется как

$$E_п = mgh. \tag{5.2}$$

Полная энергия механической системы равна сумме кинетической и потенциальной энергий

$$E = E_к + E_п. \tag{5.3}$$

Механическая энергия замкнутой консервативной системы не изменяется с течением временем.

$$E = E_к + E_п = const. \tag{5.4}$$

Энергия может переходить из кинетической в потенциальную и обратно, может перераспределяться между телами системы, но суммарное ее значение не изменяется.

Если в замкнутой системе действуют неконсервативные силы (например, силы трения), то полная энергия системы не сохраняется. При переходе системы из состояния 1 в состояние 2 часть энергии расходуется на работу против этих сил

$$E_1 = E_2 + A_{тр}. \tag{5.5}$$

В данной работе из закона сохранения и превращения энергии следует рассчитать момент инерции J_Z махового колеса, вращающегося на подшипниках вокруг горизонтальной оси Z, проходящей через точку О (рисунок 5.1) На один из ободов колеса, радиусом R, намотана нить с грузом массой m. Если груз поднять на высоту h_1 (точка 1) и отпустить, то он будет двигаться вниз, раскрутит маховое колесо и, достигнув нижнего положения (точка 0), начнет подниматься вверх за счет запасенной кинетической

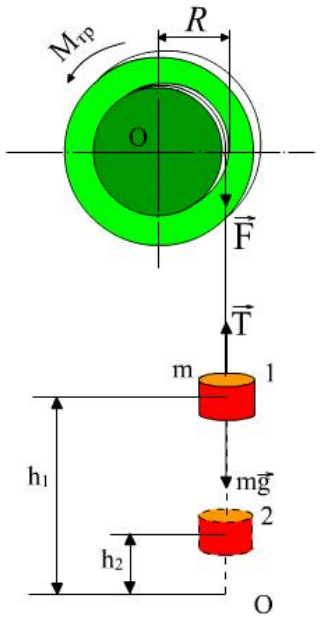


Рисунок 5.1

энергии колеса. При отсутствии сил сопротивления высота подъема груза h_2 была бы равна h_1 (в соответствии с законом сохранения механической энергии). В действительности же, ввиду действия сил трения в подшипниках, сопротивления воздуха, а также выделения тепла в нити, груз поднимается на несколько меньшую высоту (точка 2). В рассматриваемом случае главной причиной потерь энергии является действие сил трения в подшипнике колеса.

Запишем закон сохранения и превращения энергии для трех точек.

В точке 1: $$E_1 = mgh_1 . \qquad (5.6)$$

В точке 0 $$mgh_1 = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J_Z \omega^2}{2} + A_{mp} . \qquad (5.7)$$

В точке 2 $$mgh_1 = mgh_2 + A_{mp} , \qquad (5.8)$$

где $\frac{m\upsilon^2}{2}$ - кинетическая энергия поступательного движения груза;

$\frac{J_Z \omega^2}{2}$ - кинетическая энергия вращательного движения махового колеса;

A_{mp} - работа по преодолению сил трения в подшипнике колеса, которая определяется как

$$A_{mp} = -\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{Z\,mp} d\varphi , \qquad (5.9)$$

где $M_{Z\,mp}$ - модуль момента сил трения относительно оси Z. Знак «минус» в правой части указывает на то, что работа сил трения отрицательна. Интеграл берется в пределах полного угла поворота колеса при опускании и подъеме груза.

В нашем случае момент сил трения можно считать практически не зависящим от скорости, т.е. постоянной величиной. Следовательно,

$$A_{mp} = -M_{mp}\Delta\varphi . \qquad (5.10)$$

Груз при движении проходит расстояние $h_1 + h_2$, а колесо поворачивается на угол $$\Delta\varphi = \frac{h_1 + h_2}{R} . \qquad (5.11)$$

В результате из формул (5.8) – (5.11) получаем

$$M_{mp} = \frac{mg\,(h_1 - h_2)}{h_1 + h_2} R . \qquad (5.12)$$

По этой формуле можно экспериментально определить момент сил трения.

Выведем формулу для нахождения момента инерции колеса J_Z относительно оси вращения. На колесо действуют только две силы с отличными от нуля моментами – сила $\vec{F}$, равная по величине силе натяжения

нити T и приложенная к ободу колеса, и сила трения (рисунок 5.1). Поэтому закон вращения колеса (см.(4.10) лаб.ра.№4) запишется в виде

$$T R - M_{тр} = J_Z \varepsilon . \qquad (5.13)$$

где ε - угловое ускорение колеса.

Силу натяжения нити T определим из закона поступательного движения груза (второй закон Ньютона)

$$mg - T = ma . \qquad . \qquad (5.14)$$

Учитывая, что тангенциальное ускорение точек обода колеса равно ускорению груза (нить нерастяжима) $a = a_\tau$, имеем

$$a = \varepsilon R . \qquad (5.15)$$

Так как сила трения постоянна, то и ускорение постоянно, поэтому применим закон пути при равноускоренном движении

$$h_1 = \frac{a t_1^2}{2}, \qquad (5.16)$$

где t_1 - время опускания груза.

Решая систему уравнений (5.12) – (5.16), получаем расчетную формулу для J_Z

$$J_Z = m R^2 \left[g t_1^2 \frac{h_2}{(h_1 + h_2) h_1} - 1 \right]. \qquad (5.17)$$

5.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: маховое колесо с грузом, представленное на рисунке 5.1, секундомер, линейка, штангенциркуль.

5.2.1 Порядок выполнения:

1) Измерить радиус обода махового колеса. Значение R занести в таблицу 5.1;

2) На конец нити, намотанной на обод колеса, подвесить груз. Значение его массы m занести в таблицу;

3) Поднять груз на высоту h_1 и отпустить. Измерить время опускания груза t_1 и высоту подъема h_2. Значения h_1, t_1 и h_2 занести в таблицу;

4) Провести 5 раз измерения t_1 и h_2 по пункту 3. Высоту подъема груза h_1 не изменять. Результаты занести в таблицу. Вычислить средние значения $\langle t_1 \rangle$ и $\langle h_2 \rangle$;

5) По формулам (5.12) и (5.17) вычислить значения $M_{тр}$ и J_Z, результаты занести в таблицу;

6) Провести измерения и вычисления по пунктам 2-5 для трех различных масс (m_1, m_2 и m_3);

7) Обработать результаты, рассчитать $\langle M_{тр} \rangle$, $\langle \Delta M_{тр} \rangle$, $\langle J_Z \rangle$ и $\langle \Delta J_Z \rangle$;

8) Окончательный результат записать в виде

$$M_{тр} = \langle M_{тр} \rangle \pm \langle \Delta M_{тр} \rangle$$

$$J_Z = \langle J_Z \rangle \pm \langle \Delta J_Z \rangle ;$$

9)Вычислить относительную погрешность измерений ε.

Таблица 5.1

R	m	h_1	t_1	$\langle t_1 \rangle$	h_2	$\langle h_2 \rangle$	M_{mp}	$\langle M_{mp} \rangle$	ΔM_{mp}	$\langle \Delta M_{mp} \rangle$	J_Z	$\langle J_Z \rangle$	ΔJ_Z	$\langle \Delta J_Z \rangle$

5.3 Контрольные вопросы

1 Закон сохранения и превращения энергии.

2 Момент силы и момент инерции тела относительно оси вращения.

3 Основное уравнение динамики вращательного движения.

6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ГИРОСКОПА

Цель работы: изучение явления прецессии гироскопа, проверка закона сохранения момента импульса и определение инертных свойств вращающегося тела.

6.1 Теоретическое введение

Подобно законам сохранения импульса и энергии, **закон сохранения момента импульса** принадлежит к числу фундаментальных законов природы. Моментом импульса обладают не только движущиеся макроскопические тела и системы, но также и отдельные молекулы, атомы, атомные ядра и элементарные частицы, причем последние и построенные из них системы (например, атомные ядра) могут иметь моменты импульса, не связанные с движением этих частиц в пространстве и называемые их спинами.

Пусть твердое тело вращается вокруг неподвижной оси Z. Рассмотрим малый элемент тела массой m_i, принимая его за материальную точку (рисунок 6.1). При вращении тела эта точка описывает окружность, центр O^1 которой лежит на оси вращения, а плоскость перпендикулярна оси. Скорость

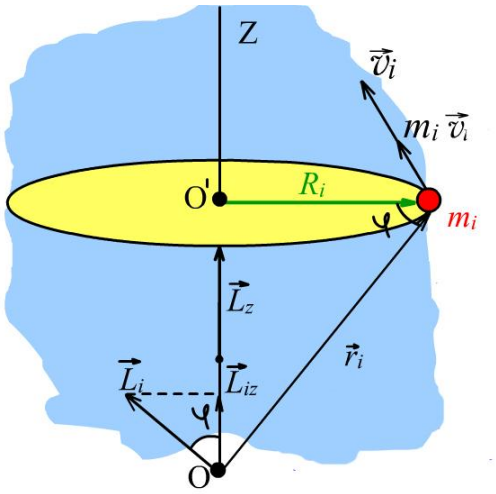


Рис. 6.1

$\vec{\upsilon}_i$ точки и, соответственно, ее импульс $\vec{p}_i = m_i \cdot \vec{\upsilon}_i$ направлены по касательной к окружности. **Вектор момента импульса $\vec{L}_i$ материальной точки относительно неподвижной точки** O определяется векторным произведением радиус-вектора $\vec{r}_i$ точки на вектор ее импульса $\vec{p}_i$:

$$\vec{L}_i = \left[\vec{r}_i\,\vec{p}_i\right] = \left[\vec{r}_i\, m_i \vec{\upsilon}_i\right] \qquad (6.1)$$

Вектор $\vec{L}_i$ проходит через точку O, его направление определяется правилом векторного произведения векторов, а модуль равен

$$L_i = r_i \cdot m_i \upsilon_i . \qquad (6.2)$$

(угол между векторами $\vec{r}_i$ и $\vec{p}_i$ равен 90^0).

Вектор момента импульса $\vec{L}_{iz}$ материальной точки относительно оси Z, представляющий собой проекцию на эту ось вектора $\vec{L}_i$. Он лежит на

оси вращения и не имеет определенной точки приложения, его модуль определяется выражением

$$L_{iz} = L_i \cos\varphi = r_i \cdot m_i \upsilon_i \cos\varphi = R_i \cdot m_i \upsilon_i . \qquad (6.3)$$

Вектор момента импульса $\vec{L}_z$ твердого тела относительно оси Z равен сумме векторов момента импульса $\vec{L}_{iz}$ всех его точек относительно этой оси. Все векторы $\vec{L}_{iz}$ лежат на оси вращения и направлены в одну сторону, поэтому результирующий вектор $\vec{L}_z$ лежит на оси Z и его модуль равен

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i R_i . \qquad (6.4)$$

Учитывая, что линейная скорость точки υ_i связана с угловой скоростью вращения тела ω формулой $\upsilon_i = \omega \cdot R_i$, получим

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 = J_z \omega , \qquad (6.5)$$

где $J_z = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2$ - момент инерции твердого тела относительно оси Z.

Уравнение (6.5) можно записать в векторной форме:

$$\vec{L}_z = J_z \cdot \vec{\omega} . \qquad (6.5а)$$

Подставляя это выражение в основное уравнения динамики вращательного движения, получаем

$$\vec{M}_Z = J_Z \cdot \vec{\varepsilon} = J_Z \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}(J_Z \cdot \vec{\omega}) = \frac{d\vec{L}_Z}{dt} \qquad (6.6)$$

Из (6.6) вытекает **закон сохранения момента импульса:** если система замкнута ($\vec{M}_Z = 0$), то $d\vec{L}_Z = 0$, следовательно

$$\vec{L}_Z = J_Z \cdot \vec{\omega} = const . \qquad (6.7)$$

Из закона сохранения (6.7) следует, что в замкнутых системах сохраняется не только величина момента импульса, но и направление оси вращения. Это можно продемонстрировать с помощью гироскопа – быстро вращающегося симметричного тела, ось вращения которого Z может изменять свое направление в пространстве (рисунок 6.2).

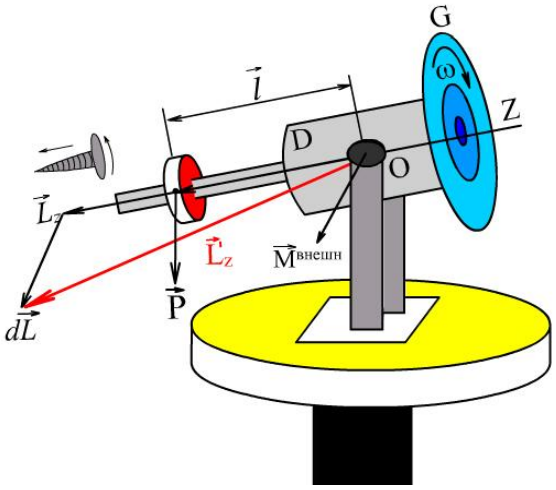


Рис. 6.2.

В состоянии, когда центр масс системы, состоящей из гироскопа G, его электродвигателя D и груза B, совпадает с центром шарнира O, ось вращения горизонтальна. Такое направление оси Z сохранится даже при вращении подставки, на которой установлен гироскоп. В соответствии с (6.5а) направление вектора $\vec{L}_Z$ совпадает с направлением вектора $\vec{\omega}$ (вдоль оси Z по правилу буравчика). Если груз B передвинуть на какое-то расстояние l влево, то центр масс сместится, ось вращения, а, следовательно, и вектор $\vec{L}_Z$ повернутся (это положение показано на рисунке 6.2). Кроме того, сила тяжести груза $\vec{P}$ создаст момент силы $\vec{M}^{внешн}$ относительно шарнира O.

$$M^{внешн} = \left[\vec{\ell}\,\vec{P}\right]. \qquad (6.8)$$

Направление вектора $\vec{M}^{внешн}$ указано на рисунке, он перпендикулярен вектору $\vec{L}_Z$. Под действием $\vec{M}^{внешн}$ за время dt система получит приращение момента импульса $d\vec{L} = \vec{M}^{внешн} \cdot dt$, направление которого совпадает с направлением вектора $\vec{M}^{внешн}$ - перпендикулярно вектору $\vec{L}_Z$. Появление вектора $d\vec{L}$ вызовет изменение положения вектора $\vec{L}_Z$ ($\vec{L}_Z^{\,1}$), а, следовательно, и оси вращения гироскопа. Так как момент силы $\vec{M}^{внешн}$ действует постоянно и направлен все время перпендикулярно моменту импульса, то ось гироскопа будет совершать вращательное движение вокруг вертикальной оси, проходящей через шарнир O с угловой скоростью ω_n. Вращение оси

гироскопа под действием внешних сил называется **прецессией.** Если груз B передвинуть вправо, то прецессия гироскопа будет наблюдаться в противоположном направлении.

Величину угловой скорости прецессии ω_n можно определить экспериментально. Из рисунка 6.2 видно, что

$$dL = L_Z\, d\varphi, \qquad (6.9)$$

где $d\varphi$ - угол поворота оси вращения за время dt.

Подставив это выражение в (6.6) получим, что:

$$M^{внешн} = \frac{dL}{dt} = \frac{L_Z d\varphi}{dt} = L_Z \omega_n. \qquad (6.10)$$

Откуда значение момента импульса определяется как:

$$L_Z = \frac{M^{внешн}}{\omega_n} = \frac{mgl}{\omega_n}. \qquad (6.11)$$

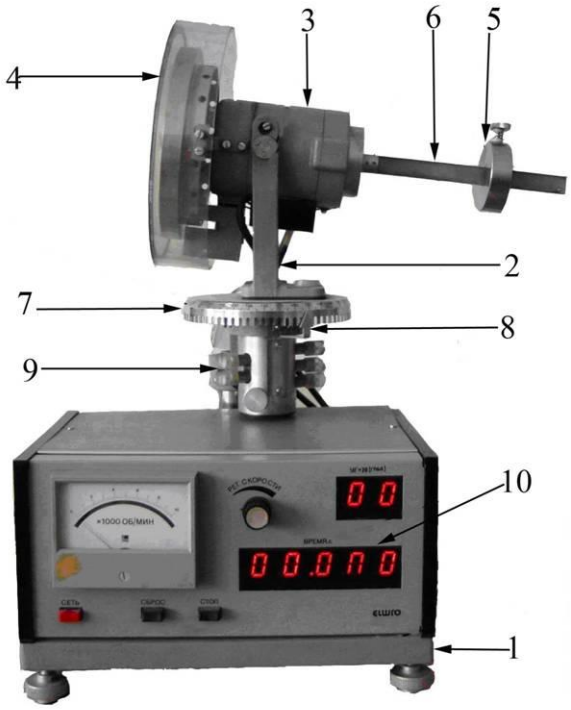


Рис.6.3

По значению момента импульса L_Z и угловой скорости его вращения ω_n можно рассчитать момент инерции J_Z:

$$J_Z = \frac{L_Z}{\omega_n}. \qquad (6.12)$$

6.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на установке, общий вид которой представлен на рисунке 6.3.

На основании (1) установлена колонна (на рисунке она не видна), на которой с помощью кронштейна (2) укреплен электродвигатель (3), на валу которого установлен гироскоп (4), защищенный экраном. По рычагу (6), закрепленному на корпусе двигателя, можно перемещать груз (5). Угол поворота гироскопа вокруг вертикальной оси можно считывать с диска (7) с помощью указателя (8). На окружности диска через каждые 5^0 имеются отверстия, которые подсчитываются фотодатчиком (9), и информация об угле поворота поступает в блок управления и измерений (10).

6.2.1 Порядок выполнения работы

1) Подключить прибор к питающей сети, нажать кнопку «сеть»;

2) Перемещением груза (5) добиться того, чтобы рычаг гироскопа установился горизонтально. Массу груза m занести в таблицу 6.1;

3) Переместить груз влево или вправо от равновесного положения на расстояние порядка 2 см. Значение смещения l занести в таблицу;

4) Вращением ручки потенциометра Р1 установить стрелку показателя числа оборотов двигателя на 6000 $об/мин$;

Таблица 6.1.

$m, кг$	$l, м$	$\Delta\varphi, град$	$\langle\Delta\varphi\rangle, град$	$\Delta t, c$	$\langle\Delta t\rangle, c$	ω_n, c^{-1}	$L_Z, \frac{кгм^2}{c}$	$J_Z, кгм^2$

5) Нажать кнопку «сброс» и одновременно запустить секундомер;

6) После поворота гироскопа на угол $\Delta\varphi$ порядка 30^0 нажать кнопку «стоп» и остановить секундомер. Значения $\Delta\varphi$ и Δt занести в таблицу;

7) Измерения $\Delta\varphi$ и Δt повторить не менее 5 раз;

8) Вычислить средние значения $<\Delta\varphi>$, $<\Delta t>$ и угловую скорость прецессии $\omega_n = \frac{\langle\Delta\varphi\rangle}{\langle\Delta t\rangle}$;

9) Определить значения момента импульса L_Z и момента инерции J_Z гироскопа по формулам (6.11) и (6.12).

6.3 Контрольные вопросы

1 Уравнение динамики вращательного движения твердого тела (3 формы записи).

2 Момент импульса.

3 Закон сохранения момента импульса.

4 Гироскоп, прецессия гироскопа.

7 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: изучение свободных гармонических колебаний, определение их характеристик, ознакомление с математическим маятником.

7.1 Теоретическое введение

Движение тела под действием одной только силы тяжести называется свободным падением, а ускорение, приобретаемое при этом, **ускорением свободного падения или ускорением силы тяжести.**

Под действием силы тяжести, определяемой из закона всемирного тяготения, тело массой m падает на Землю с ускорением g (второй закон Ньютона)

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2} = \gamma \frac{mM}{(R_3 + h)^2} = mg, \tag{7.1}$$

где M - масса Земли, R - расстояние от тела до центра Земли, R_3 - радиус поверхности Земли, h - расстояние от центра тяжести тела до поверхности Земли.

Из (7.1) следует, что

$$g = \gamma \frac{M}{(R_3 + h)^2} \tag{7.2}$$

и не зависит от массы, размеров и других характеристик падающего тела, а зависит от географической широты и высоты поднятия тела над поверхностью Земли.

Значение ускорения g вблизи поверхности Земли, рассчитанное теоретически равно

$$g_T = 9{,}81 \frac{м}{с^2}. \tag{7.3}$$

Существует много способов экспериментального определения величины ускорения свободного падения. В данной работе ускорение g рассчитывается из рассмотрения гармонических колебаний, совершаемых математическим маятником при малых углах отклонения от положения равновесия.

Математический маятник – идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m, подвешенной на невесомой нерастяжимой нити, совершающая колебательное движение в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. Небольшой тяжелый шарик массой m, подвешенный на тонкой нити, длина l которой намного больше размеров шарика, является хорошим приближением к математическому маятнику (рисунок 7.1).

В точке A сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ уравновешивается силой натяжения нити $\vec{T}$. Это положение равновесия. При отклонении маятника (в точке B) силы $m\vec{g}$ и $\vec{T}$ расположены под углом друг к другу. Разложим силу $m\vec{g}$ на

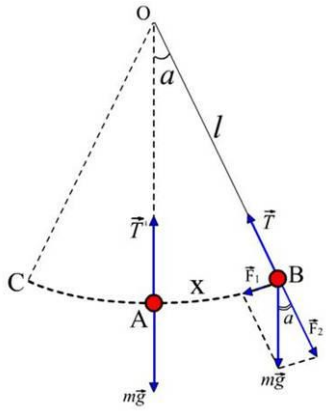


Рис.7.1

две составляющие силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленные соответственно перпендикулярно нити и вдоль нее. Сила $\vec{F}_2$ уравновешивается силой $\vec{T}$, а сила $\vec{F}_1$ вызывает ускоренное движение шарика к положению равновесия. Точку A шарик проходит по инерции, дальше движется замедленно, в точке C останавливается и начинает движение в противоположную сторону. Таким образом, маятник совершает свободные (только под действием силы тяжести) колебания относительно положения равновесия. Выведем уравнение этих колебаний. При малых углах отклонения маятника ($\alpha \approx 5-6^0$) дуга траектории шарика приближается к прямой линии и выполняются равенства

$$\sin\alpha \approx \alpha, \qquad x \approx \alpha l \tag{7.4}$$

где x - отклонение шарика от положения равновесия. Из силового треугольника на рисунке 7.1 можно определить результирующую силу F_1. С учетом (7.4) она равна

$$F_1 = -mg\sin\alpha = -mg\alpha = -mg\frac{x}{l}. \tag{7.5}$$

Знак минус указывает на то, что сила $\vec{F}_1$ направлена противоположно смещению шарика x. По второму закону Ньютона

$$-mg\frac{x}{l} = ma = m\frac{d^2x}{dt^2} \tag{7.6}$$

или

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \tag{7.7}$$

где

$$\omega^2 = \frac{g}{l}. \tag{7.8}$$

Таким образом, при малых отклонениях от равновесного положения движение шарика описывается линейным, однородным дифференциальным уравнением второго порядка, общее решение которого имеет вид:

$$x = a\sin(\omega t + \varphi) \tag{7.9}$$

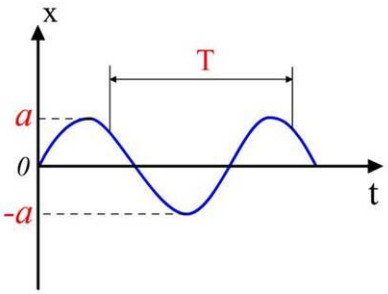


Рис.7.2

Смещение шарика x изменяется со временем по синусоидальному закону, т.е. маятник совершает **гармонические колебания,** график которых представлен на рисунке 7.2.. Максимальное отклонение маятника a от положения равновесия называется **амплитудой**, величина $(\omega t + \varphi)$, стоящая под знаком синуса, называется **фазой колебаний**, φ - **начальной фазой** (фаза в момент времени $t = 0$), ω - **циклической частотой,** которая связана с **периодом колебаний** T (временем одного полного колебания) соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \qquad (7.10)$$

Из равенств (7.8) и (7.10) получаем:

$$\frac{g}{l} = \omega^2 = (\frac{2\pi}{T})^2. \qquad (7.11)$$

Откуда период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (7.12)$$

Из (7.12) вытекает **расчетная формула для экспериментального определения ускорения свободного падения**

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l. \qquad (7.13)$$

Погрешность ускорения g, определяемого косвенно по формуле (7.13), следует оценить путем дифференцирования натурального логарифма функции $g = f(l,T)$ (см. формулу (1.16) лаб. раб. №1)

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{\langle g \rangle} = d \ln g. \qquad (7.14)$$

Прологарифмируем выражение (7.13): $\ln g = \ln 4\pi^2 + \ln l - \ln T^2$.

Возьмем дифференциал натурального логарифма: $d \ln g = \frac{dl}{l} - \frac{2TdT}{T^2}$.

Заменяя знак d на Δ и минус перед дифференциалом на плюс, получим

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta T}{T}. \qquad (7.15)$$

Погрешность определения длины маятника Δl зависит от точности отсчета по вертикальной шкале. Ее можно оценить в половину цены наименьшего деления шкалы, т.е. 0,5 см.

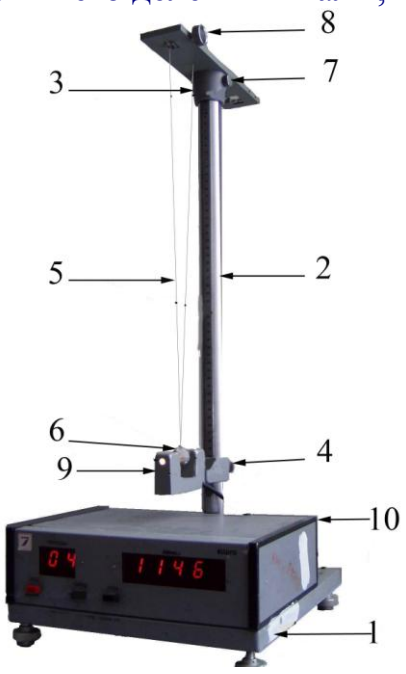


Рис.7.3

7.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на математическом маятнике, общий вид которого представлен на рисунке 7.3.

На основании (1) укреплена колонна (2) с двумя кронштейнами (3) и (4). На верхнем кронштейне на двух нитях (5) подвешен шарик (6). Положение кронштейна фиксируется затяжением воротка (7). Длину маятника можно регулировать с помощью воротка (8), а ее величину определять по шкале на колонне (2). На нижнем кронштейне установлен фотоэлектрический датчик (9), соединенный с секундомером (10). Кронштейн с датчиком можно перемещать вдоль колонны и фиксировать в любом положении.

7.2.2 Порядок выполнения работы

1) Установить необходимую длину маятника ($l \geq 50см$). Значение l занести в таблицу 7.1;

2) Установить нижний кронштейн с фотодатчиком так, чтобы черта на шарике была продолжением черты на корпусе датчика;

3) Подключить прибор к питающей сети, нажав кнопку «сеть»;

4) Нажать кнопку «сброс» - обнулить секундомер;

5) Отклонить маятник на угол $\alpha \approx 4-5^0$ от положения равновесия и отпустить;

6) После совершения маятником n колебаний (n задается преподавателем), нажать кнопку «стоп»;

7) Секундомер замерит время n колебаний. Значения t и n занести в таблицу;

8) Повторить измерение времени 5 раз;

9) Вычислить значения $\langle t \rangle$, Δt и $\langle \Delta t \rangle$;

10) Определить период колебаний T по формуле $\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{n}$ и погрешность определения периода $\langle \Delta T \rangle = \frac{\langle \Delta t \rangle}{n}$;

11) По формуле (7.13) вычислить ускорение свободного падения $\langle g \rangle$.

12) По формулу (7.15) вычислить относительную погрешность измерений ε;

13) Абсолютную погрешность рассчитать по формуле (7.14) $\Delta g = \varepsilon \cdot \langle g \rangle$;

14) Окончательный результат представить в виде:

$$g = \langle g \rangle \pm \Delta g$$

Таблица 7.1

$l, м$	$\Delta l, м$	n	t, c	$\langle t \rangle, c$	$\Delta t, c$	$\langle \Delta t \rangle, c$	$\langle T \rangle, c$	$\langle \Delta T \rangle, c$	$\langle g \rangle, \frac{м}{c^2}$	ε	$\Delta g, \frac{м}{c^2}$

7.3 Контрольные вопросы

1 Ускорение свободного падения.

2 Гармонические колебания. Дифференциальное уравнение свободных колебаний. График гармонических колебаний. Период, амплитуда, фаза, циклическая частота.

3 Математический маятник. Вывод формулы периода колебаний математического маятника.

4 Порядок выполнения работы.

8 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА *

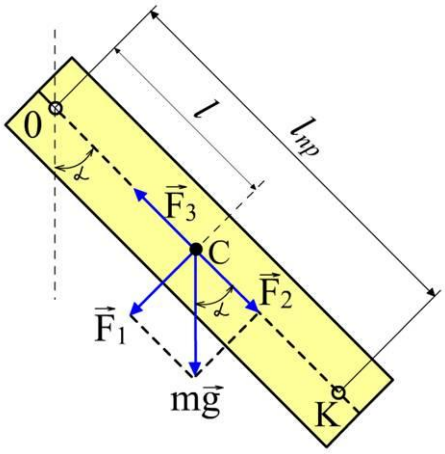


Рис.8.1

Цель работы: изучение гармонических колебаний, определение их характеристик, ознакомление с оборотным маятником.

8.1 Теоретическое введение

Ускорение свободного падения g (см. лаб. раб. №7) можно экспериментально определить также из рассмотрения колебаний физического маятника. Если маятник является оборотным, то расчет значения ускорения g получается более точным.

Физический маятник – твердое тело, способное под действием силы тяжести совершать колебания вокруг неподвижной оси, не проходящей через его центр масс C. Пусть ось вращения маятника Z проходит через точку O перпендикулярно плоскости чертежа (рисунок 8.1). Расстояние OC, равное l, называется **длиной физического маятника.** При отклонении маятника от положения равновесия на малый угол α составляющая силы тяжести F_1 (см.(7.5) лаб.раб.№7)

$$F_1 = -mg\sin\alpha \approx -mg\alpha\,. \qquad (8.1)$$

создает момент M_Z силы относительно оси вращения (см.(4.8) лаб.раб. №4)

$$M_Z = -F_1 l = -mgl\alpha\,, \qquad (8.2)$$

который стремится вернуть его в исходное положение.

Подставив выражение для M_Z в основной закон динамики вращательного движения ($J_Z\,\varepsilon = M_Z$), получим

$$J_Z \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl\alpha \qquad (8.3)$$

или

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J_Z}\alpha = \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2\alpha = 0\,, \qquad (8.4)$$

где J_Z - момент инерции маятника относительно оси вращения Z.

Это уравнение по виду совпадает с уравнением (7.7) лаб.раб. №7. Следовательно, α будет изменяться гармонически с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J_Z}} = \sqrt{\frac{g}{l_{пр}}}\,, \qquad (8.5)$$

** Выполнению этой работы должно предшествовать ознакомление с лабораторными работами №4 (Определение момента инерции маятника Обербека и проверка основного уравнения динамики вращательного движения) и №7 (Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника)*.

где длина $$l_{np} = \frac{J_Z}{ml} \qquad (8.6)$$

называется **приведенной длиной физического маятника.**

Период T колебаний маятника определяется по известной формуле

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{np}}{g}} \qquad (8.7)$$

Таким образом, **физический маятник, будет иметь тот же период колебаний, что и математический, длина которого равна приведенной длине l_{np} данного физического маятника.**

Чтобы сравнить приведенную длину l_{np} с длиной маятника l, определим момент инерции J_Z маятника. Воспользуемся теоремой Штейнера

$$J_Z = J_C + ml^2,$$

где J_C - момент инерции маятника относительно горизонтальной оси, проходящей через его центр масс.

Следовательно, из (8.6) $$\ell_{np} = \frac{J_c + m\ell^2}{m\ell} = \frac{J_c}{m\ell} + \ell. \qquad (8.8)$$

Откуда $$\ell_{np} - \ell = \frac{J_C}{m\ell} \qquad (8.9)$$

Величины J_c, m, ℓ всегда положительны, поэтому $\ell_{np} > \ell$. Точка K (рисунок 8.1), лежащая на продолжении прямой ОС на расстоянии ℓ_{np} от оси вращения 0, называется **центром качания физического маятника**. Если перевернуть маятник и заставить его колебаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр качания K, то его приведенная длина ℓ^1_{np} по аналогии будет равна

$$\ell^1_{np} = \frac{J_C + m(\ell_{np} - \ell)^2}{m(\ell_{np} - \ell)} \qquad (8.10)$$

Подставив (8.9) в (8.10) $$\ell^1_{np} = \frac{J_C + m\frac{J_C^2}{m^2\ell^2}}{m\frac{J_C}{m\ell}} = \frac{(J_C + \frac{J_C^2}{m\ell^2})\ell}{J_C} = \ell + \frac{J_C}{m\ell}$$

и сравнив последнее выражение с (8.8), получим

$$\ell_{np} = \ell^1_{np} \qquad (8.11)$$

Из равенства приведенных длин в соответствии с (8.7) следует равенство периодов колебаний. Физический маятник, центр качаний которого расположен в пределах колеблющегося тела, называется **оборотным**. Его можно подвешивать в любой из точек O и K (рис. 8.2), расположенных по обе стороны от центра масс на расстояниях l и l^1. Моменты инерции маятника относительно осей, проходящих через эти точки, различны

$$J_Z = J_C + ml^2, \qquad (8.12)$$

$$J_Z^1 = J_C + m(l^1)^2. \qquad (8.13)$$

Периоды колебаний, определяемые по формуле (8), имеют вид

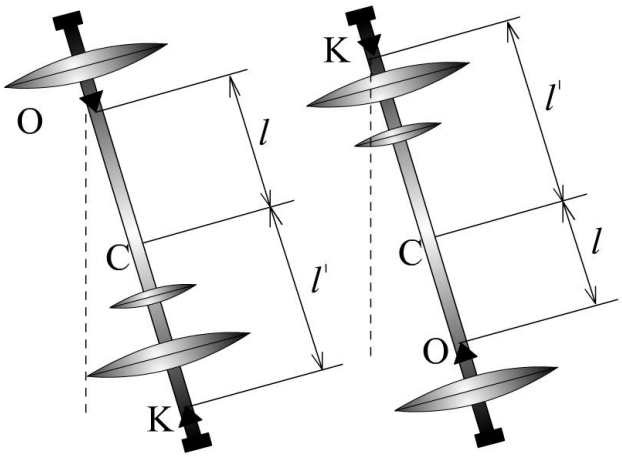


Рис. 8.2

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_C + ml^2}{mgl}},$$

$$T^1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_C + m(l^1)^2}{mgl^1}}. \qquad (8.14)$$

Учитывая равенство периодов, и решая эту систему уравнений, легко получить выражение для ускорения свободного падения

$$g = \frac{4\pi^2(l + l^1)}{T} = \frac{4\pi^2 l_{np}}{T^2}, \qquad (8.15)$$

где $l_{np} = l + l^1$ - расстояние между центрами качаний оборотного маятника.

8.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на оборотном маятнике, общий вид которого представлен на рисунке 8.3.

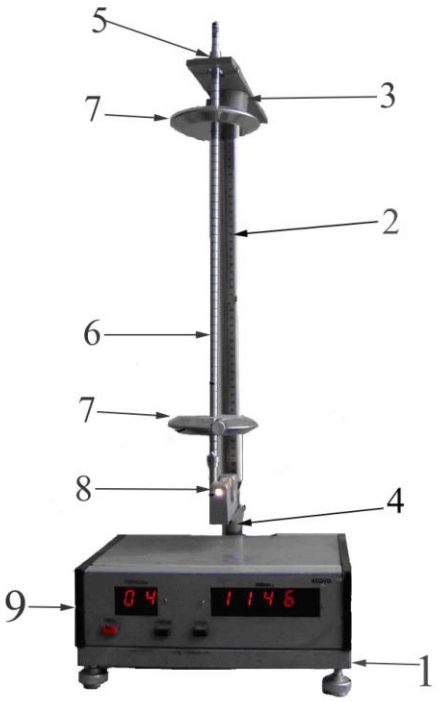


Рис.8.3

На основании (1) укреплена колонна (2) с двумя кронштейнами (3) и (4). На призме (5) верхнего кронштейна установлен нож оборотного маятника (6). Маятник выполнен в виде стального стержня, на котором фиксированы два ножа, повернутые лезвиями друг к другу, и два ролика (7). На стержне через 10 мм нанесены кольцевые отметки. Ножи и ролики можно перемещать вдоль стержня и фиксировать в любом положении. На нижнем кронштейне (4) установлен фотоэлектрический датчик (8), соединенный с секундомером (9). Кронштейн с датчиком можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в любом положении.

8.2.1 Порядок выполнения работы

1) Зафиксировать ролики на стержне асимметрично, таким образом, чтобы один из них находился вблизи конца стержня, а другой вблизи его середины;

2) Ножи маятника закрепить по обеим сторонам центра масс полученной системы лезвиями друг к другу. Один из ножей поместить вблизи свободного конца стержня, а второй – на половине расстояния между роликами;

3) Проверить, отвечают ли грани лезвий ножей отметкам на стержне;

4) Закрепить маятник на призме верхнего кронштейна на ноже, находящемся вблизи конца стержня;

5) Нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком установить так, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось датчика;

6) Подключить прибор к питающей сети, нажать кнопку «сеть»;

7) Нажать кнопку «сброс» - обнулить секундомер;

8) Отклонить маятник на угол $\alpha \approx 4-5^0$ от положения равновесия и отпустить;

9) После совершения маятником необходимого числа n колебаний (заданного преподавателем), нажать кнопку «стоп»;

10) Секундомер замерит время t колебаний. Значения n и t занести в таблицу 8.1;

11) Повторить измерение времени 5 раз. Вычислить среднее значение $< t >$;

12) Определить период колебаний T по формуле $T = \frac{< t >}{n}$;

13) Снять оборотный маятник, перевернуть и установить на втором ноже;

14) Нижний кронштейн с фотодатчиком установить так, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось датчика;

15) Отклонить маятник на угол $\alpha \approx 4-5^0$ от положения равновесия и отпустить;

16) Замерить время t^1 совершения маятником такого же количества n колебаний. Значения t^1 занести в таблицу;

17) Вычислить значения $\langle t^1 \rangle$ и T^1;

Таблица 8.1.

n	t, c	T, c	t^1, c	T^1, c	$\frac{T - T^1}{T} 100\%$	$l_{пр}, м$	$g, \frac{м}{c^2}$	$g_{T,} \frac{м}{c^2}$	$\varepsilon, \%$

18) Сравнить период колебаний T^1 с полученным ранее периодом T. Если $T > T^1$, то второй нож переместить в направлении ролика, находящегося на конце стержня; если $T < T^1$, то в направлении середины стержня. Размещение роликов и первого ножа не менять;

19) Повторно измерить период T^1 и сравнить с величиной T;

20) Изменять положение второго ножа до момента получения равенства $T = T^1$ с точностью до 0,5 %;

21) Определить приведенную длину оборотного маятника, как расстояние между лезвиями ножей. Значение $l_{пр}$ занести в таблицу;

22) Вычислить ускорение свободного падения g по формуле (8.15);

23) Сравнить полученное значение с g_T =9,80665 $\frac{м}{с^2}$;

24) Вычислить относительную погрешность ε измерения g по формуле

$$\varepsilon = \frac{g - g_T}{g_T} 100\%. \qquad (8.16)$$

8.3 Контрольные вопросы

1 Дифференциальное уравнение свободных колебаний. Гармонические колебания. Период, амплитуда, фаза, циклическая частота. График гармонических колебаний.

2 Физический маятник. Вывод формулы периода колебаний физического маятника. Приведенная длина.

3 Почему вычисление ускорения свободного падения, производимое с помощью оборотного маятника, точнее, чем с помощью математического?

4 Порядок выполнения работы.

9 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА И МОДУЛЯ КРУЧЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: изучение деформации кручения, определение характеристик.

9.1 Теоретическое введение

Все твердые тела способны деформироваться под действием внешних сил, т.е. изменять форму и объем. При деформации частицы твердого тела смещаются из первоначальных положений равновесия. Этому перемещению частиц противодействуют внутренние силы взаимодействия между ними.

Деформация называется **упругой,** если после прекращения действия внешних сил частицы возвращаются в исходные положения. Она наблюдается при малых смещениях частиц.

Однородным сдвигом называется деформация, при которой все слои тела, параллельные какой-либо плоскости (плоскости сдвига), смещаются параллельно друг другу, не искривляясь и не изменяясь в размерах**.** Обычно сдвиг вызывается двумя силами $\vec{F}$, приложенными касательно к противоположным граням деформируемого тела (рисунок 9.1). Касательным (тангенциальным) напряжением, называется величина

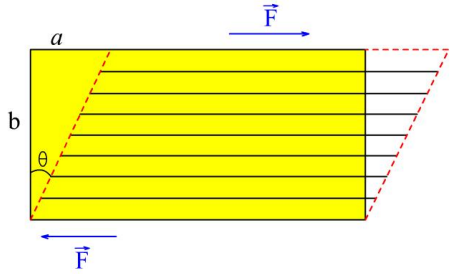


Рис.9.1

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{F}}{S}, \qquad (9.1)$$

где S - площадь грани, перпендикулярной направлению действия силы.

a - абсолютный сдвиг (смещение слоя),

b - расстояние от слоя, остающегося неподвижным, до рассматриваемого слоя.

$tg\theta = \frac{a}{b}$ - относительный сдвиг (при однородном сдвиге он одинаков для всех слоев). При малых сдвигах угол θ (угол сдвига) равен относительному сдвигу.

$$tg\theta \cong \theta$$

Экспериментально установлено, что при упругой деформации касательное напряжение τ пропорционально относительному сдвигу (закон Гука)

$$\tau = G\theta, \qquad (9.2)$$

где коэффициент пропорциональности G называется **модулем сдвига**. Он зависит только от свойств материала.

Примером однородной деформации сдвига является кручение. Рассмотрим деформацию кручения, возникающую в проволоке, одно сечение (1) которой закреплено, а к другому (2) приложена пара касательных сил $\vec{F}$ (рисунок 9.2). Под действием крутящего момента M сил все поперечные сечения проволоки поворачиваются вокруг оси OO^1 на

некоторые углы, тем большие по величине, чем дальше они расположены от неподвижного сечения (1). Угол φ поворота сечения (2) называется углом кручения.

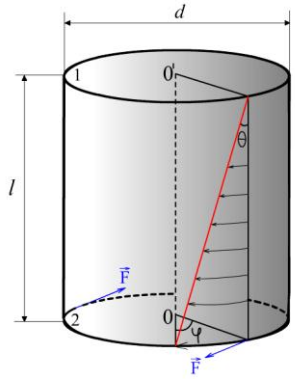


Рис. 9.2.

При закручивании внутри проволоки возникают упругие силы, которые создают упругий момент $M_{упр}$, пропорциональный углу кручения φ

$$M_{упр} - f\varphi, \qquad (9.3)$$

где коэффициент пропорциональности f называется модулем кручения. Расчет показывает, что модуль кручения проволоки f зависит от материала, из которого она изготовлена, и ее геометрических размеров:

$$f = G\frac{\pi d^4}{32L}, \qquad (9.4)$$

где d - диаметр проволоки, L - ее длина.

Модули кручения f и сдвига G проволоки можно определить при помощи крутильного маятника. Он представляет собой вертикально натянутую проволоку (1), на которой закреплен металлический стержень (2) (рисунок 9.3). Маятник способен совершать колебательные движения в горизонтальной плоскости. Момент инерции маятника можно изменять перемещением вдоль стержня (2) грузов (3). После поворота стержня с грузами на угол $5-6^0$ проволока закручивается, в ней возникает момент упругих сил $M_{упр}$, под действием которого в соответствии с (4.10) маятник начинает ускоренно раскручиваться (см. (4.10) лаб.раб.№4)

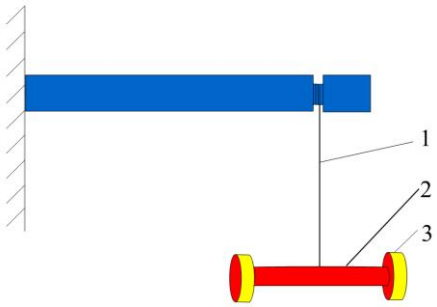


Рис. 9.3.

$$M_{упр} = J_Z\,\varepsilon = J_Z\frac{d^2\varphi}{dt^2}, \qquad (9.5)$$

где J_Z - момент инерции маятника относительно оси вращения.

После подстановки (9.3) в формулу (9.5), последняя приобретает вид

$$J_Z\frac{d^2\varphi}{dt^2} + f\varphi = 0 \quad или \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0. \qquad (9.6)$$

Следовательно, маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой (см. (7.7) лаб.раб. №7)

$$\omega = \sqrt{\frac{f}{J_Z}}. \qquad (9.7)$$

Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J_Z}{f}} \qquad (9.8)$$

Момент инерции маятника J_Z зависит от расположения грузов (3) относительно оси вращения

$$J_Z = J_{Z0} + 2ml^2 \quad , \tag{9.9}$$

где J_{Z0} - момент инерции маятника без грузов относительно оси вращения; m - масса груза; l - расстояние от груза до оси вращения.

Чтобы исключить неизвестный момент инерции J_{Z0}, определим периоды двух колебаний маятника T_1 и T_2, соответствующие двум различным положениям грузов

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_{Z1}}{f}} \ , \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_{Z2}}{f}} , \tag{9.10}$$

где $$J_{Z1} = J_{Z0} + 2m\,l_1^2 , \qquad J_{Z2} = J_{Z0} + 2ml_2^2 . \tag{9.11}$$

Возведем в квадрат выражения (9.10) и вычтем из второго первое

$$T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2}{f}(J_{Z2} - J_{Z1}) \tag{9.12}$$

или с учетом (9.9)

$$T_2^2 - T_1^2 = \frac{8\pi^2 m}{f}(l_2^2 - l_1^2) . \tag{9.13}$$

Из (9.13) найдем выражение для модуля кручения проволоки

$$f = 8\pi^2 m\frac{l_2^2 - l_1^2}{T_2^2 - T_1^2} . \tag{9.14}$$

Подставив в (9.4) выражение для f, получим расчетную формулу для определения модуля сдвига G

$$G = \frac{32L}{\pi d^4} f = \frac{256\pi L m(l_2^2 - l_1^2)}{d^4(T_2^2 - T_1^2)} . \tag{9.15}$$

9.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: крутильный маятник, секундомер, линейка, микрометр, технические весы.

9.2.1 Порядок выполнения работы

1) Определить массу грузов, взвесив их на технических весах. Значение m занести в таблицу 9.1;

2) Измерить расстояния от оси вращения до первой и до второй зарубок на стержне. Значения l_1 и l_2 занести в таблицу;

3) Измерить длину и диаметр проволоки. Значения L и d занести в таблицу;

4) Закрепить грузы на зарубках, ближних к оси вращения;

5) Сообщить системе малое кручение и измерить время t_1 полных n=50 колебаний;

6) Повторить измерение времени 3 раза. Вычислить среднее значение $<t_1>$;

7) Определить период колебаний по формуле $T_1 = \frac{<t_1>}{n}$;

8) Расположить грузы на вторых зарубках;

9) Провести измерения по пунктам 5-7;

10) По формулам (9.14) и (9.15) вычислить модуль кручения f и модуль сдвига G;

11)Сравнить полученное значение модуля сдвига G со справочными данными и определить материал, из которого сделана проволока.

Таблица 9.1.

$m, кг$	$l_1, м$	$l_2, м$	$L, м$	$d, м$	t_1, c	$\langle t_1 \rangle, c$	T_1, c	t_2, c	$\langle t_2 \rangle, c$	T_2, c	f	G

9.3 Контрольные вопросы

1 Деформация сдвига, ее характеристики.
2 Колебания крутильного маятника. Их характеристики.
3 Вывести расчетную формулу для модулей кручения и сдвига.

10 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЕТА СНАРЯДА ПРИ ПОМОЩИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Цель работы: изучение крутильных колебаний и определение скорости полета пули из законов сохранения энергии и момента импульса.

10.1 Теоретическое введение

Баллистический крутильный маятник представляет собой металлический стержень (1), закрепленный на вертикально натянутой стальной проволоке (2) и способный совершать колебательные движения в горизонтальной плоскости (рисунок 10.1). На концах стержня расположены две емкости (3), наполненные пластилином. Момент инерции маятника можно изменять перемещением вдоль стержня (1) грузов (4).

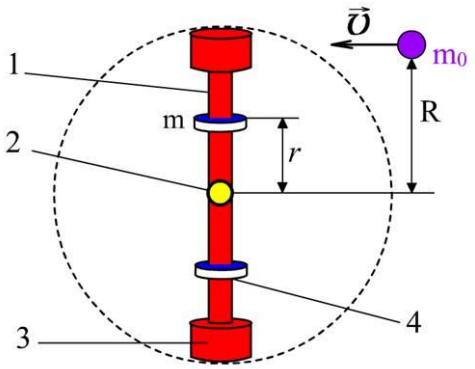


Рис.10.1

Если горизонтально летящий снаряд массой m_0 попадет в емкость с пластилином, то, согласно закону сохранения момента импульса (см. (6.7) лаб. раб. № 6), маятник начнет поворачиваться вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω

$$m_0 \upsilon R = J_Z \omega, \qquad (10.1)$$

где $m_0 \upsilon R$ - момент импульса снаряда относительно оси вращения;

m_0 и υ - масса и скорость снаряда в момент попадания в пластилин;

R - расстояние от оси вращения до траектории снаряда;

$J_Z \omega$ - момент импульса маятника относительно оси вращения;

J_Z - момент инерции маятника относительно оси вращения;

При повороте маятника проволока, на которой он закреплен, закручивается. В ней возникают упругие силы, момент которых пропорционален углу поворота (см. (9.3) лаб раб. № 9).

$$M_{упр} = -f\varphi \text{,,} \qquad (10.2)$$

где f - коэффициент кручения проволоки, зависящий от ее размеров, формы и материала, из которого она изготовлена.

Момент упругих сил тормозит вращение и при некотором угле поворота $\varphi_{\max}$ маятник остановится. В этот момент кинетическая энергия вращения маятника полностью перейдет в потенциальную энергию закрученной проволоки

$$\frac{J_Z \omega^2}{2} = \frac{f\varphi_{\max}^2}{2}, \qquad (10.3)$$

откуда

$$\omega = \varphi_{\max}\sqrt{\frac{f}{J_Z}}, \qquad (10.4)$$

затем маятник начнет раскручиваться. Пройдя равновесное состояние по инерции, маятник снова закрутит проволоку в противоположную сторону и весь процесс повторится. Уравнение движения маятника (см. (4.10) лаб. раб.

№4) имеет вид

$$J_Z \varepsilon = M \ . \qquad (10.5)$$

Подставив сюда выражение (10.2) для момента упругих сил, получим

$$J_Z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -f\varphi \qquad (10.6)$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 = 0 \ , \qquad (10.7)$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{f}{J_Z}} \qquad (10.8)$$

является циклической частотой крутильных колебаний. Период колебаний T определяется по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J_Z}{f}} . \qquad (10.9)$$

Формулу для экспериментального определения скорости υ полета снаряда можно вывести, если в уравнение (10.1) подставить выражение (10.4) для ω

$$\upsilon = \frac{J_Z \cdot \omega}{m_0 R} = \frac{\varphi_{\max}}{m_0 R}\sqrt{f\, J_Z} \qquad (10.10)$$

Следовательно, для нахождения скорости полета снаряда необходимо определить произведение $f J_Z$. Для этого рассмотрим колебание маятника при двух различных положениях грузов массой m.

Момент инерции маятника J_Z определяется как

$$J_Z = J_{Z0} + 2mr^2, \qquad (10.11)$$

где J_{Z0} - момент инерции маятника без грузов относительно оси вращения; m - масса грузов; r - расстояние от грузов до оси вращения.

Расположим грузы на расстоянии r_1, тогда согласно (10.11) и (10.9) имеем:

$$J_{Z1} = J_{Z0} + 2mr_1^2 \qquad (10.12)$$

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{J_{Z1}}{f} \qquad (10.13)$$

Из формулы (10.13) можно определить момент инерции маятника, соответствующий этому расположению грузов

$$J_{Z1} = \frac{T_1^2 f}{4\pi^2} . \qquad (10.14)$$

Тогда произведение $J_{Z1} f$ определится как

$$J_{Z1} f = \frac{T_1^2 f^2}{4\pi^2} \qquad . \qquad (10.15)$$

Формулу для скорости (10.10) с учетом (10.15) можно записать в виде

$$\upsilon = \frac{\varphi_{1\max}}{m_0 R}\frac{T_1 f}{2\pi} . \qquad (10.16)$$

Коэффициент кручения проволоки f можно определить, если измерить два периода колебаний маятника T_1 и T_2, соответствующие

различным положениям грузов. Согласно (10.13)

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{J_{Z0} + 2mr_1^2}{f}, \qquad (10.17)$$

$$T_2^2 = 4\pi^2 \frac{J_{Z0} + 2mr_2^2}{f}. \qquad (10.17а)$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим

$$f(T_1^2 - T_2^2) = 4\pi^2 2m(r_1^2 - r_2^2),$$

откуда

$$f = \frac{8\pi^2 m(r_1^2 - r_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}. \qquad (10.18)$$

Формула (10.16) с учетом (10.18) принимает вид

$$\upsilon = \frac{\varphi_{1\max}}{m_0 R} \frac{T_1 4\pi m(r_1^2 - r_2^2)}{(T_1^2 - T_2^2)} \quad . \qquad (10.19)$$

Она является расчетной для экспериментального определения скорости полета снаряда.

10.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на установке, общий вид которой представлен на рисунке 10.2.

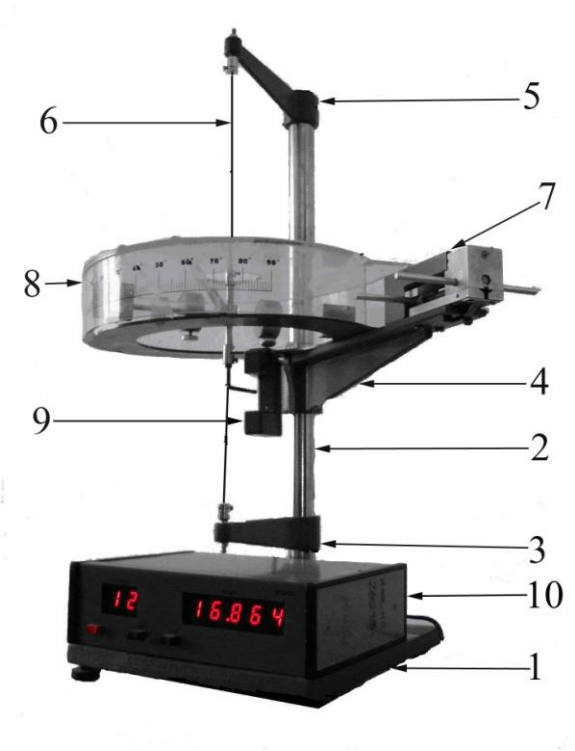


Рис. 10.2

На основании (1) закреплена колонна (2) с кронштейнами (3), (4) и (5). Между нижним (3) и верхним (5) кронштейнами натянута стальная проволока (6). На ней подвешен маятник, состоящий из стержня, закрепленных на нем двух емкостей с пластилином, двух перемещаемых грузов и водилки (на рисунке они за экраном не видны). На среднем кронштейне (4) закреплено стреляющее устройство (7), прозрачный экран (8) с нанесенной на него угловой шкалой и фотоэлектрический датчик (9), соединенный с универсальным миллисекундомером (10).

10.2.1 Порядок выполнения работы

1) Определить массу снаряда и расстояние от его траектории до оси вращения. Значения m_0 и R занести в таблицу 10.1;

2) Грузы на стержне максимально удалить друг от друга. Определить

массу грузов и их расстояние от оси вращения. Значения m и r_1 занести в таблицу;

3) Подключить прибор к питающей сети, нажать кнопку «сеть»;

4) Нажать кнопку «сброс» - обнулить секундомер;

5) Установить маятник в таком положении, чтобы черта на емкости с пластилином расположилась против отметки $\varphi = 0$;

6) Заложить снаряд в стреляющее устройство и выстрелить;

7) Определить максимальный угол отклонения маятника и время 10 колебаний. Значения φ_{max} и t_1 занести в таблицу;

8) Измерения φ_{max} и t_1 провести 5 раз и рассчитать значения $\langle\varphi_{max}\rangle, \langle t_1\rangle$ и $T_1 = \frac{< t_1 >}{n}$;

9) Грузы на стержне максимально приблизить друг к другу. Определить их расстояние до оси вращения. Значение r_2 занести в таблицу;

10) Вывести маятник из положения равновесия, отклонив его на угол $< \varphi_{max} >$, деблокировать секундомер и пустить маятник;

11) Измерение t_2 провести 5 раз, рассчитать значения $< t_2 >$ и T_2;

12) Вычислить скорость полета снаряда по формуле (10.19).

Таблица 10.1

$m_0, кг$	$R, м$	$m, кг$	$r_1, м$	$\varphi_{max}, град$	$t_1, с$	$T_1, с$	$r_2, м$	$t_2, с$	$T_2, с$
				$< \varphi_{max} >=$	$< t_1 >=$			$< t_2 >=$	

10.3 Контрольные вопросы

1 Момент импульса системы. Закон сохранения момента импульса.

2 Уравнение крутильных колебаний маятника.

3 Превращение видов энергии при крутильных колебаниях.

4 Вывод рабочей формулы.

11 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА И ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ДЛЯ ВОЗДУХА МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Цель работы: ознакомление с волновыми процессами, интерференцией волн и явлением резонанса.

11.I Теоретическое введение

Колебания, возникающие в какой либо точке упругой среды, передаются соседним точкам. Процесс распространения колебаний в пространстве называется **волновым движением или волной.** Упругая волна называется **гармонической,** если колебания частиц среды в ней являются гармоническими**.**

Пусть гармоническая волна распространяется со скоростью υ вдоль оси x. Обозначим смещение частиц среды через $\xi = \xi(x,t)$. Для данного момента времени t зависимость смещения всех частиц среды от их расстояния x до источника колебаний O можно представить в виде **графика волны** (рисунок 11.1).

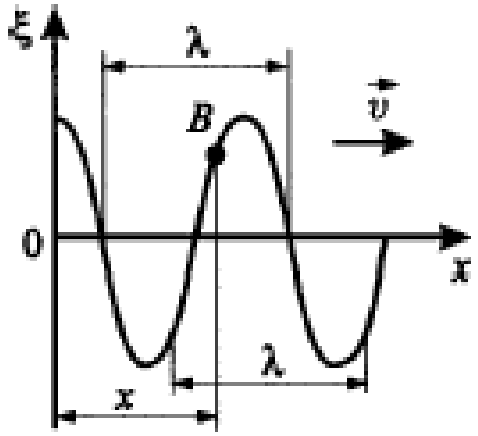


Рис.11.1

Длиной волны λ называется расстояние между двумя ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе. Она равна расстоянию, на которое распространяется колебание, за время, равное периоду колебаний T:

$$\lambda = \upsilon \cdot T = \frac{\upsilon}{\nu}, \qquad (11.1)$$

где υ - скорость распространения волны, ν - частота колебаний.

Пусть точки, расположенные в плоскости $x = 0$, совершают колебания по закону

$$\xi(0,t) = A\cos\omega t. \qquad (11.2)$$

Колебания частиц в среды в точке B, расположенной на расстоянии x от источника колебаний O, будут происходить по тому же закону. Но, поскольку для прохождения волной расстояния x требуется время $\tau = \frac{x}{\upsilon}$, то их колебания будут отставать по времени от колебания источника на τ. Уравнение колебания частиц, лежащих в плоскости x, имеет вид

$$\xi(x,t) = A\cos\omega(t-\tau) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right). \qquad (11.3)$$

Так как точка x выбрана произвольно, то соотношение (11.2) позволяет определить смещение любой точки вдоль направления распространения колебаний в любой момент времени. Оно называется **уравнением плоской бегущей волны.**

Подставляя в уравнение волны выражение $\upsilon = \lambda\nu$ и учитывая, что циклическая частота $\omega = 2\pi\nu$, получим уравнение волны в виде

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x). \qquad (11.4)$$

Большой практический интерес представляет случай сложения двух волн, имеющих одинаковые частоты и постоянную разность фаз. Такие волны называются **когерентными,** а их сложение – **интерференцией.** Особым случаем интерференции являются **стоячие волны,** образующиеся при наложении двух когерентных волн, распространяющихся навстречу друг другу вдоль одной прямой.

Пусть две плоские когерентные волны распространяются навстречу друг другу (рисунок 11.2) вдоль оси x:

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x) \quad \text{и} \quad \xi_2 = A\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x). \qquad (11.5)$$

Сложив эти уравнения, с учетом того, что $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$, получим **уравнение стоячей волны:**

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t, \qquad (11.6)$$

где **амплитуда стоячей волны** $A_{cm} = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}$ (11.7)

является периодической функцией координаты x и не зависит от времени.

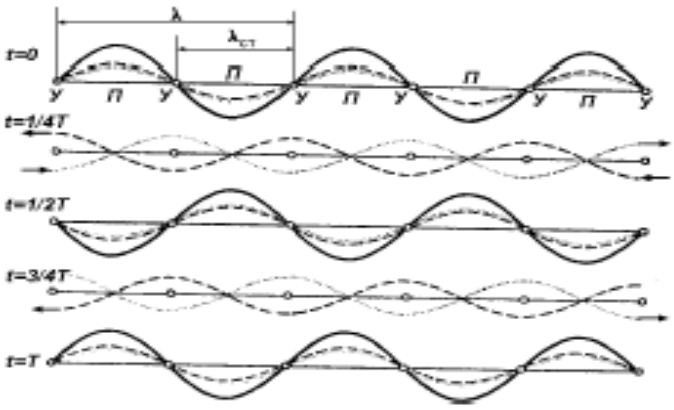


Рис.11.2

В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi \qquad (m = 0,1,2,...)$$

амплитуда стоячей волны достигает максимального значения $A_{cm} = 2A$. Такие точки $(П)$ называются **пучностями стоячей волны.** Координаты пучностей

$$x_n = \pm m\frac{\lambda}{2} \qquad (11.8)$$

В точках среды, где $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm(m + \frac{1}{2})\pi$ $(m = 0,1,2,...)$

амплитуда стоячей волны обращается в нуль $A_{cm} = 0$. Такие точки $(У)$ называются **узлами стоячей волны.** Координаты узлов

$$x_y = \pm(m + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} \qquad (11.9)$$

Расстояния между двумя соседними узлами и между двумя соседними пучностями одинаковы и равны половине длины волны λ бегущих волн. Эту величину называют **длиной стоячей волны:** $\lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2}$ (11.10)

Таким образом, сложение двух бегущих волн дает так называемую стоячую волну, узлы и пучности которой находятся все время в одних и тех же местах.

Упругие волны, распространяющиеся в газах, жидкостях и твердых телах с частотами от 20 до 20000 Гц воспринимаются человеческим ухом и вызывают ощущение звука. Поэтому они называются **звуковыми волнами** или просто **звуком.**

Звуковая волна, как и любая другая, распространяющаяся в какой-либо среде, дойдя до границы раздела с другой средой, частично отражается в первую среду (**отраженная волна)** и частично переходит во вторую среду. Если вторая среда акустически более плотная, чем первая, то при отражении фаза волны изменяется на обратную и на границе сред образуется **узел** стоячей волны.

Считая, что сжатия и разрежения в звуковой волне происходят адиабатно, можно получить следующее выражение для скорости υ звуковой волны в газовой среде

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \qquad (11.11)$$

где γ — показатель адиабаты, R — универсальная газовая постоянная, Т — температура газа, M — молярная масса газа. Откуда показатель адиабаты γ определяется по формуле

$$\gamma = \frac{M\upsilon^2}{RT}. \qquad (11.12)$$

11.2 Выполнение работы

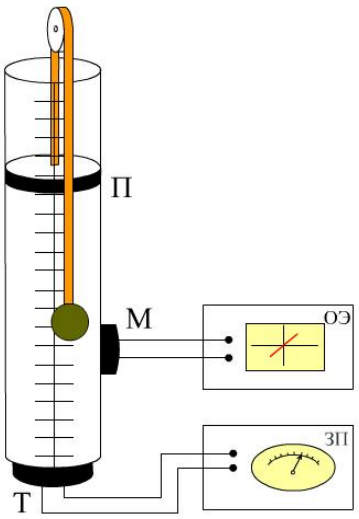


Рис.11.2

Приборы и принадлежности: установка для измерения скорости звука, электронный осциллограф (ОЭ), генератор сигналов низкой частоты (ЗГ).

Установка для измерения скорости звука (рисунок 11.2) состоит из трубки, на одном конце которой укреплен источник звука (телефон T), мембрана которого приводится в движение переменным током звуковой частоты от генератора звуковых колебаний ($ЗГ$). Колебания возникшие в трубке, воспринимаются микрофоном М, электрический сигнал с которого поступает на электронный осциллограф ЭО.

Звуковые колебания возбуждаются мембраной телефона (T), распространяются вдоль трубки и отражаются от поршня ($П$). При определенных значениях длины воздушного столба ($ПТ = l$) амплитуда установившегося результирующего колебания резко возрастает. Это явление называется **акустическим резонансом.** Условие резонанса может быть записано в виде

$$l = m \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (11.13)$$

где l - длина столба воздуха, λ - длина звуковой волны.

Условие (11.13) физически можно объяснить следующим образом. При отражении от поршня $П$ на нем образуется узел стоячей волны. Расстояния между соседними узлами должны быть равными ($\frac{\lambda}{2}$). Следовательно, при выполнении условия (11.13) на нижнем конце трубки $Т$ также будет узел. При отражении от $П$ фаза волны изменяется на π. Затем волна идет обратно к $Т$ и снова отражается с изменением фазы на π. В результате вторично отраженная волна находится в фазе с падающей и они усиливают друг друга.

Если изменить расстояние от телефона до поршня на $\frac{\lambda}{2}$, то полученный столб также будет резонировать. Плавно изменяя положение поршня вдоль всей шкалы прибора, можно отметить несколько его положений, при которых наблюдается резонанс.

11.2.1 Порядок выполнения работы

1) Включить тумблеры «Сеть» генератора электрических сигналов электронного осциллографа, прогреть приборы в течение 5-7 минут. Выставить на генераторе частоту $\nu = 1400 Гц$;

2) Включить тумблер осциллографа «Луч» и повернуть ручку 2 «Яркость». На экране должна появиться развертка. Ручками «Ось Х» и «Ось У» установить развертку в центре экрана, ручками «Яркость» и «Фокус» добиться максимальной четкости;

3) Ручку звукового генератора «Регулировка выхода» поставить в такое положение, чтобы был слышен звук, и наблюдалась четкая синусоида на экране осциллографа.

4) Перемещая поршень по трубке, получить на экране осциллографа резонансную кривую. Координату поршня X_0 занести в таблицу 11.1;

4) Перемещая микрофон вдоль трубки, посчитать сколько раз (m) в воздушном столбе наблюдается резонанс. Координату последнего положения поршня X_N и число повторений m занести в таблицу;

5) Рассчитать длину волны по формуле

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{X_N - X_O}{m}. \qquad (11.14)$$

Значение λ занести в таблицу.

6) По формуле (11.1) рассчитать значение скорости υ распространения звука в воздухе;

7) Изменяя частоту ν генератора в пределах $1400 - 2100 Гц$ через каждые 100 Гц повторить измерения и вычисления по пунктам 4-6. Данные занести в таблицу;

8) Рассчитать среднее значение скорости звуковой волны в воздухе $\langle\upsilon\rangle$, абсолютную и относительную погрешности ($\langle\Delta\upsilon\rangle$ и ε);

9) Измерить температуру воздухи. Значение Т занести в таблицу;

10) По формуле (11.12) определить показатель адиабаты γ.

Таблица 11.1

$\nu, Гц$	$X_0, м$	m	$X_N, м$	$\lambda, м$	$\upsilon, \frac{м}{с}$	$\langle\upsilon\rangle, \frac{м}{с}$	$\Delta\upsilon, \frac{м}{с}$	$\langle\Delta\upsilon\rangle, \frac{м}{с}$	$\varepsilon,\%$	T, K	γ
1400											
…											
2100											

11.3 Контрольные вопросы

1 Волна. Уравнение плоской гармонической волны, ее характеристики. Интерференция волн. Стоячая волна.

2 Вывод рабочих формул для определения длины стоячей волны и скорости ее распространения.

3 Порядок выполнения работы и обсуждение полученных результатов.

12 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ БОЛЬЦМАНА

Цель работы: изучение газовых законов, экспериментальное определение постоянной Больцмана.

12.1 Теоретическое введение

Газы состоят из огромного числа атомов и молекул. Их строение и свойства изучаются в молекулярной физике исходя из молекулярно-кинетических представлений. **Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газа**

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2 \qquad (12.1)$$

определяет макроскопическую величину – давление P через число молекул в единице объема n (концентрацию), массу m_0 молекулы и среднеквадратичную скорость их движения $\langle \upsilon_{кв} \rangle$.

Уравнение состояния идеального газа

$$PV = \frac{m}{M} RT \qquad (12.2)$$

связывает параметры состояния газа – давление P, объем V и температуру T. Другие величины, входящие в уравнение (12.2) это масса газа m, молярная масса M и универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31 \frac{Дж}{мольК}$.

Для одного моля газа ($m = M$, $V = V_M$) уравнение состояния имеет вид

$$PV_M = RT \qquad (12.2а)$$

и называется уравнением Менделеева–Клапейрона.

Введя постоянную Больцмана $k = \frac{R}{N_A}$ этому уравнению можно придать вид

$$P = \frac{RT}{V_M} = \frac{k N_A T}{V_M} = nkT, \qquad (12.3)$$

где $\frac{N_A}{V_M} = n$ - концентрация молекул.

Уравнение (12.3), полученное из уравнения состояния, можно также вывести и из уравнения (12.1), поэтому его чаще называют основным уравнением молекулярно-кинетической теории.

Постоянная Больцмана k, равная

$$k = \frac{8{,}31 \frac{Дж}{мольК}}{6{,}02 \cdot 10^{23} моль^{-1}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К} \qquad (12.4)$$

входит во многие уравнения физики. Экспериментальное определение значения k и сравнение его с табличным значением (12.4) представляет практический интерес.

В работе для определения постоянной Больцмана в сосуд с газом добавляют легко испаряющуюся жидкость. Ее пары создают дополнительное

парциальное давление (давление, которое оказывали бы газы смеси, если бы они занимали объем, равный объему смеси при той же температуре) ΔP, которое, согласно (12.3), равно

$$\Delta P = n_{ж}\, kT\,.$$

Подставив в это уравнение выражение для концентрации молекул введенной в сосуд жидкости $n_{ж}$

$$n_{ж} = \frac{N_{ж}}{V} = \frac{m_{ж} N_A}{MV} = \frac{\rho\, V_{ж}\, N_A}{MV}$$

после простого преобразования получим расчетную формулу

$$k = \frac{\Delta P}{n_{ж} T} = \frac{\Delta P M\, V}{\rho\, N_A T V_{ж}} \quad , \qquad (12.5)$$

где V - объем сосуда, $V_{ж}$ - объем жидкости, ρ - плотность жидкости, M –молярная масса жидкости.

12.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на установке, общий вид которой представлен на рисунке 12.1. Она состоит из резервуара (1), герметически закрытого пробкой (2). Через отверстие в пробке сосуд сообщается с микроманометром, а при определенном положении крана (3) – с атмосферой. В пробку вставлена игла, через которую шприцем вводится легко испаряющаяся жидкость (например, ацетон). Сосуд проветривается воздухопродувкой (4). Температура определяется термометром (5).

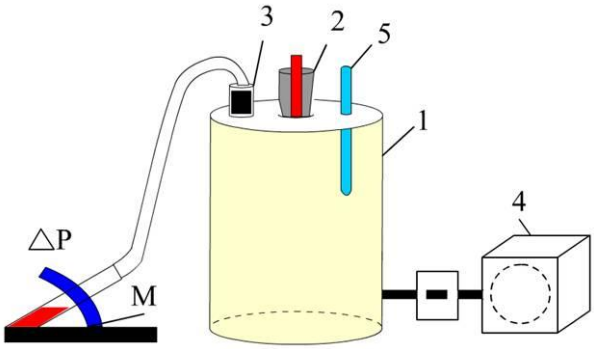


Рис.12.1

12.2.1 Порядок выполнения работы

1) Определить температуру газа с помощью термометра. Значение T занести в таблицу 12.1;

2) Открыть кран, соединить сосуд с атмосферой;

3) Закрыть кран, когда спиртовой столбик микроманометра установится на нулевой отметке;

4) Набрать в шприц 1-2см^3 ацетона (в шприце не должно быть пузырьков воздуха), ввести его через иглу в сосуд. Шприц не вынимать из иглы до окончания опыта. Значение объема ацетона $V_{ж}$ занести в таблицу 12.1;

5) Когда показание микроманометра достигнет максимума, произвести отсчет длины Δh столбика спирта. Результат занести в таблицу;

6) Избыточное давление ΔP рассчитать по формуле $\Delta P = fg\Delta h$, где $f = 0{,}6\,\frac{кг}{м^3}$ – постоянная прибора, $g = 9{,}8\,\frac{м}{с^2}$. Результат занести в таблицу ;

7) По формуле (12.5) вычислить значение k (плотность ацетона $\rho = 789{,}3\frac{кг}{м^3}$, молярная масса $M = 58{,}08 \cdot 10^{-3}\frac{кг}{моль}$). Результат занести в таблицу;

8) Шприц отделить от иглы, удалить пробку, проветрить сосуд с помощью воздухопродувки и снова закрыть;

9) Измерения и расчеты по пунктам 2-8 повторить 5 раз для различных объемов жидкости;

10) Обработать результаты измерений по пунктам 2-9 упражнения 1 лабораторной работы 1;

11) Сравнить полученное экспериментальное значение с теоретическим значением (12.4);

Таблица 12.1

$T, К$	$V_{ж}, м^3$	$\Delta h, м$	$\Delta P, Па$	$k_i, \frac{Дж}{К}$	$\langle k \rangle$	Δk_i	$(\Delta k_i)^2$	$\sigma(\langle k \rangle)$	$t(\alpha, n)$	$\langle \Delta k \rangle$	$\varepsilon,\%$

12.3 Контрольные вопросы:

1 Идеальный газ.
2 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.
3 Уравнение состояния идеального газа.
4 Вывод рабочей формулы.
5 Порядок выполнения работы.

13 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ДЛЯ ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА И ДЕЗОРМА

Цель работы: изучение изопроцессов в воздухе, определение их характеристик.

13.1 Теоретическое введение

В термодинамике для характеристики тепловых свойств тел используется понятие теплоемкости. Величина, определяемая количеством теплоты δQ, необходимым для нагревания 1кг вещества на 1К, называется удельной теплоемкостью c:

$$c = \frac{\delta Q}{m\,dT}.$$

Помимо удельной теплоемкости, часто удобно пользоваться молярной теплоемкостью C - величиной, определяемой количеством теплоты δQ, необходимым для нагревания 1 моля вещества на 1К:

$$C = \frac{\delta Q}{\nu\ dT}, \qquad (13.1)$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ - количество вещества, M – его молярная масса.

Удельная c и молярная C теплоемкости связаны зависимостью

$$C = cM,$$

единицами их измерения являются соответственно $\frac{Дж}{кг\,К}$ и $\frac{Дж}{моль К}$.

Различают теплоемкости (удельную и молярную) при постоянном объеме (c_V и C_V) и постоянном давлении (c_p и C_p), если в процессе нагревания вещества его объем V или давление P поддерживаются постоянными.

Определим C_V и C_p из первого начала термодинамики, согласно которому количество теплоты Q, сообщенное системе в процессе изменения ее состояния, расходуется на изменение ее внутренней энергии ΔU и на совершение системой работы A против внешних сил

$$Q = \Delta U + A$$

или в дифференциальной форме

$$\delta Q = dU + \delta A. \qquad (13.2)$$

Учитывая, что

$$\delta A = PdV \qquad (13.3)$$

и выразив δQ из (13.1) первое начало для 1 моля газа можно записать в виде

$$CdT = dU_M + pdV. \qquad (13.4)$$

При изохорном процессе ($V = const$) работа внешних сил (13.3) равна нулю и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии

$$C_V = \frac{dU_M}{dT}. \qquad (13.5)$$

Следовательно, при увеличении температуры газа массой m его внутренняя энергия возрастает на величину

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT . \qquad (13.6)$$

Если газ нагревается изобарно ($P = const$), то выражение (13.4) можно записать в виде $C_P = \frac{dU_M}{dT} + \frac{PdV_M}{dT}$,

где $\frac{dU_M}{dT}$ не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа не зависит ни от P, ни от V, а определяется лишь T) и всегда равна C_V. Для преобразования второго слагаемого продифференцируем уравнение состояния для 1 моля газа $PV_M = RT$ по T $(P = const)$ (см. (12.2а) лаб. раб. №12) $\frac{PdV_M}{dT} = R$.

Следовательно, $C_P = C_V + R \qquad (13.7)$

Это уравнение Майера. C_P всегда больше C_V на величину универсальной газовой постоянной R.

Теплоемкости C_P и C_V можно выразить через число степеней свободы молекул i (число независимых величин, полностью определяющих положение системы в пространстве).

Т.к. внутренняя энергия 1 моля идеального газа $U_M = \frac{i}{2} RT$, то

$$C_V = \frac{dU_M}{dT} = \frac{i}{2} R, \qquad C_P = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R .$$

При рассмотрении термодинамических процессов важно знать характерное для каждого газа отношение $\frac{C_P}{C_V}$, обозначаемое через γ

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \qquad (13.8)$$

Величина γ называется показателем адиабаты, т.к. входит в уравнение адиабатного процесса, который характеризуется отсутствием теплообмена между системой и окружающей средой ($\delta Q = 0$). В первом приближении быстрые процессы можно считать адиабатными.

Из первого начала термодинамики (13.2) для адиабатного процесса

$$\delta A = -dU$$

следует, что внешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

Из этого равенства, с учетом(13.3) и (13.6), получаем

$$PdV = -\frac{m}{M} C_V dT . \qquad (13.9)$$

Откуда следует, что изменение объема газа сопровождается изменением его температуры. Знак минус указывает на то, что при адиабатном расширении газ охлаждается, а при адиабатном сжатии – нагревается.

Продифференцировав уравнение состояния $PV = \frac{m}{M} RT$

$$PdV + VdP = \frac{m}{M} RdT .$$

Разделив полученное равенство на (13.9) и учитывая (13.7) и (13.8), получим

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V} .$$

Интегрируя это уравнение в пределах от P_1 до P_2 и от V_1 до V_2 соответственно и затем, потенцируя, придем к выражению

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} . \qquad (13.10)$$

Состояния 1 и 2 произвольны поэтому

$$PV^{\gamma} = const . \qquad (13.10а)$$

Это уравнение Пуассона, описывающее адиабатный процесс. Показатель адиабаты γ можно определить экспериментально методом Клемана и Дезорма.

13.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: установка Клемана и Дезорма, показанная на рисунке 13.1, состоит из стеклянного баллона 1, манометра 2, насоса 3 и крана 4. Ручным насосом в баллон накачивается воздух. Избыточное по сравнению с атмосферным давление измеряется U-образным манометром.

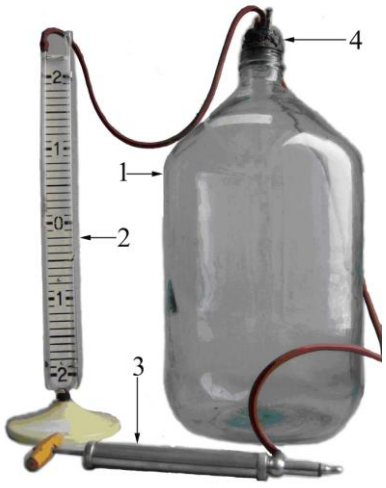


Рис.13.1

Сначала необходимо закрыть кран и быстро накачать в баллон воздух (адиабатное сжатие газа). Это вызовет повышение давления в баллоне и нагревание газа. Через некоторое время (1-2 минуты) воздух в баллоне охладится до комнатной температуры из-за передачи тепла через стенки баллона. Давление немного уменьшится, его значение P_1 определится выражением

$$P_1 = P_0 + \Delta P_1 , \qquad (13.11)$$

где P_0 - атмосферное давление, ΔP_1 - избыточное давление, измеряемое манометром.

Затем следует быстро открыть кран - газ расширится адиабатно (часть его выйдет из баллона) и охладится. Если после того, как прекратится шипение воздуха (давление в баллоне станет равным атмосферному давлению P_0) кран закрыть, то через некоторое время газ изохорно нагреется из-за передачи тепла через стенки баллона и его давление возрастет на величину ΔP_2

$$P_2 = P_0 + \Delta P_2 . \qquad (13.12)$$

Мысленно выделим в баллоне некоторую массу воздуха, которая остается в нем (не выходит из баллона при открытом кране) в течение всего

эксперимента. Рассмотрим 3 состояния этой массы газа, которые приведены в нижеследующей таблице.

Таблица 13.1

	Состояние системы	Объем	Давление	Температура
1	Кран закрыт, воздух сжат	V_1	$P_0 + \Delta P_1$	комнатная T_1
2	Кран открыт, воздух адиабатно расширен	V_2	P_0	Ниже комнатной T_2
3	Кран закрыт, температура установилась	V_2	$P_0 + \Delta P_2$	комнатная T_1

Из таблицы видно, что процесс перехода системы из состояния 1 в состояние 2 - адиабатное расширение, которое согласно (13.10) можно записать в виде

$(P_0 + \Delta P_1) V_1^{\gamma} = P_0 V_2^{\gamma}$, откуда $(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma} = \frac{P_0}{P_0 + \Delta P_1}$.

Процесс перехода 3-1 - изотермический, который согласно закону Бойля-Мариотта ($PV = const$) можно представить как:

$(P_0 + \Delta P_1) V_1 = (P_0 + \Delta P_2) V_2$, откуда $\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_0 + \Delta P_2}{P_0 + \Delta P_1}$

Из двух последних равенств получим

$$(\frac{P_0 + \Delta P_2}{P_0 + \Delta P_1})^{\gamma} = \frac{P_0}{P_0 + \Delta P_1}. \qquad (13.13)$$

Решим это уравнение относительно γ

$$\gamma = \frac{\lg P_0 - \lg(P_0 + \Delta P_1)}{\lg(P_0 + \Delta P_2) - \lg(P_0 + \Delta P_1)}.$$

Так как давления P_0, $(P_0 + \Delta P_2)$ и $(P_0 + \Delta P_1)$ незначительно отличаются друг от друга, то в первом приближении логарифмы величин можно заменить их численными значениями:

$$\gamma = \frac{P_0 - P_0 - \Delta P_1}{P_0 + \Delta P_2 - P_0 - \Delta P_1} = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2}. \qquad (13.14)$$

Выражая избыточное давление ΔP через разность уровней воды Δh в коленах манометра

$$\Delta P = fg\Delta h,$$

где f - постоянная прибора, g - ускорение свободного падения, получаем расчетную формулу для экспериментального определения показателя адиабаты γ

$$\gamma = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2}, \qquad (13.15)$$

где Δh_1 и Δh_2 - разности уровней воды в коленах манометра соответственно до и после расширения воздуха.

13.2.1 Порядок выполнения работы:

1) Закрыть кран и ручным насосом накачать воздух в баллон до тех пока разность уровней жидкости в коленах манометра не достигнет величины 30-40 см;

2) Снять отсчеты уровней жидкости в левом и правом коленах манометра после того, как их положение установится. Результаты занести в таблицу 13.2;

Таблица 13.2

Уровни до расширения		Δh_1	Уровни после расширения		Δh_2	γ_i	$\langle\gamma\rangle$	$\Delta\gamma_i$	$(\Delta\gamma_i)^2$	$\sigma(\langle\gamma\rangle)$	$t(\alpha,n)$	$\langle\Delta\gamma\rangle$	ε
Прав.	Лев.		Прав.	Лев.									

3) Определить Δh_1 как разность уровней жидкости в коленах. Результат занести в таблицу;

4) Быстро открыть кран и, как только уровни жидкости в коленах манометра выровняются, закрыть;

5) Снять отсчеты уровней жидкости в левом и правом коленах манометра после того, как их положение установится. Результаты занести в таблицу;

6) Определить Δh_2 как разность уровней жидкости в коленах. Результат занести в таблицу;

7) Вычислить значение показателя адиабаты γ по формуле (13.14). Результат занести в таблицу;

8) Измерения и расчеты по пунктам 1-6 повторить 5 раз;

9) Обработать результаты измерений по пунктам 2-9 упражнения 1 лабораторной работы 1;

10) По формуле (13.8) рассчитать значение γ для воздуха и сравнить его с экспериментальным значением.

13.3 Контрольные вопросы

1 Молярная и удельная теплоемкости.

2 Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам в идеальном газе.

3 Вывод рабочей формулы для экспериментального определения показателя адиабаты.

4 Порядок выполнения работы.

14 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО СЧЕТУ КАПЕЛЬ

Цель работы: изучение свойств поверхностного слоя жидкости.

14.1 Теоретическое введение

По внешним признакам жидкость характеризуется текучестью (легким изменением формы), не сжимаемостью и наличием свободной поверхности. В жидкостях средние расстояния между молекулами значительно меньше, чем в газах, поэтому силы молекулярного взаимодействия играют существенную роль.

На каждую частицу жидкости действуют силы притяжения со стороны окружающих ее молекул, которые убывают с увеличением расстояния R между ними и при $R > 1{,}5 \cdot 10^{-9}\,м$ становятся пренебрежимо малыми. Следовательно, каждая молекула жидкости взаимодействует только с соседними, центры которых лежат внутри сферы радиуса R, называемой **сферой молекулярного взаимодействия** (рисунок 14.1).

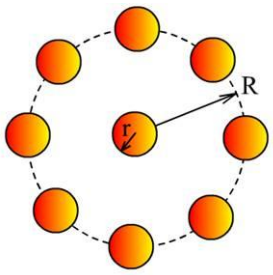


Рис. 14.1

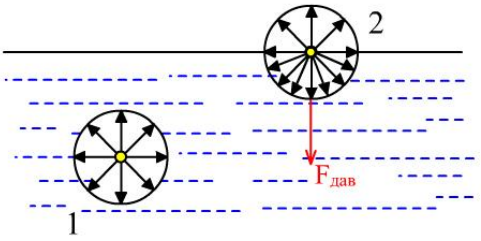


Рис. 14.2

Внутри жидкости каждую молекулу (1 на рисунке 14.2) со всех сторон окружает приблизительно одинаковое число частиц. Поэтому результирующая сил притяжения, действующих на нее со стороны других молекул равна нулю.

Молекулы поверхностного слоя (2) взаимодействуют с частицами жидкости и частицами находящегося над ней газа. Поскольку плотность газа меньше плотности жидкости, то число молекул в верхней части сферы молекулярного взаимодействия меньше, чем в нижней. Результирующая сила $F_{давл}$ не равна нулю и направлена внутрь жидкости перпендикулярно ее поверхности. Поэтому слой поверхностных молекул оказывает на всю жидкость давление, называемое **внутренним или молекулярным давлением**..

Переход молекул из глубины жидкости на поверхность сопровождается работой против $F_{давл}$, что приводит к увеличению потенциальной энергии молекул поверхностного слоя. Средняя кинетическая энергия частиц, определяемая температурой, в случае равновесного состояния жидкости ($T = const$) одинакова и в поверхностном слое, и внутри объема жидкости.

Та часть потенциальной энергии, которая изотермически может быть обращена в работу, называется **свободной энергией.** Следовательно,

поверхностный слой жидкости обладает избыточной свободной энергией, которая стремится к минимуму, следовательно, поверхность жидкости стремится к уменьшению. Так, при отсутствии внешних сил жидкость принимает форму шара, т.е. форму тела, которое при данном объеме имеет минимальную поверхность (например, в условиях невесомости).

Значит, все молекулы поверхностного слоя обладают большей потенциальной энергией, чем молекулы в остальном объеме жидкости. Поскольку потенциальная энергия – энергия взаимодействия, то между молекулами поверхностного слоя проявляются силы притяжения, действующие вдоль поверхности. Они называются **силами поверхностного натяжения,** так как создают в поверхностном слое стремление сжать (сократить) поверхность. Толщина поверхностного слоя, в котором действует силовое поле, составляет величину порядка нескольких межмолекулярных расстояний, т.е. порядка 10^{-9} *м*.

На образование единицы площади поверхности жидкости требуется совершить определенную работу, которая служит мерой свободной энергии. Она определяет удельную поверхностную энергию (или **коэффициент поверхностного натяжения** α) – величину, равную отношению работы ΔA изотермического образования поверхности жидкости к площади этой поверхности ΔS, т.е.

$$\alpha = \frac{\Delta A}{\Delta S}. \qquad (14.1)$$

Рассмотрим такой опыт. Рамка $ABCD$ затянута пленкой жидкости (рисунок 14.3), причем сторона AD пленки может свободно перемещаться. Начальное положение пленки A_1D_1. При сокращении поверхности жидкости пленка перемещается на расстояние h. Чтобы удержать ее в равновесии, надо приложить силу $\vec{F}$, равную силе поверхностного натяжения. За счет уменьшения свободной энергии будет совершена работа

$$\Delta A = F_{нат} h. \qquad (14.2)$$

Предполагается, что опыт протекает в изотермических условиях; при этом $F = const$ (в отличие от упругой силы). Если длина стороны AD пленки равна l, то изменение площади пленки (с учетом того, что жидкость на рамке имеет две поверхности) при ее сокращении составит

$$\Delta S = 2h \cdot l. \qquad (14.3)$$

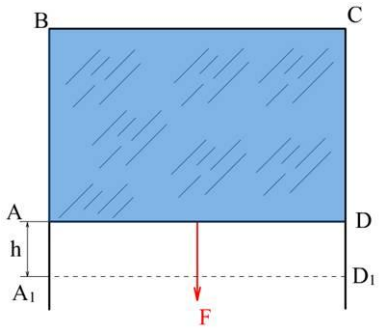


Рис. 14.3

Так как изменение свободной энергии поверхности численно равно работе молекулярных сил, то из формулы (14.1) запишем

$$\Delta A = \alpha \Delta S = \alpha \cdot 2h\, l. \qquad (14.1а)$$

Сопоставляя это равенство с (14.2), получим

$$\alpha \cdot 2h\, l = F_{нат} h,$$

откуда

$$\alpha = \frac{F_{нат}}{2l}, \qquad (14.4)$$

т.е. коэффициент поверхностного натяжения численно равен силе поверхностного натяжения, приходящейся на единицу длины граничной линии на поверхности жидкости. В случае одной поверхности

$$\alpha = \frac{F_{нат}}{l}. \qquad (14.4а)$$

Сила поверхностного натяжения направлена по нормали к любому элементу линии (контуру), ограничивающему поверхность жидкости, и касательна к поверхности жидкости.

Коэффициент α зависит от химического состава жидкости и температуры. Одним из методов определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости является метод отсчета капель.

14.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: работа выполняется на установке, представляющей собой вертикально установленную стеклянную бюретку, оканчивающуюся узким капилляром. Режимы вытекания жидкости из бюреток можно регулировать краном.

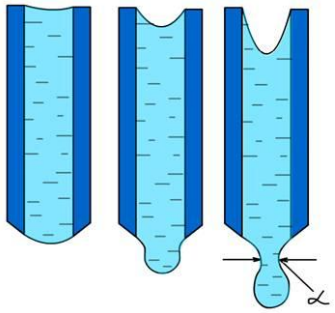


Рис.14.4

При медленном вытекании жидкости на конце капилляра образуется капля, последовательные стадии образования, роста и отрыва которой изображены на рисунке 14.4. При определенном размере капли на ней образуется шейка (сужение), которая постепенно становится все тоньше. От падения каплю удерживает сила поверхностного натяжения $F_{нат}$, которая в момент отрыва равна силе тяжести капли:

$$mg = F_{нат}. \qquad (14.5)$$

Выразив массу капли m через ее объем υ и плотность жидкости ρ, а силу поверхностного натяжения (14.4а) через диаметр шейки капли d, последнее равенство можно записать в виде

$$\rho \upsilon g = \alpha l = \alpha \pi d, \qquad (14.6)$$

где $l = \pi d$ - периметр шейки капли, g - ускорение свободного падения.

Определить диаметр шейки капли в момент ее отрыва довольно сложно, поэтому на практике коэффициент α определяют не непосредственно из формулы (14.6), а используют относительный метод измерения. Он заключается в сравнении коэффициентов поверхностного натяжения эталонной и исследуемой жидкостей. Для этого необходимо одинаковые объемы V эталонной и исследуемой жидкостей прокапать через капилляр и посчитать число капель $N_{эт}$ капель эталонной и N капель исследуемой жидкости. Они связаны зависимостью

$$N_{эт}\upsilon_{эт} = N\upsilon = V, \qquad (14.7)$$

где $\upsilon_{эт}$ и υ - объемы капель эталонной и исследуемой жидкостей.

Запишем равенство (14.6) для двух жидкостей, умножив каждое из них на соответствующее число капель

$$N_{эт}\rho_{эт}\upsilon_{эт}g = N_{эт}\alpha_{эт}\pi d\,,$$

$$N\rho\upsilon g = N\alpha\pi\, d\,. \qquad (14.8)$$

С учетом (14.7) последние равенства примут вид

$$\rho_{эт}V g = N_{эт}\alpha_{эт}\pi d\,,$$

$$\rho V g = N\alpha\pi d\,.$$

Разделив почленно первое равенство на второе, получим

$$\frac{\rho_{эт}}{\rho} = \frac{N_{эт}\alpha_{эт}}{N\alpha}\,.$$

Откуда коэффициент поверхностного натяжения можно рассчитать по формуле:

$$\alpha = \frac{N_{эт}}{N}\frac{\rho}{\rho_{эт}}\alpha_{эт}\,. \qquad (14.9)$$

Обычно в качестве эталонной жидкости используют дистиллированную воду, значения коэффициентов поверхностного натяжения которой $\alpha_{эт}$ при различных температурах приведены в нижеследующей таблице.

Таблица 14.1

t^0c	$\alpha\cdot10^{-3},\frac{Н}{м}$	t^0c	$\alpha\cdot10^{-3},\frac{Н}{м}$	t^0c	$\alpha\cdot10^{-3},\frac{Н}{м}$	t^0c	$\alpha\cdot10^{-3},\frac{Н}{м}$
14	73,4	17	73б0	20	72,6	23	72,0
15	73,3	18	72,8	21	72,4	24	71,9
16	73,1	19	72,7	22	72,2	25	71,8

Оценить погрешности косвенного определения коэффициента α по формуле (14.9) следует путем дифференцирования натурального логарифма функции $\alpha = f(N_{эт}, N)$ (см. формулу (1.16) лаб. раб. №1)

$$\varepsilon = \frac{\Delta\alpha}{\langle\alpha\rangle} = d\ln\alpha\,. \qquad (14.10)$$

Прологарифмируем выражение (14.9)

$$\ln\alpha = \ln N_{эт} + \ln\rho + \ln\alpha_{эт} - \ln N - \ln\rho_{эт}\,. \qquad (14.11)$$

Возьмем дифференциал натурального логарифма

$$d\ln\alpha = \frac{dN_{эт}}{N_{эт}} - \frac{dN}{N}\quad. \qquad (14.12)$$

Заменив знак d на Δ и минус перед дифференциалом на плюс, получим

$$\varepsilon = \frac{\Delta N_{эт}}{N_{эт}} + \frac{\Delta N}{N}\,. \qquad (14.13)$$

14.2.1 Порядок выполнения работы:

1) При открытом кране промыть два-три раза бюретку эталонной жидкостью, в качестве которой используют дистиллированную воду;

2) Налить в бюретку дистиллированную воду до определенного уровня, открыть кран так, чтобы жидкость начала капать;

3) Посчитать количество капель, содержащихся в налитом объеме воды. Значение $N_{эт}$ занести в таблицу 14.2;

4) Повторить подсчет капель 5 раз. Вычислить значения $\langle N_{эт} \rangle$ и $\langle \Delta N_{эт} \rangle$;

5) При открытом кране два-три раза промыть бюретку исследуемой жидкостью (например, спиртом);

6) Налить в бюретку исследуемую жидкость до того же уровня, что и дистиллированную воду, открыть кран так, чтобы жидкость начала капать;

7) Сосчитать число капель, содержащихся в налитом объеме жидкости. Значение N занести в таблицу;

8) Повторить подсчет капель 5 раз. Вычислить значения $\langle N \rangle$ и $\langle \Delta N \rangle$;

9) По таблице 14.1 определить коэффициент поверхностного натяжения воды $\alpha_{эт}$ при температуре проведения опыта;

10) По справочнику найти плотностей эталонной и исследуемой жидкостей. Значения $\rho_{эт}$ и ρ занести в таблицу;

11) Подставляя в формулу (14.9) средние значения $\langle N_{эт} \rangle$ и $\langle N \rangle$ вычислить коэффициент $\langle \alpha \rangle$ исследуемой жидкости;

12) Подставляя в формулу (14.13) значения $\langle N_{эт} \rangle$, $\langle \Delta N_{эт} \rangle$, $\langle N \rangle$ и $\langle \Delta N \rangle$ вычислить относительную погрешность измерений ε;

13) Абсолютную погрешность рассчитать по формуле (14.10) $\Delta\alpha = \varepsilon \cdot \langle \alpha \rangle$;

14) Окончательный результат представить в виде

$$\alpha = \langle \alpha \rangle \pm \langle \Delta\alpha \rangle .$$

Таблица 14.2

№	$N_{эт}$	$\langle N_{эт} \rangle$	$\Delta N_{эт}$	$\langle \Delta N_{эт} \rangle$	N	$\langle N \rangle$	ΔN	$\langle \Delta N \rangle$	$\rho_{эт}$	ρ	$\langle \alpha \rangle$	ε	$\Delta\alpha$

14.3 Контрольные вопросы

1 Физические причины, обусловливающие явления поверхностного натяжения.

2 Физический смысл коэффициента поверхностного натяжения.

3 Вывод рабочей формулы. Порядок выполнения работы.

15 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

Цель работы: изучение законов движения тел в вязкой среде, определение коэффициента вязкости жидкости.

15.1 Теоретическое введение

В термодинамически неравновесных системах возникают особые необратимые процессы, называемые **явлениями переноса,** в результате которых происходит перенос в пространстве некоторой физической величины. К таким явлениям относятся теплопроводность (перенос энергии), диффузия (перенос массы) и внутреннее трение (перенос импульса). Рассмотрим внутреннее трение (вязкость).

Внутреннее трение возникает между слоями жидкости или газа, движущимися параллельно друг к другу с различными по модулю скоростями. На медленно движущийся слой действует ускоряющая сила со стороны слоя, движущегося быстрее. И наоборот, быстро движущиеся слои жидкости тормозятся слоями, перемещающимися медленнее. При этом возникают силы трения, направленные по касательной к поверхности соприкосновения слоев. С молекулярно-кинетической точки зрения причиной вязкости является наложение упорядоченного движения различных слоев газа и их хаотического теплового движения.

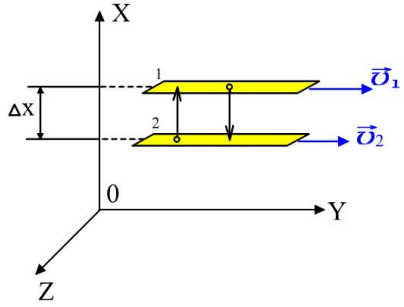


Рис.15.1

Рассмотрим два слоя жидкости 1 и 2, движущихся параллельно друг другу со скоростями $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$, причем $\upsilon_1 > \upsilon_2$ (рисунок 15.1). Благодаря хаотическому тепловому движению молекулы переходят из слоя в слой и «переносят» импульсы $m\vec{\upsilon}$ своего упорядоченного движения. При переходе молекул из слоя 1, движущегося быстрее, в слой 2 частицы переносят большие импульсы и соударения между молекулами приводят к ускорению упорядоченного движения слоя 2. При переходе из слоя 2, движущегося медленнее, в слой 1 перешедшие частицы ускоряют свое упорядоченное движение, а молекулы слоя 1 замедляются. В результате этих процессов переноса импульса молекул между слоями 1 и 2 возникают силы внутреннего трения, которые подчиняются закону Ньютона

$$F = \eta \left| \frac{\Delta \upsilon}{\Delta x} \right| S , \qquad (15.1)$$

где η - коэффициент внутреннего трения или коэффициент динамической вязкости жидкости; $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta x}$ - градиент скорости (показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении, перпендикулярном направлению движения слоев); S - площадка, на которую действует сила

трения F. Сила F считается положительной, если она ускоряет слой и отрицательной, если тормозит.

При движении тела в вязкой жидкости возникают силы сопротивления, которые при небольших скоростях обусловлены силами внутреннего трения. Например, при движении шарика слой жидкости, прилипший к его поверхности, движется со скоростью шарика. Скорости остальных слоев уменьшаются по мере удаления от шарика. Согласно Стоксу, для тел шарообразной формы при малых скоростях движения сила трения равна

$$F_{тр} = 6\pi\eta r\upsilon, \qquad (15.2)$$

где r - радиус шарика, υ - скорость его движения.

На падающий шарик в жидкости действуют три силы, показанные на рисунке 15.2: сила тяжести $\vec{P}$, выталкивающая сила Архимеда $\vec{F}_A$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$, которая возникает только при движении и зависит от скорости.

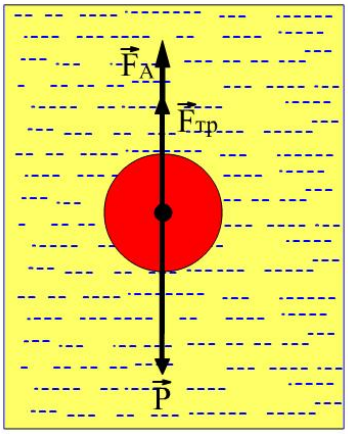


Рис. 15.2

Выразим силы $\vec{P}$ и $\vec{F}_A$ через объем шарика ($\frac{4}{3}\pi r^3$), плотность материала шарика $\rho_ш$ и плотность жидкости $\rho_ж$

$$P = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_ш g \quad , \qquad (15.3)$$

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_ж g\,. \qquad (15.4)$$

Под действием результирующей силы

$$R = P - F_A - F_{тр} \qquad (15.5)$$

шарик начинает ускоренно двигаться вниз. С возрастанием скорости его движения $F_{тр}$ возрастает. Через некоторое время силы уравновесятся и его движение станет равномерным. Следовательно, шарик будет двигаться с постоянной скоростью υ_0 при равновесии сил

$$6\pi\eta r\upsilon_й = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_ш - \rho_ж)g\,. \qquad (15.6)$$

Из последнего равенства получаем выражение для определения коэффициента вязкости

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{g\,r^2(\rho_ш - \rho_ж)}{\upsilon_0}. \qquad (15.7)$$

15.2 Выполнение работы

Приборы и принадлежности: два широких цилиндрических сосуда (рисунок 15.3), заполненные глицерином и касторовым маслом, свинцовые шарики, микрометр, секундомер.

15.2.1 Порядок выполнения работы



Рис. 15.3

1) Измерить расстояние между горизонтальными штрихами на сосуде, отмечающими участок пути, на котором шарик движется равномерно. Значение l занести в таблицу 15.1;

2) Несколько раз по разным направлениям измерить диаметр свинцового шарика с точностью до сотых долей миллиметра. Среднее значение d занести в таблицу;

3) Установить глаз на уровне верхней метки на цилиндре;

4) Опустить шарик в жидкость;

5) В момент прохождения шариком верхней отметки включить секундомер;

6) Установить глаз на уровне нижней отметки на цилиндре;

7) В момент прохождения шариком нижней отметки выключить секундомер;

8) Время t прохождения шариком расстояния l занести в таблицу;

9) Рассчитать скорость равномерного движения шарика по формуле $\upsilon_0 = \frac{l}{t}$, значение υ_0 занести в таблицу;

10) Рассчитать коэффициент вязкости по формуле 15.7. Значение η занести в таблицу;

11) Измерения d и t повторить не менее 5 раз для каждой жидкости;

12) Определить наиболее вероятное значение коэффициента вязкости каждой жидкости по формуле (1.1). Значение $\langle\eta\rangle$ занести в таблицу;

Таблица 15.1

	$l, м$	$d_i, м$	t_i, c	$\upsilon_{0_i}, \frac{м}{c}$	$\eta_i, Па \cdot c$	$\langle\eta\rangle$	$\lvert\Delta\eta_i\rvert$	$(\Delta\eta_i)^2$	$\sigma(\langle\eta_i\rangle)$	$t(\alpha, n)$	$\Delta\eta$	ε
Глицерин												
1												
2												
3												
4												
5												
Касторовое масло												
1												
2												
3												
4												
5												

13) Определить модули отклонений каждого измерения от среднего по формуле (1.2). Значения $|\Delta\eta_i|$ занести в таблицу;

14) Оценить среднюю квадратичную погрешность результатов измерений по формуле (1.7).Значение $\sigma(\langle\eta_i\rangle)$ занести в таблицу;

15) По таблице найти значение коэффициента Стьюдента для вероятности α, указанной преподавателем, и числа n измерений. Значение $t(\alpha, n)$ занести в таблицу;

16) Найти доверительный интервал (погрешность измерения) по формуле (1.9). Значение $\Delta\eta$ занести в таблицу;

17) Вычислить относительную погрешность по формуле (1.10). Значение ε занести в таблицу;

18) Окончательный результат записать в виде (1.11).

15.3 Контрольные вопросы

1 Явления переноса, их молекулярно-кинетическое толкование.

2 Закон Ньютона для внутреннего трения.

3 Экспериментальное определение коэффициента внутреннего трения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики.- М.-: Наука, Физматлит, 1998, т.1.
2. Детлаф А.А., Яворский.Б.М. Курс физики.- М.: Высшая школа, 1999.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001.
4. Архангельский М.М. Курс физики. Механика. – М.: Просвещение, 1975.
5. Астахов А.В. Курс физики. Механика и кинетическая теория материи. –М.: наука, 1977.
6. Кикоин И.К., Кикоин А.К. Молекулярная физика. – М.: ГИФМ, 1983.
7. Телеснин Р.В. Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1980.

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1.	Математическая обработка результатов измерения физических величин	6
2.	Изучение законов кинематики и динамики поступательного движения	11
3.	Изучение упругого и неупругого удара тел	18
4.	Изучение законов динамики вращательного движения	22
5.	Определение момента инерции махового колеса	30
6.	Определение момента инерции гироскопа	34
7.	Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника	39
8.	Определения ускорения свободного падения с помощью физического оборотного маятника	43
9.	Определение модуля сдвига и модуля кручения при помощи крутильных колебаний	48
10.	Определение скорости полета снаряда при помощи баллистического крутильного маятника	52
11.	Определение скорости звука в воздухе	56
12.	Определение постоянной Больцмана	61
13.	Определение показателя адиабаты методом Клемана и Дезорма	64
14.	Определение поверхностного натяжения жидкости по счету капель	69
15.	Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса	74
	Список литературы	78

Учебное издание

Л.Б.Сулеева

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие

Зав. РИО *З.А.Губайдулина*
Редактор *Л.С.Смаилханова*
Техн. редактор *Ж.К.Еланова*
Компьютерный набор и верстка

Подписано в печать «…»……..2004 г.

Тираж 700 экз. Формат 60x84 1/16. Бумага типогр.№1.
Объем 5,0 уч-изд.л. Заказ №…. Цена договорная.

Издание Казахского национального технического университета
Им. К.И.Сатпаева
Издательский центр КазНТУ, Алматы, ул.Ладыгина,32