

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ.И. Сәтбаев атындағы
Қазақ ұлттық техникалық университеті

З.М. Рахымбекова

МАТЕРИАЛДАР МЕХАНИКАСЫ

II-басылым

Университеттің Ғылыми-әдістемелік кеңесі
оқу құралы ретінде ұсынған

Алматы 2012

ЖОК 531(075.8)

Р 24

- Р 24** Рахымбекова З.М. Материалдар механикасы. Оқу құралы. – Алматы: ҚазҰТУ, 2012. – 256 бет.
Сурет – 150. Кесте – 27. Библиографиялық тізім – 40 атау.
ISBN 978–601–228–342–6

Бұл оқу құралында – материалдар механикасының заңдары мен теориялары, материалдардың физика-химиялық қасиеттері, сондай-ақ олардың тәжірибе жүзінде дәлелденген қорытындылары қарастырылады. Әрбір тарауда негізгі теориялық түсініктер келтірілген, есептеу формулаларының ақырғы тұжырымдары өрнектелген.

Көтерілген мәселеге қатысы бар есептеу кестелері мен графиктер, суреттер, мысалдарда елеулі орын алады.

Кітап – техникалық жоғары оқу орындарының оқытушылары мен бакалаврларға, магистранттарға, студенттерге, инженерлер мен конструкторларға арналған.

ЖОК 531(075.8)

Пікір жазғандар:

Отарбаев Ж.О., Қ.И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТУ, техн., ғыл., докт., профессор;

Достанова С.Г., ҚазБСҚА техн., ғыл., докт., профессор;

*Уалиев Ф., Ө.А. Жолдасбеков атындағы «Механика және машинатану» институтының «Машина механикасы» лаборатория меңгерушісі, техн., ғыл., докт., профессор,
«ҚР Ұлттық Академиясының» академигі.*

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің
2012 жылғы жоспары бойынша басылды.

ISBN 978–601–228–342–6

© Рахымбекова З.М., 2012

© ҚазҰТУ, 2012

*Аяулы анам
Назкен Айнабекқызына
арнаған ескерткішім болсын.
Автор*

АЛҒЫ СӨЗ

Материалдар механикасы – жалпы білім беретін инженерлік пәндердің негізі, аса маңыздылардың бірі бола отырып, мамандар қалыптасуында елеулі рөл атқарады. Әсіресе механикалық, машинажасау және құрылыс инженерлері мамандықтарында материалдар кедергісіне зор маңыз беріледі.

Жоғары оқу орындары қайта құру кезеңінде дәрістердің сағатын азайтып, студенттердің өз бегінше ізденуіне, жұмыс істеуіне мол мүмкіндіктер туғызуы керек. Ал аталған курс бойынша ана тілінде жазылған оқу-әдістемелік әдебиеттер жоқтың қасы. Ұсынылып отырған еңбек – осы міндеттерді шешуге деген талпыныс қана.

Бұл еңбек – автордың ұзақ жылдар бойы Қазақ Ұлттық техникалық университетінде оқыған дәрістері, педагогтік тәжірибелері негізінде жазылды. Оқу құралы ретінде пайдаланылатын анықтамалық техникалық жоғары оқу орындарының бағдар-ламасымен ғана шектелмейді, оған көптеген қосымша материалдар енгізілді. Осы пәннің негізгі заңдары мен теориялары атап айтқанда: созылу, сығылу, бұралу, иілу, статикалық анықталмаған жүйелер (күштер әдісі), кернеулік күй, беріктік теориялары, созымдылық деформация, орнықтылық, жылжығыштық. Күштердің динамикалық әсері, сонымен бірге олардың тәжірибе жүзінде дәлелденген тұжырымдары мен қорытындылары қарастырылады.

Оқу құралына серпімді-созымды және сызықты емес серпімділік материалдардан жасалған арқалықтардың иілу теориясы – деп аталатын және тақырып енгізіліп, ол нақты

мысалдармен тұжырымдалды. Әр тақырып түсінікті, әрі көрнекті болуы үшін қосымша суреттер мен жаттығу мысалдары берілді. Анықтама беруші формулалардың ақырғы қорытындылары кестелер, әрбір тарауда қысқаша жалпы теориялық түсініктер беріле отырып, негізгі болжамдарға сай ережелер, маңызды қорытындылар мен кеңестер ұсынылады.

Материалдар механикасы анықтамалығы қазақ тілінде жазылған алғашқы еңбектердің бірі болғандықтан, ол кемшіліксіз де емес әрине, бұған дейін жарық көрген кітаптарымыз («Материалдар кедергісі», 1987,1999; «Материалдар механикасы», 2007; «Деформацияның қарапайым түрлері», 1988; «Материалдар механикасы терминдерінің түсіндірме сөздігі», 1993; «Материалдар механикасы терминдерінің ағылшынша-орысша-қазақша түсіндірме сөздігі» 2007; «Материалдар механикасының есептер жинағы» 2008) осыған алып келген жолдар ғана еді. Сондықтан, оқырман қолына тигелі отырған еңбегіме орай айтылған сын-ескертпелерді, ұсыныстарды, талап-тілектерді ризашылықпен қабыл аламын.

І ТАРАУ

ЖАЛПЫ ТҮСІНІКТЕР

1. Материалдар механикасы және оның негізгі міндеттері

Материалдар механикасы құрылыстар мен машина бөліктерінің беріктігі қатандығы және орнықтылығы мәселелерін зерттейтін ғылым саласы болып табылады.

Беріктік – деп құрылманың немесе оның жеке бөліктерінің сыртқы күш әсеріне қирамай, қарсыласу қабілетін айтамыз.

Қатаңдық – құрылманың немесе оның жеке бөліктерінің сыртқы күш әсерінен болатын деформацияға қарсыласу қабілетін айтамыз.

Орнықтылық – құрылманың немесе оның жеке бөліктерінің сыртқы күштің әсерінде серпімді тепе-теңдік бастапқы калпын сақтау болып табылады.

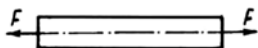
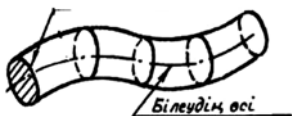
Материалдар механикасында физиканың, математиканың және теориялық механиканың негізгі ережелері пайдаланылады. Материалдар механикасы теориялық және серпімділік деректерге негізделеді. Нақты мәселелерді шешкен кезде, есептеу формалары теориялық әдіспен қорытылады. Ал, материалдың негізгі механикалық сипаттамасы эксперименттік әдіспен анықталады.

Инженерлік практикада кездесетін сан алуан құрылма элементтері формалары мен өлшемдеріне байланысты негізгі топтарға бөлінеді. Бұлар – білеу, пластина мен қабықшалар, кеңістік денелер.

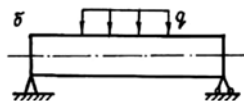
Білеу – деп бір өлшемі (ұзындығы) басқа екеуіне қарағанда анағұрлым үлкен болатын призма не цилиндр қалыпты денені айтады. Білеуге призма қалыпты емес тік өсті денелер де жатады. Білеу өсі – деп көлденең қималардың ауырлық центрі арқылы өтетін сызықты айтады (1.1-сурет). Өлшемнің қатынасымен әсер ететін күш сипатына орай білеу сырыққа (стерженьге) және арқалыққа ажыратылады. Сырық – деп

жіңішке ұзын білеуді (әдетте тік өсті) айтады. Ол созылады және сығылады (1.2 а-сурет). Арқалық деп көлденең және шамалы көлбеу қалыпта болатын қалың білеуді айтады. Ол иілуге негізделеді (1.2 б-сурет). Құрылыс практикасында сырықтың біріктірілген түрлері кездеседі. Олар – ферма, жақтау.

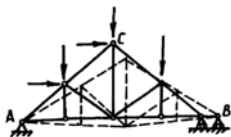
Ферма – геометриялық формасы өзгермейтін, ұштары топсамен бекітілген бірнеше сырықтардан құрастырылған жүйе. Күш тек оның түйініне түседі. Деформация кезінде түйіндер орын ауыстырады. Ал сырықтар бір-біріне байланысты бұрылып, майыспай сол қалпында қалады. 1.3-суретте әсер ететін күш пен ферма бейнеленген. Ферма түйіндері мен сырықтардың деформациядан кәдімгі орны үзік сызықпен көрсетілген.



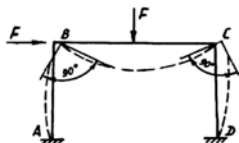
1.1-сурет



1.2-сурет



1.3-сурет



1.4-сурет

Түйіндерде өзара қатаң біріктірілген сырықтар жүйесін жақтау деп атайды. Жақтауға әсер ететін күштер сырықтың бойындағы әртүрлі нүктеге түсуі мүмкін. Жақтаудың деформациясы кезінде бұл сырықтар иілгенімен, олардың түйіндегі бұрыштары өз шамасын өзгертпейді. 1.4-суретте деформацияға дейінгі және деформациядан кейінгі жақтау көрсетілген.

Қалыңдығы – деп аталатын бір өлшемі өзге екеуінен едәуір кіші және қисық беттермен шектесетін дене қабықша деп аталады. Егер дене параллель жазықтармен шектелсе, онда оны тақта (плита), пластина, мембрана (қалыңдығына байланысты) деп атайды.

Үш өлшемі де шамалас денелер шомбал іргетасы немесе кеңістік денелер деп те аталады.

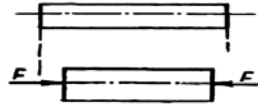
«Материалдар механикасы» пәнінде әдетте, құрылманы немесе оның жеке бөліктерін есептеудің жолын жеңілдету үшін бірқатар болжамдар қабылданып, математикалық қарапайым әдістер пайдаланылады. Көбінесе білеу теріздес денелер немесе олардан құрылған қарапайым жүйелер қарастырылады.

2. Деформация түрлері

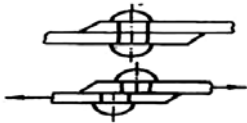
Барлық нақты денелер деформацияланады (қалыпсызданады), яғни өлшемдері мен қалыптарын өзгертеді. Денелердің деформациясы сыртқы күш әсерінен немесе температура өзгеруінен және басқа себептерден де болады. Егер күш белгілі бір мәннен аспаса, деформация күштің өсуіне пропорционал артады, ал күш әсерін тоқтатса, дене бастапқы қалпына келеді. Денелердің бұл қасиетін серпімділік дейді. Шамасы айтарлықтай үлкен сыртқы күш әсерінен дененің қирамай, қайтымсыз деформациялану қасиетін созылымдылық деп атаймыз.



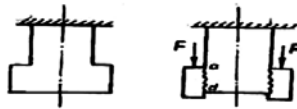
1.5-сурет



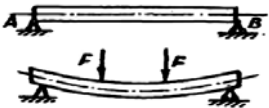
1.6-сурет



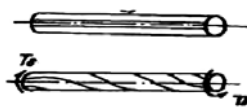
1.7-сурет



1.8-сурет



1.9-сурет



1.10-сурет

Күш тоқталған кезде денелерде, пайда болатын деформацияның жойылуын серпімді деформация, ал жойылмаса серпімсіз, созылымды не қалдық деформация дейді.

Материалдар кедергісінде деформацияның негізгі түрлері: созылу және сығылу, ығысу, иілу, бұралу, бойлық иілу қарастырылады және солардың нәтижесінде пайда болатын күрделі деформациялар да зерттеледі.

Созылу мен сығылу тік білеудің өсі мен қарама-қарсы бағытталған сыртқы күш әсерінен болады. Созылу кезінде (1.5-сурет) білеу ұзарады, ал сығылу кезінде (1.6-сурет) қысқарады, бірақ екі жадайда да өс тік күйінде өзгеріссіз қалады.

Ығысу немесе кесу білеудің бір бөлігі келесісімен салыстырғанда жылжуға ұмтылатын деформация түрлері болып табылады. Бұған мысал ретіне 1.7 және 1.8-суреттер тойтарманың кесігі және ағаш білеудің пайда болуы көрсетілген.

Иілу кезінде күштер білеу өсіне перпендикуляр бағыттанып, оның симметрия жазықтығында жатады (1.9-сурет). Иілу кезінде білеу өсі майысады.

Бұралу тік білеудің ұштарына түсірілген қос күштің әсерінен пайда болады да (1.10-сурет), білеу өсіне перпендикуляр бағытталады. Бұралу кезінде білеу өсі тік түзу күйінде қалады, ал оның сыртқы беттері бұрандалы сызыққа айналады.

Деформацияның бойлық сығу күші әсеріне негізделген түрі де бар. Өс бойымен ағылған ұзын тік сырыққа күш әсері белгілі бір мәннен артып кеткенде майысуы мүмкін. Бұл құбылысты бойлық иілу деп атайды.

Күрделі кедергі-білеуге күш әсерінің екі немесе бірнеше түрі әсер етуі нәтижесінде: екі жазықтықтағы иілу, созылу (сығылу) мен иілу, бұралу мен иілу, т.б. пайда болады.

3. Негізгі болжамдар мен қағидалар

Материалдар механикасы теорияларын құру үшін материалдар құрылымы, қасиеттері туралы, деформация мен күштер, т.б. деректер туралы бірнеше болжамдар мен қағидалар қабылданады.

1. *Тұтас орта туралы болжам.* Кез келген дене үздіксіз

орта деп қарастырылып, оның дискреттік (атомдық) құрылымы ескерілмейді.

2. *Біртектілік және изотроптылық туралы болжамдар.* Материалдардың қасиеттері барлық нүктелерінде біртекті, материалдар изотропты, яғни олардың механикалық қасиеттері барлық бағытта бірдей болады.

3. *Бастапқы өлшемдердің қағидасы.* Бұл қағида бойынша статикалық теңдеулерді (тепе-теңдік) құру кезінде күш түскенге дейін дененің геометриялық өлшемдерін алады.

4. *Күш әсерлерінің тәуелсіздік қағидасы* (суперпозиция қағидасы). Бұл қағида бойынша денедегі топ күштер әсерлерінің нәтижесі сол топтағы жеке күштер әсерлері нәтижелерінің қосындысына тең.

5. *Сен-Венан қағидасы.* Бұл қағида бойынша құрылма элементтеріне түсірілген сыртқы күш әсерінен белгілі бір қашықтықта пайда болатын ішкі кернеу сыртқы күштің түсуіне байланысты болжайды. Созылған сырықты зерттеу кезінде сыртқы күштердің тең әсерін ескеріп, оның түсіру әдісіне көңіл бөлмейміз. Бұл күштің сырықтың сыртқы күшті түсіру аумағын алып тастап, есептеу схемасын қарастырамыз.

4. Сыртқы күштер және олардың түрлері

Денеге әсер ететін күштер бірнеше түрге бөлінеді. *Беттік күш* – деп денеге беті арқылы берілетін күшті айтады. Мысалы, арқалықта не тақтада жатқан жүк және оған тіреуіш тарапынан болатын қарсы әсер.

Көлемдік күш – деп дененің көлемі арқылы берілетін, әрі ішкі нүктеге түсетін күшті айтады. Мысалы, шомбал арқалықтың салмағы немесе үдемелі қозғалған денеде пайда болған инерция күштері осыған жатады. Көлемдік күш Н/м^3 немесе кН/м^3 пен өлшенеді.

Қадалған күш – деп өз өлшемімен салыстырғанда өте шағын бетке түсетін күшті айтады. Кейбір есептерде бұл нүктеге түскен күш деп те түсіндіріледі. Қадалған күш ньютонмен Н, килоньютонмен кН және меганьютонмен МН өлшенеді.

Таралған жүктеме күш – деп дене бетінің ауданына немесе беттік сызыққа әсер ететін салмақты айтады. Мысалы, үй шатырындағы қар қысымы шатыр ауданына жайылады. Ол қарқындылығымен сипатталады. *Қарқындылық* – деп жүктеме күшті бірлік ауданға немесе бірлік ұзындыққа түсірілген шамасын айтады. Таралған жүктеме күштің ауданға қатысты өлшем бірлігі: Н/м^2 немесе кН/м^2 , ал ұзындыққа – Н/м немесе кН/м .

Дененің бірлік ауданына, не оның бөлігіне түсетін жүктеме күштің қарқындылары бірдей болса, оны *тең таралған жүктеме күш* дейді.

Әсер ететін уақытына қарай жүктеме күштер *тұрақты, үздіксіз, уақытша* болып бөлінеді. Мысалы, теміржолдың көпірге түсіретін жүктеме күші тұрақты, ал көпір үстімен өтетін поездің салмағы уақытша жүктеме күш болып табылады.

Әсер ету жылдамдығына қарай сыртқы күштер *статикалық және динамикалық күштерге* бөлінеді.

Статикалық жүктеме күш деп соңғы шамасына жеткенше жылдамдығы баяу, жеткен соң тұрақты болып қалатын жүктеме күшті айтады. Мұндай жүктеме күштердің үдеу шамасы ескерілмейді.

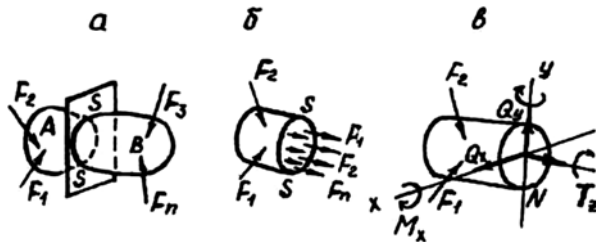
Динамикалық жүктеме күштің әсер ету жылдамдығы шапшаң болады да, бұл жағдайда үдеу және үйкеліс күштері ескеріледі. Динамикалық жүктеме күштерді *соққы, айнымалы-қайталанбалы және т.б.* жүктеме күштерге бөледі. Бір дененің екінші денеге соқтығысуы арқылы берілетін жүктеме күшті соққы деп атайды. Машина бөлшектеріне уақытша тәуелді, периодты түрде қайталанып түсетін жүктеме күштерді айнымалы-қайталанбалы жүктеме күштер деп атайды. Мәселен, қозғалыстағы машинаның шатун, бірлік сияқты бөліктеріне немесе теміржол вагонының өсіне түсетін жүктеме күштер айнымалы-қайталанбалы жүктеме күштерге жатады.

5. Ішкі күштер, қималар әдісі, кернеу

Сыртқы күштің әсерінен білеу деформацияланып, ол ішкі күштерді, яғни білеудің жеке бөліктері арасында өзара әрекет

етуші күштерді тудырады. Ішкі күштерді зерттеу барысында оларды алдын ала қарастырады да сыртқы күштерге түрлендіріп, анықтайды. Ішкі күштерді зерттеуде пайдаланылатын негізгі тәсілді қималар әдісі деп атайды.

Ішкі күштерді дененің кез келген нүктесінен табу үшін берілген білеуді жазықтықпен ойша қияды (1.11-сурет), бір бөлігін алып тастайды. Бөліктің бүкіл $S-S$ қимаға таралған әсерін ішкі күштермен алмастырады. Кез келген күштер жүйесі тәрізді ішкі күштерді де бір нүктеге (әдетте қиманың ауырлық центріне) жинайды. Соның нәтижесінде қимада ішкі күштердің бас векторы мен бас моменттің x, y, z өстеріне проекцияласақ, онда қиманың ар жағында алты статикалық шама: үш әсер N, Q_y, Q_z және үш момент M_x, M_y, M_z пайда болады. Осы шамаларды білеу қимасындағы ішкі әсерлері мен моменттері дейді. Олар тепе-теңдік теңдеулері арқылы анықталады.



1.11-сурет

Қиманың ішкі күш әсерлері мен моменттері үш мынадай анықтамаларды беруге болады:

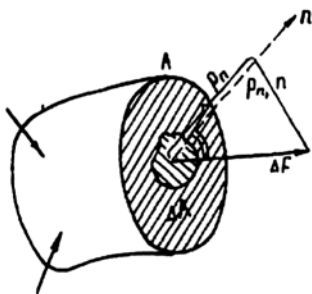
N – бойлық немесе өстік, өс бойымен бағытталған күш;

Q_x, Q_y – x және y өстері бағытына сәйкес қима жақтарының ығысуын туғызатын көлденең (кесіп өтетін) күштер;

T_δ – бұраушы момент;

M_x, M_y – июші моменттер.

Дененің тұтас құрылымы туралы болжамға сүйеніп, ішкі күштер бүкіл қима бойына таралған деуге болады. Оларды анықтау үшін дененің $S-S$ қимасында өте кішкентай ΔA ауданды



1.12-сурет

бөліп алайық (1.12-сурет). Бұл ауданға түсетін күштердің жиынтығы ΔF болсын. ΔF -ның ΔA -ға қатынасы ауданның орта кернеуі деп аталады. Сонда, $p_{op} = \frac{F}{A}$.

Аудан шексіз азайғанда, оған сәйкес ΔF күш те азаяды. Аудан нөлге жуықтағанда, бұл қатынас нүктенің толық кернеуін сипаттайды:

$$p_n = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{F}{A}.$$

Сонымен, ішкі күштің кернеуі бірлік ауданға әсер ететін ішкі күштің қарқындылығын білдіреді. Кернеу H/m^2 , $\kappa H/m^2$ және МПа өлшенеді. σ_n тік кернеу p_n векторының n тік проекциясына тең:

$$\sigma_n = p_n \cos(p_n^\wedge, n);$$

τ_n жанама кернеуі p_n толық кернеудің аудан жазықтығы проекциясына тең:

$$\sigma_n = p_n \sin(p_n^\wedge, n).$$

II ТАРАУ

КӨЛДЕНЕҢ ҚИМАЛАРДЫҢ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫ

Білеулердің деформацияға қарсыласу қабілеттері олардың материалдары мен өлшемдаріне ғана емес, сонымен қатар көлденең қималарының аудандары мен формаларына байланысты. Созылу және сығылу теориясында білеудің көлденең қимасының өлшемі мен формасы қарапайым геометриялық сипаттама арқылы анықталады, яғни қима ауданымен өрнектеледі. Иілу және бұралу теориясында қиманың күрделі геометриялық сипаттамалары: статикалық моменттері, инерция моменттері, кедергі моменттері, инерция радиусы қарастырылады.

1. Қиманың статикалық моменттері

Білеудің қайсыбір көлденең қимасын аламыз (2.1-сурет). Оны x , y координатор жүйесімен байланыстырып, мынадай екі интегралды қарастырамыз:

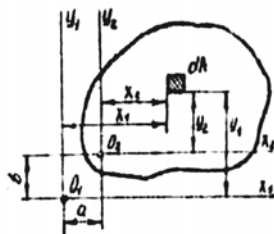
$$S_x = \int_A y dA, \quad S_y = \int_A x dA, \quad (2.1)$$

мұндағы интегралдың A индексі интегралдау бүкіл қима ауданында болатындығын көрсетеді. Әрбір интеграл dA элементар аудандарының өстегі x не y -ға дейінгі қашықтығы көбейтіндісінің жиыны болып саналады. Бірінші интеграл қиманың x өсіне сәйкес, ал екінші y өсіне *статикалық момент* деп аталады. Статикалық моменттің өлшемі – см^3 , м^3 .

Өстерді параллель көшіру кезінде статикалық моменттердің шамалары өзгереді. x_1, y_1 және x_2, y_2 параллель өстердің қос жұбын қарастырамыз. x_1 және x_2 өстерінің арасы b -ға, ал y_1 және y_2 өстерінікі a -ға тең болсын (2.2-сурет). Қима ауданы A пен x_1 және y_1 өстеріне қатысты статикалық момент, яғни S_{x1} және S_{y1} берілген деп ұйғарайық. S_{x2} және S_{y2} анықтау керек.



2.1-сурет



2.2-сурет

Яғни $x_1 = x_2 - a$, $y_1 = y_2 - b$. Ізделіп отырған статикалық моменттер мынаған тең:

$$S_{x_2} = \int_A (y_1 - b) dA, \quad S_{y_2} = \int_A (x_1 - a) dA,$$

немесе

$$S_{x_2} = S_{x_1} - bA, \quad S_{y_2} = S_{y_1} - aA.$$

Сонымен, өстерді параллель көшіргенде статикалық моменттер A ауданы мен өстердің арақашықтығының көбейтіндісіне тең болады.

Бірінші қорытылған өрнекті

$$S_{x_2} = S_{x_1} - bA,$$

деп алып, қарастырайық. b шамасы оң да, теріс те болуы мүмкін. Сондықтан оны таңдағанда бір-ақ рет bA көбейтіндісі S_{x_1} -ге тең болатындай өтіп алуға. Сонда S_{x_2} статикалық моменті x_2 өсіне қатысты нөлге айналады.

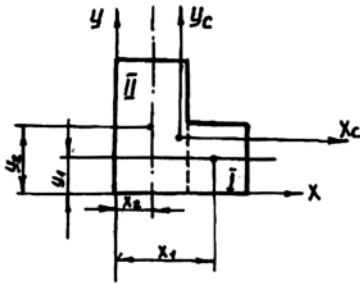
Статикалық моменті нөлге тең болатын өсті *центрлік өс* деп атайды. Параллель өстердің ішінде ол жеке-дара болады және оған дейін кез келген x_1 өстің қашықтығы былай анықталады:

$$b = y_c = \frac{S_{x_1}}{A}. \quad (2.2)$$

Ал, басқа параллель өстер үшін де осыған ұқсас тендеу құрылады:

$$a = x_c = \frac{S}{A} y_1. \quad (2.3)$$

Центрлік өстердің қиылысу нүктесі қиманың *ауырлық центрі* деп аталады. Қиманың центрлік өске қарағандағы статикалық моменті нөлге тең. Қиманың бөлігі бір өске қарағандағы статикалық моментін табу үшін оны қарапайым фигураларға (үшбұрыш, тік төртбұрыш, дөңгелек т. б.) жіктеген ыңғайлы. Сонда қиманың статикалық моменті оның қарапайым бөліктерінің сәйкес статикалық моменттері қосындысына тең. Мұндай қималарды фигура деп атайды.



2.3-сурет

Статикалық моменттердің формулаларын пайдаланып, кез келген күрделі фигураның ауырлық центрінің координаттарын табуға болады. Мәселен, күрделі қима екі тік төртбұрыштардан құрылсын делік (2.3-сурет). Күрделі фигураның x , y өстеріне қарағандағы статикалық моменттері келесі формулалармен анықталады:

$$S_x = y_c A = y_1 A_1 + y_2 A_2, \quad S_y = x_c A = x_1 A_1 + x_2 A_2;$$

мұндағы A_1 – бірінші тік төртбұрыштың, A_2 – екінші төртбұрыштың, A – күрделі қиманың аудандары; x_1 , y_1 – бірінші тік төртбұрыштың, x_2 , y_2 – екінші тік төртбұрыштың, ал x_c , y_c – күрделі фигураның ауырлық центрлерінің координаттары (2.2) және (2.3) формулалардан:

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2};$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2};$$

күрделі фигураның ауырлық центрлерінің координаттарымен анықтаймыз.

2. Қиманың инерция моменттері

Берілген қиманың x, y өстеріне қатысты төрт интегралды қарастырайық:

$$\begin{aligned} I_x &= \int_A y^2 dA; & I_y &= \int_A x^2 dA; \\ I_{xy} &= \int_A xy dA; & I_p &= \int_A \rho^2 dA. \end{aligned} \quad (2.4)$$

x және y арқылы кез келген x, y координаттар жүйесіндегі dA элементар алаңның координаттары белгіленеді (2.1-сурет). Алғашқы екі интеграл қиманың x және y өстеріне қатысты *өстік инерция моменттер* деп аталады. Үшінші интеграл қиманың x және y өстеріне қатысты бар центрден тепкіш *инерция моменті* деп аталады. Төртінші интеграл – өрістік *инерция моменті*. Инерция моменттерінің өлшем бірлігі: $\text{см}^4, \text{м}^4$.

Алаң dA оң болғандықтан, өстік және өрістік инерция моменттері әрқашан оң болады. Центрден тепкіш инерция моменті қиманың x, y өстері жүйесіне қатысты орналасуына сәйкес оң және теріс болуы мүмкін.

3. Өстерді параллель көшіру кезіндегі инерция моменттері

Қиманың өзара перпендикуляр x_1, y_1 центрлік өстеріне қарағандағы инерция және статикалық моменттер берілсін делік. x_2 және y_2 өстеріне қатысты инерция моменттерін анықтау қажет (2.2-сурет).

$$\begin{aligned} I_{y_2} &= \int_A x_2^2 dA; \\ I_{x_2} &= \int_A y_2^2 dA; \\ I_{x_2 y_2} &= \int_A x_2 y_2 dA. \end{aligned}$$

$x_2 = x_1 - a$ және $y_2 = y_1 - b$ орнына қойсақ

$$\begin{aligned} I_{x_2} &= \int_A (y_1 - b)^2 dA; \\ I_{y_2} &= \int_A (x_1 - a)^2 dA; \\ I_{x_2 y_2} &= \int_A (x_1 - a)(y_1 - b) dA. \end{aligned}$$

Жақшаларды ашып, жоғары формулалардағы белгілеу бойынша мына теңдіктерді жазамыз:

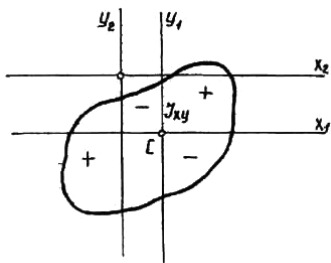
$$\left. \begin{aligned} I_{x_2} &= I_{x_1} - 2bS_{x_1} + b^2 A; \\ I_{y_2} &= I_{y_1} - 2aS_{y_1} + a^2 A; \\ I_{x_2 y_2} &= I_{x_1 y_1} - aS_{x_1} - bS_{y_1} + abA. \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Егер x_1 және y_1 центрлік өстер болса, онда $S_{x_1} = S_{y_1} = 0$ және табылған өрнектер ықшамдалады:

$$\left. \begin{aligned} I_{x_2} &= I_{x_1} + b^2 A; \\ I_{y_2} &= I_{y_1} + a^2 A; \\ I_{x_2 y_2} &= I_{x_1 y_1} + abA. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Сонымен, өстерді параллель көшірген кезде (олардың біреуі – центрлік) өстік инерция моменті A ауданы мен өстердің арақашықтығы квадратының көбейтіндісіне тең шамаға өзгереді. (2.6) формуласының алғашқы екеуінен параллель өстердің ішінде минималь инерция моменті центрлік өске ($a=0$ немесе $b=0$) қатысты пайда болады. Сонымен, центрлік өстерден центрлік емес өстерге ауысқанда өстік инерция моменті артса, оған $a^2 A$, $b^2 A$ шамаларды қосу қажет, ал центрлік емес өстерден центрлік өске ауысса, азайту керек.

Центрден тепкіш моментті анықтау кезінде a және b шамаларының таңбасын ескеру керек. Кейде өстерді параллель көшіру кезінде I_{xy} шамасы қай бағытқа өзгертіндігін бірден білуге болады. Ол үшін ауданның бөлігі x_1 , y_1 координат жүйесінің I және III квадратында (2.4-сурет) центрден тепкіш инерция моменті оң, ал II және IV квадратында теріс мәнге ие



2.4-сурет

болатындығын естен шығармау керек. Сондықтан, өстерді параллель көшіру кезінде abA қосылғышының таңбасын қосылатын төрт ауданның қайсысының үлкейетініне және азаятынына сәйкес анықтау оңай. Мысалы, x_1, y_1 центрлік өстерден (2.4-сурет) x_2, y_2 өстерге көше, онда IV квадраттың ауданы кенет үлкейеді де, инерция моменті

азаяды. Демек $I_{x_1 y_1}$ моменттен abA көбейтіндісін шегеру қажет.

4. Қарапайым қималардың өстерге қатысты инерция моменттері

Жоғарыдағы формулаларды пайдаланып, қарапайым қималардың өстерге қатысты инерция моменттерін анықтаймыз.

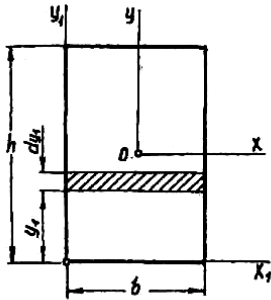
Тікбұрыш (2.5-сурет). $dA = bdy$ теңдігін өске алып x_1 өсіне сәйкес инерция моментін былай табамыз:

$$I_{x_1} = \int_A y_1^2 dA = \int_A y_1^2 b dy_1;$$

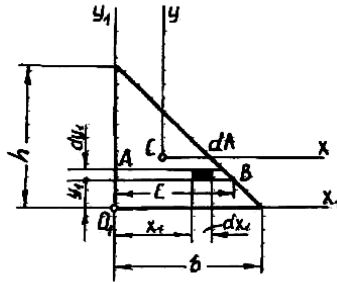
немесе

$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{3};$$

көшіру формуласын пайдаланып, центрлік өске инерция моментін анықтаймыз:



2.5-сурет



2.6-сурет

$$I_X = I_{x_1} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 A;$$

немесе

$$I_X = \frac{bh^3}{12}; \quad (2.7)$$

Үшбұрыш (2.6-сурет). $b(y) = \frac{b}{h}(h - y)$; $dA = \frac{b}{h}(h - y)dy$ еске

алып, x_1 өсіне қатысты инерция моментін мынадай жолмен шығарамыз:

$$I_{x_1} = \frac{b}{h} \int_0^h (h - y_1) y_1^2 dy_1;$$

немесе

$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{12}.$$

Тікбұрышты үшбұрыштың қасиеттерімен үйлесетін өстерге қатысты центрден тепкіш инерция моментін анықтаймыз:

$$I_{x_1 y_1} = y_1 dy_1 \int_0^b x_1 dx_1 = y_1 dy_1 \frac{b^1}{2};$$

Бірақ $b_1 = \frac{b}{h}(h - y_1)$ сондықтан:

$$I_{x_1 y_1} = \frac{b^2}{2h^2} (h - y_1)^2 y_1 dy_1.$$

Бұл өрнекті 0-ден h -қа дейін y_1 бойынша интегралдайық:

$$I_{x_1 y_1} = \frac{b^2}{2h^2} \int_0^h (h - y_1)^2 y_1 dy_1;$$

немесе

$$I_{x_1 y_1} = \frac{b^2 h^2}{24};$$

x , y центрлік өстер жүйесіне көшкенде, II және III квадраттардың аудандары үлкейіп, центрден тепкіш моменттің теріс мәнін береді. Сондықтан $I_{x_1 y_1}$ шамасын азайту үшін көшіру формуласы бойынша көбейтіндіні шегереміз

$$S_{xy} = I_{x_1 y_1} - \frac{h}{3} \frac{b}{3} A;$$

немесе

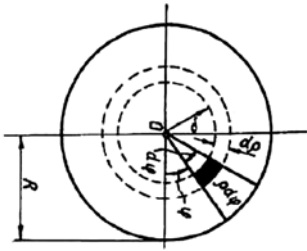
$$I_{xy} = -\frac{b^2 h^2}{72}.$$

Шеңбер (2.7-сурет). Екі радиуспен және екі параллель шеңбермен бөлініп алынған элементар аудан көрсетілген $dA = \rho d\varphi d\rho$. Бүкіл ауданды интегралдауды қос интегралдаумен ауыстырсақ, өрістік моментін аламыз:

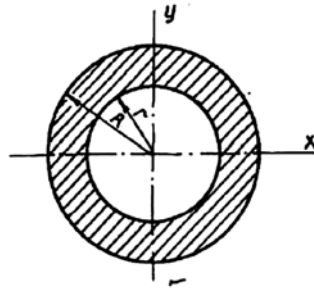
$$I_P = \int_A \rho^2 dA = \int_A \int_A \rho^2 \rho d\varphi d\rho = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \rho^2 d\rho = \frac{\pi R^4}{2}; \quad (2.8)$$

$\rho^2 = (x^2 + y^2)$ болғандығынан, өрістік инерция моменті қос өстік инерция моменттерінің қосындысына тең:

$$I_P = I_X + I_Y; \quad (2.9)$$



2.7-сурет



2.8-сурет

бұдан

$$I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{4}. \quad (2.10)$$

Сақина (2.8-сурет). Сақинаның инерция моментін сыртқы және ішкі екі шеңбер арқылы инерция моменттерінің айырмасы түрінде табуға болады.

Өрістік инерция моменті мына формула бойынша анықталады:

$$I_P = \frac{\pi R^4}{2} - \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4).$$

Өстік инерция моменті келесі формуламен анықталады:

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4). \quad (2.11)$$

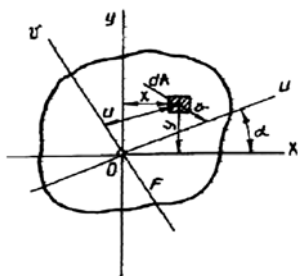
5. Өстерді бұру кезіндегі инерция моменттері

O_x және O_y өстерге сәйкес инерция моменттері берілген делік. Өстердің алғашқы жүйесіне сәйкес α бұрышқа бұрылған O_u және O_v өстерінің инерция моменттерін (2.9-сурет) табайық.

Кез келген dA ауданын аламыз да оның координаттарын жаңа өстердегі координатымен өрнектейміз:

$$v = y \cos \alpha - x \sin \alpha;$$

$$u = y \sin \alpha + x \cos \alpha.$$



2.9-сурет

O_u өсіне сәйкес инерция моментін табамыз:

$$I_u = \int_A v^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA;$$

$$I_x = \int_A y^2 dA; \quad I_y = \int_A x^2 dA;$$

$$I_{xy} = \int_A xy dA;$$

екенін ескерсек, төмендегі теңдеуді шығарамыз:

$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha; \quad (2.12)$$

Дәл осылайша

$$I_v = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha; \quad (2.13)$$

екенін табуға болады.

Центрден тепкіш инерция моменті мына түрде жазылады:

$$I_{uv} = \int_A (y \cos \alpha - \sin \alpha)(y \sin \alpha + x \cos \alpha) dA =$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha \int_A y^2 dA - \sin \alpha \cos \alpha \int_A x^2 dA + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \int_A xy dA;$$

немесе

$$I_{uv} = I_{xy} \cos 2\alpha + \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha; \quad (2.14)$$

Егер өстік моменттерін қоссақ, онда

$$I_u + I_v = I_x + I_y = I_p.$$

Яғни, өзара перпендикуляр өстерге қарағандағы инерция моменттерінің қосындысы осы өстерді кез келген бір бұрышқа бұрғаннан өзгермей, тұрақты болып қалады.

Енді, өстік инерция моменттерінің айырмасын қарастырсақ

$$I_u - I_v = (I_x - I_y) \cos 2\alpha - 2I_{xy} \sin 2\alpha = (I_x - I_y) \frac{1}{\cos 2\alpha_0}.$$

Сөйтіп өзара перпендикуляр өстерге қатысты өстік инерция моменттерінің айырмасы осы өстерге қатысты центрден тепкіш-инерция моментінің шамасына тең екенін көреміз.

6. Инерция бас өстері. Бас моменттері

Алдыңғы тарауда алынған (2.12) формуласынан кез келген өске сәйкес инерция моментінің шамасы өстің α көлбеу бұрышына байланысты екендігі байқалады. Яғни инерция моменті экстремаль шамаға жететіндей α_0 бұрышын табуға болады. Экстремумды табу үшін (2.12) өрнегіндегі бірінші туындыны нөлге теңестіріп және $\alpha = \alpha_0$ деп алып,

$$\frac{dI_u}{d\alpha} = 2I_x \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 + 2I_y \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - 2I_{xy} \cos \alpha_0 = 0;$$

немесе

$$(I_x - I_y) \sin 2\alpha_0 + 2I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0;$$

бұдан

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}. \quad (2.15)$$

Алынған формула α_0 бұрыш үшін екі мағына береді: α'_0 және $\alpha''_0 = \alpha'_0 + 90^\circ$, олай болса, инерция моменттері экстремаль мәнге ие болатындай екі қарама-қарсы перпендикуляр өстер пайда болады. Мұндай өстерді инерция бас өстері, ал осы өстерге сәйкес инерция моменттерін бас инерция моменттері деп атайды. Бас өстерге сәйкес центрден тепкіш инерция моменті де нөлге тең.

Тиянақты зерттеулер инерция бас өстерінің біреуіне сәйкес инерция моменті экстремаль мәнге, екіншісіне сәйкес минималь мәнге ие болатындығын көрсетеді:

$$I_{\max} = \frac{1}{2}(I_x + I_y) + \frac{1}{2}(I_x - I_y) \cos 2\alpha + I_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$I_{\min} = \frac{1}{2}(I_x + I_y) - \frac{1}{2}(I_x - I_y) \cos 2\alpha - I_{xy} \sin 2\alpha.$$

Бұл формулаларды түрлендіру үшін төмендегі теңдеулерді

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}}; \quad \sin 2\alpha = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}};$$

еске түсірейік.

(2.15) өрнегінің көмегімен α бұрышын алып тастаймыз.

Сонда

$$I_{\min}^{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}. \quad (2.16)$$

Жоғарғы таңба максималь, ал төменгісі минималь инерция моменттеріне сәйкес келеді.

Егер қиманың симметрия өсі болса, онда ол әрқашан бас өс болады. Өстің екі жағында жатқан қима бөліктерінің центрден тепкіш инерция моменттері шамасы жағынан тең, ал таңбасы жағынан қарама-қарсы болады. Демек, $I_{xy} = 0$ және x , y бас өстер болады.

7. Инерция эллипсі және оның қасиеттері

Өстік инерция моменті мен қима ауданының арасындағы байланыс арқылы табылатын шаманы:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}. \quad (2.17)$$

қиманың инерция радиусы деп атайды.

Кез келген фигура үшін Oy және Ox өстері бас центрлік өстер болсын делік. Инерцияның бас өспен салыстырғанда α бұрышқа көлбеу орналасқан өске сәйкес инерция моменті өрнегін жазайық:

$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha;$$

Барлық қосылғыштарды A -ға бөлсек:

$$i_u = i_x \cos^2 \alpha + i_y \sin^2 \alpha. \quad (2.18)$$

Жарты өс үшін фигураның инерция радиусын алып, координат өстерінде эллипс саламыз (2.10-сурет). Ox өсінің

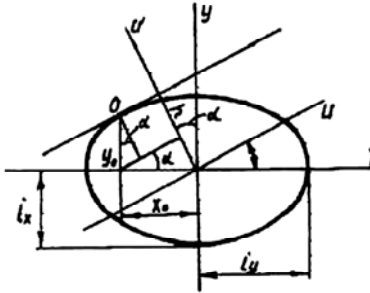
бойынан i_y радиус, ал Oy өсіне сәйкес i_x инерция радиусын белгілейік. Осы эллипстің теңдеуін жазамыз:

$$\frac{y^2}{i_x^2} + \frac{x^2}{i_y^2} = 1. \quad (2.19)$$

Осы эллипс фигураның инерция эллипсі деп аталады. Эллипске жанаманың теңдеуін жазып:

$$\frac{yy_0}{i_x^2} + \frac{xx_0}{i_y^2} = 1; \quad (2.20)$$

оны O_u өсіне параллель жүргіземіз (мұндағы y_0 және x_0 жанасу нүктесінің координаттары). Одан ары жанамамен O_u



2.10-сурет

өсінің қашықтығын табамыз. Суреттен

$$h = y_0 \cos \alpha + x_0 \sin \alpha;$$

тең екендігі көрінеді.

Барлық мүшелерін h -қа бөліп

$$\frac{y_0 \cos \alpha}{h} + \frac{x_0 \sin \alpha}{h} = 1, \quad (2.21)$$

(2.21) және (2.20) теңдеулерін салыстырсақ:

$$\frac{y}{i_x^2} = \frac{\cos \alpha}{h}, \quad \frac{x}{i_y^2} = \frac{\sin \alpha}{h},$$

немесе

$$\frac{y^2}{i_x^2} = \frac{i_x^2 \cos^2 \alpha}{h^2}, \quad \frac{x^2}{i_y^2} = \frac{i_y^2 \sin^2 \alpha}{h^2},$$

Инерция эллипсінің теңдеуіне алынған өрнектерді қойсақ, онда

$$\frac{i_x^2 \cos^2 \alpha}{h^2} + \frac{i_y^2 \sin^2 \alpha}{h^2} = 1,$$

болады, бұдан

$$h^2 = i_x^2 \cos^2 \alpha + i_y^2 \sin^2 \alpha.$$

Алынған тәуелділікті (2.18) өрнегімен салыстырғанда h шамасы көлбеу өске сәйкес инерция радиусына сан мәні бойынша тең екендігін көреміз. Инерция эллипсінің тұжырымдалған қасиеті координат басы арқылы өтетін кез келген өске сәйкес инерция моментін графиктік түрде анықтауға мүмкіндік береді. Ол үшін кез келген өске параллель етіп эллипске жанама жүргізіп, жанама мен өстің ең жақын арақашықтығын өлшеу жеткілікті. Бұл h қашықтық қарастырылған өстің инерция радиусына тең болады. Инерция моменті мына теңдік көмегімен анықталады:

$$I_u = h^2 A.$$

Егер инерция моменттері екі бас өске сәйкес өзара тең болса, онда инерция эллипсі шеңберге айналады. Бұл ауырлық центрі арқылы өтетін барлық өстерге қатысты инерция моменттері өзара тең болады деген сөз. Мұндай қималар үшін барлық өстер – бас өстер болады. Мұндай қималарға – сақина, шеңбер, квадрат және т. б. жатады.

8. Кедергі моменттері

Қиманың кедергі моменті арқалықтың иілуге қарсыласуын сипаттайды:

$$W = \frac{I_x}{y_{max}}.$$

$I_x - x$ өсіне қатысты инерция моменті, y_{max} – қиманың шеткі нүктесіне дейін қашықтық.

Кедергі моменттерінің өлшем бірлігі см^3 , м^3 . Ол көлденең қиманың түрі мен өлшеміне байланысты.

1. Тікбұрыш үшін (2.5):

$$W_x = \frac{I_x}{h/2} = \frac{bh^2}{6};$$

$$W_y = \frac{I_y}{b/2} = \frac{hb^2}{6}.$$

2. Шеңбер үшін (2.7):

$$W_x = W_y = W;$$

$$W = \frac{I_x}{d/2} = \frac{\pi r^3}{4} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3.$$

3. Сақина үшін (2.8):

$$W_x = W_y = W = \frac{I_x}{D/2} = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4) \approx 0.1D^3 (1 - \alpha^4);$$

мұндағы d – ішкі диаметрі, D – сыртқы диаметрі

$$\alpha = \frac{d}{D}.$$

Өрістік кедергі моменті I_p өрістік инерция моментінің p радиусы қатынасына тең:

$$W_p = \frac{I_p}{\rho}.$$

Бұл шама дөңгелек кима беріктігінің бұрау кезіндегі геометриялық сипаттамасы болады, өлшемі: см^3 , м^3 .

Өрістік кедергі моменті

1. Дөңгелек кима үшін

$$W_p = \frac{I_p}{R} = \frac{\pi R^3}{2} = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0.2D^3.$$

2. Сақина тәріздес кима үшін

$$W_p = \frac{I_p}{D/2} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4) \approx 0.2D^3 (1 - \alpha^4).$$

9. Күрделі қималардың геометриялық сипаттамалары

Күрделі қималардың геометриялық сипаттамаларын анықтау тәртібі келесі мысалда көрсетілген.

Берілген күрделі қиманың бас өстерінің орны мен оларға сәйкес инерция моменттерін анықтау керек (2.11-сурет).

Шешімі. Швеллер мен бұрыштың O_1 және O_2 ауырлық центрлерінен x_0 , y_0 және x_u , y_u центрлік өстерді жүргіземіз.

80x80x10 тең бүйірлі бұрыш үшін түрлер жиынтығынан $A_i = 15,1 \text{ см}^2$, $I_x = I_{IY} = 88,4 \text{ см}^4$, $I_{\max} = 140 \text{ см}^4$, $I_{\min} = 36,5 \text{ см}^4$, $x_{0,1} = 2,35 \text{ см}$.

№ 18 в швеллер үшін түрлер жиынтығынан

$$A_2 = 29,29 \text{ см}^2, \quad I_{x2} = 1369,9, \quad I_{2y} = 111 \text{ см}^4, \quad x_{0,2} = 1,84 \text{ см}.$$

1. Көмекші x , y өстерін қабылдап, күрделі қиманың статикалық моменттерін анықтаймыз:

$$S_x = A_{IY1} + A_{2Y2} = 15,1 \cdot 2,35 + 29,29 \cdot 9 = 299,5 \text{ см}^3.$$

$$S_y = A_1 x_1 + A_2 x_2 = 29,29(6,8 - 1,84) + 15,1 \cdot (6,8 + 2,35) = 283 \text{ см}^3.$$

3. Ауырлық центрінің координаттары келесі формула бойынша анықталады:

$$y_0 = \frac{299,5}{44,39} = 6,75 \text{ см};$$

$$x_0 = \frac{283}{44,3} = 6,38 \text{ см}.$$

Анықталған ауырлық центрі арқылы (O нүктесі) қосымша өстерге параллель, центрлік x_c және y_c өстерін жүргіземіз.

3. Енді центрлік өстерге сәйкес инерция моменттерін анықтайық:

$$I_{xc} = I_{x0} + a_1^2 A_0 + I_{xu} + a_2^2 A_u;$$

$$I_x = 1369,9 + 29,29(9 - 6,38)^2 + 88,4 + 15,1(6,38 - 2,35)^2 =$$

$$1369,9 + 202 + 88,4 + 244 = 1904,3 \text{ см}^4.$$

$$I = 111 + 29,29 + 1,82 + 88,4 + 15,1 \cdot 2,43 =$$

$$= 111 + 95 + 88,4 + 86,6 = 381 \text{ см}^4.$$

$$I_{xcyc} = A_u \cdot a_2 b_2 + A_0 \cdot a_1 b_1 + \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \sin 2\beta =$$

$$= 29,29 \cdot 2,62 \cdot 1,8 + 15,1 \cdot 4,03 \cdot 2,4 + \frac{140 - 36,5}{2} \cdot 1 =$$

$$138,5 + 146 + 51,7 = 336,3 \text{ см}^3.$$

4. Центрлік басты инерция өстерінің орнын табайық:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xcyc}}{I_{yc} - I_{xc}} = \frac{2 \cdot 336,3}{381 - 1904,3} = -0,44;$$

$$2\alpha = -23^\circ 50'; \quad \alpha = 11^\circ 50'; \quad \sin \alpha = -0,205; \\ \sin 2\alpha = -0,404; \quad \cos \alpha = 0,984; \quad \cos 2\alpha = 0,919.$$

Анықталған теріс таңбалы бұрышты центрлік өстерден сағат тілінің бағытына қарай өлшеп салып, центрлік бас өстерді жүргіземіз.

5. Центрлік бас инерция өстеріне сәйкес бас өстік инерция моменттерінің мәндері келесі формулалар бойынша анықталады:

$$I_x = I_y \cdot \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha = \\ = 1904,30 \cdot 0,984^2 + 381 \cdot 0,205^2 + 336 \cdot 0,404 = \\ = 1830 + 15,24 + 136 = 1981,24 \text{ см}^4. \\ I_y = I_y \cdot \cos^2 \alpha + I_x \sin^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha = \\ = 381 \cdot 0,984^2 + 1904,3 \cdot 0,205^2 - 336 \cdot 0,404 = \\ = 366 + 80 - 136 = 310 \text{ см}^4.$$

III ТАРАУ

МАТЕРИАЛДАРДЫҢ МЕХАНИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫ

1. Созылу диаграммасы

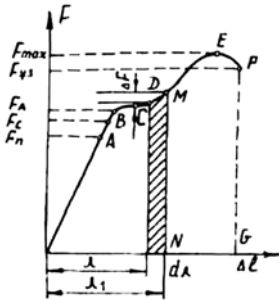
Сыртқы күш әсер ететін құрылмалардың беріктігін анықтау үшін қолданылатын материалдардың негізгі қасиеттерін және олардың қирауға дейінгі өзгеріс күйін зерттеу қажет. Бұл мақсатта пайдаланылатын материалдар үлгілерін лабораторияларда арнаулы машиналар арқылы сынайды.

Күш түсірмей тұрып үлгінің сынау жүргізілетін бөлігінің көлденең қима ауданын және ұзындығын өлшейді. Құралдардың жәрдемімен созу күшінің шамасын және Δl абсолют ұзаруды анықтайды.

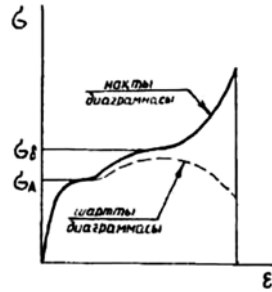
Сынау арқылы созу күші мен сырықтың ұзару шамаларының тәуелдігін дәлелдеуге болады. Нәтижені графикте көрсету үшін абсцисса өсіне ұзаруды, ал ордината өсіне күшті саламыз. Мұндай графикті *созылу диаграммасы* деп атайды (3.1-сурет).

Созылу диаграммасы қарастырылған үлгінің күйін сипаттайды. Зерттелетін материалды тікелей сипаттау үшін диаграмманы қайта құру керек: абсцисса өсіне әдетте процентпен өрнектелген салыстырмалы ұзаруды $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100\%$, ал ордината

өсіне кернеуді $\sigma = F/A_0$ саламыз. Мұндай график *кернеулердің шартты диаграммасы* деп аталады. Диаграмманың шартты деп аталу себебі, оны құрғанда үлгінің көлденең қима ауданының кішіреюі ескерілмейді. Егер кернеулерді есептегенде формуладағы бастапқы қима ауданының орнына дәл сол сәттегі күш мәніне сәйкес нақты ауданын қойса, онда ол нақты диаграмма болады. Сонымен, ординатасы үлгінің көлденең жіңішкеруіне сай есептелген кернеулер диаграммасы *кернеулерді нақты диаграммасы* деп аталады. 3.2-суретте тұтас сызықпен нақты, ал үзік сызықпен шартты диаграммалар көрсетілген.



3.1-сурет



3.2-сурет

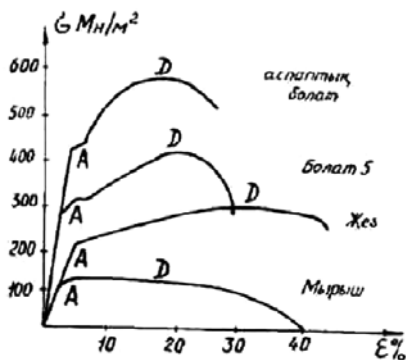
Шартты созылу диаграммасында бес ерекше нүктелер бар:

1. *Пропорционалдық шегі* $\sigma_n = \frac{F_n}{A_0}$ - тік кернеу салыстырмалы ұзаруға Гук заңы бойынша пропорционал өсетін ең үлкен кернеу.

2. *Серпімділік шегі* $\sigma_c = \frac{F_c}{A_0}$ - материалдың күш әсеріне төзімді ең үлкен кернеуі, бірақ бұл жағдайда қалдық деформация байқалмайды.

3. *Ағу шегі* $\sigma_A = \frac{F_A}{A_0}$ материалдың жұмсару кезіндегі

кернеуі күш артпаса да үлгі ұзара береді. Материалдардың құрылымын нақты зерттеу жұмыстары созымды деформация дамығанда материалдың құрылысы өзгеріске ұшырайтындығын, атап айтқанда жеке кристалдардың біріккен жазықтықтарында ығысу пайда болатындығын дәлелдейді. Өндеп жалтыратылған үлгі бетінде ығысуға сәйкес көлбеу сызықтар болғанын байқаймыз. Оларды Людерс – Чернов сызықтары деп атайды.



3.3-сурет

Кейбір материалдардың нақты ағу ауданы болмайды, сондықтан $\sigma_{0,2}$ деген *шартты аққыштық шегін* алады. $\sigma_{0,2}$ кернеу кезінде үлгінің қалдық салыстырмалы ұзаруы $\varepsilon \approx 0,2\%$ тең болады (3.3-сурет).

4. Құрылманың өзгерісі материалдың өздігінен қатаюына ықпал етіп, үлгіні одан әрі деформациялағанда күш әсерін арттыру қажет болады. F_{max} ең үлкен күші немесе қирату әсері кезінде материалдың

ішкі байланыстары қирауға жақын болады. Бұл кезде созымды деформациялар үлгі ұзындығының кішкентай бөлігінде шоғырланады. Соның нәтижесінде “кылта мойын” пайда болады. Ең үлкен күшке сай келетін кернеуді *беріктік шегі* σ_b не уақытша қарысуы деп атайды.

5. Үзілген үлгінің әрбір бөлігінде деформацияның серпімді бөлісі болмайды, оның қалдық бөлігі ғана сақталады. Сондықтан үзілгеннен кейін екі бөліктен құралған үлгінің ұзындығы l_y үзілу алдындағы ұзындықтан кем болады. Үзілуден кейінгі үлгінің

салыстырмалы қалдық ұзаруын $\delta = \frac{l_y - l}{l} = \frac{\Delta l_y}{l}$ (болат-3 үшін

$\sigma = 21-23\%$) және қылта мойынының көлденең қима ауданының

салыстырмалы қалдық кішіреюін анықтайды $\varphi = \frac{A_0 - A_y}{A_0} = \frac{\Delta A_y}{A_0}$,

мұндағы A_0 – деформацияға дейінгі қима ауданы, A_y – қылта мойын қимасының ауданы (болат-3 үшін $\varphi = 60-70\%$) φ және σ үлгілердің сынауға дейінгі және одан кейінгі диаметрі мен ұзындығын өлшейтін белгілер. Толық салыстырмалы қалдық ұзару және үзілу кезінде пайда болатын салыстырмалы көлденең қиманың қалдық кішіреюі *материалдық созылымдық сипаттамалары* деп аталады.

Олар материалдың қирауға дейінгі деформациялық қабілетін білдіреді.

Созылу диаграммасы материалдардың – беріктік және созылымдылық сипаттамаларынан басқа, энергетикалық сипаттамаларын да анықтайды. Мәселен, оның ауданы үлгіні созуға кеткен жұмысты бейнелейді λ_l деформацияланғанға дейін созылу үшін жұмысты әрі қарай жалғастыру керек:

$$A_l = \int_0^{\lambda_l} (F + dF) d\lambda \approx \int_0^{\lambda_l} F d\lambda ;$$

ол $OABCDMN$ ауданымен, ал үлгіні қирауға жеткізетін жұмыс $OABCDEFG$ -мен анықталады (3.1-сурет).

Серпімділік шегімде *деформациялау жұмысы* келесі формуламен анықталады $A_c = \frac{F\Delta l}{2}$, ал *деформациялаудың меншікті*

жұмысы мына формуламен есептеледі.

Созуға орай жүргізілген сынау нәтижелерінен алынған шекті кернеулер мен оларға сәйкес салыстырмалы ұзарулар 3.1-кестеде келтірілген.

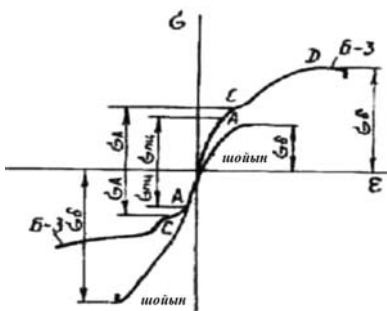
3.1-кесте

Материалдың механикалық сипаттамалары

Материал аты	Маркасы	σ_A	σ_b	δ
		МН/м ²		%
1	2	3	4	5
Көміртекті болат	Болат-3	240	380-470	23-21
Көміртекті болат	Болат-6	310	600-720	15-13
Хромдалған болат	20X	650	800	12
Хромкреммарганецтелген болат	1400	35XАГС	1650	10
Сұр шойын	Сч	-	120-330	-
Дюралюминий	Д-16	330	450-500	12
Титан қоспасы	BT4	700-800	800-900	22-15
Қарағайдың бойлық талшықтары	-	8	80	-
Текстолит	ПТК	10	100	0,8-0,12
Шыны талшықты пластик	СВАМ	26-48	260-480	1,4-2

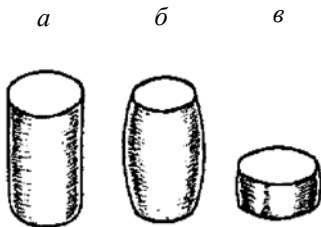
2. Сығылу диаграммасы

Сығылу кезіндегі материалдың күйін зерттеу үшін сығылу диаграммасын құрады. Металдардың сығылуын сынауды биіктігі диаметріне тең цилиндр түріндегі үлгілерге жасайды. Басқа материалдар үшін үлгілерді куб түрінде қарастырады. Болат пен шойынның сығылу диаграммасы 3.4-суретте көрсетілген. Бірінші ширекте созылу, үшіншісінде – сығылу диаграммалары көрсетілген.



3.4-сурет

Күш әсерінің бастапқы кезінде аз көміртекті созымды болат 3-тің сығылу кезіндегі кернеу диаграммасы созылу диаграммасындай көлбеу сызықты болады, содан кейін диаграмма сызығы қисайып, оның көлденеңге көлбеулігі азаяды. Бұл – ағу бөлігіне сәйкес. Сығылуда аққыштық ауданы созылудағыдай анық болмайды. Сығылу кезінде болаттың серпімділік, пропорционалдық және аққыштық шектері созылу кезіндегіге жуықтайды. Диаграмманың тік сызықты бөлігінің көлбеу бұрышы созылу және сығылу кездерінде бірдей болады, демек олардың серпімділік модульдері де тең.



3.5-сурет

Сығылу кезіндегі үлгісі (3.5 а-сурет) қысқарады да, көлденең әсіресе ортаңғы бөлігінің өлшемдері артады. Үлгі ұштары сынау машинасының жазықтығымен жанасуы барысында үйкеліске түсетіндіктен, олардың көлденең өлшемдерін анықтау қиын. Сығылу кезінде цилиндр бөшке түрінде болады (3.5 б-сурет). Одан әрі күш түсірілгенде үлгі

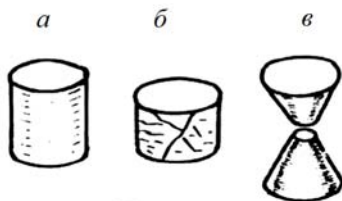
Сығылу кезіндегі үлгісі (3.5 а-сурет) қысқарады да, көлденең әсіресе ортаңғы бөлігінің өлшемдері артады. Үлгі ұштары сынау машинасының жазықтығымен жанасуы барысында үйкеліске түсетіндіктен, олардың көлденең өлшемдерін анықтау қиын. Сығылу кезінде цилиндр бөшке түрінде болады (3.5 б-сурет). Одан әрі күш түсірілгенде үлгі

біртіндеп жалпаяды (3.5 в-сурет), бірақ қирамайды, демек беріктік шегін тағайындауға болмайды. Сығылу кезіндегі беріктік шегін созылу кезіндегідей шартты түрде алады.

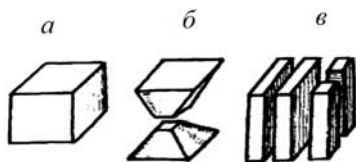
Басқа созымды металдардың (мыс, алюминий) үлгілері созылған кездегі болат үлгілері сияқты деформацияланады және олардың сығылу кезіндегі кернеу диаграммасы да ұқсас болады.

Шойынның сығылу диаграммасы оның созылу диаграммасына ұқсас. Бұл диаграммалар алғашқы сәттен қисық сызықты түрге ие болады, күштің шамасы өте үлкен болғанда кенет үзіледі (3.4-сурет).

Дегенмен, сығылу кезіндегі кернеу диаграммасының ординаталары созылу кезіндегіге қарағанда бірнеше есе үлкейеді. Шойынның сығылу кезіндегі беріктік шегі $\sigma_b = 500-1500 \text{ МПа}$, яғни созылу кезіндегіге қарағанда 4-5 есе үлкен. Шойынның сығылуы созылуға қарағанда біршама артықтау. Сығылу кезінде шойын үлгінің бойлық деформациясы шамалы (3.6 а-сурет) болады.



3.6-сурет

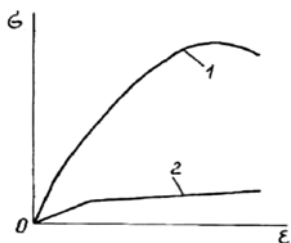


3.7-сурет

Үлгінің ортаңғы бөлігі сәл ғана дөңестеніп, бөшке тәрізді түрге келеді, іле-шала үлкен жанама кернеуі бар ауданшалар өсінде 45° бұрышпен сызаттар пайда болады (3.6 б-сурет). Бұл кезде күш тез кеміп, диаграмма үзіледі. Қирау сәтінде үлгінің бүйір бөліктері ажырап, ол екі қиық конус түріне енеді (3.6 а-сурет).

Морт үзілетін көптеген материалдар (бетон, тас) сығылу кезінде шойын сияқты қирайды, олардың сығылу диаграммалары ұқсас болады. Мұндай материалдар сығылуға қарағанда біршама үлкен (бетон үшін 20 еседей). Морт үзілетін барлық материалдар нашар созылады.

Бетон не цемент кубтары жаншығанда олар екі қиық пирамида түріне енеді. 3.7 а, б-суреттерде бетон кубтың қирауға дейінгі және одан кейінгі түрі көрсетілген. Егер бетон куб пен машина жазықтығының арасындағы үйкелістің ықпалын ескермесе, мысалы оны балауызбен майласа, онда бетон күш куб әсеріне параллель қирайды (3.7 в-сурет).



3.8-сурет

Ағаштың сығылуын сынау кезінде ол анизотропты материал екендігін, сондай бойлық және көлденең талшықтарының әрекеті әртүрлі болатындығын ескеру керек. Сығылу кезінде бойлық 1 және көлденең 2 ағаш талшықтарының кернеулер диаграммасы 3.8-суретте көрсетілген.

Ағаштың көптеген түрлері талшықтар бойымен сығылғанда айтарлықтай кернеуге шыдай алады, мысалы қарағайдың беріктік шегі $\sigma_b = 40-80 \text{ МН/м}^2$ жетеді. Ағаш кубтың бір бөлігі екіншіге сәйкес ығысқанда қирайды. Ағаш талшықтарын көлденең қысқанда ол қирамайды, бірақ қатты жаншылады. 3.2-кестеде созылу және сығылу кезіндегі кейбір материалдардың беріктік шектері салыстыру үшін келтірілген.

3.2-кесте

Материалдардың беріктік шектері

Материалдың аты	Беріктік шегі МН/м^2	
	созылу кезінде	сығылу кезінде
Болат-3	380-470	-
Хромды болат	800	-
Дюралюминий	450-500	-
Титан қорытпасы	800-900	-
Сұр шойын	120-380	500-1500
Қарағайдың бойлық талшықтары	80	40
Гранит	3	120-260

3.2-кестенің жалғасы

Материалдың аты	Беріктік шегі МН/м ²	
	созылу кезінде	сығылу кезінде
Құмтас	2	40-150
Кірпіш	0,7-3	7-30
Бетон	0,25-1,75	5-35
Бакелит	20-30	80-100
Текстолит ПТК	100	250
Ағаш қабатты пластик	210	360
СВЛМ 1:1	480	420
Гетинакс	150-170	150-180
Полиэтилен	6,5	-
Целлулоид	50-70	2
Винипласт	50	-

3. Материалдың серпімділік сипаттамалары

Шамалар E – созылу кезіндегі серпімділік модулі (бірінші текті модулі); G – ығысу кезіндегі серпімділік модулі (екінші текті серпімділік модулі) және μ – көлденең деформация коэффициенті, Пуассон коэффициенті материалдардың серпімділік тұрақтылары немесе серпімділік сипаттамалары деп аталады. E және G өлшемі кернеудікімен бірдей болады - Н/м², МПа; μ - өлшемсіз шама; E , G және μ тұрақтылары материалдардың серпімділік қасиеттерін сипаттайды. Олар өзара байланысты: $E=2(1+\mu)G$. E , G және M кейбір материалдар үшін 3.3-кестеде келтірілген.

Материалдардың серпімділік қасиеттері

Материалдардың аты	Серпімділік модуль		Пуассон коэффициенті μ
	E МПа	G МПа	
Көміртекті болат	$2,1 \times 10^5$	$8,1 \times 10^4$	0,24-0,28
Легирленген болат	$2,1 \times 10^5$	$8,1 \times 10^4$	0,25-0,30
Болат құймасы	$1,75 \times 10^5$	-	-
Мыс	$1,1 \times 10^5$	$4,0 \times 10^4$	0,31- 0,34
Мырыш	$0,84 \times 10^5$	$3,2 \times 10^4$	0,27
Қорғасын	$0,17 \times 10^5$	$0,70 \times 10^4$	0,42
Алюминий қорытпасы	$0,72 \times 10^5$	$2,7 \times 10^4$	0,26x0,36
Титан қорытпасы	$1,12 \times 10^5$	-	-
Жез	$(1-1,3) \times 10^5$	37×10^4	0,31x0,34
Платина	$1,7 \times 10^5$	-	0,39
Шойын	$(1,15-1,16) \times 10^5$	$4,5 \times 10^4$	0,23-0,27
Қарағай	$(0,1-0,12) \times 10^5$	$0,055 \times 10^4$	-
Текстолит	$(0,07-0,13) \times 10^5$	-	-
Бетон	$(0,15- 0,23) \times 10^5$	-	0,16-0,18
Шыны	$0,56 \times 10^5$	$2,2 \times 10^4$	0,25
Мұз	$0,10 \times 10^5$	$(0,28-0,3) \times 10^4$	—
Резеңке	$0,00008 \times 10^5$	-	0,5

4. Жаңа материалдар туралы түсініктер

Іс жүзінде пайдаланып жүрген материалдардың (болат, алюминий қорытпалары, т.б.) жаман қасиеті сол, температура артқанда тұтқырлығы төмендейді, коррозияға ұшырайды. Сондықтан машина құралдарының сапасын көтеру тек қана композиттер көмегімен жүзеге асырылмақ.

Композитті ғасырдың жаңалығы, болашақ материалы деп атайды. Композит – бір-бірінен өзінің күйімен ажыратылатын

эртүрлі заттар үйлесуі. Композиттің негізі – матрица мен толықтырғыш. Матрица бөлшектерді немесе толықтырғыш құрылмаларды біріктіріп, ішкі кернеулерді өзара тең таратып, сыртқы орта ықпалынан қорғайды. Композит жоғары механикалық сипаттамаларына ие болу үшін жүк түсетін элементтер берік және қатаң талшықтардан істелуі қажет. Бұл жағдайда композиттің құрылымы сызаттарды болдырмайтын механизм ретінде істейді. Қатаң талшықтарды матрицамен үйлестіру материалдың морт қирауын болдырмайды және олардың жоғары беріктігін, төзімділігін қамтамасыз етеді.

Композиттердің көпшілігін шартты үш топқа (матрица түрі бойынша): полимерлік, металдық және керамикалық деп бөледі.

Полимерлік композиттерге – шыны пластик, көмір пластик және ағаш қабатты пластик жатады. Байланыстыру ретіне термореактивтік полимерді алады. Полимерлік композиттер қазір кеңінен пайдаланылып келеді. Оларды жасау кезінде композитке керекті қасиеттерді беруге болады. Полимерлік композиттер технологиялық жағдайларымен ерекшеленеді, оларды пайдалану тиімді және бастапқы компоненттерін алу үшін шикізат базаларымен қамтамасыз етілген. Полимерлік композиттер басқа материалдармен салыстырғанда өзінің беріктігімен, қатаңдығымен және тығыздығымен белгілі. Көміртекті пластиктер меншікті беріктігі бойынша алюминий және титаннан асып кетеді, олар жеңіл, берік құрылмаларды жасау үшін пайдаланылады. Мысалы: авиацияда және космос техникасында. Полимерлік материалдар коррозияға ұшырамайды. Сондықтан олар химия өнеркәсібінде құбырларды, реакторларды жасау үшін кеңінен пайдаланылады. Мысалы эпоксид шыны пластиктен жасалған құбырдың жұмыс істеу мерзімі металмен салыстырғанда он есе ұзақ болады.

Металл матрица негізінде жасалған *композиттер* — таза металл немесе алюминий, магний, титан қорытпалары созымды деформацияға ұшырамайтын талшықтармен (бор, көміртек, т.б.) немесе созымды талшықтармен (берилий, вольфрам, молибден, болат) күшейтіледі. Бірінші топқа жататындар үлкен беріктікке, ең жоғары меншікті сипаттамаларына ие бола алады. Екінші

топтағылар салыстырмалы үлкен емес беріктік және серпімділік модульдері кезінде технологиялық артықшылықтары айқын байқалады. Металл композиттерді авиа және космос техникаларында қолданады.

Керамикалық матрица негізіндегі композиттер боро- силикат, шынылар, көміртек, т.б. материалдардың негізінде құрылады. Керамикалық композиттердің көп құнды қасиеттері бар: беріктігі тұрақты болады, тығыздығы төмен және коррозияға шыдамды. Бірақ та олар морт сынады және температура өзгерісіне төзімді. Күшейтілген элементтері соққы тұтқырлығын және температура өзгерісіне шыдамдылығын жақсартады. Бұл композиттер де авиа және космос техникасында пайдаланылады.

Соңғы уақытта бұдан композиттер де кең таралған. Бір матрицаға екі немесе бірнеше талшықтардың түрі енгізіледі. Қарапайым композиттерге қарағанда бұдан да әмбебап қасиеттерге ие. Мәселен олардың тығыздығы аз болған кезде беріктігі тұрақты болады, төзімділігін және соққыға шыдамдылығын жақсартады. Бұдан композиттер биомеханикада, медицинада пайдаланылады.

Аса ірі гранспорт самолеті Русланда 5,5 т композиттер пайдаланылған. Соның нәтижесінде 15 т металл үнемделген және оның жұмыс істеу кезінде 15 мың тоннаға жуық сұйық отын үнемделетіндей жағдай жасалған. Композиттердің бірегей қасиеттері бар: олар керекті қасиеті бар материалды құрауға мүмкіндік береді.

5. Материалдардың механикалық сипаттамаларына температураның, радиоактивті сәуленің, термиялық өңдеудің және басқа факторлардың әсері

Жоғарыда аталған эксперименттік деректер үлгілерді бөлме температурасында ($t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$) сынағанда алынған. Бірақ машиналардың көп бөлшектері (газ турбиналары, бу қазандары, іштен жанатын двигательдер, реактивтік двигательдер) өте жоғары, ал кейбір құрылыс құрылғылары төменгі температураларда жұмыс

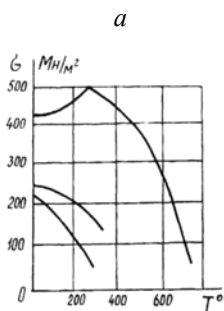
істейді. Материалдардың көпшілігінің беріктік сипаттамалары (беріктік шегі σ_{δ} , аққыштық шегі σ_A , пропорционалдық шегі σ_{nc}) температура жоғарылағанда төмендеп, ал температура азайғанда артады. Созылымдық сипаттамалары (қалдық деформация және үзілу кезінде көлденең салыстырмалы жіңішкеруі) температура жоғарылағанда артып, керісінше төмендегенде азаяды. Температураның жоғарылауымен серпімділік модулі E кемиді және Пуассон коэффициенті μ артады, ал температура төмендегенде керісінше болады.

Кейбір материалдар бұл ережеге бағынбайды, сондай-ақ басқаларының да өз ерекшеліктері бар. Мысалы, көміртегі болаттарды қыздырғанда беріктік шектері бастапқыда артады, ең жоғарғы мәніне $\sigma_{\delta 300^{\circ}} = 1,2\sigma_{\delta 20^{\circ}}$ 300°C да ие болады, содан кейін қарқынды түрде төмендей бастайды ($\sigma_{\delta 400^{\circ}} = \sigma_{\delta 20^{\circ}}$, $\sigma_{\delta 600^{\circ}} = 0,4\sigma_{\delta 20^{\circ}}$).

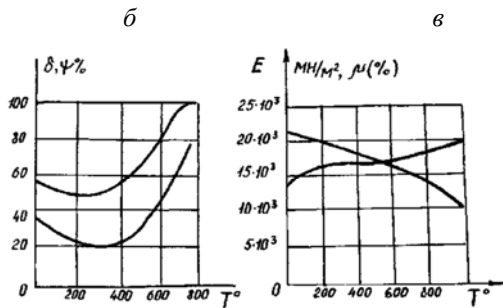
Аққыштық шегі температураның жоғарылауымен кеміп, аққыштық алаңы кішірейеді де, 300°C -да жоғалып кетеді. Болаттарды салқындатқанда олардың беріктік сипаттамалары жоғарылайды.

Болаттарды қыздырғанда созылымдық сипаттамалары бастапқыда азаяды да, $\sim 300^{\circ}\text{C}$ -да ең аз мәнге ие болады. Температураны одан әрі жоғарылатқанда қайтадан артады.

Болатты қыздырғанда серпімділік модулі бастапқыда өте баяу кеміп, содан кейін өсе бастайды ($E_{600^{\circ}} = 0,7E_{20^{\circ}}$, $E_{800^{\circ}} = 0,5E_{20^{\circ}}$). Пуассон коэффициенті болаттарды қыздырғанда артады да, салқындатқанда кемиді. Созымды көміртекті болаттың беріктік сипаттамалары σ_{δ} , σ_A және σ_{nc} (3.9 а-сурет), созылымдық сипаттамалары σ және ψ (3.10 б-сурет).



3.9 а-сурет



3.10 б, в-сурет

және физикалық тұрақтылары E және μ (3.10 б-сурет) температураға байланысты өзгертіні көрсетілген.

Қыздыру кезінде түсті металдардың беріктік шектері тез төмендеп 600°C -да бөлме температурасындағы беріктік шегінің тек бірнеше процентін қамтиды. Тек алюмотермиялық хром ғана басқаша. Оның беріктік шегі жоғарылап, 1100°C -да ең үлкен мәнге ($\sigma_{61100^{\circ}} = 2\sigma_{620^{\circ}}$) ие болады.

Кейбір түсті металдарды (мыс, никель) қыздырғанда созылымдық сипаттамасы төмендейді, ал кейбірінікі (алюминий, мыс, магний) артады. Салқындатқанда керісінше болады.

Пластмассаларды қыздырғанда олардың беріктік шегі шапшаң төмендейді (мысалы, шыны текстолиттікі) $\sigma_{6200^{\circ}} = 0,75\sigma_{620^{\circ}}$, фторпласт 4-кі $\sigma_{6100^{\circ}} = 0,75\sigma_{628^{\circ}}$, винипласт пен органикалық шыныныкі $\sigma_{6100^{\circ}} = 0$. Бұл материалдарды салқындатқанда олар сынады, созылымдық сипаттамалары нашарлайды.

Радиоактивтік сәуленің атом реакторларын атом электр станцияларының, синхрофазотрондардың құрылмаларындағы және т.б. әсерін қарастырайық. Сәуле әсерінен металдардың беріктік сипаттамалары (беріктік шегі σ_b , әсеріне аққыштық шегі σ_a) артып, созылымдық сипаттамалары кемиді. Яғни, сәуленің беріктік және созылымдық сипаттамаларға өтетін әсері температураны арттыру кезіндегіге ұқсас. Пластмассаларға

сәуле әсер еткенде созылымдық сипаттамалары төмендейді. Пластмассалардың беріктік шегіне сәуле түрліше әсер етеді: кейбірінде беріктік шегі өзгермейді (мысалы, полиэтиленде), енді біреулерінде беріктік шегі айтарлықтай кемиді (мысалы, каталинде), ал басқаларында беріктік шегі айтарлықтай артады (мысалы, селектронда). Әрине, барлық жағдайда өзгерістер сәуленің мөлшеріне де байланысты болады.

Металдардың беріктік және созылымдық сипаттамаларын өзгерту үшін оларды термиялық әдіспен өңдейді. Ол металл құрылымын қыздыру және сақyndату режимінен құралады. Құрылымдық өзгеріс лезде өтпейді, оған біраз уақыт қажет болады. Болаттарды термиялық өңдеудің маңызды түрлері болатты босату, шынықтыру, жұмсарту.

Болатты босату. Салқын өңдеу кезінде пайда болатын бастапқы ішкі кернеулерді жою үшін болатты белгілі бір температураға дейін қыздырады да, сол температурада ұзақ ұстайды. Содан кейін баяу салқындатады. Босату процесі беріктік сипаттамаларын арттырады. Осының нәтижесінде болатты кесу және қысым арқылы өңдеу мүмкін болады.

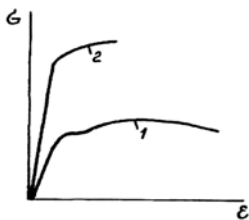
Қаттылығын арттыру үшін болатты шынықтырады. Ол үшін болатты белгілі бір температураға дейін қыздырып, суда немесе майда тез салқындатады. Сонда болаттың беріктік сипаттамалары артып, оның есесіне созылымдылығы кемиді.

Шынықтырудан кейін болаттың созылымдылығын жақсарту мақсатында оны жұмсартады. Ол үшін шынықтырған болатты тездете қыздырып, белгілі бір температурада ұстайды. Сонда оның созылымдық сипаттамалары артып, беріктігі біршама нашарлайды.

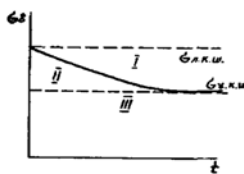
Манадан бері үлгідегі статикалық күштің әсерін, яғни созу күші баяу өсетін жағдайды қарастырғанбыз. Егер созылу процесі қысқа уақыт аралығында өтсе, онда созылымдық деформация толық дами алмайды. 3.11-суретте созылымды болат 3-тің екі созылу диаграммасындағы 1- статикалық және 2-тез әсер ету жағдайлары көрсетілген. Екі диаграммада да болаттың беріктік және созылымдық сипаттамалары күш әсерінің жылдамдығына байланысты екендігі байқалады. Күш әсерінің жылдамдығын

арттырса, созымды материал өзінің қасиеттері бойынша морт сынатын материалға жуықтайды.

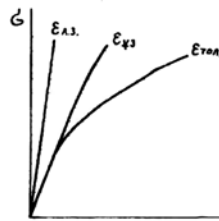
Күш ұзақ әсер еткенде пластмассалардың беріктік шегі айтарлықтай кемиді. Ол беріктік шегінің уақытқа байланысты өзгеруімен, яғни



3.11-сурет



3.12-сурет



3.13-сурет

ұзақ қарсыласу қисығымен сипатталады (3.12-сурет). Мұндағы $\sigma_{с.қ.ш.}$ бір сәттік деформацияға қарсыласу шегі. $\sigma_{у.қ.ш.}$ — ұзақ қарсыласу шегі. Графиктен үш аймақты қарастыруға болады: сырық қабылдай алмайтын кернеулерге сәйкес нүктелердің I-аймағы, өйткені $\sigma > \sigma_{\sigma}$, сырық белгілі бір уақыт аралығында қабылдайтын қирау кернеулеріне сәйкес нүктелердің II-аймағы: $\sigma < \sigma_{\sigma}$ теңсіздігі ылғи сақталатын, яғни қирау болмайтын нүктелердің III-аймағы.

Бір сәттік күш әсеріне сәйкес бір сәттік деформацияны ε_c күш ұзақ әсер еткенде туындайтын серпімді тұтқырлық деформациядан $\varepsilon_{с.т.}$ ажырата білу қажет. Бұл деформациялардың қосындысы ұзақ деформацияға тең:

$$\varepsilon_{\Sigma} = \varepsilon_c + \varepsilon_{с.т.}$$

Мұндай жағдайда кернеу ұзақ қарсыласу шегінен жоғары болса, онда созымдылық деформацияда $\varepsilon_{соз}$ пайда болады, ол ε_{Σ} мен қосылып толық деформацияны береді: $\varepsilon_{тол} = \varepsilon_{\Sigma} + \varepsilon_{соз}$. 3.13-суретте ағаш қабаты пластиктің ДСП-Г талшық бойымен әртүрлі кездегі сығылу диаграммасы көрсетілген.

6. Қор коэффициенттері. Мүмкін кернеулер

Беріктікті, қатандықты немесе орнықтылықты есептеу жүйесінің нақты кернеулік деформацияланған күйі іс жүзінде қауіпті күйіне сәйкес келмеуін талап етеді. Бұл үшін беріктік қор коэффициентін енгізеді. Оны қабылдауды мына жағдайлармен түсіндіруге болады:

а) берілген материал үшін тәжірибеде анықталған шамалардың σ_A , σ_B және шашырандылығы;

ә) әсер ететін күштерді дәл анықтаудың мүмкін еместігі;

б) қабылданған есептеу әдістерінің дәл еместігі, яғни жергілікті кернеулердің ескерілмейтіндігі;

в) бөлшектерді дәл жасамау салдарынан болған жайт.

Қор коэффициенттерінің шамамен алынған мәндері 3.4-кестеде көрсетілген.

3.4-кесте

Қор коэффициенттері шамамен алынған мәндері

Күш ерекшелігі	Материалдың күйі	κ
1. Статикалық күш	Созымды материал	2,4 – 2,6
	Морт сынатын материал	3,0 – 9,0
2. Сокқы кезіндегі күш	Созымды материал	2,8 – 5,0
3. Айнымалы күш (созылу-сығылу кезінде мәндері тең)	Созымды материал болат	5,0 – 15,0

Мүмкін кернеу қауіпті кернеудің $\sigma_{қау}$ беріктік қор коэффициентіне қатысымен анықталады:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{қау}}{n} .$$

Морт сынатын материалдың қауіпті кернеуі үшін беріктік шегі $\sigma_{\text{қау}} = \sigma_{\bar{\sigma}}$ алынады, яғни $[\sigma] = \frac{\sigma_{\bar{\sigma}}}{n_1}$, ал созымды материал

үшін аққыштық шегі $\sigma_{\text{қау}} = \sigma_A$ алынады, яғни $[\sigma] = \frac{\sigma_A}{n_2}$.

Негізгі мүмкін кернеулердің шамамен алынған мәндері 3.5-кестеде келтірілген.

3.5-кесте

Мүмкін кернеулердің шамамен алынған мәндері

Материалдың аты	Мүмкін кернеу (МН/м ² , МПа)	
	созылу кезінде	сығылу кезінде
1	2	3
Сұр шойын	28 - 30	120 – 150
Болат ОС және болат-2		140
Болат-3		160
Болат-3 (көпірлер салуда пайдаланылады)		140
Көміртекті болат құрылмалары (машинажасау саласында)	60 – 250	
Легирленген болат құрылмалары	100 – 140 және одан да жоғары	
Мыс	30 – 120	
Жез	70 – 140	
Қола	60 – 120	
Алюминий	30 – 80	
Дюралюминий	80 – 150	
Текстолит	30 – 40	
Гетинакс	50 – 70	
Қарағайдың бойлық талшықтары	7 – 10	10 – 12
Қарағайдың көлденең талшықтары	-	1,5 – 2,0
Тас қалау	0,3 дейін	0,4 – 4
Кірпіш қалау	0,2 дейін	0,6 – 2,5
Бетон	0,2 – 0,7	1 – 9

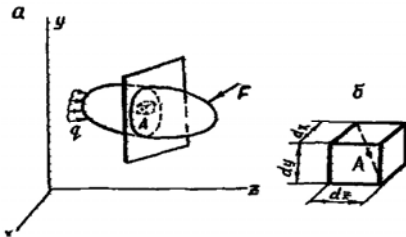
IV ТАРАУ

НҮКТЕДЕГІ КЕРНЕУЛІК ЖӘНЕ ДЕФОРМАЦИЯЛЫҚ КҮЙЛЕР. КЕРНЕУЛІК КҮЙ

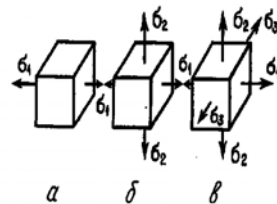
1. Негізгі түсініктер. Сызықтық кернеулік күй

Нүктедегі кернеулік күй – деп, сол нүкте арқылы өтетін барлық алаңдар бойынша әсер етуші кернеулердің жиынтығын айтады.

Жалпы жағдайда (4.1 *а*-сурет) денеде кернеулік күй біртекті емес, ол әр нүктеде өзгеріп отырады. Сондықтан осы дененің кез келген қимасында кернеулер біртекті таралмайды. Демек, кез келген A нүктеде кернеулік күйді зерттеу үшін сол нүктенің маңынан ойша dx , dy , dz қабырғалары бар (4.1 *б*-сурет) параллелепипедті кесіп алады. Параллелепипед өте кішкентай болғандықтан, оның барлық нүктесінде кернеулік күй біртекті, әрі ол A нүктесінің кернеулік күйіне сәйкес деп санаймыз. Сондықтан, барлық жақтары бойынша және кез келген қималарында кернеулер бірдей таралған деп санауға болады. Параллелепипед бір, екі және үш өзара перпендикуляр бағыттарда созылуға, сығылуға байланысты нүктеде сызықтық немесе бір өстік 4.2 *а*-сурет, жазық немесе екі өстік (4.2 *б*-сурет), көлемдік немесе үш өстік (4.2 *в*-сурет) кернеулік күйлерді ажыратады.



4.1-сурет



4.2-сурет

Ең қарапайым жағдай – сызықтық кернеулік күй (центрлік созылу немесе сығылу).

Көлбеу қималарындағы толық кернеу келесі формула бойынша анықталады (4.3-сурет);

$$P_{\alpha} = \sigma_x \cos \alpha;$$

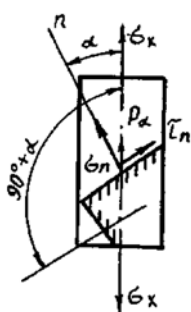
толық кернеудің нормал құраушысы – тік кернеу былай есептеледі:

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \alpha;$$

толық кернеудің екінші құраушысы – жанама кернеу төмендегі теңдеу түрінде шешіледі:

$$\tau_n = \frac{1}{2} \sigma_x \sin 2\alpha.$$

Егер де тік кернеу сыртқы нормал вектормен бағыттас болса, онда ол оң деп саналады. Егер сыртқы нормал векторын τ_n вектордың бағытымен беттестіру үшін 90° -қа сағат тілі бойынша бұру керек болса, онда жанама кернеу оң деп саналады. 4.3-суреттегі σ_n және τ_n оң.



4.3-сурет

Өзара перпендикуляр аудандарда кернеулер:

$$\sigma_n' = \sigma_x \sin^2 \alpha, \quad \tau_n' = -\frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha.$$

Жанама кернеу үлкен және кіші мәндерге білеу әдісіне 45° , 135° бұрыштарда орналасқан аудандарда ие болады:

$$\tau_{\frac{max}{min}} = \pm \frac{1}{2} \sigma_x.$$

Бас кернеулер. Жанама кернеулер нөлге тең болатын алаңдар – бас алаңдар деп аталады. Бас алаңдарда әсер ететін тік кернеулер экстремаль мәндерге жетеді және олар бас тік кернеулер деп аталады. Оларды σ_1 , σ_2 , σ_3 деп белгілейді. Сонда $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Сызықтық кернеулі күй кезінде $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (4.2 а-сурет), жазық кернеулі күй кезінде $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 \neq 0$; $\sigma_3 = 0$ (4.2 б-сурет), көлемдік кернеулі күй кезінде $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 \neq 0$; $\sigma_3 \neq 0$ (4.2 в-сурет). Өзара перпендикуляр алаңдарда әсер ететін тік

кернеулердің қосындысы тұрақты шама болады және ол бас кернеулердің қосындысына тең: $\sigma_n + \sigma_n' = \sigma_1$.

Жанама кернеулердің жұптық қасиеті. Екі өзара перпендикуляр алаңдарда жанама кернеулер шамасы жағынан тең, ал бағыты жағынан қарама-қарсы болады: $\tau_n = -\tau_n'$.

2. Жазық кернеулік күй

Жазық кернеулік күй материалдар механика есептерінде жиі кездеседі. Оның ерекше белгісі – параллелепипедтің екі жағында кернеулердің болмайтындығында. Кернеулерді белгілеу кезінде индекстеріне назар аудару керек. Жанама кернеуде екі индекс τ_{xy} бар. Бірінші индекс жанама кернеу алаңда z өсіне параллель нормалмен бірге әсер ететіндігін, ал екінші индекс жанама кернеу векторы y өсіне параллель екендігін білдіреді. Тік кернеудің екі белгісі бірдей болғандықтан, тек бір индекс алынады.

Кернеулер таңбасын мынадай ережемен қарастырамыз. Созылудың тік кернеуі – оң, ал сығылудікі – теріс деп саналады. Жанама кернеулердің белгісі координаттар өсінің бағыттарына байланысты: егер алаңның сыртқы нормалы координат өсінің сәйкес бағытымен үйлессе, онда бұл алаңда кернеу τ сәйкес өстің бағытымен үйлесіп оң болады.

n нормал алаңында кернеулер мына жағдайларда кездеседі:
тік

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\alpha + \tau_{xy}\sin 2\alpha;$$

жанама

$$\tau_n = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\alpha - \tau_{xy}\cos 2\alpha.$$

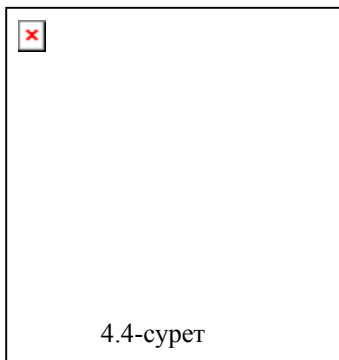
Бас кернеулер

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}.$$

Бас кернеулердің бағыттары α_1 және α_2 бұрыштарымен анықталады:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\tau_{xy}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_x}{\tau_{xy}}.$$

σ_1 және σ_2 бас кернеулер берілген кезінде n нормалы бар көлбеу алаңындағы (4.4-сурет) кернеулері келесі формулалар бойынша анықталады:



$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha;$$

$$\tau_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha;$$

$\alpha = 0$ болғанда, $\sigma_{n\max} = \sigma_1$; $\alpha = 90^\circ$ болғанда,

$$\sigma_{n\min} = \sigma_2;$$

n' алаңында n алаңға перпендикуляр кернеулер мына түрде болады:

$$\sigma_{n'} = \sigma_1 \sin^2 \alpha - \sigma_2 \cos^2 \alpha;$$

$$\tau_{n'} = -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha.$$

Өзара перпендикуляр алаңдарда әсер ететін тік кернеулердің қосындысы тұрақты шама болады және де ол бас кернеулердің қосындысына тең:

$$\sigma_n + \sigma_{n'} = \sigma_1 + \sigma_2.$$

Экстремаль жанама кернеулер бас алаңдарға 45° бұрышпен орналасқан алаңдарда болады:

$\sigma_1 > 0$; $\sigma_2 > 0$ болғанда

$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{\sigma_1}{2};$$

$\sigma_1 < 0$; $\sigma_2 < 0$ ($|\sigma_1| < |\sigma_2|$) болғанда

$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{\sigma}{2};$$

Ең үлкен және ең кіші жанама кернеулерді бастапқы кернеулер арқылы өрнектеуге болады:

$$\tau_{\max/\min} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}.$$

3. Бас кернеулер траекториялары туралы түсінік

Күш түсірілген денедегі ішкі күштер ағыны туралы нақты мағлұматты бас кернеулер траекториясы бере алады. Яғни бұл сызықтың әрбір нүктесіндегі жанама кернеу бас кернеу бағытымен дәл келеді.

Білеудің қарапайым созылуы кезінде бас кернеулердің траекториялары оның өсіне параллель және перпендикуляр сызықтар болуы мүмкін. Егер құбырдың барлық нүктесінде бас кернеулердің бағытын белгілесек, онда өзара ортогональ қисықтар торын сығатын және созатын және бас кернеулердің траекторияларын аламыз (4.5-сурет). Траекториялармен бөлінген тік бұрышты элемент перпендикуляр бағытта созылуға, сығылуға бейім болып, оның жақтарында жанама кернеулер кездеспейді.



4.5-сурет

Көрсетілген мысалдарда басты кернеулердің шамасы дененің барлық нүктесінде бірдей. Жалпы жағдайда бас кернеу шамасын траектория бойымен қозғалу өзгертеді. Бас кернеулердің траекториясын білу көп жағдайда жобаланған бөлшек немесе құрылма бөлігінің тиімді формасын алуға мүмкіндік береді.

4. Көлемдік кернеулік күй

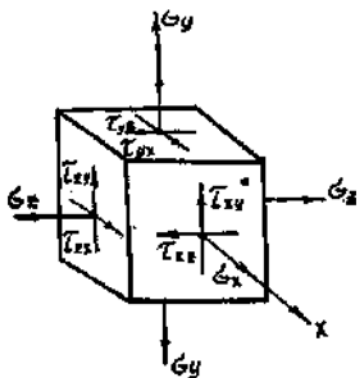
Егерде үш бас кернеудің біреуі де нөлге тең болмаса: $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 \neq 0$; $\sigma_3 \neq 0$ онда кернеулік күй көлемдік кернеулік күй деп аталады. 4.6-суретте көрсетілген кернеулер бұрын қабылданған таңба ережесіне сәйкес оң болады.

Жанама кернеулердің жұптық қасиеті бойынша:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \tau_{zx} = \tau_{xz}.$$

нормалды алаңда тік кернеу:

$$\begin{aligned} \sigma_n = & \sigma_x \cos^2(n, x) + \sigma_y \cos^2(n, y) + \sigma_z \cos^2(n, z) + \\ & + 2\tau_{xy} \cos(n, x)\cos(n, y) + 2\tau_{yz} \cos(n, y)\cos(n, z) + \\ & + 2\tau_{xz} \cos(n, z)\cos(n, x). \end{aligned}$$



4.6-сурет

n нормал алаңында әсер ететін толық кернеу векторының координат өстеріне проекциялары:

$$\begin{aligned} X_n = & \sigma_x \cos(n, x) + \\ & + \tau_{yx} \cos(n, y) + \tau_{zx} \cos(n, z); \\ Y_n = & \tau_{xy} \cos(n, x) + \\ & + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{zy} \cos(n, z); \\ Z_n = & \tau_{xz} \cos(n, x) + \\ & + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z). \end{aligned}$$

n нормал алаңындағы толық кернеу:

$$P_n = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

Қаралатын нүктеде бас кернеулер куб тендеудің түбірі ретінде анықталды

$$\begin{aligned} \sigma^3 - & (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \\ & - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)\sigma - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \\ & - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0 \end{aligned}$$

Бұл тендеудің үш түбірі әрқашанда нақты. Бас алаңдардың бағыттары бағыттаушы косинустарыменен сипатталады. Бағыттаушы косинустар тендеулердің жүйесінен анықталады [n_v – бас нормал ($v= 1, 2, 3$)]

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_x - \sigma_y) \cos(n_v, x) + \tau_{yx} \cos(n_v, y) + \tau_{zx} \cos(n_v, z) &= 0; \\ \tau_{xy} \cos(n_v, x) + (\sigma_y - \sigma_v) \cos(n_v, y) + \tau_{zy} \cos(n_v, z) &= 0; \\ \tau_{xz} \cos(n_v, x) + \tau_{yz} \cos(n_v, y) + (\sigma_z - \sigma_v) \cos(n_v, z) &= 0; \\ \cos^2(n_v, x) + \cos^2(n_v, y) + \cos^2(n_v, z) &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Үш бас кернеудің бағытына көлбеулігі бірдей алаң октаэдрлік алаң деп, ал оған әсер ететін кернеулер октаэдрлік кернеулер деп аталады және мына формулалар бойынша анықталады:

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3);$$

$$\tau_{окт} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_1 \sigma_3 - \sigma_2 \sigma_3}.$$

Бас кернеулердің біреуіне параллель алаңда кернеулерді аталған бас кернеуді есептемей анықтайды. Ең үлкен жанама кернеу бас кернеулерге 45° бұрышқа көлбеу жатқан диагональ алаңдарға сәйкес келеді және мына формуламен анықталады:

$$\tau_{max} = \tau_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2};$$

қалған екі экстремаль жанама кернеулер:

$$\tau_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}; \quad \tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

Кернеулік күй инварианттары деп координат өстерін бұрғанда өзгермейтін шамаларды айтады:

бірінші инвариант $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$;

екінші инвариант $I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$;

үшінші инвариант $I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2$.

Нүктедегі кернеу қарқындылығының формуласы:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{окт}.$$

5. Аз деформациялардың компоненттері

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – элементтердің салыстырмалы сызықтық деформациясы, $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ – салыстырмалы ығысу. Егер де элементтердің арасында тікбұрыш ығысу кезінде кішірейсе, онда салыстырмалы ығысу оң деп саналады.

Деформациялардың компоненттері нүктелердің u, v және w орын ауыстыруы (4.7-сурет) арқылы өрнектеледі:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z};$$

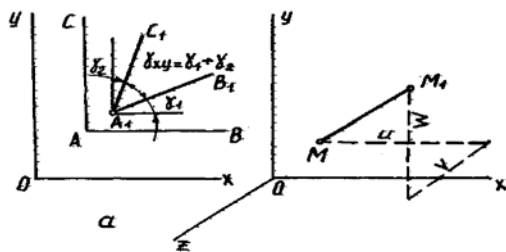
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}.$$

r бағытты салыстырмалы ұзару (r өстермен x, y, z бұрыштарды α, β, γ құрады):

$$\varepsilon_r = \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \cos^2 \beta + \varepsilon_z \cos^2 \gamma + \gamma_{xy} \cos \alpha \cos \beta +$$

$$+ \gamma_{yz} \cos \beta \cos \gamma + \gamma_{zx} \cos \gamma \cos \alpha.$$

Егер де r_1 және r_2 екі өзара перпендикуляр бағыттары берілген болса, онда бұл бағыттардың өзара бұрыш өзгеруі (деформацияның нәтижесінде) былай анықталады:



4.7-сурет

$$\left[\left(\hat{r}_1, x \right) = \alpha_1; \left(\hat{r}_2, x \right) = \alpha_2 \left(\hat{r}_1, y \right) = \beta_1 \dots \right]:$$

$$\begin{aligned} \gamma_{r_1 r_2} = & 2\varepsilon_x \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + 2\varepsilon_y \cos \beta_1 \cos \beta_2 + 2\varepsilon_z \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 + \\ & \gamma_{xy}(\cos \alpha_1 \cos \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \alpha_2) + \gamma_{yz}(\cos \beta_1 \cos \gamma_2 + \cos \gamma_1 \cos \beta_2) + \\ & + \gamma_{zx}(\cos \gamma_1 \cos \alpha_2 + \cos \alpha_1 \cos \gamma_2). \end{aligned}$$

Деформация кезінде өзара бұрыштары өзгермейтін үш өзара перпендикуляр бағыттар қаралатын нүктедегі деформацияның бас бағыттары деп аталады.

Бас бағыттар бойынша сызықтық деформациялар бас деформациялар деп аталады және ε_1 ε_2 және ε_3 деп белгіленеді. Сонда $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$.

Бас деформациялар ε_v ($v=1, 2, 3$) куб тендеудің түбірі ретінде анықталады.

$$\varepsilon_v^3 - (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)\varepsilon_v^2 + \left[\varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x - \frac{1}{4}(\varepsilon_x \gamma_{yx}^2 + \varepsilon_y \gamma_{xy}^2) \right] = 0.$$

Мұндағы

$$I_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z;$$

$$I_2 = \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x - \frac{1}{4}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2);$$

$$I_3 = \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + \frac{1}{4}\gamma_{xy}\gamma_{yz}\gamma_{zx} - \frac{1}{4}(\varepsilon_x \gamma_{yz}^2 + \varepsilon_y \gamma_{zx}^2 + \varepsilon_z \gamma_{xy}^2).$$

Шамалар координат түрлендіруіне тәуелді емес, сондықтан оларды деформациялық күйдің инварианттары деп атайды.

$$\begin{aligned} \varepsilon_i = & \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2} + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) = \\ = & \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}; \end{aligned}$$

шама деформацияның қарқындылығы деп аталады. Немесе

$$\varepsilon_i = \sqrt{2\gamma_{окт}}$$

мұндағы

$$\gamma_{окт} = \frac{1}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2},$$

октаэдрлік ығысу.

Кернеу қарқындылығы деформация қарқындылығымен өзара байланысты

$$\sigma_i = 3G\varepsilon_i,$$

мұндағы G – ығысу модулі.

6. Серпімділік шегіндегі кернеулер мен деформациялардың өзара байланыстары. Гук заңы

Серпімділік деформацияның компоненттері кернеулер арқылы келесі түрде өрнектеледі:

сызықты деформация

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)];$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)];$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)];$$

бұрыштық деформация

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}.$$

Бас бағыттар бойынша салыстырмалы сызықтық деформациялар – бас деформациялар деп аталады. Оны төмендегіше өрнектеуге болады:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)];$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)];$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)];$$

7. Көлемнің салыстырмалы өзгеруі

Созылу кезінде серпімділік шегінде материалдардың көлемі ұлғаяды, сығылу кезінде кішірейді.

Кернеулер күйінің жалпы жағдайында көлемнің салыстырмалы өзгеруі мына формуламен анықталады:

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{\sigma}{K};$$

мұндағы

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3};$$

K көлем деформацияның модулі (көлемдік модуль):

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)};$$

немесе

$$K = \frac{2}{3} \cdot \frac{1+\mu}{1-2\mu} G.$$

Тік кернеулердің компоненттерін көлемнің салыстырмалы өзгеруі арқылы өрнектесек:

$$\sigma_x = \lambda\theta + 2G\varepsilon_x;$$

$$\sigma_y = \lambda\theta + 2G\varepsilon_y;$$

$$\sigma_z = \lambda\theta + 2G\varepsilon_z.$$

Жазудың басқа түрі:

$$\sigma_x - \sigma = 2G(\varepsilon_x - \varepsilon);$$

$$\sigma_y - \sigma = 2G(\varepsilon_y - \varepsilon);$$

$$\sigma_z - \sigma = 2G(\varepsilon_z - \varepsilon),$$

Мұндағы

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad - \text{Ляме коэффициенті,}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z).$$

Жанама кернеулердің компоненттері:

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}; \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz}; \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx}.$$

Сызықтық кернеулік күйдің дербес жағдайында сырықтың материал көлемін табамыз: $V_1 = V[1 + \varepsilon(1 - 2\mu)]$;

мұндағы

$V = Al$ – деформацияға дейінгі көлемі.

Көлемнің абсолют өзгеруі:

$$\Delta V = V_1 - V = (1 - 2\mu)V\varepsilon.$$

Көлемнің салыстырмалы өзгеруі келесі формуласымен анықталады:

$$\theta = \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon(1 - 2\mu).$$

Көлденең қима ауданының өзгеруі абсолют $\Delta A = -2\mu \frac{\sigma}{E} A$,
салыстырмалы

$$\frac{\Delta A}{A} = -2\mu \frac{\sigma}{E}.$$

8. Серпімділік деформациясының потенциялық энергиясы

Деформация кезінде сыртқы күш жұмысы ішкі потенциялық энергиясына ауысады. Серпімділік шегінде потенциялық энергия шамасы күштердің түсу тізбегіне байланысты емес, ол олардың ақырғы нәтижесіне байланысты болады.

Көлем бірлігінде u меншікті потенциялық энергиясы қатынастарымен өрнектеледі:

кернеулер компоненттері арқылы

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + 2(1 + \mu)(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)];$$

деформациялар компоненттер арқылы

$$u = G \left[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{\mu}{1 - 2\mu} \theta^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right];$$

немесе бас деформациялар арқылы

$$u = G \left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \frac{\mu}{1-2\mu} \theta^2 \right);$$

мұндағы $\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$.

Деформацияның меншікті потенциялық энергиясын екі құраушының қосындысы ретінде қарастыруға боады:

$$u = u_v + u_\phi;$$

мұндағы u – толық энергия,

u_v – көлем өзгеруіне жұмсалатын энергия.

$$u_v = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2;$$

u_ϕ – форма өзгеруіне жұмсалатын энергия

$$u_\phi = \frac{1+\mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1);$$

Сызықтық кернеулік күй дербес жағдайында

$$u = \frac{\sigma^2}{2E};$$

$$u_\phi = \frac{1+\mu}{3E} \sigma^2;$$

$$u_v = \frac{(1-2\mu)}{6} \sigma^2.$$

Ығысу кезіндегі потенциялық энергиясы

$$u = \frac{\tau^2}{2G} \quad \text{немесе} \quad u = \frac{\tau^2(1+\mu)}{E}.$$

V ТАРАУ

БЕРІКТІК ТЕОРИЯЛАРЫ

1. Негізгі түсініктер

Әртүрлі құрылмалар мен машиналардың беріктігін сынау кезінде олардың көптеген элементтері мен бөлшектері күрделі кернеулік күйде жұмыс істейтінін ескеру қажет.

Әсер ететін күштің ұлғаюына бас кернеулер де өсіп, белгілі бір мәнінде материалдың зерттеу нүктесінде қауіпті немесе шекті кернеулік күйге ие болады.

Созымды материал үшін шекті кернеулік күйге анық байқалатын қалдық деформация кернеулік күйі жатады. Морт сынатын материал үшін шекті қирау басы болатын кернеулік күй алынады.

Кернеулік күйдің қауіптілігін бағалау және соған сәйкес қор коэффициентін анықтау үшін кернеулік күй пайда болатын бас кернеулердің мәнін тәжірибе жүзінде табуға тура келеді. Мұндай есепті шешу тек бір өсті созылу (сығылу) кезінде ғана мүмкін болмақ.

Бұл жағдайда бас кернеудің шекті мәні тікелей тәжірибе арқылы анықталып, ол созымды материал үшін аққыштық шегі, ал морт сынатын материал үшін беріктік шегі алынады. Сонымен, кернеудің есептеу шамасы белгілі болса, онда қабылданған шектер бойынша қор коэффициенттері

$$n_A = \frac{\sigma_A}{\sigma}; \quad n_\sigma = \frac{\sigma_\sigma}{\sigma}.$$

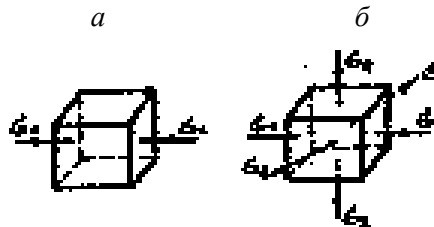
тең болады. Сызықты кернеулік күй кезінде ұзақ уақыт жүргізілген көптеген тәжірибелердің нәтижелері әртүрлі материалдар үшін шекті кернеулердің шамасы туралы жеткілікті дәрежеде мағлұмат бере алады. Ал жазық және көлемдік кернеулік күй кезіндегі жағдай басқаша. Бұл жағдайда деформация дамуы және материалдың қирау шамасы таңбасы әртүрлі болып келетін екі немесе үш бас кернеудің әсерінен

болады. Сол себепті кернеудің шекті мәнін анықтау үшін көптеген тәжірибелер жүргізуге тура келеді, мұндай тәжірибелер қиын болғандықтан орындалуға да оңай емес. Күрделі кернеулік күйлерді эксперименттік зерттеуге арналған қазіргі техникалар бас кернеулердің дербес қатынастарының тек бір қатарын ғана анықтауға жарамды.

Көрсетілген жағдайға байланысты кез келген материалдың кернеулік күйінің қауіптік деңгейін анықтау негізінен созылу және сығылу кезіндегі тәжірибеге сүйене отырып бағалайтын есептеу әдістемелігін жасауға тіреледі. Бұл маңызды міндетті беріктік теориясының көмегімен шешеді.

Кейінгі уақытта мұндай теорияларды шекті кернеулік күйлер теориялары деп атайды. Сондықтан оны бұрын қалыптасқан «беріктік теориялары» деп шартты түрде атаймыз.

Мұндай теориялар егер бас кернеулерді белгілі пропорционал бір санға арттырғанда, олар бір мезгілде шекті болса, кез келген екі кернеулік күйдің беріктігі мен осалдығы бірдей болып саналады делінген алғышарттар негізінде құрылады. Беріктік қоры күй үшін қарастырылған жағдайда бірдей болады. Қауіптілігі бірдей кернеулік күйдің бірі жүзінде жан-жақты зерттелген (5.1-сурет) бір өстік созылу, ал екіншісі материалдың осалдығын анықтау үшін қажет болатын кернеулік күй алынады. Алдағы уақытта зерттелетін кернеулік күйі беріледі, мына теңсіздік $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ сақталғанда ғана $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ үш бас кернеумен (5.1 б-сурет) беріледі деп санаймыз.



5.1-сурет

Қабылданған алғышартты пайдалану үшін қауіптілігі бірдей екі күйдің бас кернеулерін белгілі бір тәуелділікпен байланыстыру қажет. Ол қарастырылатын екі күйге де материал қирауының немесе шекті кернеулік күйге ауысуының себебі белгілі болғанда мүмкін деп есептеледі.

Бірақ материал қирауының нақты себебін анықтау өте қиын және де ол әлі шешілмеген есеп.

Бұл жағдай беріктіктің жалпы бір теориясын ғана негіздеп қоймайды. Шекті кернеулік күйдің пайда болуы әртүрлі болжамдар негізінде көп теориялар тудырады.

2. Негізгі беріктік теориялары

БІРІНШІ БЕРІКТІК ТЕОРИЯСЫ: беріктіктің бірінші теориясы мынадай болжамға негізделеді: шекті кернеулік күйдің тууына ең жоғарғы тік кернеулер теориясы деп атайды.

Алынған болжамға сәйкес келесі шарт сақталуы керек:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 < \sigma_0;$$

мұндағы σ_1 – зерттелетін кернеулік күй үшін бас кернеулердің ең жоғарғы мәні; σ_0 - бір өсті созылу тәжірибесінен алынған шекті кернеу. Ең жоғарғы тік кернеулер теориясының басты кемшілігі: басқа екі σ_2, σ_3 бас кернеулер ескерілмей қалады. Ал шын мәнінде бұл кернеулер материал беріктігіне айтарлықтай әсер етеді. Мысалы, цемент кубты барлық жағынан сығу гидростатикалық кезінде оның қирамай, беріктік шегінен асып кететін үлкен кернеуге шыдамдылығын қамтамасыз етеді. Басқа материалдар да дәл осындай жағдайда сондай күйде болады. Бұл теорияның тұжырымын морт сынатын материалға тәжірибе жүргізу арқылы дәлелдейді. Қазіргі уақытта бірінші теория қолданылмайды.

ЕКІНШІ БЕРІКТІК ТЕОРИЯСЫ. Беріктіктің екінші теориясы мынадай болжамға негізделеді: материалда шекті кернеулік күйдің тууына ең үлкен ұзару себепші болады. Бұл теория ең үлкен ұзару теориясы деп аталады.

Көлемдік кернеулік күй үшін бас деформациялар $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ болғанда, алынған болжамды қанағаттандыратын жалпы шарт былай жазылады:

$$\varepsilon_{max} = \varepsilon_1 < \varepsilon_0;$$

мұндағы ε_1 – зерттелетін кернеулік күй үшін ең үлкен ұзару шамасы;

ε_0 – бір өсті созылу тәжірибесінен алынған салыстырмалы ұзарудың шекті мәні.

ε_1 және ε_0 -ді анықтау кезінде Гуктің белгілі тәуелділігі қолданылады:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)];$$

және

$$\varepsilon_0 = \sigma_0 / E;$$

бұл тәуелділіктерді шекті кернеулік күй туғанға дейін дұрыс болады. Яғни ол шамалы созымдылық деформация байқалатын материалдың морт қирауына сай келеді.

ε_1 және ε_0 жоғарғы шартына қойсақ:

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) < \sigma_0;$$

теңсіздігі қабылданған болжамға сай үлкен ұзаруды тудыруға себепші болады, сол жақ оң болғанда, дұрыс. Теңсіздіктің сол жағын σ_{ecen} есептеу кернеуі деп санасақ, онда

$$\sigma_{ecen} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma].$$

Қазық кернеулік күй үшін бас кернеу өрнегін пайдаланып, келесі шартты жазуға болады:

$$\sigma_{ecen} = \frac{1-\mu}{2}(\sigma_z + \sigma_y) + \frac{1+\mu}{2} \sqrt{(\sigma_z + \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2} \leq [\sigma]$$

Екінші теорияның біріншіге қарағанда артықшылығы: барлық бас кернеулердің ықпалын ескереді. Бірінші сияқты, екінші теориясы да морт қирайтын материалдар үшін дұрыс.

ҮШІНШІ БЕРІКТІК ТЕОРИЯСЫ. Беріктіктің үшінші теориясы мынадай болжамға негізделеді: шекті кернеулік күйдің тууына ең үлкен жанама кернеулер себепші болады. Сондықтан оны ең үлкен жанама кернеулер теориясы деп атайды.

Созымды деформация кезінде ығысу және сәйкес жанама кернеулердің болатындығы эксперимент жүзінде дәлелденгендіктен, қабылданған болжамды созымды деформациялардың дамуымен байланыстырған жөн.

Теорияны қанағаттандыратын жалпы шарт мына түрде болады:

$$\tau_{max} = \tau_0;$$

мұндағы τ_{max} – зерттелетін кернеулік күй үшін ең үлкен жанама кернеу шамасы;

τ_0 – жанама кернеудің қарапайым созылу тәжірибесінен анықталған шекті мәні.

Көлемдік кернеулік күй үшін $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ болғанда ең үлкен жанама кернеу максималь және минималь бас кернеулердің жарты айырымымен анықталады:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

τ_0 кернеуі $\tau_0 = \sigma_0/2$ теңдеуінен табылады.

Сонымен, беріктіктің үшінші теориясының шартын былай жазуға болады:

$$\sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_0.$$

Теңсіздіктің сол жағын σ_{ecen} деп белгілеп, есептеу формуласын мына түрде жазамыз:

$$\sigma_{ecen} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma].$$

Жазық кернеулік күй бұл шартқа сәйкес бас кернеулердің өрнектерін қойсақ

$$\sigma_{ecen} = \sqrt{(\sigma_z + \sigma_y) + 4\tau_{zy}^2} \leq [\sigma]$$

болады. Іс жүзінде $\sigma_y = 0$ жиі кездеседі. Енді $\sigma_z = 0$ және $\tau_{zy} = \tau$ десек

$$\sigma_{ecen} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

Үшінші теорияның негізгі кемшілігі: көлемдік кернеулік күйде онымен σ_2 бас кернеудің ықпалы ескерілмей қалады.

Ең үлкен жанама кернеулер теориясы созылуға және сығылуға бірдей қарсыласатын созымды материалдар тәжірибесінде жақсы дәлелденеді. Ол осындай материалдардың беріктігін сынауда да кең пайдаланылады.

БЕРІКТІКТІҢ ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫ. Энергетикалық теория мынадай ұйғарымға негізделеді: материалдың шекті кернеулік күйінің пайда болу мезетінде деформацияның меншікті потенциялық энергиясының мөлшері кез келген күрделі кернеулік күйде әрі қарапайым созылу кезінде де бірдей болады.

Бұл теорияны тұжырымдау кезінде алғашында мынадай болжам ұсынады: сәйкес шекті кернеулік күйдің тууына өзінің ең үлкен мәніне жеткен толық меншікті потенциялық энергия себепші болады.

Бұл болжамды қанағаттандыратын шарт келесі түрде жазылады:

$$u < u_0;$$

мұндағы u – толық меншікті энергия, ол көлемдік кернеулер күйдің жалпы жағдайы үшін мына формула бойынша анықталады:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)].$$

u_0 – қарапайым созылу тәжірибесінен алынған энергияның мәні. Оны анықтау үшін (а) теңдеудің оң жағын $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ деп алсақ және σ_1 орнына созылу кезінде шекті кернеуді, яғни σ_0 -ді қойсақ, сонда келесі теңдеу шығады:

$$u_0 = \frac{\sigma_0^2}{2E};$$

(а) және (б) ескерсек, бұл болжамның шартын былай жазуға болады:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \leq \sigma_0.$$

Бірақ қарастырылған болжам тәжірибе жүзінде дәлелденбегендіктен, оған негізделген теория іс жүзінде пайдаланылмайды.

Сонымен, жан-жақты сығылу салдарынан көлемнің өзгеруін туғызатын теория беріктік критерийі бола алмайды.

Ұсынылған жаңа энергетикалық теорияның алғышарты ретінде мынадай болжам қабылданды: шекті кернеулік күйдің тууына барлық меншікті энергия емес, тек қана қабырғасы бірге тең куб формасының өзгеру кезінде жинақталатын бөлігі себепші болады. Көріп отырғанымыздай, жаңа энергетикалық теория дене формуласының өзгерісін сипаттап, оның көлем өзгерісін тудырмайтын созымды деформациялар дамуымен байланысты.

Теорияны қолдану кезінде қанағаттандыратын шарт мына теңсіздікпен өрнектеледі:

$$u_T < u_{TO}.$$

мұндағы u_T – зерттелетін кернеулік күй кезінде куб формасы өзгеруіне байланысты пайда болатын энергия;

u_{TO} – қарапайым созылу тәжірибесінен алынған энергияның шекті мәні.

Жалпы кернеулік күй үшін форма өзгерісі кезінде энергияны тікелей есептеу қиындық туғызады. Сондықтан оны мына өрнек арқылы табуға болады:

$$u = u_K + u_T;$$

Одан

$$u_T = u - u_K.$$

мұндағы u — толық энергия;

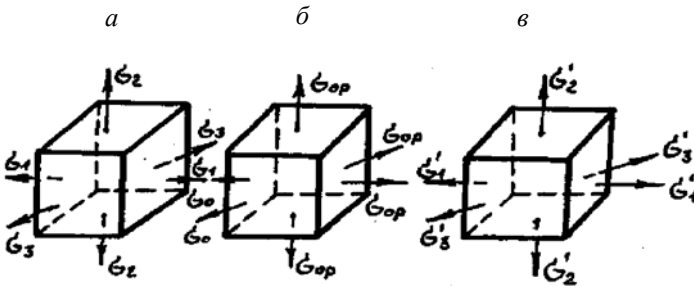
u_K — көлем өзгеруіне жұмсалатын энергия.

Көлемдік кернеулік күйдің жалпы жағдайында деформация екіге бөлінеді:

- 1) тек көлем өзгеруіне байланысты деформацияға;
- 2) тек форма түрі өзгеруіне байланысты деформацияға.

Бұл үшін $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ бас кернеулермен анықталатын берілген кернеулік күйді (5.2 а-сурет) екі кернеулі күйлер қосындысы ретінде қарастырамыз (5.2 б, в-сурет). Олар бірінші кубтың барлық жақтарына бірдей орташа кернеулер әсер ететін гидростатикалық созылуға (сығылуға) сәйкес болса

$$\sigma_{op} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$



5.2-сурет

Бұл жағдайда кубтың барлық қабырғаларының ұзындықтары бірдей шамаға өзгертіндіктен, кубтың формасы емес, тек оның көлемі өзгереді.

Екінші кернеулік күйдің кернеулерін σ'_1, σ'_2 және σ'_3 арқылы белгілейміз. Олар мына теңдеулермен анықталады:

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_{op}; \sigma'_2 = \sigma_2 - \sigma_{op}; \sigma'_3 = \sigma_3 - \sigma_{op}.$$

σ'_1, σ'_2 және σ'_3 кернеулерінде көлем өзгерісі нөлге тең болатындығын оңай көрсетуге болады.

Шынында бұл кернеулердің мәндерін көлемдік деформация формуласына қойсақ:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) = \frac{1-2\mu}{E} \left(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - 3 \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right) = 0.$$

Сондықтан σ'_1, σ'_2 және σ'_3 кернеулерден дененің тек формасы өзгертін болады.

u_K энергияны анықтаймыз

$$u_K = \frac{1-2\mu}{2E} 3\sigma_{op}^2.$$

Өрнекке σ_{op} мәнін қойып төмендегі теңдеуді құрамыз:

$$u_K = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2.$$

Түрі өзгеруіне байланысты энергиясы

$$u_T = \frac{1+\mu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)]$$

Ол мына түрге оңай келтіріледі:

$$u_T = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2].$$

Қарапайым созылу жағдайы үшін $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ кезінде жоғары формулаға сәйкес

$$u_T = \frac{1+\mu}{6E} 2\sigma_1^2.$$

Теорияның шарты келесі түрде жазылады:

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \leq 2\sigma_0^2;$$

мұндағы σ_0 – қарапайым созылу кезінде тәжірибеден алынған шекті кернеу.

Есептеу формуласы мынадай түрде жазылады:

$$\sigma_{есеп} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \leq [\sigma]$$

Жазық кернеулік күйдің бұл формуласындағы бас кернеулерді олардың σ_x, σ_y және τ_{xy} сәйкес өрнектерімен алмастырасақ

$$\sigma_{ecen} = \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_z + \sigma_y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + 3\tau_{zy}^2\right]} \leq [\sigma].$$

$\sigma_y = 0$ кезінде $\tau_{zy} = \tau$ және $\sigma_z = \sigma$ десек

$$\sigma_{ecen} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

Энергетикалық теория үшінші теория тәрізді созымды материалдар тәжірибелерімен дұрыс дәлелденді, әрі іс жүзінде кең қолданылады. Созымды материалдар үшін бұл теориялар созымды деформациялар пайда болатын шарттарды анықтайтын белгілерді тұжырымдайды. Сондықтан осы теорияларға негізделген $\tau_{max} < \tau_0, u_T < u_{TO}$ теңсіздіктерін кейде созылымдық шарттары деп атайды.

Энергетикалық теорияны таза ығысу кезіндегі аққыштық шегін теориялық тұрғыда анықтау үшін қолданамыз. Бұл жағдайда $\sigma_0 = 0$, $\tau = \tau_A$ және аққыштық шарты мына формуламен өрнектеледі:

$$\sigma_{ecen} = \sqrt{0 + 3\tau_A^2} = \sigma_A;$$

осыдан мына өрнекті құрамыз: $\tau_A = \frac{\sigma_A}{\sqrt{3}} = 0,58\sigma_A$. Осыған ұқсас

үшінші теория бойынша $\tau_A = 0,5\sigma_A$ болады. Сонымен, таза ығысу кезінде энергетикалық теория үшінші теорияға қарағанда тәжірибе жүзінде біршама дәл үйлеседі.

МОРДЫҢ БЕРІКТІК ТЕОРИЯСЫ. Шекті кернеулік күйдің туу себебін анықтайтын болжам ретінде қарастырылған жоғарыдағы теориялар негізінде кез келген бір фактордың шамасы, кернеу, ұзару, энергия алынды.

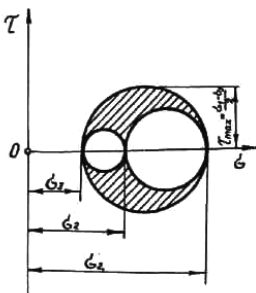
Мор теориясының айтылған теориялардан өзгешелігі сол, онда жеке болжамдар қарастырылмай, эксперименттік деректер негізінде материалдың беріктік қасиеттерінің кернеулік күйі

түріне белгілі бір тәуелділігі анықталады. Мұндай тәуелділікті алу және негіздеу үшін Мор ұсынған кернеулер шеңберін пайдаланады. Көлемдік кернеулік күй үшін әдетте шеңбер салады (5.3-сурет). Бірақ тәжірибелерге сүйеніп σ_2 кернеу ықпалын ескермей жуықтап алады, сонда материалдың беріктік қасиеттері тек σ_1 және σ_2 кернеулеріне байланысты болады. Сондықтан үш шеңбердің тек ең үлкенін қарастырады. Оны – Мор бас шеңбері деп атайды.

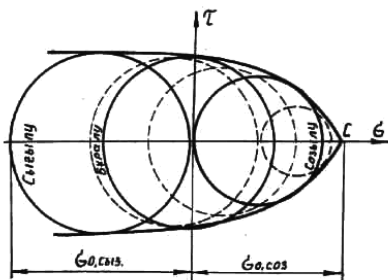
σ_1 және σ_3 кернеулері материалдың шекті кернеулік күйін білдіргенде сәйкес бас шеңбер де шекті делінеді.

Мысал ретінде 5.4-суретте сынақтан өткізілген материалдың созылу, сығылу және бұралу кезінде анықталған күйі бойынша үш шекті шеңбер бейнеленген.

Бұл жағдайда сығылу кезіндегі $\sigma_{0CЫF}$ шекті кернеулер созылу кезіндегіден σ_{0CO3} үлкен болады, яғни $\sigma_{0CЫF} > \sigma_{0CO3}$. Егер шеңберлерге жанай қисық сызық жүргізсек, оны шектеу қисығы деп атайды. Жалпы жағдайда ол қисықпен σ өсін қайсыбір C нүктеде қиып өтеді. Бұл нүкте C нүктесінің абсциссасымен анықталатын шекті кернеуі бар жан-жақты созылуға сәйкес келеді. Бұл жағдайда Мор шеңбері σ_1, σ_2 және σ_3 кернеулері өзара тең болғандықтан нүктеге айналып кетеді.



5.3-сурет



5.4-сурет

Сонымен, бірнеше шекті шеңберлер мен оларды шектеу қисығы болса, онда бас шеңбері шектеу қисығымен жанасатын кернеулік күй де шекті болады.

Шекті шеңберлердің барлық мүмкін кернеулік күйі үшін нақты шектеу қисығын алу мүмкін емес. Ол үшін көрсетілген кернеулік күйлерді тәжірибе жүзінде зерттеу қажет болар еді. Сондықтан іс жүзінде нақты шектеу қисығын созылуға және сығылуға негізделген екі бас шеңберге жанама болатын түзумен алмастырады. Бұл түзулер беріктік күйі аймағының шекаралары болады. Сонымен бірге олар кез келген кернеулік күйдің σ_1 және σ_3 кернеулердің өзара сызықты тәуелділігін дәлелдейді:

$$\sigma_1 = a + b\sigma_3.$$

Бұл тәуелділік $\Delta A_3 C_3 C_2$ және $\Delta A_1 C_1 C_2$ үшбұрыштардың ұқсастығынан шығатын қарапайым геометриялық қатынастар негізге алынады. Үшбұрыштарды қарастырып былай жазуға болады:

$$\frac{A_3 C_3}{C_2 C_3} = \frac{A_1 C_1}{C_1 C_2},$$

Мұндағы

$$A_3 C_3 = K_3 C_3 - K_2 C_2 = \frac{\sigma_1 + |\sigma_3|}{2} - \frac{\sigma_{0CO3}}{2};$$

$$C_2 C_3 = OC_2 - OC_3 = \frac{\sigma_{0CO3}}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2};$$

$$A_1 C_1 = K_1 C_1 - K_2 C_2 = \frac{1}{2} |\sigma_{0CЫF}| - \frac{1}{2} |\sigma_{0CO3}|;$$

$$C_1 C_2 = C_1 O + OC_2 = \frac{1}{2} |\sigma_{0CЫF}| + \frac{1}{2} \sigma_{0CO3}.$$

Созылу кезінде $\sigma_3 = 0$, ал $\sigma_1 = \sigma_{0CO3}$. Кернеулердің осы мәндерін өрнекке қойсақ: $a = \sigma_{0CO3}$.

Сығылу кезінде $\sigma_1 = 0$ және $\sigma_3 = \sigma_{0CЫF}$. Демек:

$$\sigma_{0CO3} - \theta \sigma_{0CЫF} = 0;$$

осыдан мына теңдік алынады:

$$b = \frac{\sigma_{0CO3}}{\sigma_{0CЫF}}.$$

Сонымен σ_1 және σ_3 кернеулерінің өзара тәуелдігін төмендегіше көрсетуге болады:

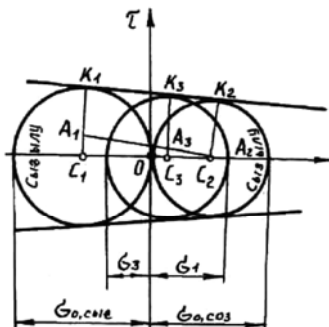
$$\sigma_1 = \sigma_{0CO3} + \frac{\sigma_{0CO3}}{\sigma_{0CЫF}} \sigma_3,$$

немесе

$$\sigma_1 - \frac{\sigma_{0CO3}}{\sigma_{0CЫF}} \sigma_3 = \sigma_{0CO3}.$$

Есептеу формуласы былай жазылады:

$$\sigma_{есеп} = \sigma_1 - K\sigma_3 \leq [\sigma].$$



5.5-сурет

К коэффициенті созылу және сығылу кезінде материалдың әртүрлі кедергісін есептеуге мүмкіндік береді. Егер кедергілер шамасы бірдей болса, онда коэффициент $K=1$ бас шеңберлерге жанамалар өсіне параллель болады (5.5-сурет). Жоғарғы шарт бұл жағдайда үшінші беріктік теориясына ұқсас болады. Демек, ол морт және созымды материалдар жарамды. Яғни морт сынатын материалдар үшін мен орнына сәйкес беріктік шектері, ал созымды материалдар үшін

аққыштық шектері алынады. Сонымен, Мор теориясында тұжырымдалғандай, созылу және сығылу бас шеңберлерінің аралығында жатқан кернеулік күй неғұрлым дұрыс нәтижелер береді.

3. Жаңа беріктік теориялар туралы түсініктер Беріктіктің біріккен теориясы

Бұл теорияда материалдар қирауының екі: үзілу жолымен болатын морт сынатын және (ығысу) қирайтын жолымен болатын тұтқыр түрі қарастырылады.

Бұл теорияның идеясын 1936 жылы профессор Н.Н. Давиденков айтып, кейін Я.Б. Фридман дамытты.

Үзу кернеуін $\sigma_{\text{үз}}$, ал ығысу кезінде қирауға сәйкес кернеуді $\tau_{\text{КИР}}$ деп белгілейік.

Морт сыну мысалы ретінде бұралуы кезінде шойын сырықтың қирауын (оған бас кернеулері бар аудандар бойынша үзілу тән) көрсетуге болады. Тұтқыр қирау созылымды болат біліктің бұралуы кезінде болады. Айтылғандардан шекті кернеулік күйдің бірінші және екінші теориялары материалдың қирауы үзілу құбылысына, ал үшінші және энергетикалық теориялары қирау, кесу (ығысу) құбылысына жататын теориялар тобы болады деп санаймыз.

Беріктіктің біріккен теориясы экспериментке негізделген болжамнан шығады: жұмыс жағдайы мен кернеулік күйге байланысты белгілі материалдың қирауы үзілу жолымен де болуы мүмкін. Бұл болжамға сәйкес екінші және үшінші теориялар біріктіріледі.

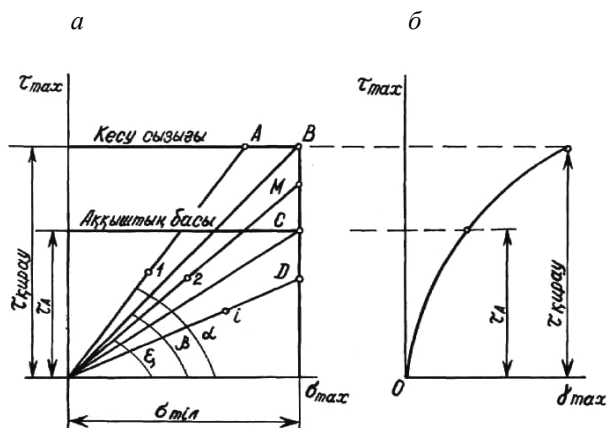
Механикалық күй диаграммасы көмегімен екі теорияны біріктіру арқылы материалдың бір мезгілде үзілуін және ығысуын әрі мүмкін қирауын зерттеуге болады.

Аталған диаграмманың негізгі элементі τ_{max} және σ_{max} өстер жүйесіне берілген материалдың беріктік күйін шектейтін төртбұрыш салынатын график болады (5.6 а-сурет). Оны салу әр материал үшін тәжірибеден алынған $\sigma_{\text{үз}}$ және $\tau_{\text{КИР}}$ мәндері тұрақты және олар кернеулік күй түріне байланыссыз деген ұйғарымға негізделеді.

Бұдан басқа графикте материалдың аққыштық шегіне сәйкес түзу беріледі. Оның орны τ_A аққыштық шегінің

шамасымен анықталады. Бұл түзу беріктік күй аймағын екі бөлікке бөледі де, олардың біреуі, түзуден төмен орналасқан жағы (серпімді жоғарғы жағы) созылымды деформацияға тең. 5.6 б-суретте τ_{max} және γ_{max} координаттар жүйесінде тәжірибе ретінде қисық жүргізіледі. Қисықта аққыштық шегіне, яғни созылымды деформациялар мен материал қирауының басталуы сәйкес келетін нүктелер белгіленеді. Көрсетілген сипаттамалар 5.6 а-суретте бейнеленген графикті салуға пайдаланылады.

Кез келген кернеулік күйді зерттеу кезінде σ_{max} өсі бойынша созу кернеуінің



5.6-сурет

ең үлкен шамасы салынады. Ол екінші теорияға сәйкес мына формуламен анықталады:

$$\sigma_{max} = E\varepsilon_1 = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3);$$

τ_{max} өсі бойынша үшінші теорияға сәйкес

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2};$$

болатын жанама кернеудің ең үлкен шамасы салынады.

Сонымен, әрбір кернеулік күй графикте координаттарының $m = \frac{\tau_{max}}{\sigma_{max}}$ белгілі қатынасы бар нүктемен, мысалы, 5.6 *a*-сурет-тегідей 1,2 немесе *i* нүктелерімен бейнеленеді. Аталған қатынас *m* кернеулік күйдің негізгі сипаттамасы болады. Кернеулік күйдің қарқындылығын $m=const$ кезінде өзгертсек, графикте координат басынан шығатын және σ_{max} өсіне α бұрышпен көлбеу тангенсі тең сәулені аламыз. Мұндай сәулені салғанда ол созылымды деформация аймағына көшу кезінде, яғни материалдың қирау моментіне дейін түзу болады деп ұйғарамыз.

Егер графикте өсіне β және ξ бұрыштармен $\frac{\tau_{КИР}}{\sigma_{\text{ҮЗ}}}$ және

$\frac{\tau_A}{\sigma_{\text{ҮЗ}}}$ қатынастарына сәйкес *OB* және *OC* сәулелерді жүргізсек (5.6 *a*-сурет). *m* қатынасымен сипатталатын әртүрлі кернеулік күйлер үшін:

а) $\alpha > \beta$ кезінде кесу арқылы қирау (*OA* сәуле);

б) $\beta > \alpha > \xi$ кезінде созылымды деформация дамуынан кейін үзу арқылы қирау (*OM* сәуле);

в) $\alpha > \xi$ кезінде созылымды деформацияның дамуынсыз үзу арқылы қирау (*OD* сәуле) болады.

Көптеген материалдарға және олардың жұмыс жағдайының түрліше болуына байланысты кернеулердің шекті мәндері бірдей болмайтындықтан, үзу және кесу сызықтары координат өстерінен әртүрлі қашықтықта орналасады. Демек, бір кернеулік күйде қираудың әр түрі болуы мүмкін, сондықтан қор коэффициенттері де бірдей болмайды.

Сонымен қатынасы әрбір дербес жағдайда қираудың ықтимал түрін жуықтап тағайындауға, сондай-ақ оның басқа түрге ұқсастық дәрежесін анықтауға, сол негізде қажетті қор коэффициентін қабылдауға мүмкіндік береді.

Егер кернеулік күй OA сәулемен сипатталса, онда қор коэффициентін τ_A аққыштық шегіне қатысты деп біліп, OD сәуле кезінде σ_{Y3} қатысты тағайындау керек.

Қарастырылған теория материалдар қирауының мүмкін түрін және әртүрлі жағдайда олардың күйін анықтауды жуықтап шешу үшін пайдаланылады.

ЯГН-БУЖИНСКИЙ БЕРІКТІК ТЕОРИЯСЫ. Бұл теориясында кернеулік күйлердің болу шарттары σ_1, σ_2 және σ_3 бас кернеулер арқылы функцияның екінші дәрежелі теңдеуімен өрнектеледі:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + m(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + n(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = l.$$

Теңдеудегі қажетті m, n, l коэффициенттері созылу, сығылу және бұралу (таза ығысу) жөніндегі сынауларға негізделіп анықталуы керек. Тәжірибелер нәтижесінде шекті кернеулерді және қор коэффициенттерін $[\sigma_{CO3}], [\sigma_{CYF}]$ және $[\tau_6]$ мүмкін кернеулерді табады. Бұл теңдеуді созылу үшін $\sigma_1 = [\sigma_{CO3}], \sigma_2 = \sigma_3 = 0$; сығылу үшін $\sigma_1 = 0, \sigma_2 = -[\sigma_{CYF}], \sigma_3 = 0$ және бұралу үшін $\sigma_1 = -\sigma_2 = [\tau_6], \sigma_3 = 0$ жеке пайдаланып, үш теңдеу аламыз:

$$\left. \begin{aligned} 2[\sigma_{CO3}]^2 + m[\sigma_{CO3}]^2 + n[\sigma_{CO3}] &= l; \\ 2[\sigma_{CYF}]^2 + m[\sigma_{CYF}] - n[\sigma_{CYF}] &= l; \\ 6[\tau_6]^2 &= l. \end{aligned} \right\}$$

Теңдеулер жүйесін шешіп, коэффициенттердің мәндерін табамыз:

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{6[\tau_6]^2 - 2[\sigma_{CO3}][\sigma_{CYF}]}{[\sigma_{CO3}][\sigma_{CYF}]}, \\ n &= \frac{6[\tau_6]^2([\sigma_{CYF}] - [\sigma_{CO3}])}{[\sigma_{CO3}][\sigma_{CYF}]}, \\ l &= 6[\tau_6]^2. \end{aligned} \right\}$$

Коэффициенттердің мәндерін жоғары тендеуге қойып, Ягн Бужинский беріктік теория шартын аламыз:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + \frac{6[\tau_6]^2 - 2[\sigma_{CO3}][\sigma_{CYF}]}{[\sigma_{CO3}][\sigma_{CYF}]} + \\ + \frac{6[\tau_6]^2([\sigma_{CYF}] - [\sigma_{CO3}])}{[\sigma_{CO3}][\sigma_{CYF}]}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \leq 6[\tau_6]^2.$$

Бұл теорияның ерекшелігі сол, Мор теориясы сияқты материалдың созылуы және сығылуы кезінде оның кедергісінің бірдей болмайтындығын, сонымен бірге материалдардың ығысу кедергісін ескереді. Егер де жоғарғы шартқа $[\sigma_{CO3}] = [\sigma_{CYF}] = [\tau_6]\sqrt{3}$ қойсақ, қарапайым түрлендіруден кейін энергетикалық теорияны қанағаттандыратын шартын аламыз. Демек, Ягн-Бужинский теориясының дербес жағдайы болады.

ПИСАРЕНКО – ЛЕБЕДЕВ БЕРІКТІК ТЕОРИЯСЫ. Бұл теория мынадай болжамға негізделеді: шекті кернеулік күйдің тууына материалдың жанама және тік кернеулерге қарсыласу қасиеттері себепші болады. Беріктік критерийін жанама кернеулер функциясы кернеулік күйіне инвариант түрінде алу ұсынылады. Беріктік критерий мынадай түрде жазылады:

$$\tau_{OKT} + m_1 \sigma_1 \leq m_2;$$

немесе кернеу қарқындылығы

$$x \sigma_1 + (1 - x) \sigma_1 \leq \sigma_{cos}^0;$$

мұндағы $x = \sigma_{CO3}^0 / \sigma_{CYF}^0, 0 \leq x \leq 1$ кезінде көптеген нақты құрылма материалдарға сәйкес келеді.

Бұл теория біртекті құрылма материалдар үшін тәжірибе жүзінде дәлелденген. Құрамы біртекті емес материалдар үшін келесі шартты ұсынған:

$$x \sigma_1 + (1 - x) \sigma; A^{1-I} = \sigma_{CO3}^0;$$

мұндағы $I = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / \sigma_i$ - кернеулік күйінің параметрі;

A – материал құрамы параметрі, аталған материалдардың класс үшін орта статикалық мәні 0,7 – 0,8.

А параметрін бұрау жөніндегі сынау көрсеткішіне негізделіп анықтайды:

$$A = \frac{\varphi - \sqrt{3}x}{1 - x};$$

мұндағы $\varphi = \sigma_{CO3}^0 / \sigma_{CЫF}^0$; τ_σ – бұрау кезіндегі шекті кернеу.

Бар теориялар тәжірибе жолымен әлі жеткілікті тексерілген жоқ. Шекті кернеулік күйлердің жаңа теорияларын жасау кезінде теориялардың, сондай-ақ деформацияның даму механизмі мен қатты денелердің қирау проблемасына қатысты зерттеулер және идеялардың кемшіліктері ескеріледі.

Белгілі теориялардың басты кемшіліктерінің біріне көлемдік кернеулік күйлердің жалпы жағдайында нақты теорияның дұрыстығын сенімді бағалауға мүмкіндік беретін қажетті эксперименттік мәліметтердің жоқтығы жатады. Бұл кемшілік қажетті тәжірибелерді жүзеге асырудың техникалық қиындығына байланысты туып отырады, сондықтан қазіргі кезде бар теориялар тек жазық кернеулік күй үшін эксперименттік тұрғыда тұжырымдалған. Дегенмен, көптеген жаңа материалдар әлі де жеткілікті зерттелмеген. Теориялардың келесі басты кемшілігі мынау: бұл теорияларды жасағанда материалдар тұтас біртекті орта ретінде оның микроқұрылымы ескерілмей қарастырылады. Материалдың осындай идеал үлгісі күрделі кернеулік күй кезінде іс жүзінде есептеу әдістемелігін жүзеге асырғанда ыңғайлы болады. Соңғы кезде жүргізілген эксперименттік және теориялық зерттеулер нақты қатты денелердің микроқұрылымы олардың деформациясына әрі қирауына ықпалы зор екендігін дәлелдеп берді. Бұл ықпалды ескермесе, беріктік теориясының кез келгені есептеу нәтижесіне өз әсерін тигізері сөзсіз. Оған қоса аталған ықпалды ескеру өте қиын мәселе, өйткені оны анықтау түрлі күрделі кернеулік күйде жұмыс істейтін материалдың созылымды деформациялық катаюын және қирауын сапалық, әрі сандық тұрғыда бағалауға мүмкіндік берер еді. Бұл міндетті шешу жолында бүгінгі таңда тек алғашқы қадам жасалуда.

VI ТАРАУ

СОЗЫЛУ ЖӘНЕ СЫҒЫЛУ

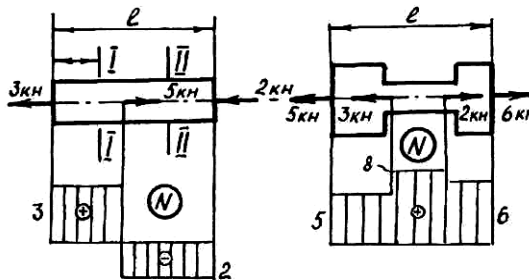
1. Ішкі әсерлер

Созылу және сығылу тік білеудің өсімен бағытталған сыртқы күш әсерінен болады. Білеудің көлденең қималарындағы ішкі әсерлер оның бойлық өсі бойынша бағытталған бір тең әсерлеріне келтіріледі. Ол бойлық күш деп аталады. Бойлық күш сан мәні бойынша қиылған сырықтың кез келген бөлігіне (сол не оң), сырық өсіне әсер ететін барлық сыртқы күштер проекциясының алгебралық қосындысына тең, яғни

$$N = \sum F_i.$$

Созу бойлық күшті оң деп санаймыз.

Бойлық күш сырықтың ұзындығы бойынша өзгеру заңын көрнекті бейнелеу үшін график құрады. Оны бойлық күш эпюрасы деп атайды. Бұл графикті құру кезінде абсцисса өсіне көлденең қима координатасын, ал ордината өсіне бойлық күш шамасын салады. Бойлық күш эпюралар салу мысалдары 6.1-суретте көрсетілген.



6.1-сурет

2. Кернеулер мен деформациялар

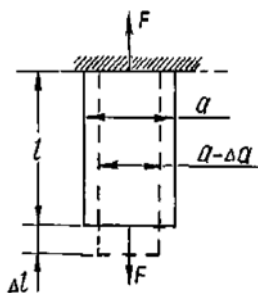
6.2-суретте созылатын сырық көрсетілген. Тепе-теңдік шартынан кез келген қимадағы бойлық күшті ішкі күштің тең әсерлері ретінде бейнелеуге болады. Жазық қималар жөніндегі болжамға сүйеніп, сырықтың барлық көлденең талшықтары бірдей созылады немесе қысқарады деп айтуға болады. Созылу немесе сығылу кезінде тік кернеулер сырықтың көлденең қимасында бірқалыпты таралғандықтан: $\sigma = const$, сондықтан

$\sigma A = N$ -ге тең және $\sigma = \frac{N}{A}$ болады. Сырықтың ұзындығы

бойынша өзгерісін Δl толық не абсолют ұзаруы (қысқаруы) деп атайды. Толық ұзару (қысқару) сырықтың ұзындығы сияқты сызықтық бірлікпен өлшенеді (см, мм).

Абсолют бойлық ұзарудың (қысқару) сырықтың ұзындық бірлігіне сәйкес келетін үлесін салыстырмалы ұзару деп атайды:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$



6.2-сурет

Бойлық деформация кезінде сырықтың көлденең өлшемдері өзгеріп отырады: созылу кезінде олар кішірейеді, ал сығылу кезінде үлкейеді, сырықтың көлденең өлшемдерінің өзгеруі көлденең деформация деп аталады. Сырықтың көлденең өлшемдерінің өзгерісін абсолют көлденең жіңішкеру деп атайды. Абсолют көлденең жіңішкерудің бастапқы өлшеміне қатынасын салыстырмалы көлденең жіңішкеру деп атайды:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}.$$

Салыстырмалы көлденең жіңішкеру салыстырмалы бойлық деформацияға тура пропорционал, ал таңбасы жағынан қарама-қарсы:

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon,$$

мұндағы – көлденең деформация коэффициенті немесе Пуассон коэффициенті, ол материалдың механикалық сипаттамаларының бірі болып саналады. Бұл коэффициент салыстырмалы көлденең деформацияның салыстырмалы бойлық деформацияға арақатынасының абсолют шамасын көрсетеді:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|.$$

μ коэффициенті әрбір материалдар үшін $0 \leq \mu \leq 0,5$ шегінде өзгереді. Кейбір материалдар үшін μ коэффициенттердің мәндері 3.3-кестеде келтірілген.

Серпімділік шегіндегі кернеулер мен деформациялардың өзара байланысы Гук заңына сәйкес созылу немесе сығылу кезінде келесі түрде болады:

$$\sigma = E\varepsilon;$$

яғни созылу (не сығылу) кезінде тік кернеу салыстырмалы ұзаруға тура пропорционал. Мұндағы E - бойлық серпімділік модулі (немесе қарапайым серпімділік модулі) деп аталатын пропорционалдық коэффициент. Ол материалдың физикалық тұрақтысы бола отырып, тәжірибе жүзінде анықталады. Өлшем бірлігі МН / м². Жиі пайдаланылатын кейбір материалдардың серпімділік модулінің мәндері 3.3-кестеде келтірілген.

Кернеуді $\sigma = \frac{F}{A}$, салыстырмалы ұзаруды $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ формула-

лары бойынша өрнектеп, Гук заңын түрлендіруге болады:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA};$$

мұндағы EA – созылу және сығылу кезіндегі қатандығы делінеді.

Мысал. Ұшы қатаң бекітілген дөңгелек болат сырыққа бойлық күш әсер етеді (6.3 а-сурет). Бойлық күшінің, тік кернеудің және абсолюттік ұзарудың эпюраларын тұрғызыңыз.

Шешімі. Қималар әдісін пайдаланып, бойлық күшті табамыз:

$$\sum Z = 0, N = 40 \text{ кН};$$

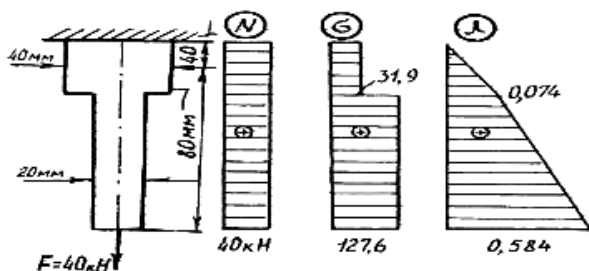
кернеулер

$$\sigma_1 = \frac{4 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 10^2} = 127,6 \text{ Н/мм}^2; \sigma_2 = \frac{4 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 20^2} = 31,9 \text{ Н/мм}^2.$$

Сырықтың көлденең қималарының орын ауыстыру шамалары оның ұзаруына тең болып, келесі формулаларымен анықталады:

$$\begin{aligned} \Delta l_{AA} &= 0; \\ \lambda_1 &= \Delta l_{BB} = \frac{N_1 l_1}{EA} = \frac{31,9 \cdot 4 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^5} = 0,074 \text{ мм}; \\ \lambda_2 &= \Delta l_{BB} + \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{127,6 \cdot 8 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^5} + 0,074 = 0,584 \text{ мм}. \end{aligned}$$

6.3 б, в, г-суреттерде N, σ, λ және λ эпюралары көрсетілген.



6.3-сурет

Эпюраларды салу кезінде келесі ережелер қабылданады:

1. Эпюраның өсін сырықтың бойлық өсіне параллель немесе онымен дәл таңдап алады.

2. Сырықтың бойлық өсіне параллель өстер жүргізіліп, осы өстерге қималардағы N мен σ, λ табылған мәндерін белгілі бір масштабпен перпендикуляр бағытта өлшеп салады.

3. Эпюралар өсіне перпендикуляр штрих сызықтар жүргізіледі, әрбір сызық сырықтың бұл қимадағы N немесе σ, λ мәнін көрсетеді.

4. Эпюраларда сипатты ординаталардың саны қойылады, олар N, σ немесе λ мәнін көрсетеді, эпюралардың анықтама-ларын дөңгелекке алады, мысалы N, σ, λ .

3. Созылу және сығылу кезіндегі сырық өлшемдерін анықтау және беріктігін тексеру

Материалдар кедергісінің негізгі есебі: бөлшектердің көлденең қимасының өлшемдерін таңдау. Бұл кезде материалдардың беріктік және үнемдеу проблемасы туындайды. Оларды шешуде екі әдіс қолданылады:

1) қирату күштері бойынша есептеу: сырық өлшемі берілген жағдайда оның ұзақ мерзім жұмыс істеуі кезінде ешқандай өзгеріске ұшырамайтынын, яғни күш әсеріне төзімділігін анықтау есептері қарастырылады;

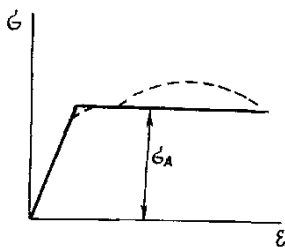
2) мүмкін кернеу бойынша есептеу.

Бұл әдістер машиналар мен құрылыстың беріктігін және төзімділігін қамтамасыз ету мақсатын көздейді. Бірінші әдіс құрылысты қирату күшінің ең аз мәнін анықтау барысында, оны салынып жатқан құрылысқа ұйғарылған күшпен салыстыру үшін керек. Екінші әдіс соңғы кезге дейін құрылыс жұмыстарында пайдаланылады және қазіргі кезге дейін машина жасауда қолданылады.

1. Қирату күштерінің әдісі. Бұл әдіспен есептегенде беріктік шарты ретінде құрылысқа түсетін ең үлкен қирату (қауіпті) күшінің қайсыбір беріктік коэффициенті деп аталатын шама $n > 1$ қатынасы мүмкін күштен $[F]$ аспауы қарастырылады:

$$F_{max} = \frac{F_K}{n} \leq [F]$$

Қор коэффициенті n мүмкін кернеуді есептеу әдісінде жан жақты қарастырылатын бірқатар пайымдаулар негізінде алынады.



6.4-сурет

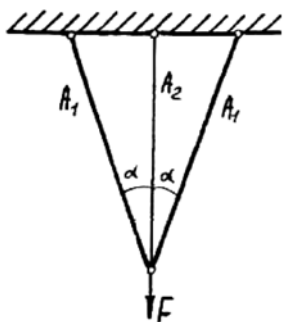
Созымды келген материалдар құрылмасында қирату күштерін анықтау үшін 6.4-суретте аққыштық ауданы шексіз тарайтын созылу (сығылу) диаграммасы - Прандтль диаграммасы қарастырылған.

Бұл жағдайда центрлік созылу немесе сығылу кезіндегі қирату күші былай анықталады:

$$F_K = \int_A \sigma_A dA = \sigma_A A.$$

Морт сынатын материалдар үшін аққыштық шегінің орнына беріктік шегін алу керек:

$$F_K = \sigma_b \cdot A.$$



6.5-сурет

Созылымды материалдардың статикалық анықталмайтын жүйелерінде аққыштық күш ең көп түсірілген бір элементте пайда болғанда жүйе қирамайды. Мысалы 6.5-суретте статикалық анықталмайтын жүйелерде F күшінің артуымен аққыштық шегіне тең кернеу алдымен ортаңғы немесе шеткі сырықтарда пайда болғанның өзінде құрылма қирамайды. Өйткені басқа сырықтардың кернеулері аққыштық шегінен кем болады.

Құрылманың толық қирауы үшін аққыштық барлық сырықтарда пайда болуы керек. Бұл жағдайда қирату күші тепе-теңдік шартынан табылады:

$$F_K = 2N_1 \cos \alpha + N_2 = 2A_1 \sigma_A \cos \alpha + A_2 \sigma_A.$$

2. Мүмкін кернеулер әдісі. Мүмкін кернеулер әдісі бойынша сырықтағы ең үлкен кернеу таңбасымен белгіленетін кернеуден аспауы талап етіледі:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq [\sigma]$$

Бұл теңсіздік созылған (сығылған) сырықтардың беріктік шарты деп аталады.

Іс жүзінде беріктікті есептеудің үш түрі кездеседі:

1. Сырықтың беріктігін тексеру. Бұл жағдайда беріктік шарты мына формуламен өрнектеледі:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq [\sigma];$$

мұндағы σ_{max}, F_{max} ең қауіпті қиманың тік кернеуі мен бойлық күші. Егер де $[\sigma]$, A , N_{max} белгілі болса, онда бұл формула бойынша сырықтың беріктігі қамтамасыз етілгенін білуге болады.

2. Сырықтың көлденең қима өлшемдерін анықтау (жобалау есебі). Күштер және мүмкін кернеу белгілі болса, беріктік шартына сүйеніп, сырықтың көлденең қима ауданын келесі теңсіздікпен анықтауға болады:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

3. Сырықтың мүмкіндік күштер немесе жүк көтеру қабілетін анықтау. Көлденең қима өлшемдері мен мүмкін кернеу белгілі болса, онда күштің мүмкін мәні келесі формуламен анықталады:

$$N = [\sigma] A.$$

Келтірілген формулалар бойынша есептеу қауіпті қима үшін жүргізіледі.

4. Созылу және сығылу кезіндегі сырықтың салмағын есептеу

Түсірілген созу күшін және сырықтың салмағын (6.6-сурет) ескеріп, жазық қималар болжамға сүйене отырып, кернеуді келесі формула бойынша анықтайды:

$$\sigma = \frac{N(z)}{A};$$

мұндағы $N(z) = F + \gamma Az$;

A – қиманың ауданы, γ – материалының бірлік көлемдегі салмағы. Күштің ең үлкен мәні:

$$|N(z)|_{\max} = F + \gamma Az;$$

кернеудің ең үлкен мәні:

$$\sigma_{\max} = \frac{|N(z)|_{\max}}{A} = \frac{F}{A} + \gamma l.$$

Беріктік шарты

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \gamma l \leq [\sigma];$$

немесе

$$A \geq \frac{F}{|\sigma| - \gamma l}.$$

$F=0$ болғанда $\sigma_{\max} = \gamma l$, ал беріктік шарты мынадай түрде болады:

$$\gamma l \leq |\sigma|.$$

Бұдан сырық салмағының әсерінен қирамайтын ең шекті ұзындығын табамыз:

$$l_{\text{ш}} = \frac{[\sigma]}{\gamma};$$

ал сырық салмағының әсерінен қирайтын кризистік ұзындығын төмендегіше анықтайды:

$$l_{\text{кр}} = \frac{\sigma_{\delta}}{\gamma}.$$

Сырықтың салмағын ескере отырғанда, оның ұзаруы мына формула бойынша анықталады:

$$\lambda(\tau) = \int_z^l \frac{N(\zeta)}{EA} d\zeta = \int_z^l \frac{F(l-z)}{EA} + \frac{\gamma}{2E} (l^2 - z^2).$$

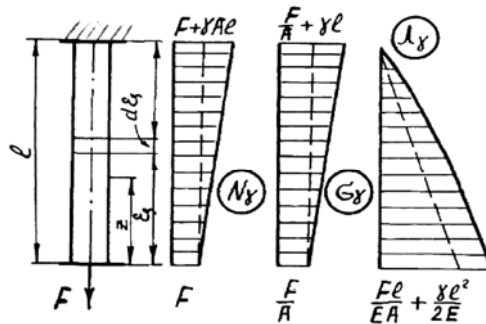
Сырықтың төменгі ұшының орын ауыстыруы оның толық ұзаруына тең болады және формула бойынша анықталады:

$$\lambda(z)_{z=n} = \frac{Fl}{EA} + \frac{\gamma^2}{2E}.$$

Сырықтың салмағы $Q = \gamma A$ ескеріп, шешімін төмендегіше табамыз:

$$\Delta l = \frac{FL}{EA} + \frac{Ql}{2EA}.$$

6.6 б, в, г-суреттерде бойлық күш, кернеулер орын ауыстыру эпюралары көрсетілген.



6.6-сурет

5. Тең кедергілі және сатылы білеулер

Тең кедергілі білеу – деп әрбір көлденең кимасында тік кернеулер біркелкі және мүмкін кернеуге тең білеуді айтады. Осындай білеудің көлденең кима ауданы (6.7 а-сурет) келесі заң бойынша өзгереді:

$$A(z) = A_0 e^{\frac{\gamma z}{[\sigma]}}.$$

мұндағы $A_0 = \frac{F}{[\sigma]}$ – білеудің күш түсіретін орнындағы минималь кимасы, γ – меншікті салмақ, z – ағыс координатасы, e – нақты логарифм негізі.

Қиманың ең үлкен ауданы

$$A_{max} = A_0 e^{\frac{\gamma z}{[\sigma]}} = \frac{F}{[\sigma]} e^{\frac{\gamma z}{[\sigma]}}.$$

Q білеудің салмағы мынадай шарттан анықталады:

$$F + Q = [\sigma] A_{max};$$

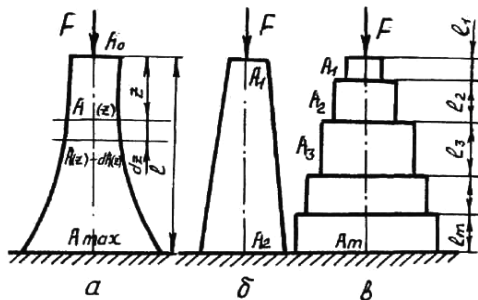
одан $Q = [\sigma] A_{max} - F$, немесе $Q = F \left(e^{\frac{\gamma z}{[\sigma]}} - 1 \right)$.

Білеудің салыстырмалы қысқаруы $\varepsilon = \frac{[\sigma]}{E}$, ал абсолют

қысқаруы $\Delta l = \varepsilon l = \frac{[\sigma]}{E} l$.

Тең кедергілі білеуді дайындауға материал аз жұмсалады, бірақ олардың бүйір беттері қисық сызықпен шектелгендіктен жасау қиынға соғады. Тең кедергілі білеу орнына кейде пирамидалы және қисық конусты (6.7 б-сурет) немесе сатылы (6.7 в-сурет) білеулер қолданылады.

Сатылы білеу – деп әрбір бөлек бөліктердің көлденең қима ауданы тұрақты болатын білеуді айтады. Сатылы білеуге мысал ретінде көп ғимараттың қабырғасын айтуға болады. Оның қалыңдығы жоғары қабаттарда жұқа болады да, төменгі қабаттарда қалыңдай түседі.



6.7-сурет

Кез келген n -ші бөлігінің қима ауданы мына формула бойынша анықталады:

$$A_n = \frac{F[\sigma]^{n-1}}{([\sigma] - \gamma_1)([\sigma] - \gamma_2) \dots ([\sigma] - \gamma_n)}.$$

Егер де барлық бөліктердің ұзындықтары тең болса:

$$l_1 = l_2 = l_3 = \dots = l_n = \frac{l}{m};$$

онда

$$A_n = \frac{F[\sigma]^{n-1}}{\left([\sigma] - \gamma \frac{l}{m}\right)^n} = \frac{F}{[\sigma] \left(1 - \frac{\gamma}{[\sigma]} \frac{l}{m}\right)^n}.$$

мұндағы m – білеудегі сатылар саны, l – білеудің ұзындығы.

VII ТАРАУ

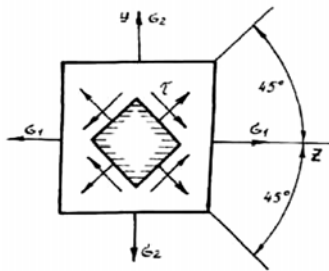
ЫҒЫСУ ЖӘНЕ БҰРАЛУ

1. Таза ығысу

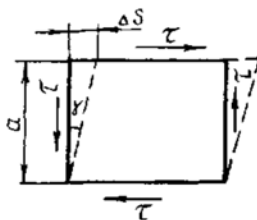
Ығысу – жазық кернеулік күйдің дербес жағдайы. Екі өзара перпендикуляр анық бағдарланған алаңдардағы тек қана жанама кернеулер әсер ететін жазық кернеулік және деформациялық күйді таза ығысу деп атайды. Таза ығысу кезінде қайсыбір нүктенің төңірегінде бөліп алынған және анық бағдарланған тікбұрышты элемент тек қана ығысу деформациясына ұшырайды да, қабырғаларының ұзаруы болмайды (7.1-сурет). Бұл алаңдар таза ығысу алаңдары деп аталады. 7.2-суретте

ΔS – шама абсолют ығысу, өлшемсіз шама $\frac{\Delta S}{a} = \gamma$ салыс-

тырмалы ығысу немесе ығысу бұрышы деп аталады. Таза ығысу алаңдары мен 45° бұрыш алаңдарда бас кернеулер әсер етеді және олар $\sigma_1 = \tau, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\tau$ болады.



7.1-сурет

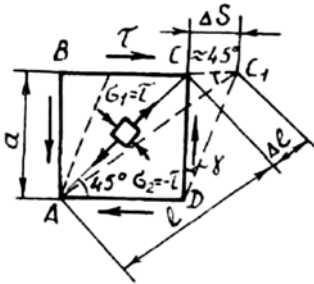


7.2-сурет

Ығысу кезінде Гук заңы τ жанама кернеу мен ығысу бұрышының арасындағы пропорционалдықты көрсетіп, мынадай түрде болады:

$$\tau = G\gamma;$$

мұндағы G – ығысу кезіндегі серпімділік модулі немесе созылу (сығылу) кезіндегі екінші текті серпімділік модулі (III тарауды қараңыз). 7.3-суреттен $AC=l=\sqrt{2}$ диагональдың ұзаруы Δl тең екенін көреміз:



7.3-сурет

$$\Delta l = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right) = CC_1 \cos 45^\circ = \frac{\Delta S}{\sqrt{2}},$$

диагональдың салыстырмалы сызықтық ұзаруы (σ_1 бағытында) төмендегіше көрсетіледі:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta S}{2A} = \frac{\gamma}{2}.$$

немесе Гук заңын ескерсек:

$$\varepsilon = \frac{\tau}{2G}.$$

Жалпылама Гук заңы таза ығысуға пайдаланылса, онда

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{1+\mu}{E} r.$$

Екі теңдіктің оң жақтарын теңестіріп, төмендегі теңдеуді құрамыз

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

$$\mu = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \text{ болғанда, } G = (0,375 + 0,4)E.$$

Гук заңын абсолют ығысу арқылы өрнектесек

$$\Delta S = \frac{Qa}{GA}.$$

Таза ығысу кезіндегі потенциялық энергиясы келесі формуламен анықталады:

$$U = \frac{Q\Delta S}{2} = \frac{Q^2 a}{2GA}.$$

Таза ығысу кезіндегі меншікті потенциялық энергиясы былай есептеп шығарылады:

$$U = \frac{U}{V} = \frac{Q^2 a}{2GA \cdot aA} = \frac{\tau^2}{2G},$$

мұндағы $V=a^2l$ элемент көлемі.

Таза ығысу кезіндегі беріктік теориялары мынадай түрде болады:

бірінші беріктік теория бойынша

$$\sigma_1 = \tau \leq [\sigma];$$

екінші беріктік теория бойынша

$$\sigma_1 - \mu\sigma \leq [\sigma];$$

Бас кернеулердің мәндерін қойып, табатынымыз төмендегі теңдік болмақ:

$$\tau = \frac{[\sigma]}{1+\mu} = [\tau].$$

Металдар үшін $\mu = 0,25 - 0,42$, сондықтан $[\tau] = (0,7 + 0,8) [\sigma]$.
Бетон үшін $\mu = 0,16$, сондықтан $[\tau] = 0,86 [\sigma]$.

Үшінші беріктік теория бойынша

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma].$$

Одан төмендегі теңдік шығады:

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{2} = [\tau].$$

мүмкін кернеу

$$[\tau] = 0,5 [\sigma].$$

Төртінші беріктік теория бойынша

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2} - \sigma_1 \sigma_3 \leq [\sigma].$$

Сондықтан

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}; [\tau] = 0,6 [\sigma].$$

Ығысу кезіндегі мүмкін кернеулер мәндері 7.1-7.5-кестелерде келтірілген.

7.1-кесте

Прокат металл үшін τ мүмкін кернеулердің шамамен алынған мәндері (МПа)

Әсерлердің түрі	Б.5	Б.4, Б.3 КП	Б.2, Б.3, Б.1
	Негізгі мүмкін тік кернеу кезінде		
	175 – 210	140 – 170	120 – 145
Қиылу	120 – 150	90 – 110	80 – 100
Кесектің жаншылуы	260 – 315	210 – 255	180 – 220

7.2-кесте

Құйма болат және шойын үшін мүмкін кернеулердің шамамен алынған мәндері (МПа)

Әсерлердің түрі	Болат						Шойын	
	К ₂		К ₂ төмендеткен		К ₁			
	Негізгі мүмкін тік кернеулер кезінде							
	180	210	150	180	120	150	100	120
Қиылу Жанасу кезіндегі жергілікті жаншылу: тығыз жанасу еркін жанасу А Б	135	160	115	135	90	115	25	30
	130	150	110	130	85	110	65	80
	700	800	600	700	500	600	350	420
	500	600	400	500	335	430	250	300

Ескерту. Еркін жанасу кезіндегі жаншылуы: А тұрақты құрылыстардың жылжымалы тіректеріне, Б жылжымалы көпірлерге, кран жабдықтарға жатады.

2. Ығыса деформацияланған құрылма элементтерін есептеу

Күштердің статикалық әсері кезінде болтты, тойтармалы қосылыстарға әсер етуші сыртқы күш оларда бірдей таралады деп қарастырып, қиылудың беріктік шартын келесі түрде жазамыз (7.4 а-сурет):

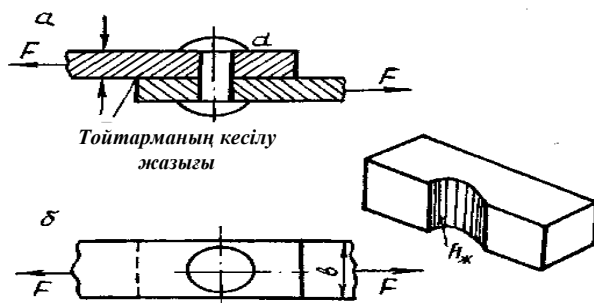
$$\tau = \frac{Q}{A_K} \leq [\tau]_K.$$

немесе

$$\tau = \frac{4Q}{n_K n_T \pi d^2} \leq [\tau]_K.$$

Тойтармалар немесе болттардың диаметрі

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{n_K n_T \pi [\tau]_K}}.$$



7.4-сурет

Мұндағы n_K – тойтарма немесе болттар саны;

n_T – қиылу жазықтығының саны;

$[\tau]_K$ – қиылудың мүмкін кернеуі;

d – болттар немесе тойтармалар диаметрі.

Болттар немесе тойтармалы қосылыстар қиылуға, сондай-ақ олардың қосылатын элементтері мен тойтарма шегелердің жанасу беттері жаншылуға есептеледі.

Жаншылу – деп жанасу беттерінде пайда болған созылымды деформацияны айтады (7.4 б-сурет).

Жаншылудың беріктік шарты келесі түрде жазылады:

$$\sigma_{ж} = \frac{Q}{A_{ж}} \leq [\sigma]_{ж}.$$

немесе

$$\sigma_{ж} = \frac{Q}{\delta d} \leq [\sigma]_{ж}.$$

осыдан

$$d = \frac{Q}{[\sigma_{ж}] \delta},$$

мұндағы $A_{ж}$ – жаншылу бетінің ауданы; δ – қосылатын элементтің қалыңдығы. Жаншылудың мүмкін кернеуі тәжірибе жүзінде анықталады. Кесілу мен жаншылуға есептеліп табылған тойтарма шегінің немесе болттың диаметрлерінің үлкені қабылданады.

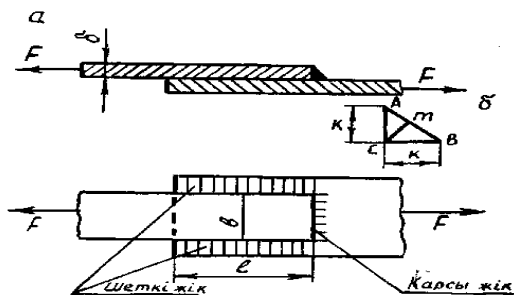
Дәнекерлеп қосылған элементтер тек қиылуға есептелінеді:

$$\tau = \frac{Q}{A_{жік}} \leq [\tau]_{л},$$

мұндағы $[\tau]_{л}$ – электрлік дәнекерленген жік қиылуының мүмкін кернеуі. Шеткі және қарама-қарсы жіктерді есептеуде (7.5 а-сурет) жіктің қауіпті қимасы ретінде ABC үшбұрышының биссектрисасы арқылы өтетін қима қабылданады (7.5 б-сурет). Олай болса $A_{жік} = b \cdot 0,7\delta$. Қарама-қарсы жіктің мүмкін күші: $[F_{к.ж}] = b \cdot 0,7\delta[\tau]_{л}$.

Шеткі жіктің мүмкін күші: $[F_{ш.ж}] = b \cdot 0,7\delta[\tau]_{л}$. Қосылыс сенімді қызмет атқаруы үшін оның сыртқы күшке қарсыласу қабілеті жеткілікті болуы тиіс, яғни

$$2[F_{к.ж}] + 2[F_{ш.ж}] \geq F.$$



7.5-сурет

7.3-кесте

Негізгі күштер әсері кезінде болтты, тойтармалы қосылыстарды есептеу кезінде пайда болатын мүмкін кернеулер (МПа)

Бұйым	Әсердің түрі	Б.4	Б.3 КП, Б.3	Б.2
Тойтармалар	Қиылу	140	95-тен 140-дейін	95-тен 140-дейін
	Жаншылу	350	280-нен 320-дейін	240-тан 280-дейін
Болттар жоңылған (таза)	Қиылу	140	120	12
	Жаншылу	350	320	280
Жоңылмаған (қара)	Қиылу	140	80	70
	Жаншылу	350	200	170

7.4-кесте

Дәнекерлеу кезіндегі мүмкін кернеулер, МПа

Кернеулер түрі	Қол дәнекерлеу		Автогендік дәнекерлеу
	жұқа	калық	
Созылу	100	130	130
Сығылу	110	145	145
Қиылу	80	110	110

Ағаш үшін (қарағай) мүмкін кернеулер

Кернеулер түрі	Белгісі	Шамасы (МПа)
Иілу	$[\sigma_{и}]$	10
Талшықтар бойынша созылу	$[\sigma_{соз}]$	7
Бойлық талшықтардың сығылуы және жаншылуы	$[\sigma_{сығ}], [\sigma_{ж}]$	10
Көлденең талшықтардың жаншылуы (10 см-ден кем емес)	$[\sigma_{ж}]_{90}$	2,5
Талшықтар бойынша сындыруы:		
иілу кезінде	$[\tau_{и}]$	2,0
қуыстарда	$[\tau]$	1,0
Қуыстардағы көлденең талшықтардың сындырылуы	$[\tau]_{90}$	0,5

3. Бұралу кезіндегі кернеулер мен деформациялар

Бұралу кернеулік күйі: білеуде тек қана ішкі әсерімен – бұралу момент $M_{\tau} = M_{\phi}$ сипатталады. Бұралуға қызмет ететін білеу *білік* деп аталады.

Бұралу деформациясын іс жүзінде өте жиі кездестіруге болады. Мысалы, машиналардың жетеуші дөңгелектері отырғызылған өстерде, трансмиссиялық біліктерде, кеңістіктегі құрылма элементтерде т.б.

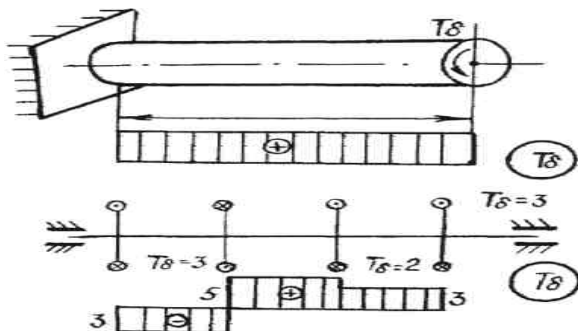
T_{ϕ} – бұралу моменті, ол сан мәні бойынша білік өсімен салыстырғанда қиылған біліктің кез келген бөлігіне (сол не оң) әсер ететін барлық сыртқы моментінің алгебралық қосындысына тең:

$$T_{\phi} = \sum_{к.б} T_{\tau}.$$

Егер бұраушы момент қаралатын бөлікті (қима жағынан қарағанда) сағат тілі бағытына қарсы айналдырса, онда қимадағы бұралу моменті оң деп саналады.

Бұралу моменті біліктің ұзындығы бойынша өзгеру заңын бейнелеу үшін график құрады. Оны бұралу моментінің эпюрасы

деп атайды. Бұл графикті құру кезінде абсцисса өсіне көлденең қима ординатасын, ал ордината өсіне бұралу моменті шамасын салады. 7.6-суретте T_θ эпюралары көрсетілген.



7.6-сурет

Бұраушы моменті машина қуаты бойынша анықтау. Әдетте, біліктегі күш машина қуатымен анықталады. Егер де қуаты киловаттпен берілсе, онда $T_\theta = 974 \frac{W}{n} \text{ кНм}$, ал машина қуаты N ат күшімен берілсе (n – бір минуттағы айналыс саны)

$$T_\theta = 7027 \frac{N}{n} \text{ н.м} = 7,027 \frac{N}{n} \text{ кНм}.$$

Жұмыр біліктер. Идеал серпімді және біртекті материалдардан жасалған жұмыр біліктердің бұралу теориясында мынадай негізгі болжамдар қабылданған:

- 1) жазық қималар болжамы: бұралуға дейінгі жазық көлденең қима бұралғаннан кейін де жазық болып қалады;
- 2) бұралу кезінде білік өсі қисаймайды;
- 3) бойлық талшықтары ұзармайды;
- 4) әрбір көлденең қима басқасымен салыстырғанда біртұтас бұрылып, оның деформацияға дейінгі түзу радиусы деформациядан кейін сол күйінде қалады;
- 5) біліктің көлденең қимасында тек қана жанама кернеулер пайда болады.

Сонымен, бұралуды біліктің көлденең қималарының таза ығысуы ретінде қарастыруға болады.

Бұл жағдайда көлденең қимасында тек қана жанама кернеулер туады (7.7 а-сурет) олар мына формуламен анықталады:

$$\tau_{\rho} = \frac{T_{\theta} \rho}{J_{\rho}};$$

мұндағы τ_{ρ} – қиманың кез келген нүктесіндегі жанама кернеуі;

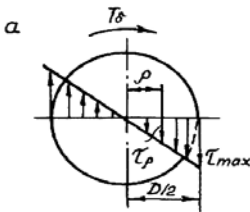
T_{θ} – зерттеу қимасындағы бұралу моменті;

ρ – зерттелетін нүктеден өсіне дейінгі қашықтық;

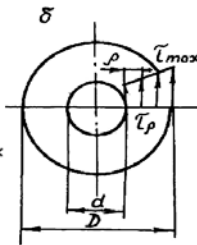
J_{ρ} – қиманың өрістік инерция моменті.

Қиманың өрістік инерция моменті мынадай түрде болады: шеңбер үшін

$$J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4;$$



7.7-сурет



7.8-сурет

ортасы қуыс сақина тәріздес қималар үшін (7.7 б-сурет)

$$J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} (1 - c^4) \approx 0,1 D^4 (1 - c^4);$$

мұндағы

$$c = \frac{d}{D}.$$

Ең үлкен жанама кернеу қиманың шеткі нүктелерінде болып, мына формула бойынша анықталады:

$$\tau_{max} = \frac{T_{\delta}}{W_{\rho}};$$

мұндағы $W_{\rho} = J_{\rho}/d/2$ өрістік кедергі моменті. Ол өрістік инерция моментінің радиусқа қатынасына тең. Бұл шама жұмыр көлденең қима беріктігінің бұрау кезіндегі сипаттамасы болады (II-тарауды қараңыз).

Кедергі моменті тұтас қима үшін $W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$; ортасы

куыс жұмыр қима үшін $W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16}(1 - c^4) \approx 0,2D^3(1 - c^4)$

7.7 а, б-суреттерде тұтас және ортасы куыс жұмыр қималардың жанама кернеулер эпюралары көрсетілген. Жанама кернеудің жұптық заңына сәйкес олар бойлық қималарында да болады. Тік кернеулер көлденең және бойлық қималарында нөлге тең. Кернеулердің траекториясын жасау үшін 45° бұрышпен көлбеуленген бұрандалы сызықты бейнелейді. Егер біліктің бетін бұрандалы сызықтармен тікбұрышты торларға бөлсе, онда торлар бір бағытта созылатын, ал келесі бағытта сығылатын болады (7.8-сурет). Бас кернеулер σ_1 және σ_2 шамасы жағынан қиманың барлық нүктесінде жанама кернеулерге тең.

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{max} = \frac{T_{\delta}}{W_{\rho}}; \sigma_3 = 0.$$

Бұралу бұрышын анықтау. Қатандықты есептеу және статикалық анықталмаған есептерді шешу үшін көлденең қиманың бұралу бұрышын есептеп шығару керек.

Жалпы жағдайда бұралу бұрышы мына формуламен есептеледі:

$$\varphi = \sum_{l_i} \int \frac{T_{\delta} dz}{GJ_{\rho}}.$$

Σ белгісі әрбір бөліктің интегралын есептеп, содан кейін нәтижесін жинақтау керектігін білдіреді. Бір ғана бөлігі бар біліктің бұралу бұрышы мына формуламен анықталады:

$$\varphi = \int_0^l \frac{T_\theta dz}{GJ_\rho}.$$

0-ден 1-ге дейін шекте интегралдағанда

$$\varphi = \frac{T_\theta l}{GJ_\rho}.$$

Бұл формуласы бұралу бұрышының шамасын радианмен береді. Оны градусқа көшіру үшін φ -ді π -ге бөліп 180° -қа көбейтеді:

$$\varphi^0 = \varphi \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T_\theta l}{GJ_\rho};$$

мұндағы GJ_ρ – бұралу кезіндегі қатандық.

Ұзындық бірлігін, мысалы 1 метрге сәйкес бұралу бұрышы салыстырмалы *бұралу бұрышы* деп аталады. Ол θ болып белгіленеді де, келесі өрнекпен анықталады:

$$\theta = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T_\theta}{GJ_\rho}.$$

Бұралу кезінде деформацияның потенциялық энергиясы төмендегі формулалар бойынша анықталады:

жалпы жағдайда T_θ және J_ρ айнымалы кезінде

$$U = \frac{1}{2G} \int_0^l \frac{T_\theta^2}{J_\rho} dx;$$

M_θ бұралу моменті және GJ_ρ қатандық l ұзындығында тұрақты болатын кезде

$$U = \frac{T_\theta^2 l}{2GJ_\rho}.$$

Меншікті потенциялық энергия:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\tau^2}{2G}.$$

4. Біліктердің бұралуын есептеу

Біліктердің бұралу кезіндегі беріктігін есептеу. Біліктің беріктік шарты бойынша қауіпті қимадағы ең үлкен жанама кернеу мүмкін болатын жанама кернеуден аспауы талап етіледі:

$$\tau_{max} \leq [\tau],$$

мұндағы $[\tau]$ – бұралу кезіндегі мүмкін жанама кернеу. Ол материалға, құрылманың жұмыс істейтін жағдайына, т.б. байланысты және 7.1–7.5-кестелерде мәндері келтірілген.

Беріктік шарты материалдың беріктігін есептеудің үш түрін ерекшелейді:

1. Беріктігін тексеру:

$$\tau_{max} = \frac{T_{\bar{\sigma} max}}{W_{\rho}} \leq [\tau].$$

Ең үлкен жанама кернеу мен мүмкін жанама кернеудің арасындағы айырма 5%-тен кем, не артық болмауы керек.

2. Көлденең қима өлшемдерін анықтау (жобалау есебі). Жобалау есебіне керекті кедергі моментін келесі теңсіздікпен анықтауға болады:

$$W_{\rho} \geq \frac{T_{\bar{\sigma} max}}{[\tau]}.$$

Біліктің керекті диаметрі келесі тәуелділіктермен анықталады:

а) тұтас қима үшін

$$d = \sqrt{\frac{16T_{\bar{\sigma} max}}{\pi[\tau]}};$$

б) ортасы қуыс қима үшін (сақиналық қима)

$$D = \sqrt{\frac{16T_{\bar{\sigma} max}}{\pi[\tau](1-c^4)}}; \quad c = \frac{d}{D}.$$

3. Мүмкін деп саналатын бұраушы момент мына формула бойынша анықталады:

$$[T_{\bar{\sigma}}] = W_{\rho} [\tau].$$

Біліктердің бұралу кезіндегі қатаңдығын есептеу. Біліктің және онымен байланысты бөлшектердің әдеттегідей жұмыс істеуі үшін ол жеткілікті түрде қатаң болуы керек, яғни салыстырмалы бұралу бұрышы θ есептелетін біліктің пайдалануына тәуелді мүмкін бұралу бұрышынан $[\theta]$ асып кетпеуі қажет:

$$\theta_{max} = \frac{T_{\bar{\theta} max}}{GJ_{\rho}} \leq [\theta],$$

немесе

$$\theta_{max} = \frac{180^0}{\pi} \cdot \frac{T_{\bar{\theta} max}}{GJ_{\rho}} \leq [\theta^0]$$

мұндағы $[\theta]$ және $[\theta^0]$ мүмкін салыстырмалы бұралу бұрыштары рад/м, град/м сәйкес шамалармен өлшенеді.

Қатаңдығына жобалау есебі кезінде

$$J_{\rho} \geq \frac{T_{\bar{\theta} max}}{G[\theta]};$$

немесе

$$J_{\rho} \geq \frac{180^0 T_{\bar{\theta} max}}{\pi G[\theta^0]}.$$

Біліктің қатаңдық шарты бойынша керекті диаметрі келесі формуламен анықталады:

а) тұтас қима үшін

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 T_{\bar{\theta} max}}{\pi G[\theta]}};$$

немесе

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 180^0 T_{\bar{\theta} max}}{\pi^2 G[\theta]}};$$

б) ортасы қуыс қима үшін

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{32 T_{\bar{\theta} max}}{\pi G[\theta](1 - c^4)}};$$

Қатаңдық шартына сәйкес мүмкін бұраушы моментті анықтауға болады:

$$[T_{\delta \max}] = GJ_{\rho} [\theta] = \pi GJ_{\rho} [\theta^0] / 180^{\circ}.$$

Мүмкін салыстырмалы бұралу бұрышы техникалық шарттары бойынша анықталады. Оның мәні әртүрлі құрылманың және біліктің жұмыс істеуіне қарай мынадай шектерінде болады:

$$[\theta^0] = (0,25 - 1,0) \text{ град/м},$$

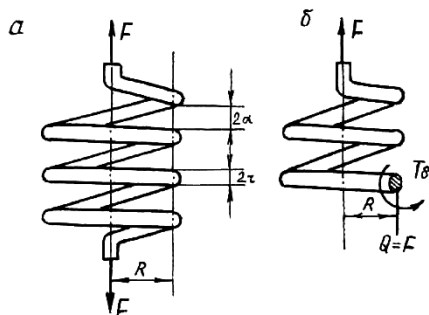
немесе

$$[\theta] = (0,43 - 1,75) \cdot 10^{-4} \text{ рад/м}.$$

Қатаңдық пен беріктік жағдайларын есептеу кезінде табылған екі диаметрдің үлкенін алу керек.

5. Бұрандалы серіппелерді есептеу

Цилиндрлік серіппелер. Орамның аз қадамды – деп орамның α көтергіш бұрышы 15° -тен аспаған қадамды айтады. 7.9-суретте көрсетілгендей, қабылданған белгілер мыналар: d , r – дайындалған серіппе сымның диаметрі және радиусы; D – серіппенің орташа диаметрі, R – серіппе орамының радиусы, n – орам саны. Серіппенің көлденең қимасында жанама кернеулер, $Q = F$ көлденең күшті теңестіретін және бұралу моменті $T_{\delta} = FR$ пайда болады. Орамның ішкі бетінде ең үлкен кернеулер әсер етеді және олар мына формула бойынша анықталады:



7.9-сурет

$$\tau_{max} = \frac{2FR}{\pi r^3} \left(1 + \frac{r}{2R} \right);$$

әдетте, орамның аз қадамды серіппелерінде $\frac{r}{2R}$ қатынасы бірмен салыстырғанда өте аз, сол себепті оны ескермейді, тек бұралу кернеулерін қарастырады. Сонда беріктік шарты келесі түрде болады:

$$\frac{2FR}{\pi r^3} \leq [\tau]$$

Жалпы жағдайда серіппенің шөгуге төменгі формула бойынша анықталады:

$$\lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4}.$$

a , b , c формулалары – жуық болады, өйткені оларды алғанда серіппелердің өсі арқылы өтетін жазықтық орам көлденең қимасымен үйлеседі деп есептелінген. Дәл есептеу мына формулалар бойынша жүргізіледі:

$$\tau_{max} = k_1 \frac{2FR}{\pi r^3};$$

$$\lambda = k_2 \frac{4FR^3 n}{Gr^4};$$

мұндағы k_1 және k_2 – түзету коэффициенттері. Олар $\frac{r}{R}$ радиустар қатынастарына байланысты және 7.6-кестеде келтірілген.

7.6-кесте

Түзету коэффициенттері k_1 және k_2 .

R r	3	4	5	6	8	10
k_1	1,58	1,40	1,31	1,25	1,18	1,14
k_2	1,11	1,09	1,08	1,07	1,06	1,05

Конустық серіппелер. Цилиндрлік серіппелермен салыстырғанда конустық серіппелер орнықтылау және шөгуі де үлкендеу болуы мүмкін. 7.10-суретте көрсетілгендей, қабылданған белгілер мыналар: R_1 және R_2 – жоғарғы және төменгі орамдардың радиустары; ағымдағы радиус $R = R_1 + \alpha \frac{R_2 - R_1}{2\pi n}$; α – ағымдағы бұрыш; n – орам саны; r – дайындалған серіппе сымның радиусы.

Серіппенің кез келген қимасында бұраушы момент $T_\phi = FR$ тең. Ең үлкен бұралу моменті орам бойынша ең үлкен радиус қимасында былай көрсетіледі:

$$T_{\phi \max} = FR_2.$$

Ең үлкен жанама кернеу

$$\tau_{\phi \max} = \frac{2FR_2}{\pi r^3}.$$

Толық шөгуі төмендегі теңдеу түрінде беріледі:

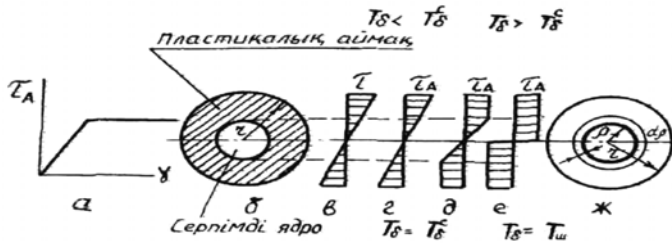
$$\lambda = \frac{Fn}{r^4 G} (R_2^2 + R_1^2) (R_2 + R_1).$$

6. Дөңгелек біліктің серпімділік шегінен асқан бұралуы

Материалдың идеал диаграммасын (7.10 а-суретте көрсетілген) пайдаланамыз. Бұл диаграммадан ығысу кезінде пайда болатын ең үлкен кернеулер τ ығысу кезіндегі аққыштық шегіне тең болады; деформация шамасы шексіз. Дөңгелек қималы білікке барлық кернеулер аққыштық шегінен төмен болатындай шамада T_ϕ бұраушы моментті түсіреміз (7.10 б-сурет). Білік таза серпімді күйде болып, кернеу эпюрі 7.10 в-суретте көрсетілген түрге енеді.

Шекті талшықтағы кернеулер τ_A аққыштық шегіне жетуі үшін T_ϕ шамасын үлкейтеді (7.10 г-сурет). Шеткі талшықтан басқалары серпімді болғандықтан, бұраушы моментті анықтауға мына формуланы пайдаланады:

$$T_\phi^c = \tau_A W_\rho.$$



7.10-сурет

Бұл моменттің білік тұтастай (тек шекті бір талшықтан басқасы) серпімді облыста болғандығын білдіретін ең үлкен мәні. Серпімділік теориясы бойынша оны шектік момент деп атайды. Білік моменттің бұл мәнінде қирамайды, оның әсерді қабылдау мүмкіндігі әлі бар. Егерде $T_\delta > T_\delta^c$ болса, онда серпімді ядро жойылып, қимада аққыштық аймағы таралады (7.11 д, е-суреттер), мұндай жағдайда біліктің бұраушы моменттің үлкеюін қабылдауға мүмкіндігі болмайды. Бұл күйге сәйкес T_u моменті деп аталады және мына формула бойынша анықталады:

$$T_u = \int_0^r 2\pi \rho^2 d\rho = \frac{2}{3} \pi r^3 \tau_A$$

мұндағы $W_A = \frac{2}{3} \pi r^3$ созылымды кедергі момент.

W_A шамасын серпімді кедергі моментімен W_ρ салыстырғанда

$$\frac{W_A}{W_\rho} = \frac{\frac{2}{3} \pi r^3}{\frac{\pi r^3}{2}} = \frac{4}{3}.$$

Онда

$$T_u = W_A \tau_A = \frac{4}{3} W_\rho \tau_A.$$

Сонымен, созылымды шекті момент серпімді кедергі моментінен 1,33 есе үлкен болады. Дөңгелек қималы емес білеулердің созылымды кедергі моментін мынадай формулалармен анықтайды:

жақтары b және h ($h < b$) тікбұрышты үшін $W_A = \frac{h^2}{6} \left(b - \frac{h}{3} \right)$,

қабырғасы a тең қабырғалы үшбұрыш үшін $W_A = \frac{a^3}{12}$.

7. Тікбұрышты қималы біліктің бұралуы

Көлденең қимасы жұмыр не қуыс біліктер үшін бұралу кезінде жазық қималар болжамы жарамсыз болып табылады, сондықтан көп жағдайда кернеу мен бұралу бұрышын анықтауға берілген есептер серпімділік теориясы әдістерімен шешіледі.

Кернеулер мен бұралу бұрыштары былай анықталады:

$$\tau_{max} = \frac{T_{\phi}}{W_{\phi}}; \quad \varphi = \frac{T_{\phi} l}{G_{\phi} I}.$$

Бұралу кезінде I_{ϕ} инерция моменттерінің және W_{ϕ} кедергі моменттердің шамалары, сондай-ақ ең үлкен кернеулердің мәндері қималардың әрбір түрлері үшін 7.7-кестеде келтірілген.

$h > b$ болғанда тікбұрышты білік үшін (7.10-сурет).

$$W_{\phi} = \alpha h b^3; \quad I_{\phi} = \beta h b^3.$$

7.8-кестеде α , β , γ өлшемсіз коэффициенттердің жуық мәндері келтірілген.

7.7-кесте

Бұралу кезіндегі дөңгелек емес қималар бойынша мәліметтер

Қиманың түрі	$J_{\phi}, \text{см}^4$	$W_{\phi}, \text{см}^3$	Ең үлкен жанама кернеу $\tau_{max} = \frac{T_{\phi}}{W_{\phi}}$
1	2	3	4
Квадрат	$J_{\phi} = 0,140 a^4$	$W_{\phi} = 0,208 a^3$	Жақтардың ортасында $\tau_{max} = \frac{T_{\phi}}{0,208 a^3}$; бұрыштарда $\tau = 0$

7.7-кестенің жалғасы

1	2	3	4
Кесілген шеңбер $\frac{n}{d} > 0,5$	$J_{\phi} = \frac{d^4}{16} \left(2,6 \frac{h}{d} - 1 \right)$	$W_{\phi} = \frac{d^3}{8} \frac{\left(2,6 \frac{h}{d} - 1 \right)}{\left(0,3 \frac{h}{d} + 0,7 \right)}$	Кесілген жазықтығының ортасында $\tau_{max} = \frac{T_{\phi}}{W_{\phi}}$
Эллипс	$J_{\phi} = \frac{16A^4}{\pi^2 b h (b^2 + h^2)}$	$W_{\phi} = \frac{\pi b^2}{16}$	Ең үлкен жанама кернеу $\tau_{max} = \frac{T_{\phi}}{W_{\phi}}; \text{ кіші жарты жарты өстің ішінде}$ $\tau_{max} = \frac{b \tau_{max}}{h}.$
Тең қабырғалы үшбұрыш	$J_{\phi} = \frac{\sqrt{3}}{80} a^4$	$W_{\phi} = \frac{a^3}{20}$	Жактардың ортасында $\tau_{max} = \frac{20 T_{\phi}}{a^3}$ бұрыштарда $\tau = 0$.
Дұрыс сегіз бұрыш	$J_{\phi} = k d^2 A$ $k = 0,133$ - алты бұрыш үшін $k = 0,130$ - сегіз бұрыш үшін	$W = k^1 d A$ $k^1 = 0,217$ - алты бұрыш үшін $k^1 = 0,223$ - сегіз бұрыш үшін	Жактардың ортасында $\tau_{max} = \frac{T_{\phi}}{k^1 d A};$ бұрыштарда $\tau = 0$.

7.7-кестенің жалғасы

1	2	3	4
Сына түрі	$J_{\delta} = \frac{a(b_1^4 - b_2^4)}{12(b_1 - b_2)} - 0,105(b_1^4 - b_2^4)$	$W_K = \frac{a(b_1^4 - b_2^4)}{12b_1(b_1 - b_2)} - 0,105 \frac{b_1^4 + b_2^4}{b_1}$	Кең табанына жақындау ұзын қабырғалар нүктелерінде $\tau_{max} = \frac{T_{\delta}}{W_{\delta}}$
Қуыс эллипсті кима	$J_{\delta} = \frac{\pi m^3}{16(m^2 + 1)} \times b_1^2 (1 - \alpha^4);$ $m = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \quad (m > 1);$ $a = \frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} \quad (a < 1)$	$W = \frac{\pi b_1^3}{16} (1 - \alpha^4) m$	Кіші жарты өстің ішінде: $\tau_{max} = \frac{T_{\delta}}{W_{\delta}}$ үлкен - $\tau = \frac{\tau_{max}}{Mag}$ қалыңдығы кезінде σ кима бойынша $\tau_{max} = \frac{T_{\delta}}{2A_{\delta}}$ тең таралған
Ашық қуысты $\delta \ll r$ кима	$J_{\delta} = \frac{2}{3} \pi r \delta^3$	$W = \frac{(2\pi\delta)^2}{6\pi r + 1,8\delta}$	Қиманың сыртқы және ішкі беттерінің нүктелерінде $\tau_{max} = \frac{6\pi r + 1,8\delta}{(2\pi\delta)^2} T$

Тікбұрышты қималар үшін α , β және γ
коэффициенттердің мәндері

$\frac{h}{b}$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0 және артық
α	0,208	0,219	0,228	0,234	0,240	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,333
β	0,140	0,166	0,187	0,204	0,217	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,333
γ	1,000	0,932	0,865	0,845	0,821	0,796	0,774	0,753	0,745	0,743	0,743	0,743

Дербес жағдайда $\frac{h}{b} \geq 10$ болғанда инженерлік есептерде α
 $= \beta = \frac{1}{3}$ тең деп алады, онда:

$$W_{\bar{o}} = \frac{hb^2}{3}; \quad I_{\bar{o}} = \frac{hb^3}{3};$$

$$\tau_{max} = \frac{3T_{\bar{o}}}{hb^2}; \quad \varphi = \frac{T_{\bar{o}}l}{hb^3G}.$$

8. Ашық профильді жұқа қабырғалы біліктердің бұралуы

Егерде қабырғаның ені мен қалыңдығының арақатынасы $\frac{b}{\delta} > 5 \div 10$ болса, онда бұл жұқа қабырғалы білік. Жанама кернеулер қабырғаның ені бойынша сызықтық таралады. Орта сызығында $\tau = 0$, ал ұштарында – ең үлкен болады.

Ашық профильдердің бұралу туралы есебінде профильдерді тар бірнеше тікбұрыштарға бөліп, жуық мәнінде шешеді және мынадай формулаларды пайдаланады:

$$\tau_{max} = \frac{3T_{\delta}}{I_{\delta}}; \quad \varphi = \frac{T_{\delta}l}{GI_{\delta}}.$$

Бұл кезде профильдердің инерция және кедергі моменттерін анықтау үшін аталған шамаларды әрбір тікбұрыш үшін тауып, сосын олардың қосындысы ретінде қарастырады:

$$I_{\delta} = \alpha \frac{1}{3} \int_s [\delta(s)]^3 ds.$$

Қабырғалары қалыңдығы бойынша тұрақты учаскелерінде

$$I_{\delta} = \alpha \sum_{i=1} \frac{b_i \delta_i^3}{3};$$

мұндағы b_i және δ_i – ең үлкен және ең кіші қиманың өлшемдері. α коэффициенті профильдің түріне байланысты: бұрыштар үшін – 1,10; швеллер – 1,12; таврлар – 1,15; қоставр – 1,20-ға тең болады.

VIII ТАРАУ

ИІЛУ

1. Негізгі түсініктер. Ішкі әсерлер

Көп жағдайларда білеу көлденең күштің әсеріне ұшырайды. Оның әсер ету жазықтығы білеудің өсі арқылы өтеді де, күш әсерінен өсі иіледі. Деформацияның бұл түрі *иілу* – деп аталады. Негізінен иілу деформациясына ұшырайтын білеу әдетте *арқалық* – деп аталады.

Күштерді түсіру және білеуді бекіту тәсілдеріне байланысты иілу әртүрлі болуы мүмкін.

Егер де июші момент қимаға әсер ететін жалғыз ғана күш әсері болса, онда *таза иілу* – деп аталады. Егер көлденең қимада иілу моментімен қатар көлденең күштер пайда болса, онда *көлденең иілу* ұғымы ендіріледі. Іс жүзінде көлденең қимасында бір ғана симметрия болатын арқалықтар жиі кездеседі. Егер барлық күштер оның ішінде тірек әсерлерде қиманың симметрия өсімен дәл келетін жазықтықта жатса, онда иілген арқалықтар өсі жазықтықта жатады. Мұндай иілу *жазық иілу* деп аталады.

Түсірілген күштерді қабылдау, оларды табанына жеткізу үшін арқалықтарды тірек байланыстармен қосу қажет. Іс жүзінде тірек байланыстар немесе тіректердің бірнеше түрі пайдаланылады. Тірек әсерлері тірек құрылғысына байланысты. Тіректердің негізгі үш түрін қарастырайық:

1. *Топсалы қозғалмайтын тірек* (8.1 а-сурет). Топсалы қозғалмайтын тірек нобайы арқалықпен топсалы қосылған екі сырық түрінде көрсетілген. Топса арқалықтың өзіне тірелетін қимасының айналуына кедергі келтірмейді деп қарастырылады. Осындай тіректе тірек әсерінің H_A және R_A екі құраушысы пайда болады.

2. *Топсалы қозғалмалы тірек* (8.1 а-сурет). Бұл тірек тек бір бағытта жылжуды (мысалы, көлденеңі бойынша) қамтамасыз

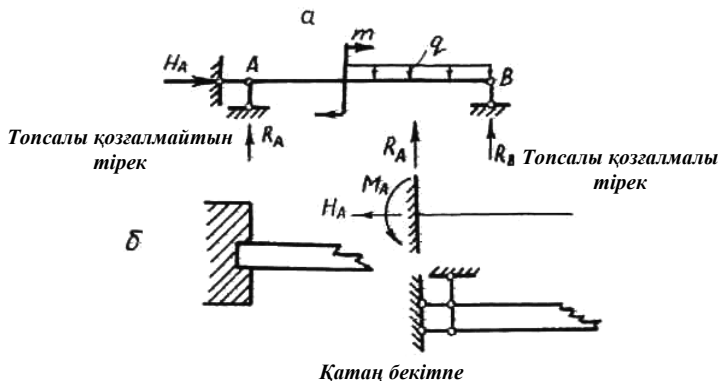
етеді. Топсалы қозғалмалы тіректің нобайы бір сырық түрінде көрсетілген. Осындай тіректе тірек әсері R_B пайда болады.

3. *Қатаң бекітпе* (8.1 б-сурет). Мұндай тірек екі бағытта бұралуға және жылжуға мүмкіндік бермейді. Қатаң бекітпе R_A тік әсерден, H_A көлденең күштен және m_A моменттен құрылады. Кейде қатаң бекітпені суреттегідей үш сызықты байланыс түрінде бейнелейді. Үш сызықты байланыстар пайда болатын H_A , R_A және M_A әсерлерін тудырады.

Арқалықтардың иілуін есептеу үшін барлық әсер ететін күштерді білу керек. Әдетте сыртқы күштер алдын ала берілетіндіктен, арқалыққа әсер ететін барлық күштерді есептеу үшін белгісіз тірек әсерлерді анықтау керек. Бұл мәселе теориялық механика курсына толық қарастырылады. Әсерлерді анықтау әдістерін қысқаша еске түсірейік. Жазық күш жүйесі түсірілген денелердің тепе-теңдік теңдеулерін үш түрде жазуға болады:

$$1) \sum Z=0; \quad \sum Y=0; \quad \sum m_0=0,$$

мұнда моменттер қосындысы күш әсерінің жазықтығында жататын кез келген 0 нүктесіне сәйкес алынады;



8.1-сурет

$$2) \sum m_a=0; \quad \sum m_b=0; \quad \sum Z=0;$$

бұл жағдайда Oz өсі ab түзуіне перпендикуляр болмауы қажет;

$$3) \sum m_a=0; \quad \sum m_b=0; \quad \sum m_c=0,$$

бұл вариантты қабылдағанда "а", "в" және "с" нүктелері бір түзудің бойында жатпауы керек.

Тепе-теңдік теңдеулерінің саны барлық тірек әсерлерді анықтауға жеткілікті болса, жүйелерді *статикалық анықталатын жүйе* деп атайды (8.2-сурет). Июші моменттер мен көлденең күштер үшін төмендегі таңбалар ережелерін қабылдаймыз:

егер қиманың сол жағына түсірілген сыртқы күштер төменнен жоғары қарай, ал оң жағында жоғарыдан төмен қарай бағытталса, ол қимадағы көлденең күш оң таңбалы болады (8.3-сурет). Кері жағдайда көлденең күш теріс таңбалы болады; егер қиманың сол жағына түсірілген сыртқы күштердің қосынды моменттері сағат тілімен бағыттас, ал оң жағына сағат тілінің бағытына қарсы болса, егер төменгі талшықтарды созса, қимадағы июші момент (8.3-сурет) оң таңбалы деп саналады. Кері жағдайда июші момент теріс таңбалы. Момент эпюрасының оң ординатасын өстен жоғары қарай, яғни сығылған талшыққа салады.

M июші момент, Q көлденең және q сыртқы күштердің қарқындылығы өзара белгілі тәуелділікте болады:

$$\frac{dM}{dz} = Q; \quad (a)$$

M июші моменттің z бойынша алынған бірінші туындысы қимадағы көлденең күшке, ал екінші туынды

$$\frac{d^2M}{dz^2} = q; \quad (б)$$

қимадағы таралған күштің қарқындылығына тең.

$$\frac{dM}{dz} = q; \quad (в)$$

көлденең күштің абсцисса бойынша алынған бірінші туындысы сол қимадағы таралған күштің қарқындылығына тең.

(а), (б), (в) формулаларды арқалықтардың иілуіне қатысты кейбір мәселелерді талдауда қолданады және де олар иілу кезіндегі дифференциалдық тәуелділіктер деп аталады. Олар көлденең күш және иілу момент эпюралардың ерекшелігін дәлелдеуге көмектеседі.

Кез келген қимадағы Q көлденең күш кесілген сол бөлігіне түсірілген барлық сыртқы күштердің алгебралық қосындысының арқалық тік өсіне түсетін проекциясына тең болады:

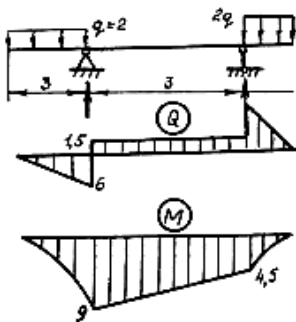
$$Q = \sum Y^c \quad (\text{г})$$

Кез келген қимасындағы июші момент сол қиманың ауырлық центріне қатысты кесілген сол бөлігіне түсірілген барлық сыртқы күштер моменттерінің алгебралық қосындысына тең болады:

$$M = \sum m^c. \quad (\text{д})$$

(г) және (д) формулалар негізінде кез келген қима үшін Q және M мәндерін оңай анықтауға болады, содан кейін олардың эпюраларын салады.

Мысал. Берілген арқалық үшін Q және M эпюраларын тұрғызыңыз (8.2-сурет).



8.2-сурет

Шешімі. Тірек реакцияларының әсерлерін анықтау. Тірек реакцияларды анықтау үшін оларды Y, Z өстерімен бағыттас деп қарастырып, статиканың теңдеулерін пайдаланамыз:

$$\sum Z = 0; \quad H_A = 0.$$

Бойлық өс бойымен әсер етуші сыртқы күш жоқ болғандықтан A тірегіндегі реакцияның көлденең құраушысы H_A нөлге тең. Топсалы қозғалмайтын тірек реакциясын анықтау үшін қозғалмалы тіректің топсасынан гөрі, сыртқы күштердің моменттерінің қосындысын нөлге теңестіреміз:

$$\sum M_B = 0; \quad -q \cdot 3 \cdot 4,5 + R_A \cdot 3 + 2q \cdot 1,5 \cdot 0,75 = 0;$$

Дәл осылай R_B реакциясын анықтаймыз:

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 3,75 \cdot 1,5 = 0;$$

Қозғалмалы тіректің R_B реакциясын анықтау үшін $\sum M_A = 0$; теңдеуінің орнына статикалық болса $\sum Y = 0$ теңдеуін пайдалануға болады. Көбінесе, $\sum Y = 0$ теңдеуді тірек реакцияларын анықтау үшін емес, анықталған реакциялардың дұрыстығын тексеру үшін қолданады:

$$\sum Y = 0; \quad q \cdot 3 - 2q \cdot 1,5 = R_A + R_B; \quad 12 = 12$$

Көлденең күштер мен ию моменттерін анықтау. Арқалықтың көлденең күштері мен июші моменттерінің тұрақты заңдылықтармен өзгертін бөлігі аралық деп аталады.

Бірінші аралық: $0 \leq z_1 \leq 3$;

мұндағы z_1 – координат басынан ішкі күштер анықталатын кимаға дейінгі арақашықтық. Көлденең күш пен иілу моментінің анықтамалары мен таңбалары туралы ережелерге сүйеніп, олардың өрнектерін құрамыз:

$$Q_1 = qz, z = 0 \text{ болғанда } Q_1 = 0; \quad M_1 = 0;$$

$$M_1 = q \frac{z_1^2}{2}; \quad x = 3 \text{ болғанда } Q_1 = -6 \text{ кН}; \quad M_1 = -9 \text{ кНм.}$$

Бірінші аралықта $Q_1(z_1)$ - z -ке тәуелді сызықтық функция, ал $M_1(z_1)$ квадратты парабола заңдылығымен өзгереді.

Екінші аралық: $0 \leq z_2 \leq 1,5$.

Көлденең күш пен иілу моментінің өрнектерін құрамыз:

$$Q_2 = 2qz_2; \quad M_2 = -2q \frac{z_2^1}{2} = -qz_2^2.$$

$$z_2 = 0 \text{ болғанда, } Q_2 = 0; \quad M_2 = 0.$$

$$z_2 = 1,5 \text{ болғанда, } Q_2 = 6 \text{ кН}; \quad M_2 = -4,5 \text{ кНм.}$$

Екінші аралықта $Q_2 = 6 \text{ кН}$; $M_2 = -4,5 \text{ кНм}$. тәуелді сызықтық функция, ал $M_1(z_4)$ – квадратты парабола заңдылығымен өзгереді.

Үшінші аралық: $1,5 \leq z_3 \leq 4,5$.

Көлденең күш пен иілу моментінің өрнектерін келесі түрде жазамыз: $Q_3 = 2q \cdot 1,5 - 4,5 = 1,5 \text{ кН}$.

$$M_2 = -2q \cdot 1,5(z_1 - 0,75) + R_B(z_3 - 1,5).$$

$$z_3 = 1,5 \text{ болғанда, } M_3 = -4,5 \text{ кНм};$$

$$z_3 = 4,5 \text{ болғанда, } M_3 = -9 \text{ кНм}.$$

Үшінші аралықтағы $Q_3(z_3) - z_3$ -ке тәуелсіз тұрақты шама, ал $M_3(z_3)$ z -ке тәуелді сызықтық функция.

Енді аралықтың бойлық өсіне параллель өсін жүргізіп, осы өстерге қималардағы $Q(z)$ пен $M(z)$ -тің табылған мәндерін белгілі бір масштабпен перпендикуляр бағытта өлшеп саламыз. Табылған нүктелерді қосып, көлденең күш пен моментінің эпюраларын құрамыз (8.3-сурет).

Тікелей қималар әдісі мен q , Q және M арасындағы дифференциалдық тәуелділіктен туындайтын көлденең күштер мен июші моменттердің эпюраларын салу ережесін тиянақты білу қажет:

1) бөлікте таралған күш болмаса, көлденең күш тұрақты, ал июші момент сызықтық заңдылықпен өзгереді;

2) бөлікте бірдей таралған күш болса, көлденең күш сызықты заңдылықпен, ал июші момент квадраттық парабола заңдылығымен өзгереді. Бұл жағдайда парабола таралған күшке дөңес жағымен бағытталады;

3) бөлікте сызықтық заңдылықпен өзгередін таралған күш болса, күш эпюрасы – үшбұрыш, көлденең күш квадраттық парабола заңдылығымен, ал июші момент кубтық парабола заңдылығымен өзгереді;

4) көлденең күш нөлге тең болатын қимада июші момент экстремаль мәнге максималь ие болады;

5) қимаға элемент өсіне перпендикуляр сыртқы қадалған күш түсірілсе, Q эпюрасы күш шамасына сәйкес өседі, ал M эпюрасы сынуды тудырады (эпюралардың аралас учаскелерінде баяу жанасу болмайды);

6) қимаға сыртқы қадалған момент түсірілсе, M эпюрасы сол момент шамасына өседі. Q эпюрасында бұл байқалмайды;

7) аралықтардың ұштарындағы қималарда көлденең күш пен июші момент қимаға түсірілген сыртқы қадалған (активті не реактивті) күшке және қадалған жұп моментке сәйкес келеді;

8) таралған күш басталатын не аяқталатын қималарда (қимаға қадалған күш түсірілмеуі керек), июші моменттердің эпюрасында сыну болмайды (бұл нүктеде парабола мен түзудің ортақ жанамасы болады);

9) көлденең күш нөлге тең болатын қимада июші моментінің жанамасы эпюраның өсіне параллель;

10) $Q > 0$ болған бөлікте момент артады, ал $Q < 0$ кемиді;

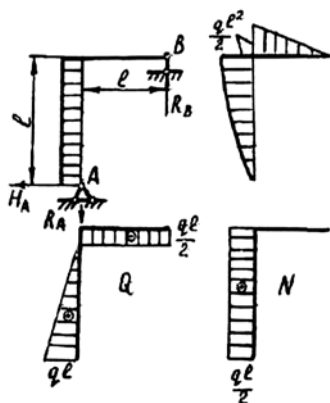
11) Q эпюрасы M эпюрасының туындысы болғандықтан, Q ординаталары M эпюрасының жанама түзуі мен абсцисса өсінің арасындағы тангенсіне пропорционал;

12) аралық топсаларда сыртқы момент әсер етпесе, июші моменті нөлге тең болады.

Статикалық анықталатын жақтаулар үшін эпюраларды құру.

Бірнеше сырықтардың өзара қатаң біріктірілген жүйесін жақтау деп атайды. Жақтаудың деформациясы кезінде бұл сырықтар иілгенімен, олардың түйіндегі бұрыштары өз шамасын өзгертпейді. Жақтаудың өсі – сынық сызық, оның, әрбір бөлігін арқалық ретінде қарастыруға болады. Жақтаудың тік сырығы тіреуіш, көлденең сырығы – ригель деп аталады. Жақтаудың арқалықтан айырмашылығы, оның көлденең қималарында июші моменттер мен көлденең қималарынан басқа, бойлық көштер пайда болуы мүмкін. Сондықтан, жақтау үшін M, Q және N эпюраларын құру керек. Бойлық және

көлденең күштер мен июші моменттің таңбаларын, жоғарыда қабылданған ережелерге сүйеніп аламыз:



8.3-сурет

1) бойлық созушы күш оң, ал сығушы күш теріс таңбалы деп саналады;

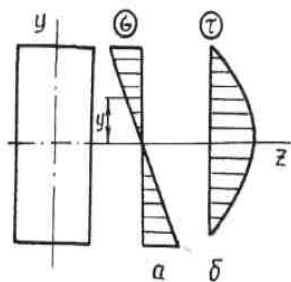
2) егер қиманың сол жағына түсірілген сыртқы күштердің қосындысы сағат тілімен бағыттас болса, көлденең күш оң таңбалы деп саналады;

3) егер M июші моменті оң таңбалы деп санасак, онда оның оң координатасын өстен жоғары қарай, яғни сығылған талшыққа салады.

Эпюраларды құру алдында реакцияларды анықтау керек. Жактау үшін Q және M эпюраларын құру мысалы 8.3-суретте көрсетілген.

2. Иілу кезіндегі тік кернеулер

Июші моментін әсер ететін жазықтығы көлденең қималардың симметрия жазықтығымен дәл келеді. Арқалықтардың материалы Гук заңына бағынады, созылуға және сығылуға серпімділік модульдері бірдей деп алынады. Бейтарап өсі қиманың ауырлық центрінен өтеді, сығылған талшықтарды созылған бөлігінен бөледі. Арқалықтың көлденең қимасындағы тік кернеулер бейтарап өстен қашықтыққа пропорционал өседі.



8.4-сурет

Қиманың кез келген нүктесіндегі тік кернеулер төменгі формуламен (8.4 а-сурет) анықталады;

$$\sigma = \frac{M_z y}{I_z};$$

мұндағы σ – қиманың кез келген нүктесіндегі тік кернеу;

M_z – зерттеу қимасындағы июші моменті;

y – зерттелетін нүктеден бейтарап өске дейінгі қашықтық;

I_z – көлденең қиманың инерция моменті. Бұл формуладан тік кернеу u шамасымен сызықты байланыста екендігі көрінеді. Қиманың биіктігі бойынша кернеулердің өзгерісін керсететін график кернеу эпюрасы деп аталады. Ең үлкен тік кернеу U шамасының ең үлкен мәнінде, яғни шекті талшықта болады. Егерде бейтарап сызық қиманың симметрия өсі болса, онда

$$\sigma_{max} = \frac{M_z}{W_z};$$

мұндағы W_z – геометриялық сипаттамасы, қиманың кедергі моменті деп аталады. Қиманың инерция моменттері және кедергі моменттер туралы толық II тарауда қаралған.

Егерде бейтарап өсі қиманың биіктігін қақ бөлмесе, онда шет талшықтардың созу және сығылу кезіндегі кернеулері бөлек анықталады:

$$\max_1 = \frac{M_z}{I_z} y_{1max}; \quad \max_2 = \frac{M_z}{I_z} y_{2max};$$

3. Иілу кезіндегі жанама кернеулер

Жанама кернеулер Д.И. Журавский формуласы бойынша (8.4 б-сурет) есептеп шығарылады:

$$\tau = \frac{Q_y S_z^{min}}{I_z b(y)};$$

мұндағы τ – қиманың кез келген нүктесіндегі жанама кернеуі;

Q_y – зерттеу қимасындағы арқалықтың көлденең күші;

S_z^{min} – z бейтарап өсіне қатысты тілінген бөліктің статикалық моменті;

I_z – z бейтарап өсіне қатысты қиманың инерция моменті;

$b(y)$ – жанама кернеулер анықталатын нүктедегі көлденең қиманың ені.

Қиманың биіктігі бойынша жанама кернеулердің таралуы қиманың формасына (калпына) байланысты.

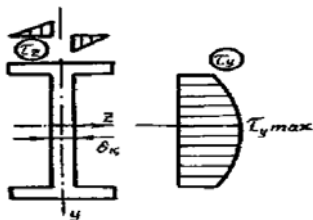
Тікбұрышты қима. Жанама кернеулер квадрат парабола заңы бойынша өзгереді. τ эпюрасы 8.4 б-суретте көрсетілген. Ең үлкен жанама кернеулер $y = 0$ болғанда

$$\tau_{max} = \frac{3Q_y}{2bh} \quad (a).$$

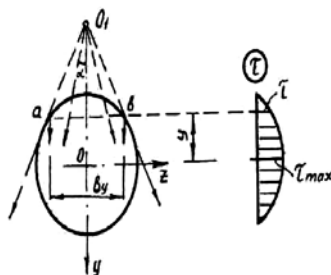
Қоставрлы қима. Көлденең күшті негізінде қоставрдың қабырғасы қабылдайды. $y = 0$ болғанда жанама кернеу ең үлкен мәнге ие болады:

$$\tau_{max y} = \frac{3}{2} \frac{Q_y S_{z max}}{I_z \delta_k};$$

мұндағы $S_{z max}$ – жарты қиманың статикалық моменті. Табанның горизонталь алаңдарында жанама кернеулердің шамасымен таралуы туралы заң әлі анықталмаған. Ал, бұл қималарда τ_{max} жанама кернеулер аз болғандықтан іс жүзінде арқалықтың беріктігіне әсері болмайды (8.5-сурет).



8.5-сурет



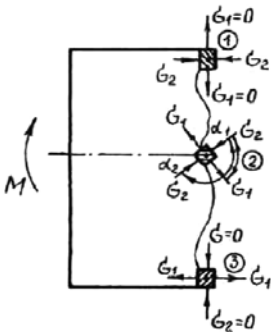
8.6-сурет

Шеңберлі қима. y деңгейіндегі жанама кернеулер O_1 қиылысу нүктеден шығып сәулелер бойынша бағытталады деп аламыз. Кез келген C нүктеде y деңгейінде мына формула бойынша анықталады (8.6-сурет):

$$\tau = \frac{Q_y S_z^{mil}}{I_z b_y \cos \alpha};$$

4. Иілү кезіндегі бас кернеулер

Жанама кернеулер нөлге тең болатын өзара перпендикуляр аяңдар *бас аяңдар* деп аталады. Онда әсер ететін тік кернеулер *бас кернеулер* деп аталады. Олардың біреуі максимал, ал екіншісі минимал болады (8.7-сурет):



$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2};$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\min} = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2};$$

Бас кернеулердің бағыты α_1 және α_2 бұрыштарымен анықталады:

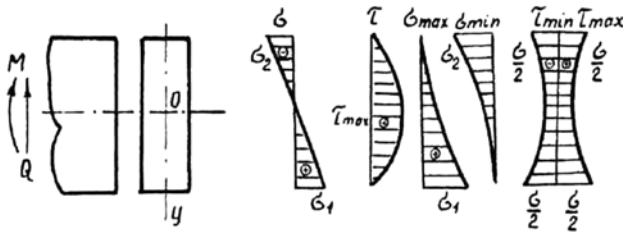
$$\operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{\tau}{\sigma_{\max} - \sigma}; \quad \operatorname{ctg} \alpha_2 = \frac{\tau}{\sigma_{\min} - \sigma};$$

α_1 бұрыш $\alpha_{\max}$ бағытты анықтайды, ал α_2 бұрыш — $\alpha_{\min}$. Ең үлкен жанама кернеулер:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2};$$

8.7-сурет

8.8-суретте көлденең қимасы тікбұрышты арқалықтың тік жанама және басқа



8.8-сурет

кернеулері эпюраларының жалпы түрі көрсетілген. Барлық эпюралардың бейтарап кернеулері эпюраларының жалпы түрі көрсетілген. Барлық эпюралардың бейтарап өстегі ординаталарының сан мәні (тік кернеулер эпюрасынан басқасы) бірдей болады.

5. Иілу кезіндегі қималарды таңдау және беріктігін тексеру

Мүмкін кернеулер әдісі бойынша иілген арқалықтарды есептеу үшін қауіпті қиманы іздестіреді. *Қауіпті қима* деп июші моменттердің (абсолют шамасы) ең үлкені M_{max} әсер етіп тұрған қиманы айтады. Қауіпті қимадағы қауіпті кернеу келесі формуламен анықталады:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I_z} y_{max}.$$

Созу мен сығылуға бірдей қарсыласатын созылымды материалдар үшін беріктік шарты былай есептеп шығарылады:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Созу мен сығуға қарсыласу қабілеті әртүрлі материалдардың беріктігі ең үлкен созушы және сығушы кернеулер бойынша есептеледі:

Созушы кернеу бойынша беріктік шарты

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} \leq [\sigma_{соз}].$$

Сығушы кернеу бойынша беріктік шарты

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} \leq [\sigma_{сығ}].$$

Керекті кедергі момент бойынша көлденең қималардың өлшемдері тағайындалады:

$$W_z = \frac{M_{max}}{[\sigma]}.$$

Тікбұрыш қима үшін

$$h = \sqrt[3]{\frac{6M_{max}}{c[\sigma]}} \approx 1.82 \sqrt[3]{\frac{M_{max}}{c[\sigma]}}; c = \frac{b}{h}.$$

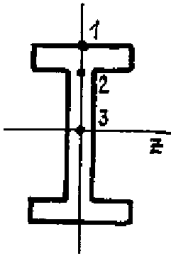
Шеңбер үшін

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{max}}{\pi[\sigma]}} \approx 2.17 \sqrt[3]{\frac{M_{max}}{[\sigma]}}.$$

Сақина үшін

$$D = \sqrt[3]{\frac{32M_{max}}{\pi[\sigma](1-\alpha^4)}} \approx 2.17 \sqrt[3]{\frac{M_{max}}{[\sigma](1-\alpha^4)}}; \quad \alpha = \frac{d}{D}.$$

Кейбір жағдайда, мысалы қоставрлы арқалық үшін оның көлденең қимасындағы қажетті нүктелердің беріктігін тексеру қажет.



8.9-суретте көрсетілгендей, 1 нүктедегі жанама кернеулер нөлге тең болғандықтан, (б) формулаға сәйкес тексеру тік кернеу бойынша жүргізіледі. Ал 2 нүктеде керісінше кернеулер нөлге тең, ал жанама кернеулер ең жоғары мәнге ие болатындықтан, тексеруді жанама кернеулер бойынша жүргізеді:

$$\tau_{max} = \frac{Q S_z^{mil}}{I_z b} \leq [\tau].$$

8.9-сурет

2-нүктеде тік және жанама кернеулер пайда болады, олардың шамасы да әжептәуір болады. Бұл жағдайда беріктікті тексеру бас кернеулер бойынша жүргізіледі:

$$\sigma_{max}^{III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{max}^{IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

6. Созылу және сығылу кезіндегі серпімділік модульдері әртүрлі арқалықтардың иілуі

Кейбір материалдардың, мысалы, пластмассалар, бетон т. б. созылу және сығылу кезіндегі серпімділік модульдері әртүрлі болады. Серпімді деформациялар шегінде мұндай арқалықтың иілуіне жазық қималар заңын қолдануға болады. Жалпы жағдайда бейтарап сызық қиманың ауырлық центрінен өтпейді. Әртүрлі материалдардан жасалған арқалықтың қимасын

келтірілген геометриялық сипаттамалар және серпімділік модульдері арқылы біртекті қимасына келтіруге болады.

Егер де A_k және E_k – қиманың келтірілген ауданы мен серпімділік модулі; ал A_i және E_i сәйкес әртүрлі материалдардан жасалған қиманың ауданы мен серпімділік модульдері болса, онда арқалықтың келтірілген көлденең қимасының ауданын мына теңдеу арқылы шешеміз:

$$A_k = \sum_{i=1}^n A_i \frac{E_i}{E};$$

Келтірілген ауданын анықтаған соң, басқа да геометриялық сипаттамаларын табуға болады.

Созылу кезіндегі серпімділік модулін E_I -деп, ал сығылу-дікін – E_2 деп белгілейік. Бейтарап өсінің орнын қиманың статикалық өсі арқылы теңестіріп анықтаймыз:

$$S_k = E_I S_I + T_I S_I = 0.$$

Қиманың келтірілген қатандығын келтірілген серпімділік модулі арқылы өрнектеуге болады:

$$(EI)_k = I \left(E_1 \frac{I_1}{I} + E_2 \frac{I_2}{I} \right) = E_k I;$$

Мұндағы I – центрлік өске қатысты қиманың инерция моменті, ал

$$E_k = E_1 \left(\frac{I_1}{I} + E_2 \frac{I_2}{I} \right);$$

немесе келтірілген инерция моменті арқылы көрсетейік:

$$(EI)_k = E_1 \left(I_1 + \frac{E_2}{E_1} I_2 \right) = E_1 I_k;$$

мұндағы

$$I_k = I_1 + \frac{E_2}{E_1} I_2;$$

Ондай жағдайда кернеулер созылған немесе сығылған аймақтарында мына формулалар бойынша анықталады:

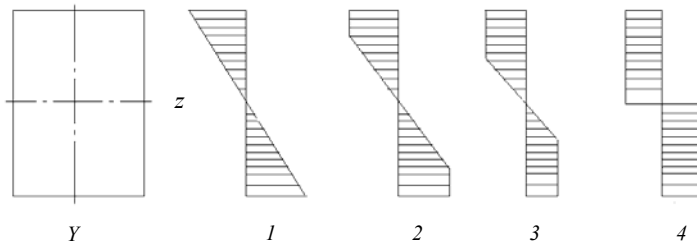
$$\sigma_1 = \frac{E_1}{E_k} \frac{M}{I} y_1; \quad \sigma_2 = \frac{E_2}{E_k} \frac{M}{I} y_2;$$

мұндағы y_1 және y_2 – созылған және сығылған аймақтардағы зерттелетін нүктеден бейтарап өске дейінгі қашықтық.

7. Арқалықтардың серпімділік шегінен асқан иілуі кезіндегі қирату күштерін анықтау

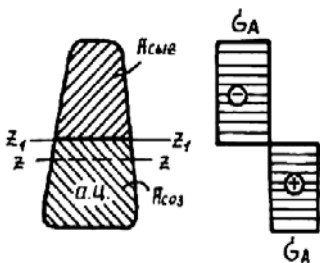
Арқалықтарды мүмкін кернеулер әдісі бойынша есептеу кезінде оның қауіпті күйі: арқалықтың жоғары кернеулі қимасындағы ең үлкен тік кернеуі аққыштық шегіне, ал морт сынатын материалдар үшін – беріктік шегіне жетеді деп алынады. Бірақ та бұл кезде арқалықтың күш көтеру қабілеті жойылмайды, өйткені оның басқа қималарындағы кернеулер қауіпті кернеуден кем болады. Күш көтеру қабілетін табу үшін қирату күштерінің әдісі пайдаланылады.

Қирату күштерінің әдісі бойынша есептеу үшін шартты диаграммадағы аққыштық алаңы шексіз созылады деп алады. Бұл диаграмманы *Прандтльдің идеал диаграммасы* деп атайды. Күш ұлғайған сайын созылымды аймақ біртіндеп қима ішіне тереңдей түседі. Қимада кернеу эпюрасы 8.10-суретте көрсетілген сатылардан өтеді: қиманың серпімді бөлігі кішірейе түседі. Дәл шекке келгенде серпімді ядро жойылады да, қиманың барлық нүктелерінде аққыштық пайда болады. Қарқынды өсетін деформация ең кернеулік қима жағдайында күш әсерінде шоғырланады, бұл жерде созылымды топса пайда болады. Қимада момент өзінің шекті шамасына, яғни қиратушы моменттің шамасына дейін жетеді.



8.10-сурет

Созылымды топса пайда болғаннан соң аркалық механизм түріне ауысады. Аркалықтың көтеру қабілетін жоятын, яғни іс жүзінде қирауды тудыратын күшті *қиратушы күш* деп атайды.



8.11-сурет

Егер қимада күш жазықтығымен үйлесетін бір ғана симметрия өсі болса (8.11-сурет), онда алдын ала бейтарап өстің орнын анықтау қажеттігі туады. Бұл жағдайда бейтарап өс қиманың ауырлық центрімен дәл келмейді. Деформация кезінде бейтарап өс біртіндеп ауырлық центрінен қашықтайды да, ол иілудің шекті күйінде тік күш нөлге тең болады деген шарт бойынша табылады:

$$N = \int_{A_{сығ}} \sigma_A dA - \int_{A_{сыз}} \sigma_A dA = 0, \text{ мұндағы}$$

$A_{сығ}, A_{сыз}$ – созылу және сығылу аймақтарының аудандары. Бұдан $A_{сығ} = A_{сыз}$. Сонымен, бейтарап өс қиманы тең шамалы екі бөлікке бөледі. Егер қиманың екі симметрия өсі болса, онда бейтарап өс zz өсімен дәл келеді.

Қиратушы момент келесі формуламен анықталады:

$$M_{Кир} = \sigma_A (S_{Z_1}^{сығ} + S_{Z_1}^{сыз});$$

мұндағы $S_{Z_1}^{сығ} + S_{Z_1}^{сыз}$ – қиманың сығылған және созылған бөліктердегі $z_1 z_1$ өске қатысты статикалық моменттері;

немесе $M_{Кир} = \sigma_A W_c$;

мұндағы $W_c = S_{Z_1}^{сығ} + S_{Z_1}^{сыз}$; – қиманың қарсыласуының созылымдық моменті.

Тікбұрышты қима үшін. Аркалық үшін жоғары кернеулі талшықта пайда болатын қиратушы моменттің M_I моментке қатынасы:

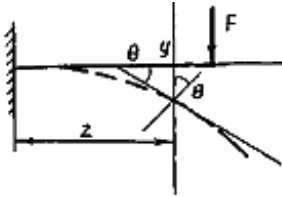
$$\beta = \frac{M_{Кир}}{M_1} = \frac{W_n}{W} = \frac{bh^2 6}{4bh^2} = 1.5$$

яғни біржарым есе үлкен болады.

Қоставрлы қима үшін: $\beta = \frac{W_n}{W} = 1.5 + 1.20$, яғни күш көтеру қабілетін 15-20 %-ке арттыруға болады.

8. Иілу кезіндегі орын ауыстыру

Иілу моменттері әсер ететін жазықтық арқалықтың бас жазықтығымен дәл келетін және аз деформация жағдайлары қарастырылады. Иілуге дейінгі түзу өсі иілу кезінде ұзармай $y=f(z)$ қисық бойынша майысады. Бұл қисық арқалықтың *серпімді сызығы* немесе *иілген өсі* деп аталады. Қиманың ауырлық центрінің арқалықтың өсіне тіке ауысуы (y) оның бұл



8.12-сурет

қимадағы орын ауыстыруы деп аталады. Ең үлкен ауыстыруды $y_{max}=f$ *бүгілу жебесі* деп атайды. Қиманың *бұралу бұрышы* деп арқалықтың иілген өсіне жүргізілген жанама мен иілмеген өсі арасындағы бұрышты атайды. Бұл бұрыштың тангенсі айтарлықтай аз (8.12-сурет). Сондықтан

$$\operatorname{tg} \theta = \theta = \frac{dy}{dz};$$

Серпімділік шегіндегі деформация кезінде серпімді сызықтың қисықтығы былай есептеледі:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI};$$

Ал, қозғалмайтын уз координат жүйесіндегі (8.12-сурет) қисықтығы мынадай түрде болады:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{y'''}{(1 + y'^2)^{3/2}};$$

Инженерлік есептердің көбінде y' шамасының квадратын бірмен салыстырғанда

ескермеуге болады: $\frac{1}{\rho} = y''$, осыдан көрінетіндей:

$$y'' = \frac{M}{EI};$$

Бұны серпімді сызықтың немесе *иілген өстің дифференциал теңдеуі* деп атайды.

Берілген қимадағы орын ауыстыру, бұралу бұрышы, иілу моменті, көлденең күші және күштің қарқындылығы арасындағы дифференциалдық теуелділіктер мына түрде болады:

$$\frac{dy}{dz} = \theta;$$

$$EIy'' = M;$$

$$\frac{dM}{dz} = \theta;$$

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = \frac{dQ}{dz} = -q.$$

Таңбалар ережесі. Қима сағат тілі бойынша бұралған кезінде бұрышы, ал, төменге бүгілу кезінде y оң деп саналады.

Арқалықтың иілген өсін зерттеу екі жағдайда керек болады:

1) қатандығын есептегенде (ең үлкен орын ауыстыру мүмкін шегінен асып кетпеуі қажет);

2) статикалық анықталмаған арқалықтарды есептеу кезінде.

Арқалықтың иілген өсінің дифференциалдық теңдеуін шешу үшін келесі әдістер: тікелей интегралдау әдісі, Клебш әдісі, бастапқы параметрлер әдісі пайдаланылады.

Тікелей интегралдау әдісі. Бұл – аналитикалық әдіс, арқалықтың иілген өсінің дифференциалдық теңдеуін тікелей интегралдауына негізделеді.

Серпімді сызықтың теңдеуін:

$$EIy'' = M,$$

бір рет интегралдап, көлденең қималардың бұралу бұрышының теңдеуін аламыз:

$$EIy' = \int_0^z Mdz + C_1;$$

екінші рет интегралдап, бүгілулердің теңдеуін аламыз:

$$EIy = \int_0^z \left(\int_0^z Mdz \right) dz + C_1z + C_2,$$

мұндағы C_1, C_2 – интегралдаудың тұрақтылары.

Интегралдау бөліктер бойынша жүргізіледі. Арқалықтың әрбір бөлігі үшін июші моментінің өрнегін құрады. Сонымен, әрбір бөлік үшін m июші моментінің өзгеру заңы белгілі болса, арқалықтың иілген өсін тікелей интегралдау әдісімен анықтауға болады. Екі рет интегралдау нәтижесінде иілген өстің теңдеуіне C_1 , және C_2 тұрақтылары кіреді. Егер арқалық n бөлікке бөлінсе, онда иілген өстің теңдеуінде $2n$ интегралдау тұрақтылары болады. Олар шекаралық және арқалықтың көрші бөліктеріне сәйкес деформациялану шарттары арқылы анықталады. Шек-аралық шарттар арқалықты қатаң бекіту шарттарына байланысты. Егер арқалықтың ұшы қатаң бекітілсе (8.13 а-сурет),

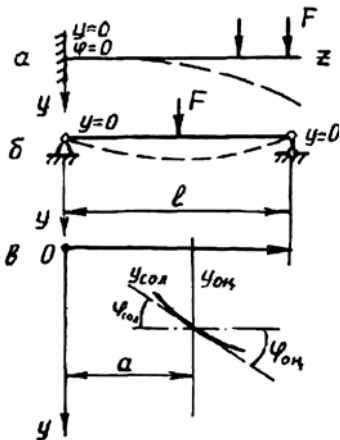
онда y бүгілу мен бұралу бұрышы нөлге тең. Егер де арқалықтың ұшы топсалы бекітілсе (8.13 б-сурет), онда y бүгілу нөлге тең, ал φ бұралу бұрышы белгісіз күйінде қалады. Сөйтіп, консолдік арқалық үшін шекаралық шарттар мынадай түрде жазылады:

$x=0$ болғанда $y=0; \varphi=0;$

қос топсалы тіректі арқалық үшін

$x=0$ болғанда $y=0; x=l$ болғанда $y=0.$

Сонымен, есепті тікелей интегралдау әдісімен шешу кезінде кез келген арқалық ұшы екі шек-аралық шарттарын қоюға болады. Олар y бүгілу және φ бұралу



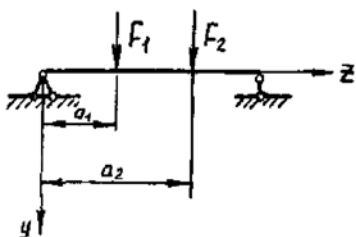
8.13-сурет

бұрышы арқылы өрнектелгендіктен геометриялық шарттары деп аталады.

Егер арқалық бірнеше бөліктерге бөлінсе, онда интегралдау тұрақтыларын анықтау үшін шекаралық шарттары жеткілікті емес. Бұл жағдайда оларға арқалықтың көрші бөліктерінің бірлесіп деформациялану шартын қосу керек.

Арқалықтың иілген өсі қисық сызыққа (8.13 в-сурет) айналып үздіксіз күйінде қалатындықтан, бөліктер шекарасында оң және сол бөліктер үшін бүгілу мен бұралу бұрышы жалпы ортақ болады. Сондықтан, бөліктер шекарасында $V_{сол} = V_{оң}$, $x = a$ болғанда $\varphi_{сол} = \varphi_{оң}$.

К л е б ш ә д і с і. Арқалықтың серпімді сызығының дифференциалдық теңдеуін интегралдау кезінде екі ережені ұсынған, олар есепті ықшамдап, шешімін бөліктер санына карамай-ақ екі тұрақтыларын анықтауына келтіріледі:



8.14-сурет

1) июші моментінің өрнегін учаскелер бойынша құрғанда координат жүйесінің бас орнын өзгертуге болмайды, сол немесе оң қиманың жағындағы сыртқы күштер түгел ескерілуі тиіс (8.14-сурет). Әрбір бөліктегі июші моменттің өрнегі келесі түрде жазылады:

бірінші бөлікте $M_1 = A \cdot z$;

екінші бөлікте $M_2 = A \cdot z - F(z - a_1)$;

үшінші бөлікте $M_3 = A \cdot z - F(z - a_1) - F(z - a_2)$.

2) арқалықтың серпімді сызығының дефференциалдық теңдеулерін бөлік бойынша жақшалары ашылмай, ал түсіру нүктесінің координатасы кіретін әрбір мүшесін жаңа айнымалы $(z - a_i)$ бойынша интегралдау керек. Бұл екі ережені пайдаланса бірінші интегралдау кезінде тұрақтылары бір-біріне тең болады, келесі интегралдау кезінде де тұрақтылары бір-біріне тең болады.

Б а с т а п қ ы п а р а м е т р л е р ә д і с і. Бұл жағдайда тұрақты қималы арқалықтар қарастырылады. Бастапқы параметрлер әдісі келесі тұжырымдарға негізделеді:

1) білеудің барлық бөліктерінде координат жүйесінің басы ортақ болу керек;

2) кез келген кимадағы июші моменттің өрнегін құрғанда бөлік бойынша жақшаларын ашпай интегралдау керек;

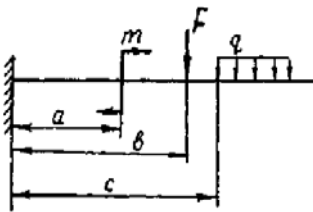
3) июші моментінің өрнегіндегі сыртқы момент бірге тең көбейтіледі, мұндағы a_1 - m моменттің түсіру нүктесінің координатасы (8.15-сурет);

4) белгілі бір заңдылықпен үздіксіз таралған күш z -тің бір мәнінде үзілсе, онда оны қарастырылған кимаға дейін сол заңдылықпен, өзара тең бағыттары қарама-қарсы таралған күштермен жалғастыру керек. Бастапқы параметрлер арқылы өрнектелген серпімді сызықтың әмбебап теңдеуі мына түрде болады:

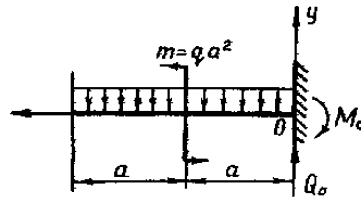
$$Ely(z) = Ely_0 + EI\theta_0 z + M_0 \frac{z^2}{2!} + Q_0 \frac{z^3}{3!} + \frac{m(z-a_1)^2}{2!} + \frac{F(z-b)^3}{3!} + \frac{q(z-c)^4}{4!};$$

мұндағы M_0 – июші моменті, Q_0 – көлденең күш, y_0 – бүгілу шамасы, θ_0 – бұралу бұрышы, яғни бұлар координат жүйесінің басындағы параметрлер.

Мысал. Берілген арқалық үшін серпімді сызықтың және бұралу бұрыштарының теңдеулерін жазып, K нүктенің орын ауыстыру мен бұралу бұрыштарын табу керек (8.16-сурет).



8.15-сурет



8.16-сурет

Шешімі. Тірек реакцияларын анықтау;

$$M_0 = -2qa^2 - qa^2 = -3qa^2; Q_0 = qa^2;$$

Бастапқы параметрлерді анықтау. Бұл үшін шекаралық шарттарын қолданамыз. Координат жүйесінің бас нүктесі ретінде арқалықтың оң ұшын (0 нүктесі) қабылдаймыз. Сондықтан

$$Y_0=0. \quad \theta_0=0.$$

Серпімді сызықтың теңдеуі мына түрде болады;

$$EIy(z) = \frac{M_0 z^2}{2!} + \frac{Q_0 z^3}{3!} + \frac{m(z-c)^2}{2!} + \frac{F(z-b)^4}{4!};$$

K нүктесінің бүгілуі былай беріледі:

$$EIy_k = -\frac{3qa^2(2a)^2}{2} + \frac{q2a8a^3}{6} - \frac{qa^2a^2}{2} - \frac{q16a^4}{24} = -\frac{27}{6}qa^4;$$

Бұралу бұрыштарының теңдеуі төмендегідей:

$$EI\theta(z) = M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} - \frac{q(z-b)^2}{6} + m(z-a_1);$$

K нүктесінің бұралу бұрышы:

$$EI\theta(z) = -3qa^2 2a + q2a \frac{4a}{2} - q \frac{8a^3}{6} - qa^2 a = -\frac{8}{3}qa^3;$$

9. Орын ауыстыруларға көлденең күштердің ықпалы

Әдетте, нақты арқалықтар үшін >10 . Бұл жағдайларда орын ауыстыруларға көлденең күштердің ықпалы өте аз (4%-тен кем).

Қысқа арқалықтар үшін $\frac{l}{h} < 10$, бұл ықпал ұлғаятын болады.

Әдетте, $\frac{l}{h} = 4$ кезінде осы ықпалды ескеру қажет. Бұл кезде

серпімді сызықтың дифференциалдық теңдеуіне ығысу ықпалын ескеріп мына түрде жазады:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M}{EI} - k \frac{d}{dz} \left(\frac{Q}{GA} \right);$$

мұндағы Q – қиманың көлденең күші, G – материалдың ығысу модулі. A – арқалықтың көлденең қимасының ауданы, k – өлшемсіз коэффициенті, мұның өзі көлденең қиманың түріне

байланысты. Тікбұрышты қима үшін $k = \frac{5}{6}$ дөңгелек қима үшін

$k = \frac{10}{9}$ жұқа қабырғалы құбыр үшін $k=2$.

Дербес жағдайда арқалықтың тұрақты қималар үшін серпімді сызығының дифференциалдық теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M}{EI} - \frac{k}{GA} \frac{dQ}{dz}.$$

Егер де арқалықтың кейібір бөліктерінде тең таралған жүктеме болса,

онда $\frac{dQ}{dz} = q$ шоғырланған күш әсер етсе, онда $q_1 = \frac{F}{\varepsilon}$ мұндағы ε – бөліктің ұзындығы арқалықтың жарты биіктігіне тең алынады.

10. Иілу кезіндегі серпімді деформацияның потенциалдық энергиясы

Көлденең иілу кезінде арқалықта жиналатын потенциалдық энергиясы формула бойынша анықталады:

$$U = \sum \int \frac{M_x^2 dz}{2EI_x} + \sum k \int \frac{Q_y^2 dz}{2GA};$$

мұндағы k – арқалықтың көлденең қима биіктігі бойынша жанама кернеулердің бірқалыпсыздығын сипаттайтын өлшемсіз коэффициент.

k коэффициенттің шамасы қиманың геометриялық түріне байланысты және формула бойынша анықталады:

$$k = \frac{A}{I_x^2} \int \frac{(S_x^{rin})^2}{b(y)^2} dA.$$

Кейбір қималар үшін коэффициенттің мәндері 8.1-кестеде келтірілген.

Кейбір қималар үшін k коэффициенттің мәндері

Көлденең қимасы	Мәні
Тікбұрыш	1,2
Тең қабырғалы үшбұрыш	1,2
Шеңбер	32 27=1,18
Сақиналы қима	2,0
Қоставр	А-қоставрдың ауданы А-қоставрдың табан ауданы

Іс жүзінде кездесетін көптеген жүйелердің ығысу энергиясы, әдетте иілу энергиясынан айтарлықтай аз болады, сондықтан оны елемейді.

11. Мор интегралы

Сырықтар жүйелердің кез келген бағытта сызықтық және бұрыштық орын ауыстыруларын анықтаудың жалпы формуласы – Мор интегралдары бойынша жүргізіледі.

Мор интегралдары келесі түрде жазылады:

$$\Delta_{iF} = \sum_s \int \frac{M_F^x M_i^x}{EI_x} ds + \sum_s k \int \frac{Q_F Q_i^x}{GA} ds + \sum_s \int \frac{N_F N_i}{EA} ds + \\ + \sum_s \int \frac{M_F^y M_i^y}{EI_y} ds + \sum_s \int \frac{T_F^{\text{бур}} T_i^{\text{бур}}}{GI_{\text{бур}}} ds + \sum_s \int \frac{Q_F^y Q_i^y}{GA} ds;$$

мұндағы Δ_{iF} – F берілетін күш әсерінен, i – берілетін бағыты бойынша ізделетін (сызықтық немесе бұрыштық) орын ауыстыру;

M_F , Q_F , N_F – берілетін күштерден білеудің қаралатын бөлігінің көлденең қимасындағы ішкі әсерлердің ағым мәндері;

T_i , Q_i , N_i – бірлік күштерден орын ауыстыруды нүктеде түсірілген ішкі әсерлердің ағым мәндері;

k – өлшемсіз коэффициент;

EI , EA , GA – білеу қимасының иілу, созылу және ығысу кезіндегі қатаңдығы;

dS – білеу өсіндегі элементтің ұзындығы. Тік сызықты үшін $dS=dz$ Сызықтық орын ауыстыруды анықтау кезінде бірлік күш, ал бұрыштық орын ауыстыруды анықтау кезінде – бірлік моменті түсіріледі.

Кейбір дербес жағдайда Мор формуласы мына қарапайым түрде болады:

1. Түйінде жүктелген ферма үшін, оның сырықтары тек қана созылу немесе сығылу деформациясына ұшырайды, сондықтан Мор формуласында тек қана соңғы қосылғышы қалады:

$$\Delta_{iF} = \sum \int \frac{N_F N_I}{EA} dz;$$

Егерде N_F және N_I күштердің және A ауданы ферма сырықтарда тұрақты болса, онда

$$\Delta_{iF} = \sum \int \frac{N_F N_I}{EA} I ;$$

Бұл формула Максвелл формуласы деп аталады.

2. Тік сызықты сырықтардан құрылған арқалықтар мен жақтаулар үшін Мор формуласы келесі түрде жазылады:

$$\Delta_{iF} = \sum \int \frac{M_F M_I}{EI} ds.$$

Мор формуласы бойынша орын ауыстыруларды анықтау кезінде:

1) құрылмаға әсер ететін барлық күштердің әр бөлігі үшін M_F иілу моменттерінің өрнектерін жазады;

2) барлық сыртқы күштерді алып тастап, орын ауыстыру ізделетін нүктеде бірлік әсерді түсіреді;

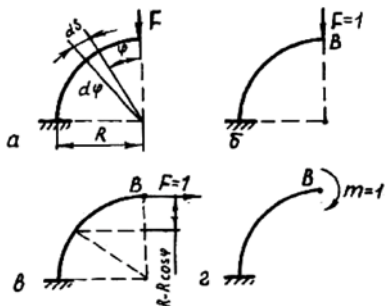
3) құрылманың әрбір бөлігінде M_I бірлік моменттің өрнегін қарады.

4) M_e және M_I , өрнектерін Мор формуласына қойып, оларды интегралдап, ізделетін орын ауыстыруды табамыз.

Егер есептелген орын ауыстыру теріс болса, онда пакты орын ауыстыру алынған бірлік күш бағытына қарама қарсы болады деп түсіну керек.

Мысал. Қисық білеу үшін F күш түсіретін қиманың тік көлденең және бұралу орын ауыстыруын анықтаңыз.

Көлденең орын ауыстыру



8.17-сурет

Шешімі. Кез келген қимада жүктелген моменттің өрнегі:

$$M_\phi = -FR \sin \phi.$$

Тік орын ауыстыруды анықтау үшін B төмен бағытталған бірлік күшті түсіргіземіз. Кез келген қимада бірлік күшке сәйкес иілу моменті төмендегідей болады:

$$M_{B1} = -IR \sin \phi.$$

Мор формуласына қойып, B нүктедегі тік орын ауыстыруды табамыз:

$$\Delta_{BP}^{mik} = \frac{I}{EI} \int_0^{\pi/2} (FR \sin \phi)(R \sin \phi) R d\phi = \frac{\pi FR^3}{4EI};$$

мұндағы $dS = R d\phi$ доғаның дифференциалы.

Көлденеңінен орын ауыстыруды анықтау үшін B -де көлденең бағытталған бірлік күшті түсіргізіп, иілу моменттің өрнегін құрамыз:

$$M_{B1} = -1(R - R \cos \phi).$$

Көлденең орын ауыстыру:

$$\Delta_{BP}^{cop} = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} (FR \sin \phi)(R - R \cos \phi) R d\phi = \frac{FR^3}{2EI}.$$

B қиманын бұралу бұрышын анықтау үшін нүктеге бірге тән моментті түсіргіземіз:

$$\Delta_{BP}^{byp} = \int_0^{\pi/2} (FR \sin \phi) IR d\phi = \frac{FR^2}{EI}.$$

8.17 а, б, в, г-суреттерде берілген нобайымен бірлік күштердің әсерлері көрсетілген.

12. Мор интегралдарын верещагин тәсілі бойынша есептеу

Егер қатандығы тұрақты білеулер тік бөліктерден құрылса, онда интегралдардың есептеуін оңайлатуға болады.

Мор интегралын Верещагин тәсілі бойынша граф-аналитикалық әдіспен есептейді, яғни эпюраларды көбейту тәсілімен есептейді:

$$\int M_F M_1 dz = \omega \eta.$$

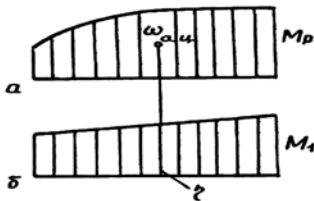
Табылған интегралдың мәнін Мор формуласына қойып, орын ауыстыру формуласын аламыз:

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{\omega \eta}{EI};$$

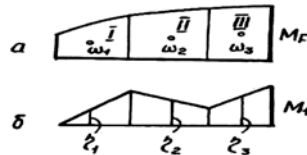
мұндағы ω – июші моменттің сызық емес эпюра ауданы;

η – M_z эпюрасы ауданының ауырлық центрі тұсындағы бірлік момент эпюрасының ординатасы.

Сонымен, Верещагин тәсілі бойынша қиманың орын ауыстыруы сызықты емес, M_z эпюрасының ауданы өзінің ауырлық центрінің тұсындағы бірлік июші моментінің эпюра ординатасына көбейтумен анықталады (8.18 а, б-сурет). Егер M_z және D , эпюралар білеу өсінің бір жағында орналасса, онда $\omega \eta$ көбейтіндісі плюс, ал өстің әртүрлі жағында орналасса – минус болады.



8.18-сурет

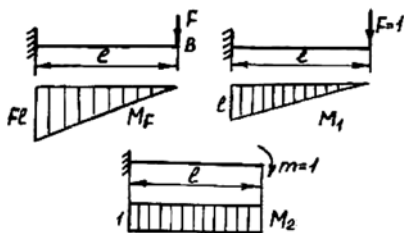


8.19-сурет

Егер білеудің қаралатын бөлігінде M_x және M_l эпюралары сызықтық болса, онда бір эпюрасының ауданын екінші эпюрасының ординатасын алуға тура (коммутативтік қасиеті) келеді. Қисық білеу үшін Верещагин тәсілін пайдалануға болмайды, ал сатылы-айнымалы көлденең қимада пайдалануға болады.

Егер де бірлік эпюрасы сынық сызықпен шектелсе, онда Верещагин тәсілі бойынша (8.19 а, б-сурет) мынадай теңдеу құруға болады:

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{EI} (\omega_1 \eta_1 + \omega_2 \eta_2 + \omega_3 \eta_3);$$



8.19 а-сурет

сын құрамыз (8.19-сурет), $m=1$ момент түсіріп M_2 эпюрасын тұрғызамыз.

Верещагин тәсілі бойынша тік орын ауыстыру теңдеуін былай құрамыз:

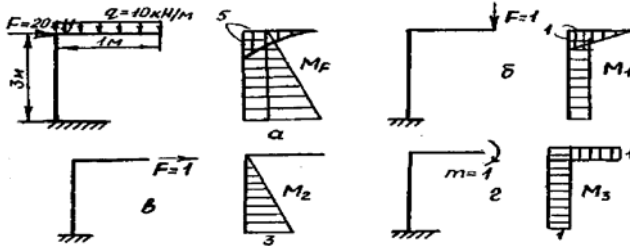
$$\delta_{mik}^B = \frac{1}{2} Fl \frac{2}{3} l \frac{I}{EI} = \frac{Fl^3}{2EI};$$

В нүктенің көлденең орын ауыстыруы төмендегідей:

$$\Delta_{бур}^B = \frac{1}{2} Fl \frac{1}{EI} = \frac{Fl^2}{2EI};$$

Мысал. Берілген жақтау үшін В нүктенің тік, көлденең және бұралу орын ауыстыруларын анықтаңыз (8.20-сурет).

Шешімі. Түсірілген күштерден, бірлік күштер мен бірлік моменттен В нүктесіне түсірілген моменттердің эпюраларын саламыз (8.20 а, в-сурет).



8.20-сурет

Верещагин тәсілі бойынша тік орын ауыстыру былай беріледі:

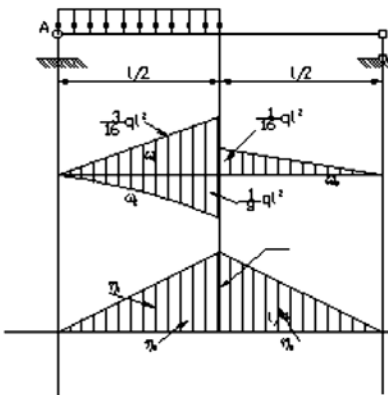
$$D_{1F}^B = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 1 \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 3 \cdot 1 \right) = \frac{106.1}{EI};$$

көлденең орын ауыстыру төмендегідей:

$$D_{2F}^B = \frac{1}{EI} \left(5 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \right) = \frac{202.5}{EI};$$

В нүктенің бұралу бұрышын былай өрнектейміз:

$$D_{3F}^B = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 3 \cdot 1 \right) = \frac{106.6}{EI}.$$



8.21-сурет

Мысал. Топсалы тиянақталған аркалықта q қарқындылығымен бірдей таралған жүктеме күш әсер етеді (8.20 а, б-сурет). C нүктесінің орын ауыстыруын анықтау керек.

Шешімі. Түсірілген күштерден, C нүктесіне түсірілген бірлік күштен моменттер эпюраларын саламыз. Эпюраларды кебейту аркалықтың оң және сол бөліктері бойынша жүргізеді.

Бірақ сол жақ үшін түсірілген күштер моментінің эпюрасы параболалық трапецияны бейнелейді, ал оның ауданы мен ауырлық центрінің орны белгісіз болады. Сондықтан эпюраны жіктейміз. Сол бөлікте параболалық трапеция орнына үшбұрыш және параболалық үшбұрыш орналастырамыз.

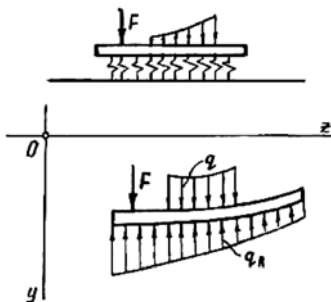
Верещагин тәсілі бойынша C нүктесінің бүгілуін мына формулалар арқылы табамыз:

$$\Delta_{mik}^B = (\omega_1 \eta_1 - \omega_2 \eta_2 + \omega_3 \eta_3) \frac{1}{EI} =$$

$$= \frac{1}{EI} \left[\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{16} q l^2 \right) \frac{2}{3} \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{q l^2}{8} \right) \frac{3}{4} \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{16} q l^2 \right) \frac{2}{3} \frac{1}{4} \right] = \frac{5}{768} \frac{q l^4}{EI}.$$

13. Серпімді табандағы арқалық

Тұтас деформацияланатын ортаға орналасқан арқалықты *серпімді табандағы арқалық*, деп атайды. Фусс-Винклер болжамы бойынша qR қарқындылығы y бүгілуге пропорционал (8.21-сурет):



8.21-сурет

$$q_R = -ky;$$

мұндағы k – серіппе қатандығына және олардың орналасу жиілігіне байланысты болатын пропорционалдық коэффициент, яғни серпімді табанның коэффициенті деп аталады. «Минус» таңбасы әсердің бүгілуге қарама-қарсы бағытталғанын көрсетеді.

Серпімді табандағы арқалықтың иілуінің дифференциалдық

теңдеуі $y^{IV} = \frac{q}{EI}$ өрнегінен алынады.

q шамасының орнына $q - q_R$ айырмасын аламыз. Онда q шамасы сыртқы таралған күш ретінде, ал q_R серпімді табанның әсері ретінде қарастырылады. Қатандығын тұрақты білу үшін

$$EIy^{IV} + ky = q;$$

Немесе мынадай белгілеу ендірсек:

$$\frac{K}{EI} = 4k^4;$$

сонда

$$y^{IV} + 4k^4 y = \frac{q}{EI};$$

серпімді табандағы арқалықтың иілуінің дифференциалдық теңдеуін аламыз.

Егер сыртқы таралған күш q -жоқ болса, онда теңдеудің он жағы нөлге тең, ал қадалған күштер мен моменттер интегралдау тұрақтыларын анықтау кезінде сәйкес шекаралық шарттарын салу жолымен есептеледі. (а) теңдеудің шешімін мына түрде жазуға болады:

$$y = e^{-kz} (C_1 \sin kz + C_2 \cos kz) + e^{+kz} (C_3 \sin kz + C_4 \cos kz) + y^*;$$

Мұндағы y^* теңдеудің дербес шешуі. Бұл теңдеуді келесі түрде былай жазады:

$$y = C_1 \sin kz \operatorname{sh} kz + C_2 \cos kz \operatorname{ch} kz + C_3 \cos kz \operatorname{sh} kz + C_4 \cos kz \operatorname{ch} kz + y^*;$$

мұндағы $\operatorname{sh} kz$ және $\operatorname{ch} kz$ гиперболалық синусты және косинусты сипаттайды. Егер y функциясы анықталған болса, онда июші моменттер мен көлденең күштерді оңай табамыз.

IX ТАРАУ

КҮРДЕЛІ КЕДЕРГІ

Қарапайым кернеулік күйлердің (созылу, сығылу, ығысу, бұралу, иілу) әртүрлі үйлесуі *күрделі кедергі* деп аталады.

Тәуелсіздік қағидасына сүйеніп жеке қарапайым кернеулік күйлерін қосу арқылы білеудің кернеулік күйін табады. Осыған ұқсас деформацияларды да, орын ауыстыруларды да әрбір күш әсерінен болған деформацияларды қосу арқылы алады. Тәуелсіздік қағидасын немесе суперпозиция қағидасын материал Гук заңына бағынғанда және деформация аз кезінде пайдалануға болады.

Мысал. Сынық өсті білеу үшін (9.1 а-сурет) ішкі әсерлердің эпюраларын құрыңыз.

Шешімі. Әрбір бөлікте координат өстерін белгілейміз. Эпюраларды көру үшін қималар әдісін пайдаланамыз. N бойлық күш таңбасын VI тараудағыдай, ал Q және M_u таңбаларын VIII тараудағыдай аламыз. Реакцияларды іздемеу үшін ішкі әсерлерді анықтауды білеудің бос ұшынан бастайды.

AB бөлігінде

$$M_{u1}=Fu_1; \quad Q_1=-F; \quad N=0.$$

BC бөлігінде ішкі әсерлерді анықтау үшін F күшті A нүктеден B нүктеге өзіне параллель көшіруіміз керек. BC бөлігінде:

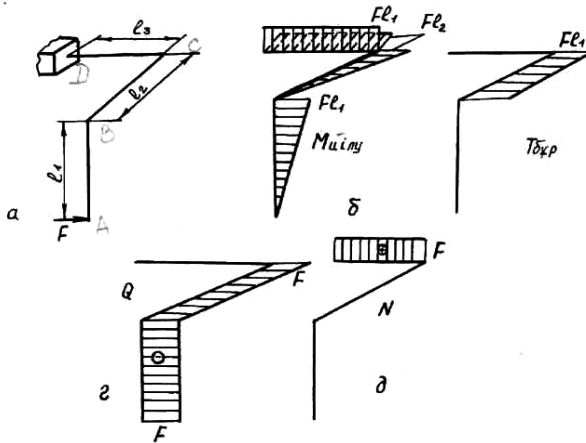
$$M_{u2}=Fu_2; \quad Q_1=-F; \quad T_b=Fl_1.$$

Осыған ұқсас CD бөлігінде де F күшті B нүктеден C нүктеге көшіреміз. CD бөлігінде:

$$M_{yz}=Fl_1; \quad M_{yz}=Fl_2; \quad N=F.$$

Эпюраларды талдағанда мынадай қорытындыға келеміз (9.1 б, в, г, д-сурет):

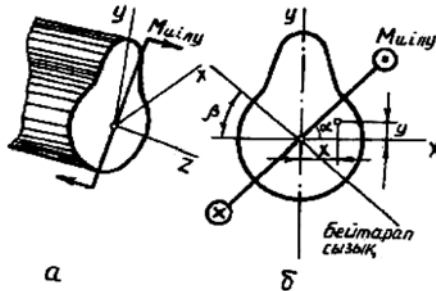
- 1) AB бөлігінде көлденең иілу болады, себебі оған M_x иілу моменті мен Q көлденең әсер етеді;
- 2) BC бөлігінде көлденең иілу мен бұралу болады, өйткені иілу моменті көлденең күш және бұралу моменті әсер етеді;
- 3) CD бөлігінде қиғаш иілу мен созылу болады, онда екі жазықтық бойында моменттер мен бойлық күш әсер етеді.



9.1-сурет

1. Қиғаш иілу

Июші момент жазықтығы қиманың бас өсімен үйлеспеген кездегі иілу жағдайын *қиғаш иілу* деп атайды. Оны білеудің бір мезгілде екі бас жазықтыққа zx және zy (9.2 а-сурет) иілуі түрінде қарастырған ыңғайлы. Ол үшін M_{II} июші моментін x және y өстеріне қатысты құраушыларға жіктейді:



9.2-сурет

$$M_x = M_u \sin \alpha; \quad M_y = M_u \cos \alpha.$$

Тік кернеулер. Координаттары X және Y болатын нүктеде

Тік кернеу M_x , M_y моменттерімен өрнектелетін кернеулер жиынтығымен анықталады:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x;$$

немесе

$$\sigma = M_u \left(\frac{y}{I_x} \sin \alpha + \frac{x}{I_y} \cos \alpha \right);$$

мұндағы I_x және I_y – қиманың бас инерция моменттері.

Бейтарап сызығы – қиманың ауырлық центрінен өтетін сызық, ол қосынды июші момент жазықтығына перпендикуляр болмайды. Қимадағы бейтарап сызықтың теңдеуін $\sigma = 0$ десек, мына теңдікті аламыз:

$$\frac{y}{I_x} \sin \alpha + \frac{x}{I_y} \cos \alpha = 0$$

оның орны келесі формула бойынша анықталады:

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{I_y}{I_x} \operatorname{tg} \alpha;$$

мұндағы β – бейтарап сызығының OX бас өспен құратын бұрышы (9.2 б-сурет).

Есептеу формулалары. Беріктікті тексеруді қауіпті қимадағы бейтарап сызықтан барынша қашық нүктеде пайда болатын ең үлкен тік кернеулер бойынша жүргізеді.

Беріктік шарты мына түрде болады:

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma].$$

Егер созылу және сығылу кезіндегі мүмкін кернеулер әртүрлі болса, онда созылу және сығылу аймақтарында беріктікті тексеруді бөлек жүргізеді. Қималарды беріктік шарты арқылы таңдайды:

$$W_x = \frac{M}{[\sigma]} (M_x + kM_y),$$

немесе

$$W_x \geq \frac{M}{[\sigma]} (\cos \alpha + k \sin \alpha),$$

мұндағы $k = \frac{W_x}{W_y}$ білеудің көлденең қимасының түріне

байланысты. Тікбұрыш үшін $k = \frac{h}{b}$ қоставр үшін $k=8$ швелер үшін $k=6.5$.

Қиғаш иілу кезіндегі бүгілу. Қиғаш иілу инерция бас жазықтарындағы екі қарапайым иілулердің үйлесуі болғандықтан, бұл жазықтықтарда бүгілу көлденең иілу жағдайындағыдай анықталады. Тәуелсіздік принципі бойынша қосынды бүгілу геометриялық қосындысы ретінде табылады:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}.$$

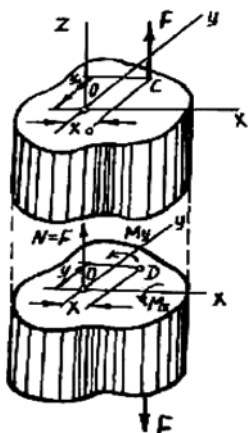
Қосынды бүгілудің бағыты бейтарап сызыққа перпендикуляр болады. Бүгілу жазықтығы сыртқы күш жазықтығымен үйлеспейді.

2. Білеудің центрден тыс созылуы және сығылуы

Егер көлденең күш центрден тыс және білеудің бойлық өсіне параллель түсірілсе, онда білеу *центрден тыс созылу және сығылу* жағдайында болады.

Көлденең күштер білеудің өсіне дейінгі е қашықтығы *эксцентриситет* деп аталады (9.3 а-сурет). Қимадағы сыртқы күштерге тән әсерлі күш түсірілген A нүктесінің координаттары x_A және y_A болсын. Сонда сәйкес бас өстерге қатысты F тең әсерлі күш $M_y = Fx_A$ және $M_x = Fy_A$ моменттерді береді.

Мұны центрден тыс созылудың (сығылу) және таза қиғаш иілудің (9.3-сурет) үйлесуі ретінде қарастыруға болады.



9.3-сурет

Тік кернеулер қиманың кез келген B нүктесіндегі X, Y координаттары бойында мынадай өрнекпен анықталады:

$$\sigma = +\frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x$$

немесе

$$\sigma = \frac{N}{A} \left[1 + \frac{y_A y}{i_x^2} + \frac{x_A x}{i_y^2} \right]$$

мұндағы i_x және i_y бас өстерге қатысты қиманың инерция радиустары.

Бейтарап сызығы – түзу сызығының тендеуімен анықталады;

$$1 + \frac{y_A y_0}{i_x^2} + \frac{x_A x_0}{i_y^2} = 0;$$

мұндағы x_0 және y_0 бейтарап сызығымен нүктелер координаттары. Бейтарап сызық жүргізу арқылы a_x және a_y өстерден мынадай кесінділерді кесіп алады:

Е с е п т е у ф о р м у л а л а р ы. Беріктік шарты мына түрде болады:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A_{HT}} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \leq [\sigma]$$

Егер созылу және сығылу кезіндегі мүмкін кернеулер әртүрлі болса, онда созылу және сығылу аймақтарында беріктік шарттары келесі түрде енеді:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A_{HT}} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \leq [\sigma_{соз}];$$

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A_{HT}} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \leq [\sigma_{сығ}];$$

Дербес жағдайда күш қиманың бас өстерінің біреуіне орналасады. Бейтарап сызық бұл өске перпендикуляр болады. Бұл кезде бойлық күштің центрден тыс өстері центрлік созылу

(сығылу) және көлденең иілу кезіндегіге келтіріледі. Симметриялық қиманың шеткі нүктелеріндегі кернеулер формула бойынша анықталады:

$$\sigma = \frac{N}{A_{HT}} + \frac{Ne}{W};$$

мұндағы W – иілу жазықтығының перпендикуляр өсіне қатысты қиманың кедергі моменті. b және h өлшемдерімен тікбұрышты қима үшін алынатын кернеулер мына түрде болады:

$$\sigma = \frac{N}{hb} \left[1 + \frac{6e}{h} \right].$$

Беріктікті тексеру келесі формула бойынша жүргізіледі:

$$\frac{N}{A_{HT}} + \frac{M}{W} \leq [\sigma]_u.$$

Егер созылу және сығылу мүмкін кернеулердің иілуге дейінгі кернеуден елеулі айырмашылығы болса, онда беріктікті тексерудің келесі формулалары пайдаланылады:

центрден тыс созылу кезінде

$$\frac{N}{A_{HT}} \frac{[\sigma]_u}{[\sigma_{cos}]} + \frac{M}{W} \leq [\sigma]_u.$$

центрден тыс сығылу кезінде

$$\frac{N}{A_{HT}} \frac{[\sigma]_u}{[\sigma_{cblz}]} + \frac{M}{W} \leq [\sigma]_u.$$

мұндағы A_{HT} – көлденең қиманың нетто (әлсірету ауданын алып тастағандағы ауданы, мәселен, тесіктердің ауданы) ауданы.

Мысал. Берілген қимаға (9.4 а-сурет) центрден тыс F күш түсірілген.

Егер $x_a = 25\text{см}$, $y_A = 30\text{см}$, $[\sigma_{cblz}] = 20\text{МПа}$, $[\sigma_{cos}] = 2\text{МПа}$, $b_1: h_1 = 20:40$;

$b_2: h_2 = 20:40$, болса, сығылу кезіндегі F күштің мүмкін мәнін табыңыз.

Шешімі. Көлденең қиманың ауырлық центрінің орнын табамыз:

$$x_c = 20 \text{ см}, y_c = \frac{\sum S x}{\sum A}; \sum S x = A_1 y_1 + A_2 y_2 = 40 * 10^3 \text{ см}^3; y_c = 25 \text{ см}.$$

Берілген қиманың центрлік өстерге қатысты инерция өсі моменттерін есептейміз:

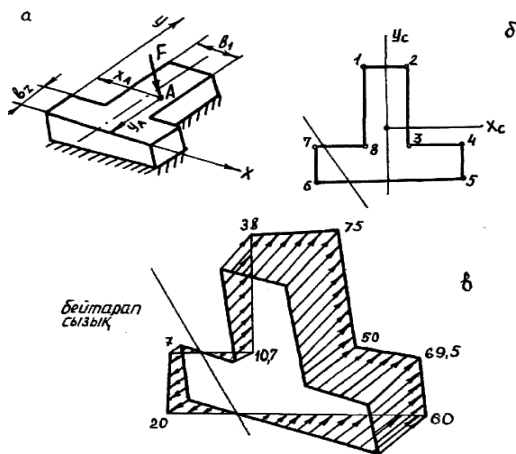
$$I_{x_c} = I_{x_1} + a_1^2 A_1 + I_{x_2} + a_2^2 A_2 = 493333 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_c} = I_{y_1} + I_{y_2} = 133333 \text{ см}^4;$$

Центрлік өстерге қатысты A нүктенің координаттарын былай табамыз:

$$y_A^0 = y_A - y_c = 5 \text{ см}; x_A^0 = x_A - x_c = 5 \text{ см}.$$

Бейтарап сызығының орнын анықтаймыз (9.4 б-сурет):



9.4-сурет

$$1 + \frac{y_A^0 y_0}{i_x^2} + \frac{x_A^0 x_0}{i_y^2} = 0; \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{y_A^0}; \quad x_0 = -\frac{i_y^2}{x_A^0};$$

$$x_0 = -16,6 \text{ см}; \quad y_0 = -60,6 \text{ см}.$$

Қиманың ең үлкен сығу және созу кернеулерін есептейміз.

$$\sigma = -F \left[\frac{1}{A} + \frac{y_A^0}{I_{xc}} + \frac{x_A^0 x_0}{I_{yc}} \right];$$

$$\sigma_2 = -1.4 \cdot 10^{-3} F; \quad \sigma_6 = 0.375 \cdot 10^{-3} F.$$

Беріктік шарты арқылы мүмкін күшті табамыз:

$$\max \sigma_2 \leq [\sigma_{\text{сыз}}] = -1.4 \cdot 10^{-3} F;$$

$$[F_{\text{сыз}}] = 143 \text{ кН}.$$

$$\max \sigma_6 \leq [\sigma_{\text{соз}}] = 0.375 \cdot 10^{-3} F;$$

$$[F_{\text{соз}}] = 53 \text{ кН}.$$

Бұдан мүмкін күшті $[F] = 53 \text{ кН}$ аламыз. 9.4 в-суретте кернеудің кеңістік эпюрасы көрсетілген.

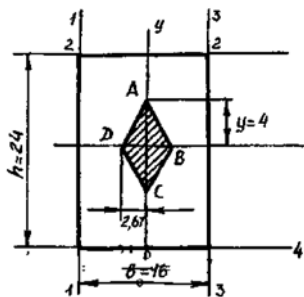
Қиманың ядросы. Таңдап алған қимада қандай эксцентриситет рұқсат етуге болады деген сұрақ іс жүзінде өте маңызды. Өйткені, қимада әртүрлі таңбалы кернеулер әсер етуі мүмкін. Бұл есепті қиманың ядросын анықтай отырып шешуге болады.

Қима ядросы деп ауырлық центрінің маңындағы ауданды айтады. Оның ерекшелігі: егер оның ішінде F күш әсер етсе, онда қиманың барлық нүктесінде де кернеулер бір таңбалы болады. Бұл жәйт, мысалы, сығылатын кірпіш бағаналарын есептеуде маңызды. Кірпіш созылу кезінде нашар қарсыласады. Сондықтан центрден тыс сығылу кезінде барлық қима үшін алынатын кернеулер сығатын болуы және бейтарап сызық қимадан өтпеуі қажет. Қиманың ядросын сызу үшін бейтарап сызығының қасиетін пайдаланамыз. Ол үшін бейтарап сызығын қима контурына жанастырып, қима ядросының нүктелерін табамыз;

$$y_F = -\frac{i_x^2}{a_y}; \quad x_F = -\frac{i_y^2}{a_x}.$$

Алынған нүктелерді түзумен қосып, қима ядросын сызамыз.

Мысал. Қабырғалары $b=16 \text{ см}$ және $H=24 \text{ см}$ болатын қималы келген білеудің қима ядросын анықтаңыз (9.5-сурет).



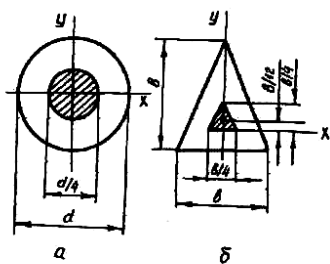
9.5-сурет

Шешімі. Бейтарап сызқты тікбұрыштың қабырғаларыменен үйлестіреміз. Контурды тіл бағыты бойынша нөмірлейміз, бұл кезде $I-I$ жанама сол қабырғамен үйлеседі.

$I-I$ бейтарап сызық X бас өске перпендикуляр болғандықтан, күш түсіру нүктесі X өсінде болады. Оның орнын келесі арақатынастардан табуға болады:

$$a_B = \frac{i_y^2}{x_B}; \quad a_B = -8\text{см}; \quad i_y^2 = \frac{b^2}{12} = 21.3\text{см}^2;$$

$x_B = -\frac{21.3}{-8} = 2.67\text{см}$. B нүктесін аламыз. Бұған сәйкес C нүктесін табамыз



9.6-сурет

$$a_c = -\frac{i_x^2}{y_c}; \quad a_c = 12\text{см};$$

$$i_x^2 = \frac{h^2}{12} = 48\text{см}^2; \quad y_c = -\frac{48}{12} = -4\text{см}$$

Бұларға ұқсас D және A нүктелерді анықтаймыз. Алынған нүктелерін түзумен қоссақ, кима ядросы ромб түрінде болады.

Кейбір қималар үшін алынатын шеңбер, тең қабырғалы үшбұрыш ядроларының түрімен өлшемдері 9.6-суретте көрсетілген.

3. Иілу мен бұралудың бірлескен өстері

Иілу мен бұралу бірлескені күрделі кедергінің дербес жағдайын бейнелейді, бұл кезде білеуде иілу және бұралу моменттері әсер етеді. Білеудің қауіпті нүктелерінде жазықтық

кернеулік күйі болады, сондықтан беріктікті есептеу кезінде беріктік теориялары пайдаланылуы қажет.

Шеңбер қималы білеулерді есептеу. Қосынды июші моментті және M_x екі июші моменттердің геометриялық қосындысы ретінде қарастыруға болады:

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

Қосынды иілу моменті және T_θ бұралу моменті эпюраларын құрып, қауіпті қиманы табамыз. Алынған беріктік теория бойынша қауіпті қимадағы M_k келтірілген моментті анықтайды. Бұл момент есептеуді жүргізеді. Беріктік шарты мынадай түрде болады:

$$\sigma = \frac{M_k}{W} \leq [\sigma];$$

мұндағы $W = \frac{\pi d^2}{32}$ – шеңберлі қиманың өстік кедергі моменті тұтас біліктің диаметрі формула бойынша анықталады:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_k}{\pi [\sigma]}};$$

қуыс білік үшін сыртқы диаметрі мынадай түрде болады:

$$D = \sqrt[3]{\frac{32 M_k}{\pi [\sigma] (1 - \alpha^4)}};$$

мұндағы $\alpha = \frac{d}{D}$, d – ішкі диаметрі.

Негізгі теориялар бойынша келтірілген кернеулер мен моменттер формулалары мына кестеде көрсетілген:

Негізгі теориялар бойынша мәліметтер

Беріктік теориясы	σ_k келтірілген кернеулер	M_k келтірілген моменттер
I (ең үлкен тік кернеулер)	$0.5\sigma + 0.5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$	$0.5M_u + 0.5\sqrt{M_u^2 + T_b^2}$
II (ең үлкен ұзару)	$\frac{1-\mu}{2}\sigma + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$	$\frac{1-\mu}{2}M_u + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{M_u^2 + T_b^2}$
III (ең үлкен жанама кернеу)	$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$	$\sqrt{M_u^2 + T_b^2}$
IV Форма өзгеруінің ең үлкен потенциалдық энергиясы	$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$	$\sqrt{M_u^2 + 0.75T_b^2}$
Мор теориясы	$(1-k)\sigma + k\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$	$(1-k)M_u + k\sqrt{M_u^2 + T_b^2}$

Бұл кестедегі σ және τ – тік және жанама кернеулер; μ – Пуассон

коэффициенті; $k = \frac{\sigma_A}{2\tau_A}$ – созылымды материалдар үшін, $k = \frac{\sigma_b}{2\tau_b}$

морт сынатын материалдар үшін.

Мысал. Үшінші беріктік теория бойынша біліктің диаметрін анықтаңыз.

Берілген мәліметтер: $D_1 = 60$ см, $D_2 = 40$ см, $D_3 = 30$ см, $a = 100$ см, $\alpha_1 = 120^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$, $n = 300$ орам/мин, $N_2 = 20$ а.к., $N_3 = 30$ а.к. $[\sigma_{11}] = 80$ МПа (9.7 а-сурет).

Шешімі. Білік бұралу мен иілу процестерінен тұрады. Әрбір шкив пен білікке берілген бұралу моменттері мынадай арақатынастардан анықталады:

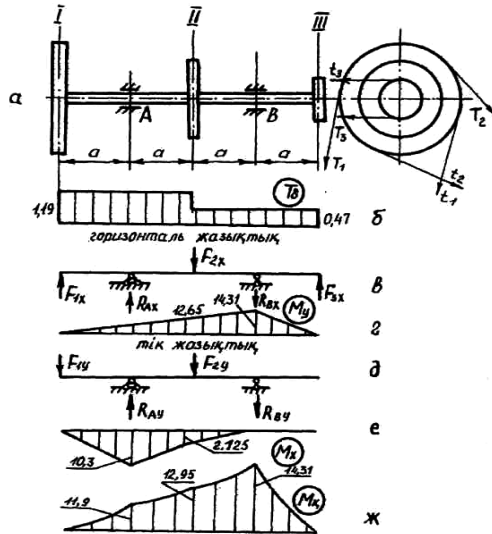
$$T_{3.6} = 7,027 \frac{N}{n} = 0,477 \text{ кНм};$$

$$T_{2.6} = 0,716 \text{ кНм};$$

$$T_{1.6} = T_{2.6} + T_{3.6} = 1,193 \text{ кНм}.$$

Бұралу моменттері эпюрасы 9.7 б-суретте бейнеленген.

Белдікдердегі тартылыс күштерін мына формулалармен анықтаймыз:



9.7-сурет

Бірінші шкив: $T_{1.6} = (T_1' - t_1') \frac{D_2}{2} = t_1' \frac{D_2}{2}$

$$t_1' = 2 \frac{T_{1.6}}{D_1} = 3.97 \text{ кН};$$

$$T_1' = 2t_1' = 7.94 \text{ кН}.$$

Екінші шкив:

$$t_2' = 2 \frac{T_{2.6}}{D_2} = 2.385 \text{ кН}; \quad T_2' = 4.77 \text{ кН}.$$

Үшінші шкив:

$$t_3' = \frac{2T_{3.6}}{D_2} = 4.77 \text{ кН}; \quad T_3' = 9.54 \text{ кН}.$$

Шкивтен білікке әсер ететін күштерді тік және көлденең құраушыларға жіктейміз:

$$F_{1y} = (T_1' + t_1') \sin 60^\circ = 10.3 \text{ кН}; \quad F_{2y} = (T_2' + t_2') \sin 45^\circ = 5.05 \text{ кН}.$$

$$F_{1y} = (T_1' + t_1') \sin 60^\circ = 10.3 \text{ кН}; \quad F_{2y} = (T_2' + t_2') \sin 45^\circ = 5.05 \text{ кН}.$$

$$F_{1x} = (T_1' + t_1') \cos 60^\circ = 5.95 \text{ кН}; \quad F_{2x} = (T_2' + t_2') \sin$$

$$45^\circ = 5.05 \text{ кН}. \quad F_{2x} = (T_2' + t_2') \cos 45^\circ = 5.05 \text{ кН}.$$

Күш әсерінен білік тік және көлденең жазықтарда иіледі (9,7 в-сурет). Осы жазықтардағы эпюралар 9.7 з, ж-суреттерде көрсетілген. Қосынды июші моменттердің мәндерін формула бойынша табамыз:

$$M_K = \sqrt{M_y^2 + M_x^2}; \quad x = 1 \text{ болғанда } M_K = 11.9 \text{ кНм};$$

$x = 2$ болғанда $M_K = 12.95 \text{ кНм}$; $x = 3$ болғанда $M_K = 14.31 \text{ кНм}$.
 В Қауіпті қима деп В нүктедегі қиманы аламыз, себебі ондағы $M_K = 14.31 \text{ кНм}$ иілу моменті және $T_\sigma = 0.47$ бұралу моменті бірлесіп әсер етеді.

Үшінші беріктік теория есептеу моменті мына формулада беріледі:

$$M_e = \sqrt{M_K^2 + M_\sigma^2} = 14.33 \text{ кНм}.$$

Біліктің керекті диаметрі былайша анықталады:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_e}{\pi [\sigma]}} = 12.2 \text{ см}$$

$d = 125 \text{ мм}$ деп аламыз.

Х ТАРАУ

ҚИСЫҚТЫҒЫ ҮЛКЕН БІЛЕУЛЕР

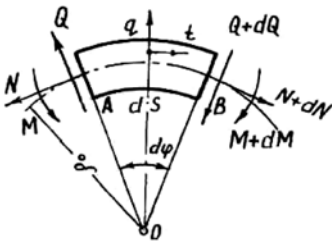
1. Негізгі түсініктер

Бұл тарауда – қисықтығы үлкен білеулер қарастырылады. Олар қисық сызықты өсі жазық қисығын бейнелейді. Көлденең қималары симметриялық болып келеді және олардың симметрия өстері білеудің қисықтық жазықтығында жатады.

Қисықтығы үлкен білеу үшін $\frac{\rho}{h} < 5$, мұндағы ρ – білеу өсінің қисықтық радиусы, h – білеудің көлденең қимасының радиус бағытындағы өлшемі.

Осы жағдайда қисық білеудің кез келген қимасында барлық ішкі әсерлер үш түрлі компоненттерге келтіріледі: қисықтық жазықтығында әсер ететін июші моментке, білеудің өсіне жанама бойынша бағытталған бойлық күшке және қиманың симметрия өсі бойынша бағытталған көлденең күшке.

Қисық білеу (10.1-сурет) бөлігінің тепе-тендік шарттары былай беріледі:



10.1-сурет

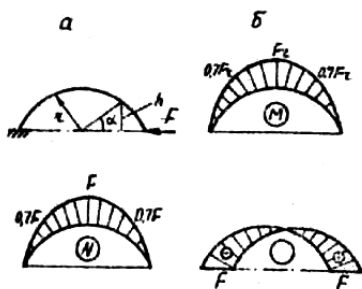
$$\frac{dM}{dS} + Q = 0$$

$$\frac{dQ}{dS} - \frac{N}{\rho} + q = 0; \quad (a)$$

$$\frac{Q}{\rho} + \frac{dN}{dS} + l = 0$$

мұндағы q және t таралған күштердің радиал және жанама қарқындылықтары. Июші момент білеудің өс қисықтығын ұлғайтса, ал бойлық

күш созса, онда олар оң деп саналады. Көлденең күш белгісі (а) қатынастарымен анықталады. Қисық білеудің ішкі күштерінің таралуын зерттеу үшін M, N және Q эпюраларын құрады. Оларды тексеру үшін (а) тәуелділіктерімен қолданады.



10.2-сурет

Мысал. Қисық сызықты білеу үшін $M(\alpha)$, $N(\alpha)$ және $Q(\alpha)$ эпюраларын тұрғызыңыз (10.2 а-сурет).

Шешімі. Арқалық пен жақтауды есептегенде декарттық координат жүйесін пайдаландық, ал қисық сызықты білеу үшін өрістік координаттар жүйесін пайдаланған ыңғайлы. Қисық сызықты білеулер үшін ішкі күштерді анықтау тәртібі өзгеріссіз қалады.

Кез келген α және r координаттарымен анықталатын қимадағы иілу моменті, көлденең күш және бойлық күштер өрнектері мына түрлерде болады:

$$M(\alpha) = +Fr \sin \alpha; \quad N = -F \sin \alpha; \quad Q = F \cos \alpha.$$

Ішкі күштердің эпюраларын құру үшін олардың бірнеше қимадағы мәндерін табу керек. Бұрыштың әртүрлі мәндеріне сәйкес ішкі күштердің шамалары былай болады:

$$\alpha = 0 \text{ болғанда } M=0; \quad N=0; \quad Q=F;$$

$$\alpha = 45^\circ \text{ болғанда } M=0,7Fr; \quad N=-0,7F; \quad Q=0;$$

$$\alpha = 90^\circ \text{ болғанда } M=Fa; \quad N=F; \quad Q=0;$$

$$\alpha = 180^\circ \text{ болғанда } M=0; \quad N=0; \quad Q=-F.$$

Табылған иілу моменттерінің және бойлық күш пен көлденең күштердің эпюралары 10.2 б, в, г-суретте келтірілген.

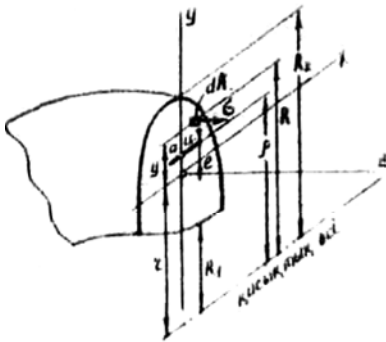
2. Жазық қисық білеудің таза иілуі кезіндегі кернеулер

Қисық білеуде тік кернеулерді анықтау үшін келесі болжамдар пайдаланылады:

- 1) жазық қималар болжамы;
- 2) білеудің бойлық талшықтары бір-бірін қыспайды.

Иілу моменті теңестіретін тік кернеулердің формуласы мынадай:

$$\sigma = \frac{M(p-r_0)}{Ae(r+y)} = \frac{My}{IR};$$



10.3-сурет

мұндағы p – өсінің қисықтық радиусы; r – бейтарап сызықтың радиусы; y – бейтарап сызықтан зерттейтін талшыққа дейінгі қашықтық; $e = p - r$ – қиманың ауырлық центрінен бейтарап сызығына дейін қашықтық; $S = Ae$ – бейтарап сызыққа қатысты барлық көлденең қима ауданның статикалық моменті (10.3-сурет).

Қисық білеуде бейтарап сызық қиманың ауырлық центрінен өтпейді. Ол ауырлық центрі мен қисықтық центрінің арасында орналасады. Бейтарап сызығының қисықтық радиусы кез келген қима үшін оның түріне байланысты және жалпы жағдайдағы өрнекпен анықталады:

$$r = \frac{A}{\int A \frac{dA}{R}}.$$

Кейбір қима түрлері үшін бейтарап сызығының қисықтық радиустердің мәндері 10.1-кестеде келтірілген.

Қисық білеулердің ең кең таралған түрлеріне арналған оны кестелер бойынша анықтауға болады; жалпы $e = kp$ болады.

10.2-кестеде k коэффициент мәндері $\frac{p}{a}$ арақатысқа байланысты келтірілген, мұндағы a – ауырлық центрінен шеткі талшықтарға дейінгі қашықтық.

Тік кернеулер көлденең қима жағдайында гипербола заңы бойынша өзгереді. Ең үлкен кернеулер – білеудің ішкі қисықтығы бойынша болады:

$$\sigma_i = \frac{M(R_2 - r)}{AR_2(p - r)}.$$

Сыртқы қисықтық бойынша кернеулер:

$$\sigma_i = \frac{M(R_1 - r)}{AR_1(p - r)}.$$

Тікбұрышты және шеңбер қималы қисық білеулердің жуық шамадағы есептерінде мына формуланы пайдалануға болады:

$$\sigma_i = k_i \frac{M}{W}; \sigma_G = k_G \frac{M}{W}.$$

Мұндағы W – өстік кедергі моменті. Шеңбер үшін $W = \frac{\pi d^3}{32}$, тік

бұрыш үшін $W = \frac{bh^2}{6}$, k_i және k_c – коэффициенттер. $\frac{\rho}{p} \geq 1$

болғанда, тікбұрыштық қималарға арналған коэффициентті шамалап алуға болады:

$$k_i = \frac{6\frac{\rho}{h} - 1}{6\frac{\rho}{h} - 3};$$

$\frac{\rho}{d} \geq 1$ болғанда шеңберлі қималар үшін.

$$k_i = \frac{8\frac{\rho}{h} - 1}{8\frac{\rho}{h} - 4}.$$

Көлденең қималардың күрделі түрлері үшін бейтарап сызығының қисықтық радиусын жуық анықтауға болады, ол үшін қиманы сызықтармен алқаптарға бөледі, сосын әр алқаптар аудандарын қосады:

$$r = \frac{\sum_i^n = 1 \Delta A_i}{\sum_i^n = 1 \frac{\Delta A_i}{R_i}};$$

мұндағы – алқаптың нөмірі ($i=1,2,3,...,n$), n – алқаптардың саны.

3. Иілу кезіндегі жалпы жағдайларда пайда болатын жазық қисық білеудің кернеулері

Қисық білеудің көлденең қимасындағы тік кернеулер M және N тік кернеулерінің алгебралық қосындысына тең:

$$\sigma = \sigma_M + \sigma_N; \quad \sigma = \frac{M_y}{SR} + \frac{N}{A};$$

мұндағы S – бейтарап сызыққа қатысты қиманың статикалық моменті, R – зерттейтін талшықтардың қисықтық радиусы. Тік кернеулер бойынша беріктік шарт былай анықталады:

$$\max \sigma \leq [\sigma].$$

Қисық білеудегі жанама кернеулер тік білеудің көлденең қимасына ұқсас таралады, сондықтан жанама кернеулер бойынша беріктік шартын табамыз:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_{\max}}{bI} \leq [\tau].$$

4. Қисық білеулердің деформациясы

Потенциалдық энергиясы жазықтық иілудің жалпы жағдайында келесі түрде болады:

$$U = \int_S \frac{M^2 dS}{2EA\epsilon_p} + \int_S \frac{N^2 dS}{2EA} + \int_S \frac{MN dS}{2EA\epsilon_p} + \int_S \frac{Q^2 dS}{2GA},$$

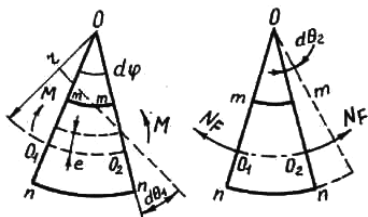
мұндағы M , N және Q ішкі әсерлердің ағым мәндері, k – көлденең қимасының формасына байланысты коэффициент:

тікбұрыш үшін $k = 1,2$, шеңбер үшін $k \approx 1,1$, қоставр үшін $k = \frac{A}{A_T}$

(мұндағы A – қоставрдың көлденең қимасының ауданы, A_T – қоставрдың табандардың ауданы), E және G – созылу және сығылу кезіндегі серпімділік модульдері.

Орын ауыстыруларды анықтау. Қисық білеудің орын ауыстыруларын анықтау үшін Мор әдісін қолдануға болады. Қисықтығы үлкен білеу үшін жазықтық иілу кезінде M_F және N_F әсерлерінен болатын элементтің деформациясы $\Delta(dS)$ ұзарудан және $d\theta$ салыстырмалы бұралу бұрышынан құрылады. Иілу моменті

тудырған қималардың өзара бұралу бұрышын былай анықтауға болады (10.4-сурет):



10.4-сурет

$$\Delta d\varphi = d\theta_1 = \frac{M_F ds}{ES} = \frac{M_F ds}{ESr}.$$

Элементтік талшықтардың ұзындығы болмағандықтан, қималардың өзара бұралу бұрышы болады:

$$d\theta_2 = \frac{N_F ds}{EA r}$$

Толық бұралу бұрышы мынаған тең:

$$d\theta = d\theta_1 + d\theta_2 = \frac{M_F ds}{ESr} + \frac{N_F ds}{EA r}.$$

Өстік күштердің әсерінен элементтің ұзаруы былайша жазылады:

$$\Delta(dS)_1 = \frac{N_F ds}{EA}, \quad \Delta(dS)_2 = \frac{M_F ds}{EA r},$$

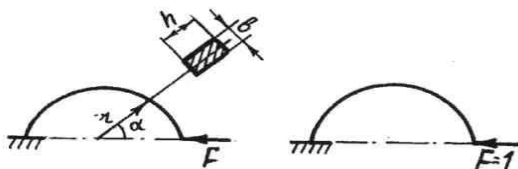
Өстік талшықтың толық ұзаруы:

$$\Delta(dS) = \frac{N_F ds}{EA} + \frac{M_F ds}{EA r}.$$

Қисықтығы үлкен білеу үшін орын ауыстыруы мына формуламен анықталады:

$$\Delta_{IF} = \int_S \left[\frac{\bar{N}_I M_F}{ESr} + \frac{\bar{N}_I M_F + \bar{N}_I N_F}{EA r} + \frac{\bar{N}_I N_F}{EA} + \frac{\bar{Q}_I Q_F}{GA} \right] dS.$$

Іс жүзінде көлденең күштің әсерін ескермейді, сондықтан соңғы қосылғышты алмайды. Мысалы, тікбұрышты қималы қисық білеу үшін (10.5-сурет) бос ұшының көлденең орын ауыстыруын анықтаңыз, егер $\frac{r}{h} = 1$, $k = 1$, $G = 0.4E$.



10.5-сурет

Шешімі. Кез келген α және r координаттарымен анықталатын қимадағы ішкі әсерлердің өрнектері мына түрде болады:

$$M_\alpha = Fr \sin \alpha; \quad N = -F \sin \alpha; \quad Q = F \cos \alpha.$$

Енді білеуге $F_l = 1$ бірлік көлденең күшті түсіреміз, сосын бірлік жіктелген жағдайда ішкі әсерлерді табамыз:

$$\overline{M}_1 = r \sin \alpha; \quad \overline{N}_1 = -\sin \alpha; \quad \overline{Q}_1 = \cos \alpha$$

Ішкі әсерлердің өрнектерін орын ауыстыру формуласына қойып, білеуді бүкіл ұзындығы бойынша интегралдап және $dS = r d\alpha$ еске алып, көлденең орын ауыстыруын табамыз;

$$\begin{aligned} \Delta &= \int_0^\pi \frac{Fr \sin \alpha r \sin \alpha d\alpha}{EAe r} + \int_0^\pi \frac{F \sin \alpha \sin \alpha r d\alpha}{EA} \\ &\quad + 1.2 \int_0^\pi \frac{Fr \cos \alpha \cos \alpha r d\alpha}{0.4EA} = \\ &= \frac{Fr^2 \pi}{2EAe} + \frac{Fr \pi}{2EA} + \frac{3Fr \pi}{2EA} = \frac{\pi Fr}{2EA} \left(\frac{r}{e} + 1 + 3 \right). \end{aligned}$$

Анықталған интегралдардың мәндерін аламыз. $\frac{r}{h} = 1$ болғанда

$$e = 0,0897h, \text{ онда } \frac{r}{e} = \frac{h}{e} = \frac{h}{0,0897h} = 11,11.$$

Бұл арақатынасты орын ауыстыру өрнегіне қойып, ақырғы да төмендегі теңдікті аламыз:

$$\Delta = \frac{\pi Fr}{2EA} (11,11 + 1 + 3) = 7,55 \frac{\pi Fr}{EA}.$$

ХІ ТАРАУ

СТАТИКАЛЫҚ АНЫҚТАЛМАЙТЫН ЖҮЙЕЛЕР

1. Статикалық анықталмайтын жүйелердің есептеу тізбегі

Статикалық анықталмайтын жүйелер – деп сыртқы реакциялар мен ішкі күштерді статикалық теңдеулермен анықтау жеткіліксіз болатын жүйелерді айтады. Қарастырылатын жүйеге арналып құрылатын белгісіз (тірек әсері, ішкі күш әсері) және тәуелсіз статикалық теңдеулер санының арасындағы айырмасын статикалық анықталмағандық дәрежесі не «артық» белгісіздердің саны деп атайды. Осы санға байланысты жүйелер бір, екі, үш,... n рет статикалық анықталмаған делінеді. Статикалық анықталмағандық дәрежесі жазық жүйелер үшін келесі формуламен анықталады:

$$n=3k-m;$$

мұндағы k – жабық контурлардың саны, m – топсалардың саны.

Машинажасау саласында сырықтық және жақтаулық жүйелердің статикалық анықталмағандығын анықтауда күш әдісі кең түрде қолданылады. Оның мәнісі мынада: берілген статикалық анықталмайтын жүйе артық сыртқы және өзара байланыстардан босатылып, олардың әсері күштермен және моменттермен ауыстырылады. Олардың шамасын байланыстан босатылған жүйеге қойылатын орын ауыстыру жөніндегі шектеулерге сәйкес келетін етіп тандайды. Сонымен, көрсетілген әдіспен шешу кезінде күш белгісіз болады. «Күш әдісі» деп аталуы да содан. Мұндай әдіс біреу ғана емес. Құрылыс механикасында басқа да әдістер, мәселен белгісіз ретінде күш әсері емес, сырықтық жүйенің элементтеріндегі орын ауыстыру алынатын деформация әдісі пайдаланылады.

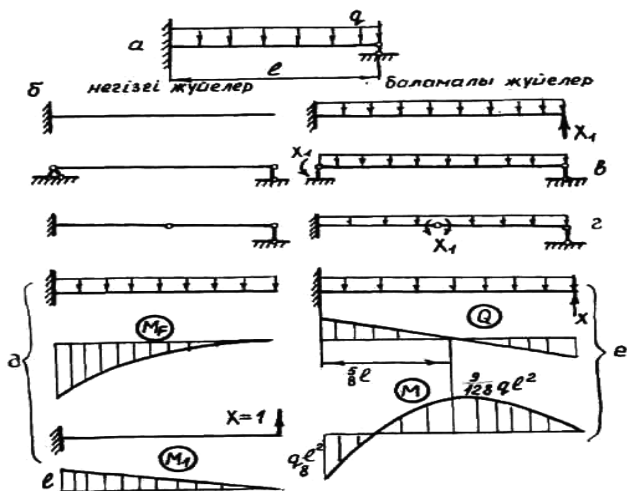
Сонымен, күш әдісімен есептеу мынадай тізбекте жүргізіледі:

- 1) статикалық анықталмағандық дәрежесін анықтайды;
- 2) қосымша байланыстарды алып тастайды. Қосымша байланыстардан босатылған жүйе статикалық анықталған болады.

негізгі және баламалы жүйелер көрсетілген. Негізгі жүйелердің арасында ең жақсысы – бірінші нобайы. Бұл нобайда тірек реакцияларды анықтау қажеттігі тумайды. Өйткені, аралықтардағы ішкі күштерді бос ұшынан бастап анықтауға болады. Канондық теңдеу мына түрде жазылады:

$$\delta_1 X_{11} + \Delta_{1F} = 0.$$

δ_{11} , Δ_{1F} коэффициенттерді Верещагин тәсілі бойынша анықтайды. Ол үшін 11.1 суретте M_e және M_l эпюралары көрсетілген.



11.1-сурет

$$\delta_{11} = \frac{1}{2} l^2 \frac{2}{3} l \frac{I}{EI} = \frac{l^3}{3EI};$$

$$\Delta_{1F} = -\frac{I}{EI} \left[\frac{1}{3} \frac{ql^2}{2} l \frac{3}{4} \right] = \frac{ql^4}{8EI},$$

δ_{11} , Δ_{1F} коэффициенттерді канондық теңдеуге қойып аламыз

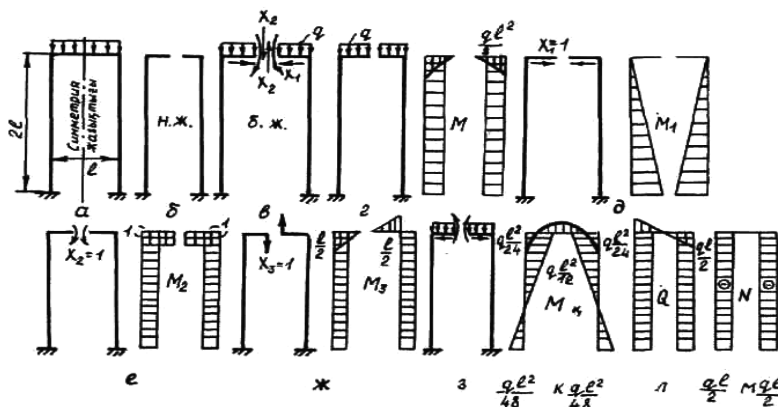
$$\frac{l^3}{3}X_1 - \frac{ql^4}{8} = 0.$$

Одан $X_1 = \frac{3}{8}ql$. 11.1 е-суретте көлденең күш пен моменттердің эпюралары тұрғызылған. Келтірілген басқа жүйені алсақта нәтижесі дәл сондай болуы керек. Енді жақтауға симметриялық және қиғаш симметриялық күштер түсіру жағдайын қарастырамыз. Симметриялық күш деп жақтаудың оң жағына түсірілген барлық сыртқы күштер сол жағына түсірілген күштердің айнадағы кескіні болатын күштерді айтамыз.

11.2 а-суретте геометриялық сипаттамасы берілген симметриялы жақтау көрсетілген. Оның оң жағы симметрия жазықтығына сәйкес сол жағының айнадағы кескіні болады. Бұл жақтау үш рет статикалық анықталмаған. Мұндай жақтауды есептеу кезінде есептің шешуін ықшамдауға және іздестіріліп отырған X_1, X_2, X_3 күш әсерлерінің санын азайтуға болады.

Симметриялық күш деп жақтаудың оң жағына түсірілген күштер сол жағына түсірілген күштердің айнадағы кескіні болатын күштерді айтамыз: q, X_1, X_2 . Қиғаш симметриялық немесе антисимметриялық күш деп жақтаудың оң жағына түсірілген күштер сол жағына түсірілген күштердің қарама-қарсы таңбамен алынған айнадағы кескіні болатын күштерді айтамыз: X_3 .

Енді келесі ережені дәлелдеу қиын емес: симметрия жазықтығында симметриялы жақтауға дәл-сондай күш түсірілсе қиғаш симметриялық күш әсерлері, ал қиғаш симметриялық сыртқы күштер түсірілсе симметриялық күш әсерлері нөлге тең болады. 11.2 а-суретте көрсетілген симметриялық жақтауды симметрия жазықтығында тіліп, негізгі жүйені тандап алайық (11.2 б-сурет).



11.2-сурет

Канондық теңдеулер жүйесі мына түрде жазылады;

$$\begin{aligned} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + \Delta_{1F} &= 0, \\ X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} + \Delta_{2F} &= 0, \\ X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} + \Delta_{3F} &= 0. \end{aligned}$$

Бұл теңдеулерде коэффициенттердің көбі нөлге айналатынын байқауға болады. Олардың бір индексі – симметриялық, ал екіншісі қиғаш симметриялық әсерге қатысты коэффициенттері мынадай:

$$\delta_{13} = \delta_{31} = 0, \delta_{23} = \delta_{32} = \Delta_{3F} = 0.$$

Қалған коэффициенттер жақтау тура бөліктерден құрылғандықтан оларды Верещагин тәсілі бойынша анықтауға болады;

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= 2 \left(\frac{1}{2} 2l 2l \right) \frac{ql^2}{8EI} = \frac{ql^4}{2EI}; \\ \Delta_{2F} &= 2 \left[\left(\frac{1}{3} \frac{ql^2}{8} \frac{l}{2} 1 \right) + \frac{ql^2}{8} 2l 1 \right] \frac{1}{EI} = \frac{13}{24} ql^3; \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= 2 \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} 2l 2l 1 \right) = \frac{4l^2}{EI}; \\ \delta_{11} &= 2 \left(2l \frac{2l}{2} \right) \frac{2}{3} \frac{l}{EI} = \frac{16}{3EI} l^3; \end{aligned}$$

$$\delta_{12} = 2 \frac{1}{EI} \left[\left(\frac{1}{2} \ 1 \right) 1 + (2 \ 1) 1 \right] - \frac{5l}{EI};$$

$$\delta_{22} = 2 \frac{1}{EI} \left[\left(\frac{l}{2} \ \frac{l}{4} \right) \frac{2}{3} \frac{l}{2} + \left(\frac{l}{2} \ 2l \right) \frac{1}{2} \right] = \frac{13 l^3}{12 EI}.$$

11.2 в-суретте баламалы жүйе көрсетілген, ал 11.2 г, д, е, ж-суреттерде. M_1, M_2, M_3, M_F . эпюралары тұрғызылған.

Табылған коэффициенттердің мәнін канондық тендеулерге қоямыз;

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1F} = 0,$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2F} = 0,$$

$$X_3 \delta_{33} = 0.$$

$\delta_{33} \neq 0$ нөлге тең болмағандықтан, $X_3 = 0$. Канондық тендеулерді шешіп, X_1 және X_2 табамыз:

$$X_1 = \frac{ql^3}{32}; \quad X_2 = \frac{ql^2}{12}.$$

11.2 з-суретте табылған X_1, X_2 күштері мен баламалы жүйе көрсетілген, ал 11.2 к, л, м-суреттерде M_{Fk}, Q_k және N эпюралар тұрғызылған. Қарапайым статикалық анықталмаған жақтаулар үшін есептеу формулалары келтірілген.

Жоғарыда қарастырылған H_A, H_B және M_A, M_B белгісіздерді мына формула бойынша анықтауға болады.

Алдымен γ коэффициентін табамыз:

$$\gamma = \frac{I_2 h}{I_1 l} = \frac{21}{l} = 2.$$

Сосын H_A, H_B және M_A, M_B анықтаймыз:

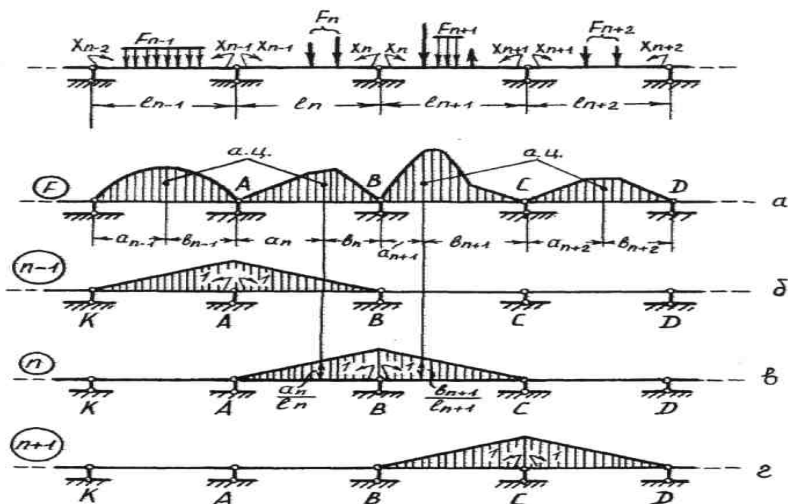
$$H_A = H_B = \frac{ql^2}{4h} \frac{1}{2+\gamma} = \frac{ql^2}{4} \frac{1}{2+2} = \frac{ql}{32},$$

$$M_A = M_B = \frac{ql^2}{4h} \frac{1}{2+\gamma} = \frac{ql^2}{12} \frac{1}{2+2} = \frac{ql^2}{48}.$$

Формула бойынша табылған H_A, H_B және M_A, M_B мәндері Q және M эпюралардың мәндерімен дәл келеді (11.2 к, л-сурет).

3. Көп аралықты арқалықтар және үш момент теңдеуі

Құрылыстың және көпір құрылысының құрылмасын жасау кезінде көп тіректі статикалық анықталмаған арқалықтардың беріктігін есептеу қажеттігі туады. Мұндай арқалықты есептеу нобайы 11.3-суретте көрсетілген. Қосымша тіректердің санына байланысты жүйе бір, екі, үш. . . , m рет статикалық анықталмаған болуы мүмкін.



11.3-сурет

Мұндай арқалықты есептеу үшін негізгі жүйе ретінде тіректерге орнатылған топсалары бар және көршілес аралықтардың арасындағы байланыстарды алып тастап $X_1, X_2, \dots, X_m$ түсірілген моменттері бар жүйені алу тиімді (11.3 а-сурет).

Суретте көрсетілген моменттерді оң деп санаймыз. Осындай нобай кезінде канондық теңдеулер жүйесінің n -ші теңдеуінің түрленуін қарастырайық:

$$\delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{n,n-1}X_{n-1} + \delta_{n,n}X_n + \delta_{n,n+1}X_{n+1} + \dots + \delta_{nm}X_m = 0.$$

Тендеудің коэффициенттерін анықтаймыз. Ол үшін n -мен көршілес бірнеше аралықтарда берілген күштер мен бірлік әсер моменттерінің эпюраларын салайық (11.3 б, в-сурет). Мұнда берілген күштер моменттерінің эпюралары қос тіректі арқалық секілді, әрбір аралық үшін бөлек салынады. Тіректік бірлік моменттер эпюралары да дәл осылайша салынады. Тендеуде $\delta_{n,n-1}$, $\delta_{n,n}$, $\delta_{n,n+1}$, δ_n және басқа барлық коэффициенттері нөлге айналады. Шынында, бірлік n -ші момент июші моменттерді тең AB және BC аралықтарында тудырады. Бұл аралықтарда июші моменттер $n-1$ және $n+1$ моменттерімен берілген күштерден пайда болады. Мұнан шығатын қорытынды, эпюралардың және коэффициенттерімен көбейтіндісін қоспағанда, барлық көбейтінділері нөлге тең болады. Барлық аралықтарда EI қатаңдығы бірдей деп санаймыз. Сонда:

$$\delta_{n,n-1} = \frac{l_n}{6EI}; \quad \delta_{n,n} = \frac{1}{3EI} (l_n + l_{n+1}); \quad \delta_{n,n+1} = \frac{l_{n+1}}{6EI},$$

$$\delta_{n,F} = \frac{1}{EI} \left[\omega_n \frac{a_n}{l_n} + \omega_{n+1} \frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} \right].$$

Мұндағы ω_n мен ω_{n+1} – $n, n+1$ аралығында берілген күштер моменттері эпюралардың ауданы. Күш әдісінің тендеуі мына түрге енеді:

$$X_{n-1}l_n + 2X_n(l_n + l_{n+1}) + X_{n+1}l_{n+1} + 6 \left(\frac{S_n}{l_n} + \frac{S_{n+1}}{l_{n+1}} \right) = 0$$

Мұндағы $S_n = \omega_n a_n$, $S_{n+1} = \omega_{n+1} b_{n+1}$ AC нүктелеріне сәйкес берілген күштер моменттері эпюралардың статикалық моменттерін бейнелейді.

Алынған тендеуге көршілес AB және BC аралыққа қатысты геометриялық параметрлер мен күш эпюралары кіріп отыр. Бұл тендеу n -ші тіректің AB және BC аралықтары іргелес кималарының өзара бұрылуы нөлге тең болатынын өрнектейді.

Қос аралыққа қатысты l_n -нің ұзындығы сол, ал l_{n+1} оң аралықтың ұзындығын білдіреді. Оларды көрнекті ету үшін l_c және l_{cn} деп белгілейміз.

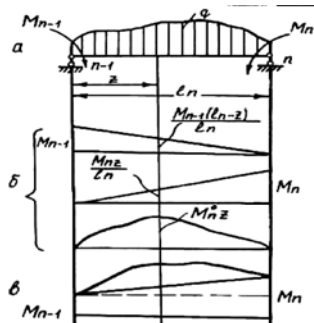
Моменттерді $X_{n-1} = M_c, X_n = M_{орт}, X_{n+1} = M_{он}$ деп белгілейік. Жоғарыдағы алынған теңдеу мына түрге ие болады:

$$M_c I_c + 2M_{орт}(I_c + I_{он}) + M_{он} I_{он} = -6 \left[\frac{\omega_c a_c}{I_c} + \frac{\omega_{он} l_{он}}{I_{он}} \right]$$

Бұл теңдеу үш момент теңдеуі деп аталады. Көп аралықты арқалық үшін мұндай теңдеу құру принципі түсінікті. Көршілес аралықтың барлық жұбы ретімен қарастырылады да, әрбір жұп үшін үш момент теңдеуі құрылады. Демек, статикалық анықталмаған көп аралықты арқалық үшін теңдеу саны оның дәрежесінің санына тең. Теңдеуді шешіп, моменттерін тапсақ, июші момент эпюрасы оңай салынады және арқалық кернеуі табылады.

4. Кесілмейтін арқалықтардың июші моменттерін, көлденең күштерін және тірек реакцияларын анықтау

Кесілмейтін арқалық есептелген және тірек моменттерінің шамалары белгілі деп ұйғарайық. Бұл моменттерді және сыртқы күшті біле отырып, арқалықтың кез келген қимасында июші моменттің қандай болмағын анықтау керек. Кесілмейтін



11.4-сурет

арқалықтың M_n, M_{n-1} , тірек моменттері мен сыртқы күштің әсерінде болатын n -ші аралығын қарастырайық (11.4 а-сурет).

Бұл аралықтағы соңғы эпюра өзімен үш эпюраның: M_{n-1} және M_n моменттерінен және M_n^0 сыртқы күштің қосындысынан тұрады (11.4 б-сурет). Кесілмейтін арқалықтың n -інші аралығындағы кез келген қимада июші моменті мына формула бойынша анықтауға болады:

$$M_{nz} = \frac{1}{l_n} M_{n-1} (l_n - z) + \frac{1}{l_n} M_n z + M_n^0.$$

Мұндағы M_{nz}^0 кәдімгі бір аралықты арқалық үшін есептелген z қимадағы сыртқы күштен болатын июші момент. Шамалардың барлық құраушылары формулаға «плюс» таңбасымен кіргізілген. Есептеу кезінде тірек моменттері теріс болса, онда оларды формулаға сол таңбасымен кіргізеді. n -ші аралықта кез келген z қимаға көлденең күшті анықтаймыз. Ол үшін M_{nz} өрнегін z бойынша бір рет дифференциялдаймыз:

$$M'_{nz} = \frac{1}{l_n} M_n - M_{n-1} \frac{1}{l_n} + M_{nz}^0$$

$M'_{nz} = Q'_{nz}$ және $M_{nz}^0 = Q_{nz}^0$ деп белгілейік. Q_{nz}^0 – кәдімгі арқалыққа есептелген сыртқы күштен туындайтын көлденең күш. Онда алғашқы екі мүшені топтасак:

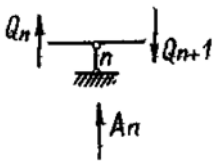
$$Q_{nz} = \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} + Q_{nz}^0$$

Кесілмейтін арқалықтың n -ші аралығының кез келген z қимасындағы көлденең күш бір арқалықтағыдай анықталып, ол аралық күштен Q_{nz}^0 және $\frac{M_n - M_{n-1}}{l_n}$ қос тірек моменттен болатын көлденең күштерден құрылады n -ші тіректің тірек реакциясы сол тіректің оң және сол шексіз жақын қималарында анықталатын көлденең күштердің айырымына тең Q_n және Q_{n+1} деп белгілейміз (11.4 в-сурет). $\sum Y = 0$ теңдеуін құрамыз:

$$A_n + Q_n - Q_{n+1} = 0,$$

осыдан тірек реакциясының шамасын табамыз (11.5-сурет):

$$A_n = Q_{n+1} - Q_n.$$



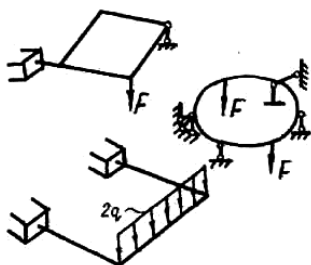
11.5-сурет

11.5-суретте статикалық анықталмаған сыңар аралық арқалықтар үшін - тірек реакциялар, көлденең күш пен июші моменттер және орын ауыстыру келтірілген.

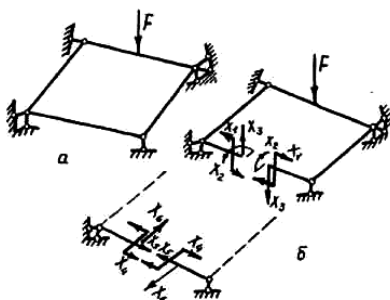
5. Жазық кеңістік және кеңістік жүйелер

Жазық кеңістік жүйелердің негізгі ерекшелігін қарастырамыз. Жазық кеңістік жүйелер деп геометриялық тұрғыда жазық, бірақ күш әсерлері жақтау жазықтығына перпендикуляр түсірілген жүйені айтады. Жазық кеңістік жүйелер мысалдары 11.6 және 11.7-суреттерде көрсетілген.

Жазық кеңістік жақтау бар делік (11.7 а-сурет). Жақтауды кез келген қимада кесіп, оны статикалық анықталатын түрге айналдырамыз. Күш әсерлерін X_1, X_2, X_3 арқылы белгілейміз. Күш түсу жазықтығы жақтау жазықтығына перпендикуляр. Бұлар июші, бұраушы моменттер және тік күш болып табылады. Қимадағы қалған үш күш әсерін X_4, X_5, X_6 арқылы белгілейік. 11.7 б-суретте жақтау жазықтығында пайда болатын осы күш әсерлері – түсінікті болу үшін бір жаққа шығарамыз. Яғни, канондық теңдеулер жүйесін құрамыз.



11.6-сурет



11.7-сурет

$$\begin{aligned}
 X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + X_4 \delta_{14} + X_5 \delta_{15} + X_6 \delta_{16} &= -\Delta_{1F}; \\
 X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} + X_4 \delta_{24} + X_5 \delta_{25} + X_6 \delta_{26} &= -\Delta_{2F}; \\
 X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} + X_4 \delta_{34} + X_5 \delta_{35} + X_6 \delta_{36} &= -\Delta_{3F}; \\
 X_1 \delta_{41} + X_2 \delta_{42} + X_3 \delta_{43} + X_4 \delta_{44} + X_5 \delta_{45} + X_6 \delta_{46} &= -\Delta_{4F}; \\
 X_1 \delta_{51} + X_2 \delta_{52} + X_3 \delta_{53} + X_4 \delta_{54} + X_5 \delta_{55} + X_6 \delta_{56} &= -\Delta_{5F}; \\
 X_1 \delta_{61} + X_2 \delta_{62} + X_3 \delta_{63} + X_4 \delta_{64} + X_5 \delta_{65} + X_6 \delta_{66} &= -\Delta_{6F}.
 \end{aligned}$$

Тәуелсіз екі жүйеге жіктеледі. Өйткені алғашқы үш әсер эпюраларын соңғы үш әсер эпюраларына көбейткенде әрқашан нөл болады:

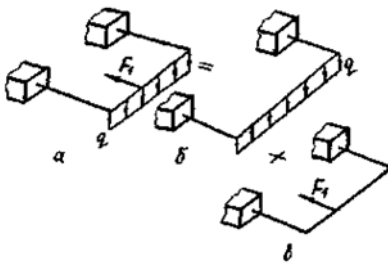
$$\delta_{14} = \delta_{15} = \delta_{16} = \delta_{24} + \dots = 0$$

Демек:

$$\begin{aligned} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} &= -\Delta_{1F}; \\ X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} &= -\Delta_{2F}; \\ X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} &= -\Delta_{3F}; \\ X_4 \delta_{44} + X_5 \delta_{45} + X_6 \delta_{46} &= -\Delta_{4F}; \\ X_4 \delta_{54} + X_5 \delta_{55} + X_6 \delta_{56} &= -\Delta_{5F}; \\ X_4 \delta_{64} + X_5 \delta_{65} + X_6 \delta_{66} &= -\Delta_{6F}. \end{aligned}$$

Егер сыртқы күштер жақтау жазықтығында әсер етсе яғни жақтау жазық болса, онда $\Delta_{1F}, \Delta_{2F}, \Delta_{3F}$ және X_1, X_2, X_3 ішкі күш әсерлері нөлге тең. Бұл жазық жақтау үшін оның жазықтығында әсер ететін тек ішкі әсерлері пайда болады деген сөз.

Егер сыртқы күш жақтау жазықтығына перпендикуляр болса, онда $\Delta_{4F}, \Delta_{5F}, \Delta_{6F}$; олай болса X_4, X_5, X_6 нөлге тең. Есептеуге берілген жақтаудағы күш түсу жазықтығы жақтау жазықтығына перпендикуляр ішкі күш әсерлері болатындығын байқатады.



11.8-сурет

Жақтау жазықтығына әсер ететін аралас күш кезінде (11.8-сурет) күштерді жазықтар бойынша жіктеуге және жазық әрі жазық-кеңістік жүйелерді дара қарастыру мүмкіндігі туады. Алдағы уақытта ішкі күштік әсерлер алынған шешімдердің нәтижелерін қосу арқылы анықталады.

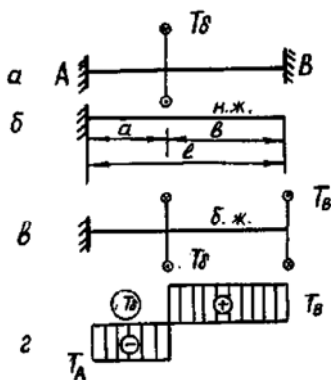
Кеңістік статикалық анықталмаған жүйелерді қарастырамыз. Мұндай жүйелерді зерттеудің принциптік өзгешелігі жоқ. Кеңістік жақтаудың статикалық анықталмағандығын табу кезінде негізгі жүйенің кинематикалық өзгермейтіндігін тексеру қажет. Кеңістік жүйенің кинематикалық өзгермейтіндігін

жақтауды немесе оның кейбір элементтерін қозғалмайтын өстерге сәйкес ойша жылжыту арқылы тексереді.

Айтылғандарға қоса, кинематикалық өзгермейтіндік үнемі міндетті емес. Кейбір жағдайда негізгі жүйенің кинематикалық өзгеретіндігі мүмкін болғанымен, жүйеге түсірілетін күшпен бірге қарастырылады. Бірақ та бұл сұрақ жүйеге күш түсіру ерекшелігіне байланысты. Құрылмалар иілуге, бұралуға немесе созылуға тиісті болса да статикалық анықталмағандығын ашу әдісі – күш әдісі болып табылады, сондықтан есептеу тізбегі бірдей болуы керек. Аталған жағдайларда статикалық анықталмайтын есептердің ерекшелігі сол әрбір деформацияда тек қана орын ауыстыру түрі өзгереді.

Бұралу. Екі ұшы бекітілген білікке бұраушы момент әсер етеді (11.9 а-сурет). Сондықтан олардың статикалық анықталмағандығын ашып, бекітілген ұштарындағы T_A және T_B бұраушы моменттерді анықтау керек.

Шешімі. Екі бекітілген тіректер білеу ұштарының бұралуына мүмкіндік бермейді. Берілген момент тіректерде екі белгісіз T_A және T_B реактивтік моменттерді тудырады. Бұл жағдайда тепе-теңдік бір шарт арқылы $\sum m_r = 0$ қанағаттандырылғандықтан бұл жүйе бір рет статикалық анықталмаған болады.



11.9-сурет

Статикалық анықталмағандығын күш әдісімен ашамыз. Оң қатаң бекітпені алып тастап, негізгі жүйені (11.9 б-сурет) құрамыз. Негізгі жүйені берілген және T_B белгісіз моменттермен арттырып, баламалы жүйені (11.9 в-сурет) аламыз. Баламалы жүйе берілген жүйеге ұқсас болу- үшін B қима бұрылмайды, яғни $\varphi_B = 0$ деген шарт негізінде орын ауыстыру теңдеуін құрамыз. Орын ауыстыру теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\frac{T_{\sigma a}}{GI_p} - \frac{T_B(a+b)}{GI_p} = 0 \text{ бұдан төмендегі формула шығады}$$

$$T_B = T_{\sigma} \frac{a}{a+b}.$$

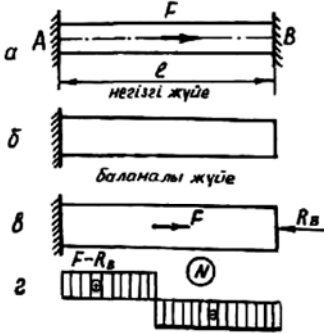
Қималар әдісін қолданып, тірек әсерлерін табамыз:

$$1) \text{ бірінші бөлік үшін } T_z = T_B = T_{\sigma} \frac{a}{a+b};$$

$$2) \text{ екінші бөлік үшін } T_z = T_A = T_{\sigma} \frac{a}{a+b}.$$

Бұралу моменттердің эпюрасы 11.9 з-суретте көрсетілген.

Созылу немесе сығылу. Ұштары бекітілген призмалық сырыққа сыртқы бойлық F күштен болатын кернеулерді анықтау керек (11.10 а-сурет).



11.10-сурет

Шешімі. Бекітілген ұштарын- да екі реактив әсерлер R_A және R_B пайда болады. Бұл жағдайда тек қана бір тепе-теңдік теңдеуін құруға мүмкіндік туады;

$$\sum z = 0; R_A \cdot F + R_B = 0; R_A + R_B = F.$$

Екі белгісіз R_A және R_B күштерді бір теңдеуден табуға болмайды, сондықтан жүйені бір рет статикалық анықталмаған дейді. Оны шешу үшін күш әдісін қолданамыз, яғни деформация теңдеуін құрамыз. Екі ұшы қатаң

бекітілгендіктен, сырықтың жалпы ұзындығы өзгермейді:

$$\Delta l = 0.$$

Жалпы ұзару Δl -ді екі тәсілмен өрнектеуге болады:

1) F және күштерінің әсерімен ұзару жиынтығы шығады:

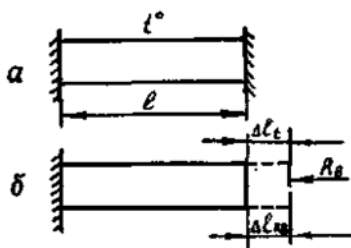
$$\Delta l = \frac{F_A}{EA} - \frac{R_B l}{EA} = 0.$$

2) a және b бөліктері ұзаруының жиынтығы

$$\Delta l = \Delta l_a + \Delta l_b = \frac{(F - R_B) a}{EA} - \frac{R_B b}{EA} = 0.$$

Тәсілдің екеуі де бір нәтиже береді: $R_B = F \frac{a}{l}$. Сол жағының реакциясын табамыз: $R_A = F \frac{b}{l}$. 11.10 б-суреттерде негізгі және баламалы жүйелер, ал 11.11 з-суретте бойлық ішкі күштердің эпюрасы көрсетілген. Ең үлкен кернеулер келесі түрде болады: $\sigma_{\max} = \frac{R_A}{A} = \frac{Fb}{Al}$.

Статикалық анықталмаған жүйелерде температураның өзгеруі қосымша кернеулерді тудырады. Мысалы, жоғарыда қарастырылған білеуді F күштен босатып, t° -қа қыздырып, кернеулерді анықтайық (11.11-сурет).



11.11-сурет

Температурасы жоғарылағанда сырық өзара бастайды да, бекітілген тұсқа әсер етіп, реакциялар пайда болады. Бір ұшын босатсақ сырық $\Delta l_t = \alpha t l$ шамаға еркін ұзарады. R_B реакция әсерінен сырық дәл осындай шамаға қысқаруы керек, өйткені екі қатаң бекітілген тіректер арасындағы аралығын өзгерте алмаймыз.

Сондықтан

$$\Delta l_{R_B} = \Delta l_t;$$

немесе

$$\frac{R_B l}{EA} = \alpha t l;$$

мұндағы α – сызықтық ұлғаю коэффициенті. Бұдан $R_B = \alpha t E F$. Тік кернеулер: $\sigma_t = -E \alpha t$ болады. Демек қыздырғанда сығылу, ал салқындатқанда созылу кернеуі пайда болады.

ХІІ ТАРАУ

СЫҒЫЛҒАН СЫРЫҚТАРДЫҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫ

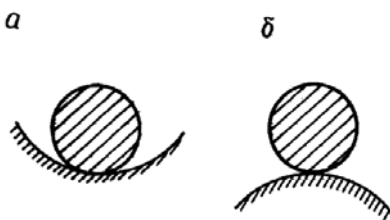
1. Негізгі түсініктер

Инженерлік объектілерге күштерден басқа, белгілі тепе-теңдік күйінен, не қозғалыстан шығаруға тырысатын қосымша күш әсер (ұйытқу) етеді.

Егер аз ұйытқу жүйенің есептелген (ұйытқусыз) күйінен шамалы ауытқу тудырса, онда жүйе орнықты болады. Керісінше аз ұйытқу жүйесіне есептелген күйінен үлкен ауытқу тудырса, онда бұл жүйе орнықсыз болады.

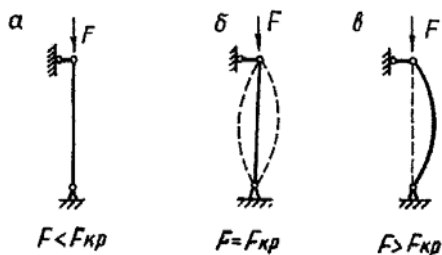
Орнықты және орнықсыз күйге мысал ретінде кәдімгі зырылдауықтың (гироскоптың) айналуын қарастырып көрейік. Зырылдауықтың айналу жылдамдығы неғұрлым көп болса, тік өс бойымен айналуынан ауытқытатын әсерге өнім кедергісі де соғұрлым үлкен болады. Демек, зырылдауықтың айналмалы қозғалысы үлкен жылдамдық кезінде аз ұйытқуға орай орнықты болады. Айналу жылдамдығы қайсыбір мәннен азайғанда аз ұйытқу зырылдауықтың күйін кенет өзгертіп, ретсіз қозғалысты тудырады.

Орнықты және орнықсыз тепе-теңдік мысалына ойыс немесе дөңес беттегі ауыр шардың тепе-теңдігін келтіре аламыз. Ойыс беттің түбіндегі шар орнықты тепе-теңдікте, ал дөңес беттің төбесіндегі шар орнықсыз тепе-теңдікте болады (12.1-сурет).



12.1-сурет

Осыған ұқсас құбылыстарды сығылған сырықтың тепе-теңдігін зерттеу кезінде де байқаймыз. Деформацияланған дененің тепе-теңдік күйі түсірілген күшке байланысты болады. Тепе-теңдік формасының тармақталуы басталатын сығу күшінің ең аз мәні кризистік күш деп аталады және $F_{кр}$ арқылы белгіленеді. 12.2 а, б, в-суреттерде сырықтың деформациялануының мүмкін жағдайлары көрсетілген. $F < F_{кр}$ болғанда тепе-теңдік формасы орнықты болып қалады (12.2 а-сурет); $F = F_{кр}$ болғанда талғаусыздық тепе-теңдік болады, онда сырық тұтас және үзік сызықтармен көрсетілген орнында болуы мүмкін (12.2 б-сурет); $F > F_{кр}$ болғанда сығылған сырықтың түзу сызықты формасы орнықты емес деп табылады. Өте аз кездейсоқ әсерлер үлкен ауытқуды тудырады. Ұйытқу әсері болғаннан кейін сырық көлденең әсерден кейінгі иілген қалпында қалады (12.2 в-сурет). Мұндай күйді *бойлық иілу* деп атайды.



12.2-сурет

Бойлық иілудің болуы қауіпті, өйткені сығылу күшінің шамалы өсуі кезінде майысуы күрт артады. Майысу мен күштер өзара сызықты емес тәуелділікпен байланысты. Майысудың күрт артуы кернеулердің тез өсуін арттырып, олар өз кезегінде деформацияны жылдамдатады да сырықтың қирауына әкеп соғады. Бойлық иілу қауіпті болатындықтан, оны болдырмау қажет.

Орнықтылықтың анықталған қорын қамтамасыз ету үшін келесі шарт қанағаттандырылуы керек:

$$F \leq [F],$$

F – әсер ететін күш; $[F]$ – мүмкін күш. Олар мынадай өзара қатысты болады:

$$[F] = \frac{F_{кр}}{n_0};$$

мұндағы n_0 – орнықтылығының қор коэффициенті, ол материалға, сырықтың міндетіне байланысты болады. Әдетте n_y келесі мәндерін қабылдайды: болат құрылмалар үшін, ферма, кронштейндерге және т.б. – 1,8-3,0; болат құрылмалар бұрандалар үшін – 3,5-5,0; шойын құймалардан алынған құрылмалар үшін – 5,0-6,5; алюминий қорытпадан алынған құрылмалар үшін – 2,5-3,5; ағаш тіректер үшін – 3,0-5,0.

Сонымен, серпімді жүйелерді орнықтылыққа есептеу кезінде ең алдымен кризистік күшті анықтау керек.

2. Эйлер формуласы

Сырықтың серпімді сатыдағы орнықтылығынан айырылу кезіндегі кризистік күш Эйлер формуласы бойынша анықталады:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu l)^2};$$

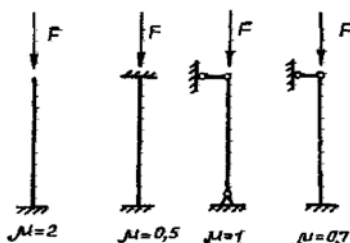
мұндағы E – материалдың серпімділік бойлық модулі;

I_{min} – көлденең қиманың минималь бас центрлік инерция моменті;

l – сырықтың ұзындығы; μ – келтірілген ұзындық коэффициенті, ал μl – келтірілген еркін ұзындық деп аталады. Кейбір жағдайлар үшін μ мәндері 12.3-суретте берілген.

Сығылған күштің кризистік мәні кезінде сырықтың көлденең қимасында болатын тік кернеу кризистік деп аталады.

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A},$$



12.3-сурет

Егер $F_{кр}$ – кризистік күш
Эйлер формуласы бойынша
анықталса, онда тік кернеу мына
түрде болады:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2};$$

мұндағы $\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}$ сырықтың иіл-
гіштігі деп аталады;

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} - \text{минималь инерция радиусы.}$$

3. Эйлер формуласын қолдану шегі. Пропорционалдық шектен тыс кризистік күшті анықтау

Эйлер формуласын қорыту кезінде сырық кез келген мәнінде Гук заңына сәйкес серпімді деформация шегінде жұмыс істей алады деп ұйғарылған. Сондықтан да оны кризистік кернеулер пропорционалдық шектен үлкен болғанда қолдануға болмайды. Эйлер формуласын қолдану шегін анықтау үшін мына формуланы қарастырамыз:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{нц}.$$

Егер $\lambda > \lambda_{кр}$ (мұндағы $\lambda_{кр} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{нц}}}$) болса, онда Эйлер формуласын пайдалануға болады. Ал $\lambda < \lambda_{кр}$ болса, онда Эйлер формуласын қолдануға болмайды.

Сырықты серпімді деформация шегінен асқан кезде пайдаланса, теориялық тұжырымдар өте күрделенеді. Сондықтан эксперименттік зерттеулер жүргізілді. Тәжірибелік мәліметтер негізінде Ф.С. Ясинский кризистік күшті анықтау үшін Эмпирикалық формуланы ұсынды:

$$F_{кр} = A(a - b\lambda),$$

ал кризистік кернеу

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda_1$$

мұндағы A – тіректің көлденең кимасының ауданы; a және b – кернеу өлшеміндегі сан коэффициенттері.

Бұл формулалар иілгіштігі $\lambda_1 < \lambda < \lambda_{кр}$ шектерде болатын тіректер үшін пайдаланылады, мұндағы λ_1 – кризистік кернеу аққыштық шегіне тең болатын стерженьдердің иілгіштігі:

$$\lambda_1 = \frac{a - \sigma_A}{b};$$

a және b коэффициенттері, олармен бірге λ_1 және $\lambda_{кр}$ иілгіштіктері 12.1-кестеде келтірілген.

12.1-кесте

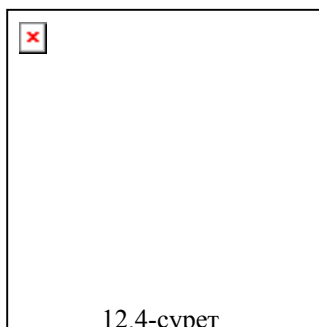
a, b коэффициенттерінің және $\lambda_{кр}$, λ_1 иілгіштердің мәндері

Материал МПа	a (МПа)	b	$\lambda_{кр}$	λ_1
Болат-3; $\sigma_s = 380$ МПа, $\sigma_A = 240$ МПа	310	1,14	105	61,4
Көміртекті болат $\sigma_s = 480$ МПа, $\sigma_A = 310$ МПа	469	2,62	100	60
Кремнийлі болат $\sigma_s = 520$ МПа, $\sigma_A = 360$ МПа	589	3,82	100	60
Хромды болат	1000	5,4	55	-
Дюралюминий	380	2,19	50	-
Ағаш (қарағай)	40	0,2	59	-

Жеткілікті қысқа және қалың сырықтар үшін $\lambda > \lambda_{кр}$; $\sigma_{кр} = \sigma_A$ орнықтылыққа есептеу беріктікке есептеумен алмастырады. Конструкциялық және легирленген болаттар үшін a және b коэффициенттердің мәндері туралы мәліметтер болмаса, онда олар келесі формулалар бойынша анықталады:

$$a = \frac{\sigma_A \lambda_{кр} - \sigma_{пш} \lambda_1}{\lambda_{кр} - \lambda_1}; b = \frac{\sigma_A - \sigma_{пш}}{\lambda_{кр} - \lambda_1};$$

мұндағы $\lambda_{кр} = \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пш}}}$ ал $\lambda_1 = 15 - 25$ болады.



12.4-сурет

Ф.С. Ясинский шойынның кризистік күшін табу үшін мына формуланы ұсынады:

$$F_{кр} = A(776 - 12\lambda - 0,053\lambda^2)$$

12.4-суретте болат-3 үшін кризистік кернеулердің иілгіштікке тәуелділігінің толық графигі көрсетілген. $\lambda > \lambda_{кр}$ кезінде Эйлер гиперболасы үзік сызықпен көрсетілген, яғни бұл бөлікте мұны пайдалануға болмайды.

0-ден 40-50-ге тең иілгіштік кезінде сырық өте қысқа болады да беріктігі жоғалғанда іс жүзінде қирайды, сондықтан кризистік кернеуді аққыштық шегіне (немесе беріктік шегіне) тең деп алуға болады. Ал $50 < \lambda < \lambda_{кр}$ аралығында жататын иілгіштік кезінде сырық серпімді созылымды аймақта деформацияланып, орнықтылығын жоғалтады, ол графикте Ясинский түзуімен көрсетілген.

Эйлер мен Ясинский формулалары құрылыс тәжірибесінде кездесетін сығылған сырықтардың орнықтылық есебін иілгіштіктің барлық аралығында анықтауға мүмкіндік береді.

Сырық серпімді-созылымды аймақта жұмыс процесінде пайдаланылса таза эксперименттік нәтижелерден басқа кризистік күшті анықтайтын теориялық зерттеулер де қолданылады. Оған ең алдымен келтірілген модульді пайдаланатын серпімді-созылымды аймақ үшін Эйлер формуласын ұсынатын Ясинский еңбегін жатқызуға болады;

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E_r I}{(\mu L)^2}$$

мұндағы E_r – келтірілген модуль немесе Ясинский модулі. Мәселен, ол тікбұрышты көлденең қимасы бар сырық үшін былай болады:

$$E_r = \frac{4E_1 E_2}{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2}$$



12.5-сурет

мұндағы E_1 – күш тоқталған кездегі бастапқы модульге тең серпімділік модулі; $E_2 = E_1$ – сәйкес өстік кернеу үшін алынған серпімділік модулі (12.5-сурет). Ол сығылу қисығы жанаманың көлбеу бұрышының тангенсіне тең, оны кейде жанама модуль деп атайды.

Ясинский формуласы (а) эксперименттік нәтижелермен біршама жақсы үйлеседі.

Жанама – модульді күшті анықтау үшін төмендегідей теңдеу құрамыз:

$$F_T = \frac{\pi^2 E_T I}{(\mu L)^2},$$

Сонымен, центрлік сығылған сырық өсетін күш әсеріне ұшыраса, онда ол әрбір нүктеде сырықтық майысуы болатын күш мәндерінің аралығын қамтиды да, $F_T \leq F \leq F_{cr}$ ие болады, ал ол майысуды тудыратын ең кіші жанама модульді күш F_T болады.

4. Сығылған сырықтарды іс жүзінде есептеу

Сығылған сырықтардың өлшемдерін белгілегенде алдымен оларды пайдалану кезіндегі сығу күштерінің әсеріне назар аударған жөн, өйткені мұндай сәтте олар орнықтылығын жоғалтуы мүмкін. Ал оған жол беруге болмайды, сондықтан сығылған сырықтағы кернеулер кризистік мәндерінен аз болуы керек.

$$\sigma = \frac{N}{A_{brutto}} < \frac{F_{cr}}{A_{brutto}} = \sigma_{cr}$$

немесе

$$\sigma = \frac{N}{A_{brutto}} \leq \varphi[\sigma];$$

мұндағы N – есептелетін күш, F_{cr} – кризистік күш, A_{brutto} – қиманың брутто ауданы, φ – бойлық иілу кезінде негізгі есептеу кернеуін азайту коэффициенті (12.2-кесте).

Есептеу формуласы мына түрде болады:

$$A_{brutto} \geq \frac{N}{\varphi[\sigma]}$$

Бұл формулада екі белгісіз φ және A_{brutto} болғандықтан көлденең қиманы біртіндеп жуықтау әдісімен жүргізеді.

12.2-кесте.

Кейбір материалдар үшін λ иілгіштікке байланысты φ коэффициенттерінің мәндері

λ	Болат			Шойын		Ағаш	Бетон	
Иілгіш- тік	Б0			ҚШ15-30				жеңіл
	Б2			ҚШ15-18				
	Б3	Б-5	НЛ-2	ҚШ15-36				
	Б4	НЛ-1		ҚШ21-40	ҚШ28-48			
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,98	0,97	0,95	0,99	1,00	1,00
20	0,97	0,95	0,95	0,91	0,87	0,97	0,96	0,96
30	0,95	0,93	0,93	0,81	0,75	0,92	0,90	0,86
40	0,92	0,90	0,90	0,69	0,60	0,87	0,84	0,73
50	0,89	0,84	0,83	0,57	0,43	0,80	0,76	0,68
60	0,86	0,80	0,78	0,44	0,32	0,71	0,70	0,59
70	0,81	0,74	0,71	0,34	0,23	0,61	0,63	0,52
80	0,75	0,66	0,63	0,26	0,18	0,49	0,57	0,46
90	0,69	0,59	0,54	0,20	0,14	0,38	0,51	
100	0,60	0,50	0,45	0,12	0,12	0,31	0,45	
110	0,52	0,43	0,39			0,26		
120	0,45	0,38	0,33			0,22		
130	0,40	0,32	0,29			0,18		
140	0,36	0,28	0,26			0,16		
150	0,32	0,27	0,23			0,14		
160	0,29	0,24	0,21			0,12		
170	0,26	0,21	0,19			0,11		
180	0,23	0,19	0,17			0,10		
190	0,21	0,17	0,15					
200	0,19	0,16	0,14					
210	0,17	0,15	0,14					
220	0,16	0,14	0,13					

Мысал. Центрілік сығылған бағанаға екі ұшы бекітілген, қоставрдың (болат-3) нөмірін таңдау керек. Бағананың ұзындығы $l = 5 F$ күші 320 кН; мүмкін кернеу $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$

Шешімі: Сырық ұштарын бекіту жағдайында келтірілген ұзындық коэффициенті $\mu = 0,5$ қиманы біртіндеп жуықтау жолымен таңдаймыз.

I жуықтау. $\varphi = 0,5$ аламыз сонда $\frac{N}{\varphi A_{br, min}} \leq [\sigma]$ шарттан көрнекті қима ауданын табамыз: $A_{br} = \frac{N}{\varphi_1 [\sigma]} = 40 \text{ см}^2$ Түрлерінің жиынтығы кестесіне сәйкес $A = 40,2 \text{ см}^2$, $l_{min} = 2,54 \text{ см}$ қоставрды №27 аламыз, иілгіштікті табамыз: $\lambda = \frac{\mu l}{l_{min}} = 90,5$

12.2-кесте бойынша $\varphi_1^{\lambda} = 0,614 > \varphi_1 = 0,5$

II жуықтау. $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1^{\lambda}}{2} = \frac{0,5 + 0,614}{2} = 0,557$. Керекті қима ауданын табамыз: $A_{br} = \frac{N}{\varphi_2 [\sigma]} = 36 \text{ см}^2$ Түрлерінің жиынтығы кестесіне сәйкес: $A = 37,5 \text{ см}^2$, $l_{min} = 2,68 \text{ см}$, №24,а қоставрды аламыз. Иілгіштікті табамыз: $\lambda = \frac{\mu l}{l_{min}} = 95$

12.2-кесте бойынша $\varphi_2^{\lambda} = 0,643 > \varphi_2 = 0,557$

III жуықтау. $\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2^{\lambda}}{2} = 0,6$. Керекті қима ауданын табамыз: $A = \frac{320}{0,6 \cdot 160 \cdot 10^3} = 31,8 \text{ см}^2$.

Түрлерінің жиынтығы кестесіне сәйкес $A = 32,4 \text{ см}^2$, $l_{min} = 2,5 \text{ см}$ №22, а қоставрды аламыз. Иілгіштігін табамыз: $\lambda = \frac{\mu l}{l_{min}} = 100$

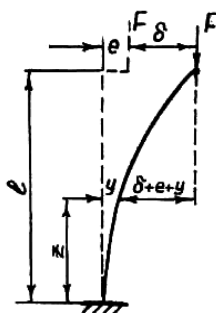
12.2-кесте бойынша $\varphi = 0,6$, сонда

$$\sigma = \frac{N}{\varphi A} = \frac{320}{0,6 \cdot 32,4 \cdot 10^{-4}} = 164,5 \text{ МПа}$$

Кернеу мүмкін кернеуге іс жүзінде үйлесетіндіктен қиманы таңдап алуды аяқтаймыз. Ең ақырында қоставр №22а-ны таңдап аламыз.

5. Центрен тыс сығылған иіlmелі тіректі есептеу

Центрен тыс сығылған иіlmелі сырық серпімділік деформациялар шегінде жұмыс істейді. Бұл есептің ерекшелігі – кернеулер мен сығу күшінің арасында күрделі сызықты емес тәуелділік байқалады. Осыған байланысты мұндай сырықтың беріктік мәселесі ерекше қарастырылады (12.6-сурет).



12.6-сурет

Егерде тірек жеткілікті иіlmелі болса, онда кез келген қимадағы июші моменттің өрнегін жазамыз:

$$M = F(\delta + e - y);$$

мұндағы y – сырық өсінің кез келген нүктесінің көлденеңі бойынша ауытқуы; e – F күшінің эксцентриситеті.

Иілудің дифференциалдық теңдеуі мына түрде беріледі:

$$y'' = \frac{F}{EI}(\delta + e - y).$$

Оны екі рет интегралдасақ былай болады:

$$y = A \cos kz + B \sin kz + \delta + e;$$

мұндағы A және B интегралдау тұрақтылары, $k^2 = \frac{F}{EI}$

Қатаң бекітпеде ең үлкен июші моментті келесі формула арқылы шешеміз.

$$M_{\max} = F(\delta + e) = \frac{Fe}{\cos ki}.$$

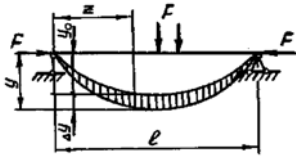
Сығу және ию кезінде қатаң бекітпедегі ең үлкен бекітпедегі ең үлкен көрнеу былай есептеледі:

$$\sigma_{\max} = -\left(\frac{F}{A} - \frac{M_{\max}}{W}\right) = -\frac{F}{A}\left(1 + \frac{Ae}{W \cos ki}\right).$$

Кернеулердің сығу күшіне карағанда айтарлықтай тез өсуі центрен тыс сығылған иіlmелі сырықтар жұмысының басты ерекшелігі болып табылады.

6. Бойлық – көлденең илуді іс жүзінде есептеу

Егер сырықтарға бір мезгілде сығу күші және көлденең күштер түсірілген болса, онда бойлық-көлденең иілу пайда болады.



12.7-сурет

12.7-суретте көрсетілген жағдай үшін июші моментті екі моменттің қосындысы ретінде қарастыруға болады:

$$M = M_0 + F \cdot y;$$

мұндағы M_0 – әдеттегі әдіспен анықталатын көлденең күштер моменті. Бұл тендеуден байқайтынымыз, сырық қималарындағы қосынды июші моменттер тек y орын ауыстыру белгілі болғанда ғана өрнектеледі. Сонымен бойлық-көлденең иілу есебі статикалық анықталмайтын есеп болып шықты.

Бойлық-көлденең иілу кезіндегі майысуды жуықтап анықтау әдісін қарастырайық. S көлденең күш және F сығу күші болатын майысуды екі майысудың қосындысы түрінде қарастыруға болады (12.7-сурет):

$$y = y_0 + \Delta y;$$

мұндағы y_0 – F күшті ескермегенде, тек көлденең күштің әсерінен болатын бүгілу, Δy – F сығу күшінің әсерінен болатын қосымша бүгілу.

Дифференциалдық тендеуі төмендегідей:

$$y_0'' + (\Delta y)'' = -\frac{M_0}{EI} - \frac{F}{EI} x.$$

Бұл тендеудің шешімі былай болады.

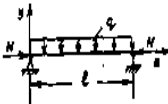
$$y = \frac{y_0}{1 - \frac{F}{F_{\text{Э}}}}.$$

мұндағы $F_{\text{Э}} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$ – Эйлер күші.

Бұл формуланы сырықтың ұштарын басқаша бекіту жағдайларында да қолдануға болады. 12.3-кестеде тұрақты көлденең қималы аркалықтардың иілу жағдайындағы июші моментінің және серпімді сызығының тендеулері келтірілген.

Кейбір тұрақты көлденең қималы арқалықтардың көлденең иілу жағдайындағы $M(z)$ июі моментінің және $y(z)$ серпімді

сырығының теңдеулері $\left(k = \sqrt{\frac{N}{EI}}\right)$

1	$M(z)$	$y(z)$
$M(z) = \frac{F}{k} \left[\frac{\sinh kz}{\sinh ka} \sinh ka - I(a) \sinh k(z-a) \right]$ $M(a) = M \frac{\sinh kb}{\sinh ka} \sinh ka$ $z \leq a \text{ болғанда } I(a) = 0$ $z > a \text{ болғанда } I(a) = 1$	$y(z) = \frac{F}{EI k^2} \left(\frac{\sinh kz}{\sinh ka} \sinh ka - \left(1 - \frac{a}{l}\right) kz - I(a) [\sinh k(z-a) - k(z-a)] \right)$ $y(a) = \frac{F}{EI k^2} \left(\frac{\sinh kb}{\sinh ka} \sinh ka - \left(1 - \frac{a}{l}\right) a \right)$	
	$M(z) = \frac{q}{k^2} \left[-1 + \frac{\cosh kz \left(z - \frac{l}{2} \right)}{\cosh \frac{kl}{2}} \right]$ $M\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{q}{k^2} \left[-1 + \frac{1}{\cosh \frac{kl}{2}} \right]$	$y(z) = \frac{q}{EI k^2} \left[1 - \frac{\cosh kz \left(z - \frac{l}{2} \right)}{\cosh \frac{kl}{2}} + \frac{k+lz}{2} \left(1 - \frac{z}{l} \right) \right]$ $y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{q}{EI k^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh \frac{kl}{2}} + \frac{kl^2}{8} \right)$

ХІІІ ТАРАУ

ЦИКЛДІК ӨЗГЕРЕТІН КЕРНЕУЛЕР КЕЗІНДЕГІ БЕРІКТІК

1. НЕГІЗГІ ТҮСІНІКТЕР

Құрылмалардың элементтері айнымалы кернеулер кезінде бірқатар циклдерден кейін қирайтындығы, ал уақыт бойынша кернеу өзгермегенде қирау болмайтындығы тәжірибелер арқылы дәлелденіп отыр. Технологиялық не құрылымдық фактормен сипатталатын жоғарғы кернеу аймақтарында микро сызаттар пайда болуы ықтимал. Айнымалы кернеулердің анық шамасында микро сызаттар ұлғайып, көлденең киманың кейбір аймағына таралады.

Материалдың айнымалы кернеулердің көп санды әсерінен қирайтындығы *қажу* деп аталады. Ал, оның айнымалы кернеулердің көп санды әсерінен қирамай аман қалуы *төзімділік* деп аталады.

Процестің белгілі бір кезеңі аралығындағы айнымалы кернеулердің тізбек мәндерінің жиынтығын *цикл* деп атайды.

Циклдік кернеулер үш түрге бөлінеді: симметриялық, пульстік, асимметриялық. Айнымалы кернеулердің симметриялық циклі деп ең үлкен және ең аз кернеулер шамалары бойынша тең ал таңбалары бойынан қарама-қарсы болатын $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$ циклді айтады (13.1 а-сурет). Осындай циклге вагонның айналатын өсі мысал бола алады.

Егер $\sigma_{\min} = 0$ немесе $\sigma_{\max}$ болса, онда цикл пульстік деп аталады. Мұндай циклге мысал ретінде моментті беру кезінде доңғалақ тістеріне күш түсіруді айтуға болады (13.1. б-сурет).

Циклдік кернеулердің үшінші түрі (13.1. в-сурет) асимметриялық деп аталады.

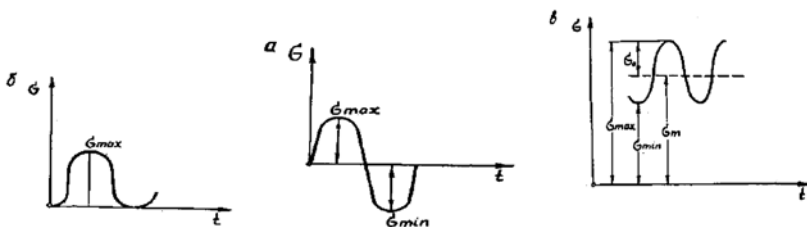
Кернеулер циклдерінің негізгі сипаттамалары мынадай болады: $\sigma_{\max}$ – ең үлкен кернеу $\sigma_{\min}$ – ең аз кернеу, σ_m орта кернеу:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

Ол оң және теріс те болуы мүмкін. Кернеулер циклдерінің амплитудасы төмендегідей:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

Ол қашанда болса оң шама ретінде алынады (а) және (б)-ден:



13.1-сурет

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a, \sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a$$

теңдігі шығады.

Циклдің асимметрия дәрежесін сипаттау үшін циклдің асимметрия коэффициенті енгізіледі:

$$r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

Симметриялық цикл үшін $r = -1$, пульстік цикл үшін $r = 0$.

Циклдің амплитудасының орта кернеуге қатынасын оның сипаттамасы деп атайды:

$$\rho = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

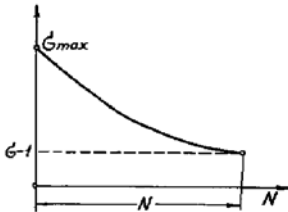
Циклдің сипаттамасы симметрия коэффициентімен мынадай арақатынаста болады:

$$\rho = \frac{1-r}{1+r}$$

Асимметрия коэффициенттері және циклдің сипаттамалары бірдей болатын циклдер ұқсас деп аталады.

2. Төзімділік шегі

Абсолют шамасы бойынша ең жоғарғы кернеуді шексіз көп цикл санында қирауды болдырмайтын төзімділік немесе қажу шегі деп атайды. Техникалық аппараттар N (мысалы, 10^7 , 10^8) шекті циклдардың санын береді. Бұл циклдің санын сынау базасы деп атайды және оны төзімділік шегін анықтау кезінде пайдаланады. Үлгі циклдің саны сынау базасына жеткенше сынбаса, онда ол циклдің саны шексіз өскенде де сынбайды деп қарастырамыз. Симметрияның цикл кезіндегі σ_{-1} төзімділік шегі, басқа циклдік түрлерімен салыстырғанда, ең аз болады, сондықтан симметрия циклі ең қауіпті деп саналады.



13.2-сурет

Үлгінің қирауға дейінгі төзімділігімен белгілі ең жоғарғы кернеулердің цикл санына тәуелділігін көрсететін графигі қажу, *төзімділік қисығы* немесе *Велер қисығы* деп аталады. (13.2-сурет). Материалдың көбіндегі төзімділік 13.2-суретте қисықтары N өске параллель түзуге жақындайды. Бұл асимптотаның ординатасы төзімділік шегі болады. Әдетте, асимптота

орнына N өсіне параллель жанама (суретте – үзік сызық) жүргізіледі.

3. Төзімділік шегіне әсерін тигізетін факторлар

Деформацияның түрі. Жүргізілген тәжірибелер негізінде σ_{-1} иілу симметриялық циклі кезіндегі төзімділік шегінің деформацияның басқа түрлерінің төзімділік шектерімен келесі жуық тәуелділіктері дәлелденген центрлік созылу-сығылу кезінде

$$\sigma_{-1}^S = (0,7 + 0,9)\sigma_{-1}$$

бұралу кезінде

$$\tau_{-1}^S = (0,5 + 0,59)\sigma_{-1}$$

Төзімділік шегінің ізделетін шамасы төмендегідей болады:

$$\sigma_r = \sigma_{\max} = OE + ED = \sigma_{r\max} + \sigma_{r\Delta}.$$

Сондай-ақ кез келген циклға арналған шекті кернеулерді анықтауға болады, мәселен пульстік цикл үшін былай болады:

$$(r = 0, \sigma_{\min} = 0, \sigma_{\Delta} = \sigma_m = \frac{\sigma_{\max}}{2}).$$

Бұл үшін координат басынан өтетін 45° бұрышпен сызықты $(\tan \alpha = \frac{\sigma_{\Delta}}{\sigma_m} = 1)$ F нүктеде қисықпен қиылысуына дейін жүргізеді.

Бұл нүктенің ординатасы шекті амплитудалық кернеуіне, ал абсциссасы циклдің шекті орта кернеуіне тең:

Бір сәуледе (мысалы ОД) жататын

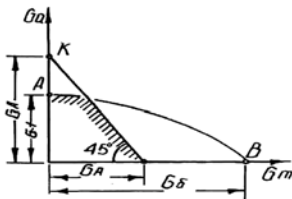
$$\sigma_D = \sigma_{\max} = \sigma_{\Delta} + \sigma_m.$$

нүктелер ұқсас циклдарға сәйкес келеді. Тек қана D нүкте шекті циклді сипаттайды, ал ОАДВ облысының ішіндегі нүктелер (мысалы C) қауіпті емес сызаттар болмайтын кернеулердің циклдарын бейнелейді:

$$\sigma_{\max}^F = \sigma_m^F + \sigma_{\Delta}^F < \sigma_r.$$

Созылымды материалдар үшін төзімділік шегі мен созылымды деформациялар қауіпті болады. Сондықтан

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_{\Delta} = \sigma_{\Delta}.$$



13.4-сурет

Бұл шартты қанағаттандыратын нүктелер KL сызықта (13.4-сурет) орналасады. Сонымен, созылымды материалдар үшін шекті кернеулер диаграммасы AN қисықтан және NL түзуден құрылады.

Іс жүзінде схемалық диаграммалар пайдаланылады. Олардың ішінде ең кең таралғаны үлгілердің үш сынақ түрлеріне: σ_{-1} симметриялық

циклге (A нүктесі), σ_0 – пульстік циклге (C нүктесі) және σ_m статикалық үзілуге (D нүкте) негізделіп құрылған нобайлық шекті диаграммалар қолданылады. A және C нүктелерді түзумен қосып және D нүктеден 45° бұрышпен сызықты жүргізіп шекті кернеулердің жуық диаграммасын алады (13.5-сурет).

Жергілікті кернеулердің негізгі көрсеткіші шоғырлануының теориялық коэффициенті болады, ол мына теңдеу арқылы беріледі:

$$\alpha_T = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}$$

мұндағы $\sigma_{\max}$ – ең үлкен жергілікті кернеу, $\sigma_{\text{ном}}$ – номинал кернеу.

Әдетте $\sigma_{\text{ном}}$ есептеу бөлшектің ең әлсіз қимасы бойынша жүргізіледі (13.6 б-суреттегі АА қимасы). Мысалы, тесігі бар жолақ үшін (13.6 а-сурет) $\sigma_{\text{ном}} = \frac{F}{A_{\text{нм}}}$, сатылы сырық иілгенде (13.6 б-сурет) $\sigma_{\text{ном}} = \frac{M}{W_{\text{нм}}}$.

13.1-кестеде пластинка диаметрінің өсіне әртүрлі арақатынас мәндері үшін α_T шоғырлануын теориялық коэффициент мәндері көрсетілген.

13.1-кесте

α_T шоғырлануының теориялық коэффициенті

$c = 2r/b$	$c = 0$	$c = 0.1$	$c = 0.2$	$c = 0.3$	$c = 0.4$	$c = 0.5$
α_T	3,0	3,03	3,14	3,36	3,74	4,32

13.2-кестеде жұмыр үлгілер үшін деформация түріне және кернеулердің шоғырлану факторына тәуелді α_T коэффициентінің мәндері келтірілген.

13.2-кесте

α_T шоғырлануының теориялық коэффициенті

	Деформацияның түрі және кернеулер шоғырлану факторы	α_T
1	2	3
	Иілу мен созылу	
	Біліктегі жарты дөңгелек жонуы. Жону радиусының білік диаметріне қатынасы:	
	0,1	2,0
	0,5	1,6
	1,0	1,2
	2,0	1,1

13.2-кестенің жалғасы

1	2	3
	Галтель	
	Галтель радиусының білік диаметріне қатынасы:	
	0,0625	1,75
	1,125	1,50
	0,25	1,20
	0,5	1,10
	Тікбұрышпен өтуі	2,0
	V-тәріздес жону	3,0
	Дюймдік иір ойық	2,0
	Метрлік иір ойық	2,5
	Тесік диаметрінің қиманың көлденең өлшеміне қатынасы 0,1-ден 0,33-ке дейінгі кезінде	2,0
	Бұйым бетіндегі кескіштен болған керту	1,2-1,4
	Бұралу	
	Галтель. Галтель радиусының біліктің ең кіші диаметріне қатынасы кезінде	
	0,02	1,8
	0,10	1,2
	0,20	1,1
	Сына өрлері	1,6-2,0

Жергілікті кернеулер төзімділік шегін өте төмендетеді. Шоғырлану коэффициенті тек қана жону формасына емес, сондай-ақ үлгінің материалына, өлшемдеріне, циклдің асимметрия коэффициентіне де тәуелді болады. Сондықтан тиімді коэффициентін енгізеді.

Циклді өзгертін кернеулер шартында ($r = -1$) болғанда шоғырланудың тиімді коэффициенті мына қатынаспен анықталады:

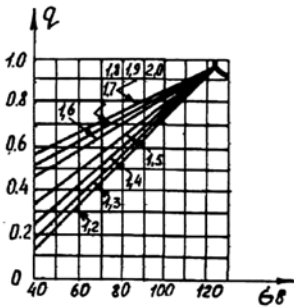
$$k_{-1} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma'_{-1}}$$

мұндағы σ_{-1} – тегіс үлгінің қажу шегі, шоғырланған кернеуі бар үлгі үшін номинал кернеумен есептелген қажу шегі.

Шоғырланудың тиімді коэффициенті мен теориялық коэффициентінің өзара қатынасын мына түрде тұжырымдауға болады:

$$k_{-1} = 1 + q(\alpha_7 - 1)$$

мұндағы q – материалдың жергілікті кернеуге сезімталдық коэффициенті. q шамасы негізгі материалдың қасиеттеріне байланысты. Мысалы, беріктігі жоғары легирленген болат үшін q шамасы бірге жақын. Құрылмалық болат үшін $q = 0.6 - 0.8$, оның өзінде неғұрлым берік болатқа сәйкес q -дың мәні үлкен болады. Шойын үшін q нөлге жақын әрі шоғырланудың тиімді коэффициенті бірге тең.



13.7-сурет

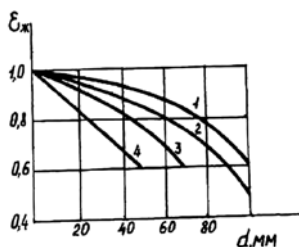
13.7-суретте q мәндерінің σ_s беріктік шегіне және α_7 шоғырлануының теориялық коэффициентіне тәуелділік графиктері көрсетілген.

Детальдің абсолют өлшемдерінің ықпалы. Бөлшектің қажу беріктігін есептеген кезде масштабтық факторды ескеру қажет. Әртүрлі өлшемді үлгілердің қажу шегін анықтауға жүргізілген тәжірибелер масштабтық факторды арттырғанда қажу шегінің азаятындығын көрсетті. Өйткені бөлшектегі максималь кернеулер қажу қирауын толық сипаттамайды. Сызықтың болуы максималь кернеуге байланысты. Оның ұлғаюы бөлшек формасы мен мөлшеріне барынша тәуелді.

Бөлшек қажу шегінің үлгілердің стандарт өлшемінің ($d = 8 + 12 \text{ мм}$) қажу шегіне қатынасы масштабтық фактор коэффициенті немесе масштабтық фактор деп аталады:

$$k_m = \frac{\sigma - 1.6}{\sigma_{-1}}$$

Масштабтық факторды анықтау кезінде сыналатын бөлшектер мен үлгілердің беттік күйі бірдей деп ұйғарылады.



13.8-сурет

13.8-суретте масштабтық фактордың иілу және бұралу кезінде білік диаметріне тәуелділігі көрсетілген. 1-кисық жергілікті кернеулер жоқ кездегі көміртекті болат үшін, 2-кисық кернеулердің шоғырлануы жоқ кездегі легирленген болат ($\sigma_0 = 1000-1200 \text{ Мн/м}^2$) және кернеулердің қалыпты шоғырлануы кезіндегі көміртекті болат үшін, 3-кисық кернеулердің шоғырлануы бар кездегі қоспалы болат үшін, ал 4-кисық кернеулердің шоғырлануы жоғары дәрежеде болатын болаттар үшін қарастырылған.

Осы қисықтардан масштабтық фактор жергілікті кернеулер көбейгенде барынша айқын білінетінін байқауға болады. 13.3-кестеде әртүрлі болаттан жасалған тегіс үлгілер үшін төзімділік шегінің диаметрге тәуелділігі келтірілген.

13.3-кесте

Төзімділік шектері

d (мм)	Төзімділік шегі $\sigma_{\text{т}} \text{ Мн/м}^2$						
	Көміртекті болаттар			Легирленген болаттар			
15	20	265	320	380	400	500	600
30	210	225	270	320	370	420	500
60	176	190	225	270	310	350	420
100	160	170	200	240	280	315	380
$\sigma_{\text{т}}$	450	550	650	800	880	980	1200
$\sigma_{\text{т}}$	250	310	360	560	610	730	1000

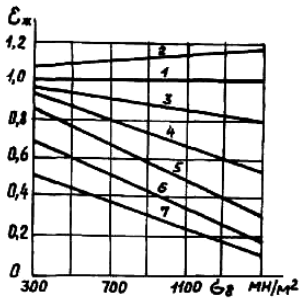
Бөлшектің беттік күйінің ықпалы. Циклдік кернеулер кезінде қирау жергілікті сызаттың болуына байланысты болатындықтан қажу беріктігіндегі бөлшектің беттік күйінің атқаратын рөлі өзінен-өзі түсінікті. Демек, бетті таза әрі мұқият өңдеу кезінде қажу шегі артады. Жай өңдеу

кезінде беттегі ұсақ ақаулардың болуы қажу беріктігінің көрсеткішін төмендетеді. Бұл кезде жергілікті кернеулерге өте сезімтал материалдар үшін беттік күйдің әсері айтарлықтай болады.

Қажу беріктігін есептеу кезінде бөлшек бетін өндеуге байланысты беттің сапа коэффициенті қарастырылады:

$$K_{\text{бет}} = \frac{\sigma_{\text{бет}}}{\sigma_{\text{н}}}$$

мұндағы $\sigma_{\text{бет}}$ беті стандартты өңделген үлгіде алынған қажу шегі. Ол үшін әдетте ажарлау алынады, $\sigma_{\text{н}}$ бет бөлшектің беттік күйіне сәйкес үлгінің төзімділік шегі.



13.9-сурет

13.9-суреттегі беріктік шектеріне сәйкес әртүрлі болаттардың беттік сапа коэффициенттерінің жуық мәндері келтірілген.

Ажарланған үлгі үшін сапа коэффициенті бірге тең (1 түзу), 2-түзу жалтыратылған бетті үлгілерге қатысты, 3-түзу кескішпен өңделген бетті үлгінікі. 4-түзу ұсақ кедір-бұдыры бар беттің сапа коэффициентінің мәнін береді, ал 5-түзу прокаттан кейін өңделмеген бетке қатысты, тұщы

және теңіз суларында тотықандырылған беттер үшін мәндері 6 және 7-түзулермен беріледі.

Қажу беріктігін арттыру үшін беттің әсіресе, кернеулердің шоғырлану ошағы маңында өте таза болуын қамтамасыз ету қажет. Циклдік кернеулердің ауыр шарттарында жұмыс істейтін жауапты бөлшектерді әдетте ажарлап, кейде жалтыратады.

Қажу беріктігін арттыру үшін бетті өндеудің арнаулы тәсілдерін қолданады. Бұл тәсілдерге бетті азот арқылы өндеу жатады, ол кернеулердің шоғырлануы кезінде біршама дұрыс нәтиже береді. Қажу шегін бетті роликтермен таптау арқылы арттыруға болады. Шоғырлану ошағы бар кезде бұйым бетін шойын, не болат бытыра жаудырып өндеудің тиімділігі үлкен.

Мұндай өңдеу нәтижесінде сығылудың қалдық кернеуі бар шеттік қабат пайда болады, ол жергілікті сызаттарды қайтадан болдырмайды.

4. Айнымалы кернеулер кезіндегі беріктікті есептеу

Беріктік шарты мына түрде болады:

$$n \geq [n];$$

мұндағы n – нақты қор коэффициенті, $[n]$ – мүмкін кернеу коэффициенті.

Қор коэффициенттерін нобайлық шекті кернеулер диаграммасы көмегімен (мәселен, 13.5-сурет) жуық анықтауға болады. Күш өзгеруімен жұмысшы циклі сәйкес шекті циклге ұқсас болып қалады да, алдымен лабораториялық үлгі ($d_0 = 6 + 12$ мм) үшін коэффициенті анықталады.

Белгілі амплитудалық және орта кермеулер бойынша σ бұрышын анықтайды.

$$\tan \alpha = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

Диаграмманың (13.5-суретті қараңыз) координат басынан α бұрышпен 0-1 сәулені жүргізеді. $M(\sigma_a, \sigma_m)$ ағым нүкте АВ сызықта жұмысшы циклді бейнелейді, ал $N(n\sigma_a, n\sigma_m)$ – бұл циклдің шекті мәні болады. Қор коэффициенті кескіндер арақатынасына тең:

$$n_{\text{с.д.}} = \frac{OM}{OM'}$$

Егер N нүкте АВ түзу шегінде болса, онда кернеулердің артуы қажулық қирауға ұшыратады. Бұл кезде АВ сызықтың теңдеуі былай жазылады;

$$\sigma_{-1} = \beta \sigma_m + n_1 \sigma_a$$

одан қажу қирауы бойынша қор коэффициентін лабораториялық үлгіге лайықтап алады:

$$n_1 = \frac{\sigma_{-1}}{\beta \sigma_m + \sigma_a}$$

Нақты бөлшектің қор коэффициентін анықтау үшін кернеулердің шоғырлануын, масштаб факторын, беттік өңдеу сапасын ескеру керек.

Іс жүзіндегі есептеулерде түзету коэффициенттері кернеулер циклінің айнымалы бөлігіне – циклдің амплитудасына $\sigma_a(\tau_a)$ қатысты болады. Бөлшек үшін қор коэффициентін есептеу формуласы мына түрде болады:

$$n_r = \frac{\sigma_{-1}}{\beta \sigma_m + \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}^2} \sigma_a} ; n_r = \frac{\tau_{-1}}{\beta \tau_m + \frac{\tau_a}{\tau_{-1}^2} \tau_a}$$

Егер $0 - 1$ сәуле ВД сызықты кесіп өтсе, онда циклдің кернеулер арттыруы созылымды үлкен деформациялардың даму қауіптілігімен байланысты. Аққыштық шегіне қатысты қор коэффициенті бұл жағдайда былай анықталады:

$$n_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_a + \sigma_m}$$

Есептеу кезінде екі коэффициент анықталады, сосын олардың азын алады.

Келтірілген тәуелділіктер бір өстік кернеулік күйге (созылу, сығылу, таза ығысу, таза иілу) қатынасады. Таза ығысу кезінде бұл тәуелділіктерде σ –ны τ –ға алмастырады.

Жазық немесе көлемдік кернеулік күйлерде қажу беріктігін бақылау өте қиындап кетеді. Іс жүзінде жазық кернеулік күйінде қор коэффициентін мына формула бойынша анықтайды:

$$n_r = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$$

мұндағы n_σ және n_τ (а) формулалар бойынша анықталатын қор коэффициенттері.

Кейбір қарапайым жағдайларда мүмкін кернеулер бойынша берілген қор коэффициентін және $\frac{\sigma_a}{\sigma_m}$ берілген арақатынасы үшін бөлшектердің құрылма өлшемдерін тікелей анықтауға болады. Бұл кезде мүмкін кернеу қажу қирауы бойынша мына формулалармен анықталады:

$$|\sigma_Y| = \frac{\sigma_{-1}}{n_Y} \cdot \frac{1 + \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{2N}}}{\frac{n_Y \sigma_{-1}}{2 \sigma_{2N} \sigma_{-1}} - \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1}}}$$

$$|\tau_Y| = \frac{\tau_{-1}}{n_Y} \cdot \frac{1 + \frac{\tau_{-1}}{\tau_{2N}}}{\frac{n_Y \tau_{-1}}{2 \sigma_{2N} \tau_{2N}} - \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1}}}$$

Ал, ағу шегі бойынша төмендегі формуламен анықталады:

$$[\sigma_Y] = \frac{\sigma_{-1}}{n_{\sigma}}, \quad [\tau_Y] = \frac{\tau_{-1}}{n_{\tau}}$$

XIV ТАРАУ

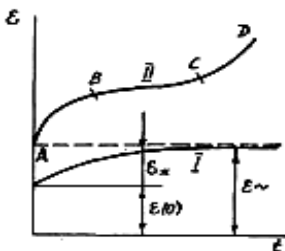
МАТЕРИАЛДАР ЖЫЛЖЫҒЫШТЫҒЫ

1. Негізгі түсініктер

Шамасы бойынша тұрақты күштер және кернеулер әсерінен болған материалдың баяу аққыштық құбылысы жылжығыштық немесе крипп деп аталады. Жылжығыштық бетон, кірпіш, ағаш, тас, полимер сияқты материалдарға тән. Бөлшектерде бұл деформациялану қасиеті, әсіресе, жоғары температура кезінде, ал түсті металдарда: жез, қорғасын және т. б. тіпті бөлме температурасында да байқалады.

Созылымды деформацияның ұлғаюы нәтижесінде кернеулердің шамасы мен таралуындағы өзгеру процесі кернеулердің релаксациясы деп аталады. Егер созылған білеудің деформациясы уақыт бойынша өзгермесе, серпімді деформация кемігенде созылымды деформациясы ұлғаяды, бұл жағдайда релаксация процесі айқын көрінеді.

Жылжығыштықтың және релаксацияның қисықтары. Тәжірибе жылжығыштық кез келген кернеуде, тіпті күштің уақытша әсерінен болатын серпімді деформация кезінде де байқалатындығын көрсетеді. Сынау нәтижелері жылжығыштық қисықтары, яғни деформацияның уақытқа тәуелділік қисықтары түрінде бейнеленеді (14.1-сурет).



14.1-сурет

I-графикте (14.1-сурет) деформациялану процесі ε жылдамдықтың азайып, нөлге асимптотикалық ұмтылумен бірге жүреді.

Үлгінің $\varepsilon(0)$ бастапқы деформация және ε_{∞} -нің жылжығыштық деформация қосындысымен анықталатын толық деформациясы былай есептеледі:

$$\varepsilon = \varepsilon(0) + \varepsilon_{\infty}$$

ε_{∞} - мәнге ұмтылады.

II-графиктен AB , BC , CD үш бөлікті бөліп қарастыруға болады. AB бөлігі деформациялану жылдамдығының кемуін сипаттап, қалыптаспаған жылжығыштық фазасына сай келеді. Ол аяқталғанда ε шамасы минималь мәнге ие болады, ε жылдамдығы тұрақты болғанда қалыптаспаған (BC бөлікте) жылжығыштық фазасы пайда болады, σ кернеудің артуы мен қалыптасқан жылжығыштық периодының ұзақтығы қысқарады. Үлгінің C нүктесіне сәйкес келетін уақыт мезетінде сынау морт сынуымен, не қылта мойынның үзілуіне сай тұтқыр қираумен анықталады. Соңғы жағдайда CD бөлігі түзіледі.

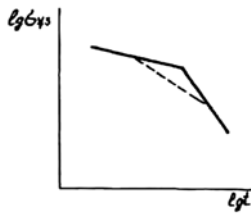
Морт сыну материалдың бүлінуіне, дәлірек айтсақ материал түйіршіктері арасын бөліп тұратын шекаралардағы шытынауға байланысты. Тұтқыр қирау кезінде шытынау түйіршіктері ішінде болады. Кейде осы айтылған қирау түрлері бір мезгілде болып, аралас қирауға ұласады.

Жылжығыштық қисығының сипаты мен деформациясының мәні оған әсер ететін кернеу шамасына тәуелді. Кернеу артқанда жылжығыштық деформациясының шамасы үлкейеді.

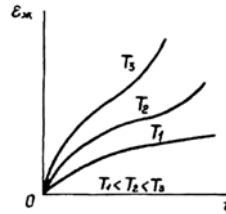
Егер жылжығыштық деформациясы кернеудің артуына пропорционал болса, онда сызықты жылжығыштық, ал қарсы жағдайда сызықты емес жылжығыштық деп алынады. Мысалы, жоғары температурада металдардың жылжығыштығы сызықты емес, ал аз кернеуде бетон, пластмассаның жылжығыштығы сызықты болады.

Жылжығыштық кезінде материалдың беріктігін бағалау үшін беріктік ұзақтығының шегін пайдаланады. Беріктік ұзақтығының шегі $\sigma_{\text{г}}$ деп берілген жұмыс ұзақтығы кезінде қирауды тудыратын минималь кернеуді айтады. Уақыт функциясы ретінде беріктік ұзақтығы шегінің өзгеру графигі әдетте кос логарифмдік координат өстерінде салынады (14.2-сурет). Бұл график екі сызықтан құралады. Кейбірде сызықтардың қиылу нүктесі үзік сызықпен көрсетілгендей анық байқалады.

Үлгінің жұмыс істеу уақыты үлкен шекте минуттық үлестен он тіпті жүз, мың сағатқа дейін (бірнеше жылдарға дейін) өзгере алады.



14.2-сурет

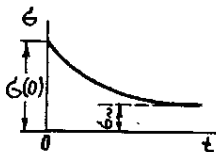


14.3-сурет

Қыздыру температурасы сынайтын үлгіге уақыт бойынша айтарлықтай ықпал етеді. Ол артқанда жылжығыштық жылдамдығы артады, белгілі бір кернеудегі деформацияға уақыттың қысқа аралығында жетуге болады. 14.3-суретте жылжымалы қисықтары әртүрлі температурада алынған жылжығыштық қисықтары бейнеленген.

Материалдың жылжығыштығына басқа да факторлардың айтарлықтай әсері бар. Мысалы, бетонның жылжығыштығына ылғалдылығы, толтырғыш ерекшелігі, су-цемент қатынасы, цемент түрі т.б. әсер етеді.

Сыртқы жағдайлар өзгермегенде және сыртқы күштер жоқ кезде материалдың материалдық қасиеттерін уақыт бойынша өзгеруі байқалады. Бетон қасиеттерінің өзгеруі цемент тасында болатын органикалық тегі бар химиялық пластмассаларда, каучуктерде пайда болады. Ол баяу өтетін тотығу процестеріне байланысты. Белгілі бір уақыт кейін соңғы материалдарды құрылма ретінде пайдалануға болмайды. Механикалық қасиеттердің өзгеру құбылысын шартты түрде тозу деп атайды.



14.4-сурет

Тозу кезінде жылжығыштық деформация тек күш әсерінің ұзақтығына ғана емес, оның әсер ету мезетіне, басқаша айтқанда, материалды пайдалану мерзіміне де байланысты.

Кернеулердің уақытқа тәуелділігін көрсететін графигі реакцияның қисықтары деп аталады.

14.4-суретте релаксация қисығының жалпы түрі көрсетілген. Металдық үлгілерде жоғары температурада кернеулер нөлге дейін төмендейді.

2. Жылжығыштық теориялары

Қазіргі уақытта инженерлік есептеулерде ықшамдалған теориялар бар: тозу теориясы, аққыштық теориясы, нығаю теориясы, тектес жылжығыштық теориясы.

Т о з у т е о р и я с ы. Бұл теория созылымды деформация, кернеу және уақыт тұрақты өзара арақатынастарда болады деген болжамға негізделген:

$$\dot{\epsilon}(\sigma, \sigma_0, t) = 0.$$

Ең қарапайым жағдайда: дәрежелік тәуелділік және жылжығыштық қисықтары ұқсас кезінде жылжығыштық теңдеуі мына түрде жазылады:

$$\epsilon = \sigma^n \Omega(t) + \frac{\sigma}{E},$$

мұндағы ϵ — толық деформация, $\Omega(t)$ — уақыт функциясы, ол жылжығыштық қисықтарымен анықталады.

Бұл теңдеуді тұрақты немесе аз өзгеретін күш кезінде пайдалануға болады. Тозу теориясына Н.М. Беляевтың теңдеуі де жатады:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \sigma \int_0^t \sigma^{n-1} B(t) dt;$$

Н.М. Беляев бойынша тұрақты деформация кезінде кернеулердің уақытқа тәуелділігі мына түрде болады:

$$\sigma = (1 + nt)^{\frac{1}{n}}$$

Тозу теориясында релаксация теңдеуін былай жазады:

$$\epsilon = \sigma^n \Omega(t) + \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma^n}{E},$$

одан

$$\sigma^n = \frac{1 - \rho}{\rho^n \Omega(t)},$$

шығады.

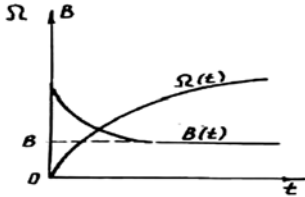
А қ қ ы ш т ы қ т е о р и я с ы. $\varepsilon_{\text{соз}}$ – созылмалы деформацияның жылдамдығы, ол кернеу және уақыт тұрақты болады және өзара қатынасы бар дегеніне негізделеді:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{\text{соз}} + \dot{\varepsilon}_{\text{серп}} = \sigma^n B(t) + \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt};$$

мұндағы ε – толық деформацияның жылдамдығы, n -берілген материал үшін анықталатын температура кезіндегі тұрақтылық ($n > 1$) $B(t)$ - уақыт функциясы:

$$B(t) = \frac{1}{t^n} \Omega(t).$$

$B(t)$ және $\Omega(t)$ функцияларының графиктері 14.5-суретте бейнеленген.



14.5-сурет



14.6-сурет

N тұрақтылары көміртекті болатыны үшін 14.1-кестеде келтірілген.

Релаксация дифференциалдық теңдеуі төмендегідей:

$$\sigma^n B(t) + \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} = 0,$$

оның шешімі

$$\rho = [1 + (n-1)t']^{2/(n-1)};$$

мұндағы $\rho = \sigma/\sigma_0$

$$t' = E \sigma_0^{n-1} \Omega(t)$$

σ - $t=0$ болғандағы сәтінде. Кейбір n мәндері үшін релаксацияның қисықтары 14.6-суретте келтірілген.

Н ы ғ а ю т е о р и я с ы. $\varepsilon_{\text{соз}}$ – созылымды деформация, $\varepsilon_{\text{серп}}$ – созылымды деформацияның жылдамдығы және σ кернеу тұрақты өзара арақатынастарда болады дегенге негізделеді:

$$\Phi = (\varepsilon_{\text{жылжығаштық}} \sigma) = 0.$$

Қарапайым жағдайда нығаю өлшемі ретінде $\varepsilon_{\text{жылжығаштық}}$ жылжығыштық деформациясының шамасы алынады.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \dot{\Psi}(\varepsilon_{\text{жылжығаштық}}, \sigma).$$

$\Psi(\varepsilon_{\text{жылжығаштық}}, \sigma)$ функциясын көбінесе мына түрде бейнелейді:

$$\Psi(\varepsilon_{\text{жылжығаштық}}, \sigma) = \varepsilon_{\text{жылжығаштық}}^n f(\sigma).$$

Нығаю теориясы жылжығыштықты сыртқы күштердің өзгерісі аса күрделі болмаған жағдайда анықтай алады.

Тектес жылжығыштық теориясы. Кейбір материалдар үшін кернеулер және деформациялар мынадай интегралдық қатынастармен байланысты болады.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \int_{t_0}^t k(t-\tau) \theta[\sigma(\tau)] d\tau$$

$$\sigma(t) = E(t) \varepsilon(t) + \int_{t_0}^t k(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau$$

Олар сызықты жылжығыштықтың ұқсас теңдеулерінің кәдімгі жалпылауы болып табылады. Бірінші өрнекті бетон үшін, ал екіншісін металл үшін қолданады. Нығаю мен тектес жылжығыштық теорияларының математикалық есептеулері өте қиын болып келеді.

3. Жылжығыштықты ескеру кезіндегі есептеу

Құрылмалар мен машина бөлшектерінің кернеулік және деформациялану күйіне жылжығыштықтың ықпалын көрсететін бірнеше мысал қарастырайық.

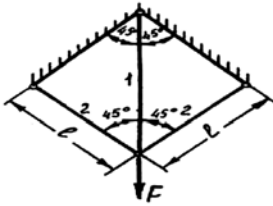
Мысал. Сырықтық тордағы (14.7-сурет) ортаңғы сырық

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \phi(\sigma, t);$$

заңы бойынша жылжығыштық қасиетке ие болады, әрі мына теңдеу түрінде жазылады:

$$\Phi(\sigma, t) = A \sigma^m,$$

1,2-элементтердің кернеулерін және ұзаруын табыңыз.



14.7-сурет

Шешімі. Деформацияның үздіксіз тендеуінен мына формула шығады:

$$\Delta l_1 = \sqrt{2} \epsilon_1 l$$

Сонда

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 \text{ болады}$$

$$\epsilon_1 \text{ және } \epsilon_2 \text{ үшін}$$

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} + A_1 \sigma_1^m, \quad \epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2}, \quad \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma = \frac{F}{\sqrt{2}A}$$

дифференциалдық тендеуін аламыз

$$\sigma_1 + \frac{E_2 A_1}{1+n} \sigma_1^m = 0$$

мұндағы $n = E_1/E_2$.

Бұл тендеудің шешімі былай болады

$$\sigma_1 = \frac{\frac{n}{1+n} \sigma}{\sqrt{1 + \frac{m-1}{n+1} E_2 A_1 \left(\frac{n}{1+n} \sigma \right)^{m-1}}}$$

Бастапқы шарт $\sigma_1(0) = \frac{n}{1+n} \sigma$.

Осыған сәйкес $\sigma_1 = \sigma - \sigma_2, \quad \epsilon_1 = \epsilon_2 = \frac{\sigma - \sigma_2}{E_1}$

Уақыт өткен сайын 1-сырықтағы кернеу азайып нөлге, ал 2-сырықтағы кернеулер артып σ тұрақты мәнге ұмтылады. Басқаша айтқанда деформациялану процесінде 1-элемент жұмыс істемейді және F күш тек 2-сырықтарға түсіріледі. Деформациялар шектеулі болып мынадай шамаға жуықтайды:

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma}{E_1}$$

Мысал. Көлденең қимасы тікбұрышты арқалықтың таза иілу кезіндегі жылжығыштығын қарастырайық.

Қалыптасқан жылжығыштық кезінде

$$\epsilon = A \sigma^m$$

(мұндағы m тақ болады) тәуелділікті қабылдап, арқалықтың көлденең қимасында кернеулер таралуын табайық. Жазық қималар болжамын заңды деп қабылдаймыз. Яғни $\varepsilon = ku$, мұндағы k - арқалықтың қисықтығы. Тепе-теңдік теңдеуін құру арқылы моментті табамыз:

$$M = \int_A \sigma y dA = b \left(\frac{k}{A} \right)^{1/m} \int_{-h/2}^{h/2} y^{(1+m)/m} dy = \left(\frac{k}{A} \right)^{1/m} I_m$$

мұндағы k – қисықтың өзгеру жылдамдығы.

$$I_m = b \int_{-h/2}^{h/2} y^{(1+m)/m} dy = \frac{2}{2+1/m} b \left(\frac{h}{2} \right)^{(1+m)/m}$$

Осыдан k -ті тауып, (а) теңдеуге қоямыз:

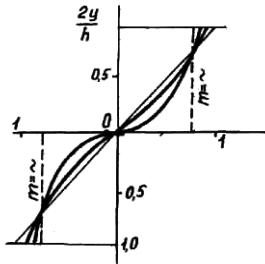
$$k = A \left(\frac{M}{I_m} \right)^m, \quad \sigma = \frac{M}{I_m} y^{1/m}$$

14.1-кесте

Кейбір болаттардың жылжығыштық негізгі сипаттамалары

Химиялық құрамы	Термиялық өңдеу	Сынау температурасы (град. С)	m тұрақтысы
0,15; 0,50Mn; 0,2Si; 0,032S; 0,025P	Көміртекті болаттар Болатты босату 844	427	6,24
		538	3,04
		593	
		649	
	Болатты босату 844	427	6,01
		538	4,07
		649	1,66
0,28C; 0,24Si; 0,58Mn 1,55Cr; 0,38Mo; 0,16V; 0,12Ni;	Хромды болат ЭИ-10	450	2,99
	Шынықтыру 900 (май)	500	1,83
	Жұмсарту 650	550	2,06

Сонымен, сызықты емес жылжығыштық кезіндегі кернеулердің таралуы сызықты күйдегідей (уақыттың бастапқы мезетінде) формулалармен анықталады, яғни шекті болатын



14.8-сурет

таралуға дейін өзгереді. Ол $t \rightarrow \infty$ кезінде қалыптасқан жылжығыштықта болады. Бұл формуланы жұп кезінде де пайдалануға да болады, ол үшін таңбаның өзгеруін y координатының таңбасы өзгергенде ескеру қажет. Тік кернеулер эпюрасы 14.8-суретте әртүрлі m үшін бейнеленген. Мұндағы жатық өс бойынша σ кернеудің арқалықтың жоғарғы шеткі талшығында болатын

кернеуге уақыттың бастапқы мезетіндегі қатынасы салынады. Суреттен m үлкейгендігі кернеулердің таралуы идеал серпімді созылымды материал үшін (14.8-суретте үзік сызықпен көрсетілген) шекті жағдайда тік кернеулердің таралуына кернеулердің ұқсас болатындығы көрініп тұр.

XV ТАРАУ

КҮШТЕРДІҢ ДИНАМИКАЛЫҚ ӘСЕРІ КЕЗІНДЕГІ БЕРІКТІК

1. Негізгі түсініктер

Күштердің статикалық әсері қысымды құрылманың бір бөлігінен келесісіне беру кезінде немесе көлемді күштер әсер еткенде уақыт аралығында механикалық қозғалыс өзгермеген кезде болады. Қозғалыстың тұрақтылығы бөлшектердің өзгермейтіндігімен, яғни элементтерді құрайтын бөлшектердің үдеуі болмайтындығымен сипатталады. Қаралған денеде немесе олармен жанасқан бөлшектерде үдеу болуы динамикалық күштердің әсерінен екені сөзсіз.

Көтеретін жүктің арқанға әсері көтеру жылдамдығы тұрақты кезде статикалық болады. Керісінше жүк үдеумен көтерілсе, бұл әсер динамикалық сипатта болады. Шарлы машиналардың шатуны және іштен жанатын двигательдер элементтері айнымалы бөліктері айналу өсіне қатысты центрден тыс орналасып центрге тепкіш үдеуі болады, машиналардың іргетасы да динамикалық әсерге ұшырап отырады.

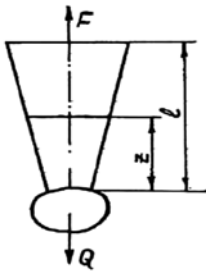
Құрылма элементінің динамикалық күшін есептеу үшін теориялық механикадан белгілі D' Аламбер қағидасы қолданылады. Бұл қағида бойынша қозғалыстағы кез келген денені сыртқы және инерция күштерінің әсерінен қандай да бір уақытта да қас-қағым сәт тепе-теңдік күйде болады деп қарастыруға болады.

Құрылма элементінің қозғалыс жылдамдығын кенет өзгерткенде оған таяу бөлшектерден қысым беруге байланысты соққы құбылысы байқалса, статикалық әсерге ұшыраған созылымды материал морт сынатын күйге көшуі мүмкін. Сондықтан динамикалық әсерге ұшырайтын құрылма бөлшектерінің беріктігін тексеру кезінде бұл күштердің бөлшектің кернеу шамасына, сонымен бірге материалдың қарсыласуына ықпалын анықтау қажет.

Материалдың кернеулік күйіне құрылма бөлшектеріндегі нүктелер үдеуінің әсерін былай есептеуге болады. Егер кез келген дене үдеумен қозғалса, онда оған басқа денелерден күш (қысым) түседі, әсер және әсер теңдігі заңы бойынша ол денелерге түсірілген күштерге тең. Сөйтіп ол бағыты жағынан карама-қарсы инерция күштері деп аталатын әсерді тудырады. Осыдан құрылма нүктелерінің үдеуге ұшырайтын бөлігінде кернеуді анықтау үшін іс жүзінде қолданылатын ереже қабылдаймыз. Үдеулерді есептеп құрылма элементіне әсер ететін күштерге қосымша инерция күштерін түсіру керек. Сөйтіп есептеу сырыққа статикалық күш әсер ететін жағдайдағыдай жүргізіледі.

2. Үдемелі қозғалыс кезіндегі кернеулерді есептеу

Сырықтың ілгерілемелі қозғалысы. Қимасы айнымалы сырық F күш әсерінен жоғарыға тең үдемелі қозғалыспен көтеріледі. Оның төменгі ұшына Q жүк ілінген (15.1-сурет) a үдеуі келесі теңдеу арқылы анықталады:



15.1-сурет

$$F = \left(1 + \frac{a}{g}\right) \left(Q + \gamma \int_0^l A dz\right),$$

мұндағы γ – материалдың көлемдік салмағы, g – ауырлық күшінің үдеуі, A – төменгі шетінен z қашықтықтағы кез келген қиманың ауданы. z қашықтықтағы көлденең қимада болатын тік кернеуді табамыз.

$$\sigma = \left(1 + \frac{a}{g}\right) \left(\frac{Q}{A} + \gamma \int_0^l A \cdot dz\right),$$

$z=l$ болғандағы тұрақты көлденең қималы сырықтың бойындағы болатын тік кернеу:

$$\sigma_{\max} = \left(1 + \frac{a}{g}\right) \left(\frac{Q}{A} + \gamma l\right) = k_x \sigma_{\text{ст}},$$

Келтірілген формулалардағы

$$k_x = 1 + \frac{a}{g},$$

шама динамикалық коэффициенті деп аталады, $\sigma_{ст}$ – күштің статикалық әсері кезіндегі тік кернеуі.

Мысал. Шахта клетінің салмағы $Q=40\text{кН}$, арқанның ұзындығы $l=200\text{м}$, оның бірлік ұзындығына келетін салмағы $g=0,018\text{кН/м}$. Көтеру басындағы клеттің үдеуі $a=2\text{м/с}^2$ тең.

Арқанның керілуін анықтаңыз.

Шешімі. Арқанның ең үлкен керілуі жоғарғы ұшында болады:

$$F_{ст} = Q + ql = 40 + 0,018 \cdot 200 = 43,6\text{кН}$$

Динамикалық коэффициенті

$$k_d = 1 + \frac{a}{g} = 1 + 2/9,81 = 1,206$$

Жүк көтерудің бас кезінде арқанның динамикалық кернеуі:

$$F_d = F_{ст} \cdot k_d = 43,6 \cdot 1,206 \approx 53\text{кН}.$$

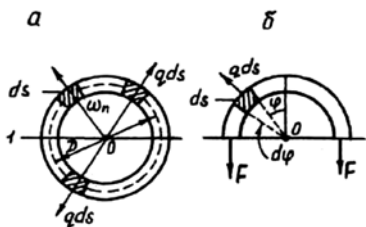
А й н а л ғ ы ш с ы р ы қ т ы қ ж ү й е л е р. Есепке үдеуге қарама-қарсы бағытталған инерциялы күш алынады. Таралған инерция күшінің қарқындылығын табамыз:

$$q = \frac{\gamma \omega^2 R}{g},$$

Q/q шоғырланған массалар келесі әсерді береді:

$$l = \frac{Q \omega^2 R}{g}.$$

мұндағы ω – айнарудың бұрыштық жылдамдығы, R – шеңбер өсінің радиусы.



15.2-сурет

А й н ы м а л ы д ө н ғ е л е к е с е б і. Қимасы тұрақты, тез айналатын шеңбердің кернеуін есептейік (15.2-сурет). Шабактардың ықпалын ескермесе маховик құрсауы осылай айналады.

A – шеңбердің көлденең қимасының ауданы, γ – материалдың көлемдік салмағы, n –

уақыт бөлігіндегі айналу саны, ω – айнарудың бұрыштық жылдамдығы, D – шеңбер өсінің диаметрі, ω_n – радиал (центрге тартқыш) үдеуі, dS – шеңбердің ұзындық элементі.

Элементке түсетін инерция күшін мына теңдеу арқылы табамыз:

$$F_n = \omega_n \frac{Ar}{g} ds = \frac{Ar \omega^2 D}{g} ds = q ds$$

мұндағы q құрсаудың бірлік ұзындығына келетін инерция күштерінің қарқындылығы.

Тік кернеулер келесі формула бойынша анықталады.

$$\left(F = \frac{Dq}{2}\right);$$

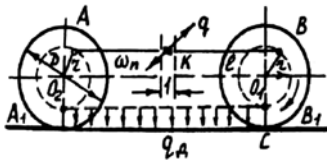
$$\sigma_n = \frac{F}{A} = \frac{Dq}{2A} = \frac{\gamma \omega^2 D^2}{4g} = \frac{\gamma V^2}{g},$$

мұндағы $V = \frac{D}{2}$ – шенбер нүктелерінің айналу жылдамдығы.

Демек, маховик құрсауындағы кернеулер материалдың көлемдік салмағы мен құрсау бөлігінің сызықтық жылдамдығына тәуелді болады. Кернеулердің мүмкін мәндері үшін есептеулерді орындаймыз $n = 360$ айн/мин, $D = 4$ м

Бір секундағы бұрыштық жылдамдық $\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 360}{60} = 12\pi$.

Ал кернеу $\sigma_n = \frac{\gamma \omega^2 D^2}{4g} = 49.5 \text{ МН/м}^2$.



15.3-сурет

Қосқыштағы кернеу. Локомотивтің екі доңғалағын жалғастыратын AB қосқыштың беріктігін тексерейік (15.3-сурет).

Қосқыштың әр бірлік ұзындығына мынадай инерция күш әсер етеді:

$$q = \frac{1}{g} \cdot A \cdot \gamma \omega_n^2 = \frac{A \gamma \omega^2 r}{g}$$

олар O_2A радиусына параллель болып, үдеуге қарама-қарсы бағытталады.

A_1B_1 қосқышы төмен түсірілсе, яғни екі күш бір бағытта әсер ететін кезде қауіпті болады. Қосқыштың бірлік ұзындығына келетін толық күш мынаған тең:

$$q_n = \gamma A \left[1 + \frac{\omega^2 r}{g} \right].$$

Қосқышты A және B нүктелерде тиянақталған және таралған q_d күш түсірілген арқалық түрінде қарастыруға болады. Ең үлкен июші момент арқалықтың ортасында болады:

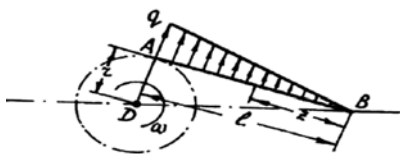
$$M_{\max} = \frac{q_d l^2}{8} = \frac{\gamma A l^2}{8} \left[1 + \frac{\omega^2 r^2}{g} \right].$$

Қимадағы ең үлкен кернеу:

$$\sigma_{d,\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{A}{W} \cdot \frac{\gamma l^2}{8} \left(1 + \frac{\omega^2 r^2}{g} \right).$$

Қосқыш иілуден басқа, O_1 доңғалақтан O_2 доңғалаққа берілетін F күш әсерінен сығылуға және созылуға ұшырайды. $A_1 B_1$ қалпында қосқыш сығылады. Сонда июші моментке майысу ықпалын ескермей, беріктік шартын аламыз:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{A \gamma l^2}{8 W} \left[1 + \frac{\omega^2 r^2}{g} \right] \leq [\sigma].$$



15.4-сурет

Шатундағы кернеу. Шатун кривошипке перпендикуляр қалпындағы күйі (15.4-сурет) қауіпті болады. Үдеу B центрінен z қашықтыққа пропорционал. Шатунның массасы оның ұзындығы бойынша тең таралған дейміз, сонда үшбұрыш заңымен таралған күштің қарқындылығын анықтаймыз:

$$q_z = \frac{A \gamma l}{g} \omega^2 r.$$

Шатунды екі тіректегі арқалық деп қарастырамыз. Июші момент B нүктеден бастап саналады, $z = \frac{l}{\sqrt{3}}$ кезінде ең үлкен мәніне ие болады:

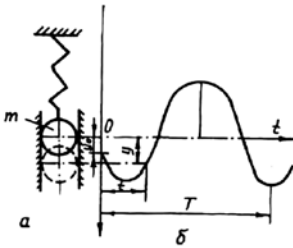
$$M_{\max} = \frac{q_z l^2}{9\sqrt{3}}.$$

және ең үлкен тік кернеу анықталады:

$$\sigma_{d,\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{q_z l^2}{9\sqrt{3} W}.$$

3. Бір еркіндік дәрежесі бар жүйелердің тербелістері

Жүйелердің дірілдеуі немесе тербелістері әр периодтық немесе кенет түсірілген күштердің және басқа факторлардың (статикалық және температурлық) әсерінде болады. Кейбір жағдайларда вибрациялық күштер өздері қауіпті шамаға жетуге мүмкін.



15.5-сурет

Тербеліс деформацияларды азайту үшін әртүрлі құрылғы қабылданады. Еркін өшпейтін тербелістер. Күшпен тепе-теңдіктен шығарылған серпімді жүйе, күш әсері тоқталғанда, еркін немесе меншікті тербелістерде болады. Бір еркіндік дәрежесі бар тербеліс жүйелерінің қарапайым моделін серіппемен біріктірілген m массасы бейнелейді (15.5 а-сурет).

Жүйенің еркін тербелістер кезіндегі дифференциалдық теңдеуі былай беріледі:

$$m y'' + c y = 0,$$

мұндағы c – серіппенің қатандық коэффициенті. Массаның қозғалысы гармониялық тербелісті бейнелейді;

$$y = A \sin(\omega t + \varphi),$$

мұндағы y – қозғалыстың координатасы, A – тербелістің амплитудасы, φ – бастапқы фаза, t – уақыт, ω – тербелістердің меншікті жиілігі, бұл тербелістің графигі 15.5 б-суретте көрсетілген.

Толық циклдің ұзақтығы тербелістің периоды деп аталады:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ сек.}$$

Тербелістің меншікті жиілігі келесі формуламен анықталады:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

Жүктің шоғырланған массасы кезінде арқалықтар үшін мына формуланы пайдалануға болады:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l_{ст}}}$$

мұндағы $l_{ст} = \frac{mg}{F}$ – ауырлық күш әсерінен шоғырланған массаның статикалық орын ауыстыруы.

Бұрышты, тербелістердегі жүйелер үшін

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

мұндағы l – бұралу өсіне қатысты жүктің инерция моменті.

Бір минуттағы тербеліс саны мынадай болады:

$$n = \frac{60}{T} = \frac{600}{\sqrt{l_{ст}}};$$

мұндағы $l_{ст}$ – сантиметрмен өлшенеді.

Амплитуда тербелістердің шегін сипаттайды және максималь ауытқуын анықтайды:

$$A = \sqrt{y_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}};$$

мұндағы y_0 және v_0 бастапқы ауытқуы және $t = 0$ болғанда массаның жылдамдығы.

Бастапқы фазасы формула бойынша анықталады:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega^2 y_0}{v_0}$$

Жүйенің ең үлкен толық деформациясын табамыз:

$$y_k = y_{ст} + A = y_{ст} \left(1 + \frac{A}{y_{ст}} \right) = k_d y_{ст},$$

$k_d = 1 + \frac{A}{y_{ст}}$ шамасы динамикалық коэффициент деп аталады.

Мұндағы $y_{ст}$ – массаның ең үлкен статикалық ауытқуы.

Еркін тербеліс кезінде серпімді сызықтық пайда болатын кернеулер мына түрге енеді:

$$\sigma_k = k_d \sigma_{ст},$$

15.1-кестеде бір еркіндік дәрежесі сызықты жүйелердің кейбір нобайлар үшін тербелістердің қатандығы, меншікті жиілігі және периодтары келтірілген.

Еркін өшетін тербелістер R кедергі күшті ($R = -\alpha y'$) болдыратын шашырату (сіңуі) барысында еркін тербелістердің дифференциалдық теңдеуі мына түрде болады;

$$my'' + \alpha y' + cy = 0;$$

немесе

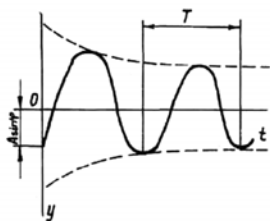
$$y'' + 2ny' + \omega^2 y = 0,$$

мұндағы α – кедергі күші мен жылдамдығы арасындағы пропорционалдық коэффициенті.

$n < \omega$ болғанда тербелістер азаяды, бұл теңдеудің шешімі төмендегідей:

$$y = Ae^{-nt} \sin(\sqrt{\omega^2 - n^2}t + \varphi),$$

мұндағы n – жүйенің тұтқыр қасиетіне байланысты тербелістердің өшу коэффициенті, $n = \frac{\alpha}{2m}$. Әдетте $n < \omega$ (кейбір арнайы демпфер бар жағдайлардан басқа).



15.6-сурет

Өшу тербелістерінің графигі 15.6-суретте бейнеленілген. Бұл графиктегі қоршама қисығы Ae^{-nt} көбейтіндісімен өрнектеледі.

A тербелістердің амплитудасы және φ бастапқы фазасы бастапқы шарттар арқылы анықталады:

$$A = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{v_0 + ny_0}{\omega^2 - n^2}\right)^2},$$

$$\varphi = \arctg \frac{v_0 \sqrt{\omega^2 - n^2}}{v_0 + ny_0}.$$

Тербелістердің дөңгелек жиілігі $\sqrt{\omega^2 - n^2}$ көп жағдайларда ω меншікті жиілігіне жақын болады. Өшу тербелістер – периодтық емес процесс болса да:

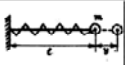
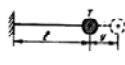
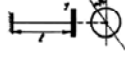
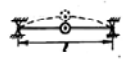
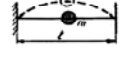
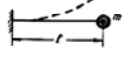
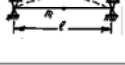
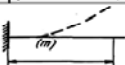
$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - n^2}} = \frac{2\pi}{\omega},$$

шаманы тербелістердің периоды деп атайды. Кез келген екі тізбек түрінде келген амплитуданың қатынасы тұрақты шама болады:

$$\frac{A_1 - 1}{A_1} = e^{-\alpha^2}$$

15.1-кесте

Бір еркіндік дәрежесі бар серпімді жүйелердің тербелістері

Серпімді жүйе	Тербелістің түрі	m немесе I	c	w^2	T
	Бойлықтары бойынша нүктелі массасы серіппеде нүктелі массасы	M	c	$\frac{c}{m}$	$2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$
	нүктелі массасы серпімді сырықта	M	$\frac{EA}{l}$	$\frac{EA}{ml}$	$2\pi\sqrt{\frac{ml}{EA}}$
	Бұралуы: Білікте бұралатын	L	$\frac{Clp}{l}$	$\frac{Clp}{I}$	$2\pi\sqrt{\frac{I}{Clp}}$
	Иілү бойынша: нүктелі массалы арқалық	M	$\frac{48EI}{l^3}$	$\frac{48EI}{ml^3}$	$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{ml^3}{3EI}}$
	бұл да сондай	m	$\approx \frac{110EI}{l^3}$	$\approx \frac{110EI}{ml^3}$	$2\pi\sqrt{\frac{ml^3}{110EI}}$
		m	$\approx \frac{192EI}{l^3}$	$\approx \frac{192EI}{ml^3}$	$\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{ml^3}{3EI}}$
		m	$\frac{3EI}{l^3}$	$\frac{3EI}{ml^3}$	$2\pi\sqrt{\frac{ml^3}{3EI}}$
	тең таралған массалы арқалық	—	—	$\approx \frac{110EI}{ml^3}$	$\approx \frac{\pi}{5}\sqrt{\frac{ml^3}{3EI}}$
				$\approx \frac{240EI}{ml^3}$	$\approx \frac{2\pi}{15}\sqrt{\frac{ml^3}{EI}}$
				$\approx \frac{500EI}{ml^3}$	$\approx \frac{\pi}{5}\sqrt{\frac{ml^3}{5EI}}$
	тең тараған массалы консоль			$\approx \frac{12EI}{ml^3}$	$\approx \pi\sqrt{\frac{ml^3}{3EI}}$

Меншікті тербелістердің өшу жылдамдығы тербелістердің логарифмдік дискременті деп аталатын шамамен сипатталады:

$$\delta = nT = \ln^{-n\delta},$$

Жылдамдыққа пропорционал кедергі кезінде сызықтық жүйенің еріксіз тербелістері. Егер сызықты жүйенің тербелістері күш әсерінде болса, онда олар еріксіз деп аталады.

Дербес жағдайында ұйытқу күшінің гармониялық әсерінде

$$F = H \sin \theta,$$

мұндағы H – күштің тұрақты амплитудасы; θ – ұйытқу күштің жиілігі; t – ағым уақыты. Онда еріксіз тербелістердің дифференциалдық теңдеуі келесі түрге енеді:

$$y'' + 2ny' + \omega^2 y = \frac{H}{m} \sin \theta t$$

$n < \omega$ болғанда оның интегралы:

$$y = A e^{-nt} \sin \sqrt{(\omega^2 - n^2)t + \varphi} + A_2 \sin(\theta t + \lambda),$$

мұндағы бірінші қосылғыш өшудің еріксіз тербелістерін бейнелейді. Қалыптасқан процесс үшін оны ескермеуге де болады. Екінші қосылғыш ұйытқу тербелістерді түсіндіреді. θ ұйытқу тербелістердің жиілігі ұйытқу күшінің жиілігіне тең. Ұйытқу тербелістердің амплитудасы A_2 :

$$A_2 = \frac{H}{m \sqrt{(\omega^2 - \theta^2)^2 + 4\theta^2 n^2}} = y_H \beta,$$

мұндағы $y_H = F_{\max}/H$ – ең үлкен ұйытқу күші статикалық түсірілгеннен болған жүйенің орын ауыстыруы, β – тербелістің өсу коэффициенті

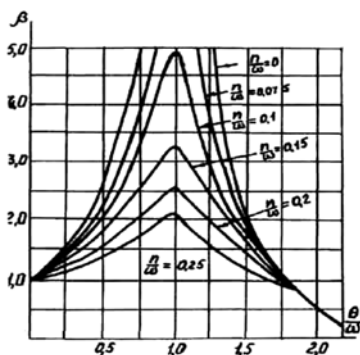
$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4n^2\theta^2}{\omega^4}}}$$

Кейбір n/ω үшін β тербелістің өсу коэффициенті θ/ω жиілігіне байланысты екендігі 15.7-суретте көрсетілген. λ – ұйытқу тербелістердің бастапқы фазасы.

Динамикалық коэффициентті анықтау былайша өрнектеледі:

$$k_d = 1 + \frac{y_H}{y_s} \beta,$$

мұндағы $y_2 = S$ (S- тербелгіш күш) статикалық әсерінен болатын орын ауыстыру.



15.7-сурет

15.7-суреттен ұйытқу тербелістерінің жиілігі θ меншікті жиілігіне жақындағанда $\theta = \omega$ динамикалық коэффициенті шексіз өседі, $\theta = \omega$ болғанда $k_{\pm} \rightarrow$. Бұл құбылыс резонанс деп аталады.

Кедергі күштердің артуымен резонанс құбылысы бәсеңдейді. Дегенмен, кедергі күштері еріксізден болатын тербелістер амплитудасының шамасын тек резонанс маңында

$(0.75 \leq \frac{\theta}{\omega} \leq 1.25)$ біршама азайтады, $\frac{\theta}{\omega}$ қатынастың басқа шамаларында кедергі күштердің ықпалы аз болады.

Егер серпімді жүйенің массасы тербелгіш күштің массасымен салыстарғанда мәнділік болса, онда тербелістердің меншікті жиілігі массасын қоса есептегенде келесі формула бойынша анықталады:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{ст}}}$$

мұндағы $y_{ст} = S + kQ$ күш статикалық түсірілуінен болатын орын ауыстыру Q – жүйенің толық салмағы, k – келтіру коэффициенті: созылу кезінде $k = \frac{1}{3}$, қарапайым арқалықтың иілу кезінде $k = \frac{17}{18}$.

4. Сокқы күшін есептеу

Егер құрылманың қарастырылатын немесе онымен жанасатын бөліктерінің жылдамдығы уақыттың өте қысқа периодында өзгерсе, бұл жағдайда сокқы құбылысы болады.

Діңгекті жерге қағып кіргізу кезінде ауыр жүк қайсыбір биіктен діңгектің жоғары ұшына құлайды да, оны жерге

батырады, аспалы балға соққы тудыра лезде тоқтайды. Осыған ұқсас құбылыс темірді соғу кезінде де болады. Мұнда өңделетін бұйым және балға бірдей соққыға ұшырайды, балға бұйымға тиісімен лезде тоқтайды.

Соққы кезінде жүйелерде тербелістер болады. Тербелістер кезінде кернеулер мен деформациялар қауіпті мәндерге жетуі мүмкін. Кернеулер мен деформациялар туралы есептерді дәл шешу өте қиын, себебі соққы кезінде серпімді жүйелер жұмысының жағдайлары статикалық әсерге қарағанда ерекше және күрделі болады.

Соққы тақырыбына арналған есептерді шешу келесі болжамдарға негізделеді:

1. Соққы жүктің әсерінен сырықтың деформациясы барлық ұзындығы бойынша таралады. Гук заңына бағынады және сол жүк статикалық түсірілгеннен болған деформацияларға ұқсайды.

2. Сырықты соғатын дене абсолют қатты болады және ол сырыққа жанасқан кезінен келешекте онымен бірге қалады дейміз.

Соққы кезіндегі кернеулер мен деформациялардың зерттелуі энергияның сақталу заңына негізделеді. Бұл кезде соғатын дененің Кинетикалық энергиясы V_F сырықтың потенциалдық энергиясына және T_1 оның қозғалысының кинетикалық энергиясына түрленеді:

$$T = V_F + T_1$$

Егер сырықтың массасы соғатын дененің массасымен салыстырғанда өте аз болса, онда T_1 шаманы ескермеуге болады, сонда

$$T = V_F$$

Соққы бағытына және болатын деформация түріне байланысты бойлық (созушы немесе сығушы) және көлденең (немесе июші) және бұраушы соққы деп ажыратылады.

Б о й л ы қ с о қ қ ы. F жүк h биіктен сырыққа құлағанда оны не қысқартады не созады. Жүктің сырықпен жанасқан мезетінде құлау жылдамдығы (ортаның кедергісін ескермесе) келесі формуламен анықталады:

$$v = \sqrt{2gh}$$

одан

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Құлаған жүктің жұмысын сырықтың потенциялық энергиясына теңестіреміз:

$$F = (k + \delta_2) = \frac{1}{2l} AF \delta_2^2;$$

одан

$$\delta_2 = \delta_m \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2k}{\delta_m}} \right),$$

немесе

$$\delta_2 = \delta_m \left(1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \delta_m}} \right),$$

мұндағы $\delta_m = \frac{Fl}{EA} - F$ жүктің статистикалық әсерінен болған сырықтың ұзаруы (қысқаруы). Жақшадағы шаманы динамикалық коэффициенті деп атайды.

$$k_2 = 1 + \sqrt{1 + \frac{2k}{\delta_m}}$$

немесе

$$k_2 = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \delta_{cm}}}$$

Гук заңы бойынша кернеулер деформацияларға пропорционал болғандығынан төмендегідей тендеу шығады:

$$\delta_2 = k_2 \sigma_{cm}$$

мұндағы $\sigma_2 - F$ күштің статистикалық әсерінен болатын кернеу.

Бойлық сокқының дербес жағдайлары. 1. Күшті кенет түсіру кезінде ($h=0$) кернеулер мен деформациялар статикалық түсіру кезіндегімен салыстырғанда екі есе үлкен болады:

$$k_2 = 2, \delta_2 = 2\sigma_{cm}, \delta_2 = 2\delta_{cm}$$

2. Түсіру биіктігі өте үлкен жағдайда $h \gg \delta_{\text{сн}}$ (немесе соққының үлкен жылдамдығында) түбір астындағы бір екілікті ескермеуге болады, яғни

$$k_d = 1 + \sqrt{\frac{2h}{\delta_{\text{сн}}}}; \quad \text{немесе} \quad k_d = 1 + \sqrt{\frac{v^2}{g\delta_{\text{сн}}}}$$

$\frac{v^2}{g\delta_{\text{сн}}} = \frac{2h}{\delta_{\text{сн}}}$ – қатынастары өте үлкен мәнінде қалса, түбір алдындағы бірлікті де ескермеуге болады, яғни

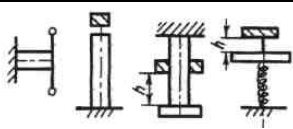
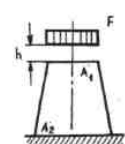
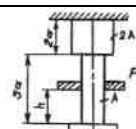
$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{\text{сн}}(1 - \frac{Q}{F})}};$$

мұндағы Q – сырықтың салмағы, F – соққы түсіретін дененің салмағы, k – келтірілген коэффициент.

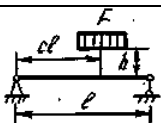
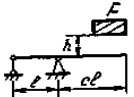
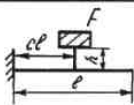
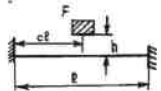
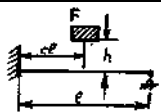
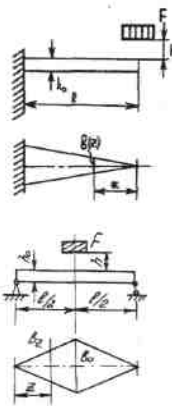
15.2-кестеде кейбір дербес жағдайлар үшін келтірілген коэффициенттердің мәндері берілген.

15.2-кесте

Кейбір дербес жағдайлар үшін келтірілген
коэффициенттердің мәндері

Білеудің нобайы мен жүктеме түрі	κ
1	2
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{A_1}{A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}}$
	$\frac{67}{386}$

15.2-кестенің жалғасы

1	2
	$\frac{2 + 4c - c^2 - 3c^3 + 3c^4}{105c^2(1-c)^2}$
	$\frac{8 + c^2(140 + 231c + 99c^2)}{420(1+c)^2c^2}$
	$\frac{105 - 105c + 85c^2 - 2c^3}{140c^2}$
	$\frac{24 - 24c + 4c^2 + 8c^3 - c^4}{35c^2(5c - 4 - c^2)^2}$
	$\frac{3 + c - c^2}{140c^2(1-c)^2}$
	$\frac{1}{15} \approx 0,067$ $\frac{11}{15} \approx 0,73$

И ю ш і с о қ қ ы. Иілу кезінде $f_{ст}$ статикалық бүгілуін білдіретін арқалықтың соққы тиген статикалық деформация шамасы $\delta_{ст}$ арқалыққа түсірілген күш нобайына және оның тіректік шартына байланысты.

Мысалы аралығы l , ұштары топсалы бекітілген және ортасына k биіктіктен түсетін F жүк соққысын қабылдайтын арқалық үшін:

$$\delta_{ст} = f_{ст.макс} = \frac{F l^3}{48 EI}, \quad \delta_{ст.макс} = \frac{F l}{4 W^2}, \quad U_{ст} = \frac{F^2 l}{96 EI}$$

Бос ұшына құлайтын F жүктен соққы алатын консоль үшін (15.2-кестеде):

$$\delta_{ст} = f_{ст.макс} = \frac{F l^3}{96 EI}, \quad \delta_{ст.макс} = \frac{F l}{W^2}, \quad U_{ст} = \frac{F^2 l}{6 EI}$$

Динамикалық коэффициент бойлық соққыға ұқсас болады:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{ст}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \delta_{ст}}}$$

мұндағы $\delta_{ст}$ – арқалықтың бүгілу жөбесі. Ең үлкен кернеуін есептейміз:

$$\sigma_{ст} = \sigma_{ст.макс} k_d$$

ал ең үлкен орын ауыстыру мына формуламен анықталады:

$$\delta_{ст} = \delta_{ст.макс} k_d$$

Жоғарыда қарастырылған дербес жағдайлардағы формулаларды дайындауға болады. k келтірілген коэффициенттерінің мәндері 15.2-кестеде келтірілген.

Б ұ р а м а с о қ қ ы. Егер айналмалы білік бір ұшының тежелуіне байланысты кенет тоқтап, ал оның келесі ұшына маховиктің білікті бұрайтын T_0 нақты күші берілсе, онда кернеулер жоғарыда көрсетілген тәсілмен анықталады. Білік моменті бар екі қос күшпен маховиктің және тежеу күштері бұралады. Бұл жағдайда:

$$\delta_{ст} = \varphi_{ст} \frac{T_0}{G I_p}, \quad \delta_{ст.макс} = \frac{T_0}{W_p}, \quad U_{ст} = \frac{T_0^2 l}{2 G I_p} = \frac{\varphi_{ст}^2 G I_p}{2 l}$$

Энергияның сақталу заңына сәйкес $T = U_{ст}$ немесе

$$\frac{I_m \omega^2}{2} = \frac{G I_p \varphi_2^2}{2l},$$

Бұдан келесі тәуелділіктерді аламыз: біліктің динамикалық бұралу бұрышы

$$\varphi_2 = \sqrt{\frac{I_m l \omega^2}{G I_p}},$$

динамикалық бұралу моменті

$$T_2 = \frac{G I_p}{l} \varphi_2$$

ең үлкен динамикалық кернеуі

$$\tau_2 = \frac{M_2}{M_p},$$

мұндағы I_m – маховик массасының инерция моменті, I_p – білік кимасының өрістік инерция моменті, ω – бұрыштық жылдамдығы.

XVI ТАРАУ

МАТЕРИАЛЫ ГУК ЗАҢЫНА БАҒЫНБАЙТЫН АРҚАЛЫҚТАРДЫҢ ИІЛУІ

1. Серпімді созылымды және сызықты емес серпімді материалдан жасалған арқалықтардың иілу теориясының негізгі заңдары

Көлем өзгеру заңы. Дене элементінің көлемдік деформациясы белсенді, әрі бәсең деформация кезінде де серпімді болып, тура пропорционалдық заңына бағынады:

$$\sigma_{\text{ор}} = k\theta = 3k\varepsilon_{\text{ор}} \quad (1)$$

мұндағы $\sigma_{\text{ор}}$ – гидростатикалық кернеу (кернеу тензорының сызықты инварианты):

$$\sigma_{\text{ор}} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z), \quad \theta = 3\varepsilon_{\text{ор}} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

Материалдың сығылмайтындығы туралы болжамды пайдаланайық. Болжам бойынша салыстырмалы көлемдік деформацияны θ нөлге, ал жан-жақты сығылу модулін k шексіздікке теңестіреміз.

Форма өзгеру заңы. Серпімді және созылымды деформацияларда кернеу девиаторы деформация девиаторына пропорционал болады:

$$D_k = 2G D_\varepsilon \quad (2)$$

мұндағы

$$D_k = \begin{Bmatrix} \sigma_x - \sigma_{\text{ор}} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}, \quad D_\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon_{\text{ор}} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} \end{Bmatrix}.$$

G – ығысудың созылымды модулі:

$$G = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_1} \quad (3)$$

(2) өрнегін скалярлық түрде былай жазамыз:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_1} (\varepsilon_x - \varepsilon_{\alpha\beta}) & \tau_{xy} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_1} \gamma_{xy} \\ \sigma_y - \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_1} (\varepsilon_y - \varepsilon_{\alpha\beta}) & \tau_{yz} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_1} \gamma_{yz} \\ \sigma_z - \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_1} (\varepsilon_z - \varepsilon_{\alpha\beta}) & \tau_{zx} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_1} \gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Кернеу қарқындылығы мен деформация қарқындылығынан байланыс заңы. Берілген материал кернеу қарқындылығының анықталған функциясы болады:

$$\sigma_1 = f(\varepsilon_1) \quad (5)$$

мұндағы

$$\sigma_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (6)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + 6(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \quad (7)$$

Кернеу қарқындылығын деформация қарқындылығымен байланыстырсақ, функция түрі дененің материалына тәуелді болады да, кернеулік күй түріне байланысты емес. Бұл тәуелділікті көбінесе материалды созу не бұрау жұмысының диаграммасымен теңдестіреді.

2. Серпімді-созылымды арқалықтың иілген өсінің ығысу деформациясынсыз дифференциалдық теңдеуі

Арқалық үшін

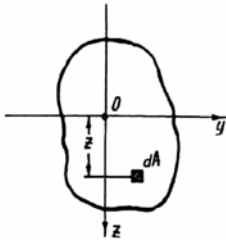
$$\left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \\ \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \\ \varepsilon_x = k z, \quad \varepsilon_z = \varepsilon_y = -\frac{1}{2} \varepsilon_x \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

қарастырылады.

Ығысу деформациясын ескермей көлденең иілу есебін шешу таза иілу кезіндегі k қисықтық пен M июші моменттің тәуелдігін пайдалануға негізделеді. Момент теңдеуі келесі түрде болады:

$$M(x) = \int_A \sigma_x z dA_1 \quad (9)$$

мұндағы z – өстен төмен орналасқанда оң болатын арқалықтың кез келген талшығының өске дейінгі қашықтығы (16.1-сурет).



16.1-сурет

(4) – формуладағы (8)-ді ескергенде сызықты емес серпімді арқалық үшін кернеу мен деформация тәуелдігі шығады:

$$\sigma_x = \frac{\partial}{\partial z} \sigma_x z \quad (10)$$

мұндағы

$$\epsilon_1 = z \kappa_1 \quad (11)$$

онда момент теңдеуі мына түрде жазылады:

$$k \int_A \frac{\partial}{\partial z} z^2 dz = -M(x) \text{ немесе } k I_2 = M(x). \quad (12)$$

I_2 функциясы арқалықтың иіlmелі қатандығын білдіріп, мына формуламен анықталады:

$$I_2 = \int_A \frac{\partial}{\partial z} z^2 dz. \quad (13)$$

Сызықты серпімді арқалықты үшін $\frac{\partial}{\partial z}$ серпімділік модуліне

E тең. Бұл жағдайда $I_2 = \frac{E k^2}{12}$.

Сызықты емес серпімді және серпімді созылымды деформация кезінде арқалықтың иіlmелі қатандығы деформация шамасы мен арқалық биіктігінің таралу заңына, сондай-ақ нығау заңына тәуелді болады.

Арқалықтың иілген өсінің қисықтығы келесі түрде болады:

$$k = \frac{M(x)}{I_2}. \quad (14)$$

Шамалы майысу кезінде арқалықтың иілген өсінің қисықтығы бүгілудің дәл екінші туындысымен өрнектеледі делік

$$k = w''. \quad (15)$$

Арқалықтың серпімді созылымды иілу сызықты емес дифференциалдық теңдеуі мынадай:

$$I_2 w'''' = -M(x). \quad (16)$$

Екі рет дифференциалдап, төртінші ретті теңдеуді аламыз:

$$I_2 w'''' = 2 I_2' w''' + I_2'' w'' = -M''(x). \quad (17)$$

3. Ильюшиннің серпімді шешімдер әдісімен негізгі теңдеуді интегралдау нобайы

Сызықты емес дифференциалдық теңдеуін А.А. Ильюшиннің серпімді шешімдер әдісімен интегралдайық:

$$EIw'' = -m - EI\alpha_2 w'^2 \quad (18)$$

мұндағы m – сызықты серпімді арқалықта туындайтын момент, ол деформациямен сызықты тәуелділікте болады:

$$m = -EIw''$$

ΔM – материалдың Гук заңынан ауытқуы туындайтын момент, ол деформациямен өзгерісі: $\Delta M = -EIw'' + I_2 w''$ $\alpha_2 = 1 - I_2/EI$

Бастапқы нөлдік жуықтау үшін сызықты есеп шешімін қарастырамыз. Бірінші жуықтауды салу үшін I_2 қатандығын нөлдік жуықтау нәтижесі арқылы анықтаймыз. Сонда бірінші жуықтауда ΔM шамасы табылады:

$$\Delta M_1 = -EIw_0'^2 \alpha_2$$

Ал (18) теңдеуді бірінші жуық мәнге келтірсек, мынадай болады:

$$EIw_1'' = -m + \Delta M_1$$

2-жуықтау үшін иілген өс теңдеуі мына түрде жазылады:

$$EIw_n'' = -m + \Delta M_n \quad (19)$$

Статикалық арқалықтарды қарастырғанда (19) теңдеуді, ал статикалық анықталмағанына төртінші ретті теңдеуді пайдаланған тиімді:

$$EIw_n^{IV}(x) = q(x) - \frac{d^2 \Delta M_n(x)}{dx^2} \quad (20)$$

мұндағы $q(x)$ – арқалыққа сырттан түсірілген күштің қарқындылығы:

$$\Delta M_n = m_{n-1} \left(1 - \frac{I_{2n}}{EI} \right) = m_{n-1} \alpha_n$$

n – жуықтауда иілмелі қатандық былай болады: $I_2 = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{q_{n-1}}{q_{n-2}} x^2 dx$

Негізгі теңдеудің жалпы шешімін жазайық:

$$EIW_n^{(4)}(x) = [C_{0,0} + C_0^{(n)}] + [C_{1,0} + C_1^{(n)}]x + [C_{2,0} + C_2^{(n)}]\frac{x^2}{2} + \\ + [C_{3,0} + C_3^{(n)}]\frac{x^3}{6} + EI\overline{W}_0(x) + EI\overline{W}_0^{(n)}(x),$$

мұндағы $\overline{W}_0$ – төртінші ретті дифференциалдық теңдеудің дербес шешуі. Ол былай болады:

$$EI\overline{W}_0^{(4)}(x) = q(x).$$

Коши түрінде алынғаны:

$$\overline{W}_0 = \frac{1}{6EI} \int_0^x q(\tau)(x-\tau)^3 d\tau$$

Мұның өзі шартты қанағаттандырады:

$$\overline{W}_0(0) = \overline{W}_0'(0) = \overline{W}_0''(0) = \overline{W}_0'''(0) = 0, EI\overline{W}_0^{(4)}(0) = q(0).$$

$\overline{W}_0^{(n)}$ – сызықты емес дифференциалдық теңдеудің дербес шешуі.

$$EI\overline{W}_0^{(4)}(0) = \Delta M_n^{(4)}(x).$$

Коши түрінде алынғанын төмендегіше жазамыз:

$$\overline{W}_0^{(n)} = -\frac{1}{6EI} \int_0^x \frac{d^2 \Delta M_n}{dx^2}(\tau)(x-\tau)^3 d\tau.$$

Мұның өзі бастапқы шартты қанағаттандырады. Ол теңдеу түрінде былай өрнектеледі:

$$\overline{W}_0^{(n)}(0) = \overline{W}_0'^{(n)}(0) = \overline{W}_0''^{(n)}(0) = \overline{W}_0'''^{(n)}(0) = 0, EI\overline{W}_0^{(4)}(0) = \frac{d^2 \Delta M_n(0)}{dx^2}.$$

(20) негізі теңдеуін бастапқы параметрлер әдісімен шешкен оңтайлы:

$$EIW_n(x) = EIW_n(0) + EI\theta_n(0)x - M_n(0)\frac{x^2}{2} - Q_n(0)\frac{x^3}{6} - \Phi_n x + EI\overline{W}_0(x),$$

мұндағы $W_n(0)$, $\theta_n(0)$, $Q_n(0)$, $M_n(0)$ бастапқы параметрлер, олар тұрақтылар арқылы өрнектеледі:

$$\left. \begin{aligned} W_n(0) &= \frac{1}{EI} [C_{0,0} + C_0^{(n)}], \\ \theta_n(0) &= \frac{1}{EI} [C_{1,0} + C_1^{(n)}], \\ M_n(0) &= -C_{2,0} [C_2^{(n)} + \Delta M_n(0)], \\ Q_n(0) &= -C_{3,0} \left[C_3^{(n)} + \frac{d \Delta M_n(0)}{dx} \right] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

n -ші жуықтауда бұралу бұрышының, моменттердің және көлденең күштердің тендеулерді келесі түрде жазылады:

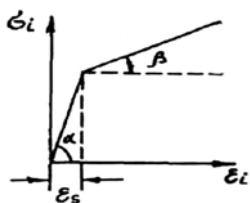
$$\left. \begin{aligned} EI\theta_n(x) &= EI\theta_n(0) - M_n(0)x - Q_n(0)\frac{x^2}{2} + \varphi_n(x) + EI\theta_0''(x), \\ M_n(x) &= M_n(0) + Q_n(0)x - EI\theta_0''(x), \\ Q_n(x) &= Q_n(0) - EI\theta_0'''(x) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Мұндағы белгілеулер мынадай:

$$\Phi_n x = \int_0^x \Delta M_n(t)(x-t)dt, \quad \varphi_n(x) = \int_0^x \Delta M_n(t)dt. \quad (24)$$

4. Серпімді созылымды және сызықты емес материалдан жасалған, созылу мен сығылу кезінде бірдей жұмыс істейтін арқалықтар иілуінің кейбір есептері

Арқалықтың иілу қатандығын анықтау. $\sigma_1 - \varepsilon_1$ диаграммасы бойынша нығаюымен сипатталатын арқалық үшін 13 формуласын қарастырайық (16.2 а-сурет). Бұл жағдайда болат-3 диаграммасын пайдалануға болады.



16.2 а-сурет

Сырықты нығаюы бар диаграммада (5) тәуелдігі былай өрнектеледі.

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 \left[1 - \lambda \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_f} \right) \right],$$

мұндағы $\sigma_2 > \sigma_1$ болғанда $\lambda = \frac{\sigma_2 \varepsilon_1 - \sigma_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}$,

$\sigma_2 < \sigma_1$ болғанда $\lambda = 0$; $\sigma_1 = E\varepsilon_1$.

Тікбұрыш қима. Арқалықтың иілу қатандығы былай анықталады:

$$i_2 = bE \int_{-h/2}^{h/2} \left[(1 - \lambda) + \lambda \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_f} \right] x^2 dx \quad (25)$$

немесе

$$i_2 = 2bE \int_0^{h/2} x^2 dx + 2bE \int_0^{h/2} \left[\left(1 - \lambda_2 + \lambda \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_f} \right) x^2 dx \right]$$

мұндағы ε_1 – деформация қарқындылығы: $\varepsilon_1 = \frac{2kh}{3}$.

h_0 – созылымды аймақ болатын биіктік:

$$h_0 = \frac{h \cdot \sigma_1}{\sigma_2 - \sigma_1}, \quad \varepsilon_{12} = k \frac{h}{2}. \quad (26)$$

Оны интегралдасак:

$$I_z = EI_{z0} \left[1 - \lambda \left(1 - \frac{7}{8} \frac{a_1}{a_{10}} + \frac{1}{8} \frac{a_1^3}{a_{10}^3} \right) \right].$$

Қоставрлы қима. Аркалықтың иілу қатандығын табамыз:

$$I_z = 2dE \int_{\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_1}{2}} z^2 dz + 2dE(1-\lambda) \int_{\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_1}{2}} z^2 dz + 2bE(1-\lambda) \int_{\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_1}{2}} z^2 dz + E\lambda \frac{h^2}{2a_1} d \int_{\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_1}{2}} z dz + \frac{E\lambda^2}{2a_1} b \int_{\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_1}{2}} z dz,$$

немесе

$$I_z = \frac{Ebh^3}{12} \left\{ 1 - \epsilon^2(1-\mu) - \frac{7}{8} \frac{a_1}{a_{10}} (1 - \epsilon^2 - \mu\epsilon^2) + \frac{11\epsilon^3}{8} \right\}, \quad (27)$$

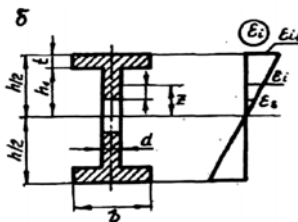
мұндағы b – қоставрдың ені (16.2 б-сурет); d – оның қабырғасының қалыңдығы, l – табан қалыңдығы;

$$h_1 = \frac{h}{2} - a_1 \epsilon = \left(1 - \frac{2\epsilon}{h} \right) l, \quad \mu = \frac{d}{b};$$

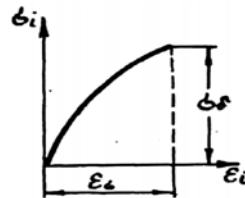
$$\alpha = \frac{1 - \epsilon^2 - \mu\epsilon^2}{1 - \epsilon^2(1-\mu)}, \quad \eta = \frac{\mu}{1 - \epsilon^2(1-\mu)};$$

$$I_{\text{қоставр}} = \frac{bh^3}{12} [1 - \epsilon^2(1-\mu)].$$

№10-70 қоставр үшін α мен η коэффициенттері тиісінше 0,46-дан 0,33-ке және 0,188-ден 0,237-ге дейін өзгереді. Тиімділік үшін бұл шамалардың мына мәндері алынады: $\alpha=0,38$, $\eta = 0,212$.



16.2 б-сурет



16.3-сурет

(5) тәуелдігі квадрат параболамен аппроксималанатын (16.3-сурет) сызықты емес серпімді материалды қарастырайық:

$$\sigma_i = k_1 \epsilon_i - k_2 \epsilon_i^2 \quad (28)$$

мұндағы k_1 – бастапқы серпімді модулі, k_2 – кернеумен өлшемдес коэффициенті, k_1 және k_2 келесі шарттар арқылы анықталады:

$a_1 = a_2$ болғанда $a_1 = a_2$; $a_1 = a_2$ болғанда $\frac{a_2}{a_1} = 0$

Осыдан $k_1 = 2 \frac{a_1}{a_2}$ және $k_2 = 2 \frac{a_2}{a_1}$ -ді табамыз.

[28] қисығы бетонның, алюминий қорытпаның жұмыс диаграммаларын аппроксимациялауда пайдаланылады:

Тікбұрыш қима. Арқалықтың иілу қатаңдығын табамыз:

$$I_1 = 2b \int_0^{h/2} (h_1 - h_2 a_1) z^2 dz \quad (29)$$

немесе

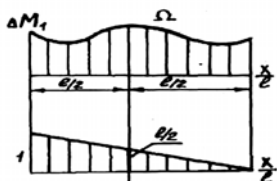
$$I_1 = k_2 I_{cm} \left(1 - \frac{h_2}{16k_1} w^3 \right).$$

Ұштары бос тиянақталған арқалық. Ұштары бос тиянақталған арқалық үшін (21) және (23) формулаларына енетін бастапқы параметрлер келесі шекаралық шарттардан анықталады:

$x=0$ болғанда $w_n(0) = 0$, $\theta_n(0) = 0$; $x=1$ болғанда $w_n(1) = 0$, $\theta_n(1) = 0$.

Бастапқы параметрлер мынаған тең:

$$\begin{cases} w_n(0) = 0, \theta_n(0) = 0, \\ \theta_n(1) = 2E \frac{1}{I} \frac{dw_n}{dz}(1), \\ A_n(0) = 2E \frac{1}{I} \frac{dw_n}{dz}(0) - \frac{2E}{I} \theta_n(0) + \frac{2E}{I} \theta_n(1). \end{cases} \quad (30)$$



16.4-сурет

$A_n(0)$ бастапқы параметрге кіретін $\theta_n(0)$ сызықты емес функция Верещагин ережесімен анықталады (16.4-сурет):

$$\theta_n(0) = \int_0^1 A_n(z) dz - \theta_n(1) = 0, \quad (31)$$

Бастапқы параметрлердің табылған мәндерін (21) тәуелділіктеріне қойып, иілген өс теңдеуін аламыз:

$$EI w_n''''(z) = \left[2E \frac{1}{I} w_n''(0) + \frac{2E}{I} \theta_n(0) - \frac{2E}{I} \theta_n(1) \right] z - \frac{2E}{I} w_n''(0) + \frac{2E}{I} \theta_n(1) + 2E \theta_n''(z). \quad (32)$$

Арқалықтың ұзындығы бойынша көлбеулену бұрышының өзгеру заңы теңдеу түрінде былай болмақ:

$$EI w_n''''(z) = \left[2E \frac{1}{I} w_n''(0) + \frac{2E}{I} \theta_n(0) - \frac{2E}{I} \theta_n(1) \right] z - \frac{2E}{I} w_n''(0) + \frac{2E}{I} \theta_n(1) + 2E \theta_n''(z). \quad (33)$$

Арқалықтың ұзындығы бойынша июші момент және көлденең кіші теңдеулері былай жазылады:

$$W_n(x) = \left[E \frac{1}{6} - \frac{E E_0 W_0}{1 - E E_0} (x) \right] x - \frac{E E_0 W_0}{1 - E E_0} (x), \quad (34)$$

$$Q_n(x) = \frac{E E_0 W_0}{1 - E E_0} (x) - E \frac{E_0 W_0}{1 - E E_0} (x). \quad (35)$$

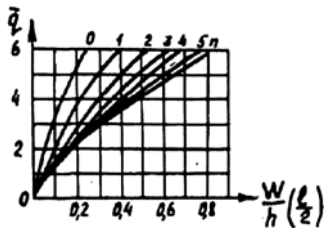
А.А. Ильющиннің серпімді шешімдер әдісі негізінде аркалықтағы және қабықшадағы деформацияны анықтауға байланысты біртіндеп жуықтау процесі геометриялық прогрессия заңына ұқсас болатындығы [16] жұмыстарда көрсетілген. Бұл жағдайда кейбір қимадағы орын ауыстыру мен деформация шамасы, мәселен бүгілу функциясы қарапайым формуламен барынша дәл анықталады. Ол формула былай жазылады:

$$W_{\text{шакт}} = W_0 \frac{1}{2 - \frac{E E_0}{E_0}} \quad (36)$$

мұндағы W_0 – нөлдік жуықтаудағы бүгілу мәні, W_1 – бірінші жуықтаудағы бүгілу мәні.

Деформация қарқындылығының жуық мәндерін табуға болады:

$$\varepsilon_{0, \text{шакт}} = \varepsilon_{0,0} \frac{1}{2 - \frac{E E_0}{E_0}} \quad (37)$$



16.5-сурет

16.5-суретте бүгілудің өзгеру графигі көрсетілген: бес жуықтау, ал n -ші жуықтау (36) формула бойынша табылған. Өлшемсіз параметрлі графиктерден E серпімділік модулі, инерция моменті және $\frac{E}{E_0}$

мәндерін қоя отырып, кез келген қоставрлы аркалық үшін бүгілуді анықтауға болады. (36), (37) формулаларының мәндерін тиянақтау үшін кернеу қарқындылығы

мен деформация тәуелділігі квадрат парабола (28) түрінде алынған аркалықты қарастырайық.

Бірінші жуықтауды салу үшін мына теңдеулерді құра отырып:

$$L_{1,2} = \frac{b h^3}{12 E_0} \left[1 - \frac{3}{16} \frac{E}{E_0} |w_0''(x)| \right], \quad \sigma_1 = \frac{3}{16} \frac{E}{E_0} |w_0''(x)|,$$

$$\Phi_1(0) = -144\alpha \left(\frac{q}{24EI}\right)^2 \left(\frac{x^6}{90} - 2l\frac{x^5}{20} + l^2\frac{x^4}{12}\right),$$

$$\alpha = \frac{3}{16\varepsilon_3}, \quad \Phi(0) = \frac{ql^2}{2}, \quad \Phi_1(0) = \frac{ql^2}{24EI} - 144\alpha \left(\frac{q}{24EI}\right)^2 \frac{l^2}{60},$$

табамыз.

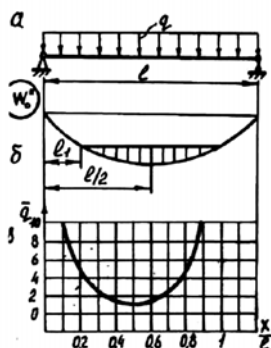
Бірінші жуықтау бойынша иілген өс теңдеуі мынадай түрде болады:

$$w_1(x) = \frac{q}{24EI} (x^4 - 2lx^3 + l^2x^2) + 144\alpha \left(\frac{q}{24EI}\right)^2 \left(\frac{x^6}{90} - 2l\frac{x^5}{20} + l^2\frac{x^4}{12} + \frac{l^2x}{60}\right).$$

Екінші жуықтауды салу үшін арқалық қатандығының шамасын есептейміз:

$$I_{3,2} = \frac{bk^3}{12} k_1 \left[1 - \frac{3}{16\varepsilon_3} |w_1''(x)| \right].$$

Мысал. Бірқалыпты таралған q күш әсерінде болатын ұштары бос тиянақталған серпімді-созылымды материалдан жасалған арқалық үшін бүгілу мен деформация қарқындылығын анықтаңыз. (16.6 а-сурет).



16.6-сурет

Нөлдік жуықтауда (31) формула бойынша $\Phi_0(x) = 0$ деп ұйғарайық. Бұл жағдайда (32) теңдеуі мына түрге енеді:

$$EIw_0(x) = EI\Phi'(0)x - \Phi(0)\frac{x^2}{6} + EI\overline{m}_0(x),$$

мұндағы

$$\overline{m}_0(x) = \frac{qx^2}{24EI}, \quad \Phi(0) = \frac{ql^2}{24EI}, \quad \Phi'(0) = \frac{ql}{2}.$$

Сызықты нығаю бар диаграмманың бірінші жуықтауын саламыз, содан кейін деформация қарқындылығын анықтаймыз. Созылымды деформация аймағын анықтау үшін Мизестің созылымдық шартын пайдаланамыз:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2,$$

мұндағы ε_2 — аққыштық шегіне сәйкес деформация, созылымды деформация ең алдымен ε_{1L} ең үлкен деформация шамасы ε_2 мәніне жеткенде $x = \frac{l}{2}$ қимасында болады. 16.6 б-суретті серпімді

және созылымды аймақтардың, ал 16.6 в-суретте созылымды аймақтың нөлдік жуықтауда өлшемсіз күшке тәуелділігі көрсетілген. График салу үшін төмендегі өлшемсіз шамаларды ендіріміз:

$$\bar{q} = \frac{qhl^2}{24EIz_2}, \bar{M} = \frac{Mh}{EIz_2}, \Delta\bar{M} = \frac{\Delta Mh}{EIz_2}, \bar{Q} = \frac{Qh}{EIz_2},$$

$$\bar{w} = \frac{wh}{EIz_2}, I_2 = \frac{I_2}{EI}, \bar{\theta} = \frac{\theta h}{EIz_2}$$

Нөлдік жуықтауда ең үлкен деформация шамасы

$$\sigma_{n,0} = \frac{h}{2} \sigma_0^{n(0)},$$

формуласымен анықталады. Созылымды аймақ шегінде арқалықтың қатаңдығын анықтап, $\Phi_1(x)$ функцияның графигін саламыз:

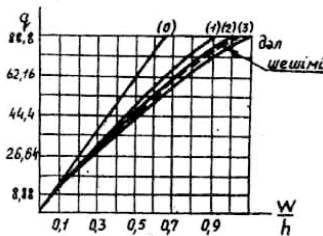
$$\Phi_1(x) = \int_{l_1}^x \Delta M_1(\xi) (\xi - x) d\xi$$

мұндағы l_1 – созылымды аймақтың басы (16.5 в-сурет). Бірінші жуықтау бойынша:

$$EIw_1(x) = EIw_0(x) + \Phi_1(x) \frac{x}{l} - \Phi_1(x),$$

$$EI\theta_1(x) = EI\theta_0(x) + \frac{1}{l} \Phi_1(x) - \varphi_1(x),$$

$$M_1 = 12EIz_2 \cdot \frac{1}{hl} \left(x - \frac{x^2}{l} \right), Q_1 = -\frac{12EIz_2}{hl} \left(1 - \frac{2x}{l} \right),$$

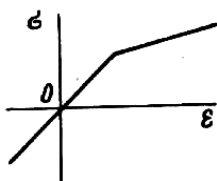


16.7-сурет

16.7-суретте арқалық биіктігіне қатысты бүгілудің нөлінші, бірінші, екінші, үшінші және n жуықтауларының күшке байланысты өзгеру графиктері көрсетілген. Олар – АМГ-6 ($k_1 = 3,2 \cdot 10^4$ МПа, $\sigma_s = 1,25\%$); $l = 4$ м, $h = 20$ см, $b = 10$ см статикалық анықталған тікбұрышты жоғарыда қарастырылған арқалықтың есебінің нәтижесі.

5. Серпімді-созылымды материалдан жасалған созылу мен сығылу кезінде бірдей жұмыс істемейтін арқалықтар иілуінің кейбір есептері

Бейтарап қабаттың жылжу шамасын анықтау. Созылу мен сығылу бірдей жұмыс істемейтін материал үшін 16.8-сурет диаграммасы координат басы симметриялық емес күйде орналасады. Есептеу теориясын құрғанда:



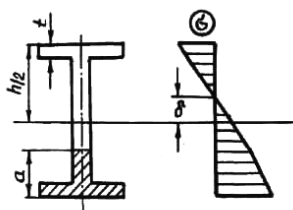
16.8-сурет

1) созылу мен сығылу кезінде материалдың сипаттамалары координат басында жалпы жанамаға ие болады, яғни созылу мен сығылу кездерінде серпімді модульдері тең болады:

2) шамалы орын ауыстыруларды қарастырамыз, сондықтан арқалықтың кимасында әсер ететін өстік күштерді ескермейміз;

3) Бернуллидің жазық кималар болжамын пайдаланамыз.

Деформацияның бірдей дәрежесінде сығылатын және созылатын аймақтарында эпюралардың ауданы болмағандығынан, бейтарап қабаттың жылжуы болады.



16.9-сурет

Тік бұрыш кима. Бейтарап қабаттың жылжуы мына теңдеу арқылы беріледі:

$$\sigma = k \left[\frac{1}{2} (1 - \sqrt{1 - 2(1 - \gamma)}) - \frac{1}{2} (1 - \gamma) \right], \quad (38)$$

мұндағы:

$$\gamma = \frac{2\epsilon}{\epsilon_0} (0 \leq \gamma \leq 1), m = \frac{2\epsilon}{\epsilon_0}, r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}.$$

Қоставрлы кима. Бейтарап қабаттың жылжуы (16.9-сурет) былай болады.

$$\sigma = k \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} (1 - \gamma) + \frac{2 - \lambda}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - 2(1 - \gamma) + (m - r) \left[1 - 2(2 + m - r) + \frac{m^2}{4} + 4r \right]} \right], \quad (39)$$

$m = 0, r = 0, d = 0$ болғанда (39) формула (38) формулаға ауысады.

Келешектегі санауда $r = 0,000, m = 1,32$ шамаларын аламыз, сонда

$$\frac{\sigma}{k} = 1,24 + \frac{\gamma}{2} - 1,05 \sqrt{0,616 + 2,19\gamma}$$

Арқалықтың иілу қатаңдығын анықтау. Серпімді созылымды материалдан жасалған созылу мен сығылу кезінде бірдей жұмыс істемейтін арқалықтың иілу қатаңдығы мына формуламен анықталады:

$$I_2 = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} (z + \bar{z})^2 dz$$

мұндағы $\varepsilon_z = |k|(z + \bar{z})$

Оны интегралдаған соң былай болады:

$$I_2 = \frac{bk^3}{12} \left[(-c + p)^2(1 - \alpha) - (-1 + p)^2 - \frac{1}{2} 2cp^2 - (1 - 2)(c + p)^2(1 - \alpha) - \frac{3}{2} 2(c + p)^2(1 - \alpha) + (1 - 2)(c + p)^2 + \frac{3}{2} 2(c + p)^2 \right]$$

мұндағы $c = 1 - \frac{2\tau}{\sigma}$, $p = \frac{2\bar{\tau}}{\sigma}$, $\frac{d}{b} = \mu$.

Келешекті санауда $c = 0,92$, $\mu = 0,06$ -ны аламыз, сонда

$$I_2 = \frac{bk^3}{12} [0,269 - 0,477p + 0,543p^2 - 7(0,295 + 0,38p + 0,085p^2) - 0,0295p^3]$$

Ұштары бос тиянақталған арқалық. Ұштары бос тиянақталған арқалық үшін (16.5-сурет) нөлдік жуықтауды 4-параграфта қарастырғамыз, сондықтан тікелей бірінші жуықтауды құрамыз. Бұл жағдайда тең таралған күш үшін деформацияның қарқындылығы келесі формуламен анықталады:

$$\varepsilon_{1,0} = \frac{6\bar{\tau} z}{l^2} (x^2 - b^2)$$

16.1-кестеде арқалықтың ортасындағы бейтарап кабаттың жылжуы, α шама, ΔM – материалдың Гук заңынан ауытқуы салдарынан туындайтын момент өзгерісі, $\Phi_1(l)$ функциясы, координат басындағы бұралу бұрышы, деформацияның қарқындылығы және арқалықтың ортасындағы бүгілуі келтірілген.

6. Арқалықтың иілу кезіндегі геометриялық және физикалық сызықтық еместігін ескеру

Геометриялық сызықтық еместігін ескеру

Арқалықтың иілу өсінің геометриялық сызықтық еместігін ескеру кезінде дифференциалдық тендеуі келесі түрде болады:

$$EI \frac{w'''}{[1 + (w')^2]^{\frac{3}{2}}} = -M(x) \quad (40)$$

немесе А. А. Ильюзиннің серпімді шешімдер әдісі бойынша

$$EI w'' = -M(x) - \Delta M(x) \quad (41)$$

мұндағы

$$\Delta M(x) = M(x) \left\{ [1 + (w')^2]^{\frac{3}{2}} - 1 \right\} \quad (42)$$

ΔM бірінші жуықтауын құрғанда негізгі функцияны мынадай түрде алады:

$$w(x) = A_1 f_1(x) + A_2 f_2(x)$$

мұндағы $f_1(x), f_2(x)$ – есептің шекаралық шарттарын қанағаттандыратын функциялар, A_1, A_2 – екі сипаттама кималарындағы (40) негізгі теңдеуді қанағаттандыру шарттары арқылы анықталатын тұрақтылары.

Иілген өстің дифференциалдық теңдеуі мына түрде болады;

$$EI w_1'' = -M(x) - \frac{3}{2} M(x) (w')^2.$$

Бірінші жуықтаудың шешімін алу үшін осы теңдеу негізгі саналады. Екінші жуықтау мынадай түрде жазылады:

$$EI w_2'' = -M(x) - \frac{3}{2} M(x) (w_1')^2.$$

16.1-кесте

Ұштары бос тиянақталған арқалық есептері

η	$\gamma(l/2)$	$\frac{\theta}{R}(l/2)$	$\kappa(l/2)$	$\Delta M_2(l/2)$	$\Phi(l/2)$	$\Phi(0)$	$\theta_2(0)$	$\theta_1(0)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0,333	0,180	0,47	2,82	0,0474	0,40	2	2,40
3	0,222	0,224	0,36	5,05	0,061	0,66	3	3,66
4	0,167	0,250	0,62	7,44	0,110	1,08	4	4,08
5	0,133	0,265	0,65	9,74	0,170	1,41	5	6,41
7	0,067	0,310	0,72	15,15	0,400	1,93	7	3,33

16.1-кестенің жалғасы

$\frac{a_{1,0}}{a_1} (l/2)$	$\frac{a_{1,1}}{a_1} (l/2)$	β	$\frac{a_{1,2}}{a_1} (l/2)$	$w(l/2)$			
				0	1	β	n
10	11	12	13	14	15	16	17
3,0	4,41	1,47	5,65	0,650	0,82	1,26	0,876
4,5	7,02	1,56	10,25	0,937	1,23	1,32	1,380
6,0	9,72	1,62	15,75	1,300	1,73	1,33	1,940
7,5	12,27	1,64	20,80	1,562	2,09	1,34	2,80
10,5	18,08	1,72	37,60	2,190	3,42	1,56	5,000

Ұштары бос тиянақталған арқалық. Бұл есеп үшін лайықты функциялар ретінде төмендегі теңдеулерді аламыз:

$$f_1(x) = \sin \frac{\pi x}{l},$$

$$f_2(x) = \sin \frac{3\pi x}{l},$$

$x = \frac{l}{2}$ және $x = \frac{l}{4}$ болғанда (40) теңдеуді жазып, A_1 және A_2 -ні анықтап, бірінші жуықтаудағы иілу өсінің тепе-теңдігін мына түрде аламыз:

$$EIw_1'''' = -\frac{q}{2}(lx - x^2) - \frac{9q}{2 \cdot 2}(lx - x^2)\pi^2 \left[a_1 \cos \frac{\pi x}{l} + 9a_2 \cos \frac{3\pi x}{l} \right],$$

мұндағы

$$a_1 = \frac{A_1}{l_0}, a_2 = \frac{A_2}{l_0}, \alpha = l \left[1 - \frac{\pi^2(a_1^2 + 9a_2^2)}{4 + 2\pi^2(a_1 + a_2)^2} \right],$$

– арқалықтың иілу кезіндегі ұзару.

16.2-кестеде ұштары бос тиянақталған арқалықтың есеп нәтижесі келтірілген.

16.2-кесте

Ұштары бос тиянақталған арқалық есебі

α	a_1	a_2	l_0/l	$w(l/2)$ сызықты есеп	$w(l_0/2)$	$w(l/2)$
1	2	3	4	5	6	7
5	0,075	0,0012	0,98	0,09	0,080	0,01
10	0,149	0,0032	0,95	0,19	0,160	0,22
15	0,240	0,0065	0,93	0,29	0,230	0,33
17	0,300	0,0090	0,91	0,33	0,261	0,40

Геометриялық және физикалық сызықты еместігін ескеру

Серпімді-созылымды иілудің сызықты емес дифференциалдық теңдеуі мына түрде жазылады:

$$I_2 w'' = -M(x)[1 + (w')^2]^{\frac{3}{2}} \quad (43)$$

немесе

$$EI w'' = -M(x)[1 + (w')^2]^{\frac{3}{2}} + (EI - I_2)w'',$$

А.А. Ильюшиннің серпімді шешімдер әдісі бойынша былай болады:

$$EI w'' = -M(x) - \Delta M(x), \quad (43')$$

мұндағы

$$\Delta M(x) = \frac{3}{2} M(x)(w')^2 - (EI - I_2)w'', \quad (44)$$

Физикалық сызықтық еместігін ескеретін $(EI - I_2)$ өрнекті синусоида түрінде аппроксималаймыз:

$$(EI - I_2) = B \sin \frac{\pi x}{l}.$$

мұндағы B коэффициентті арқалықтың ортасындағы I_2 шамасы физикалық сызықты емес есептен алынған шамаға тең деген шарттан табамыз.

Бірінші жуықтаудың шешімін алу үшін негізгі теңдеу түрін құрамыз:

$$EI w_1'' = -M(x) - \frac{3}{2} M(x)(w_1')^2 + B \sin \frac{\pi x}{l} w_1'',$$

Екінші жуықтауда бұл теңдеу мына түрде жазылады:

$$EI w_2'' = -M(x) - \frac{3}{2} M(x)(w_1')^2 + B \sin \frac{\pi x}{l} w_2''$$

Үштары бос тиянақталған арқалық. Жоғары параграфта қарастырғандай лайықты функцияларды алып, A_1 және A_2 анықтап, бірінші жуықтаудағы иілу өсінің тепе-теңдігін мына түрде аламыз:

$$EI w_1'' = -\frac{q}{2}(lx - x^2) - \frac{3}{2} \left(\frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} \right) \pi \cdot \left[a_1 \cos \frac{\pi x}{l} + 3a_2 \cos \frac{3\pi x}{l} \right] - B \sin \frac{\pi x}{l} \cdot \frac{\pi^2}{l} \left[a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + 9a_2 \frac{3\pi x}{l} \right]$$

Жуықтау есептері

α	$\frac{E}{E_1}$	$\frac{I_2}{E_1} (l/2)$	$\frac{I_2}{E_1} (l/4)$	α_1	$l_0/2$	$w(l/2)^*$	$w(l/2)^{**}$
1	2	3	4	5	6	7	8
5	0,900	0,1000	0,370	0,018	0,980	0,090	0,15
10	0,915	0,0850	0,360	0,047	0,960	0,180	0,24
15	0,920	0,0805	0,357	0,080	0,940	0,260	0,38
17	0,925	0,0750	0,354	0,105	0,931	0,295	0,44

БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ

1. *Беляев. Н.М.* Сопротивление материалов. – М: Гостехиздат, 1959.
2. *Биргер И.А., Мавлютов Р.Р.* Сопротивление материалов. – М: Наука, 1986.
3. *Болотин В.В.* Лекции по сопротивлению материалов. – М: МЭИ. 1957. Ч. I; 1958. Ч. II.
4. *Дарков А.В. Штиро Г. С.* Сопротивление материалов. – М: Высш. шк. 1965.
5. *Ильюшин А. А., Ленский В.С.* Сопротивление материалов. – М: Физматгиз, 1957.
6. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. М:Машиностроение, 1957.
7. *Надаи А.* Пластичность и разрушение твердых тел. – М: Иностран. лит.,1954.
8. *Никофоров С.Н.* Сопротивление материалов. М: Высш. шк.1966.
9. *Пономарев С.Д.* и др. Расчеты на прочность в машиностроении. – М: Машгиз, 1956. Т.I; 1958. Т.II;1959. Т.III.
10. *Работнов Ю.Н.* Сопротивление материалов. – М: Госиздат физ-мат. литературы, 1962.
11. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. 1988.
12. *Ржаницин А.Р.* Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. – М: Госстройизат, 1954.
13. *Ржаницин А.Р.* Строительная механика. М: Высш. шк. 1982.
14. *Смирнов А.Ф.* Сопротивление материалов. М: Трансжелдориздат,1961.
15. Справочник. Конструкционные материалы. /Под ред. *Б.Н. Арзамасова.* – М: Машиностроение, 1990.
16. Справочник. Композиционные материалы. /Под ред. *Васильева В.В., Тарнопольского Ю.М.* – М: Машиностроение, 1990.

17. Справочник по технической механике. /Под ред. А.Н. Динника. – М: Гостехиздат, 1949.
18. Справочник проектировщика. Том расчетно-теоретический. – М: Госстройиздат, 1960.
19. Справочник машиностроителя. М: Машгиз, 1962.
20. *Ильюшин А.А* Пластичность – М: 1948.
21. *Рахимбекова З.М.* Изгиб балок за пределом упругости. – Алма-Ата: Наука, 1980.
22. *Рахимбекова З.М.* Материалдар кедергісі. Алматы: Мектеп, 1987, 1999.
23. *Рахимбекова З.М.* Материалдар механикасы. Алматы: Эверо, 2007.
24. *Рахимбекова З.М.* Серпімділік және созымдылық теориясының негіздері. Алматы. Республикалық баспа кабинеті. 1993.
25. *Рахимбекова З.М.* Материалдар кедергісі терминдерінің орысша-қазақша түсіндірмелі сөздігі Алматы: Рауан, 1993.
26. *Рахимбекова З.М.* Материалдар кедергісі терминдерінің ағылшынша-орысша-қазақша түсіндірмелі сөздігі Алматы: Эверо, 2007.
27. *Рахимбекова З.М.* Материалдар механикасының есептер жинағы. Алматы: Дәуір, 2008.
28. *Рахимбекова З.М.* Нелинейные стержневые системы за пределом упругости. – Алматы. Эверо, 2002.
29. *Тимошенко С.П.* Сопротивление материалов. – М: Гостехиздат, 1945. Изд. 4-е. Т. 43. 1946; Изд. 2-е. Ч. I.
30. *Тимошенко С.П.* Гере Дж. Механика материалов. – М: Мир, 1976.
31. *Толоконников А.А.* Механика деформируемого твердого тела. М: Высш. шк. 1979.
32. *Писаренко Г.С.* и др. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наукова думка, 1975.
33. *Фесик С.П.* Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Будівельник, 1970.
34. *Федосьев В.И.* Сопротивление материалов. – М: Наука, 1987.

35. *Федосьев В.И.* Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. – М: Наука, 1967.

36. *Филоненко-Бородич М.М* и др. Курс сопротивления материалов. 1955. Ч. II; Гостехиздат, 1956. Ч. II.

37. *Штаман И.Я., Пиковский А.А.* Основы теории устойчивости строительных конструкций. – М: Стройиздат, 1939.

38. *Цурков И.С.* К вопросу об упругопластическом изгибе металлических панелей пологих оболочек при конечных прогибах// Инженерный журнал. Вып. 1. 1961. Т. I.

39. Энциклопедический справочник. «Машиностроение». Т. I. Кн. 2.

40. *Ясинский Ф.С.* Избранные работы по устойчивости сжатых стержней. – М: Гостехиздат; 1952.

МАЗМҰНЫ

Алғы сөз	3
I тарау	5
Жалпы түсініктер.....	5
1. Материалдар механикасы және оның негізгі міндеттері.....	5
2. Деформация түрлері.....	7
3. Негізгі болжамдар мен қағидалар.....	8
4. Сыртқы күштер және олардың түрлері.....	9
5. Ішкі күштер, қималар әдісі, кернеу.....	10
II тарау	13
Көлденең қималардың геометриялық сипаттамалары	13
1. Қиманың статикалық моменттері.....	13
2. Қиманың инерция моменттері.....	16
3. Өстерді параллель көшіру кезіндегі инерция моменттері.....	16
4. Қарапайым қималардың өстерге қатысты инерция моменттері.....	18
5. Өстерді бұру кезіндегі инерция моменттері.....	21
6. Инерция бас өстері. Бас моменттері.....	23
7. Инерция эллипсі және оның қасиеттері.....	24
8. Кедергі моменттері.....	26
9. Күрделі қималардың геометриялық сипаттамалары.....	27
III тарау	30
Материалдардың механикалық сипаттамалары.....	30
1. Созылу диаграммасы.....	30
2. Сығылу диаграммасы.....	34
3. Материалдың серпімділік сипаттамалары.....	37
4. Жаңа материалдар туралы түсініктер.....	38
5. Материалдардың механикалық сипаттамаларына температураның радиоактивті сәуленің, термиялық өндеудің және басқа факторлардың әсері.....	40
6. Қор коэффициенттері. Мүмкін кернеулер.....	45

IV тарау	47
Нүктедегі кернеулік және деформациялық күйлер. Кернеулік күй.....	47
1. Негізгі түсініктер. Сызықтық кернеулік күй.....	47
2. Жазық кернеулік күй.....	49
3. Бас кернеулер траекториялары туралы түсінік.....	51
4. Көлемдік кернеулік күй.....	52
5. Аз деформациялардың компоненттері.....	54
6. Серпімділік шегіндегі кернеулер мен деформациялардың өзара байланыстары. Гук заңы.....	56
7. Көлемнің салыстырмалы өзгеруі.....	57
8. Серпімділік деформациясының потенциялық энергиясы.....	58
V тарау	60
Беріктік теориялары.....	60
1. Негізгі түсініктер.....	60
2. Негізгі беріктік теориялары.....	62
3. Жаңа беріктік теориялар туралы түсініктер. Беріктіктің біріккен теориясы.....	73
VI тарау	79
Созылу және сығылу	79
1. Ішкі әсерлер.....	79
2. Кернеулер мен деформациялар.....	80
3. Созылу және сығылу кезіндегі сырық өлшемдерін анықтау және беріктігін тексеру.....	83
4. Созылу және сығылу кезіндегі сырықтың салмағын есептеу.....	85
5. Тең кедергілі және сатылы білеулер.....	87
VII тарау	90
Ығысу және бұралу.....	90
1. Таза ығысу.....	90
2. Ығыса деформацияланған құрылма элементтерін есептеу.....	94
3. Бұралу кезіндегі кернеулер мен деформациялар.....	97
4. Біліктердің бұралуын есептеу.....	102

5.	Бұрандалы серіппелерді есептеу.....	104
6.	Дөңгелек біліктің серпімділік шегінен асқұқан бұралуы.....	106
7.	Тікбұрышты қималы біліктің бұралуы.....	108
8.	Ашық профильді, жұқа қабырғалы біліктердің бұралуы.....	111
	VIII тарау	113
	Иілу	113
1.	Негізгі түсініктер. Ішкі әсерлер.....	113
2.	Иілу кезіндегі тік кернеулер.....	120
3.	Иілу кезіндегі жанама кернеулер.....	121
4.	Иілу кезіндегі бас кернеулер.....	123
5.	Иілу кезіндегі қималарды таңдау және беріктігін тексеру.....	124
6.	Созылу және сығылу кезіндегі серпімділік модульдері әртүрлі аркалықтардың иілуі.....	125
7.	Аркалықтардың серпімділік шегінен асқан иілу кезіндегі қирату күштерін анықтау.....	127
8.	Иілу кезіндегі орын ауыстыру.....	129
9.	Орын ауыстыруларға көлденең күштердің ықпалы.....	134
10.	Иілу кезіндегі серпімді деформацияның потенциалдық энергиясы.....	135
11.	Мор интегралы.....	136
12.	Мор интегралдарын Верацагин тәсілі бойынша есептеу.....	139
13.	Серпімді табандағы аркалық.....	142
	IX тарау	144
	Күрделі кедергі.....	144
1.	Қиғаш иілу.....	145
2.	Білеудің центрден тыс созылуы және сығылуы.....	147
3.	Иілу мен бұралудың бірлескен өстері.....	152
	X тарау	157
	Қисықтығы үлкен білеулер.....	157
1.	Негізгі түсініктер.....	157

2.	Жазық қисық білеудің таза иілу кезіндегі кернеулер.....	158
3.	Иілу кезіндегі жалпы жағдайларда пайда болатын жазық қисық білеудің кернеулері.....	161
4.	Қисық білеулердің деформациясы.....	161
	XI тарау	164
	Статикалық анықталмайтын жүйелер.....	164
1.	Статикалық анықталмайтын жүйелердің есептеу тізбегі.....	164
2.	Күш әдісінің канондық теңдеулері.....	165
3.	Көп аралықты аркалықтар және үш момент теңдеуі.....	170
4.	Кесілмейтін аркалықтардың июші моменттерін, көлденең күштер және тірек реакцияларын анықтау.....	172
5.	Жазық кеңістік және кеңістік жүйелер.....	174
	XII тарау	179
	Сығылған сырықтардың орнықтылығы.....	179
1.	Негізгі түсініктер.....	179
2.	Эйлер формуласы.....	181
3.	Эйлер формуласын қолдану шегі. Пропорционалдық шектен тыс кризистік күшті анықтау.....	182
4.	Сығылған сырықтарды іс жүзінде есептеу.....	185
5.	Центрден тыс сығылған иіlmелі тіректі есептеу.....	188
6.	Бойлық-көлденең иілуді іс жүзінде есептеу.....	189
	XIII тарау	191
	Циклдік өзгертін кернеулер кезіндегі беріктік.....	191
1.	Негізгі түсініктер.....	191
2.	Төзімділік шегі.....	193
3.	Төзімділік шегіне әсерін тигізетін факторлар.....	193
4.	Айнымалы кернеулер кезіндегі беріктікті есептеу.....	202

XVI тарау	205
Материалдар жылжығыштығы.....	205
1. Негізгі түсініктер.....	205
2. Жылжығыштық теориялары.....	208
3. Жылжығыштықты ескеру кезіндегі есептеу.....	210
XV тарау	214
Күштердің динамикалық әсері кезіндегі беріктік	214
1. Негізгі түсініктер.....	214
2. Үдемелі қозғалыс кезіндегі кернеулерді есептеу.....	215
3. Бір еркіндік дәрежесі бар жүйелердің тербелістері..	219
4. Соққы күшін есептеу.....	224
XVI тарау	231
Материалы Гук заңына бағынбайтын	
арқалықтардың иілуі.....	231
1. Серпімді-созылымды және сызықты емес серпімді	
материалдан жасалған арқалықтардың иілу	
теориясының негізгі заңдары.....	231
2. Серпімді-созылымды арқалықтардың иілген өсінің	
ығысу деформациясынсыз дифференциалдық	
теңдеуі.....	232
3. Ильюшиннің серпімді шешімдер әдісімен негізгі	
теңдеуді интегралдау нобайы.....	234
4. Серпімді-созылымды және сырықта емес	
материалдан жасалған, созылу мен сығылу кезінде	
бірдей жұмыс істейтін арқалықтар иілуінің кейбір	
есептері.....	236
5. Серпімді-созылымды материалдан жасалған,	
созылу мен сығылу кезінде бірдеу жұмыс істейтін	
арқалықтар иілуінің кейбір есептері.....	242
6. Арқалықтың иілу кезіндегі геометриялық және	
физикалық сызық еместігін ескеру.....	243
Библиографиялық тізім.....	248

Оқулық басылым

Зифа Мәтенқызы Рахымбекова

МАТЕРИАЛДАР МЕХАНИКАСЫ

Оқу құралы

РБ бастығы	<i>З.А. Ғұбайдулина</i>
Редакторы	<i>А.И. Бейсебаева</i>
Компьютерде беттеген	<i>Л.П. Өмірбекова</i>

Басуға қол қойылды 08.10. 2012 ж.
Таралымы 300 дана. Пішімі 60x84 1/16. №1 баспаханалық қағаз.
Көлемі 16,1 есепті баспа табақ. Шартты баспа табақ 15,0.
Тапсырыс № 666. Бағасы келісімді.

Қ.И. Сәтбаев атындағы
Қазақ ұлттық техникалық университетінің басылымы,
Ақпараттық-баспа орталығы. Алматы қ., Қ.И. Сәтбаев, 22

ISBN 978-601-228-342-6

