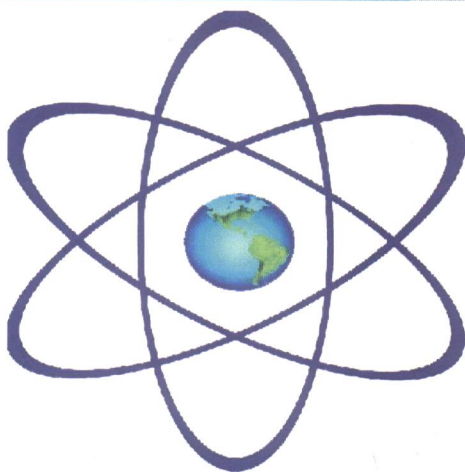




К.С. Шоланов

ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени К.И. САТПАЕВА

К.С. Шоланов

ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ

Рекомендовано Научно-методическим советом Университета
в качестве учебного пособия

2-е издание, переработанное и дополненное

Алматы 2011

УДК 681.5 (075.8)

ББК 32.965 я 73

Ш 78

Шоланов К.С. Основы автоматики. Учеб. пособие. – 2-е изд. перераб. и доп. – Алматы: КазНТУ, 2011. – 212 с. Ил.79. Табл. 3. Библиогр. –14 назв.

ISBN 978 – 601 – 228 – 302 – 0

Учебное пособие состоит из 2-х частей: «Общие сведения о теории автоматического управления», «Элементы и устройства автоматики».

Содержит линейную теорию автоматического управления, а также учебный материал по элементам и устройствам автоматики. Изложены сведения по коммуникационным системам. Даны условные обозначения, часто встречаемые в автоматике, основы моделирования с применением библиотеки Simulink программного продукта Matlab.

Предназначено для бакалавров, обучающихся по специальностям 5В050716 – «Приборостроение», 5В050746 – «Космическая техника и технологии» и может быть использовано студентами специальности 5В050702 – «Автоматизация и управление».

УДК 681.5 (075.8)

ББК 32.965 я 73

Рецензенты:

Топоров В.И., ген.дир. ТОО «Схемотехника», д-р техн. наук.

Биттеев Ш.Б., КазАТК, д-р. техн. наук, проф.

Б.А Сулейменов, зав. каф. «Автоматики и управления»

КазНТУ им. К.И. Сатпаева, д-р техн. наук, проф.

Печатается по плану издания Министерства образования и науки Республики Казахстан

ISBN 978 – 601 – 228 – 302 – 0

© К.С. Шоланов, 2011

© КазНТУ, 2011

ПРЕДИСЛОВИЕ

Изначально предназначением техники является обеспечение человеку и обществу комфортности в жизнедеятельности. Для этого, например, на производстве современная техника облегчает и заменяет не только физический труд, но и умственный труд, принимая решения, освобождая человека от монотонной рутинной деятельности. Примером такой техники являются современные станки с программным управлением, роботы и другие технические средства автоматики и приборы, работающие без управления человека или с минимальным его участием. Для современной техники характерно широкое применение средств микроэлектроники, расширение функции управления и их совершенствование.

Отрасли производства, связанные с приборостроением, космической техникой и точным машиностроением являются наиболее автоматизированными, где широко применяются различные технические средства автоматики, используются сложные процессы управления.

В этой связи для бакалавров по специальностям «Приборостроение», «Космическая техника и технологии», которые в будущей профессиональной деятельности будут создавать и эксплуатировать технику, управляемую с помощью средств микроэлектроники, необходимы основополагающие знания по автоматике.

На некоторых специальностях обучения имеются отдельные курсы дисциплин «Теория автоматического управления», «Элементы и устройства автоматики». В отличии, на специальности «Приборостроение» по образовательному стандарту предусмотрено изучение дисциплины «Основы автоматики», которая включает основное содержание указанных дисциплин.

Задачей данного учебного пособия является ознакомление студентов с основными методами построения систем управления и техническими средствами автоматики, необходимыми для целенаправленного функционирования техники и приборов.

Учебное пособие содержит необходимый объем учебного материала, подлежащего усвоению, а именно: включает материалы, изучаемые в аудиториях и самостоятельно, примеры, а также вопросы для самоконтроля. В связи с тем, что в настоящее время многие объекты автоматики невозможно представить без средств коммуникации, для самостоятельного изучения приведены сведения по коммуникационным системам. Кроме того, даны условные обозначения, часто встречаемые в автоматике.

Для получения навыков изложены основы моделирования с применением библиотеки Simulink программного продукта Matlab.

Вместе с тем учебное пособие не претендует на широкий охват материала «Теория автоматического управления». Также автором, намеренно, сокращенно изложены разделы, касающиеся информационно-измерительной техники. Это связано с учебными планами специальностей «Приборостроение» и «Космическая техника и технологии», которыми предусмотрено отдельное изучение этих разделов.

При написании книги автор использовал свой опыт чтения одноименного курса на кафедре Робототехники и технических средств автоматики в КазНТУ им. К.И. Сатпаева, а также результат многолетних исследований в области мехатроники и робототехники.

Автор выражает глубокую признательность к.т.н. доценту А.А. Бейсембаеву, любезно предоставившему некоторые свои примеры из лекционных материалов.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что еще в глубокой древности предпринимались попытки и создавались устройства – автоматы, выполняющие какие-либо функции без участия человека. В своих книгах «Пневматика» и «Механика» (в I в. до нашей эры) Герон Александрийский описал множество конструкций автоматов, в которых в качестве источника энергии применялись вода, пар, гири. Леонардом да Винчи был создан человекоподобный автомат, в котором роль мышц выполняли различные механизмы и передачи. В средние века были созданы автоматы, основанные на использовании часовых механизмов. Например, швейцарскими часовщиками были созданы человекоподобные игрушки, представляющие автомат, работающий по программам, задаваемым с помощью сменных кулачков. Желание управлять, т. е. так воздействовать на технические объекты так, чтобы они выполняли заданные функции, заставляло человека создавать новую технику с различными возможностями управления. Наряду с автоматами создавались устройства для непосредственного управления и регулирования движением. Известна конструкция центробежного регулятора Джеймса Уатта, разработанная в 1769 г. для управления скоростью вращения вала паровой машины. Впервые на заводе Генри Форда в 1913 г. была внедрена система механизированной сборки автомобилей. Это явилось началом создания автоматизированного производства, в котором производственные процессы и управление ими осуществляется без участия человека. От простейших автоматов до существующих в настоящее время интеллектуальных роботов, беспилотных летательных аппаратов и гибких автоматизированных производственных систем, таков путь развития автоматике.

Большой научный вклад в развитие теории автоматического управления в Республике Казахстан внесли такие выдающиеся ученые, как д.ф.-м.н. проф. А.К. Бедельбаев., академик НАН РК А.А. Ашимов., д.т.н. проф. С.А. Айсагалиев, д.т.н. проф. Д.Ж. Сыздыков., проф. Г.М. Тохтабаев.

Для информации ниже в табл. 1 приведены некоторые знаменательные даты и этапы из истории развития автоматике.

Таблица 1

Год	Название этапа развития автоматике
1765	И.И. Ползунов создал автоматическую систему регулирования уровня воды в паровом котле
1769	Дж. Уатт разработал регулятор для управления скоростью вращения вала паровой машины
1804 - 1808	Жаккара предложил систему программного управления ткацким станком от перфоленки
1868	Выходит книга Дж. Максвелла «О регуляторах». Была создана математическая модель регулятора паровой машины
1876	Опубликована работа И.А. Вышнегородского «О регуляторах прямого действия». Созданы основы для исследования устойчивости и качества регулирования.
1892	А.М. Ляпунов в работе «Общая задача об устойчивости движения» создал основу теории устойчивости динамических систем
1913	Генри Форд на своем заводе впервые создал механизированную линию сборки автомобилей
1927	Американский инженер Дж. Венсли сконструировал первый робот «Televox»
1951	Дж. Фон Нейман написал книгу «Общая и логическая теория кибернетических автоматов»
1952	В Массачусетском технологическом институте разработан станок с числовым программным управлением (ЧПУ)
1970	Предложено использовать модели в переменных состояниях. Разработана теория оптимального управления
1980	Исследуются робастные системы

Существует несколько определений автоматике. По одной из определений, приведенной в Российском энциклопедическом словаре под автоматикой подразумевается область теоретических и прикладных знаний об автоматически действующих устройствах и системах, а также совокупность механизмов и устройств действующих автоматически.

В настоящее время эта область знаний настолько развилась, что появилось множество научных направлений, связанных с

автоматикой, например, «Автоматика и автоматизированные производства» по отраслям, «Мехатроника и робототехника», «Космическая техника», «Теория оптимального управления», «Теория адаптивного управления» и т.д.

Целью предмета «Основы автоматики» является изучения принципов построения управляемых технических систем и устройств, выполняющих определенные целенаправленные функции без непосредственного участия человека.

В содержание предмета входит изложение структуры систем автоматического управления, закономерности взаимодействия его составных частей посредством циркуляции энергетических и информационных потоков, а также описание устройств и принципов функционирования составных элементов систем автоматики.

ЧАСТЬ 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АВТОМАТИКИ И ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.

1.1. Основные понятия автоматики

Введем ряд понятий, на которых будет базироваться дальнейшее изложение теоретического материала.

Основным объектом автоматики является *объект управления* (ОУ). Под ОУ понимается техническое устройство, установка или процесс, подлежащие специально организованному воздействию для достижения поставленных целей. Эти преднамеренные воздействия называются *управлением*. Физические величины ОУ, которые целенаправленно изменяются или сохраняются неизменными в процессе управления, называются управляемыми величинами. Под *воздействиями* понимают факторы, изменяющие состояние объекта управления. Различают возмущающие и управляющие воздействия. *Возмущающие* воздействия (*f*) носят в основном случайный характер. Например, влияние температуры окружающей среды, давления, скорости воздуха, колебания напряжения в электросети на ОУ. *Управляющие* воздействия (*u*) на ОУ в соответствии с законом управления оказывают *автоматические устройства управления* (в дальнейшем называемые устройством управления – УУ).

Сигналы обозначают совокупность энергии, материала или информации, поступающих в объект управления или выходящие из него, возмущающие и управляющие воздействия, а также регулируемые параметры. По направлению различают *входные* (*u*) и *выходные* (*y*) сигналы объекта управления. Так, возмущающие и управляющие воздействия будут входными сигналами для объекта управления; регулируемый же параметр всегда принимают за выходной сигнал, даже если он физически за пределы

объекта не выходит (например, уровень жидкости в емкости, напряжение на обмотках электродвигателя). В общем случае сигналов может быть несколько, тогда они обозначаются векторами, а система называется *многопараметрической*.

На схеме (рис. 1.1) показано воздействие различных сигналов на ОУ.

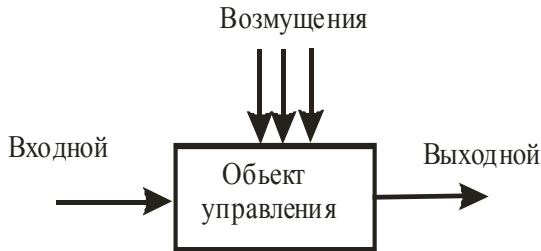


Рис. 1.1. Объект управления

В состав автоматически управляемых объектов входит конструктивные и схемные элементы, каждый из которых имеет определенные свойства по преобразованию и передаче последующему элементу энергии и информации. Эти свойства элементов как преобразователей характеризуются оператором преобразования (ОП). С другой стороны каждый элемент рассматривается как звено системы, в которой осуществляется преобразование «вход-выход». Эти элементы условно обозначаются прямоугольниками. Соединение элементов в определенную конфигурацию, обеспечивающую заданные характеристики образует *систему управления* (СУ), объединенную причинно-следственной связью. Функциональные схемы отражают функции (сравнение, преобразование, усиление и т. д.), выполняемые отдельными элементами системы. В функциональных схемах линии со стрелками указывают направление причинно-следственной связи функциональных составных элементов. В *системе автоматического управления* (САУ), управление осуществляется специальными техническими средствами без непосредственного участия человека.

Если управляющее воздействие осуществляется оператором

ром, то управление будет *полуавтоматическим*, а система в этом случае называется *автоматизированной*.

Пример 1.1.

В работе КазНТУ (рис. 1.2), движение схвата робота управляется микроконтроллером. При этом каждый привод с двигателем постоянного тока является также примером САУ.



Рис.1.2. Робот КазНТУ

На рис. 1.3 показана укрупненная функциональная схема САУ, содержащая характерные функциональные блоки: задающее устройство – ЗУ; сравнивающее устройство – СУ; преобразующее устройство – ПУ; корректирующее устройство – КУ; исполнительное устройство – ИУ; измерительную систему – ИС. Совокупность указанных устройств называются управляющим устройством – УУ.

Конкретные САУ представляют всевозможное соединение из этих функциональных блоков. Причем некоторые блоки мо-

гут отсутствовать, а некоторых может быть больше. На рис. 1.3. приведены часто применяемые обозначения для некоторых входных и выходных сигналов, которые иногда могут представлять массив. В этом случае система называется многопараметрической. Функциональным блокам свойственна причинно-следственная связь, обозначенная стрелками. В дальнейшем полагаем, что составные элементы САУ обладают свойствами однонаправленности.

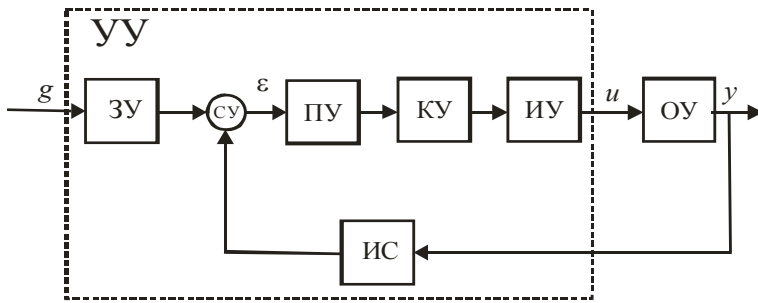


Рис. 1.3. Функциональная схема САУ

Это значит, что состояние предыдущего элемента САУ не зависит от состояния последующего элемента. Например, руль автомашины может изменять направление движения изменением положения колес, но незначительное изменение положения колес при движении не оказывает действия на руль.

Функциональные блоки САУ реализуются с помощью технических средств автоматики или приборов автоматики. Изучению назначения и конструкций ряда технических средств автоматики посвящена в последующем ряде глав настоящей книги.

Функциональные блоки САУ могут быть реализованы информационными и механическими системами, а также в виде программных средств. Характерной особенностью САУ является наличие взаимосвязанных энергетических и информационных потоков, соответственно в механической и информационной части.

Анализ и синтез САУ является основной задачей науки, называемой Теорией автоматического управления (ТАУ).

В теории управления объектом для анализа является поведение – динамические свойства элементов и САУ в целом. Важными свойствами ОУ и САУ являются устойчивость движения (состояния), инвариантность к возмущениям и робастность. Чтобы в первом приближении понять эти свойства поведения рассмотрим ряд примеров.

Пример 1.2.

Рассмотрим шарик (рис. 1.4, а), находящийся в состоянии покоя на выпуклой поверхности. Если шарик слегка тронуть, то состояние покоя нарушится и шарик в исходное положение не возвратится. Этот случай является примером неустойчивости объекта (шарика в данном случае). Наоборот (рис. 1.4, б), если то же повторить с шариком, находящимся в состоянии покоя на вогнутой поверхности, то шарик будет колебаться возле положения устойчивого равновесия, постепенно приближаясь к прежнему состоянию. Это состояние поведения объекта в ТАУ называется самовыравниванием, нейтральным в смысле устойчивости.

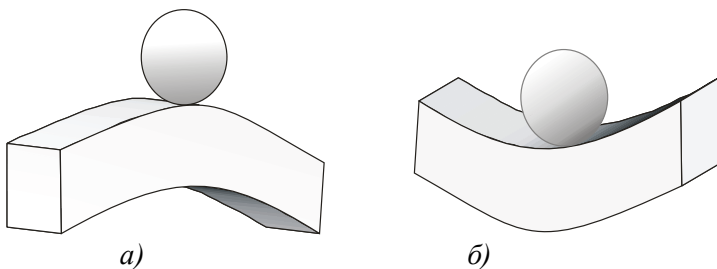


Рис. 1.4. Примеры на устойчивость

Свойство поведения, когда в случае снятия возмущения состояние объекта стремится к исходному, называется устойчивостью.

Некоторые объекты имеют устойчивый режим функционирования, но действие возмущения вызывает недопустимые изменения поведения. Например, самолет управляемый автопилотом попадает в воздушную яму. Вследствие изменения барометрического давления режим полета изменится. Для этого случая САУ самолета имеет технические средства для компенсации этого возмущения, целью которых является реакция на возмущения и обеспечение инвариантности. Свойство поведения, которое обеспечивает независимость (допустимые изменения) состояния объекта от возмущающих факторов называется инвариантностью. Часто реальные САУ работают в условиях неопределенности, когда возмущения могут изменяться непредсказуемым образом. В этом случае САУ должна обладать робастностью, т. е. не терять устойчивость, быть нечувствительной к непредвиденным возмущениям.

Теперь можно более подробно раскрыть задачу анализа САУ. А именно, анализ САУ включает в себя выявление закономерностей изменения поведения системы в зависимости от характеристики элементов и причинно-следственной связи между ними, а также количественная оценка свойств поведения. Составной частью ТАУ является Теория автоматического регулирования (ТАР), в которой рассматриваются принципы автоматического регулирования технических процессов, методы исследования, расчета и проектирования систем автоматического регулирования (САР).

В большинстве случаев по результатам анализа выполняется синтез САУ. При синтезе САУ осуществляется выбор элементов и причинно-следственных связей между ними так, чтобы получить требуемое поведение. С этой целью используются технологии интеллектуального и оптимального управления. Создаются САУ, обладающие свойствами самоорганизации, приспособляемости, обучаемости и оптимальности.

1.2. Основные принципы регулирования и управления

Понятие управление неразрывно связано с понятием информация. Параметры физических процессов, сигналы воздей-

ствий, содержат информацию. Например, с помощью электрических сигналов в радиотехнике передаются звуки, а в телевидении изображения. Параметры, содержащие информацию, называются *информационными*. Под *информацией* здесь будем понимать совокупность данных, сведений о системе (элементе), переданных в виде сообщения другой системе (элементу). Таким образом, если сигналом является электрическое напряжение, информационным параметром – амплитуда этого сигнала. Информационный поток при управлении является носителем следующих информаций, без которых невозможно управление:

- цели управления;
- возмущения среды;
- состоянии объекта управления;
- характеристики объекта.

Процесс перемещения информации называется *коммуникацией*. Технические средства, обеспечивающие передачу, перенос, прием информации образуют систему коммуникации.

Задача управления – изменять протекающие в объекте управления процессы или состояние ОУ посредством соответствующих мер, для достижения поставленной цели. Несмотря на разнообразие ОУ, построение САУ основывается на ряде общих принципов.

В зависимости от характера и полноты информации реализуются следующие принципы управления:

- принцип разомкнутого управления;
- принцип компенсации – управление по возмущению;
- принцип обратной связи – управление по отклонению;
- комбинированное управление;
- адаптивное управление.

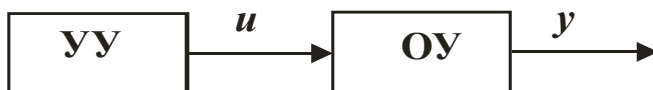


Рис. 1.5. Разомкнутая система управления

Если известна информация о цели управления, заданная в виде $y = const$, известны характеристики объекта и отсутствуют возмущения, то легко определяется управляющее воздействие u . В данном случае цель управления может быть достигнута применением принципа разомкнутого управления, схема которого показана на рис. 1.5. Здесь УУ – устройство управления, представляющее совокупность технических устройств (рис. 1.3), для реализации цели управления.

В некоторых случаях возмущения f , действующие на ОУ можно измерить или определить. Тогда можно компенсировать управляющее воздействие u_y с учетом возмущения введением компенсатора K . В этом случае используется принцип компенсации.

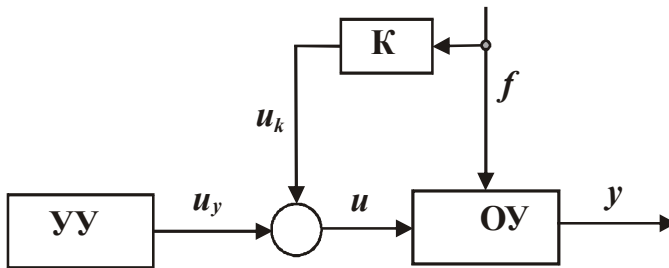


Рис. 1.6. Схема СУ с компенсацией возмущения

В разомкнутой САУ появляется второй канал, по которому передается компенсирующее воздействие u_k , вычисленное на основании характеристики объекта и возмущения. Система, построенная на принципе компенсации возмущения показана на рис. 1.6.

Однако в большинстве случаев полная информация о возмущениях является неизвестной. В этих случаях для учета возмущений может быть использована информация об отклонениях управляемой переменной y , получаемая измерительной системой (датчиком). Система управления в этом случае строится по принципу обратной связи (рис. 1.7).

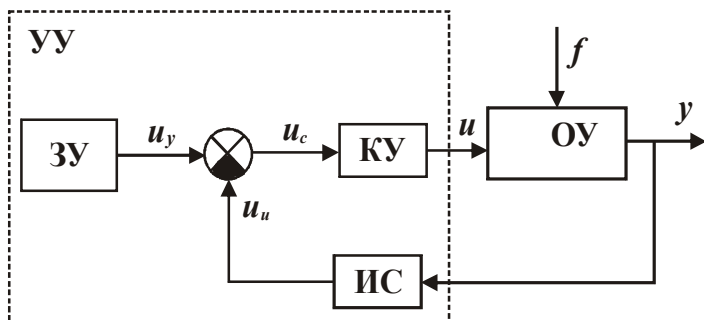


Рис. 1.7 Система управления с обратной связью

Здесь в зависимости от отклонения действительного значения выходной переменной y в измерительной системе (ИС) формируется дополнительное управляющее воздействие u_u . На рис. 1.7. показана СУ с отрицательной обратной связью (наиболее распространенной). При этом отклонение u_c , определяемое устройством сравнения, определяется как разность входных сигналов, т. е. $u_c = u_y - u_u$.

Принцип управления по отклонению является наиболее распространенным. Он позволяет осуществлять требуемый закон изменения выходной величины с допустимо малым отклонением и ослабить влияния возмущающих сигналов f без непосредственного их изменения.

В том случае, когда извне действующие воздействия, вызывающие изменение, состояние ОУ можно измерить, то эта информация используется для подстройки СУ с обратной связью, тем самым применяется принцип комбинированного управления. Принцип комбинированного управления сочетает в себе принципы управления по возмущению и отклонению. Такая система наряду с замкнутым контуром содержит цепь компенсации возмущающего воздействия (рис. 1.8).

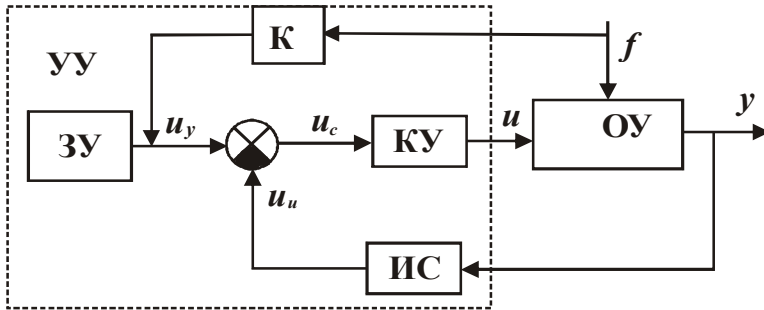


Рис. 1.8. Комбинированная система

В этой системе управление осуществляется не по следствию, а по причине вызывающей изменения свойств ОУ, что позволяет достичь абсолютной инвариантности СУ к возмущениям f .

В последнее время, в связи с развитием ТАУ появились самонастраивающиеся САУ с адаптацией (с приспособлением). Адаптивные системы автоматически приспособляются к изменениям внешних условий и свойств ОУ и обеспечивают при этом необходимое качество управления путем изменения структуры и параметров существующей САУ. Особенностью этих систем является то, что эти системы получают информацию об изменениях свойств объекта путем текущей идентификации. При идентификации на основе наблюдений и другой информации строится и уточняется математическая модель САУ. Иногда об объекте управления нет достаточной информации. Например, параметры управляемой ракеты могут изменяться в достаточно широких пределах из-за изменения массы, формы, аэродинамических сил при изменении высоты, скорости полета и других порой неизвестных возмущений. Тем не менее, применение адаптивного управления позволяет достичь поставленных целей.

На рис. 1.9 приведена укрупненная схема адаптивного управления, в которой УУ_о, УУ_д соответственно основное и дополнительное устройство управления.

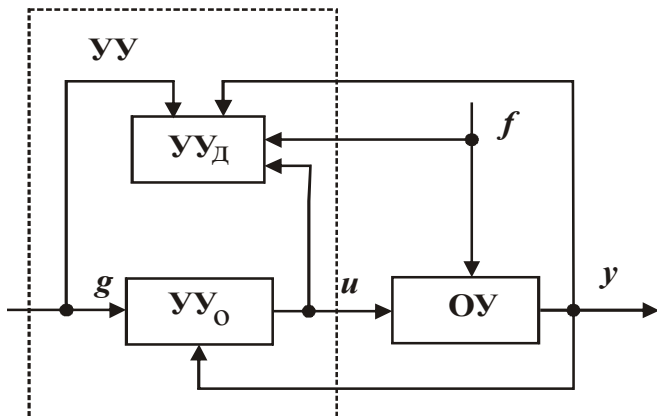


Рис. 1.9 Система адаптивного управления

Дополнительное $УУ_д$ является устройством для адаптации, которое изменяет параметры $УУ_0$, изменяя его схему и значение параметров в соответствии с изменением внешних условий f , g и свойств $ОУ$. Адаптивная САУ содержит два контура управления: основной и адаптации. При этом контур адаптации образует второй контур управления. В зависимости от конкретных целей управления возможно создание следующего контура адаптации для управления предыдущими двумя контурами и т. д., т. е. возможно многоступенчатая адаптация.

Адаптивные САУ делятся на САУ со стабилизацией и с оптимизацией качества управления. САУ со стабилизацией удерживают поведение $ОУ$ на определенном уровне. САУ с оптимизацией качества управления удерживают параметры, определяющие качество управления на определенном уровне или в заданном диапазоне.

1.3. Классификация систем управления

В предыдущем параграфе, по сути, начата классификация САУ с классификации по признаку организации строения. Существует множество других признаков, по которым классифи-

цируются САУ. Здесь приведены некоторые наиболее распространенные признаки классификации САУ. Так, например, по характеру изменения задающего воздействия САУ разделяют на системы: программного управления, стабилизации и следящие.

Система управления, в которой сигнал управления ОУ – g является известной функцией времени (детерминированный сигнал) на всем промежутке управления, называется *системой программного управления*. Примером программных САУ являются система позиционного управления схватом робота, системы управления программными станками и т. д.

Система управления, в которой задающее воздействие $g = \text{const}$, называется *системой стабилизации*. В этой системе требуемое значение управляемой величины постоянно за счет того, что влияние возмущающих сигналов резко снижается или же полностью устраняется. Примером систем стабилизации могут служить системы стабилизации напряжения, частоты, скорости и др.

Система, в которой управляемая величина должна следить за задающим воздействием, являющейся неизвестной функцией, называется *следящей системой*. В следящих системах имеется устройство рассогласования, которое определяет разницу между заданным и действительным значением выходной величины и формирует задающее воздействие. Примером следящих систем являются системы слежения за летательными и космическими аппаратами, системы управления некоторых приводов металлообработывающих станков с программным управлением.

Особенностью вышеприведенных трех систем является то, что они относятся к системе автоматического регулирования, в которых выходная величина поддерживается на заданном уровне при различных законах изменения входного воздействия.

На входах и выходах элементов САУ действуют носители информации – сигналы. Если информация кодируется непрерывными сигналами, то по типу сигнала САУ относится к непрерывным. Если сигналы изменяются дискретно, то система называется дискретной. Дискретные системы в свою очередь подразделяются на релейные, импульсные и цифровые. В релейных (релейно-контактных) САУ управляющее воздействие

формируется с помощью релейных элементов. В том случае, когда информация кодируется каким-либо параметром (амплитуда, фаза, частота) импульсов, то САУ относится к импульсной системе. В цифровых системах управления для управления используются компьютеры, сигналы представляют числовые коды.

САУ по характеру зависимости выходного сигнала от нагрузки разделяются на статические и астатические. В статических САУ в установившемся режиме управление зависит от отклонения выходного параметра, которая в свою очередь зависит от нагрузки. При этом статическая точность или стабильность системы определяется величиной статизма. В астатических системах при управляющем воздействии, стремящемся к некоторому установившемуся значению отклонение выходного параметра от требуемого значения стремится к нулю. В этом случае САУ характеризуется астаизмом 1-, 2-го порядка в зависимости от порядка нуля передаточной функции ошибки.

По виду дифференциальных уравнений, с помощью которых описывается САУ, их можно разделить на линейные и нелинейные. К линейным относятся системы управления, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями. Для линейных систем является характерным применение принципа суперпозиции, при котором реакцию системы на любую комбинацию входных воздействий можно рассматривать как сумму реакции системы на каждое отдельно взятое воздействие.

Оказывается, для многих реальных систем возможно их описание в виде системы линейных дифференциальных уравнений, что способствовало широкому развитию теории линейных систем автоматического управления.

Однако большинство САУ являются нелинейными или содержат в себе хотя бы один нелинейный элемент. Эти системы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Трудность исследования нелинейных систем заключается в отсутствии общей теории нелинейных дифференциальных уравнений. В этой связи при определенных допущениях применяется метод линеаризации, т. е. переход к описанию системы приближенными линейными дифференциальными уравнениями.



Рис. 1.10. Классификация САУ

Для наглядности, на рис. 1.10 приведена классификация САУ по ряду важных признаков.

Для оказания управляющего воздействия на ОУ может использоваться энергия самого управляемого процесса. В этом случае система управления оказывает прямое действие на ОУ и имеет место САУ прямого действия. В других случаях требуется привлечение дополнительного источника для воздействия на ОУ или осуществляется дистанционное управление. Такая система относится к САУ непрямого действия.

Контрольные вопросы:

1. Дать определение объекта управления.
2. Что изучается в дисциплине Основы автоматики?
3. Какие различаются виды воздействия?
4. Какие сигналы действуют на объект управления?
5. Какое устройство называется управляющим?
6. Задачи теории автоматического управления (ТАУ).
7. Дать определение устойчивости.
8. Дать определение инвариантности.
9. Дать определение системы автоматического управления (САУ).
10. Задачи анализа системы автоматического управления.
11. Задачи синтеза системы автоматического управления.
12. Какие различают принципы управления?
13. Изобразите схему САУ с компенсацией возмущения.
14. Изобразите схему системы управления с обратной связью.
15. Изобразите схему комбинированной системы управления.
16. Изобразите схему системы адаптивного управления.
17. Как подразделяются САУ по характеру изменения задающего воздействия?
18. В чем особенность системы программного управления?
19. В чем особенность системы стабилизации?
20. В чем особенность следящей системы?
21. Какие САУ называются статическими?
22. Какие САУ называются астатическими?
23. Постройте схему классифицирования САУ.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

2.1. Математические модели САУ

В состав САУ входят элементы, имеющие различную природу. Для описания этих элементов в каждой соответствующей науке используется свой язык. В ТАУ для описания и анализа взаимодействия всех элементов между собой удобно использовать математическую модель, которая применительна ко всем элементам системы. В связи с этим принято следующее соглашение: каждый элемент САУ рассматривается как устройство – звено системы, в котором происходит преобразование входного воздействия на выходную реакцию, т. е. преобразование «вход-выход», характеризующееся оператором преобразования (ОП); взаимодействие между звеньями задается описанием структуры системы. Единообразное описание всех элементов непрерывной системы в виде операторов преобразования может быть осуществлено с помощью дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения, описывающие динамику любой физической системы, получают на основании фундаментальных физических законов. Этот метод в равной степени применим к механическим, электрическим, гидравлическим, термодинамическим системам.

В программном продукте MATLAB имеются пакеты программ, основанные на аналитических зависимостях, которые позволяют моделировать и исследовать различные САУ. В Приложении 1 приведены основы применения библиотеки Simulink. Студентам настоятельно рекомендуется все задачи, параллельно, решать с применением этой библиотеки из MATLAB.

Для получения ОП введем понятие сквозных и относительных переменных [4]. Принимаем такие физические величины как силу F , момент M , силу тока I , объемный расход жидкости Q , тепловой поток q за сквозную переменную. За относительные переменные, соответствующие указанным сквозным переменным, принимаем поступательную скорость v , угловую скорость

ω , напряжение U , давление p , температуру T . Тогда оказывается, что между сквозными переменными X и относительными переменными Y существуют зависимости описываемые подобными дифференциальными уравнениями

$$X = C \frac{dY}{dt},$$

где C – некоторая константа, обозначающая в каждом случае соответствующую физическую величину.

Так, например, в механике из 2-го закона динамики следует

$$F = M \frac{dv}{dt},$$

где M – масса точки или поступательно движущегося тела.

На основании законов электричества

$$I = C \frac{dU}{dt},$$

где C – электрическая емкость.

В общем случае для описания «вход-выход» любого элемента и САУ в целом может быть использованы линейные дифференциальные уравнения (ДУ) с постоянными коэффициентами:

$$\alpha_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + \alpha_1 \frac{dy}{dt} + \alpha_0 y = \beta_n \frac{d^n u}{dt^n} + \dots + \beta_1 \frac{du}{dt} + \beta_0 u. \quad (2.1)$$

Здесь $\alpha_0, \dots, \alpha_n$, также $\beta_0, \dots, \beta_m$ – постоянные величины, называемые параметрами звена. Число n называется порядком уравнения. В линейных дифференциальных уравнениях переменные и их производные входят линейно, т. е. в первой степени и без их произведений. Следует отметить, что если на систему действуют несколько входных и выходных воздействий, то для каждой пары входных и выходных воздействий составляется уравнение вида (2.1).

Из теории дифференциальных уравнений известно, что общее решение дифференциального уравнения (2.1) определяется как сумма решений однородного ДУ (без правой части) и частного решения неоднородного ДУ (с правой частью). Искомые n -решения однородного ДУ определяются как r_i ($i=1, \dots, n$)... корней характеристического уравнения

$$\alpha_0 r^n + \alpha_1 r^{n-1} + \dots + \alpha_n r + \alpha_n = 0.$$

Общее решение однородного ДУ будет

$$y_1(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{r_i t},$$

где C_i – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Частное решение неоднородного ДУ обычно отыскивается в том виде, в каком дана правая часть уравнения (2.1) и зависит от вида функции $u(t)$ на входе системы.

Введем оператор дифференцирования по времени

$$p \equiv d / dt.$$

Тогда выражение (2.1) запишется в операторной форме

$$\alpha_n p^n y + \dots + \alpha_1 p y + \alpha_0 y = \beta_n p^m u + \dots + \beta_1 p u + \beta_0 u$$

или сокращенно, в виде

$$A(p)y(t) = B(p)u(t), \quad (2.2)$$

где $A(p) = \alpha_n p^n + \dots + \alpha_1 p + \alpha_0$, $B(p) = \beta_n p^m + \dots + \beta_1 p + \beta_0$ – операторные многочлены.

Помимо операторной формы записи в виде (2.2) в качестве математической модели используется операторная передаточная функция. При этом отношение выходной величины к вход-

ной величине, называемое операторной передаточной функцией системы определяется из (2.2) как

$$W(p) = \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{B(p)}{A(p)}.$$

Таким образом, чтобы изучить свойство сложной системы и управлять ей необходимо составить математическую модель, чаще в виде дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Последовательность анализа и синтеза системы при этом заключается в следующем:

1. Определить систему и ее компоненты.
2. Составить математическую модель и выдвинуть необходимые допущения.
3. Составить дифференциальные уравнения, для выбранной модели.
4. Решить уравнение.
5. Проанализировать решение и допущения.
6. При необходимости провести повторный анализ и синтез системы.

Примеры на составление математической модели линейной системы

Пример 2.1.

Рассмотрим простейшие динамические системы. Как указывалось ранее, для формирования математической модели при физическом подходе используются основополагающие физические законы.

Пусть требуется построить математическую модель поступательно движущегося тела. Известно, что на тело действуют силы, результирующая которых $\mathbf{F}$ (рис. 2.1) приложена в центре масс. Тело имеет массу m и движется под действием силы $\mathbf{F}$ с ускорением $\mathbf{a}$.

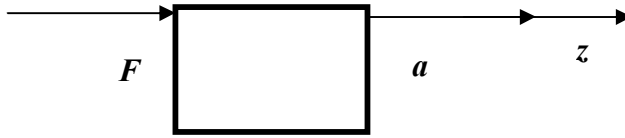


Рис. 2.1. Модель поступательно движущегося тела

В соответствии со вторым законом Ньютона математическую модель поступательно движущегося тела может быть представлена следующим дифференциальным уравнением в проекциях на ось z , совпадающую с направлением силы и ускорения:

$$F = ma = m \frac{d^2 z}{dt^2}.$$

Это уравнение можно записать как систему дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{dz}{dt} = v, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}.$$

Пусть тело совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси. К телу приложена пара сил с моментом относительно оси вращения z равным M_z . Момент инерции тела относительно оси z равен J_z . Под действием момента M_z тело вращается относительно оси с угловой скоростью ω .

Согласно теореме об изменении момента количества движения может быть построена динамическая модель в виде дифференциального уравнения

$$\frac{d(J_z \omega)}{dt} = M_z.$$

Если принять, что положение тела при вращении определяется углом поворота φ , производная от которой является угловой скоростью, то можно аналогично приведенному выше получить систему дифференциальных уравнений первого порядка в виде

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_z}{J_z}.$$

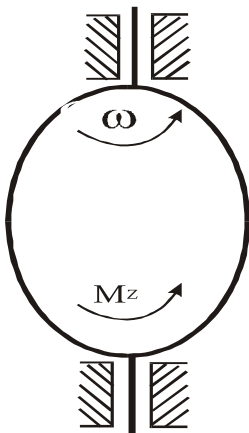


Рис. 2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Приведенные математические модели являются непрерывными во времени линейными, т. к. описываются системой дифференциальных уравнений первого порядка. Эти модели позволяют исследовать системы во временной области, т. е. позволяют изучить в зависимости от времени реакцию системы на входной сигнал. В приведенном примере на звено действуют входное (управляющее) воздействие u , а реакция звена оценивается с помощью выходной величины y . Используем эти понятия теории управления. Пусть входным сигналом являются сила в первом случае и момент во втором случае. В зависимости от входных воздействий будет меняться выходная величина, соответственно перемещение z и угол поворота φ .



Рис. 2.3. Схема воздействия на объект управления

Пример 2.2.

Рассмотрим простую резистивно-емкостную (RC) цепь. Требуется построить динамическую модель, отражающую зависимость напряжения на конденсаторе. Обозначим через U_i входное напряжение, а через U_0 – напряжение на конденсаторе. Используя 2-ое правило Кирхгофа для напряжений цепи получим

$$U_i - R \cdot I - U_0 = 0,$$

где R, I – соответственно активное сопротивление и ток в цепи.

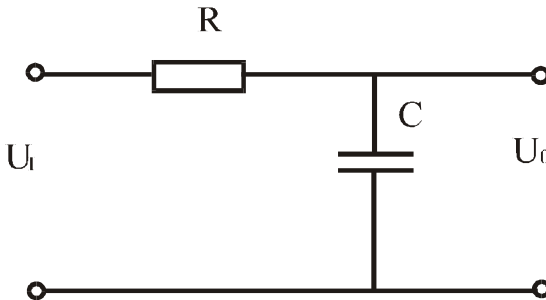


Рис. 2.4. Резистивно-емкостная (RC) цепь

Известно, что конденсатор накапливает в зависимости от времени электрический заряд. Ток, проходящий через конденсатор емкостью C пропорционален производной от напряжения на конденсаторе по времени, т. е.

$$I = C \cdot \frac{dU_0}{dt}.$$

Исключив ток из этих уравнений, можно получить динамическую модель RC цепи в виде

$$\frac{dU_0}{dt} = -\frac{U_0}{T} + \frac{U_i}{T}. \quad (2.3)$$

Здесь $T = RC$ называется постоянной от времени.

Дополнительное дифференциальное уравнение следует согласно определения тока

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (2.4)$$

где dq – заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за время dt .

Подставив в равенство (2.4) вместо I его выражение из равенства, полученного согласно 2-го правила Кирхгофа, получим

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{U_0}{R} + \frac{U_i}{R}. \quad (2.5)$$

Равенства (2.3) и (2.5) намеренно записаны в удобном виде для дальнейшего использования.

Дифференциальное уравнение (2.3) имеет решение в виде

$$U_0(t) = U_i(1 - e^{-t/T}).$$

Соотношение показывает, что с ростом T , реакция процесса замедляется. Следует отметить, что RC цепи используются в качестве низкочастотного фильтра, т. к. они пропускают низкие, но гасят высокие частоты.

2.2. Нелинейность динамических моделей

Линейные динамические модели САУ являются корректными в строго определенных случаях, а именно в малой зоне изменения переменных. С помощью линейной математической модели не может быть построен закон управления реального объекта. При построении линейной модели учитываются влияние только таких переменных, при которых система описывается линейными уравнениями (2.1).

В этой связи следует отметить, что с помощью нелинейных математических моделей можно получить более эффективный закон управления и более корректное решение по анализу и синтезу САУ. Для этого применяются методы нелинейной теории управления. При этом, оказывается возможно получить в некоторых случаях качественное представление о поведении системы при широком диапазоне начальных условий и различных воздействий. В общем, конечно возможности анализа нелинейных систем ограничены, т. к. для нелинейных уравнений нет эффективных средств решения (за исключением некоторых частных задач).

Многие реальные САУ, вследствие сложности протекающих в них физических процессов, а также конструктивных особенностей составных механических, электронных, электромеханических компонентов, описываются нелинейными дифференциальными уравнениями.

Нелинейность динамической модели САУ может быть вызвана следующими причинами:

- *Нелинейность функции положения*

На рис. 2.5 представлен электропривод, состоящий из электродвигателя и передаточного механизма. Здесь J_A – момент инерции ротора электродвигателя, J_r – представляет приведенный к выходному валу передаточного механизма момент инерции подвижных звеньев исполнительного механизма, а также звеньев самого передаточного механизма; m_M , $m_L(q, \dot{q})$ – соответственно движущий момент и момент нагрузки, приведенный к выходному валу передаточного механизма. Положение

выходного вала передаточного механизма определяется обобщенной координатой q . Таким образом, угловая скорость выходного вала передаточного механизма $\omega = \dot{q}$, а угловая скорость вала ротора электродвигателя будет равна $\omega_A = \omega u$, где u – передаточное отношение передаточного механизма. Чтобы получить динамическую модель привода, воспользуемся методом приведения. Приведем инерционные параметры и нагрузку к выходному валу передаточного механизма.

Из условия, что приведенный момент инерции привода J_R имеет кинетическую энергию, равную кинетической энергии приводимых звеньев, получим

$$\frac{J_R(q)\omega^2}{2} = \frac{J_A\omega_A^2}{2} + \frac{J_r(q)\omega^2}{2}.$$

Из этого соотношения следует, что приведенный момент инерции привода выражается зависимостью

$$J_R(q) = J_A u^2 + J_r.$$

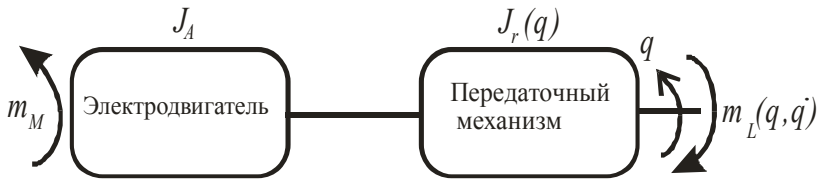


Рис. 2.5. Модель электропривода

Выражение для кинетической энергии системы имеет вид

$$T = \frac{1}{2} J_R(q) \dot{q}^2.$$

$$J_R(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} J'_R(q) \dot{q}^2 = m_M + m_L(q, \dot{q}),$$

Составив уравнение динамики привода в форме Лагранжа, получим из которого следует, что рассматриваемый привод имеет нелинейную динамическую модель и является нелинейной динамической системой

▪ *Наличие зазора в соединениях и учет сил трения*

Наличие зазора в соединении приводит к тому, что функция положения реального механизма отличается от функции положения механизма без зазора – идеального механизма с линейной функцией положения.

Пусть функция положения ведомого звена некоторого механизма с одной степенью подвижности для идеального и реального (с зазором) механизма имеют вид, соответственно $\Psi_I = \Psi_I(q)$ и $\Psi_R = \Psi_R(q + \Delta q)$. Здесь Δq – ошибка в обобщенной координате, вызванная наличием зазора. На практике эта ошибка возникает вследствие различных причин. Из второго равенства следует нелинейность функции положения. Наличие нелинейной функции положения приводит к нелинейной динамической модели.

При учете сил трения (сухом трении) сила трения скольжения определяется по формуле

$$F_T = fN,$$

где f – коэффициент трения скольжения; N – нормальная составляющая силы реакции.

Сила трения всегда направлена противоположно скорости относительного движения – v , как показано на рис. 2.6

Как следует из графика, при перемене направления скорости функция силы трения имеет разрыв. Следовательно, составляющая обобщенной силы, зависящая от силы трения будет нелинейной функцией. Это обстоятельство приводит к нелинейной динамической модели системы при учете силы трения. При таких, существенно нелинейных, характеристиках в точках разрыва нельзя использовать способы линеаризации уравнений.

▪ *Нелинейность упругих характеристик звеньев*

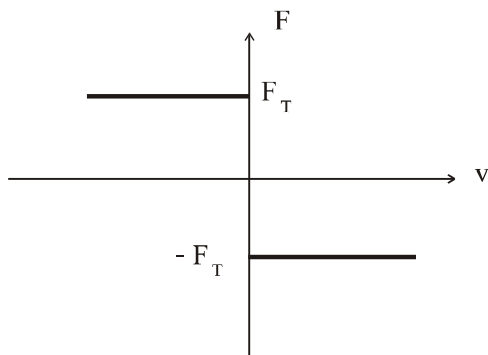


Рис. 2.6. Зависимость между силой трения и скоростью относительного движения

Рассмотрим зубчатую передачу (рис. 2.7), составленную из двух зубчатых колес с числами зубьев z_1 и z_2 . Если предполагать, что зубчатые колеса представляют абсолютно жесткие тела, то угловое перемещение ведомого колеса полностью определяется углом поворота ведущего колеса, а именно

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u_{12}} = \frac{z_1}{z_2} \varphi_1,$$

где u_{12} – передаточное отношение зубчатой передачи.

Теперь предположим, что зубчатые колеса обладают упругими свойствами.

Пусть ведомое колесо 2 закреплено, а к ступице ведущего колеса приложим момент M . Тогда из-за податливости зубьев колес, а также упругих свойств других элементов, ступица колеса 1 повернется на некоторый угол θ .

Когда упругие элементы линейные, θ будет пропорциональным M . При этом отношение $\tilde{n} = M/\theta$ называется коэффициентом жесткости.

Если предположить, что зависимость между θ и M не яв-

ляется линейной, например, $M = c_1 \cos \theta$. Тогда при составлении уравнений Лагранжа II рода выражение для потенциальной энергии приведет к нелинейности динамической модели.

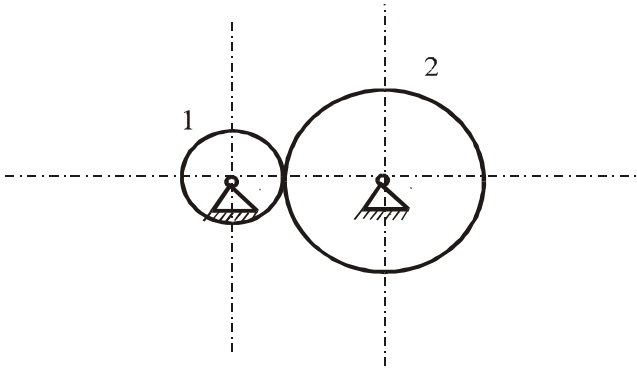


Рис.2.7. Зубчатая передача

▪ *Нелинейность диссипативных сил*

Термин «диссипативные» указывает на наличие сил сопротивления, вызывающих рассеивание (*to dissipate*) механической энергии. Рассмотрим случай, когда силы сопротивления нелинейно зависят от обобщенной скорости. Например, при вращении зубчатого колеса в жидкой среде момент сопротивления будет зависеть от скорости вращения. При высоких скоростях вращения эта зависимость выражается нелинейным равенством, например

$$M = b\dot{q}^2.$$

Указанная составляющая обобщенной силы при выводе дифференциального уравнения приводит к получению нелинейной динамической модели.

Условно, например, виброзащитная система, состоящая из двух тел с моментами инерции J_1, J_2 , связанные звеном с упругим (коэффициент жесткости – c) и диссипативным свойством (коэффициент диссипации – b) изображается как показано на рис. 2.8.

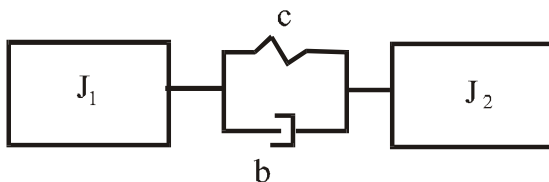


Рис. 2.8. Виброзащитная система

■ *Нелинейные эффекты электронных компонент*

Все электронные усилители имеют ограниченную зону, в которой зависимость между входом – u и выходом – y является линейной. В действительности существует зона насыщения, когда при неограниченном росте входного воздействия, выходной сигнал не превосходит определенного предела y_{max} , y_{min} , что показано на графике (рис. 2.9). Используемые в информационно-измерительной системе датчики в большинстве своем имеют зону нечувствительности. Это объясняется тем, что при некоторых малых значениях измеряемых величин от Δ до Δ , выходной сигнал просто отсутствует. Кроме того, датчики, например потенциометры, так же, как и усилители имеют ограниченную зону линейности от y_{min} до y_{max} (рис. 2.10)

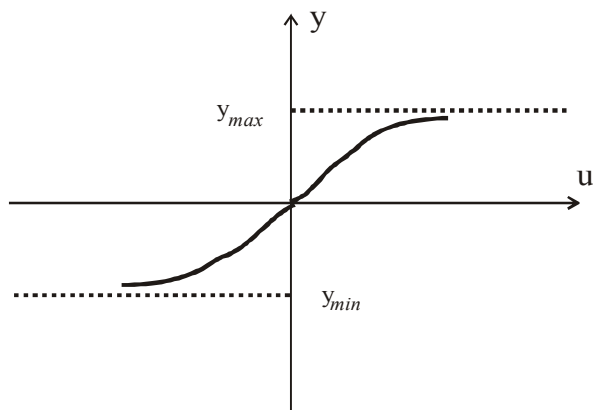


Рис. 2.9. Статическая характеристика усилителя

В системах управления применяются различные переключа-
тельные устройства, представляющие релейные элементы.
Функционально эти элементы изменяют выходные значения при
прохождении некоторого порогового значения входного сигнала.

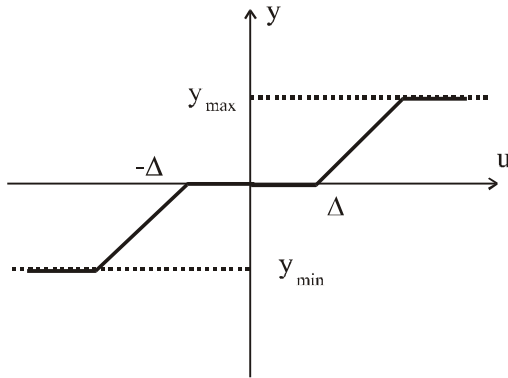


Рис.2.10. Статическая характеристика потенциометра

Характеристика связи вход-выход для релейного элемента
показана на рис. 2.11. Здесь u_i пороговое значение входного
сигнала, при котором срабатывает переключатель.

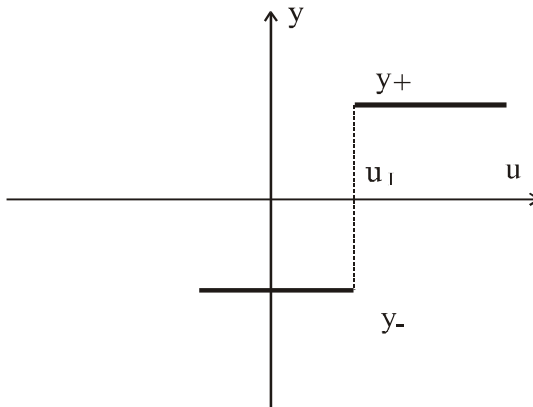


Рис. 2.11. Статическая характеристика реле

▪ *Электромеханические устройства*

Существенной нелинейностью обладают электродвигатели постоянного тока с последовательным соединением обмотки возбуждения. В этих двигателях момент на валу ротора зависит от квадрата тока (входной величины). Также существенной нелинейностью обладают все электродвигатели переменного тока.

2.3. Линеаризация уравнений объекта САУ

Если нелинейность гладкая, т. е. без скачков и существенных отклонений от некоторых (номинальных) значений, то нелинейные уравнения с определенной погрешностью можно заменить на линейные. В этом случае удастся совместить достоинства линейного и нелинейного математического описания САУ путем линеаризации исходного уравнения нелинейной системы. Этот метод основан на описании системы в малых отклонениях от тех значений, которыми определяются невозмущенные состояния, в частности равновесное состояние системы.

Пусть входная u и выходная y величины связаны следующим линейным уравнением:

$$\frac{dy}{dt} = F(u, y, t). \quad (2.6)$$

Невозмущенное (номинальное) состояние системы определяется параметрами u_0 и y_0 . Отклонение входных и выходных величин от этих значений обозначим соответственно через u_t и y_t . Тогда в любой момент времени t

$$u = u_0 + u_t, \quad y = y_0 + y_t.$$

Для динамической системы имеем

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy_0}{dt} + \frac{dy_t}{dt}. \quad (2.7)$$

Разложив нелинейную функцию $F(u, y, t)$ (2.6) в ряд Тейлора в окрестностях значений u_0 и y_0 , получим

$$F(u, y, t) = F(u_0, y_0, t) + \frac{\partial F}{\partial u} \bigg|_{\substack{u=u_0 \\ y=y_0}} u_t + \\ + \frac{\partial F}{\partial y} \bigg|_{\substack{u=u_0 \\ y=y_0}} y_t + F_t(u_t, y_t, t). \quad (2.8)$$

Здесь $F_t(u_t, y_t, t)$ – совокупность остальных членов ряда Тейлора, которыми при малых отклонениях параметров можно пренебречь.

Подставим в равенство (2.6) нелинейную функцию $F(u, y, t)$ из (2.8) с учетом (2.7), получим

$$\frac{dy_0}{dt} + \frac{dy_t}{dt} + a(t)y_t = F(u_0, y_0, t) + b(t)u_t, \quad (2.9)$$

$$\text{где } b(t) = \frac{\partial F}{\partial u} \bigg|_{\substack{u=u_0 \\ y=y_0}}; \quad a(t) = -\frac{\partial F}{\partial y} \bigg|_{\substack{u=u_0 \\ y=y_0}}.$$

При равновесном состоянии, т. е. при $u_t = 0$ и $y_t = 0$, уравнение 2.9 принимает вид

$$\frac{dy_0}{dt} = F(u_0, y_0, t). \quad (2.10)$$

Теперь, если вычесть уравнение (2.10) из уравнения (2.9), то получим искомое линейное дифференциальное уравнение в виде

$$\frac{dy_t}{dt} + a(t)y_t = b(t)u_t \quad (2.11)$$

Таким образом, осуществлена линеаризация нелинейного уравнения (2.6).

Пример 2.3.

Пусть математическое описание ОП с помощью нелинейного уравнения второго порядка имеет вид:

$$6\ddot{y} + 17y\dot{y} + 5xy^3 = 8yx^2. \quad (2.12)$$

Требуется линеаризовать это уравнение в окрестностях номинального режима $x_0 = 6$.

Приняв $\ddot{y} = \dot{y} = 0$, получим из (2.12) значение для y , соответствующее невозмущенному состоянию системы:

$$y_0 = 1.26\sqrt{x_0} = 3,1.$$

Для линеаризации уравнение (2.12) запишем в виде

$$F(\ddot{y}, \dot{y}, y, x) = 6\ddot{y} + 17y\dot{y} + 5xy^3 - 8yx^2 = 0. \quad (2.13)$$

Разложим уравнение (2.13) в ряд Тейлора по всем переменным в окрестностях значений x_0, y_0 . Тогда без учета слагаемых второго и высшего порядка малости получим

$$F(\ddot{y}, \dot{y}, y, x) = F_0 + \left. \frac{\partial F}{\partial \ddot{y}} \right|_0 \Delta \ddot{y} + \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \right|_0 \Delta \dot{y} + \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_0 \Delta y + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_0 \Delta x. \quad (2.14)$$

Определим значения слагаемых в правой части этого уравнения в окрестностях значений x_0, y_0 :

$$F_0 = 5x_0y_0^3 - 8y_0x_0^2 = 0;$$

$$F_0 + \frac{\partial F}{\partial \ddot{y}} \Big|_0 = 6;$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \Big|_0 = 17y_0 = 52,7; \frac{\partial F}{\partial y} \Big|_0 = 17\dot{y}_0 + 15y_0^2 x_0 + 8x_0^2 = 577;$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} \Big|_0 = 5y_0^3 - 16y_0 x_0 = 148,6.$$

Уравнение (2.13) в отклонениях от номинального режима с учетом (2.14) и полученных значений, запишется в виде линейного уравнения:

$$6\ddot{y} + 52,7\dot{y} + 577y = 148,6x. \quad (2.15)$$

Выражение (2.15) является линеаризованным уравнением объекта, описанного нелинейным уравнением (2.12).

2.4. Преобразование Лапласа, передаточные функции

Наряду с применением дифференциальных уравнений в автоматике для анализа и синтеза САУ используются функции комплексных переменных и преобразование Лапласа. Преобразование Лапласа позволяет решить задачи для САУ путем замены сложных дифференциальных уравнений алгебраическими. Кроме того отпадает необходимость определения постоянных интегрирования, и, общее решение неоднородного ДУ определяется сразу при любой правой части ДУ (2.1).

Из курса Высшей математики известно, что функция $f(t)$ имеет преобразование Лапласа, если выполняется условие Дирихле, т. е. $f(t)$ – непрерывная и дифференцируемая функция, равная нулю при $t < 0$.

Функции $f(t)$ называется оригиналом. Преобразование по Лапласу осуществляется выражением

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = L[f(t)] .$$

Здесь $F(s)$ – изображение функции $f(t)$, $s = \alpha \pm j\omega$ – комплексная переменная.

Обратное преобразование Лапласа имеет вид

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds .$$

Это преобразование позволяет определить оригинал по известному изображению.

На практике для прямого и обратного преобразования по Лапласу обычно пользуются таблицей, приведенной в табл. 2.1.

Оператор преобразования САУ в этом случае определяется в виде комплексной передаточной функции. Комплексная передаточная функция определяется как отношение изображений по Лапласу изображений функций выхода и входа при нулевых начальных условиях, т. е.

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\beta_m s^m + \dots, \beta s + \beta_o}{\alpha_n s^n + \dots, \alpha s + \alpha_o} = \frac{B(s)}{A(s)} . \quad (2.16)$$

Здесь $B(s) = \beta_m s^m + \dots, \beta s + \beta_o$, $A(s) = \alpha_n s^n + \dots, \alpha s + \alpha_o$ – комплексные многочлены, полученные заменой p на s в выражениях для операторных многочленов – $B(p)$ и $A(p)$. Корни характеристического уравнения знаменателя в уравнении (2.16) называются полюсами. Полюса линейной системы полностью определяют ее устойчивость. Если вещественная часть полюсов отрицательная, то система устойчива. Корни характеристического уравнения числителя в уравнении (2.16) называются нулями.

Таблица 2.1.
Некоторые важные преобразования Лапласа

$f(t)$	$F(s)$
Ступенчатая функция, $1(t)$	$\frac{1}{s}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$f^{(k)}(t) = \frac{d^k f(t)}{dt^k}$	$s^k F(s) - s^{k-1} f(0^-) - s^{k-2} f'(0^-) - \dots - f^{(k-1)}(0^-)$
$\int_{-\infty}^t f(t) dt$	$\frac{F(s)}{s} + \frac{1}{s} \int_{-\infty}^0 f(t) dt$
Импульсная функция, $\delta(t)$	1
$e^{-at} \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s^2 + a^2) + \omega^2}$
$e^{-at} \cos(\omega t)$	$\frac{(s+a)}{(s^2 + a^2) + \omega^2}$
$\frac{1}{\omega} [(\alpha - a)^2 + \omega^2]^{\frac{1}{2}} e^{-at} \sin(\omega t + \varphi),$ $\varphi = \arctg \frac{\omega}{\alpha - a}$	$\frac{s + \alpha}{(s + a)^2 + \omega^2}$

$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t), \xi < 1$	$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$
$\frac{1}{a^2 + \omega^2} + \frac{1}{\omega\sqrt{a^2 + \omega^2}} e^{-at} \sin(\omega t - \varphi),$ $\varphi = \arctg \frac{-\omega}{a}$	$\frac{1}{s[(s+a)^2 + \omega^2]}$
$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t + \varphi),$ $\varphi = \arctg \xi, \xi < 1$	$\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$
$\frac{\alpha}{a^2 + \omega^2} + \frac{1}{\omega} \left[\frac{(\alpha - a)^2 + \omega^2}{a^2 + \omega^2} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-at} \sin(\omega t + \varphi),$ $\varphi = \arctg \frac{\omega}{\alpha - a} - \arctg \frac{-\omega}{a}$	$\frac{(s + \alpha)}{s[(s+a)^2 + \omega^2]}$

Нули определяют значение коэффициентов экспоненциальной функции в отклике, но на устойчивость не влияют.

Пример 2.4.

Чтобы продемонстрировать применение преобразования Лапласа, рассмотрим пример. На рис. 2.12. показана модель вибросистемы. Тело массой M расположено на виброзащитном устройстве, представляющем пружину жесткостью s и демпфер с коэффициентом вязкого трения b .

Входным воздействием на систему является переменное усилие $F(t)$, а выходной переменной является перемещение $y(t)$ от положения равновесия тела массой M .

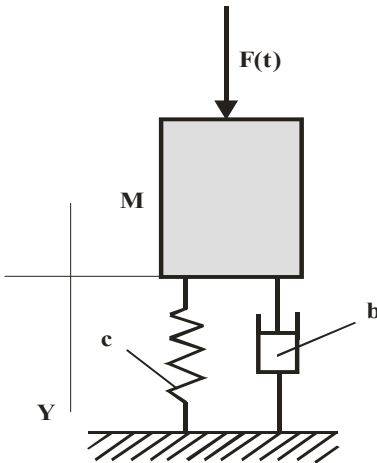


Рис. 2.12. Расчетная модель

Дифференциальное уравнение движения системы имеет вид

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + cy = F(t).$$

Пусть в начальный момент времени $y(0)=0$, $\frac{dy(0)}{dt} = 0$.

Применив преобразование Лапласа к функциям $y(t)$ и $F(t)$, получим

$$M \left[s^2 y(s) - sy(0) - \frac{dy(0)}{dt} \right] + b[sy(s) - y(0)] + cy(s) = F(s).$$

С учетом начальных условий имеем

$$Ms^2 y(s) + bsy(s) + cy(s) = F(s).$$

Отсюда следует комплексная передаточная функция системы в виде

$$W(s) = \frac{y(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + bs + c}.$$

2.5. Описание системы в переменных состояния

Как указывалось выше САУ, независимо от природы составляющих его звеньев, может быть описана подобными дифференциальными уравнениями (2.1). Эти способы относятся к так называемым внешним описаниям системы. Наоборот, внутреннее описание дается в переменных состояния, предпочтительно используется для тех систем, которые имеют более одного входа и выхода. При этом под переменными состояниями системы понимается набор переменных $\bar{x}(t)$, производные первого порядка от которых входят в математическую модель САУ. С другой стороны, под переменными состояниями понимается совокупность переменных, значения которых наряду с входным воздействием $\bar{u}(t)$ позволяет определить будущее состояние системы и выходные величины $\bar{y}(t)$. Математическая модель системы в переменных состояния удобна для компьютерного анализа.

Пусть линейная система, характеризуется вектором состояния $\bar{x}(t) = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, составленным из n -переменных состояния. На вход системы поступают входные управляющие сигналы $\bar{u}(t) = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T$. Система описывается следующими уравнениями состояния в векторном виде:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{a} \cdot \bar{x} + \bar{b} \cdot \bar{u}, \quad (2.17)$$

где $\bar{a}$ и $\bar{b}$ – матрицы, составленные из постоянных коэффициентов, имеют вид:

$$\bar{a} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdot & a_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & \cdot & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdot & b_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{n1} & \cdot & b_{nr} \end{pmatrix}.$$

Кроме уравнения (2.17) для системы можно составить следующее матричное уравнение:

$$\bar{y} = \bar{c} \cdot \bar{x} + \bar{d} \cdot \bar{u}. \quad (2.18)$$

Здесь $\bar{y} = (y_1, \dots, y_p)^T$ – вектор выходных величин. Матрицы постоянных величин имеют вид

$$\bar{c} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdot & c_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{p1} & \cdot & c_{pn} \end{pmatrix}, \quad \bar{d} = \begin{pmatrix} d_{11} & \cdot & d_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ d_{p1} & \cdot & d_{pr} \end{pmatrix}.$$

Решение систем уравнений (2.17) и (2.18) для некоторого момента времени $t = t_0$ позволяет найти $\bar{x}(t)$ для времени $t > t_0$, т. е. определить будущее состояние системы, а также дает возможность определить выходные величины $\bar{y}(t)$.

Из системы уравнений (2.17) и (2.18) можно исключить вектор $\bar{x}$. В этом случае преобразование «вход-выход» может быть описан линейными дифференциальными уравнениями n -го порядка с постоянными коэффициентами в виде (2.1).

Все рассматриваемые виды описаний тесно взаимосвязаны, поэтому, зная одно из них, можно получить остальные. Например, связь между матрицами $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$, описания в пространстве состояний и комплексной передаточной функцией системы $W(s)$ задается уравнением

$$W(s) = \bar{c} (sE - \bar{a})^{-1} \bar{b},$$

где $\tilde{s}$ – оператор Лапласа, $\tilde{E}$ – единичная матрица.

Пример 2.5.

Для примера поступательного движения тела (пример 2.1) $n=2$. Параметрами состояния, первые производные которых входят в уравнение состояния (2.17), являются $x_1 = z$; $x_2 = v$;

$\mathbf{x} = (z, v)^T$. Входным воздействием является сила, следовательно $\mathbf{u} = (u_1) = F$, $r = 1$. Выходной сигнал не входит в правую часть дифференциальных уравнений. Следовательно, $\mathbf{y} = (y_1) = z$, $p = 1$.

Для того чтобы сформировать матрицы параметров модели запишем дифференциальное уравнение (2.17) и уравнение (2.18) в развернутом виде

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= a_{11}z + a_{12}v + b_{11}F; \\ \frac{dv}{dt} &= a_{21}z + a_{22}v + b_{21}F; \\ z &= c_{11}z + c_{12}v.\end{aligned}$$

Отсюда получим матрицы параметров модели

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix}, \quad C = (1 \quad 0), \quad D = 0.$$

Теперь можно записать уравнение состояния в матричной форме:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ m \end{pmatrix} \cdot u; \\ \mathbf{y} &= (1 \ 0) \cdot \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Аналогично, рассматривая динамическую модель тела при вращательном движении (пример 2.2) имеем число параметров состояния $n=2$, число входных воздействий $r=1$, число выходных сигналов $p=1$. Имеем $\mathbf{x} = (\varphi, \omega)^T$; $\mathbf{u} = M_z$; $\mathbf{y} = \varphi$.

Уравнение состояния в матричной форме примет

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ J_z \end{pmatrix} \cdot u; \\ \mathbf{y} &= (1 \ 0) \cdot \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Для RC цепи (пример 2.3) число параметров состояния $n = 2$, т. е. $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2)^T$; $x_1 = U_0$; $x_2 = q$. Число входных воздействий также равно ($r = 1$), $\mathbf{u} = (u_1) = U_i$. Здесь в качестве входного воздействия выбрана входное напряжение. Выходным воздействием является $\mathbf{y} = (U_0)$, $p = 1$.

Запишем уравнение состояния в развернутом виде

$$\frac{dU_0}{dt} = a_{11}U_0 + a_{12}q + b_{11}U_i,$$

$$\frac{dq}{dt} = a_{21}U_0 + a_{22}q + b_{21}U_i.$$

Теперь можно установить матрицы, составленные из параметров модели

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T} & 0 \\ -\frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{T} \\ \frac{1}{R} \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0), \quad D = 0.$$

2.6. Управляемость и наблюдаемость

В n -мерном пространстве состояний $\bar{\mathcal{X}}$ каждому состоянию системы соответствует некоторое положение изображающей точки, определяемое значениями переменные состояния x_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Пусть в пространстве состояний $\bar{\mathcal{X}}$ заданы два множества $G_1 \subset \bar{\mathcal{X}}$ и $G_2 \subset \bar{\mathcal{X}}$. Рассматриваемая система будет управляемой, если существует управление $\bar{u} = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T$, определенное на конечном интервале времени $0 < t < T$, переводящее изображающую точку в пространстве $\bar{\mathcal{X}}$ из подобласти G_1 в подобласть G_2 .

Система называется наблюдаемой, если в формировании вектора выходных координат $\bar{y} = (y_1, \dots, y_p)^T$ участвуют все

составляющие вектора переменных состояния $\bar{x}$. Если ни одна из составляющих вектора $\bar{x}$ не влияет на формирование выхода системы $\bar{y}$, то такая система будет ненаблюдаемой.

Анализ управляемости и наблюдаемости выполняется с помощью *матриц управляемости* и *наблюдаемости* или с помощью *грамианов управляемости* и *наблюдаемости*.

Сформируем на основе матриц $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ две вспомогательные матрицы:

$$R = [\bar{b}, \bar{a}\bar{b}, \dots, \bar{a}^{n-1}\bar{b}], \quad D = [\bar{c}, \bar{c}\bar{a}, \dots, \bar{c}\bar{a}^{n-1}].$$

Матрицы R и D называются соответственно *матрицей управляемости* и *матрицей наблюдаемости* системы. В пакете MATLAB их можно построить с помощью команд **ctrb** и **obsv**.

Для того чтобы система (2.17) была управляемой, необходимо и достаточно, чтобы матрица управляемости имела полный ранг $\text{rank} R = n$.

Для того чтобы система (2.17) была наблюдаемой, необходимо и достаточно, чтобы матрица наблюдаемости имела полный ранг $\text{rank} D = n$.

В случае система с одним входом и одним выходом матрицы R и D квадратные, поэтому для проверки управляемости и наблюдаемости достаточно вычислить определители матриц R и D . Если они не равны нулю, то матрицы имеют полный ранг.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение оператора преобразования (ОП).
2. Какие переменные при записи дифференциального уравнения САУ называются сквозными? Приведите примеры.
3. Какие переменные при записи дифференциального уравнения САУ называются относительными? Приведите примеры.
4. Запишите дифференциальные уравнения (ДУ) через сквозные и относительные переменные.

5. Запишите зависимости в общем случае для описания «вход-выход» любого элемента и САУ.
6. Приведите пример характеристического уравнения.
7. Какой вид имеет общее решение однородного ДУ?
8. Запишите ДУ в операторной форме.
9. Какой вид имеет операторная передаточная функция?
10. Какова последовательность анализа и синтеза системы?
11. Причины, приводящие к нелинейным ДУ.
12. В каких случаях нелинейные уравнения с определенной погрешностью можно заменить на линейные?
13. Приведите последовательность линеаризации нелинейного уравнения.
14. Преимущества использования преобразования Лапласа.
15. Приведите выражение преобразования по Лапласу.
16. Приведите выражение обратного преобразования Лапласа.
17. Приведите выражение комплексной передаточной функции.
18. Дайте определение переменных состояния системы.
19. Приведите выражение для вектора состояния.
20. Напишите уравнения состояния САУ.
21. Какая САУ называется управляемой?
22. Какая САУ называется наблюдаемой?
23. Необходимые и достаточные условия управляемости, выраженные через матрицы управляемости и наблюдаемости.

3. ОЦЕНКА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ САУ

3.1. Оценка статических свойств

Процессы в САУ делятся на переходной процесс и установившийся. Переходной процесс – это процесс перехода САУ с течением времени из одного состояния в другой, а установившийся процесс характеризуется постоянством во времени внешних воздействий и условий работы САУ.

В зависимости от процессов происходящих в САУ различают два режима функционирования работы САУ и их элементов: динамический и статический.

Переходному процессу соответствует динамический режим функционирования САУ и их элементов. Этому режиму в САУ уделяется наибольшее время. В динамическом режиме величины, определяющие состояние САУ и их элементов изменяется во времени. Выше были представлены математические модели САУ в динамическом режиме в виде дифференциальных уравнений n -го (2.1) или в виде уравнений состояния (2, 17, 2.18).

Наоборот, установившийся процесс в САУ соответствует статическому режиму функционирования, при котором величины, характеризующие состояние САУ не изменяются во времени. Для оценки САУ в статическом (установившемся) режиме используется показатель называемый точностью управления. Этот показатель определяется по статической характеристике САУ. Статическая характеристика САУ представляет зависимость установившегося значения выходного параметра – y_0 от входного параметра – u_0 , при постоянном возмущении или же зависимость выходного параметра – y_0 в установившемся режиме от возмущения – f , при постоянном входном параметре. Уравнения статики САУ имеют вид $F(y_0, u_0)_{f=const} = 0$ или $G(y_0, f)_{u=const} = 0$. В общем случае уравнения могут быть нелинейным. Рассмотрим статическую характеристику элементов или САУ в целом (рис. 3.1), построенную по второму уравнению.

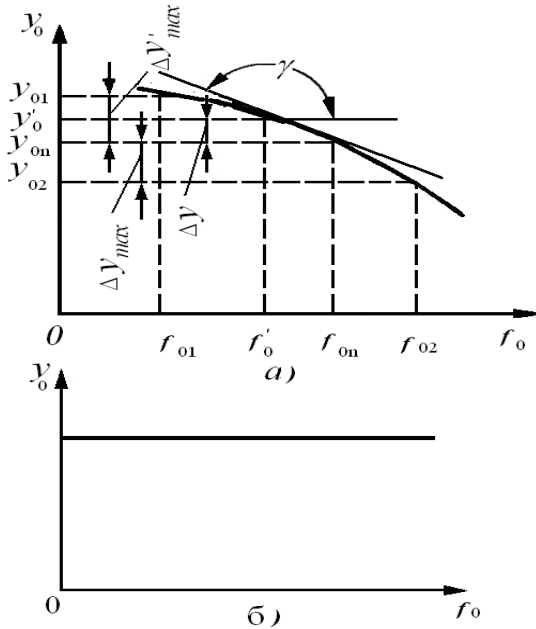


Рис. 3.1. Статические характеристики статических и астатических систем

Если установившееся значение ошибки в системе зависит от установившегося значения возмущения f , то система называется *статической* (рис. 3.1, а), а если не зависит – то *астатической* (рис. 3.1, б).

Статические свойства системы оцениваются абсолютным значением статической ошибки и относительной статической ошибкой, называемой статизмом. Абсолютное значение статической ошибки (рис. 3.1, а)

$$\Delta y = |y_0^i - y_{0n}|,$$

где y_0^i – установившееся значение выходного параметра при i значении возмущения f_0^i ; y_{0n} – номинальное значение вы-

ходного параметра в статическом режиме при номинальной нагрузке f_{0n} . При этом номинальное значение выходного параметра определяется как среднеарифметическое от максимального y_{01} и минимального y_{02} текущего значения выходного параметра

$$y_{0n} = \frac{y_{01} + y_{02}}{2}.$$

В этом случае максимальное значение статической ошибки

$$\Delta y_{\max} = |y_{01} - y_{0n}| = |y_{02} - y_{0n}|.$$

Относительная статическая ошибка, или статизм, системы равен

$$S = \frac{|y_{02} - y_{01}|}{y_{0n}} = \frac{2\Delta y_{\max}}{y_{0n}}.$$

Также, статизм можно характеризовать коэффициентом статизма χ , равным тангенсу угла наклона статической характеристики $\chi = \operatorname{tg} \gamma$ (рис. 3.1, а).

Эффективность статического регулирования САУ в установленном режиме оценивается по так называемой степени точности управления, равной отношению абсолютной статической ошибки неавтоматизированного объекта управления (без регулятора) к абсолютной статической ошибке автоматической системы.

В некоторых случаях статическая ошибка нежелательна, тогда переходят к астатическому регулированию или вводят компенсирующие воздействия на возмущения.

Для астатического регулирования необходимо устранить связь между входным и выходным параметром, для этого вводится, например, астатическое звено, в качестве которого может быть выбрано интегрирующее звено, рассматриваемое далее (п. 4.4).

Для астатической системы абсолютное значение статической ошибки и коэффициента статизма равны нулю, а степень точности – бесконечности.

3.2. Оценка динамических свойств системы

При функционировании САУ динамические процессы в элементах и САУ, как указывалось выше, делятся на установившиеся и переходные. В качестве примера, на рис. 3.2 показана диаграмма изменения угловой скорости управляемого двигателя. После включения двигателя наблюдается переходный процесс, который графически изображается в виде кривой разгона. Как показано на диаграмме, в течение некоторого промежутка времени t_P – времени разгона, угловая скорость двигателя, изменяясь по кривой разгона, достигает установившегося значения – ω_U . Затем наблюдается установившийся процесс, характеризующий постоянством внешних возмущений и других условий функционирования системы. В динамическом режиме качество переходного процесса характеризуется следующими параметрами:

- временем первого согласования t_1 – когда впервые достигается угловая скорость ω_U ;
- перерегулированием δ_0 в %;
- временем переходного процесса t_P .

В целом при оценке функционирования САУ и его элементов в динамическом режиме при переходном используются качественные характеристики, а в установившемся режиме используются критерии устойчивости. Как отмечалось ранее устойчивость – это способность системы при установившемся состоянии возвращаться в прежнее состояние после того, как она была выведена из этого состояния каким-либо возмущением.

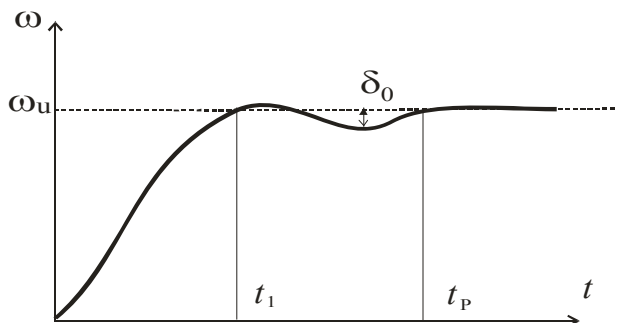


Рис. 3.2. Кривая разгона

Качество процесса управления характеризуется тем, насколько процесс управления близок к желаемому. Количественно оно определяется критериями качества, которые определяются в соответствии с целью управления. В приведенном примере качество процесса определяется отклонением угловой скорости от заданного значения, колебательностью процесса в установившемся режиме и т. д. Для того чтобы оценить динамические свойства автоматической системы, используются представленные выше аналитические описания. Полученные при этом решения и выводы будут различными при различных формах входного воздействия. Поэтому вначале необходимо решить, какую форму входного воздействия целесообразно выбрать.

Во-первых, воздействие должно соответствовать наиболее тяжелому режиму работы системы из числа, встречающихся при ее эксплуатации. Во-вторых, оно должно быть достаточно простым, чтобы не затруднять решение. Этим условиям удовлетворяют воздействия двух форм: единичная ступенчатая функция (единичный скачок) и единичный импульс. В САУ для оценки динамики САУ и элементов в переходном процессе применяют переходную функцию как реакцию системы на единичный скачок и импульсную переходную функцию как реакцию системы на единичный импульс. Переходную и импульсную переходную функцию получают, решая дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями для случаев, когда входная величина является единичным скачком или единичным импульсом.

3.3. Качественные характеристики САУ

3.3.1. Временные характеристики

Основными задачами, которые решаются при анализе систем управления является выявление и количественная оценка свойств поведения САУ. Эти задачи часто решаются через характеристики элементов автоматике и способов их взаимосоединения. Решение задач анализа САУ предполагает выбор элементов автоматике и их взаимосвязь, обеспечивающую требуемые характеристики системы. Анализ и синтез систем управления сводится в общем случае к решению следующих 3-х задач:

- в нахождении качественных характеристик САУ;
- определение условий устойчивости, при которых система возвращается к заданному состоянию плавно или через колебания уменьшающейся амплитуды;
- выявление и устранение ошибок в установившемся режиме работы САУ.

Выше были приведены некоторые показатели качества САУ в динамическом режиме. Было отмечено, что для оценки переходного процесса применяется скачкообразное изменение входного сигнала. Реакция системы на единичный скачок называется переходной функцией. Пусть функция единичного скачка (ступенчатая функция) входного сигнала имеет вид

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t \geq 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

График единичной ступенчатой функции представлен на рис. 3.3.

Используя преобразование Лапласа (2.16), связь между выходным сигналом (реакцией системы) и входным единичным скачком (3.1) запишем в виде

$$H(s) = W(s) U(s). \quad (3.2)$$

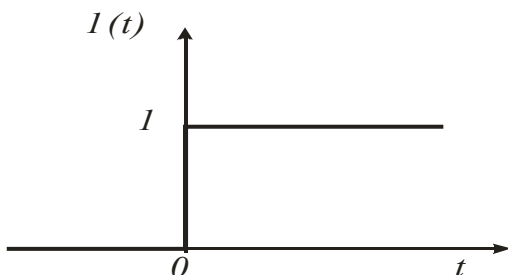


Рис. 3.3. Единичная ступенчатая функция

Воспользовавшись таблицей преобразований Лапласа, получим $U(s)=1/s$.

Тогда изображение $H(s)$ переходной функции $h(t)$ определяется из (3.2)

$$H(s)=W(s)/s. \quad (3.3)$$

Для любого входного воздействия, комплексная передаточная функция может быть определена из правой части равенства (2.5), тогда

$$H(s) = \frac{B(s)}{s \cdot A(s)}. \quad (3.4)$$

Следовательно, изображение переходной функции заданной САУ может быть использована для определения реакции системы на любой сигнал. Действительно, подставив в (2.16) выражение для $W(s)$ из (3.3), получим

$$Y(s) = sH(s)U(s). \quad (3.5)$$

Переходная функция $H(s)$ в комплексной форме является одной из временных характеристик САУ и представляет один из операторов преобразования входной функции в выходную. Изменением функции $H(s)$ можно получить систему с заданным поведением при управлении.

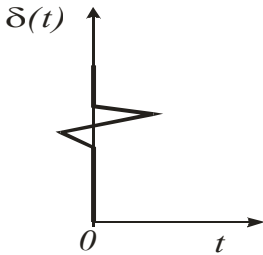


Рис. 3.4. Импульсная функция

Единичная импульсная функция или дельта функция $\delta(t)$ – это математическая идеализация предельно короткой импульсной функции. Единичный импульс (рис. 3.4.) имеет площадь равную единице при длительности импульса, равной нулю и высоте, равной бесконечности.

Эта функция наряду с единичным скачком используется в качестве входного сигнала. Аналитически дельта функция записывается в виде

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0 \\ 0 & \text{при } t \neq 0 \end{cases}.$$

Согласно определению

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1.$$

Связь между дельта функцией и функцией единичного скачка устанавливается выражением

$$\delta(t) = \dot{1}(t).$$

Если на вход системы или элемента воздействует дельта функция $u(t) = \delta(t)$, то реакция в виде выходной функции $y(t) = \varpi(t)$ – называется импульсной переходной характеристикой или весовой функцией.

Функции $h(t)$ и $\varpi(t)$ относятся к временным характеристикам САУ и связаны соотношением

$$\varpi(t) = \dot{h}(t).$$

Так же, как и в случае переходной функции, весовая функция используется в качестве оператора преобразования и может быть использована для определения реакции системы на произвольное воздействие. Для этого используется интеграл свертки

$$y(t) = \int_0^{\infty} u(\tau) \varpi(t - \tau) d\tau = \int_0^{\infty} u(t - \tau) \varpi(\tau) d\tau.$$

Таким образом, полный переходной процесс получается в результате суммирования реакций на все входные воздействия.

3.3.2. Частотные характеристики

Наряду с временными характеристиками, для качественного анализа системы используются частотные характеристики. В данном случае на линейную систему оказывается гармоническое входное воздействие с амплитудой a_i и частотой ω , изменяющейся в произвольном диапазоне.

$$x = a_i \sin \omega t. \quad (3.6)$$

В линейных САУ установившаяся реакция будет изменяться по гармонической зависимости.

Для анализа САУ с помощью частотных характеристик используется прямое преобразование Фурье, дифференциальных уравнений системы (2.1):

$$\Phi\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j\omega t} dt.$$

Также для частотного преобразования можно использовать двухстороннее преобразование Лапласа, формально заменив s на $j\omega$.

Частотную передаточную функцию можно получить просто, заменив s на $j\omega$ в выражении для комплексной ПФ $W(s)$ (2.16), тогда:

$$W(s) = W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jG(\omega). \quad (3.7)$$

Здесь $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$ называются соответственно амплитудно-частотной и фазочастотной характеристикой системы. $P(\omega)$, $G(\omega)$ – вещественная и мнимая частотные характеристики. Годограф функции $W(j\omega)$ представляет амплитудно-фазочастотную характеристику (АФЧХ).

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) определяется из выражения

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + G^2(\omega)}. \quad (3.8)$$

Фазочастотная характеристика (ФЧХ) определяется как

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{G(\omega)}{P(\omega)}. \quad (3.9)$$

Таким образом, модуль $A(\omega) = \operatorname{mod} W(j\omega)$ (3.8) является амплитудно-частотной функцией, её график – амплитудно-частотной характеристикой.

Аргумент $\varphi(\omega) = \operatorname{arg} W(j\omega)$ (3.9) называется фазочастотной функцией, его график – фазочастотной характеристикой.

При гармоническом воздействии в устойчивых системах, после окончания переходного процесса, выходная величина также изменяется по гармоническому закону, но с другими амплитудой и фазой. При этом отношение амплитуд выходной и входной величин равно модулю $A(\omega)$, а сдвиг фазы – аргументу $\varphi(\omega)$ частотной передаточной функции. И, следовательно, амплитудно-частотная характеристика показывает отношение амплитуд, а фазочастотная характеристика – сдвиг фазы выходной величины относительно входной в зависимости от частоты входного гармонического воздействия.

Достоинством частотных методов является то, что частотные характеристики могут быть получены экспериментальным путем без проведения сложных аналитических решений.

Теперь обратим внимание на связь между АЧХ и ФЧХ. Х.У. Боде доказано, что для некоторых звеньев, называемых минимально фазовыми, существует однозначная зависимость

между функциями $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$. В общем случае минимально фазовыми называется звено, у которого все полюсы и нули передаточной функции имеют отрицательные или равные нулю действительные части. Минимально-фазовые звенья являются устойчивыми.

АЧХ удобно представить в логарифмическом масштабе в децибелах (дБ). При этом логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) находится из выражения

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega). \quad (3.10)$$

Следует отметить, что Бел представляет логарифмическую единицу, соответствующую десятикратному увеличению мощности.

При графическом построении ЛАЧХ частоты откладываются в логарифмическом масштабе по оси абсцисс в размерности с^{-1} или в Гц. Диапазоны частот разделяются на октавы и декады (рис. 3.5). Октава – это диапазон частот, заключенный между значениями частот, отличающимися друг от друга в 2 раза. Декада – диапазон для частот, отличающихся в 10 раз

Преимуществом логарифмических амплитудно-частотных характеристик является возможность их графического построения при анализе и синтезе САУ, без рутинной, во многих случаях, вычислительной работы.

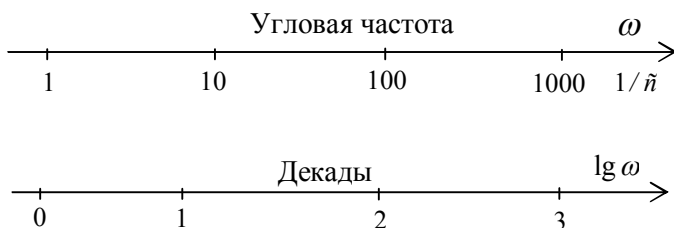


Рис. 3.5. Ось абсцисс ЛАЧХ и ЛФЧХ

Это особенность проявляется в тех случаях, когда частот-

ная передаточная функция может быть представлена в виде произведения сомножителей. Тогда результирующая ЛАЧХ, может быть найдена суммированием ординат ЛАЧХ, соответствующих отдельным сомножителям. Часто не требуется даже такого суммирования, и результирующая ЛАЧХ может быть приближенно построена в виде так называемой асимптотической ЛАЧХ, представляющей собой совокупность отрезков прямых линий с наклонами, кратными 20 дБ/дек.

Пример 3.1.

Пусть модуль частотной передаточной функции равен постоянному числу $A(\omega) = k_0$, тогда

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k_0.$$

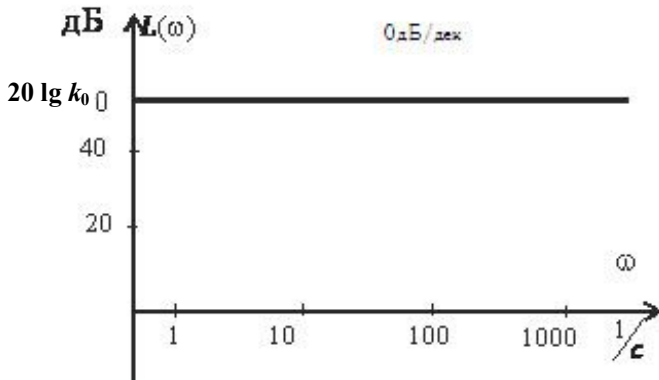


Рис. 3.6. График ЛАЧХ при $L(\omega) = 20 \lg k_0$

ЛАЧХ представляет собой прямую, параллельную оси абсцисс (рис. 3.6).

Рассмотрим случай, когда $A(\omega) = \frac{k_1}{\omega}$. Тогда

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{k_1}{\omega} = 20 \lg k_1 - 20 \lg \omega.$$

Нетрудно видеть, что это прямая линия, проходящая через точку с координатами $\omega = 1\tilde{n}^{-1}$ и $L(\omega) = 20 \lg k_1$, имеющая отрицательный наклон 20 дБ/дек, т. к. увеличение частоты в десять раз вызовет увеличение $\lg \omega$ на одну единицу, т.е. уменьшение $L(\omega)$ на 20 дБ (рис. 3.5).

Очевидно, что размерность коэффициента k_1 должна быть $[\tilde{n}^{-1}]$.

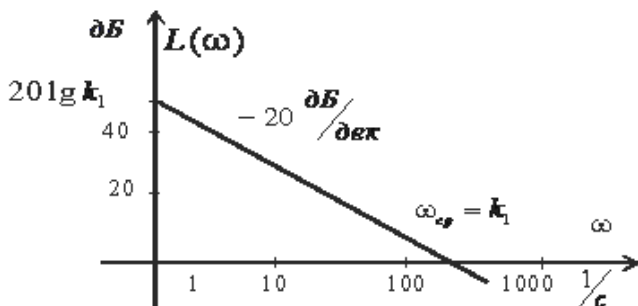


Рис.3.7. График ЛАЧХ при $L(\omega) = 20 \lg \frac{k_1}{\omega}$

Аналогичным образом можно показать, что в случае $A(\omega) = \frac{k_2}{\omega^2}$ ЛАЧХ представляет собой прямую линию с отрицательным наклоном 40 дБ/дек. Эта прямая может быть построена по одной какой-либо точке, например по точке $\omega = 1\tilde{n}^{-1}$ и $L(\omega) = 20 \lg k_2$ или по частоте среза $\omega = \sqrt{k_2}$.

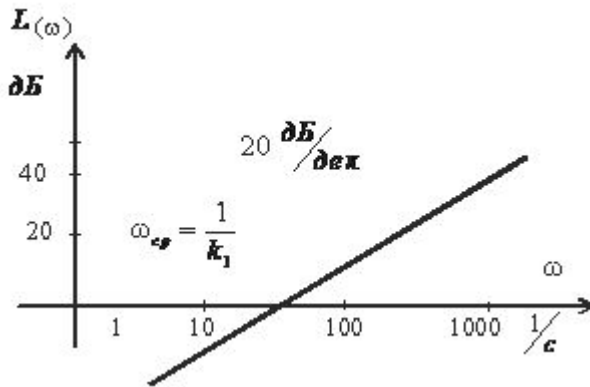


Рис. 3. 8. График ЛАЧХ

$$L(\omega) = 20 \lg k_3 \omega + 20 \lg \omega$$

Очевидно, что размерность коэффициента k_2 в этом случае должна быть $[\tilde{n}^{-2}]$.

Пример 3.2

Рассмотрим случай, когда $A(\omega) = k_3 \omega$. Тогда

$$L(\omega) = 20 \lg k_3 \omega = 20 \lg k_3 + 20 \lg \omega.$$

Нетрудно видеть, что это – прямая линия, проходящая через точку $\omega = 1 \tilde{n}^{-1}$ и $L(\omega) = 20 \lg k_3$ и имеющая положительный наклон 20 дБ/дек.

Эта прямая может быть построена также по частоте среза $\omega = \frac{1}{k_3}$, полученная приравниванием $A(\omega) = 1$ (рис.3.8.).

Аналогичным образом можно показать, что в случае, ко-

гда $A(\omega) = k_4 \omega^2$, ЛАЧХ представляет собой прямую линию с положительным наклоном $40_{\text{дБ}} / \text{дек}$. Эта прямая может быть построена $\omega = 1 \text{ н}^{-1}$ и $L(\omega) = 20 \lg k_4$ или по частоте среза $\omega = \frac{1}{\sqrt{k_4}}$.

Контрольные вопросы:

1. Какие различают два режима работы САУ?
2. В чем особенность статического режима?
3. Как определяется абсолютное значение статической ошибки?
4. Как определяется максимальное значение статической ошибки?
5. Как определяется относительная статическая ошибка, или статизм?
6. В чем особенность динамического режима?
7. Что характеризует степени точности САУ в установившемся режиме?
8. Какой процесс называется переходным?
9. Какой процесс называется установившимся?
10. Что представляет кривая разгона?
11. Какими параметрами характеризуется качество переходного процесса?
12. Как определяется качество процесса управления?
13. Какие качественные характеристики САУ используются?
14. Приведите 3 характерные задачи, решаемые при анализе и синтезе САУ?
15. Как называется реакция системы на единичный скачок?
16. Запишите выражение для изображения $H(s)$ переходной функции $h(t)$.
17. Единичная импульсная функция или дельта функция

$\delta(t)$.

18. Связь между дельта функцией и функцией единичного скачка.
19. Как получают частотные характеристики?
20. Как получить выражение для частотной передаточной функции $W(j\omega)$?
21. Получите выражение амплитудно-частотной характеристики (АЧХ).
22. Получите выражение фазово-частотной характеристика (ФЧХ).
23. В чем достоинство частотных методов?
24. Дайте определение минимально-фазового звена.
25. Получите выражение для логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ).

4. ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ И СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ САУ

При определенной идеализации объекта, его поведение можно описать с помощью заранее известной простого ОП. Этот ОП не зависит от физико-химической сущности процесса, протекающего в объекте. Звенья с такими ОП относятся к типовым. Различают следующие виды типовых динамических звеньев (ТДЗ): усилительное, апериодическое первого порядка, колебательное, интегрирующее, дифференцирующее, запаздывания.

Каждое ТДЗ характеризуется уравнением динамики, передаточными и частотными функциями, временными характеристиками.

В автоматике типовые звенья составляют математический аппарат (инструмент), используемый для получения математической модели САУ. Реальные звенья могут описываться ДУ выше второго порядка, но это описание можно заменить системой уравнений, каждое из которых не выше второго порядка. Таким образом, любую систему можно представить в виде совокупности типовых динамических звеньев.

4.1. Усилительное звено

Оператор преобразования усилительного звена (УЗ) равен коэффициенту передачи k .

Уравнение динамики имеет вид

$$y = ku. \quad (4.1)$$

После преобразования по Лапласу получим

$$Y(s) = kU(s).$$

Тогда передаточная функция усилительного звена равна постоянной величине

$$W(s) = k.$$

Это звено называется безинерционным. Примером такого звена является механический редуктор (k – соответствует передаточному отношению), широкополосный усилитель (k – соответствует коэффициенту усиления), делитель напряжения и т. п. Многие датчики сигналов, такие как потенциометрические датчики, индукционные датчики, вращающиеся трансформаторы могут рассматриваться как безинерционные звенья.

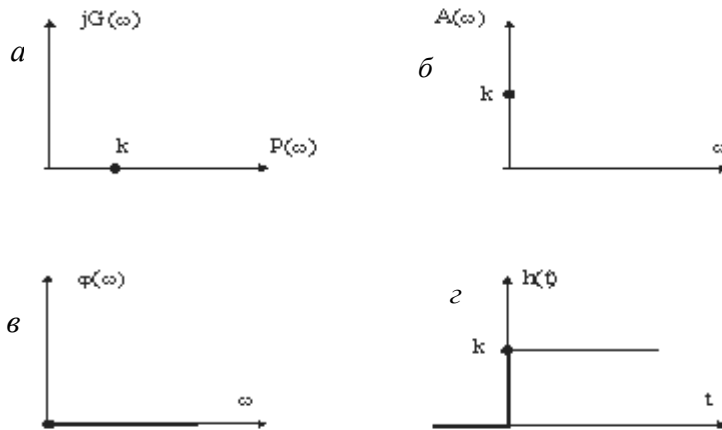


Рис. 4.1. Качественные характеристики УЗ

Амплитудно-фазочастотная характеристика $W(j\omega) = k$ вырождается в точку, расположенную на вещественной оси на расстоянии k от начала координат (рис. 4.1, а).

Амплитудно-частотная характеристика $A(\omega) = k$ (рис. 4.1, б), постоянна на всех частотах.

Фазочастотная характеристика $\varphi(\omega) = 0$ (рис. 4.1, в).

Переходная характеристика (рис. 4.1, г) УЗ представляет собой ступенчатую функцию, т. е. при $u = 1(t)$, $y = h(t) = k \cdot 1(t)$.

Безинерционное звено является некоторой идеализацией реальных звеньев. В действительности ни одно звено не в состоянии равномерно пропускать все частоты от 0 до ∞ .

4.2. Аperiodическое звено первого порядка

Дифференциальное уравнение аperiodического звена – оригинал имеет вид

$$T \frac{dy}{d\tau} + y = ku. \quad (4.2)$$

После преобразования по Лапласу уравнения (4.2) получим

$$(T s + 1)Y(s) = kU(s). \quad (4.3)$$

Здесь T – постоянная времени; k – коэффициент передачи.

Из выражения (4.4) можно получить передаточную функцию

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{Ts + 1}. \quad (4.4)$$

Аналитическое выражение вектора АФЧХ получают через передаточную функцию, заменив в ней оператор Лапласа s на выражение $j\omega$, где ω – частота колебаний, $\omega = 1/T_0$; T_0 – период колебаний.

Тогда после необходимых преобразований (4.4) получим частотную характеристику:

$$W(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + 1} = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1} - j \frac{kT\omega}{T^2\omega^2 + 1} = P(\omega) + jG(\omega). \quad (4.5)$$

Изменяя частоту от 0 до ∞ , можно построить (рис. 4.2) АФЧХ, т. е. годограф функции $W(j\omega)$, представляющий собой полуокружность, расположенную в четвертом квадранте комплексной плоскости, диаметр которой равен коэффициенту k .

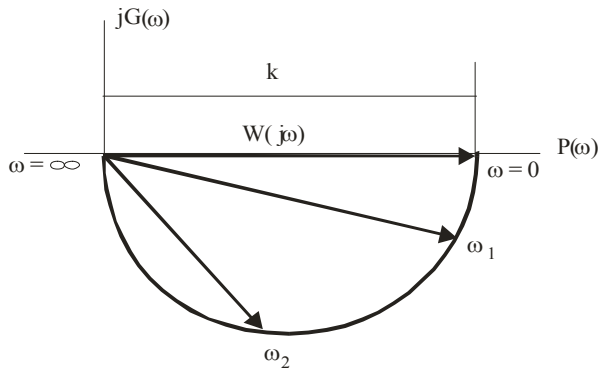


Рис. 4.2. График АФЧХ аperiodического звена.

На рис. 4.3, *а* показана АЧХ, представляющую кривую, описываемую равенством

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}. \quad (4.6)$$

Кривая ФЧХ (рис. 4.3, *б*) описывается равенством

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{G(\omega)}{P(\omega)} = \operatorname{arctg}(-\omega T). \quad (4.7)$$

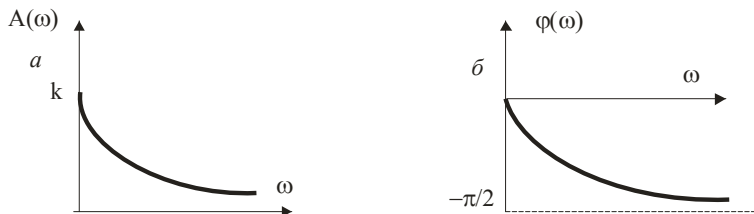


Рис. 4.3. Графики АЧХ и ФЧХ аperiodического звена первого порядка

На рис. 4.4 приведена типовая кривая разгона аperiodического звена, которая называется *экспонентой*. Если к любой ее точке провести касательную, а затем точку касания и точку пересечения касательной с асимптотой, спроецировать на ось времени, то получится один и тот же отрезок на оси времени. Эта проекция, называемая *постоянной времени*, соответствует коэффициенту T в передаточной функции, а ордината асимптоты, к которой стремится экспонента соответствует коэффициенту k .

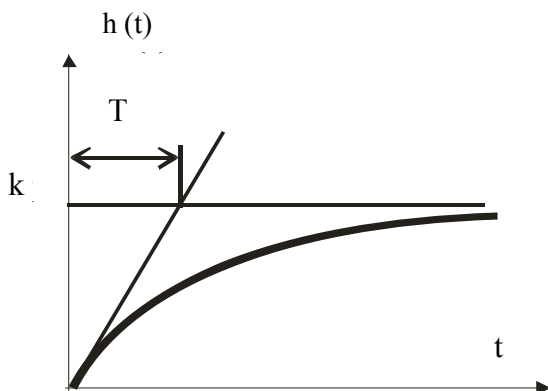


Рис. 4.4. Переходная функция аperiodического звена

Таким образом по переходной функции легко найти коэффициенты k и T в передаточной функции аperiodического звена. Если известна осциллограмма переходной функции получена экспериментально, то выделив на графике точку $h = 0,63$, принимая $k = 1$ получим $t = T$.

Чтобы получить выражение для построения логарифмической амплитудно-частотной характеристики в формулу (3.10) подставим равенство (4.6), тогда имеем

$$L(\omega) = 20 \lg k - 10 \lg [1 + (\omega T)^2] . \quad (4.8)$$

При построении графика вначале составим уравнение низкочастотных асимптот, которое получится при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega T_0 < 1$ в виде

$$L_1(\omega) = 20 \lg k. \quad (4.9)$$

Уравнение высокочастотных асимптот при $\omega \rightarrow \infty$ и $\omega T > 1$ получится из (4.8)

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg(\omega T) \quad (4.10)$$

Асимптота, построенная по зависимости (4.9) представляет прямую параллельную оси абсцисс, асимптота, построенная по равенству (4.10) представляет прямую с наклоном 20 дБ/дек. В чем нетрудно убедиться, взяв конкретные значения ω . На рис. 4.5, а построена логарифмическая амплитудная характеристика при различных значениях k .

Чтобы построить логарифмическую фазовую характеристику в выражение (3.9) подставим в числитель и знаменатель, соответствующие слагаемые из (4.5), тогда имеем

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega T. \quad (4.11)$$

На рис. 4.5, построена логарифмическая фазовая характеристика. При этом по оси абсцисс откладывается значение $\lg \omega$.

Примером реализации аperiodического звена является электродвигатель небольшой мощности, который после включения в электросеть (подачи единичного скачка) набирает обороты по экспоненте. Другим примером является электрический RC. Объекты с передаточной функцией аperiodического звена называются статическими.

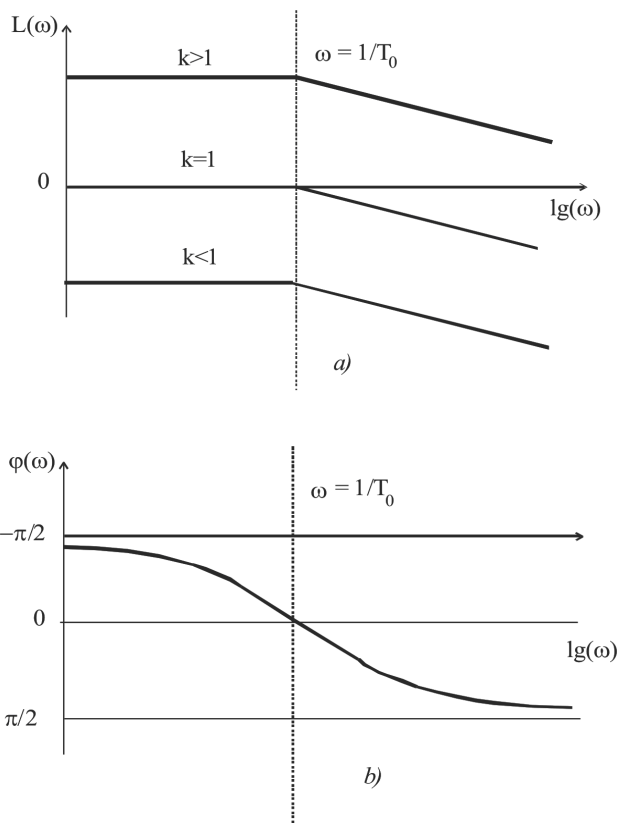


Рис. 4.5. Графики ЛАЧХ и ЛФХ апериодического звена

Пример 4.1.

Рассмотрим пример построения логарифмических амплитудно-частотных характеристик для апериодического звена, имеющего передаточную функцию следующего вида:

$$W(s) = \frac{5}{1 + 2s}.$$

Для построения асимптотической ЛАЧХ необходимо определить частоту среза

$$\omega_{cp} = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5.$$

Эту частоту среза отложим на оси частот ω . Левее значения частоты среза расположим ось ординат. По оси $L(\omega)$ отложим величину $L(\omega) = 20 \lg K = 20 \lg 5 = 20 \cdot 0.6990 = 13.98$ дБ. От этой точки до точки ω_{cp} проводим линию с наклоном $0 \frac{\text{дБ}}{\text{дек}}$. Далее, от точки ω_{cp} проведем линию с наклоном $20 \frac{\text{дБ}}{\text{дек}}$ (рис. 4.6).

При построении ФЧХ, $\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega$, применим следующее упрощение: зная величины аргумента функции арктангенса, при их равенстве 0, 30, 45, 60, 90 градусам, можно определить значения частот, обеспечивающих эти значения аргументов функций, т. е. $\arctg 0 = 0^\circ$; $\arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$; $\arctg 1 = 45^\circ$; $\arctg \sqrt{3} = 60^\circ$; $\arctg \infty = 90^\circ$. На основании этих выражений определим значения ФЧХ:

при $\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega = 0^\circ$ имеем $2\omega = 0$, отсюда $\omega = 0$;

при $\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega = -30^\circ$ имеем $2\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}$, отсюда

$$\omega = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{3.46} = 0.28;$$

при $\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega = -45^\circ$ имеем $2\omega = 1$, отсюда

$$\omega = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{3.46} = 0.28;$$

при $\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega = -60^\circ$ имеем $2\omega = \sqrt{3}$, отсюда

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86 ;$$

при $\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega = -90^0$ имеем $2\omega = \infty$, отсюда $\omega = \infty$.

Сведем полученные результаты в табл. 4.1.

Табл.4.1

ω	0	0.28	0.5	0.86	∞
$\varphi(\omega)$	0^0	-30^0	-45^0	-60^0	-90^0

На основании этой таблицы, построен график ФЧХ $\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega$ (рис. 4.6).

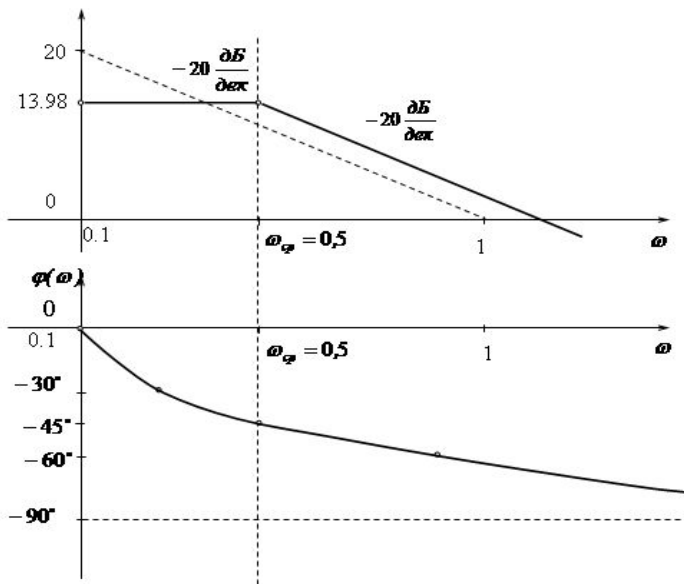


Рис.4.6. ЛАЧХ аperiodического звена

4.3. Колебательное звено

Колебательным звеном может быть представлен элемент САУ, включающий не один, а два энергетические или массовые ёмкости. Например, в одной ёмкости накапливается потенциальная энергия, а в другой – кинетическая. Канал, по которой обмениваются энергией, обладает некоторым сопротивлением и на нем происходит потеря энергии. Мерой потери энергии является коэффициент затухания ξ . Причем чем больше ξ , тем больше потери.

При $0 < \xi < 1$ переходной процесс будет колебательным и звено будет называться колебательным. Колебательное звено описывается дифференциальным уравнением вида

$$T^2 \ddot{y} + 2T\xi\dot{y} + y = ku \quad (\xi > 1). \quad (4.12)$$

После преобразования по Лапласу получим

$$(T^2 s^2 + 2T\xi s + 1)Y(s) = kU(s). \quad (4.13)$$

Корни характеристического уравнения $T_2^2 s^2 + T_1 s + 1 = 0$ должны быть комплексными, что будет выполняться при условии $T_1 < 2T_2$.

Уравнение (4.13) обычно представляется в виде

$$\left(\frac{s^2}{q^2} + \frac{2\xi s}{q} + 1 \right) Y(s) = kU(s), \quad (4.14)$$

где $q = \frac{1}{T}$ – угловая частота свободных колебаний (при отсутствии затухания).

Передаточная функция колебательного звена имеет вид

$$W(s) = \frac{k}{1 + 2\xi Ts + T^2 s^2} = \frac{k}{1 + \frac{2\xi s}{q} + \frac{s^2}{q^2}}. \quad (4.15)$$

Примерами колебательного звена могут быть рассмотренные выше в примере 2.3 виброзащитная система (демпфер), RLC-цепи, управляемые двигатели постоянного тока (при определенных условиях), упругие механические передачи, гироскопические устройства.

Корни характеристического уравнения для ДУ (4.12) будут при $0 < \xi < 1$ комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью

$$s_{1,2} = -\gamma \pm j\lambda = -\frac{\xi}{T} \pm j\frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2} = -\xi q \pm jq\sqrt{1-\xi^2}. \quad (4.16)$$

Вещественная часть корня γ представляет собой коэффициент затухания переходного процесса, а λ – частоту затухающих колебаний.

Переходная характеристика колебательного звена описывается следующим уравнением:

$$h(t) = k \left[1 - e^{-\gamma t} \left(\cos \lambda t + \frac{\gamma}{\lambda} \sin \lambda t \right) \right] \cdot 1(t),$$

где $\gamma = \frac{\lambda}{\pi} \ln \frac{A_1}{A_2}$; $\gamma = \xi q$; $\lambda = q\sqrt{1-\xi^2}$; A_1, A_2 – макси-

мальные амплитуды колебаний относительно его установившегося значения, отстоящие друг от друга на время, равное полупериоду колебаний.

График переходной характеристики носит колебательный характер и представлен на рис. 4.7.

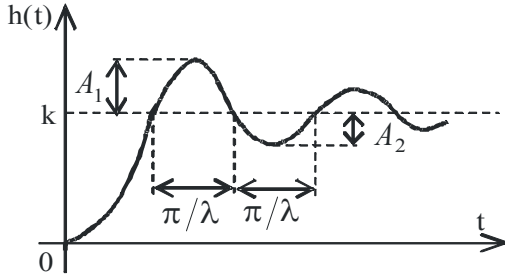


Рис. 4.7. Переходная характеристика колебательного звена

Импульсная переходная характеристика колебательного звена описывается следующим уравнением:

$$\varpi(t) = \frac{kq^2}{\lambda} e^{-\gamma t} \sin \lambda t \cdot 1(t),$$

где $\gamma = \frac{\lambda}{\pi} \ln \frac{B_1}{B_2}$; $q = \sqrt{\gamma^2 + \lambda^2}$; $\xi = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + \lambda^2}}$.

График импульсной переходной характеристики носит колебательный характер и представлен на рис. 4.8.

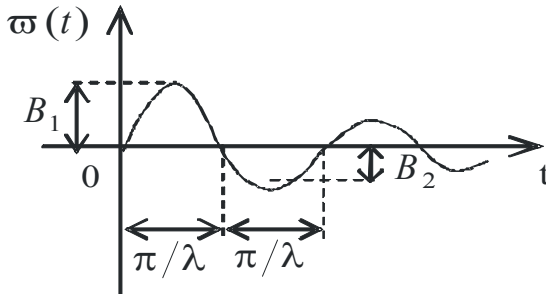


Рис. 4.8. Импульсная переходная характеристика колебательного звена

График амплитудной фазовой частотной характеристики колебательного звена показан на рис. 4.9.

Амплитудная частотная характеристика (рис. 4.10) может иметь резонансный пик и описывается уравнением вида

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 T^2}}.$$

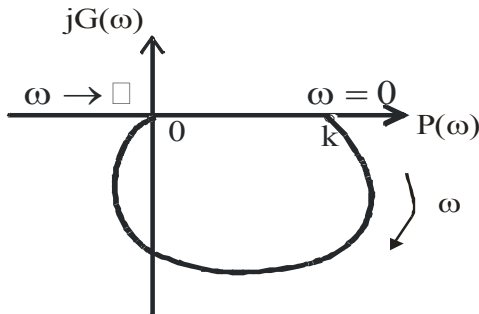


Рис. 4.9. График АФЧХ колебательного звена

Исследование модуля частотной передаточной функции на максимум показывает, что пик будет существовать при $\xi < 0.707$. Высота пика будет тем больше, чем меньше параметр затухания:

$$A(\omega_M) = \frac{k}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}.$$

Максимум амплитудной частотной характеристики соответствует частоте

$$\omega_M = q\sqrt{1-2\xi^2}.$$

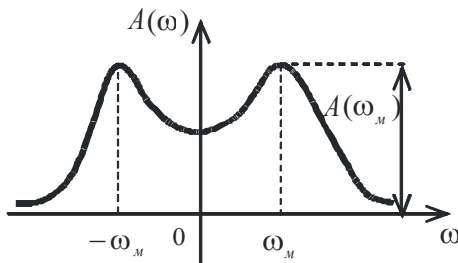


Рис. 4.10. График АЧХ колебательного звена

Фазовая частотная характеристика колебательного звена (рис. 4.11) описывается уравнением вида

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi\omega T}{1 - \omega^2 T^2}.$$

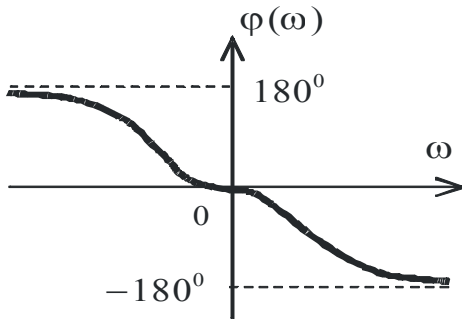


Рис. 4.11. ФЧХ колебательного звена

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика строится по выражению

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{k}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{q^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{q^2}}},$$

и имеет вид представленный на рис. 4.12.

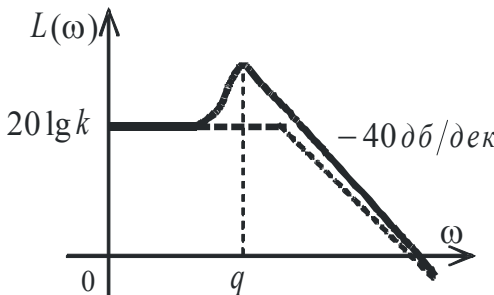


Рис. 4.12. График ЛАЧХ колебательного звена

Снижение параметра затухания ξ приводит к повышению колебательности переходного процесса и росту резонансного пика амплитудной частотной характеристики.

В идеальном случае $\xi = 0$, это означает, что потери энергии отсутствуют. Так как звено сохраняет первоначальный запас энергии, переходной процесс будет незатухающим.

В том случае, когда $\xi \geq 1$, то потери энергии будут настолько велики, что переходной процесс не будет колебательным. Звено в этом случае называется аperiodическим второго порядка. Передаточная функция такого звена может быть представлена в виде из которого следует, что аperiodическое звено второго порядка можно представить как последовательно соединенные два аperiodических звена первого порядка.

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{(T^2 s^2 + 2T\xi s + 1)} = \frac{k}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1}, \quad (4.17)$$

Пример 4.2

Рассмотрим пример построения логарифмических частотных характеристик для колебательного звена, имеющего передаточную функцию следующего вида:

$$W(s) = \frac{10}{(1 + 2s)(1 + 0.5s)}.$$

Для построения асимптотической ЛАЧХ необходимо определить частоты среза:

$$\omega_{\pi\delta 1} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad \omega_{\pi\delta 2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.5} = 2.$$

Эти частоты среза отложим на оси частот ω . Левее значения меньшей частоты среза расположим ось ординат. По оси $L(\omega)$ отложим величину $L(\omega) = 20 \lg K = 20 \lg 10 = 20 \text{ дБ}$. От этой точки до точки $\omega_{\pi\delta 1}$ проводим линию с наклоном

$0 \frac{\partial B}{\partial \omega}$. Далее, от точки ω_{cp1} проведем линию с наклоном $20 \frac{\partial B}{\partial \omega}$, продолжаяем график, от точки ω_{cp2} проведем линию с наклоном $40 \frac{\partial B}{\partial \omega}$ (рис. 4.3).

При построении ФЧХ, $\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega - \arctg 0.5\omega$ применим следующее упрощение. Вначале построим по вышеизложенной методике, отдельно, $\varphi_1(\omega) = -\arctg 2\omega$ и $\varphi_2(\omega) = -\arctg 0.5\omega$, далее просуммируем графически эти две характеристики $\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega)$ и получим ФЧХ апериодического звена второго порядка.

Построим отдельно, сначала $\varphi_1(\omega) = -\arctg 2\omega$. Для этого вычислим:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\omega) &= 0^0; \quad \omega = 0; \quad \varphi_1(\omega) = 30^0; \quad 2\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \omega = 0.28; \\ \varphi_1(\omega) &= -45^0; \quad 2\omega = 1; \quad \omega = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{3.46} = 0.28; \quad \varphi_1(\omega) = -60^0; \\ 2\omega &= \sqrt{3}; \quad \omega = 0.86; \quad \varphi_1(\omega) = -90^0; \quad \omega = \infty. \end{aligned}$$

Сведем полученные результаты в табл. 4.2.

Таблица 4.2.

ω	0	0.28	0.5	0.86	∞
$\varphi_1(\omega)$	0°	-30°	-45°	-60°	-90°

На основании этой таблицы, построен график ФЧХ $\varphi_1(\omega) = -\arctg 2\omega$ (рис. 4.13).

Далее построим отдельно, $\varphi_2(\omega) = -\arctg 0.5\omega$. Для этого вычислим:

$$\begin{aligned} \varphi_2(\omega) &= 0^0; \quad \omega = 0; \quad \varphi_2(\omega) = 30^0; \quad 0.5\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \omega = 1.15; \\ \varphi_2(\omega) &= -45^0; \quad 0.5\omega = 1; \quad \omega = 2; \quad \varphi_2(\omega) = -60^0; \quad 0.5\omega = \sqrt{3}; \\ \omega &= 3.46; \quad \varphi_2(\omega) = -90^0; \quad \omega = \infty. \end{aligned}$$

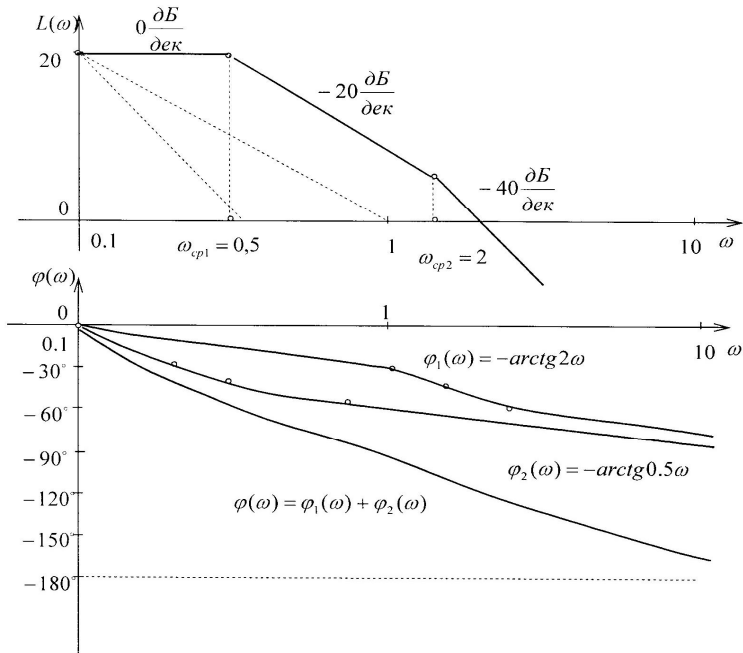


Рис. 4.13. Логарифмическая и фазочастотная характеристика

колебательного звена,
$$W(s) = \frac{10}{(1 + 2s)(1 + 0.5s)}$$

Сведем полученные результаты в табл. 4.3.

Таблица 4.3.

ω	0	1.15	2	3.46	∞
$\varphi_2(\omega)$	0°	-30°	-45°	-60°	-90°

На основании данных табл. 4.3, построен график ФЧХ $\varphi_2(\omega) = -\arctg 0.5\omega$ (рис.4.3).

Далее осуществляем графическое суммирование этих двух графиков функций. Для этого необходимо провести параллельно оси ординат вниз прямые линии с одинаковым отступом друг от друга. Далее суммируем величины функций вдоль этих прямых, что показано на рис. 4.3.

4.4. Интегрирующее звено

Для интегрирующего звена выходная величина пропорциональна интегралу от входной величины

$$y = k \int_0^t u dt,$$

где k – коэффициент передачи.

Дифференциальное уравнение типового интегрирующего звена имеет вид

$$\frac{dy}{dt} = ku. \quad (4.18)$$

После преобразования по Лапласу дифференциального уравнения (4.18) получим

$$sY(s) = kU(s).$$

Отсюда следует комплексная передаточная функция (ПФ) интегрирующего звена в виде

$$W(s) = \frac{k}{s}. \quad (4.19)$$

Из равенства (4.19) легко получить аналитическое выражение вектора АФЧХ интегрального звена путем замены оператора Лапласа s на выражение $j\omega$. После простых преобразований имеем

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} = \frac{k \cdot j\omega}{j\omega \cdot j\omega} = -\frac{jk\omega}{\omega^2} = -\frac{jk}{\omega}. \quad (4.20)$$

Так как действительная часть вектора АФЧХ равна нулю, то изменяя частоту ω от 0 до ∞ , его годограф примет вид как на рис. 4.14. Конец вектора АФЧХ перемещается по отрицательной мнимой полуоси комплексной плоскости, которая и будет графиком АФЧХ для инерционного звена.

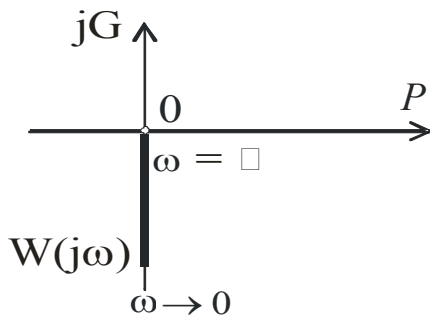


Рис. 4.14. График АФЧХ интегрирующего звена

Амплитудно-частотная характеристика $A(\omega) = \frac{k}{\omega}$ (рис. 4.15), представляет кривую линию, которая при $\omega \rightarrow 0$, $A(\omega) \rightarrow \infty$, а при $\omega \rightarrow \infty$, $A(\omega) \rightarrow 0$. Следовательно с ростом частоты на входе, амплитуда выходной величины уменьшается.

Кроме того, интегрирующее звено вносит сдвиг фаз на величину -90° .

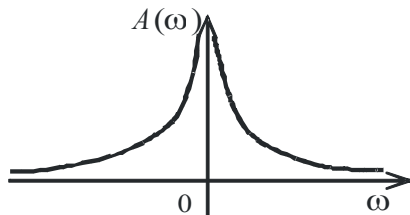


Рис. 4.15. АЧХ интегрирующего звена

На рис. 4.16 изображена типовая кривая разгона интегрирующего звена. По этому графику видно, что объект, аппроксимируемый интегрирующим звеном, не обладает свойством самовыравнивания. Переходная характеристика (рис. 4.15) такого звена представляет собой ступенчатую функцию, т. е. при $u = 1(t)$, $y = h(t) = k \cdot 1(t)$.

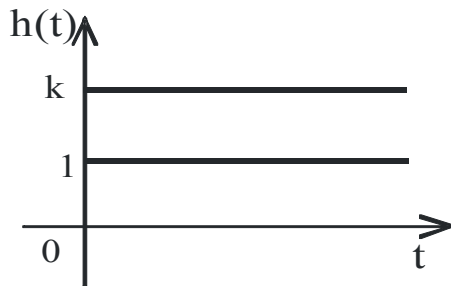


Рис. 4.16. Переходная характеристика интегрирующего звена

Импульсная переходная характеристика (рис. 4.17) представляет собой импульсную функцию, амплитуда которой $A \rightarrow \infty$, а площадь импульса S_H равна k , т. е. при $u = \delta(t)$, $y = \varpi(t) = k \cdot \delta(t)$.

Примером реализации интегрирующего звена является, например, бункер накопитель в технологической цепи производства, безинерционный электродвигатель и т. д. Объекты, которые аппроксимируются интегрирующим звеном, называются астатическими. Любому значению входного воздействия может соответствовать любая выходная величина. Отличительной особенностью интегрирующего звена является то, что после прекращения входного воздействия состояние звена остается на том уровне, на котором оно было в момент прекращения воздействия. Благодаря такой «памяти» достигается астатизм.

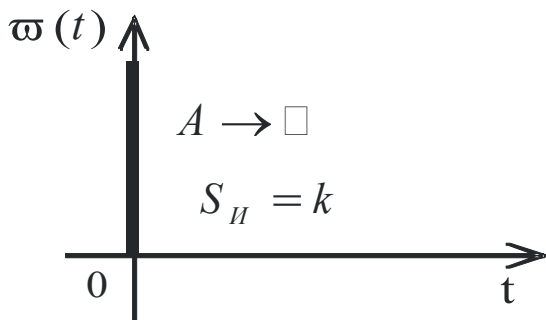


Рис. 4.17. Импульсная переходная характеристика интегрирующего звена

Следует также отметить, что объекты, описываемые интегрирующими звеньями не обладают свойством самовывравнивания – не устойчивы.

4.5. Дифференцирующее звено

Дифференцирующее звено, так же, как и интегрирующее звено относится к классу астатических объектов САУ.

Дифференцирующее звено описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$y = k \frac{du}{dt}. \quad (4.21)$$

Здесь k – коэффициент пропорциональности. В том случае, когда входная и выходная величина имеют одинаковую размерность, то k будет иметь размерность времени и будет называться постоянной времени дифференцирующего звена и обозначаться – T .

По равенству (4.21) нетрудно получить передаточную функцию дифференцирующего звена в виде

$$W(s) = ks. \quad (4.22)$$

Дифференцирующее звено не реагирует на постоянное входное воздействие. Однако при подаче единичного ступенчатого сигнала, переходная характеристика (рис. 4.18) такого звена представляет собой импульс типа дельта функции, т. е. при $u = 1(t)$, $y = h(t) = k \cdot \delta(t)$.

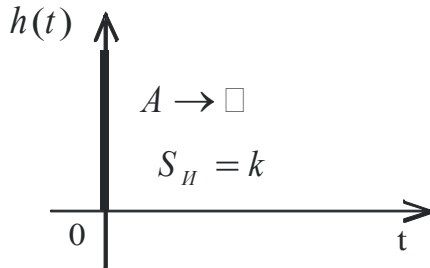


Рис. 4.18. Переходная характеристика дифференцирующего звена

Импульсная переходная характеристика (рис. 4.19) представляет собой импульсную функцию, т. е. при $u = \delta(t)$,

$$y = \varpi(t) = k \cdot \frac{d\delta(t)}{dt}.$$

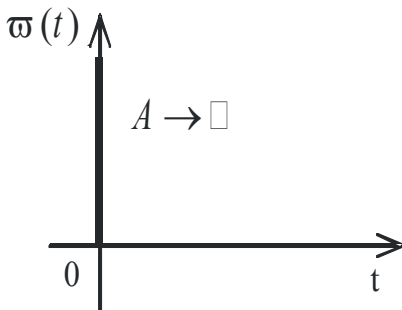


Рис. 4.19. Импульсная переходная характеристика дифференцирующего звена

Для построения частотных характеристик, из (4.22) определим частотную передаточную функцию дифференцирующего звена

$$W(j\omega) = jk\omega.$$

График АФЧХ представлен на рис. 4.20. Эта характеристика представляет прямую линию вдоль положительной мнимой полуоси, которая имеет начало в точке 0, при $\omega = 0$ и стремится к ∞ , при $\omega \rightarrow \infty$.

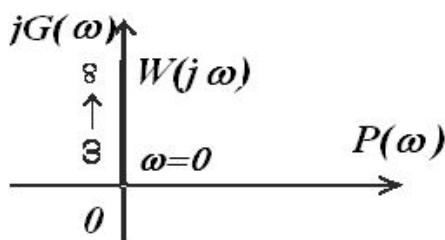


Рис. 4.20. Амплитудно-фазочастотная характеристика дифференцирующего звена

График амплитудно-частотной характеристики в соответствии с равенством $A(\omega) = |k\omega|$ представлен на рис. 4.21.

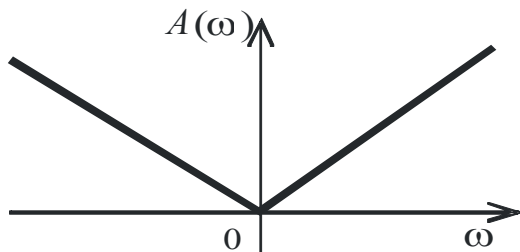


Рис. 4.21. Амплитудно-частотная характеристика дифференцирующего звена

Из графика $A(\omega)$ следует, что с увеличением частоты вынужденных колебаний, увеличивается амплитуда выходного

сигнала. Таким образом, дифференцирующее звено хорошо пропускает сигналы больших частот и плохо пропускает сигналы низких частот. Поэтому такие объекты обычно чувствительны к помехам, обладающим высокими частотами.

Фазочастотная характеристика $\varphi(\omega) = \pi / 2$ имеет вид, представленный на рис. 4.22.

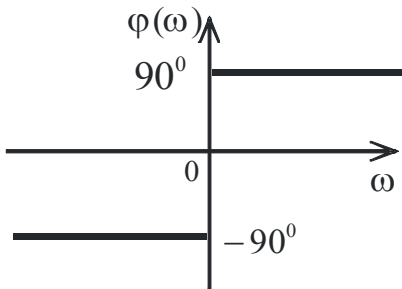


Рис. 4.22. Фазочастотная характеристика дифференцирующего звена

Отсюда следует, что дифференцирующее звено вносит, не зависящее от частоты, опережение по фазе на 90° .

На рис. 4.23 представлены логарифмические частотные характеристики дифференцирующего звена.

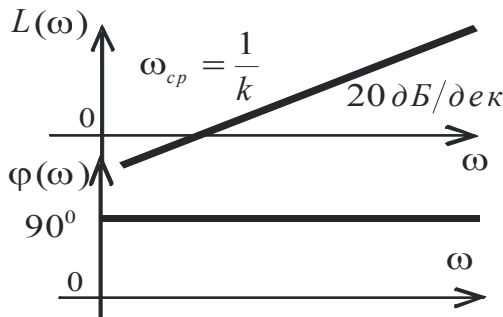


Рис. 4.23 Логарифмические частотные характеристики дифференцирующего звена

Из рис. 4.23 следует, что на частоте среза $\omega_\delta = \frac{1}{k}$ логарифмическая частотная характеристика $L(\omega) = 20 \text{ дБ/сек.}$

Примерами идеальных дифференцирующих звеньев могут быть тахогенератор, в режиме измерения скорости (напряжение тахогенератора пропорционально скорости), операционный усилитель в режиме дифференцирования и др.

4.6. Запаздывающее звено

Звено, которое передает сигнал без искажения, но выходной сигнал запаздывает по времени от входного сигнала, называется запаздывающим. Свойством запаздывающего звена обладают такие объекты САУ, как электрические линии, трубопроводы, релейные устройства и т. д.

Уравнение запаздывающего звена имеет вид

$$y(t) = u(t - \tau),$$

где τ – время запаздывания.

Многие характеристики запаздывающего звена подобны усилительному звену, поэтому здесь отметим лишь некоторые особенности. Переходная функция запаздывающего звена подобна переходной функции усилительного звена с разницей, что имеется смещение по оси абсцисс на величину τ . По частотным и амплитудным характеристикам также подобно усилительному звену. Имеется разница лишь в фазовых характеристиках. Запоздывающее звено создает отрицательный сдвиг по фазе, который линейно зависит от частоты входного сигнала.

В заключении следует отметить, что усилительное, апериодические, колебательные, запаздывающие звенья относятся к статическим, а интегрирующее и дифференцирующее звено – к астатическим.

Также, следует отметить, что типовые звенья являются «кирпичиками» на которые можно разбить САУ при анализе или наоборот построить по ним САУ с заданными характери-

стиками при синтезе. При этом важную роль имеет структурная схема САУ, которая рассматривается ниже.

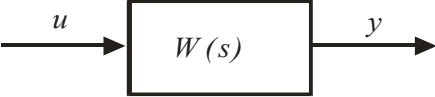
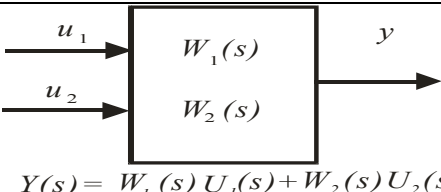
4.7. Структурные схемы САУ

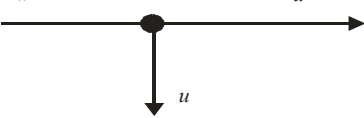
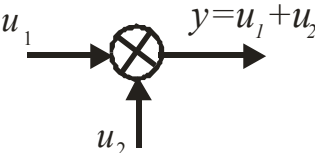
Одним из инструментов моделирования САУ являются графические модели, построенные на основании функциональных схем, математических и компьютерных моделей, представленные в виде структурных схем. Структурной схемой называется графическая модель САУ, показывающая из каких динамических звеньев состоит система и как они соединены между собой.

Элементы структурных схем обычно имеют обозначения, приведенные в табл. 4.4.

В реальных промышленных САУ соединение элементов между собой может быть довольно сложным. Однако любую сложную схему можно разбить на отдельные блоки с одним из трех типовых соединений: последовательным, параллельно-согласованным или параллельно-встречным. Рассмотрим эти соединения.

Таблица 4.4

№ п/п	Наименование элементов	Обозначение элементов на структурных схемах
1	Линия передачи сигналов	
2	Динамическое звено	
3	Динамическое звено с 2-мя входами и одним выходом	 $Y(s) = W_1(s) U_1(s) + W_2(s) U_2(s)$

4	Узел или разветвление (в местах разветвления сигналы не делятся)	
5	Сумматор сигналов	
6	Устройство сравнения сигналов	

4.7.1. Последовательное соединение звеньев

Схема последовательного соединения звеньев представлена на рис. 4.24. При последовательном соединении звеньев входом каждого последующего звена является выход предыдущего звена.

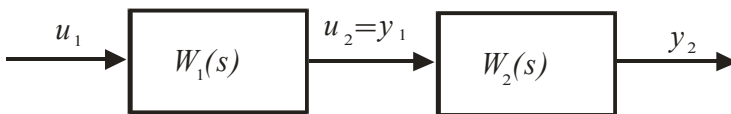


Рис. 4. 24. Последовательное соединенье звеньев

Выходной сигнал каждого из звеньев в последовательной цепи можно выразить через его ПФ:

$$\begin{aligned} Y_1(s) &= W_1(s)U_1(s); Y_2(s) = W_2(s)Y_1(s); Y_2(s) = \\ &= W_1(s)W_2(s)U_1(s). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Отсюда следует, что последовательно соединенные звенья можно заменить одним эквивалентным звеном с передаточной функцией равной произведению передаточных функций составных звеньев, т. е.

$$W(s) = W_1(s)W_2(s). \quad (4.24)$$

Преобразования, проведенные в 4.23 можно произвести для любого n -го числа последовательно соединенных звеньев, тогда получим, что передаточная функция эквивалентного звена равна

$$W(s) = \prod_{i=1}^n W_i(s). \quad (4.25)$$

4.7.2. Параллельное соединение звеньев

Схема параллельного соединения звеньев приведена на рис. 4.25. Выразим выходной сигнал для каждого звена через его ПФ, тогда

$$\begin{aligned} Y_1(s) &= W_1(s)U_1(s); Y_2(s) = W_2(s)U_2(s); Y_3(s) = \\ &= W_3(s)U_3(s). \end{aligned} \quad (4.26)$$

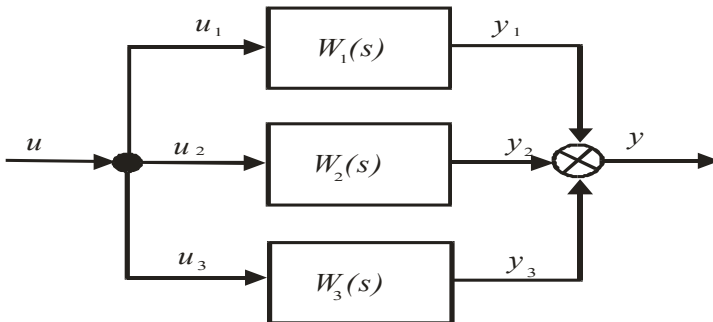


Рис. 4.25. Схема с параллельным соединением звеньев

Исходя из свойств узла имеем, что входные сигналы составных звеньев равны входному сигналу эквивалентного звена $U(s) = U_1(s) = U_2(s) = U_3(s)$.

Для сумматора свойственно складывать сигналы, поэтому $Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) + Y_3(s)$, т. е. выходной сигнал эквивалентного звена равен сумме выходных сигналов составных параллельно соединенных звеньев.

Учитывая связь между входными и выходными сигналами параллельно соединенных звеньев, из равенства (4.26) после несложных преобразований получим $W(s) = W_1(s) + W_2(s) + W_3(s)$ или в общем случае

$$W(s) = \sum_{i=1}^n W_i(s). \quad (4.27)$$

Таким образом, параллельно соединенные звенья можно заменить эквивалентным звеном, передаточная функция которого равна сумме ПФ составных звеньев.

4.7.3. Параллельно-встречное соединение звеньев

Параллельно-встречно соединенные звенья образуют обычно обратную связь. Обратной связью называется цепь передачи сигнала с выхода динамических звеньев или совокупности звеньев САУ на их вход. Если при замыкании контура используется узел сравнения, то образуется отрицательная обратная связь (наиболее распространенная). В том случае, когда замыкание осуществляется с помощью сумматора, образуется положительная обратная связь. На рис. 4.26 дана схема двух параллельно-встречно соединенных звеньев с отрицательной обратной связью.

При наличии обратной связи уравнение замыкания системы записывается в операторной форме виде алгебраического равенства

$$\Delta U(s) = U(s) \mp U_{oc}(s). \quad (4.28)$$

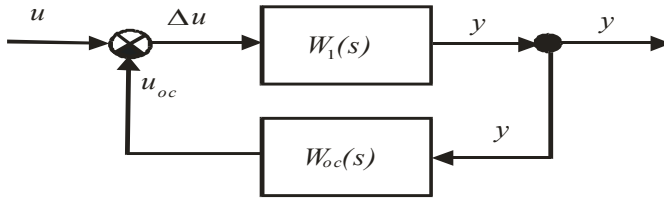


Рис. 4.26. Структурная схема с отрицательной обратной связью

Здесь знак $(-)$ соответствует отрицательной обратной связи, а $(+)$ – положительной обратной связи. Для обратной цепи (нижней на рис. 4.26) имеем

$$U_{oc}(s) = W_{oc}(p)Y(s). \quad (4.29)$$

Для прямой цепи (верхней на рис. 4.26)

$$\Delta U(s) = \frac{Y(s)}{W_1(s)}. \quad (4.30)$$

Совместно решая равенства (4.28 – 4.30) и путем несложных преобразований, получим эквивалентную ПФ цепи с параллельно-встречным соединением звеньев

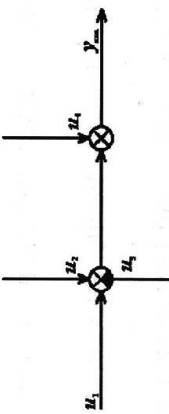
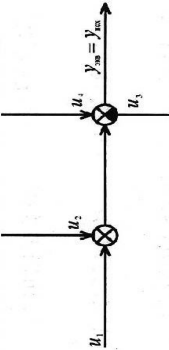
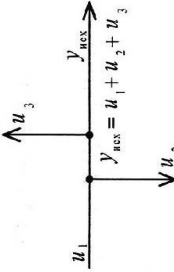
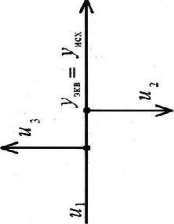
$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 \pm W_{oc}(s)W_1(s)}. \quad (4.31)$$

При отрицательной обратной связи в знаменателе ПФ (4.31) берётся знак плюс.

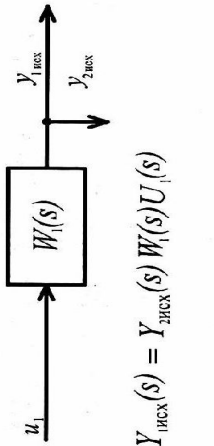
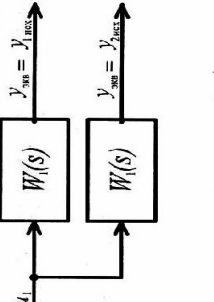
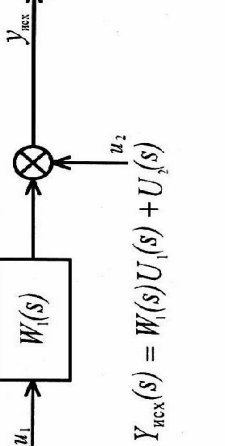
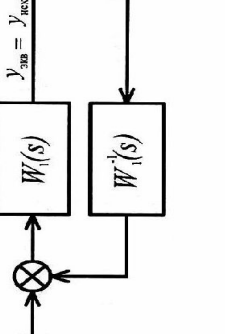
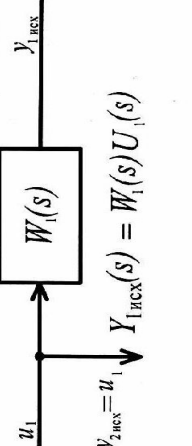
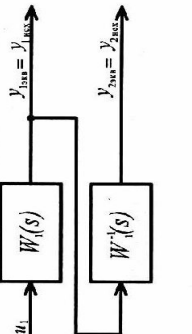
Обычно САУ представляет собой схему сложного соединения звеньев, на которой нетрудно увидеть типовые соединения. Поэтому структурную схему по прямой и обратной цепи разбивают на блоки (последовательные, параллельные соединения звеньев), находят для каждого из них свою эквивалентную ПФ и получают общую структурную схему подобную (рис. 4.26), для которой и находят ПФ сложной САУ.

Следует отметить, что структурные схемы можно упростить, применяя определенные правила, которые сведены в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Правила преобразования	Исходная структурная схема	Эквивалентная структурная схема
Перестановка сумматоров	 $y_{исх.} = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$	
Перестановка звеньев	 $y_{исх.}(s) = W_1(s)W_2(s)X_1(s)$	
Перестановка узлов	 $y_{исх} = u_1 + u_2 + u_3$	

Продолжение табл. 4.5

Перенос узлов с выхода на вход	 $Y_{1\text{исх}}(s) = Y_{2\text{исх}}(s) W_1(s) U_1(s)$	
Перенос сумматоров с выхода на вход	 $Y_{1\text{исх}}(s) = W_1(s) U_1(s) + U_2(s)$	
Перенос узлов с входа на выход	 $Y_{2\text{исх}}(s) = u_1(s) W_1(s) U_1(s)$	

Перенос сумматоров с входа на выход	$Y_{\text{вых}}(s) = W_1(s)[U_1(s) + U_2(s)]$	$Y_{\text{вых}}(s) = \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)} U(s)$
Переход единичной обратной связи	$Y_{\text{вых}}(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)W_f(s)} U(s)$	$Y_{\text{вых}}(s) = \frac{W_1(s)W_2(s)W_3(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)} U(s)$

Пример 4.3.

Тема для самостоятельной работы студентов (СРС): **Описание систем автоматического управления**

Цель работы: освоить ряд способов описания линейных динамических систем и методы их моделирования в пакетах MATLAB и SIMULINK.

Ниже дается требуемый теоретический материал и пример выполнения СРС. Методическое указание по выполнению СРС приведено в приложении 2.

4.3.1. Описание систем структурной схемой и передаточной функцией

При моделировании САУ ниже используются способы моделирования с помощью: структурных схем, передаточных функций, дифференциальных уравнений, уравнений состояния. На рис. 4.27 представлена, структурная схема. В ее состав входят два звена с заданной передаточной функцией $W_1(s)$, $W_2(s)$ и устройство сравнения входного сигнала u и выходного сигнала САУ- y .

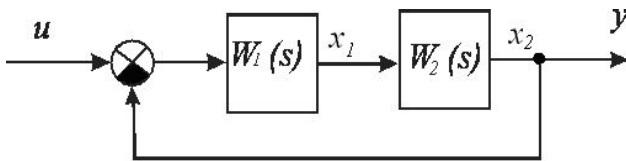


Рис. 4.27. Структурная схема САУ

Способ задания моделей объектов с помощью такой схемы называется структурным, поскольку он отражает реальную структуру объекта.

Пусть, в качестве примера, передаточные отношения

звеньев заданы в виде $W_1(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)}, W_2(s) = \frac{1}{T_2s}$.

Здесь k – коэффициент усиления, T_1, T_2 – постоянные времени, являющиеся известными величинами. Учитывая взаимосоединение звеньев, можно определить передаточную функцию эквивалентного $W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$, связывающую изображения по

Лапласу входного и выходного сигналов.

Структурная схема, содержит сумматор, два последовательно соединенных звеньев и обратную связь с единичной передаточной функцией. Передаточная функция эквивалентного звена для такой системы будет определяться по зависимости (4.31), т.е.

$$W(s) = \frac{W_1(s) \cdot W_2(s)}{1 + W_1(s) \cdot W_2(s)}, \quad (4.32)$$

В нашем случае, при заданных $W_1(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)},$

$W_2(s) = \frac{1}{T_2s}$ имеем

$$W(s) = \frac{k}{T_1T_2s^2 + T_2s + k}.$$

Отсюда получим зависимость между изображениями по Лапласу для выходного и входного сигнала в виде

$$Y(s) = \frac{k}{T_1T_2s^2 + T_2s + k} U(s).$$

По сравнению со структурным описанием передаточная функция является более компактной математической моделью, в то же время она позволяет в дальнейшем анализировать динамические характеристики, устойчивость системы.

4.3.2. Описание САУ с помощью дифференциальных уравнений

От передаточной функции возможно осуществить переход к описанию системы с помощью дифференциального уравнения. Имея выражение (4.32) можно использовать обратное преобразование по Лапласу. Другим простым приемом является переход от выражения с оператором Лапласа к операторной форме записи (заменяв s на p). Для нашего примера получим

$$(T_1 T_2 p^2 + T_2 p + k)Y(p) = kU(p).$$

Затем следует заменить оператор p оператором дифференцирования d/dt

$$T_1 T_2 \ddot{y} + T_2 \dot{y} + ky = ku. \quad (4.33)$$

Решая это дифференциальное уравнение известными методами из курса Высшей математики, можно найти реакцию системы на любое входное воздействие.

Аналитическое решение $y(t)$ дифференциального уравнения (4.33) является суммой решения однородного уравнения $y_{\text{одн.}}(t)$ и частного решения дифференциального уравнения $y_{\text{частн.}}(t)$.

Для получения $y_{\text{одн.}}(t)$ составляем характеристическое уравнение $T_1 T_2 r^2 + T_2 r + k = 0$, и находим его корни r_1 и r_2 . Если они вещественные и различные, то решение однородного уравнения ищется в виде $y_{\text{одн.}}(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$, где C_1 и C_2 — коэффициенты, зависящие от начальных условий и определяемые в дальнейшем. Если корни одинаковые (кратные) $r_1 = r_2$, то решение имеет вид $y_{\text{одн.}}(t) = (C_1 + C_2 t) e^{r_1 t}$. Паре комплексных корней $r_{1,2} = \alpha \pm j\beta$ соответствует решение $y_{\text{одн.}}(t) = e^{\alpha t} (C_1 \sin \beta t + C_2 e \cos \beta t)$.

Во всех случаях система оказывается устойчивой, если корни лежат в левой полуплоскости (при этом решение однородного уравнения с течением времени стремится к нулю).

Частное решение дифференциального уравнения определяется видом правой части дифференциального уравнения (4.33).

Если, например, там стоит экспоненциальная функция $u = e^{-t}$, то и частное решение нужно искать в виде экспоненты $u_{\text{частн.}} = Ce^{-t}$. Если $u = \mathbf{I}(t)$, его следует искать в виде константы $u_{\text{частн.}} = C$. Для определения C надо подставить частное решение в дифференциальное уравнение. Учитывая, что производная от константы равна нулю, находим, что в последнем случае $C = 1$.

Значения постоянных C_1, C_2 определяются путем подстановки в полученное решение начальных условий. Например, в случае нулевых начальных условий и решения вида $y(t) = C_1 e^{1t} + C_2 e^{2t} + 1$ постоянные C_1 и C_2 находятся из системы уравнений

$$C_1 + C_2 + 1 = 0; \quad r_1 C_1 + r_2 C_2 = 0.$$

Наряду с заданием объекта одним дифференциальным уравнением n -порядка типа (4.33) часто используется описание с помощью системы дифференциальных уравнений первого порядка. Это описание известно как матричное описание или описание с помощью уравнений состояний.

4.3.3. Описание с помощью уравнений состояния

В приведенном выше примере 2.5. было дано описание САУ в виде дифференциального уравнения, которое было приведено к уравнениям состояния. Действительно, в курсе Высшей математики доказывается, что некоторые виды дифференциальных уравнений высшего порядка могут быть приведены к системам дифференциальных уравнений первого порядка.

В том случае, когда дано описание САУ в виде структурной схемы, составленной из звеньев первого порядка, удобно использовать приведенный ниже прием.

Воспользуемся структурной схемой (рис. 4.26), в качестве переменных состояния принимаем переменные x_1 и x_2 , представляющие выходные сигналы звеньев первого порядка. Из структурной схемы имеем, что выходные сигналы звеньев равны

$$x_1 = W_1(s)(u - x_2), \quad x_2 = W_2(s) \cdot x_1.$$

Если от выражения с оператором Лапласа s перейти к операторной форме записи (заменяв s на p), а затем заменить оператор p оператором дифференцирования d/dt , то получим систему уравнений первого порядка, который для рассматриваемого примера имеет вид

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{T_1}x_1 - \frac{1}{T_2}x_2 + \frac{k}{T_1}u, \quad \dot{x}_2 = -\frac{1}{T_2}x_1$$

К этим уравнениям следует добавить алгебраическое уравнение для выходного сигнала $y = x_2$.

В матричном виде уравнения состояния имеют вид

$$\dot{X} = \bar{a}X + \bar{b}u, \quad Y = \bar{c}X, \quad (4.34)$$

где

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{a} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & -\frac{k}{T_1} \\ \frac{1}{T_2} & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} \frac{k}{T_1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{c} = [01]$$

Используя матрицы описания в пространстве состояний, можно оценить устойчивость, управляемость, наблюдаемость и другие характеристики системы.

Все рассматриваемые виды описаний (4.32–4.34) тесно взаимосвязаны. Зная одно из описаний (операторов преобразования), можно получить остальные. Например, связь между матрицами $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ описания в пространстве состояний и передаточной функцией системы $W(s)$ задается следующим уравнением:

$$W(s) = \bar{c} (sE - \bar{a})^{-1} \bar{b}, \quad (4.35)$$

где s оператор Лапласа, E — единичная матрица.

Для проверки правильности описания в пространстве состояний предлагается определить $W(s)$ по формуле (4.35) и сравнить с полученным ранее по формул (4.32 выражением $W(s)$.

4.3.4. Управляемость и наблюдаемость САУ

Для оценки управляемости и наблюдаемости системы, заданной в уравнениях состояния, сформируем на основе матриц $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ две вспомогательные матрицы

$$R = [\bar{b}, \bar{a}\bar{b}, \dots, \bar{a}^{n-1}\bar{b}], \quad D = [\bar{c}, \bar{c}\bar{a}, \dots, \bar{c}\bar{a}^{n-1}].$$

Матрицы R и D называются соответственно матрицей управляемости и матрицей наблюдаемости системы.

Для того, чтобы система была управляемой, необходимо и достаточно, чтобы матрица управляемости имела полный ранг $\text{rank}R = n$.

Для того чтобы САУ была наблюдаемой, необходимо и достаточно, чтобы матрица наблюдаемости имела полный ранг $\text{rank}D = n$.

В случае система с одним входом и одним выходом матрицы R и D квадратные, поэтому для проверки управляемости и наблюдаемости достаточно вычислить определители матриц R и D . Если они не равны нулю, то матрицы имеют полный ранг

4.3.5. Моделирование в пакете MATLAB и SIMULINK

Пакет MATLAB поддерживает все виды описаний динамических систем, включая структурные схемы, передаточные функции и матричное описание в пространстве состояний. Для работы со структурными схемами в пакете MATLAB имеется приложение SIMULINK. Его можно вызвать, набирая в командном окне MATLAB команду **simulink**.

Численное моделирование САУ в MATLAB выполняется с помощью команд **impulse**, **step**, **lsim**. Предварительно надо ввести числитель **num** и знаменатель **den** передаточной функции, либо матрицы A , B , C , D описания в пространстве состояний и сформировать структуру **sys = tf(num,den)** либо **sys = ss(A,B,C,D)**.

В пакете MATLAB матрицы управляемости и наблюдаемости можно построить с помощью соответственно команд **ctrb** и **obsv**.

Реакции САУ на произвольные входные сигналы, такие как $u = e^{-t}$, рассчитываются с помощью команды **lsim**.

Реализация различных соединений блоков может быть осуществлена программно с помощью команд **parallel**, **series**, **feedback**, **append** и некоторых других. Для этой цели можно использовать также команды $+$, $-$, $\cdot$.

В MATLAB можно получать не только численное, но и символьное решение дифференциальных уравнений. Это делается с помощью команды **dsolve** тулбокса SYMBOLIC. Входными аргументами команды служат дифференциальное уравнение и начальные условия. Например, для решения дифференциального уравнения $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 0$ с нулевыми начальными условиями следует набрать код

```
>> y = dsolve('D2y+3*Dy+2*y=2', 'Dy(0)=0','y(0)=0')
```

MATLAB выдаст ответ $y = 1 + \exp(-2 \cdot t) - 2 \cdot \exp(-t)$, т. е. $y = 1 + e^{-2t} - 2e^{-t}$.

В приложении 2 приведен вариант самостоятельной работы студента (СРС), для которого пример 2.6 является методическим указанием для выполнения заданий.

Контрольные вопросы:

1. Определение типовых динамических звеньев.
2. Как по графику переходной функции найти коэффициенты k и T апериодического звена?
3. Примеры реализации апериодического звена.
4. Передаточная функция апериодического звена.
5. Передаточная функция колебательного звена.
6. Переходная характеристика колебательного звена.
7. Фазочастотная характеристика колебательного звена.
8. Передаточная функция интегрирующего звена.
9. АФЧХ интегрирующего звена.
10. Переходная характеристика интегрирующего звена.
11. Примеры реализации интегрирующего звена.
12. Передаточная функция дифференцирующего звена.
13. Переходная характеристика дифференцирующего звена.
14. Амплитудно-частотная характеристика дифференцирующего звена.

15. Примеры идеальных дифференцирующих звеньев.
16. Свойства запаздывающего звена.
17. Примеры запаздывающего звена.
18. Уравнение запаздывающего звена.
19. Элементы структурных схем.
20. Схема последовательного соединения звеньев.
21. Передаточная функция при последовательном соединении звеньев.
22. Схема параллельного соединения звеньев.
23. Передаточная функция эквивалентного звена при параллельном соединении звеньев.
24. Параллельно-встречное соединенные звенья.
25. Понятие и пример обратной связи.
26. Структурная схема с отрицательной обратной связью.
27. ПФ цепи с параллельно-встречным соединением звеньев.

5. УСТОЙЧИВОСТЬ САУ

5.1. Математическая оценка устойчивости

Как указывалось ранее, все системы автоматического управления должны обладать устойчивостью. САУ считается устойчивой, если при ограниченном входном сигнале реакция системы в виде выходного сигнала будет также ограниченной. Большинство САУ имеет замкнутую систему с отрицательной обратной связью. В такой системе выходная величина через систему обратной связи подается на вход, где сравнивается с задающим воздействием. При этом нормально выполняющая свои функции система устраняет расхождение между задающим и выходным сигналом, обеспечивая некоторое допустимое отклонение характерное для устойчивой системы. Для неустойчивой системы это отклонение будет возрастать с течением времени.

При исследовании замкнутой САУ на устойчивость из-за удобства математических исследований, рассматривается так называемое свободное движение системы. Свободное движение системы определяется свойствами системы после подачи и снятия входного возмущающего сигнала.

Русский ученый А.М. Ляпунов на примере механической системы показал, что если система, движущаяся свободно будет устойчивой, то будет устойчивой и система, на которую действуют возмущения.

Распространяя этот вывод на САУ, для математического описания устойчивости может рассматриваться способность системы в результате возмущенного движения приходить к невозмущенному состоянию после того как действие возмущения прекратилось.

Пусть выходные s сигналы при отсутствии возмущении характеризуются функциями $y_{s0}(t)$ ($s=0, 1, \dots, n$), а при действии возмущений – функциями $y_s(t)$.

Отклонение возмущенного движения от установившегося (свободного)

$$\Delta y_S(t) = y_{S0}(t) - y_S(t).$$

Знак $(-)$ обозначает обратную отрицательную связь. В начальный момент отклонение будет $\Delta y_S(0)$.

Математически условие устойчивости можно сформулировать так: невозмущенное движение будет устойчивым, если для всякого положительного малого числа μ можно подобрать другое число ζ , зависящее от μ , что для всех возмущенных движений при начальных условиях

$$|\Delta y_S(0)| < \zeta(\mu),$$

для всех $t > 0$ выполняется неравенство

$$|\Delta y_S(t)| < \mu.$$

Если $\zeta(\mu) = \infty$, то система называется неограниченно устойчивой, т. е. она устойчива при любых начальных условиях.

Свободное движение замкнутой системы описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$a_n \frac{d^n \Delta y}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{d \Delta y}{dt} + a_0 \Delta y = 0, \quad (5.1)$$

при начальных условиях $\frac{d^k \Delta y}{dt^k} = \Delta y^{(k)}(0)$, где $k = 0, 1, \dots, n$.

Решение дифференциального уравнения (5.1) представляет выражение

$$\Delta y(t) = \sum_{k=1}^n C_k e^{p_k t}, \quad (5.2)$$

где C_k – зависящая от начальных условий постоянная интегрирования,

p_K – корни характеристического уравнения

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0. \quad (5.3)$$

Чтобы система была устойчивой при решение (5.2) должно выполняться условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta y(t) = \lim_{\substack{k=1 \\ t \rightarrow \infty}} \sum^n C_k e^{p_k t} = 0.$$

Из этого следует, что необходимым и достаточным условием устойчивости линейной САУ является то, что все корни (действительные и вещественная часть комплексных корней) характеристического уравнения будут отрицательными.

Характеристические уравнения (5.3) могут быть получены по дифференциальным уравнениям системы или из передаточных функций.

Как указывалось выше, при исследовании на устойчивость замкнутой САУ рассматривается САУ в свободном состоянии. На рис. 5.1. показана структурная схема простейшей замкнутой САУ в свободном состоянии, которая составлена из объекта управления и регулятора с передаточными функциями, соответственно – $W_0(s)$, $W_p(s)$.

При исследовании на устойчивость исходными являются передаточные функции замкнутой системы или условно разомкнутой системы, в зависимости от того, какая из ПФ имеет более простое выражение.

На рис. 5.1. показан прием условного размыкания замкнутой цепи.

Выражение ПФ замкнутой САУ может быть получено из формулы 4.31 в виде

$$W_{\varphi}(s) = \frac{W_o(s)}{1 \pm W_p(s) \cdot W_o(s)}. \quad (5.4)$$

Выражение ПФ разомкнутой САУ согласно (4.21) имеет вид

$$W_{\delta \dot{a} \varphi}(s) = W_o(s) \cdot W_p(s).$$

С другой стороны ПФ разомкнутой системы можно представить в виде отношения комплексных полиномов, т.е.:

$$W_{\partial \dot{a}\zeta}(s) = \frac{B_{\partial \dot{a}\zeta}(s)}{A_{\partial \dot{a}\zeta}(s)}. \quad (5.5)$$

Подставив в знаменатель выражения (5.4) вместо сомножителей $W_{раз}(s)$, получим в случае отрицательной обратной связи

$$W_{\zeta}(s) = \frac{W_o(s)}{1 + W_{\partial \dot{a}\zeta}(s)}. \quad (5.6)$$

Если в выражении (5.4) представить каждый из сомножителей ПФ в виде отношения многочленов $W_o(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$,

$W_p(s) = \frac{D(s)}{C(s)}$, сложить числители и знаменатели и сумму приравнять нулю, то получим алгебраическое уравнение высокого порядка:

$$B(s)D(s) + A(s)C(s) = 0.$$

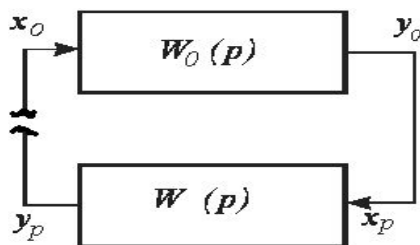


Рис. 5.1. Укрупненная схема САУ

Аналитическое решение характеристических уравнений с целью определения знаков корней, особенно когда они пред-

ставляют алгебраические уравнения высокого порядка требует больших затрат и являются громоздкими. Поэтому в САУ используются косвенные методы, позволяющие определить знаки корней характеристического уравнения без решения этих уравнений. Эти методы в зависимости от исходных данных используют следующие критерии: Рауса-Гурвица, Михайлова, Найквиста, диаграмму Боде (ЛАЧХ) и др.

5.2. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица

Этот критерий используется, когда порядок характеристического уравнения не выше 5. Достоинство этого критерия в простоте решения задачи. Недостаток применения критерия Гурвица в том, что он не позволяет определить влияние отдельно взятого элемента САУ на устойчивость системы в целом. Используем критерий Гурвица, который формулируется следующим образом: САУ с характеристическим уравнением

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$$

будет устойчивой, если определитель Гурвица и все его диагональные миноры положительны, т. е.

$$\Delta_n > 0, \quad \Delta_{n-1} > 0, \quad \dots, \quad \Delta_2 > 0, \quad \Delta_1 = a_{n-1} > 0.$$

Определитель Δ_n Гурвица составляется по определенному правилу, а именно, вначале по диагонали располагают в порядке убывания коэффициенты, начиная с a_{n-1} . Затем заполняют столбцы определителя, при этом выше диагональных элементов последовательно располагаются коэффициенты в порядке убывания их индексов, а ниже диагональных элементов – в порядке возрастания. Если коэффициентов нет, то соответствующий элемент равен нулю.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & . & . & 0 \\ a_n & a_{n-2} & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & a_1 & 0 \\ \hline 0 & . & . & a_2 & a_0 \end{vmatrix}$$

Каждый диагональный минор, начиная с Δ_{n-1} получается с минора более высокого порядка путем (здесь Δ_n) вычеркиванием правого столбца и нижней строки.

Пример 5.1.

Требуется определить с помощью критерия Гурвица устойчивость САУ, описываемой дифференциальным уравнением третьего порядка с характеристическим уравнением

$$p^3 + 16 p^2 + 32 p + 10 = 0 .$$

Сформируем определитель Гурвица

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 16 & 10 & 0 \\ 1 & 32 & 0 \\ 0 & 16 & 10 \end{vmatrix} = 5020 .$$

Определим знаки диагональных миноров

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 16 & 10 \\ 1 & 32 \end{vmatrix} = 502; \quad \Delta_1 = 16 .$$

Отсюда следует, что САУ устойчива, т. к. выполняются условия устойчивости по Гурвицу.

5.3. Частотные критерии устойчивости

Частотные критерии, рассматриваемые ниже основаны на анализе тех или иных частотных характеристик на плоскости. Достоинствами частотных методов являются:

- наглядность, достигаемая графическими построениями;
- отсутствие необходимости в решении сложных ДУ, используя частотные характеристики, полученные экспериментальным путем;
- возможность анализа определенно взятого параметра САУ на устойчивость;
- возможность суждения о качестве переходного процесса.

Рассмотрим критерий Михайлова, используемый для анализа сложных систем.

5.3.1. Критерий устойчивости Михайлова

Исходным для анализа устойчивости по критерию Михайлова является характеристический полином замкнутой САУ

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0.$$

Если подставить в полином $A(s)$ чисто мнимое значение $s = j\omega$, то получим комплексный полином называются соответственно, вещественной и мнимой функциями Михайлова.

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= A(j\omega) = a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0 = \\ &= X(\omega) + jY(\omega) = |D(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}, \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} X(\omega) &= a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - \dots \\ Y(\omega) &= \omega(a_{n-1} - a_{n-3}\omega^2 + a_{n-5}\omega^4 - \dots) \end{aligned} \right\}$$

При изменении частоты ω вектор $D(j\omega)$, изменяясь по

величине и направлению, будет описывать своим концом на комплексной плоскости некоторую кривую, называемую *кривой (годографом) Михайлова*.

В основу доказательства критерия Михайлова [3] положено то свойство, что произведение комплексных чисел имеет аргумент, равный сумме аргументов сомножителей.

Если все корни характеристического уравнения (5.3) расположены слева от мнимой оси, то для того чтобы линейная система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы вектор $D(j\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ повернулся, нигде не обращаясь в нуль, вокруг начала координат против часовой стрелки на угол $n \frac{\pi}{2}$, где n – степень характеристического уравнения.

Так как комплексная плоскость разделяется на 4 квадранта осями, расположенными под углом $\frac{\pi}{2}$, то удобнее использовать

такую формулировку критерия: *для того, чтобы линейная система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова при изменении частоты ω от 0 до ∞ , начинаясь при $\omega = 0$ на вещественной положительной полуоси, обходил только против часовой стрелки последовательно n квадрантов координатной плоскости, где n – степень характеристического уравнения.*

Кривая Михайлова для устойчивых систем всегда имеет плавную спиралевидную форму, причем конец ее уходит в бесконечность в том квадранте координатной плоскости, номер которого равен степени характеристического уравнения.

На рис. 5.2, а показаны типичные кривые Михайлова для устойчивых систем, описываемых уравнениями, начиная от первого ($n = 1$) и кончая пятым ($n = 4$) порядком. Для удобства сравнения коэффициенты a_n во всех случаях приняты одинаковыми. На рис. 5.2, б показаны типичные кривые Михайлова для неустойчивых систем. На рис. 5.2, в показана типичная кривая Михайлова для системы, находящейся на границе устойчивости.

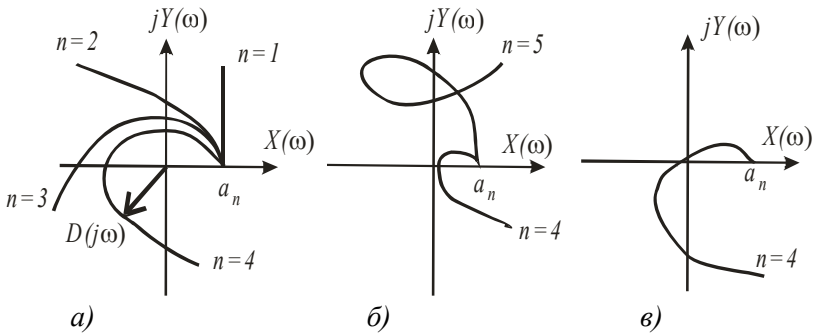


Рис. 5.2. Примеры различных видов годографов Михайлова

Критерий Михайлова удобно применять для САУ высокого порядка, например, при $n = 6, 8, 10$.

5.3.2. Критерий устойчивости Найквиста

Этот критерий используется, когда характеристическое уравнение имеет высокий порядок и заданы экспериментально или алгебраически частотные характеристики САУ. Достоинство его в том, что он позволяет исследовать влияние определенного параметра на устойчивость системы, определить запас устойчивости и может использовать результаты экспериментов. Критерий Найквиста является графоаналитическим методом и требует построения графиков, которые могут быть построены в среде MATLAB (пример 5.2).

Критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутых систем по АФЧХ разомкнутой системы, полученной в результате размыкания (рис. 5.1).

С учетом выражения (5.6) выходной сигнал разомкнутой системы равен

$$Y(s)[1 + W_{\text{раз}}(s)] = X(s)W_o(s)$$

При входном воздействии равном нулю имеем

$$1 + W_{раз}(s) = 0.$$

С учетом равенства (5.5) получим

$$A_{раз}(s) + B_{раз}(s) = 0.$$

В виду того, что в реальных системах степень полинома $B_{раз}(s)$ меньше степени полинома $A_{раз}(s)$, вследствие инерционности динамических звеньев, то об устойчивости можно судить по корням полинома $A_{раз}(s)$. Заменив s на $j\omega$, получим АФЧХ разомкнутой системы.

Для оценки устойчивости строится амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) разомкнутой системы на комплексной плоскости с координатами $P(\omega)$, $G(\omega)$ при $n \leq 2$ или в полярной системе координат при $n > 2$. При этом используется выражение

$$W_{раз}(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jG(\omega).$$

Здесь $W_{раз}(j\omega)$ – АФЧХ разомкнутой системы, которая получена из комплексной ПФ $W_{раз}(s)$ разомкнутой системы (п. 5.1) путем замены переменных s на $j\omega$. $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$ – это соответственно амплитудно- и фазочастотные характеристики разомкнутой системы. $P(\omega)$, $G(\omega)$ – вещественная и мнимая часть частотной характеристики. Задавая значения ω от 0 до ∞ находят точки на комплексной плоскости и строят частотные характеристики – АФЧХ.

Критерий Найквиста, доказательство которого в [1], формулируется следующим образом:

– если разомкнутая САУ устойчива или находится на границе устойчивости, то для того, чтобы САУ, полученная в результате замыкания была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутой системы при изменении ω от 0 до ∞ не охватывала на комплексной плоскости точку с координатами $(-1, j0)$;

– если разомкнутая система неустойчива, а её ПФ имеет m полюсов справа от мнимой оси, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутой системы при изменении ω от 0 до $-\infty$ охватывала точку $(-1, j0)$ m раз.

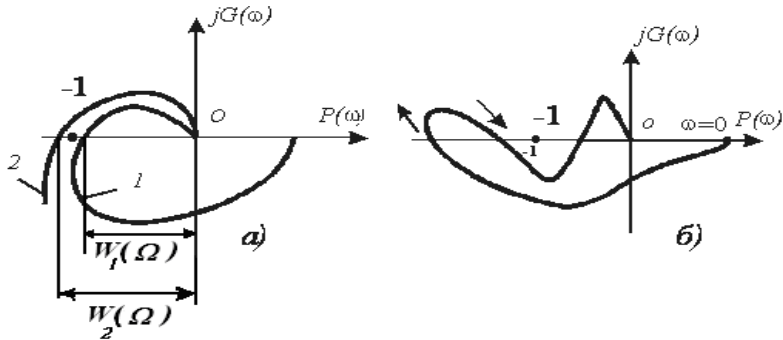


Рис. 5.3. Графики АФЧХ для определения устойчивости САУ по критерию Найквиста

На рис. 5.3, а показана кривая 1 – АФЧХ устойчивой САУ и кривая 2 – неустойчивой САУ, когда разомкнутая система устойчива. На рис. 5.3, б показана АФЧХ САУ при неустойчивой разомкнутой исходной системе, имеющей $m = 4$. Эта система будет устойчивой, потому что пересечение кривой оси $P(\omega)$ левее точки $(-1, j0)$ снизу вверх равно пересечению сверху вниз.

Исходя из критерия Найквиста, можно сформулировать условие устойчивости в виде удобном для определения запаса устойчивости.

Если обозначить $\omega = \Omega$ при $\varphi(\Omega) = -\pi$, тогда замкнутая система будет устойчивой при $|W_{раз}(\Omega)| < 1$ и неустойчивой при $|W_{раз}(\Omega)| > 1$. На рис. 5.3, а показано, что для устойчивой системы $|W_1(\Omega)| < 1$, а для неустойчивой – $|W_2(\Omega)| > 1$. Причем чем

меньше единицы $|W_{раз}(\Omega)|$, тем больший запас устойчивости по модулю имеет система. Таким образом, кривая Найквиста позволяет определить запас устойчивости по модулю и, тем самым, дает возможность изучить влияние параметров системы на устойчивость, чтобы синтезировать САУ с заданным запасом устойчивости.

Также по критерию Найквиста можно определить запас устойчивости по фазе. Имея в виду, что запас по фазе – это та величина, определяемая на частоте, при которой $|W_{раз}(\Omega)| = 1$. Запас по фазе показывает какой отрицательный по фазе сдвиг можно сообщить системе, не теряя устойчивость.

5.3.3. Определение устойчивости путем построения диаграммы Боде (ЛАЧХ)

Анализ устойчивости САУ по критерию Найквиста в некоторых случаях удобно производить методом построения диаграммы Боде, а именно с помощью ЛАЧХ (3.10)

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$

и фазовочастотных характеристик (3.9)

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{G(\omega)}{P(\omega)}.$$

Достоинство этого метода в том, что ЛАЧХ удобны для построения «вручную» и, как указывалось в п. 3.3.2, диаграммы Боде могут использоваться для анализа качественных характеристик системы.

В соответствии с критерием Найквиста, замкнутая минимально-фазовая система (у которой порядок числителя в выражении для ПФ ниже порядка знаменателя и нули расположены в правой полуплоскости) устойчива, если при достижении частотной характеристикой значения π , ЛАЧХ будет отрицательной.

Точка пересечения ЛАЧХ с осью ω характеризуется частотой среза ω_c .

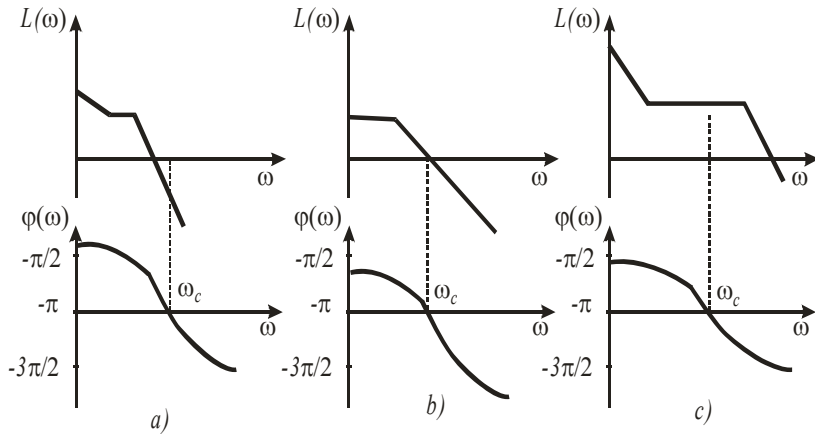


Рис. 5.4. Кривые Боде для анализа устойчивости

На рис. 5.4, *a* при $\varphi = -\pi$ ордината ЛАЧХ имеет отрицательные значения – это соответствует устойчивости системы. Отрицательность ЛАЧХ при $\varphi(\omega) = -\pi$ свидетельствует о том, что АФЧХ разомкнутой системы не охватывает точку $(-1, j0)$.

На рис. 5.4, *b* показаны графики соответствующие граничному условию устойчивости, когда ЛАЧХ пересекает ось ω при $\varphi = -\pi$.

На рис. 5.4, *c* показан случай неустойчивого состояния САУ. Здесь при $\varphi = -\pi$ ордината ЛАЧХ, соответствующая частоте среза положительна.

Контрольные вопросы:

1. Математические условия устойчивости по Ляпунову.
2. Необходимые и достаточные условия устойчивости линейной САУ по Ляпунову.

3. Как формируется характеристическое уравнение по передаточной функции системы?
4. Косвенные методы, позволяющие определить знаки корней характеристического уравнения без решения ДУ.
5. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица.
6. Определитель Δ_n Гурвица.
7. Частотные критерии устойчивости.
8. Достоинства частотных методов.
9. Критерий устойчивости Михайлова.
10. Кривые Михайлова для устойчивых систем.
11. Кривые Михайлова для неустойчивых систем.
12. Типичные кривые Михайлова для систем, находящихся на границе устойчивости.
13. Критерий устойчивости Найквиста.
14. Достоинства применения критерия устойчивости Найквиста.
15. АФЧХ устойчивой САУ.
16. АФЧХ неустойчивой САУ.
17. Определение устойчивости путем построения диаграммы Боде (ЛАЧХ).
18. Критерий устойчивости по ЛАЧХ.
19. Как определить запас устойчивости по модулю?
20. Как определить запас устойчивости по фазе?

6. МЕТОДЫ СИНТЕЗА САУ

Методы синтеза используются для того, чтобы создать САУ, обладающие требуемыми свойствами. При решении задач синтеза предварительно САУ делят на неизменяемую часть, например, объект управления (ОУ) и изменяемую часть – устройство управления (УУ). Для того чтобы, применяя методы синтеза, получить САУ с заданными свойствами, необходимо получить требуемые структуры и характеристики звеньев УУ.

6.1. Законы регулирования в линейных непрерывных САУ

Ранее в п. 1.2 были приведены различные способы управления (регулирования). Как указывалось ранее задача анализа и синтеза систем управления сводится к обеспечению устойчивости САУ. Этого можно добиться введением регулятора (рис. 6.1.). Надлежащим соединением регуляторов и выбором параметров регулятора можно обеспечить устойчивость системы и такие показатели качества как установившаяся ошибка, относительное перерегулирование, время установления, время максимума переходной характеристики и др. *Регулятором называется устройство автоматики, обеспечивающее устойчивость и качество процессов управления.* Для анализа устойчивости и показателей регулирования используются рассмотренные выше временные и частотные характеристики САУ.

Величина $\Delta y(t)$, равная разности требуемого значения выходной величины $y^P(t)$ от действительного значения $y(t)$ называется ошибкой управления (регулирования) и равна:

$$\Delta y(t) = y^P(t) - y(t). \quad (6.1)$$

Зависимость, связывающая входное воздействие $u(t)$ на ОУ с величиной ошибки называется законом регулирования, который можно представить в виде

$$u(t) = F[\Delta y(t)]. \quad (6.2)$$

Для комбинированных систем с дополнительной компенсацией по возмущению закон регулирования можно представить как

$$u(t) = F[\Delta y(t), f(t)]. \quad (6.3)$$

Ниже рассмотрены возможности реализации линейного закона регулирования в общем виде, описываемого зависимостью

$$u(t) = k_1 \Delta y(t) + k_2 \int_0^t \Delta y(t) dt + k_3 \frac{d\Delta y(t)}{dt}. \quad (6.4)$$

На практике наибольшее распространение получили 5 видов регуляторов, которые отличаются законом регулирования: пропорциональный, интегральный, пропорционально-интегральный, пропорционально-дифференциальный и пропорционально-интегрально-дифференциальный.

Пропорциональный (П-регулятор) имеет один параметр настройки. Его передаточная функция (ПФ) совпадает с ПФ пропорционального типового динамического звена (ТДЗ):

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = k_1, \quad (6.5)$$

где k_1 – коэффициент усиления.

Коэффициенты, входящие в ПФ регуляторов, называются их *параметрами настройки*. В конструкциях П-регуляторов коэффициент k_1 может изменяться в диапазоне от 0,1 до 40.

В данном случае устройство обладает высоким быстродействием.

Интегральный (астатический), или И-регулятор имеет также один параметр настройки. Его ПФ совпадает с ПФ астатического (интегрирующего) ТДЗ:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{T_u s}, \quad (6.6)$$

где T_u – время интегрирования.

В некоторых конструкциях И-регулятора параметр настройки T_u может изменяться в диапазоне от 1 до 2000 с.

САУ с И-регулятором обладает высокой точностью в установившемся режиме, однако в этом случае система будет склонной к колебаниям и снижению быстродействия.

Пропорционально-интегральный, или ПИ-регулятор имеет два параметра настройки. Это один из наиболее часто используемых типов регуляторов в промышленных САУ. Его ПФ имеет вид

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = k_1 + \frac{k_1}{T_u s} \quad (6.7)$$

Параметрами настройки регуляторов этого типа являются коэффициент усиления k_1 и время интегрирования T_u . ПФ включает в себя сумму его пропорциональной и интегральной составляющих, что соответствует параллельно-согласованному соединению элементов, заложенному в структуре ПИ-регулятора. Следовательно, в случае отказа интегральной составляющей ПИ-регулятор будет работать как П-регулятор, что повышает надежность его работы. Наличие И-регулятора уменьшает запас устойчивости системы.

Пропорционально-дифференциальный или ПД-регулятор имеет два параметра регулирования. Его ПФ имеет вид

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = k_1(1 + T_D s) \quad (6.8)$$

где T_D – время дифференцирования.

В некоторых конструкциях ПД-регулятора параметр настройки T_D изменяется в диапазоне от 1 до 200 с.

Пропорционально-интегрально-дифференциальный ПИД-регулятор имеет три параметра настройки. Его передаточная функция выражается в виде

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = k_1 \left(1 + \frac{1}{T_u s} + T_D s \right), \quad (6.9)$$

т. е. этот регулятор имеет три параметра настройки: k_I – коэффициент усиления, T_u – время интегрирования, T_D – время дифференцирования.

Выбор типа регулятора или закона регулирования – трудная задача. Существуют ряд диаграмм и эмпирических формул, позволяющих по передаточной функции объекта определить необходимый тип регулятора и его оптимальные параметры настройки. Однако на практике часто используются метод перебора: поочередно выбирают регулятор, проверяют на устойчивость и качество работы, и, если полученные результаты неудовлетворительные, берут более сложный регулятор.

В САУ с П-регулятором имеется статическая ошибка, а в САУ с ПИД-регулятором (самым сложным и дорогим) – минимальные динамическая ошибка и время регулирования.

Пример 6.1.

Тема для самостоятельной работы студентов (СРС):
Анализ устойчивости системы

Цель работы: освоить методы анализа САУ на устойчивость и приобрести навыки в применении программ MATLAB.

Ниже даны примеры применения MATLAB для анализа устойчивости САУ с применением критерия Найквиста. Методическое указание по выполнению СРС приведено в приложении 3.

Исходным для задания является структурная схема САУ, содержащая замкнутый контур, в котором комплексные и частотные передаточные функции (ПФ) динамических звеньев известны.

Ставятся задачи:

1. Определить ПФ эквивалентного звена – разомкнутой системы.

2. На Simulink Matlab построить модель заданной системы, а также эквивалентной разомкнутой системы и для обеих моделей построить переходные кривые.

3. По ПФ эквивалентного звена требуется получить характеристическое уравнение знаменателя и определить устойчивость системы по критерию Гурвица.

4. По ПФ эквивалентного звена получить дифференциальное уравнение системы и, выполнив преобразование Фурье, получить выражение для частотной ПФ.

5. Определить устойчивость системы по критерию Найквиста; изменяя параметры регулятора (датчика) добиться увеличения запаса устойчивости по модулю.

6. Построить «вручную» диаграмму Боде (ЛАЧХ).

7. Сравнить диаграммы Боде, полученные «ручным» методом и путем компьютерного моделирования.

Задачи 5–7 решаются с применением программного продукта Matlab, поэтому рассмотрим, как с помощью MATLAB выполнить анализ устойчивости системы, используя диаграмму АФЧХ Найквиста и диаграмму Боде.

Пусть ПФ разомкнутой системы равна

$$W_{\text{раз}}(j\omega) = \frac{0.8}{2s^3 + 3s^2 + 5s + 4}.$$

Для того чтобы построить диаграмму Найквиста в командном окне программы MATLAB набираем следующие команды:

% числитель ПФ

>> num=[0.8];

% знаменатель ПФ

>> den=[2 3 5 1];

% ПФ

>> sys=tf(num,den);

% построить диаграмму Найквиста

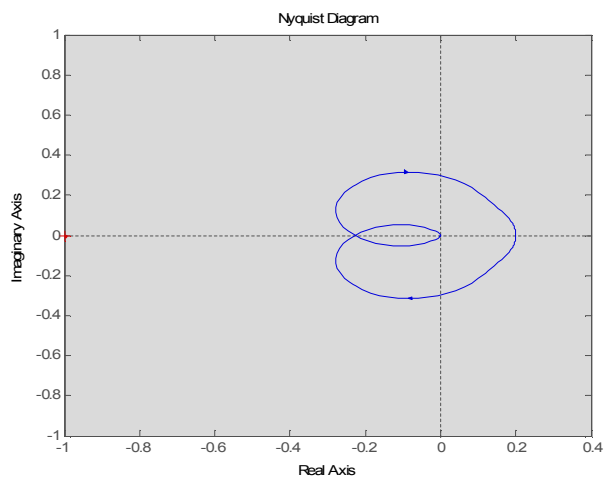
>> nyquist(sys)

% нажать ENTER

В результате будет построена диаграмма Найквиста в виде, представленном на рис. 6.1, а

Из этой диаграммы следует, что система устойчива и имеет большой запас устойчивости по модулю. Запас по модулю показывает во сколько раз надо увеличить 6 коэффициент усиления k (в нашем случае $k = 0.8$), чтобы годограф прошел через точку $(-1, j0)$.

а)



б)

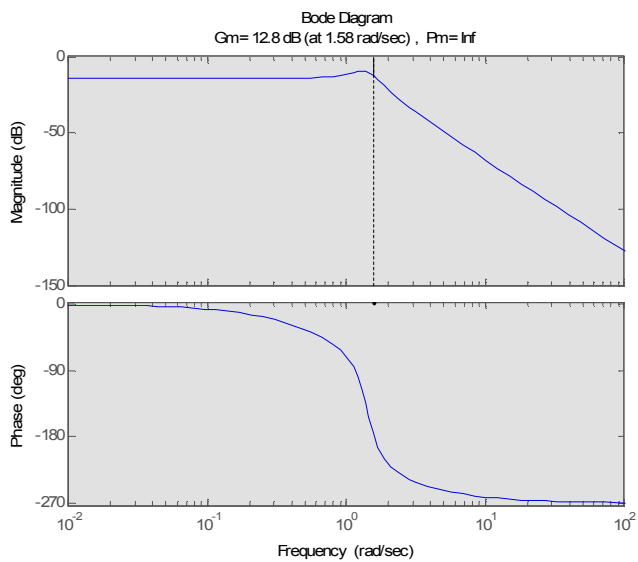


Рис. 6.1. Диаграммы Найквиста и Боде

Определим устойчивость рассмотренной системы с помощью диаграммы Бode и определим запас устойчивости по модулю и по фазе.

В командном окне программы MATLAB набираем следующие инструкции:

```
% числитель ПФ
>>num=[0.8];
% знаменатель ПФ
>>den=[2 3 5 1];
% ПФ
>>sys=tf(num,den);
% строится диаграмма Бode
>>margin(sys)
% нажать ENTER
```

В результате получена диаграмма Бode, показанная на рис. 6.1, б.

Система устойчива, запас по модулю $G_m=12.8$ дБ, запас по фазе ($P_m = Inf$) в данном случае не определен, как показывает запись над диаграммой.

В приложении 1 дано указание из работы [14] по использованию Simulink LTI-Viewer для построения приведенных динамических характеристик.

6.2. Аппроксимация сложных объектов управления совокупностью нескольких ТДЗ

Рассмотрим, как на практике применяются ТДЗ при синтезе САУ. Пусть задан некоторый реальный объект управления (ОУ).

Для того чтобы решить задачу анализа и синтеза САУ, необходимо установить передаточную функцию и постоянные времени ОУ. Для этого экспериментальным путем строится кривая разгона $y(t)$, как реакция системы на единичный скачок (рис. 6.2).

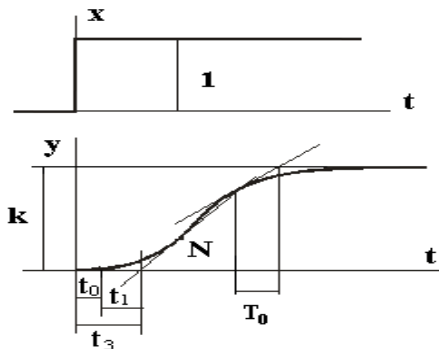


Рис. 6.2. Кривая разгона

По кривой разгона следует, что выходной сигнал в начале запаздывает на некоторое время транспортного запаздывания t_0 . Затем $y(t)$ изменяется как выходной сигнал апериодического звена второго порядка, передаточная функция которого имеет вид

$$W(s) = \frac{k}{T s^2 + T\xi s + 1},$$

где k – коэффициент усиления; T – постоянная времени; ξ – коэффициент демпфирования.

Аналитически определить указанные коэффициенты довольно сложно. По этой причине на практике применяется прием аппроксимации кривой $y(t)$ совокупностью нескольких кривых типовых звеньев, для которых коэффициенты легко определяются. Для этого в точке N перегиба звена проводится касательная и определяется емкостное запаздывание t_1 по точке пересечения касательной с осью времени. Оставшаяся часть кривой может рассматриваться как график апериодического звена первого порядка. Таким образом, объект управления аппроксимируется последовательным соединением двух звеньев: запаздывающего с временем запаздывания $t_3 = t_0 = t_1$ и апериодического 1-го порядка (рис. 6.3).

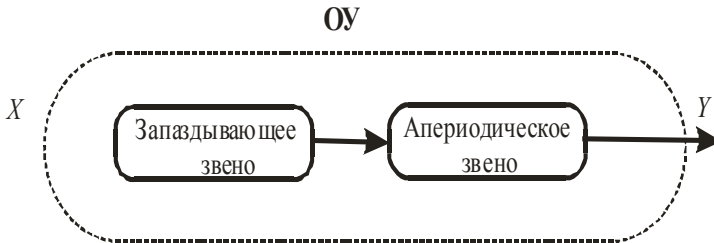


Рис. 6.3. Аппроксимация ОУ

Передаточная функция ОУ, составленного из последовательно соединенных звеньев имеет вид

$$W(s) = e^{-st_3} \frac{k}{T_0 s + 1}.$$

Коэффициенты k , T_0 легко определяются изложенным ранее способом. Объект (рис. 6.3) называется статическим объектом с запаздыванием.

6.3. Коррекция линейных САУ

Коррекция САУ производится введением корректирующего звена для обеспечения требуемого качества управления. Существуют различные виды коррекции:

1. Последовательная коррекция

Пусть желаемая (после коррекции) передаточная функция задана и равна $W(s)$. Неизменяемая часть САУ имеет передаточную функцию $W_C(s)$. Определим: какую передаточную функцию должно иметь корректирующее звено, если мы его соединим последовательно к заданному звену с ПФ $W_C(s)$.

Воспользуемся равенством 4.24, считая, что ПФ эквивалентного звена известна и равна $W(s)$, получим ПФ последовательно соединенного корректирующего звена с помощью зависимости

$$W_k(s) = \frac{W \cdot (s)}{W_c(s)}.$$

2. Параллельная коррекция

В отличие от приведенного теперь соединим корректирующее звено параллельно к заданному звену.

Теперь воспользуемся равенством (4.27). Так же, как и в предыдущем случае считаем, что ПФ эквивалентного звена задана и равна $W \cdot (s)$. Тогда ПФ корректирующего звена будет равна

$$W_k(s) = W \cdot (s) - W_c(s).$$

3. Коррекция с помощью обратной связи

При данном виде коррекции корректирующее звено может быть соединено двояко: во-первых, оно включается непосредственно в цепь обратной связи (рис. 4.26); во-вторых, оно может быть соединено последовательно с заданным звеном при единичной обратной связи (рис. 6.4).

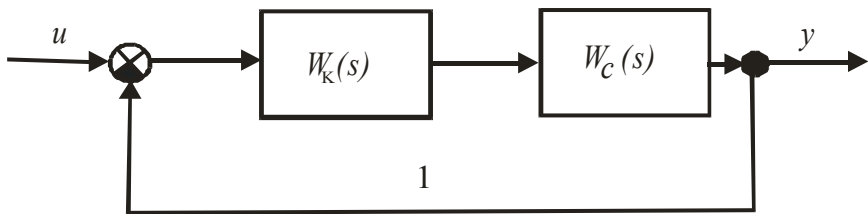


Рис.6.4. Схема коррекции с единичной обратной связью

В первом случае ПФ корректирующего звена определяется с помощью выражения (4.31), имеем

$$W_k(s) = \frac{W_c(s) - W \cdot (s)}{W_c(s)W \cdot (s)}.$$

Во втором случае, после простых преобразований получим ПФ корректирующего звена в виде

$$W_k(s) = \frac{W \cdot (s)}{W_c(s)[1 - W \cdot (s)]}.$$

Разновидностью коррекции с помощью обратной связи является система подчиненного регулирования. Отличие системы подчиненного регулирования в том, что она является многоконтурной, содержащей последовательно подчиненные замкнутые контуры, из которых последняя образует главную обратную связь. Преимущества такой системы в том, что предоставляется возможность синтеза параметров каждого контура по отдельности, начиная с внутреннего.

Контрольные вопросы:

1. Как получить САУ с заданными свойствами?
2. Какое устройство называется регулятором?
3. Как определяется ошибка управления?
4. Напишите закон регулирования по отклонению.
5. Напишите закон регулирования с компенсацией по возмущению закона регулирования.
6. Укажите 5 видов регуляторов.
7. Особенности и передаточная функция пропорционального регулятора.
8. Особенности и передаточная функция интегрального регулятора.
9. Особенности и передаточная функция пропорционально-интегрального регулятора.
10. Особенности и передаточная функция пропорционально-дифференциального регулятора.
11. Особенности и передаточная функция пропорционально-интегрально-дифференциального регулятора.
12. Аппроксимация сложных объектов управления совокупностью нескольких ТДЗ.
13. Задача коррекции линейных САУ.

ЧАСТЬ 2

ЭЛЕМЕНТЫ И УСТРОЙСТВА АВТОМАТИКИ

7. ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИКИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

К элементам автоматики по функциональному назначению отнесены следующие элементы: информации, сравнения, усиления, задающие, вычисления, памяти, логики, распределения, исполнения. Некоторые из этих элементов рассматриваются в специальных дисциплинах, другие будут рассмотрены ниже.

Следует отметить, что впервые в Казахстане учебное пособие по техническим средствам автоматики [6], включающее элементы автоматики и технологические приборы было подготовлено коллективом авторов, в числе которых были известные ученые Казахстана Г.М. Тохтабаев и А.А. Афанасьев.

7.1. Классификация элементов автоматики

Элементами автоматики называются устройства, выполняющие определенные функции преобразования энергии, информации.

Комплексы различных устройств и элементов автоматики, входящие в системы управления и соединенные электрическими, механическими и другими связями, на чертежах изображаются в виде условных электрических, гидравлических, пневматических и кинематических схем (прил. 4). Следует отметить, что электрическая схема подразделяется на:

- *структурную*, служащую для определения функциональных частей устройства, их назначения и взаимосвязей;
- *функциональную*, предназначенную для разъяснения процессов, протекающих в отдельных частях и устройстве в целом;
- *принципиальную*, показывающую полный состав элементов и связи между ними, и дающую представление о принципе работы устройства;
- *монтажную*, иллюстрирующую соединение основных частей устройства с помощью проводов, кабелей и т. д.

В системах автоматики элементы рассматриваются как звенья одностороннего действия, передающие преобразованный сигнал в одном направлении – с входа на выход.

В основу классификации элементов автоматики могут быть положены функциональные признаки. В этом случае различаются следующие классы элементов автоматики:

- информации,
- сравнения,
- распределения,
- усиления,
- вычисления,
- памяти,
- исполнения,
- логики и вспомогательные.

Набор элементов автоматики позволяет собрать любую автоматическую систему измерения, контроля, регулирования и управления. При этом каждый класс элементов в зависимости от различных признаков может в свою очередь подразделяться на подклассы, группы, подгруппы и т. д. Устройства, непосредственно реализующие указанные функции, будут в дальнейшем рассмотрены более подробно.

Множество элементов автоматики имеют некоторые общие характеристики. Главной общей характеристикой элементов автоматики является *коэффициент преобразования* или *коэффициент передачи*, представляющий собой отношение выходной величины y к входной x или отношение приращения выходной величины Δy (или dy) к приращению входной величины Δx (или dx). В первом случае $K = y/x$ называется статическим коэффициентом преобразования, а во втором случае $K' = \Delta y / \Delta x \approx dy/dx$ при $\Delta x \rightarrow 0$ – динамическим коэффициентом преобразования. В зависимости от конкретного класса элемента автоматики, эти характеристики имеют определенный физический смысл. Например, применительно к датчикам коэффициент преобразования называется чувствительностью, а для усилителей – коэффициент усиления.

Некоторые параметры служат для характеристики динамического режима при функционировании элементов автоматики. Причем динамическим режимом называется процесс перехода элементов и систем автоматики из одного установившегося состояния в другое, т. е. такое условие их работы, когда входная величина x , а следовательно, и выходная величина y изменяются во времени. Этот процесс называется переходным процессом. При отсутствии инерционности звена скачкообразное изменение входного сигнала x_0 вызывает скачкообразное изменение выходного сигнала на величину y_0 (рис. 7.1, *a*). Так как в действительности элементы автоматики обладают определенной инерционностью, то при скачкообразном изменении входной величины от 0 до x_0 выходная y достигает установившегося значения $y_{уст.}$ (рис. 7.1, *b*) не сразу, а по истечении промежутка времени, в течение которого происходит переходный процесс. При этом переходный процесс может быть аperiodическим (неколебательным) затухающим (рис. 7.1, *b*) или колебательным затухающим (рис. 7.1, *c*). На рис. 7.2 показан пример реакции датчика на изменение входного сигнала. Здесь t_0 – время прохождения зоны нечувствительности, когда датчик не реагирует на изменение входного сигнала; t_D – время запаздывания, когда показания датчика первый раз показывает 50 % y ; t_P – время достижения первого максимума y_{max} . $t_{уст.}$ – время установления. Время переходного процесса или время установления – это время в течение которого выходной сигнал достигает установленного значения и отклонение становится меньше заданного (например, $\Delta y = \pm 5\%$) является одной из динамических характеристик элементов автоматики.

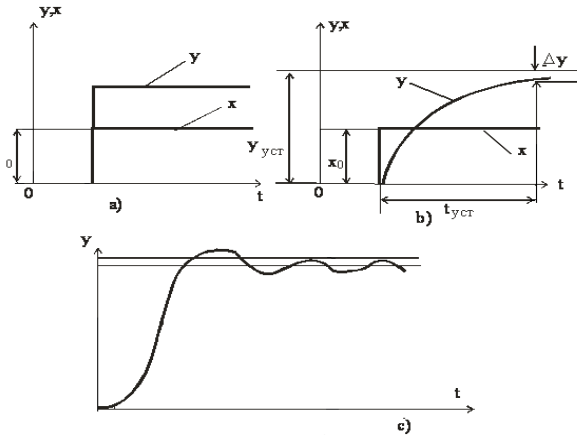


Рис.7.1. Переходные процессы в элементе

7.2. Задающие устройства

Задающее устройство (ЗУ) предназначено для ввода в САУ задающего воздействия, содержащего информацию о том, как дальше должен управляться объект управления.

В замкнутых системах управления ЗУ вводит заданное значение регулируемой координаты. В САУ с логическими программами ЗУ вводит эту программу. В системах автоматического регулирования ЗУ содержит информацию о регулируемом параметре в дискретной или аналоговой форме.

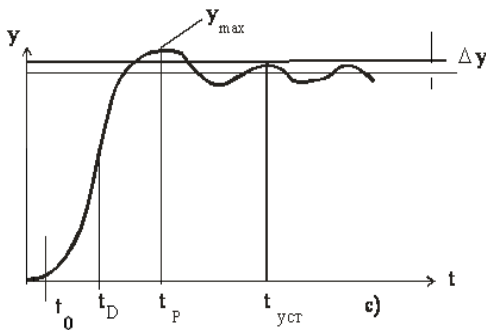


Рис.7.2. Реакция датчика

Конструкция задающего устройства зависит от его конкретного назначения. Например, для ввода в систему автоматического регулирования стабилизированного напряжения может использоваться потенциометр. В простейшем потенциометре входной величиной является перемещение, а выходной – напряжение (ток), которое зависит от перемещения движка. В автоматических системах с программным управлением в качестве ЗУ используются командоаппараты непрерывного или дискретного действия. Например, на рис. 7.3 показана схема командоаппарата непрерывного действия

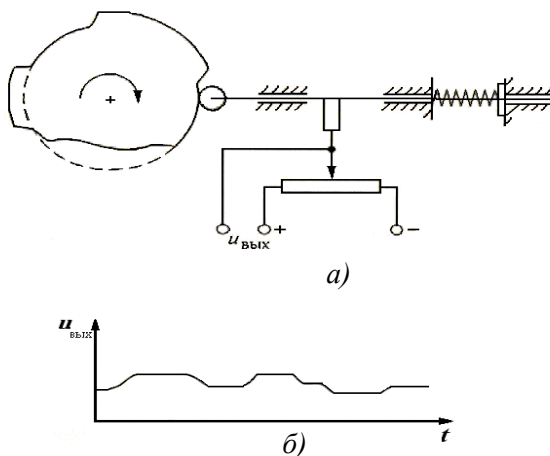


Рис. 7.3. Командоаппарат непрерывного действия

Такое ЗУ может использоваться лишь в САУ без обратной связи, т. к. сигналы на выходе ЗУ не зависят от фактического выполнения команд, они повторяются по заранее заданному циклу. Такие командоаппараты имеют СУ некоторые стиральные машины.

Функции ЗУ может выполнять контактные и бесконтактные системы, основанные на реле или электронных ключах. В этом случае ЗУ выполняет функцию автоматического включения или отключения программно управляемой системы.

7.3. Устройства сравнения

Устройства сравнения (УС) выполняют функцию сравнения сигналов. Так, например в САУ с обратной связью к одному из входов УС поступает сигнал от датчика, а к другому от ЗУ (за датчика) заданное значение сигнала. В зависимости от разницы формируются сигналы для управления. В электрических схемах в качестве УС используются переменные резисторы, потенциометры, электронные устройства.

Пусть заданное значение управляемой величины g . Этот сигнал контролируется датчиком, который в данный момент выдает значение y . На УС получается сигнал рассогласования

$$\lambda = g - y. \quad (7.1)$$

Предположим, что в системе управления к выходу УС присоединен исполнительный механизм. При $\lambda = 0$ система находится в равновесии, а при $\lambda \neq 0$ включается механизм.

В качестве УС часто используется мостовая схема, приведенная на рис. 7.4.

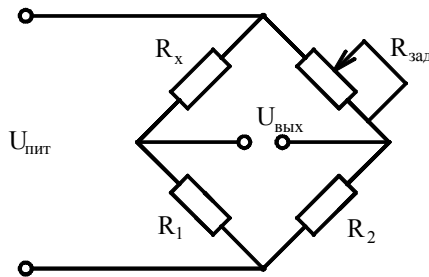


Рис. 7.4. Мостовая схема УС

Рассогласование с применением мостовой схемы определяется выражением

$$\lambda = R_{зад} - R_x R_2 / R_1. \quad (7.2)$$

УС может быть построена на базе операционного усилителя.

7.4. Усилители

Усилитель (У) предназначен для усиления входного сигнала. В некоторых случаях с помощью У получают заданную зависимость между входным и выходным сигналом. Следует отметить, что в усилителях сигналы на входе и выходе имеют одну и ту же физическую природу. Усиление или преобразование энергии в У осуществляется за счет энергии источника питания усилителя.

Основными характеристиками У являются: коэффициент усиления; линейность статической характеристики; быстродействие; уровень собственных шумов; максимальная выходная мощность.

В САУ применяются следующие типы усилителей: полупроводниковые, магнитные, электромашинные, гидравлические, пневматические и др. В измерительной технике широко применяются полупроводниковые У, которые имеют высокий коэффициент усиления, низкий уровень шумов, большое быстродействие. Вместе с тем эти У имеют низкую выходную мощность.

Полупроводниковые усилители достаточно подробно рассматриваются в курсе Электроники. Здесь в качестве примера рассмотрим усилитель на биполярном транзисторе, схема которого приведена на рис. 7.5.

Здесь сопротивления R_1 , R_2 обеспечивают равновесие в каскаде. При этом в транзисторе протекают токи покоя базы $I_{б.п.}$, коллектора $I_{к.п.}$, эмиттера $I_{э.п.}$, также имеются соответствующие напряжения $U_{бп}$, $U_{кп}$, $U_{эп}$. Емкости C_1 , C_2 выполняют разделительные функции. Емкость C_1 препятствует протеканию тока с делителя сопротивлением R_1 , R_2 . Емкость C_2 препятствует прохождению напряжения на сопротивление нагрузки R_n . Сопротивление R_3 определяет ток покоя через транзистор при заданном напряжении $U_{бп}$. Так, в случае роста температуры коллектора ток $I_{к.п.}$ и $I_{э.п.}$ возрастают, при этом возрастает и падение напряжения на эмиттере $U_{эп} = I_{эп} R_{эп}$. Ввиду того, что напряжение на базе фиксировано, то происходит закрывание транзистора, что приводит к автоматической балансировке режима покоя в работе транзистора.

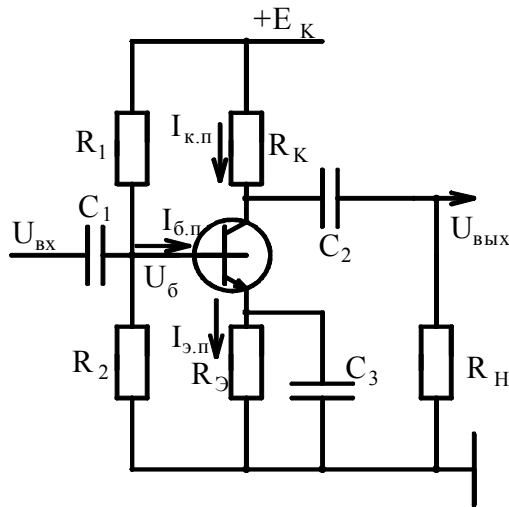


Рис. 7.5. Схема усилителя на биполярном транзисторе

Переменный ток эмиттера создает переменное напряжение $U_э = I_э R_э$, которое уменьшает усиливаемое напряжение. Коэффициент усиления каскада (из одного У) равен

$$K = R_к / R_э.$$

Для определения параметров выходного сигнала в динамическом режиме сопротивление нагрузки $R_н$ подключается параллельно сопротивлению $R_к$. Тогда общее сопротивление в цепи коллектора равно:

$$R_{ко} = \frac{R_к R_н}{(R_к + R_н)}. \quad (7.3)$$

Рассмотрим пример магнитного усилителя. Магнитный усилитель (МУ) представляет многообмоточный дроссель с железным сердечником. Принцип действия МУ связан с тем, что при подмагничивании сердечника магнитным полем постоянного тока происходит изменение индуктивности обмоток переменного тока.

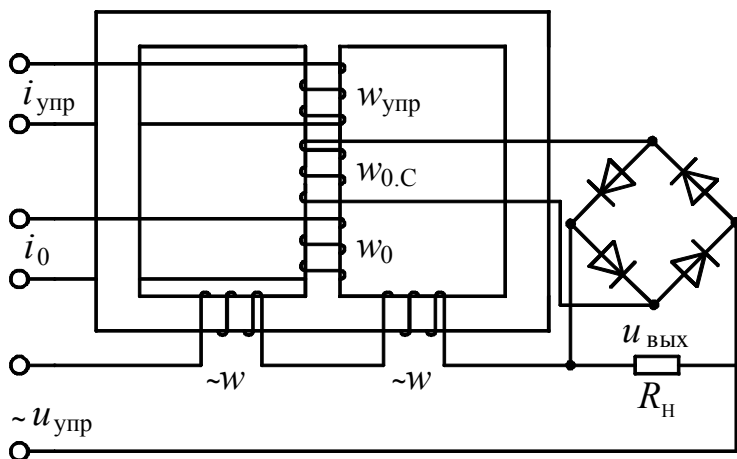


Рис. 7.6. Схема магнитного усилителя

На рис. 7.6 представлена схема однотактного магнитного усилителя. Этот МУ имеет одну двухсекционную обмотку переменного тока $\omega_{\approx}$. Последовательно к этой обмотке подключена нагрузка усилителя R_H . На среднем стержне имеются 3 обмотки: управляющая ($\omega_{упр}$), обратной связи (ω_{oc}) и нулевая (ω_0). По управляющей цепи подается входной сигнал в виде постоянного тока $i_{упр}$. Обмотка обратной связи питается через выпрямитель выходным напряжением МУ. При этом положительная обратная связь увеличивает крутизну статической характеристики и инерцию усилителя и наоборот, уменьшает эти параметры при отрицательной обратной связи. Роль обратной связи важна в связи с тем, что быстродействие МУ сравнительно низкое. Нулевая обмотка питается от независимого источника питания и служит для сдвига рабочей точки усилителя на линейный участок.

При подаче тока на эту обмотку рабочая точка сдвигается вправо на середину линейной характеристики. В этом случае при МУ приобретает свойство чувствительности к полярности управляющего тока. При отсутствии тока в нулевой обмотке МУ

нечувствителен к изменению полярности, а характеристики усилителя симметричны относительно оси ординат.

В автоматических системах управления с гидравлическими элементами применяются гидроусилители. Принцип действия простого гидроусилителя показан на рис. 7.7. Благодаря свойству усиления малому входному усилию соответствует высокое выходное усилие на штоке. В качестве примера рассмотрим расчетную схему гидросистемы, состоящей из гидронасоса и гидродвигателя поступательного движения, гидроцилиндры которых соединены друг с другом короткой магистралью (рис.7.7).

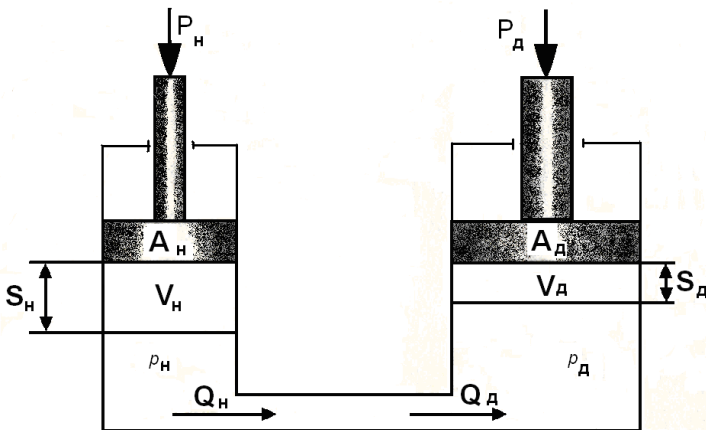


Рис. 7.7. Схема гидроусилителя

Если на шток гидронасоса (ГН) с площадью поршня A_H действует сила P_H , то в жидкости возникает давление $p_H = P_H / A_H$, которое действует на поршень гидродвигателя (ГД) площадью A_D и вызывает на штоке силу, которая уравнивает силу $P_D = p_D A_D$ в том случае, когда система находится в равновесии и без учета потерь на трение, и потери давления в магистрали $p_H = p_D$. Отсюда следует, что

$$\frac{P_H}{A_H} = \frac{P_D}{A_D}.$$

Из этого выражения следует мультипликационный эффект ГП, характеризуемый коэффициентом мультипликации. Коэффициент мультипликации равен отношению силы на выходном звене к силе на входном звене

$$\kappa = P_D / P_H = A_D / A_H.$$

7.5. Исполнительные приводы систем автоматики

7.5.1. Основные понятия, определения

Исполнительными приводами (ИП) называется система, в которой осуществляется преобразование энергии и информации в целях получения механического движения с требуемыми характеристиками. Ниже представлена укрупненная функциональная схема ИП. ИП состоит из системы управления (СУ) и информационно-измерительной системы (ИИС), относящихся к исполнительному уровню; источника, аккумулирующего механическую энергию (Д), а также дополнительных механических устройств в виде муфты, тормоза (М) и передаточного механизма (ПМ) (рис. 7.8). Указанное исполнительное устройство при определенных условиях называется мехатронным модулем движения (ММД).

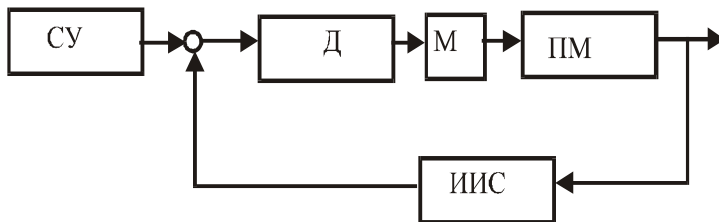


Рис. 7.8. Схема структуры ИП

Естественно, что на современном уровне развития общества и в связи с высоким уровнем технического прогресса к системам автоматике в целом и к ИП в частности, как представителям области высоких технологий, предъявляются повышенные требования по различным показателям. Так, например, ИП систем автоматике должны работать в условиях переменных динамических характеристик (моменты инерции, нагрузки). В то же время они не должны реагировать на возмущающие факторы. В условиях больших динамических нагрузок ИП должны обеспечивать демпфирование этих нагрузок. Важным требованием, предъявляемым к ИП является то, что он должен иметь высокое отношение мощности к массе. Снижение общей массы и размеров является характерной тенденцией для ИП. Так как ИП аккумулируют механическую энергию, в результате которого выполняется управляемое движение, то к ИП предъявляются такие требования как быстродействие, плавность движения, повышенная нагрузочная способность, отсутствие вибраций. С точки зрения эксплуатации ИП должны обеспечивать заданную точность движения, не должны быть источниками повышенного шума, быть удобными и безопасными в эксплуатации. Исходя из требования конъюнктуры рынка, ИП должны иметь низкую стоимость, соответствующий дизайн, иметь удобный человеко-машинный интерфейс.

На практике встречается множество ИП различного назначения, отличающиеся по многим признакам. Основным отличительным признаком является источник, аккумулирующий механическую энергию. По этому признаку ИП делятся на пневматические, электрогидравлические и электрические.

7.5.2. Гидро- и пневматические ИП

В зависимости от того, какая рабочая среда (газ или жидкость) используется для исполнительного двигателя, различают соответственно пневматические и гидравлические исполнительные приводы.

От способа использования энергии газа или жидкости гид-

ропневматические исполнительные приводы разделяются на объемные и динамические. Принцип действия объемного привода основан на том, что газ или жидкость под давлением изменяют объем камер двигателя, в результате чего выполняется перемещение рабочего органа двигателя – поршня гидропневмоцилиндров или лопастей гидродвигателя вращательного движения.

Гидропневмоприводы, принцип действия которых основан на динамическом воздействии потока жидкости или газа называются гидропневмодинамическими приводами.

В дальнейшем рассматриваются в основном объемные гидропневмоприводы.

В гидропневматических ИП источником, аккумулирующим механическую энергию являются гидропневмодвигатели линейного и вращательного движения.

Областью применения электропневматических ИП является промышленная робототехника, приводы с небольшими требованиями по точности, а также приводы двухпозиционных механизмов (клапаны, захваты) и простейшие производственные автоматы. В состав пневматических ИП могут входить для непосредственного исполнения механического движения: пневмоцилиндры одностороннего и двухстороннего действия, неполноповоротные пневмодвигатели, пневмомоторы, мембранные камеры и др. В качестве вспомогательных устройств для управления и функционирования двигателей входят: распределительная аппаратура, различные пневмоклапаны, пневмодроссели, индикаторы и реле давления, аппаратура для подготовки воздуха и др. Для управления пневматическим ИП может использоваться модуль микропроцессорного управления, а также система управления, основанная на струйной автоматике. На рис. 7.9 представлена схема, показывающая принцип действия пневматического ММД. Положение штока пневмоцилиндра измеряется потенциометром (П), сигнал от которого подается к сервоусилителю (СУ), питающемуся от источника питания (И). Сервоусилитель подает сигналы на сервораспределитель (СР), управляющий подачей воздуха в пневмоцилиндр.

Основными достоинствами пневматических ИП является:

- быстродействие;
- возможность управления силой на выходе;
- простота конструкций, не требующая дополнительных механических передач;
- простота в эксплуатации;
- пожаро- и взрывобезопасность;
- возможность применения струйной автоматики.

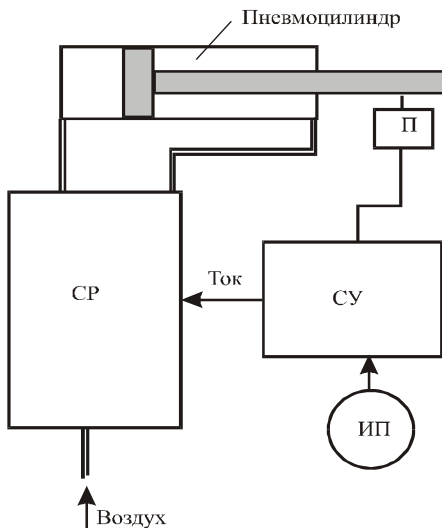


Рис 7.9. Схема гидропневматического ИП

Однако существуют причины, ограничивающие применения пневматических ИП.

Пневматические ИП имеют ряд существенных недостатков и главное из них то, что из-за сжимаемости воздуха нельзя получить движение и позиционирование с заданной точностью. Кроме того, пневматические ИП имеют низкую выходную мощность на выходе, что обусловлено низким рабочим давлением, не могут обеспечить плавности движения, требуют наличия устройства для подготовки воздуха. Тем не менее, в будущем,

возможно, могут быть созданы устройства и элементы пневмоавтоматики для расширения области применения пневматических ИП.

Электрогидравлические ИП имеют следующие достоинства:

- высокая энергоемкость;
- быстрое действие;
- простота конструкции и возможность применения агрегатно-модульного принципа при конструировании и сборке;
- жесткость статических нагрузочных характеристик из-за свойства малой сжимаемости рабочей жидкости;
- не требуются механические преобразователи движения, снижающие к.п.д. системы.

Однако электрогидравлические ИП имеют ряд существенных недостатков, а именно:

- требуют применения специальных источников, из которых должна поступать рабочая жидкость (насосная станция, гидрорезервуары);
- свойства жидкости (вязкость) зависят от температуры. Так, например, при работе ИП жидкость нагревается и её свойства изменяются, что влияет на динамические характеристики системы в целом;
- имеет место утечка рабочей жидкости, создающая проблемы экологического характера, а также влияющая на эксплуатационные характеристики ИП;
- наличие прецизионных пар предъявляют высокие требования по точности для изготовления вспомогательных устройств (золотников, гидроцилиндров и т. д.).

Тем не менее, имеются множество областей, где электрогидравлические ММД имеют явные преимущества по сравнению с другими, например, при высоких нагрузках более 10 кВт, для работы во взрывоопасной среде. Гидроприводы применяются для промышленных роботов, обслуживающих оборудование, которые работают на гидроприводах. Тем самым достигается унификация оборудования по источнику, аккумулирующему механическую энергию.

7.5.3. Электромеханический исполнительный привод (ЭМИП)

ЭМИП является в конструктивном и функциональном отношении самостоятельным изделием, включающим в себя механическую, электрическую (электротехническую) и информационную части, которые можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями. Отличием электромеханических мехатронных модулей движения (ЭМММД) от обычных не мехатронных ЭМИП является наличие встроенной информационной части.

Развитие современных технологий микроэлектроники сделали возможным изготовление миниатюрных датчиков, электронных блоков, которые могут успешно интегрироваться в ЭМИП и тем самым, превращать его в ЭМММД.

Укрупнено состав типичного ЭМИП, который представлен на рис. 7.10. Здесь ЭМИП состоит из электродвигателя – электротехнического преобразователя электрической энергии в механическую энергию. Для преобразования механического движения используются различные механические преобразователи (передаточные механизмы). Также сюда можно отнести и люфтовыбирающие механизмы и соединительные устройства (тормоза, муфты). Информационная часть включает измерительные приборы, преобразователи информационных сигналов. Обычно в информационной части используются кинестетические датчики, которые формируют информационный массив данных об механических величинах – обобщенных силах, координатах, скоростях, ускорениях.

Электромеханический мехатронный модуль движения, которая включает расширенную информационно-измерительную систему, электронные силовые преобразователи для электродвигателей и микропроцессорные системы управления называются интеллектуальным мехатронным модулем движения. В дальнейшем, в основном рассматриваются такие интеллектуальные мехатронные модули движения, которые названы электромехатронными модулями движения (ЭММД). Под интеллектуаль-

ными мехатронными модулями будем называть мехатронные модули движения, в которых применяются интеллектуальные методы в управлении. Ниже на рис. 7.11 приведена упрощенная функциональная схема ЭММД.

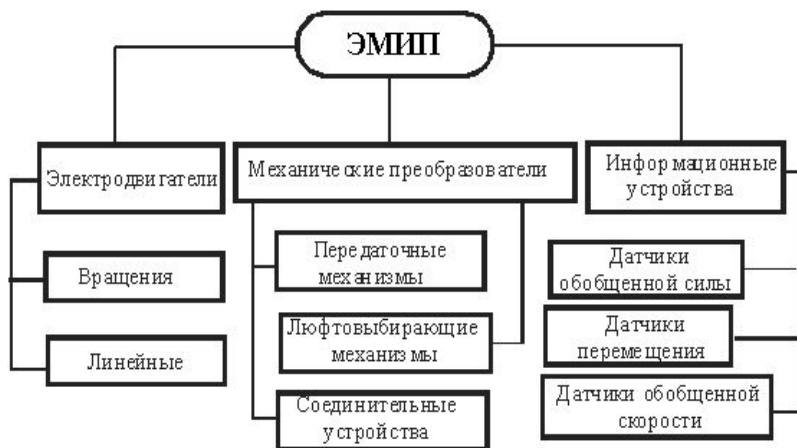


Рис. 7.10. Состав ЭМИП

Здесь не показан источник питания, который может быть общим для всех энергопотребителей или отдельным для УК, СП и ЭД, МП.

На данной функциональной схеме показаны источник и объект, которые не являются элементами ЭММД. Однако информация об объекте является обязательным, как в процессе функционирования так и на стадии формирования цели функционирования ЭММД. Каждый из приведенных составных функциональных элементов, в дальнейшем, в той или иной мере будет рассмотрен. Здесь лишь следует заметить, что под УК понимается совокупность аппаратных и программных средств для автоматического управления электродвигателем через СП. Причем УК получает сигналы от системы управления, расположенного иерархически выше, а также получает информацию о

внешней среде (объекте) и внутреннем состоянии ЭММД с помощью информационно-измерительной системы. Силовой преобразователь представляет электронное устройство, т.е. систему, предназначенную для непосредственного управления электродвигателем в соответствии с сигналами сформированными УК.

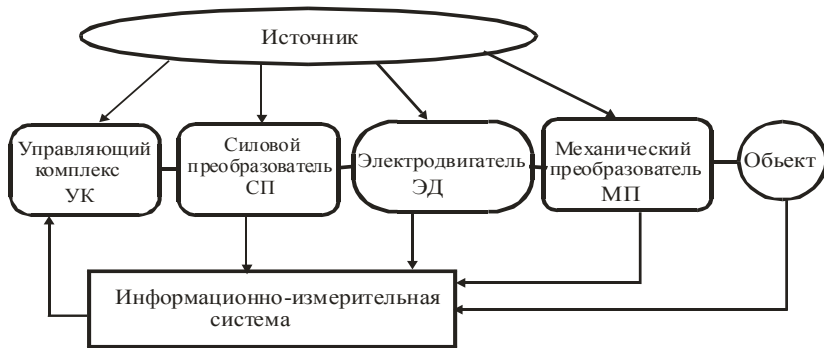


Рис. 7.11. Функциональная схема ЭММД

Следует заметить, что на схеме показано как МП подключается в некоторых случаях к источнику питания. Такие случаи могут иметь место, если имеются электромагнитные муфты или тормоза, они также могут управляться от УК.

Важной особенностью ЭММД является то, что он содержит элементы различной природы, электронные, электротехнические, механические, информационные.

Особенность мехатронных систем в том, что в них циркулируют взаимосвязанные энергетические и информационные потоки. Это следует из анализа ЭММД, который является структурной единицей мехатронной системы.

7.6. Датчики

Измерительные элементы автоматике служат для измерения регулируемой величины, возмущающего воздействия или других величин, дающих необходимую информацию для управления.

Приведем некоторые понятия и определения.

Измерительный преобразователь – средство измерений, служащее для преобразования измеряемой величины в другую величину или измерительный сигнал, удобный для обработки. Простейшим измерительным преобразователем является первичный преобразователь или чувствительный элемент, который изменяет свое состояние под действием внешнего возмущения. Например, фотодиод, тензорезистор. В технике широкое распространение получили датчики.

Датчик – это один или несколько измерительных преобразователей, который под воздействием физической величины выдает эквивалентный сигнал, являющийся однозначной функцией измеряемой величины.

Измерительный прибор (ИП) – это устройство, предназначенное для получения значения измеряемой физической величины в установленном диапазоне. По форме регистрации измеряемой величины приборы делятся на аналоговые и цифровые. По назначению – на приборы для измерения электрических и неэлектрических величин.

Измерительная установка – совокупность функционально объединенных средств измерений, предназначенная для обработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для непосредственного восприятия. Она может содержать в своем составе меры, измерительные преобразователи, измерительные приборы, а также различные вспомогательные устройства.

Измерительная система – это совокупность функционально объединенных, соединенных между собой каналами связи средств измерений, ЭВМ и других технических устройств, размещенных в разных точках контролируемого объекта с целью измерения одной или нескольких физических величин и обработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для автоматической обработки, передачи и использования в автоматических системах управления.

Измерительно-вычислительный комплекс представляет измерительную систему, предназначенную для конкретной измерительной задачи.

Информация о свойствах объектов измерения поступает на

вход средств измерения в виде *сигналов*. В зависимости от природы физических явлений, сформировавших сигнал, они делятся на механические, электрические, магнитные, световые и др. В зависимости от характера изменения различают сигналы постоянные и переменные во времени. Переменные во времени сигналы в свою очередь подразделяются на случайные, детерминированные и квазидетерминированные сигналы. Квазидетерминированные сигналы имеют известные характеристики закона изменения во времени, но неизвестные один или несколько параметров. Например, косинусоидальный сигнал имеет известную частоту и амплитуду, но неизвестную фазу.

В общем, рассматриваемые здесь датчики, служат не только для измерения, но также они осуществляют необходимое для управления преобразование изменений требуемых величин в величину другого вида, удобную для передачи сигналов в информационно-измерительной системе. Большинство датчиков преобразуют различные физические величины в электрические за исключением пневматических датчиков.

В САУ входят технические устройства, реализующие процессы информационно-измерительной технологии. Датчики являются одним из важных элементов информационно-измерительной системы САУ. Как показано на рис. 7.12, датчик состоит из чувствительного элемента (ЧЭ) и преобразователя сигналов (ПС). В соответствии с физическими принципами, положенным в основу преобразования информации, различают следующие ЧЭ, применяемые в автоматике:

- резистивные (включая тензо- и фоторезисторы);
- электромагнитные (индуктивные, индукционные и др.);
- преобразователи Холла;
- оптические;
- пьезоэлектрические.

Для ИП применяются два вида измерительных схем, предназначенных в основном для преобразования информации ЧЭ в электрические сигналы: параметрические и генераторные. В параметрических ИП производится преобразование сигналов с ЧЭ в электрический сигнал в форме напряжения или тока. В генера-

торных измерительных схемах ИП ЧЭ входит в состав генератора, при этом частота генерации сигнала равна резонансной частоте контура, созданного с катушкой индуктивности и конденсатором.

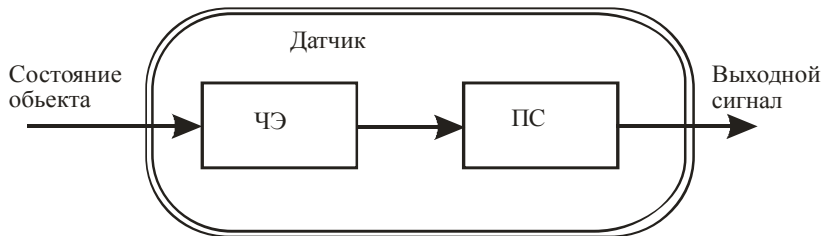


Рис. 7.12. Схема датчика

В зависимости от выполняемой функции, датчики делятся на кинестетические, локационные, визуальные и тактильные. К кинестетическим датчикам относятся датчики положения и перемещения (резистивные датчики положения, электромагнитные датчики положения, фотоэлектрические датчики положения); датчики скорости (тахогенераторы); датчики динамических величин (пьезоэлектрические, магнитоупругие, электростатические, электромагнитные).

К локационным датчикам относятся:

- магнитные локационные системы;
- вихревые локационные системы;
- электромагнитные локационные системы;
- акустические локационные системы;
- оптические локационные системы.

К зрительным датчикам и системам относятся системы технического зрения. Системы тактильного типа представляют датчики систем силомоментного осязательства, контактные датчики, датчики касания.

К статическим характеристикам датчика относятся: чувствительность, разрешение, статическое усиление, дрейф, рабочий диапазон, повторяемость и воспроизводимость. Чувствитель-

ность позволяет оценить выходной сигнал по пределам изменения измеряемой величины. Различают статическую и динамическую чувствительность. Статическая чувствительность измеряется на основании статической функции преобразования, при этом, если обозначить сигналов на входе x и выходе y , то $y = Sx$, где S – чувствительность или коэффициент преобразования.

Разрешение – это наименьшее значение измеряемой величины, которое может быть зафиксировано и точно показано датчиком. Статическое усиление – это коэффициент усиления датчика на очень низких частотах.

Дрейф представляет отклонение показаний датчика от нуля или от максимального показания, когда измеряемая величина остается постоянной в течение сравнительно продолжительного времени. Рабочий диапазон определяется максимальными значениями входных и выходных сигналов. Повторяемость воспроизводимости определяется многократными измерениями одной и той же величины в разные моменты времени. При определении воспроизводимости берется большой интервал времени.

Контрольные вопросы:

1. Определение элементов автоматики.
2. На какие схемы подразделяются электрические схемы?
3. Классификации элементов автоматики по функциональным признакам на классы.
4. Назначение и примеры задающих устройств.
5. Назначение и примеры устройства сравнения.
6. Назначение и примеры усилителей ($У$).
7. Основные характеристики $У$.
8. Схема усилителя на биполярном транзисторе.
9. Коэффициент усиления электронного усилителя.
10. Принцип действия простого гидроусилителя.
11. Назначение и примеры исполнительных приводов (ИП).
12. Функциональные схемы ИП.
13. Требования, предъявляемые к ИП.

14. Основные отличительные признаки ИП по источникам, аккумулирующим механическую энергию.
15. Какие устройства, аккумулирующие механическую энергию используются в гидро-пневмоприводах?
16. Постройте схему гидро-пневматического ИП, показывающую принцип его действия.
17. Достоинства пневматических ИП.
18. Схема электрогидравлических ИП.
19. Достоинства электрогидравлических ИП.
20. Недостатки электрогидравлических ИП.
21. Электромеханический исполнительный привод (ЭМИП).
22. Состав типичного ЭМИП.
23. Функциональная схема ЭММД.
24. Функции датчика как измерительного элемента САУ.
25. Дайте определение измерительного преобразователя.
26. Дайте определение датчика.
27. Дайте определение измерительной установки.
28. Дайте определение измерительной системы.
29. Из каких составных элементов состоит датчик?
30. Укажите два вида измерительных схем, предназначенных в основном для преобразования информации чувствительного элемента в электрические сигналы.
31. Как классифицируются датчики в зависимости от выполняемой функции?
32. Какие датчики относятся к кинестетическим?
33. Какие датчики относятся к локационным?

8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

8.1. Устройства и применения

Электромагнитная система, состоящая из металлического сердечника – магнита и статорной обмотки (рис. 8.1), называется электромагнитным устройством (ЭУ). Принцип действия ЭУ основан на том, что при подаче тока в статорную обмотку, сердечник (якорь) перемещается из-за действия магнитной индукции.

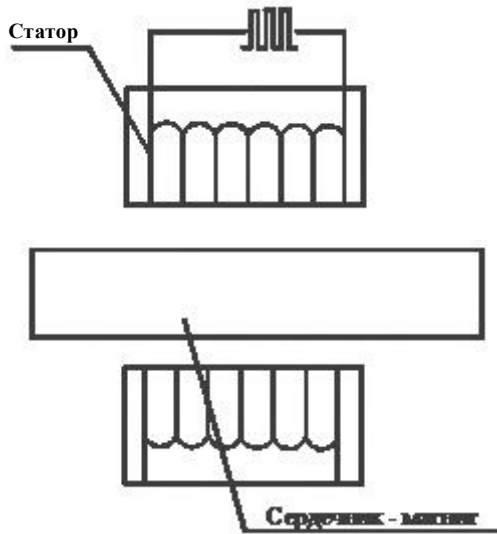


Рис. 8.1. Электромагнитное устройство

ЭУ применяются в системах автоматики в качестве переключающих (реле) и исполнительных устройств автоматики. ЭУ, используемые в качестве реле называются электромагнитными реле (ЭР). В ЭР под действием входного электрического сигнала осуществляется переключение, при этом происходит скачкообразное изменение выходного сигнала.

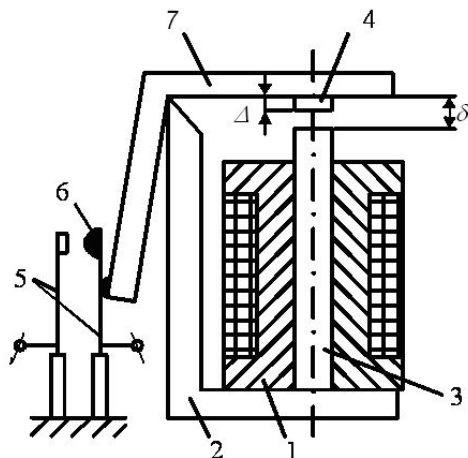


Рис. 8.2. Электромагнитное реле

На рис. 8.2 показано электромагнитное реле, здесь: 1 – катушка, 2 – ярмо, 3 – сердечник, 4 – наконечник, 5 – пластины, 6 – контакты, 7 – якорь.

Принцип действия электромагнитного реле основан на том, что при подаче тока в обмотку статора (на катушку) создается магнитный поток, который проходя через сердечник, воздушного зазора δ , якорь создает электромагнитное усилие, притягивающее якорь к сердечнику, последний замыкает контакты 6. Наконечник 4 предохраняет от залипания якоря к сердечнику при отсутствии зазора. Поэтому всегда остается начальный зазор Δ .

ЭР, используемые для переключения мощных цепей называются контакторами. Такие реле используются в релейных системах управления автоматически управляемых электродвигателей, например, грузоподъемных и подъемно-транспортных машин.

В общем ЭР в системах автоматики используются для управления, защиты и сигнализации. В зависимости от входного тока ЭР делятся на реле постоянного и переменного тока. Реле постоянного тока в свою очередь подразделяется на нейтральные и поляризованные. В нейтральных ЭР положение якоря не

зависит от направления тока в статорной обмотке. Наоборот, поляризованные реле реагируют на изменение полярности входного сигнала.

В реле переменного тока необходимо предусмотреть меры по устранению вибрации якоря из-за переменности входного тока. Для этого используются магнитопроводы, набранные из отдельных листов, двухобмоточные реле, реле с короткозамкнутыми витками. Все это усложняет конструкцию ЭР переменного тока.

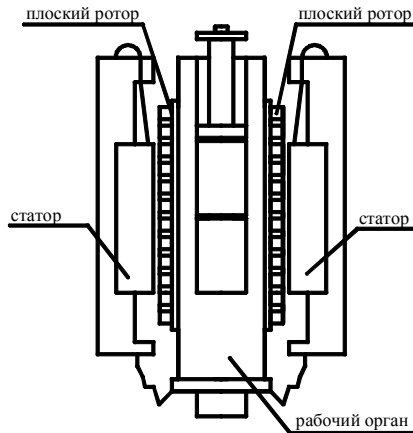


Рис. 8.3. Линейный электромагнитный двигатель

По этой причине наибольшее распространение ЭР постоянного тока. В качестве исполнительных устройств автоматики ЭУ выполняют основные и вспомогательные функции. В том случае, когда ЭУ выполняют основные функции, они в системах автоматики непосредственно перемещают исполнительные устройства. Примером таких функций является, например, перемещение железнодорожных стрелок, электромагнитные схваты роботов, линейные электродвигатели, выпускаемые японской фирмой SODIC.Co.,Ltd. На рис. 8.3 показана схема линейного

двигателя, показывающая одновременно принцип действия. Такие линейные двигатели используются в станках, благодаря тому, что обеспечивают равномерное движение звена станка со сверхвысокой точностью. В настоящее время эта компания выпускает линейные двигатели с ходом от 100 до 2220 мм, при максимальной скорости перемещения до 3 м/с и угловым ускорением до 20 g точно до 0,1 мкм.

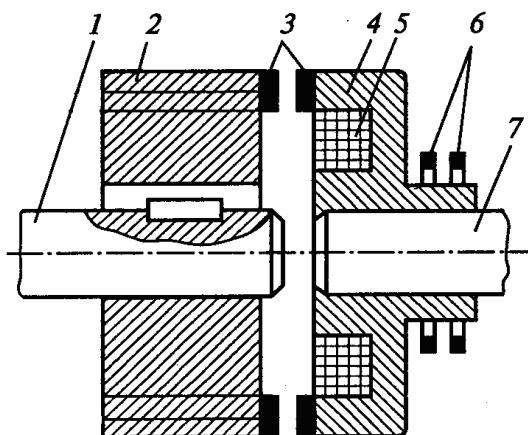


Рис. 8.4. Электромагнитная муфта

При выполнении вспомогательных функций ЭУ используются для включения и отключения механических гидравлических, пневматических цепей. В качестве примера можно указать на электромагнитные муфты и тормоза, используемые в управляемых механических системах. Схема электромагнитной муфты приведена на рис. 8.4. Здесь ведущий вал 1 и ведомый вал 7 соединены посредством электромагнитной муфты, состоящей из якоря 2, фрикционных накладок 3, статора 4 с обмоткой 5 и возвратной пружины 6.

В управляемых электрогидравлических и пневматических системах ЭУ используются для перемещения клапанов и других звеньев.

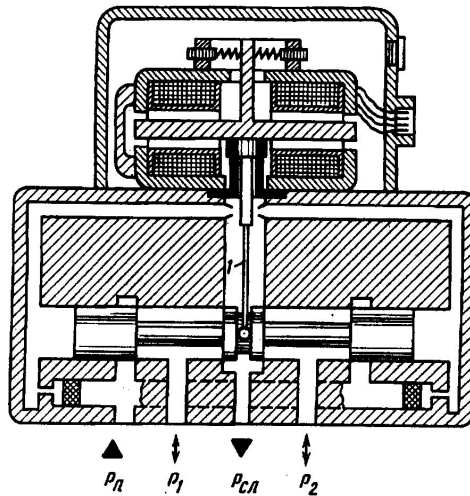


Рис. 8.5 Гидропневмораспределитель с ЭУ

На рис. 8.5. показана схема электрогидравлического или пневматического усилителя, в котором с помощью электромагнитов перемещается золотник, управляющий потоком жидкости или газа.

8.2. Порядок расчета электромагнитного устройства

В качестве примера рассмотрим расчет нейтрального электромагнита (ЭМ) постоянного тока. Исходными данными для расчета являются: закон изменения усилий на якоре; входное напряжение или ток; режим работы; временные характеристики. При расчете необходимо учитывать условия эксплуатации, предусмотреть меры защиты от вибрации, износа. По результатам расчета выбирается тип ЭУ, материал для магнитопровода, поперечное сечение и длина провода для обмоток статора, характеристики катушки. Спроектированное ЭУ должно иметь минимальные габаритные размеры, вес и стоимость.

На начальном этапе расчета выбирается тип электромагни-

та и кинематическая схема соединения ЭУ с исполнительным устройством. Для выбора типа электромагнита удобно воспользоваться конструктивным показателем K , который определяется следующим образом:

$$K = \sqrt{F_{\min} / \delta_{\max}}, \quad (8.1)$$

где $F_{\min}$ – минимальное усилие на якоре, работающего ЭМ при максимально допустимом значении воздушного зазора $\delta_{\max}$.

По значениям K из справочной литературы выбирается тип ЭМ. Например, для клапанного ЭМ, используемых в качестве реле, $K = 2900 \text{ Н}^{1/2}/\text{м}$.

Далее выбирается значение магнитной индукции B_{δ} в рабочем зазоре в начальном значении. Обычно B_{δ} выбирается по номограммам $B_{\delta} = f(K)$. Значение B_{δ} находится в пределах $0.06 \dots 1 \text{ Тл}$. Причем на выбор B_{δ} существенное влияние оказывает зависимость между заданным значением электромагнитного усилия F , т. е. силой притяжения якоря к катушке и ходом, при котором изменяется зазор δ между сердечником и якорем. На рис. 8.6 показан график изменения электромагнитного усилия в зависимости от зазора δ между якорем и сердечником. Этот график называется тяговой характеристикой. Чем больше F , тем большее значение выбирается для B_{δ} .

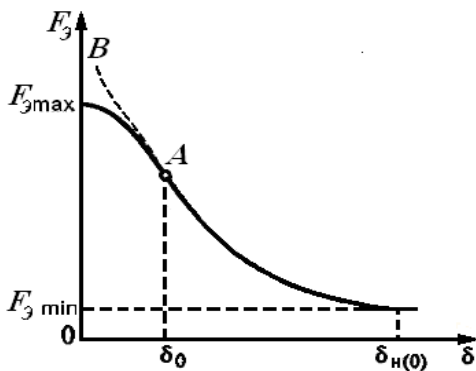


Рис. 8.6. Тяговая характеристика ЭМ

Сечение рабочего зазора определяется по зависимости

$$S = 2\mu_0 F_{min} / B_s^2. \quad (8.2)$$

Здесь коэффициент $\mu_0 = 0,15 \div 0,25$.

Сечение сердечника можно принять равным сечению рабочего зазора.

Прежде чем назначить длину l и сечение S обмотки катушки выбирается отношение l/S . От этого отношения зависит расход материала. Из практики установлено, что при малых усилиях и небольшом ходе якоря следует выбирать большее значение этого отношения. Обычно для реле рекомендуется принимать $l/S = 5 \div 8$.

8.3. Характеристики ЭУ

Процесс работы ЭУ можно разделить на 4 этапа, показанных на диаграмме (рис. 8.7). это:

этап 1 – срабатывания реле; этап 2 – работы реле; этап 3 – отпускания реле; этап 4 – покоя реле.

На диаграмме показано изменение силы тока в различные моменты времени.

На этапе 1 показана точка a кривой, соответствующая промежутку времени $t_{mp.}$ и току $I_{mp.}$ после которого якорь начнет двигаться. До достижения характеристик, соответствующих точке A , якорь движется в течение времени $t_{дв.}$ и в точке A ($t_{ср.}$, $I_{ср.}$) реле срабатывает. Таким образом, время полного срабатывания $t_{ср.} = t_{mp.} + t_{дв.}$

На этапе 2 продолжительностью $t_{раб.}$ (на участке ABC) реле работает. При этом участок АВ характеризует состояние реле, когда после срабатывания ток продолжает протекать по обмотке катушки, пока не достигнет установившегося значения $I_{уст.}$

Следует отметить, что коэффициент запаса реле, являющийся одним из характеристик реле, определяется в виде следующего отношения $K_{зан.} = I_{уст.} / I_{ср.} = 1,5 \div 2$. Допускаемое значение $I_{уст.}$ определяется по условиям нагрева обмотки.

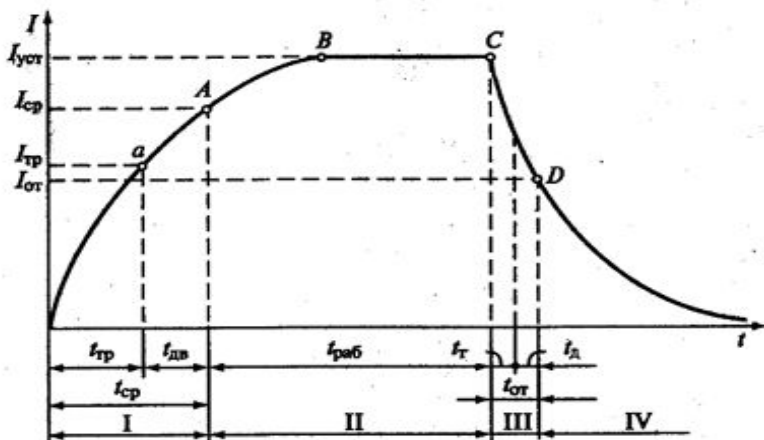


Рис. 8.7. Диаграмма состояний реле

Этап 3 начинается с момента, когда подается сигнал о прекращении работы реле или входной сигнал отключается. Однако при этом в обмотке продолжает протекать ток. При этом t_m , называется временем отпускания якоря. Затем якорь начинает двигаться некоторое время $t_{ов}$, пока ток уменьшится до значения тока отпускания $I_{от}$, и при достижении точки D реле прекращает воздействие.

Характеристикой реле также является время отпускания $t_{от} = t_m + t_{ов}$, а также отношение тока отпускания к току срабатывания, называемое коэффициентом возврата: $K_{воз} = I_{от} / I_{ср} = 0,4 \div 0,5$.

Этап 4 характеризуется временем от момента прекращения воздействия реле до полного обесточивания обмоток и наступления состояния покоя реле.

Время срабатывания и время отпускания изменяются конструктивным и схемным способом. Например, включение реле по схеме (рис. 8.8, а) приводит к увеличению времени срабатывания. Включение реле по схеме (рис. 8.8, б) ведет к уменьшению времени срабатывания. В то же время включение реле по схеме (рис. 8.8, б) приводит к увеличению времени отпускания.

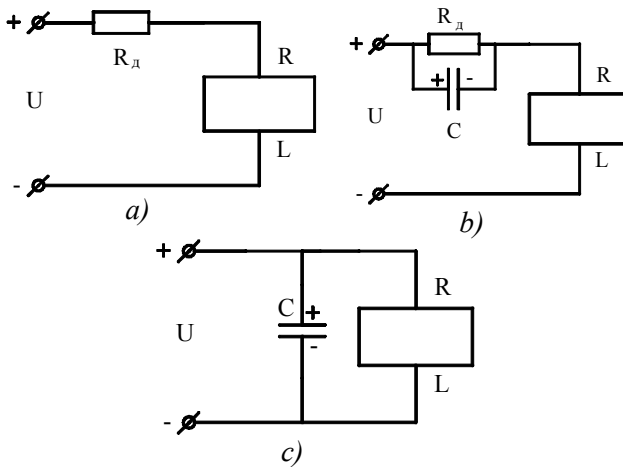


Рис. 8.8. Варианты соединений реле

Контрольные вопросы:

1. Какие устройства называются электромагнитными?
2. Где в системах автоматики применяются электромагнитные устройства?
3. Принцип действия электромагнитного реле (ЭР).
4. Где в системах автоматики применяются электромагнитные реле?
5. Как подразделяются реле в зависимости от входного тока?
6. На какие виды делятся реле постоянного тока?
7. Последовательность расчета нейтрального электромагнита постоянного тока.
8. Как определяется конструктивный показатель электромагнита?
9. На какие этапы можно разделить работы ЭУ по тяговой характеристике?
10. Изобразите диаграмму состояний реле.
11. Покажите варианты соединений реле.

9. КОММУНИКАЦИИ В САУ

Коммуникации – это процесс перемещения информации в пространстве. Коммуникации играют важную роль в системах управления. САУ представляет систему, состоящую из элементов разной материальной принадлежности, в котором перемещаются наряду с энергетическими и информационные потоки. Например, информация о состоянии звеньев и САУ в целом непрерывно передается от датчиков к центральному процессору, а управляющие сигналы – от него к исполнительным механизмам.

Область науки и техники, включающая теорию и технические средства контроля и управление объектами на расстояние с помощью средств коммуникации называется телемеханикой.

9.1. Мера информации

Информация является одной из часто употребляемых понятий во всех сферах жизнедеятельности человека. Информация – это фундаментальная величина, которая является внутренним свойством любого объекта, системы, процесса. Таким образом, любой объект, система, процесс обладает информацией о себе и эту информацию можно передавать куда угодно с применением определённых технических средств или через другие объекты. До настоящего времени нет строгого определения понятия информации. Здесь заметим, что по определению приведенному в Энциклопедии кибернетики «Информация» – есть совокупность некоторых данных, переданных ею в виде сообщения другой системе в процессе связи.

С математической точки зрения, информация является характеристикой упорядоченности множества, представляющие различные состояния объекта. Например, цифры от 0 до 9 представляют десять различных объектов. С другой стороны можно рассматривать упорядоченное множество цифр от 0 до 9, как объект, который может принимать 10 состояний. Чем больше состояний может принимать объект, тем больше информации можно получить на основе его текущего состояния.

Мера информации I (в битах) зависит от N возможных состояний объекта системы или процесса и определяется равенством

$$I = \log_2 N.$$

Например, если объект может принимать только два состояния: 0,1, то его информационное содержание равно 1 ($I = \log_2 2 = 1$). Бит представляет распространенную единицу для информационной техники.

9.2. Модель процесса коммуникации в телемеханике

Общая модель процесса коммуникации в системе телемеханики показана на рис. 9.1.

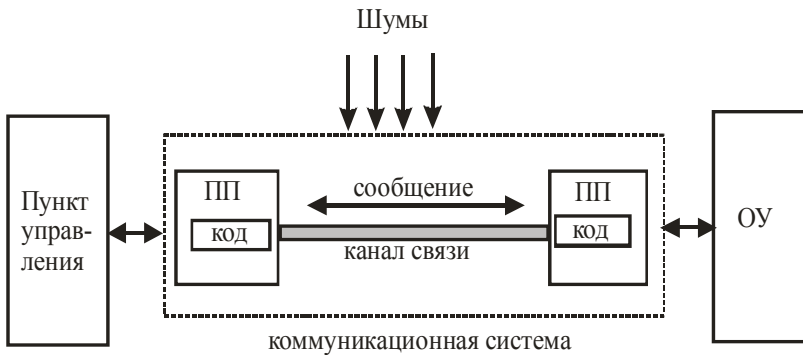


Рис. 9.1. Схема телемеханической системы

Здесь коммуникационная система включает в себя передатчик, приемник (ПП) и канал связи. Передатчик передает сообщение, состоящее из последовательности символов приемнику по каналу связи или носителю, который является общим для передатчика и приемника. Сообщение относится к какому-либо внешнему объекту (пункт управления или ОУ). Общее количество передаваемой информации представляет собой сумму сим-

волов, составляющих сообщение. Для передачи сообщения применится какой-либо код, в соответствии с которым передатчик изменяет некоторые физические свойства канала, а приемник восстанавливает сообщение по изменениям, которые он обнаруживает в канале связи. На канал процесса коммуникации обычно влияют шумы, искажающие сообщение и затрудняющие распознавание приемником изменений в канале и правильную интерпретацию сообщения.

Система телемеханики дает возможность управлять из одного пункта управления несколькими объектами управления. Показанные обратные от объекта управления сообщения поступают от датчиков и других устройств, обеспечивающих обратную связь управления.

Основной проблемой передачи данных является доставка за заданное время необходимого сообщения при минимизации влияния шума, или иначе, получение и восстановление сообщения, искаженного шумом.

В системах автоматического управления устройство А просто передает информацию устройству Б, либо А имеет целью вынудить Б выполнить какое-либо действие.

9.3. Количественные характеристики систем коммуникации

Для оценки коммуникации используются ряд количественных характеристик – это пропускная способность, полоса пропускания. Пропускная способность измеряется в бит/с, определяет количество информации, которую можно передать в единицу времени по каналу связи. Пропускная способность физического канала связи (электрического, оптического, радиоканала) зависит от полосы пропускания, мощности сигнала и уровня шума. Полоса пропускания измеряется в герцах (Гц) и определяется как диапазон частот, которые способны передавать канал связи до падения мощности сигналов на 50 %.

Максимальная скорость передачи данных V_{max} в электрическом канале в зависимости от ширины полосы пропускания W

при N уровнях сигнала определяется по формуле Г. Найквиста

$$V_{\max} = 2W \log_2 N.$$

При передаче двоичных данных $V_{\max} = 2W$.

На связь отрицательно влияют различные помехи (шумы). Максимальная пропускная способность канала связи с учетом шумов определяется по формуле К. Шеннона

$$V_{\max} = W \cdot \log_2(1 + S/R).$$

Здесь отношение S/R , выражаемое в логарифмических единицах – децибелах (дБ) представляет отношение средних уровней мощности сигнала (S) к мощности шума (R). На практике скорость передачи сигналов намного меньше максимально возможного.

9.4. Модель взаимодействия открытых систем (ВОС)

В процессе коммуникации в настоящее время используются все более мощные средства связи и определяющим в этой связи для организации взаимодействия пользователей являются трудности, возникающие из-за большого количества несовместимых стандартов. Международная организация по стандартизации (*International Organization for Standardization* – ISO) разработала эталонную модель взаимодействия открытых систем (ВОС). Эталонная модель ВОС предлагает структуру для идентификации и разграничения различных составляющих коммуникационного процесса. Дополнительно ВОС включает в себя сотни стандартов, разработанных в строгом соответствии с базовой схемой. Модель ВОС не связана с конкретными реализациями и описывает коммуникацию в абстрактных понятиях. ВОС не определяет уровни напряжений, скорость передачи или протоколы, которые необходимо использовать для достижения совместимости систем. Наоборот, ВОС декларирует, что уровни напряжений, скорости протоколы, а также большое количество других параметров должны быть согласованы.

Основной целью модели ВОС является обеспечение совместимости и взаимозаменяемости.

Совместимость означает, что обмен данными требует непропорциональных расходов на их преобразование. Взаимозаменяемость означает, что устройства, выпускаемые различными производителями для выполнения одной и той же функции, могут замещать друг друга без каких-либо проблем при условии, что их работа основывается на одних и тех же принципах и правилах.

ВОС – это концептуальная модель процесса коммуникации, согласно которой процесс разбивается на несколько функциональных уровней. При этом каждый функциональный уровень взаимодействует только со своими непосредственными соседями, расположенными выше или ниже по уровню. Такой подход позволяет обеспечить определенную степень совместимости и взаимозаменяемости. В модели ВОС определены семь функциональных уровней. Каждый из них напрямую взаимодействует только с непосредственными соседями: запрашивает услуги у нижележащего и предоставляет их вышележащему уровню. Объекты, расположенные на одном уровне в разной коммуникационной сети, называются одноранговыми. Одноранговые объекты взаимодействуют между собой на основе протоколов, определяют форматы сообщений и правила их передачи.

В соответствии с правилами ВОС, могут общаться друг с другом только одноранговые объекты. В модели ВОС определены следующие уровни.

- Физический уровень, который представляет собой физическую среду передачи – электрическую или оптическую – с соответствующими интерфейсами к сопрягаемым объектам, которые называются станциями или узлами. Физический уровень является единственной материальной связью между двумя узлами и может быть реализован в виде телефонной, телеграфной, радио, электронной связи, также через электрические и оптические проводники.

- Канальный уровень, обеспечивающий, формирование и передачу кадров.

- Сетевой уровень устанавливает маршрут и контролирует передачу сообщений от источника к узлу назначения.

- Транспортный уровень управляет доставкой сообщений от источника к приемнику. Этот уровень представляет собой интерфейс между прикладным программным обеспечением. Транспортный уровень несет ответственность за правильности передачи данных от источника к приемнику и доставку – прикладным программам.

- Сеансовый уровень отвечает за установку, поддержку, синхронизацию, управление соединением (сеансом связи) между объектами. На этом уровне, в частности, происходит регистрация в сети.

- Уровень представления данных обеспечивает кодирование и преобразование кода в формат, понятный получателю.

- Прикладной уровень представляет самый верхний уровень, на котором решаются прикладные задачи, а именно: передача файлов, операции с базами данных и удаленное управление.

Первый уровень – единственный, имеющий материальное воплощение. Остальные представляют собой наборы правил или описание вызовов функций, реализованных программными средствами. Три нижних уровня называются сетевыми или коммуникационными уровнями, т. к. они отвечают за доставку сообщений.

На модели ВОО базируются протокол автоматизации производства (*Manufacturing Automation Protocol – MAP*), который принят для того, чтобы обеспечить совместимость и взаимозаменяемость различных устройств и систем автоматизации производства.

9.5. Протокол автоматизации производства

MAP дает возможность различным устройствам (различных изготовителей) обмениваться информацией, используя этот протокол. Как и в модели ВОО в MAPe схема разделяется на 7 уровней. Каждый уровень описывается протоколом ISO. MAP был специально разработан для применения на производстве в режиме реального времени. В системах автоматизации можно выделить три функциональных уровня: общее (стратегическое)

управление, управление производственной линией, участком (средний уровень) и локальное управление (рис. 9.2). МАР поддерживает управление на среднем уровне. На локальном уровне управления осуществляется передача и обмен информацией между датчиком, управляющим микропроцессорным устройством и исполнительным механизмом. На этом уровне используется шина локального управления *Fieldbus*. Следует отметить, что пока шины локального управления *Fieldbus* не получили решения в виде стандартов, однако в перспективе такой протокол ожидается.

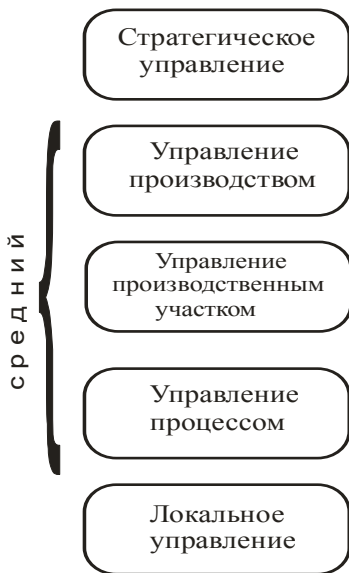


Рис. 9.2. Иерархическая структура управления

9.6. Сбор данных в САУ

Периферийные процессоры или интерфейсные модули управляемого САУ получают данные о техническом процессе от датчиков. Эти процессоры управляют техническим процессом через исполнительные механизмы. Существуют три основных

способа сбора данных от датчиков и передачи их к более высоким в иерархии устройствам и в центр управления.

Первый способ основан на применении метода телеметрии. Телеметрия – это прямой способ передачи данных от периферийных устройств к центральному процессору, когда квитирование или двунаправленная передача неудобны или возможны (например, в случае космических объектов). Все данные передаются непрерывно, в заранее определенном формате. После завершения одного цикла начинается новый цикл.

Вторым способом является сбор данных, который выполняется по опросу. Компьютер циклически опрашивает текущее состояние датчиков и периодически обновляет данные в своей внутренней базе данных. При опросе, периферийные устройства должны отвечать управляющему компьютеру.

Третий способ заключается в передаче только тех переменных, которые изменили свое значение по сравнению с предыдущим циклом. Цифровые переменные передаются при каждом изменении, а для аналоговых переменных задается определенная переходная зона. Новая информация поступает к центральному процессору только тогда, когда аналоговая переменная изменяется на определенный процент по отношению от предыдущего переданного значения.

Более сложные методы включают передачу данных, когда интеграл отклонения измеряемой переменной достигает некоторого значения. Этот метод основан на прерываниях, которые генерируются датчиками, когда они должны передавать информацию.

Наиболее типичные математические операции, выполняемые над данными – это фильтрация, определение минимальных, максимальных и средних значений или других статистических параметров.

Система промышленной автоматике для передачи данных от датчиков к центральному устройству обычно используется комбинация второго и третьего способов и прерывание.

Контрольные вопросы:

1. Определение коммуникации.
2. Покажите схему телемеханической системы.
3. Определение систем телемеханики.
4. Возможности систем телемеханики.
5. Понятие пропускной способности.
6. Размерность полосы пропускания.
7. Какие факторы учитывает формула К. Шеннона при определении максимальной скорости передачи сигналов?
8. Понятие эталонной модели взаимодействия открытых систем (ВОС).
9. Понятие совместимости.
10. Понятие взаимозаменяемости систем.
11. Семь функциональных уровней процесса коммуникации.
12. Механизм взаимодействия при коммуникации по модели ВОС.
13. Назначение протокола MAP.
14. Три основных способа сбора данных от датчиков и передачи их к более высоким в иерархии устройствам и в центр управления.

Библиографический список

1. Бесекерский В.А. Попов Е.П. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. -4-е изд., перераб. и доп. – СПб., Профессия, 2007. 752 с.
2. Бесекерский В.А. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1978. 512 с.
3. Власов К.П. Теория автоматического управления: Учеб. пособие. Х.: Гуманитарный центр, 2007. 526 с.
4. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп: Пер. с англ. Б.И. Копылова. М.: Лаборатория базовых знаний, 2004. 832 с.
5. Кишинёв В.В., Иванов В.А., Тохтабаев Г.М., Афанасьев А.А. Технические средства автоматике. М., Металлургия, 1981.
6. Шандров Б.В. Технические средства автоматизации: Учебник для студентов вузов/ Б.В. Шандров, А.Д. Чудаков. -2-е изд., стер.-М.: Издательский центр «Академия», 2010. 368 с.
7. Шишмарев В.Ю. Автоматика. М: Издательский центр «Академия», 205. 288 с.
8. Зимодро А.Ф., Скибенекый Г.Л. Основы автоматике. Л.: Энергоатомиздат, 1984.
9. Кисаримов В.А. Практическая автоматика: Справочник. М.: ИП «Радиософт», 2004.-192.
10. Миловзоров В.П. Электромагнитные устройства автоматике: Учебник для вузов. М.: Высш. шк., 1983.
11. Теория автоматического управления: Учебник в 2-х ч.: Ч.1. Теория линейных систем автоматического управления / Под. ред. А.А. Воронова. М.: Высш. шк., 1986.
12. Шавров А.В., Коломнец А.П. Автоматика. М.: Колос, 1999.
13. Шишмарев В.Ю. Типовые элементы систем автоматического управления. М.: Академия, 2004, 304 с.
14. Черных И.В. "Simulink: Инструмент моделирования динамических систем". <http://www.nsu.ru/matlab/MatLabRU/simulink/book1/index.asp.htm>

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АЧХ – амплитудно-частотная характеристика;
АФЧХ – амплитудно-фазочастотная характеристика;
Д – датчик;
ДУ – дифференциальное уравнение;
ЗУ – задающее устройство;
ИЗП – измерительный прибор;
ИИС – информационно-измерительная система;
ИС – измерительная система;
КУ – корректирующее устройство;
ЛАЧХ – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика;
ПП – передатчик, приемник;
ПФ – передаточная функция;
САР – система автоматического регулирования;
САУ – система автоматического управления;
СУ – система управления;
ОУ – объект управления;
ОП – оператор преобразования;
ТАР – теория автоматического регулирования;
ТАУ – теория автоматического управления;
ТДЗ – типовые динамические звенья;
У – усилитель;
УС – устройство сравнения;
УУ – устройство управления;
ФЧХ – фазочастотная характеристика;
ЧЭ – чувствительный элемент;
ЭМИП – электромеханический исполнительный привод;
ЭММД – электромехатронный модуль движения.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
Введение.....	5
ЧАСТЬ 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	8
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АВТОМАТИКИ И ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	8
1.1. Основные понятия автоматике.....	8
Пример 1.1.....	10
Пример 1.2.....	12
1.2. Основные принципы регулирования и управления.....	13
1.3. Классификация систем управления.....	18
Контрольные вопросы.....	22
2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ....	23
2.1. Математические модели САУ.....	23
Пример 2.1.....	26
Пример 2.2.....	29
2.2. Нелинейность динамических моделей.....	31
2.3. Линеаризация уравнений объекта САУ.....	38
Пример 2.3.....	40
2.4. Преобразование Лапласа, передаточные функции.....	41
Пример 2.4.....	44
2.5. Описание системы в переменных состояния.....	46
Пример 2.5.....	47
2.6. Управляемость и наблюдаемость.....	49
Контрольные вопросы.....	50
3. ОЦЕНКА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ САУ.....	52
3.1. Оценка статических свойств.....	52
3.2. Оценка динамических свойств системы.....	55
3.3. Качественные характеристики САУ.....	57
3.3.1. Временные характеристики.....	57
3.3.2. Частотные характеристики.....	60
	177

Пример 3.1	63
Пример 3.2	65
Контрольные вопросы.....	66
4. ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ И	
СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ САУ	68
4.1. Усилительное звено.....	68
4.2. Аperiodическое звено первого порядка.....	70
Пример 4.1	74
4.3. Колебательное звено.....	77
Пример 4.2	82
4.4. Интегрирующее звено.....	85
4.5. Дифференцирующее звено.....	88
4.6. Запаздывающее звено.....	92
4.7. Структурные схемы САУ.....	93
4.7.1 Последовательное соединение звеньев...	94
4.7.2 Параллельное соединение звеньев.....	95
4.7.3 Параллельно-встречное соединение звеньев...	96
Пример 4.3	101
Контрольные вопросы.....	107
5. УСТОЙЧИВОСТЬ САУ	109
5.1. Математическая оценка устойчивости.....	109
5.2. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица.....	113
Пример 5.1	114
5.3. Частотные критерии устойчивости.....	115
5.3.1. Критерий устойчивости Михайлова.....	115
5.3.2. Критерий устойчивости Найквиста.....	117
5.3.3. Определение устойчивости путем	
построения диаграммы Боде (ЛАЧХ)	120
Контрольные вопросы.....	121
6. МЕТОДЫ СИНТЕЗА САУ	123
6.1. Законы регулирования в линейных	
непрерывных САУ.....	123
Пример 6.1	126
6.2. Аппроксимация сложных объектов	
управления совокупностью нескольких ТДЗ.....	129
6.3. Коррекция линейных САУ.....	131
Контрольные вопросы.....	133

ЧАСТЬ 2. ЭЛЕМЕНТЫ И УСТРОЙСТВА АВТОМАТИКИ.....	134
7. ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИКИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ.....	134
7.1. Классификация элементов автоматики.....	134
7.2. Задающие устройства.....	137
7.3. Устройства сравнения.....	138
7.4. Усилители.....	140
7.5. Исполнительные приводы систем автоматики...	144
7.5.1. Основные понятия, определения.....	144
7.5.2. Гидро-и пневматические ИП.....	145
7.5.3. Электромеханический исполнительный привод (ЭМИП).....	149
7.6. Датчики.....	151
Контрольные вопросы.....	155
8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА.....	157
8.1. Устройства и применения.....	157
8.2. Порядок расчета электромагнитного устройства...	161
8.3. Характеристики ЭУ.....	163
Контрольные вопросы.....	165
9. КОММУНИКАЦИИ В САУ.....	166
9.1. Мера информации.....	166
9.2. Модель процесса коммуникации в телемеханике...	167
9.3. Количественные характеристики систем коммуникации.....	168
9.4. Модель взаимодействия открытых систем (ВОС).....	169
9.5. Протокол автоматизации производства.....	171
9.6. Сбор данных в САУ.....	172
Контрольные вопросы.....	174
Библиографический список.....	175
ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ.....	176
Приложение 1.....	180
Приложение 2.....	192
Приложение 3.....	195
Приложение 4.....	197

Приложение 1

MATLAB – это интерактивная среда для научных и инженерных вычислений. В состав **MATLAB** входят основная программа (ядро) и специализированные пакеты прикладных программ, состоящие из так называемых М-файлов, расширяющих функциональные возможности основной программы. Один из этих пакетов представлена библиотекой *Simulink*, которая в сочетании с основной программой дает возможность использовать **MATLAB** для анализа и синтеза систем управления.

Цель данного методического указания – рассмотреть ряд основных объектов, чтобы студент получил начальную подготовку по решению в среде **MATLAB** с применением библиотеки *Simulink*, задач анализа и синтеза систем управления.

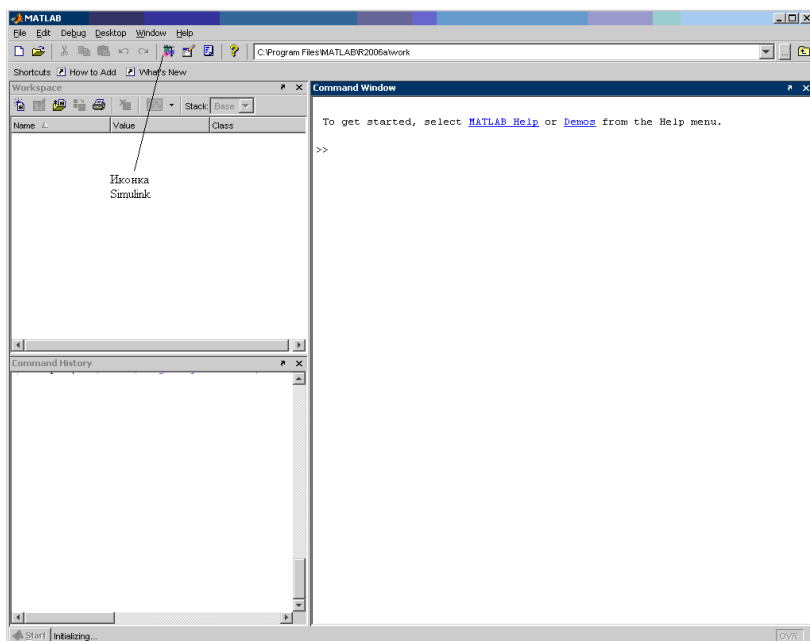


Рис. 1. П1. Окно для открытия пакета

Библиотека *Simulink* (рис. 1.П1) представляет собой набор визуальных объектов, используя которых можно моделировать и исследовать САУ. Почти все блоки библиотеки *Simulink* имеют возможность настройки параметров. Параметры настройки отражаются отдельной панелью окна настройки выбранного блока. Кнопка **Help** на панели окна настройки открывает подробную информацию о блоке и его параметрах настройки.

После того, как будет запущена программа MATLAB откроется окно, представленное на рис.1. П1.

Сеанс работы в *Simulink* (в среде Windows) можно начать щелкнув на иконке *Simulink*, показанной на рисунке, затем в меню **File** окна библиотеки выбрать **Model**. Сразу после создания файл будет называться **Untntled**. В последствии при сохранении с помощью команды **Save**, данной модели можно будет присвоить имя с расширением **.mdl** и сохранить в нужном месте.

При открытии браузера библиотеки *Simulink* открывается возможность открытия и других библиотек специального назначения. Рассматриваемая нами библиотека *Simulink* разбита на разделы (рис. 2. П1). Некоторые разделы в дальнейшем будут чаще использоваться, это:

- элементы непрерывных систем – Continuous.
- математические операции – Math Operations.
- средства регистрации – Sinks.
- источники сигналов – Sours.

Содержание выбранного раздела появляется в правом поле. Каждый из разделов состоит из нескольких блоков. Ниже будет рассмотрено применение блоков из некоторых разделов, необходимых для моделирования САУ. В качестве примера на рис. 3. П1 приведен вид блоков раздела Continuous (Непрерывные системы).

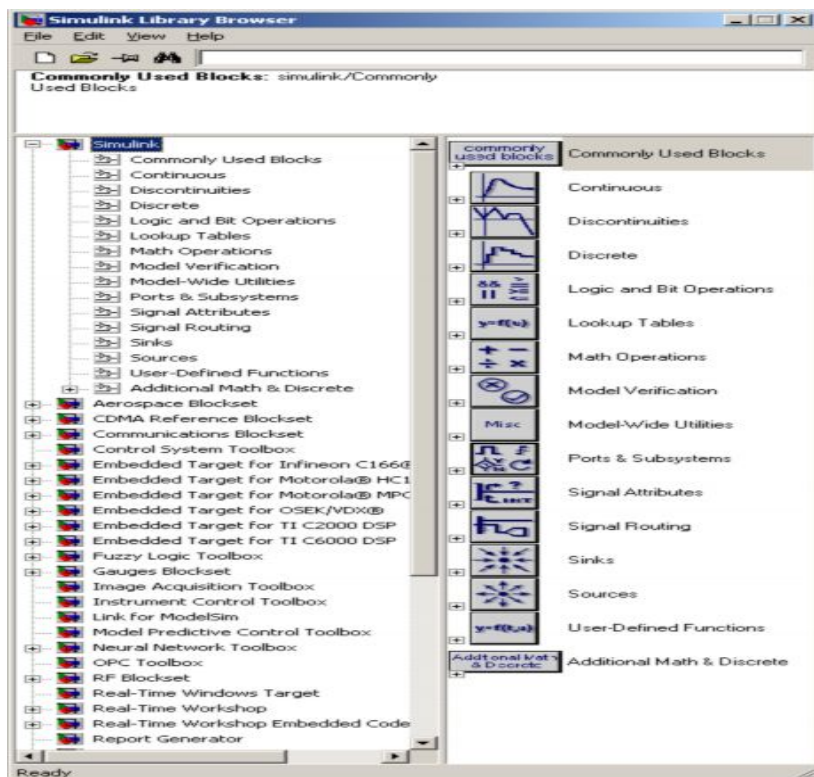


Рис. 2. П1 Разделы библиотеки Simulink

Из непрерывных блоков наиболее широко используются следующие блоки:

- звено дифференцирования –Derivative.
- звено интегрирования –Integrator.
- линейная система, заданная в уравнениях состояния – State Space.
- динамическое звено, заданное передаточной функцией – Trnfer Fcn.
- линейная аналоговая система, заданная своими нулями и полюсами –Zero-Pole.

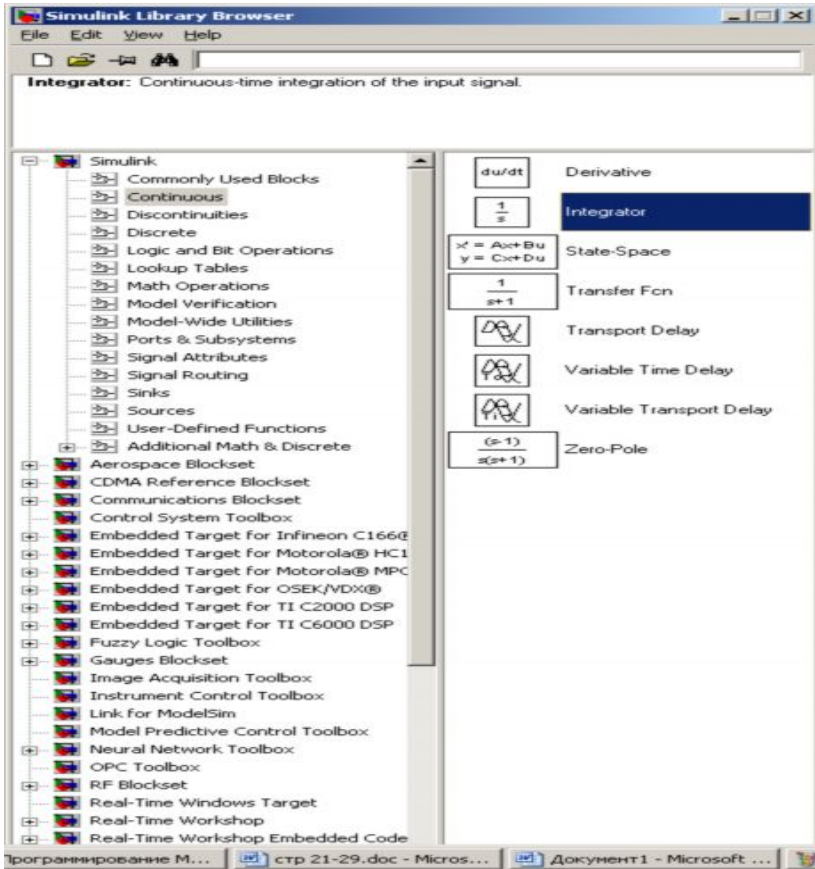


Рис. 3. П1. Содержимое раздела непрерывных блоков

Для отображения результатов моделирования в **MATLAB** используется раздел Sinks библиотеки Simulink. Раздел Sinks состоит из следующих блоков:

- Scope – осциллоскоп для наблюдения временных зависимостей.
- Display – устройство для выводов на монитор.
- Stop Simulink – остановка симуляции.

Эти и другие средства наблюдения и регистрации можно использовать нажав на **Sinks**.

Естественно на вход любой системы должен подаваться некоторый входной сигнал и другое воздействие, которое может быть выбрано из раздела **Sours**. Из блоков этого раздела отметим блоки, которые используются для исследования качественных характеристик системы – это блок **Step** – ступенчатый сигнал и блок **Sine Wave** – гармонический сигнал.

Первый блок используется для исследования временных характеристик, а второй – частотных характеристик.

Чтобы создать модель исследуемой системы (подобной структурной схеме) необходимо нужные блоки перенести из библиотеки в рабочее окно файла. Пусть нам требуется исследовать переходную функцию апериодического звена с заданной передаточной функцией $W(s) = \frac{1}{0.2s + 1}$ (здесь коэффициент

усиления $k = 1$, постоянная времени $T = 0.2$ с.).

Для того, чтобы получить переходную характеристику (временную), на вход звена подается единичный сигнал.

Нажав на кнопку **Sours** вызова блоков раздела источники сигналов, получим несколько блоков, из которых выбираем блок **Step** и перетаскиваем на рабочий стол, создаваемой программы. Нажатие правой кнопки мыши на этом блоке, открывает окно настроек ступенчатого сигнала и ставим **Step Time** -1 для единичного сигнала.

Затем выбираем модель динамического апериодического звена, с помощью блока **Transfer Fcn**, который переносится на рабочий стол. Для установки необходимых параметров открывается окно настроек, как для рассмотренного ранее блока. В окне настроек коэффициент усиления вводится в поле **Numerator**, а в поле **Denominator** вводятся коэффициенты знаменателя в виде **[0.2 1]** (Рис. 4 П1).

Для того чтобы наблюдать исследуемый процесс, т. е. график переходной функции требуется прибор. В качестве прибора выбираем блок **Scope** (осциллоскоп) и перетаскиваем с помощью мыши этот блок на рабочий стол.

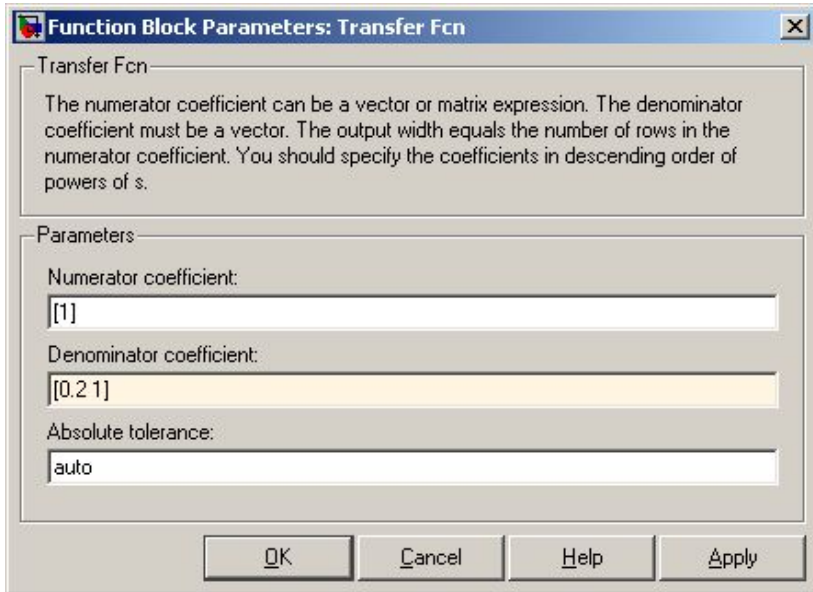


Рис. 4. П1.Окно настроек блока Transfer Fcn

Теперь задача состоит в том, чтобы соединить между собой выбранные блоки.

Угловая скобка (>) появляется у правого края блока Step – это выходной порт блока. У левого края блока Transfer Fcn имеется аналогичная угловая скобка, направленная к блоку, называемая входной порт. Этот блок справа имеет выходной порт, т. е. угловую скобку, направленную от блока. Блок Scope имеет входной порт.

Модель строится путем соединения выходного порта предыдущего блока с входным портом последующего блока. Например, чтобы соединить выходной блок Step с входным блоком Transfer Fcn, поместим курсор на выходной порт (при этом курсор должен принять форму крестика); затем удерживая нажатой левую кнопку мыши, перемещаем курсор к входному порту блока Transfer Fcn пока курсор не превратится в жирный крестик;

после этого отпускается кнопка мыши. При этом будет построена направленная соединительная линия. Подобным образом соединим выходной порт блока Transfer Fcn с входным блоком Scope.

В результате будет построена модель для исследования временной характеристики аperiodического звена (рис. 5 П1).

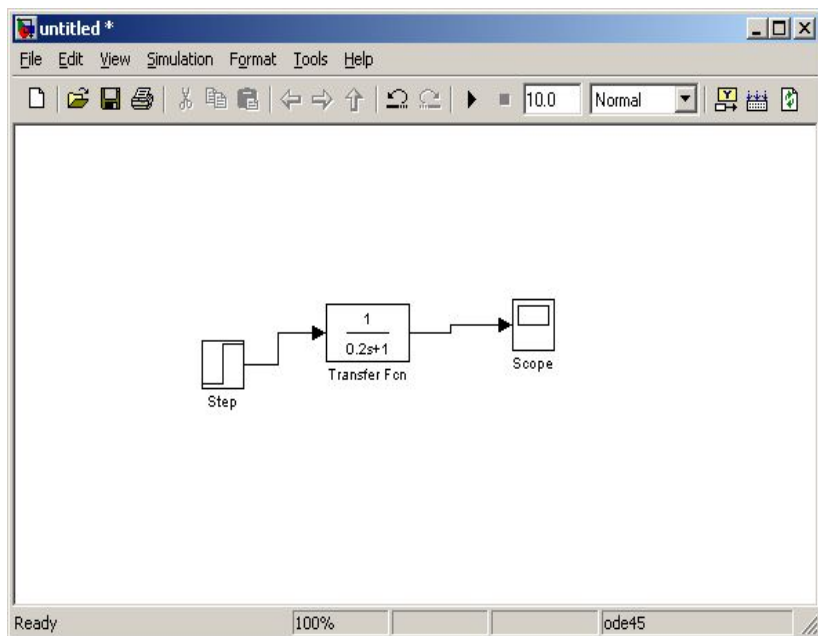


Рис. 5. П1. Модель для исследования аperiodического звена

Перед началом моделирования откроем окно осциллоскопа двойным щелчком мыши на блоке Scope. Выбираем опцию Start из меню Simulation. Начнется процесс моделирования и на экране появится изображение графика переходной функции (рис. 6. П1).

Изменяя параметры звена, т. е. коэффициент усиления и постоянную времени, можно наблюдать за соответствующими изменениями характера кривой разгона.

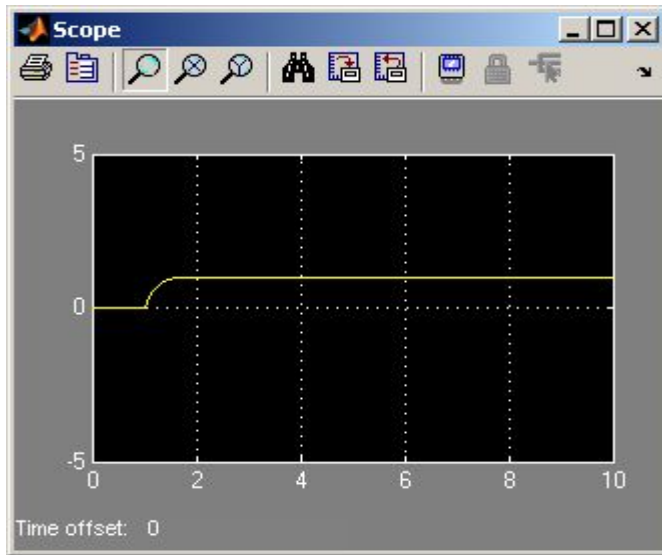


Рис. 6. П1. Экран осциллоскопа

По окончании работы файл можно сохранить, присвоив ему некоторое имя.

Использование Simulink LTI-Viewer для анализа динамических систем

Инструмент **Simulink LTI-Viewer** входит в состав пакета прикладных программ **Control System Toolbox** и предназначен для анализа линейных стационарных систем. С помощью данного инструмента можно легко построить частотные характеристики исследуемой системы, получить ее отклики на единичные ступенчатое и импульсное воздействия, найти нули и полюса системы и т. д.

Краткий алгоритм работы с **Simulink LTI-Viewer** приведен ниже.

Работа с Simulink LTI-Viewer

1. Выполнить команду **Tools\Linear Analysis...** окна **Simulink**-модели.

В результате выполнения команды откроется окно

Model_Inputs_and_Outputs как это показано на рис. 7. П1, а также пустое окно **Simulink LTI-Viewer**.

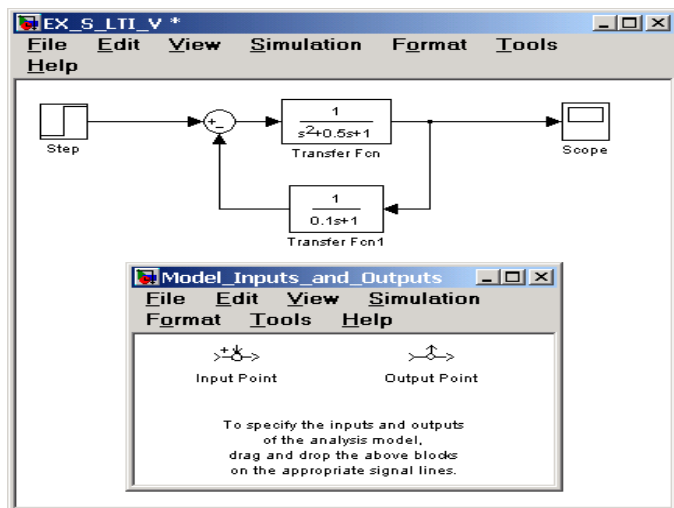


Рис. 7. П1. Исследуемая модель и окно **Model_Inputs_and_Outputs** инструмента **Simulink LTI-Viewer**

2. Установить блок **Input Point** на входе и блок **Output Point** на выходе исследуемой системы, как это показано на рис. 8.П1.

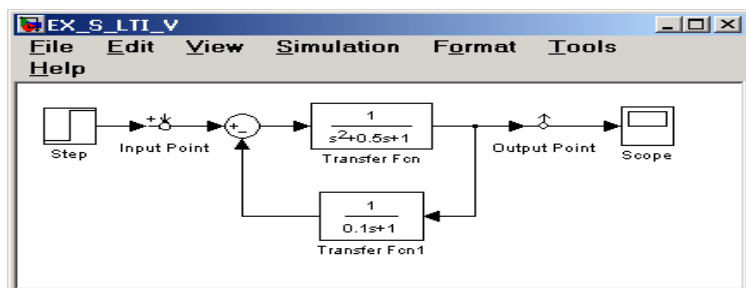


Рис. 8. П1. Исследуемая модель с установленными блоками **Input Point** и **Output Point**

3. В окне **LTI Viewer** выполнить команду **Simulink\Get Linearized Model**.

Данная команда выполняет линеаризацию модели и строит реакцию системы на единичное ступенчатое воздействие. Результат выполнения данного пункта показан на рис. 9. П1

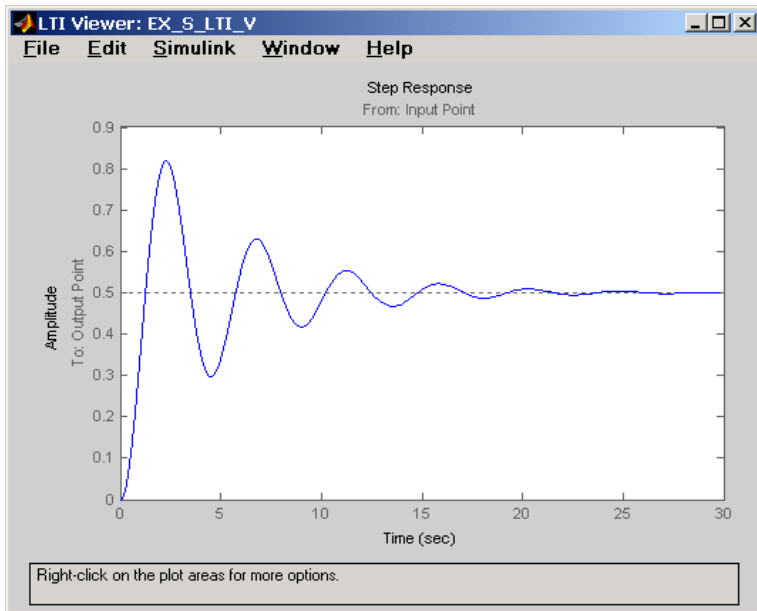


Рис. 9. П1. Реакция системы на единичное ступенчатое воздействие

Если система имеет несколько входов и выходов и для всех их установлены блоки **Input Point** и **Output Point**, то на графике будет отображено несколько окон, показывающих реакцию на каждом выходе при воздействии на каждый вход.

5. Для получения остальных характеристик системы необходимо выполнить команду **Edit\Plot Configuration...** в окне **LTI Viewer**. В результате выполнения этой команды откроется окно **Plot Configuration**, показанное на рис. 10.П1.

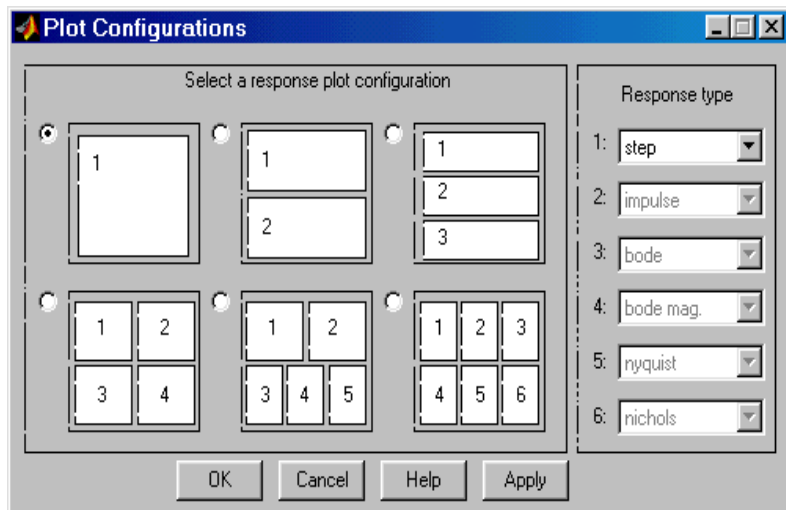


Рис. 10.П1. Окно **Plot Configuration**

В открывшемся окне можно выбрать число отображаемых графиков (панель **Select a response plot configuration**) и вид отображаемых графиков (панель **Response type**). Для построения доступны следующие графики (диаграммы):

step – реакция на единичное ступенчатое воздействие.

impulse – реакция на единичное импульсное воздействие.

bode – логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики.

bode mag – логарифмическая амплитудная частотная характеристика.

nyquist – диаграмма Найквиста.

nichols – годограф Николса.

sigma – сингулярные числа.

pole/zero – нули и полюса системы.

На рис. 11.П1 приведен пример окна **Simulink LTI-Viewer** с несколькими различными характеристиками исследуемой системы.

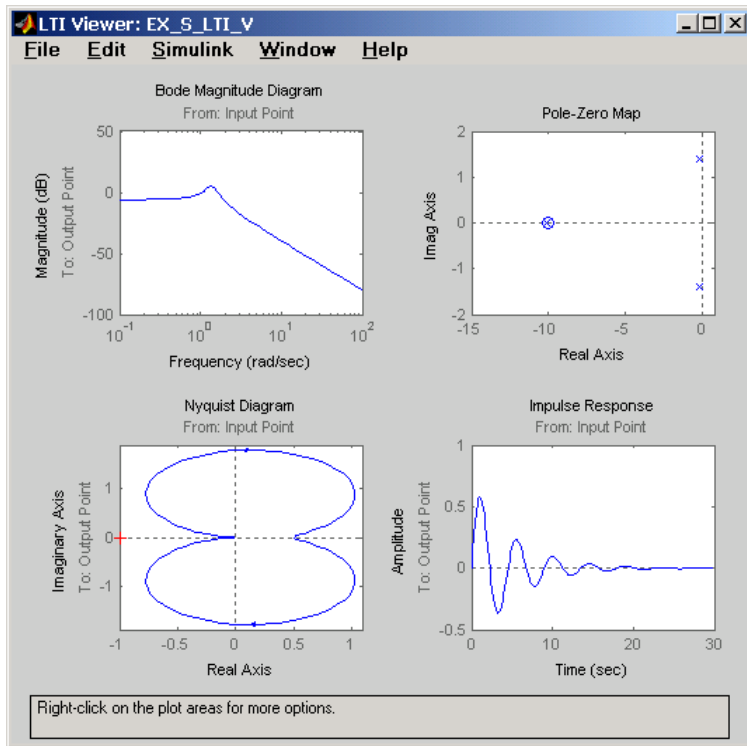


Рис. 11.П1 Окно **Simulink LTI-Viewer** с несколькими графиками

Настройку внешнего вида графиков можно выполнить с помощью команды **Edit\Line Styles...** (установка вида и цвета линий, вида маркеров).

Приложение 2

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА

1. Цель работы и содержание СРС

В работе исследуется динамика САУ, заданной структурной схемой (рис. 4.26) при известных выражениях для $W_1(s)$, $W_2(s)$ и данных значениях параметров k , T_1 , T_2 , приведенных в таблице вариантов заданий.

Отчет по работе должен содержать:

1. Исходную схему моделирования с $W_1(s)$, $W_2(s)$ и заданными численными значениями параметров и передаточную функцию $W(s)$ эквивалентного звена, полученную в виде (4.32).

2. Дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее САУ, его аналитическое решение и график выходного сигнала $y(t)$ при входном сигнале $u=e^{-t}$ и нулевых начальных условиях.

3. Описание САУ в пространстве состояний (4.34), передаточную функцию системы, полученную по формуле (4.35). Определить управляемость и наблюдаемость САУ.

4. Схемы моделирования следящей системы применительно к SIMULINK, содержащие осциллографы и генераторы входных сигналов (для генерирования сигнала $u = e^{-t}$ использовать интегратор с обратной связью). Программы численного и символического моделирования в MATLAB.

2. Порядок выполнения СРС

1. С помощью пакета SIMULINK построить схему моделирования в соответствии с рис. 4.26. Получить графики выходных сигналов (весовой функции, переходной функции и реакции на $u = e^{-t}$). Проверить их соответствие с расчетным.

2. Параллельно со схемой моделирования САУ набрать модель передаточной функции $W(s)$ САУ и сравнить их временные характеристики.

3. Выполнить моделирование в пакете MATLAB, используя разные описания системы. Сравнить результаты моделирования в MATLAB и SIMULINK.

4. Построить графики фазовых траекторий в плоскости (x_1, x_2) (в SIMULINK для этого потребуется блок **XY-graph**).

Задания

Задание 1: $W_1(s) = \frac{k}{(T_2 s + 1)}$, $W_2(s) = \frac{1}{T_1 s}$;

Задание 2: $W_1(s) = \frac{k}{(T_1 s - 1)}$, $W_2(s) = \frac{1}{T_2 s}$;

Задание 3: $W_1(s) = \frac{k}{(T_1 s - 1)}$, $W_2(s) = k s$;

Задание 4: $W_1(s) = \frac{k}{(T_1 s - 1)} \frac{1}{T_2 s}$, $W_2(s) = \frac{k}{s}$;

Задание 5: $W_1(s) = \frac{k}{(T_2 s + 1)}$, $W_2(s) = \frac{k}{(T_1 s - 1)}$.

4. Варианты к заданиям

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	5	12	10	2	4	7	9	11	21	15
T_1	0,1	0,4	0,12	0,3	0,21	0,09	0,15	0,17	0,7	0,6
T_2	2	4	7	3	5	9	3	8	9	5
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k	4	10	5	7	6	11	20	15	3	12
T_1	0,2	0,3	0,9	0,1	0,25	0,15	0,6	0,8	0,2	0,5
T_2	1	3	2	6	4	8	2	3	1	5
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
k	6	8	10	12	14	12	10	7	5	3
T_1	0,1	0,9	0,5	0,2	0,4	0,6	0,3	0,1	0,5	0,1
T_2	2	3	4	5	6	2	3	4	5	5

5. Дополнительные задания

1. Описать общую процедуру перехода от произвольной

структурной схемы к системе линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

2. Найти реакцию своего варианта САУ на входной сигнал $u = t$ и построить график выходного сигнала.

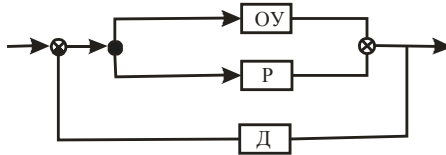
3. Найти передаточную функцию следящей системы, если устройство сравнения реализовано в соответствии с одной из следующих формул:

$$e = u - \dot{y}, \quad e = u - ky, \quad \dot{e} + e = \dot{u} + u - y.$$

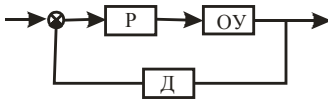
Приложение 3

Анализ устойчивости системы

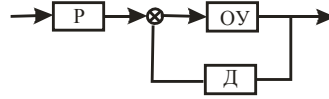
а) Исходные структурные схемы:



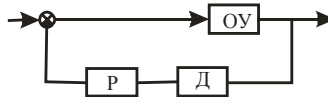
А)



В)



С)



Д)

Здесь: Р обозначает ПФ регулятора, ОУ – обозначает ПФ объекта управления, Д – обозначает ПФ датчика.

б) В зависимости от варианта выбирается один из законов регулирования в виде следующих регуляторов:

1. П-регулятор;
2. И-регулятор;
3. ПИ-регулятор;
4. ПД-регулятор;
5. ПИД-регулятор.

Замечание: Параметры регуляторов выбрать самостоятельно, приняв известные величины из литературы.

в) Для ОУ и Д выбираются следующие ПФ динамических звеньев:

1. $\frac{K}{sT_1 + 1}$; 2. $\frac{K}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)}$;
3. $\frac{K}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)(sT_3 + 1)}$; 4. $\frac{K}{s}$;
5. $\frac{K}{(sT_1 + 1)s}$; 6. $\frac{K}{s(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)}$;
7. $\frac{K}{s^2}$; 8. $\frac{K}{s^3}$; 9. $\frac{K}{(sT_1 + 1)s^2}$

Замечание: Постоянные величины в выражениях для ПФ выбираются студентом самостоятельно.

Указание по выбору варианта задания: шифр варианта студента состоит из буквы и трех цифр. При этом буква обозначает вид структурной схемы, вторая цифра – вид регулятора, третья цифра – ПФ ОУ, четвертая цифра – ПФ датчика.

Например, если шифр варианта имеет вид А231, то студент выбирает структурную схему А, регулятор И, ПФ объекта

управления будет $W(s) = \frac{K}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)(sT_3 + 1)}$, ПФ датчи-

ка $W(s) = \frac{K}{sT_1 + 1}$.

Учебное издание

Шоланов Корганбай Сагнаевич

ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ

Учебное пособие

2-ое издание, переработанное и дополненное

Нач. РОНТИЦ
Редактор
Компьютерная верстка

З.А. Губайдулина
Ш.Т. Касымбекова
Д.Ш. Тажиева

Подписано в печать 2011 г.
Бумага офсетная. Формат 60х84 1/16
Усл. п. л. Уч. -изд.л. Тираж 500 экз.
Заказ № _____. Цена договорная.

Издание Казахского национального технического университета
имени К.И. Сатпаева
Научно-технический издательский центр
г.Алматы, ул. Ладыгина, 32