



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

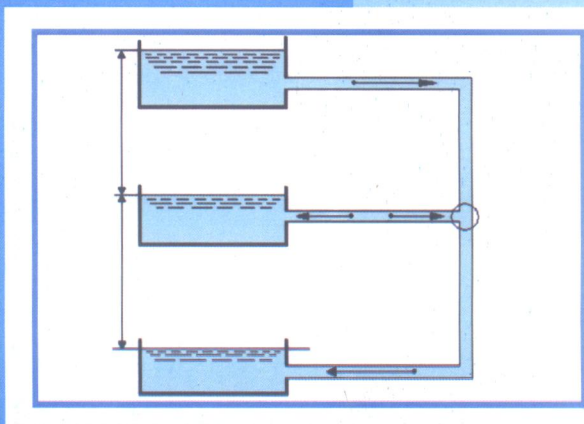


Қ.И.СӨТБАЕВ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ К.И.САТПАЕВА



Б.Е. Калмухамбетов

СБОРНИК РЕШЕННЫХ ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ ПО ОБЩЕЙ ГИДРАВЛИКЕ



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН**

**КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени К.И. САТПАЕВА**

Б.Е. Калмухамбетов

**СБОРНИК РЕШЕННЫХ ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ
ПО ОБЩЕЙ ГИДРАВЛИКЕ**

Рекомендовано Научно-методическим советом
Университета в качестве учебного пособия

Алматы 2011

УДК 532 (075.8)

ББК 33.36 я 73

К 17

К 17 Калмухамбетов Б.Е. Сборник решенных задач и упражнений по общей гидравлике: Учеб. пособие. – Алматы: КазНТУ, 2011–161 с.

Ил. 153. Табл. 11. Библиогр. – 18 назв.

ISBN 978 – 601 – 228 – 306 – 8

Учебное пособие состоит из шести глав, в каждую из которых входят краткие теоретические сведения соответствующей тематики, пять решенных примера и пять задач для самостоятельного решения. Студент, проработав теоретические сведения главы, а также отвечая на пять контрольные вопросы, которые даются в этой главе, закрепляет теоретические знания по данной тематике. Затем, изучая методику решения задач по решенным примерам, он приобретает практические навыки, используемые при решении задач, которые даны в разделе для самостоятельного решения.

Предназначено для бакалавров, обучающихся по специальностям 050708 – «Нефтегазовое дело», 050724 – «Технологические машины и оборудование».

УДК 532 (075.8)

ББК 33.36 я 73

Рецензенты:

Ж.Н. Касымбек, дир. Алматинского экономического колледжа,
д-р техн.наук, проф.

Б.Т. Сазамбаева, КазНТУ им. Сатпаева, д-р техн.наук, проф.

А.А. Абдрахманов, КазНТУ им. Сатпаева, канд.техн.наук, доц.

Печатается по плану издания Министерства образования и науки Республики Казахстан на 2011 г.

ISBN 978 – 601 – 228 – 306 – 8

© Б.Е. Калмухамбетов, 2011

© КазНТУ, 2011

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемое учебное пособие по решению задач по курсу «Общая гидравлика» представляет собой пособие для нефтегазовых специальностей.

Основное назначение пособия – дать изучающим гидравлику материал, который позволит выработать навыки применения теоретических сведений к решению конкретных задач технического характера и тем самым освоить практику гидравлических расчетов.

Каждая глава данного учебного пособия снабжена краткими сведениями из теории, касающиеся материалов данной главы, методическими указаниями и примерами решений типовых задач. Опыт преподавания гидравлики показывает, что сознательное владение курсом возможно только на основе систематического решения задач – процесса, развивающего самостоятельное инженерное мышление.

Учебное пособие содержит шесть глав: основные физические свойства жидкости; гидростатика; основные понятия кинематики и динамики жидкости; режимы движения жидкости и гидравлические сопротивления; расчет простых трубопроводов; расчет сложных трубопроводов, в которых освещаются следующие вопросы: силы вязкостного трения, сила давления жидкости на криволинейную поверхность, ламинарное и турбулентное движение жидкости, расчеты простых и сложных трубопроводов.

Изучение этих разделов курса является наиболее трудоемким для студентов при выполнении самостоятельной работы, семестровых и расчетно-графических работ.

В разделе «Основные физические свойства жидкости» даются методы интерполяции и экстраполяции по определению табличных значений аргументов функции, которые широко

используются в практической инженерной деятельности, а также при научных исследованиях, что очень важно.

В шестой главе даны расчеты трех резервуаров, в которых есть питатели и приемники, а это, с точки зрения гидромашин, есть ни что иное как насосы и гидродвигатели. Поэтому в универсальности выбранного автором этого типа задач нет сомнений. Общеизвестно, что существуют аналитический и графический методы решения задач. В этом учебном пособии больше уделено внимание второму методу, поскольку в механике жидкости больше опираются на эксперимент. С этой позиции естественно возрастает полезность этого учебного пособия в учебном процессе.

1. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТИ

Термину «*жидкость*» в гидродинамике часто придают более широкий смысл, чем это принято в обыденной жизни. В понятие «*жидкость*» включают все тела, для которых свойственна текучесть, т. е. способность изменять свою форму под действием сколь угодно малых сил. Таким образом, в это понятие включают как жидкости обычные, называемые *капельными*, так и *газы*. Первые отличаются тем, что в малом количестве под действием сил поверхностного натяжения принимают сферическую форму, а в большом – обычно образуют свободную поверхность раздела с газом. Важной особенностью капельных жидкостей является то, что они ничтожно мало изменяют свои объемы при изменении давления, поэтому их считают практически *несжимаемыми*. Газы, наоборот, могут значительно уменьшаться в объеме под действием давления и неограниченно расширяться при отсутствии давления, т. е. они обладают большой *сжимаемостью*.

Система материальных точек, непрерывно заполняющая некоторую часть пространства, называется *сплошной средой*. Сплошная среда представляет собой модель реально существующих материалов, т. е. является определенной идеализацией, полезной для решения многих практических задач. Моделью сплошной среды пользуются для описания жидких тел (воды, нефти, нефтепродуктов и т. д.), твердых деформируемых тел (металлов, горных пород), а также газообразных веществ (воздуха, природного газа). Жидкость в гидромеханике (гидравлике) рассматривается как сплошная среда, что очень удобно при использовании математического аппарата непрерывных функций. Еще одной широко распространенной моделью жидкости является *невязкая несжимаемая* жидкость, т. е. такая воображаемая жидкость, при движении которой отсутствуют силы внутреннего (жидкостного) трения, а также плотность которой не зависит ни от температуры, ни от давления. Такая жидкость получила название *идеальной жидкости*.

Так как жидкость является физическим телом, то она обладает определенными свойствами. Рассмотрим наиболее важные из них.

Плотность характеризует массу сплошной среды (в т. ч. и жидкости), содержащуюся в единице объема.

Средняя плотность среды в достаточно малом объеме ΔV , содержащем в точке М (x, y, z), определяется по формуле:

$$\rho_{cp} = \frac{\Delta m}{\Delta V},$$

где Δm – масса сплошной среды, заключенная в объеме ΔV .

В точке М плотность равна

$$\rho(x, y, z, t) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}, \text{ или } dm = \rho \cdot dV. \quad (1.1)$$

Если ρ не зависит от координат x, y, z , т. е. плотность одна и та же во всех точках среды, то последняя называется однородной.

Единицей измерения плотности в Международной системе "СИ" является килограмм, отнесенный к кубическому метру ($\text{кг}/\text{м}^3$). Значения плотности некоторых жидкостей приведены в приложении 1.

Иногда в справочниках приводятся значения относительной плотности жидкости.

Относительная плотность безразмерная величина, представляющая собой отношение плотности рассматриваемой жидкости к плотности стандартной жидкости при определенных физических условиях:

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_{сТ}}. \quad (1.2)$$

В качестве *стандартной* при определении относительной плотности *капельных жидкостей* принимают *дистиллированную воду* при нормальных физических условиях ($p_{AT} = 101,3 \text{ кПа}$ и

$t = 4^{\circ}\text{C}$), плотность которой равна $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. А для газов стандартным веществом является атмосферный воздух, который при нормальных физических условиях ($p_{\text{AT}} = 101,3 \text{ кПа}$ и $t = 20^{\circ}\text{C}$ и относительной влажности 50 %), имеет плотность $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$.

Для измерения плотности капельных жидкостей в технике используются приборы, называемые *ареометрами*.

Удельный вес — физическая величина, численно равная для однородных жидкостей отношению *веса* G к *объему* V , т. е.

$$\gamma = \frac{G}{V}. \quad (1.3)$$

Известно, что $G = mg$, где g — ускорение свободного падения. При этом можно представить зависимость между *удельным весом* жидкости и его *плотностью* в виде

$$\gamma = \rho g. \quad (1.4)$$

Единица измерения *удельного веса* в системе в системе "СИН" — Н/м^3 "СГС" — дин/см^3 , где $\text{дин} = \frac{g \cdot \text{см}}{c^2}$ и в технической системе — кгс/м^3 .

Сжимаемость — свойство жидкости изменять свою плотность при изменении температуры и давления, которое характеризуется двумя коэффициентами — температурного расширения и объемного сжатия.

Коэффициент температурного расширения показывает, на сколько увеличивается единица объема жидкости при повышении ее температуры на один градус:

$$\beta_t = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T}, (^\circ\text{C}^{-1}), \quad (1.5)$$

где V_0 — начальный объем жидкости;

ΔV — изменение объема ($V - V_0$);

ΔT — изменение температуры ($T - T_0$).

При *изобарном* процессе ($p = \text{const} \rightarrow \Delta p = 0$) зависимость *плотности от температуры* можно представить в виде выражения :

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_t \Delta T}, \quad (1.6)$$

где ρ_0 – плотность жидкости при температуре T_0 , или, как часто ее называют, начальная плотность жидкости;

ρ – плотность жидкости при температуре T .

Если известна плотность нефтепродуктов при 15°C (ρ_{15}), то величину ρ при другой температуре можно определить по формуле Менделеева [6]:

$$\rho_T = \frac{\rho_{15}}{1 + \beta_T (T - 15)}, \quad (1.7)$$

где T – температура нефтепродуктов, $^\circ\text{C}$;

β_T – коэффициент, зависящий от ρ_{15} .

Значения коэффициента β_T в формуле Менделеева приведены ниже.

$\rho_{15}, \text{кг/м}^3$	700	800	850	900	920
$\beta_T \cdot 10^4, ^\circ\text{C}^{-1}$	8,2	7,7	7,2	6,4	6,0

Коэффициент объемного сжатия характеризует зависимость плотности жидкости от давления при изотермическом процессе ($T = \text{const}$), и который определяет относительное уменьшение объема жидкости при повышении ее давления на одну единицу, т. е.

$$\beta_p = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p}, \quad (\text{Па}^{-1}), \quad (1.8)$$

где $\Delta p = p - p_0$ – изменение давления.

Жидкость является *упругим телом*, которое при давлениях до 60 МПа практически подчиняется *закону Гука*.

Следует попутно отметить, что коэффициент объемного сжатия в свою очередь *зависит* от рода жидкости, *температуры* и *давления*. Как известно, с *повышением* температуры β_p — *увеличивается*, а с *повышением* давления β_p — *уменьшается*. Однако при изменении давления от 0 до 60 МПа изменением значения β_p можно пренебречь.

В *гидравлике* так же, как и в *механике твердого тела*, оперируют физической величиной *обратной* коэффициенту объемного сжатия, называемой *модулем упругости*:

$$E_{ж} = \frac{1}{\beta_p}, \text{ (Па)}. \quad (1.9)$$

Для воды среднее значение модуля упругости $E_{вод.} = 2 \cdot 10^9 \text{ Па}$;
для керосина $E_{кер.} = 1,7 \cdot 10^9 \text{ Па}$; для дизельного топлива (солярка)
 $E_{сол.} = 1,6 \cdot 10^9 \text{ Па}$; для других нефтепродуктов $E_{наф.} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ Па}$.

Плотность капельных жидкостей при температуре и давлении, отличных от начальных, может быть найдено из следующего выражения:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta_t \Delta T + \beta_p \Delta p), \quad (1.10)$$

где ρ_0 — плотность жидкости при начальных условиях (T_0, p_0);

Δt и Δp — приращение (изменение) температуры и давления;

β_t и β_p — коэффициенты температурного (*объемного*) расширения и объемного сжатия, являющиеся характеристиками *сжимаемости* жидкости.

Вязкость — *свойство жидкости оказывать сопротивление относительному движению своих частиц*.

Молекулы жидкости не так жестко связаны между собой, как в твердом веществе и не так свободны, как в газах. В постоянном ограниченном объеме, заполненном жидкостью, любая ее

молекула может занимать любое положение. Относительная высокая интенсивность обмена молекулами внутри конечного объема приближает жидкость по некоторым физическим свойствам к газам. Если на часть покоящегося объема жидкости в течение определенного промежутка времени действует сколь угодно малая сила, это вызывает сдвиг частиц относительно друг друга, т. е. течением жидкости, например, при наклоне сосуда.

Текучестью жидкости называется ее способность неограниченно деформироваться под действием приложенной сколь угодно малой силы.

Относительное смещение двух слоев жидкости I и II (рис. 1.1) вдоль направления X вызывает сопротивление деформации сдвига как результата нарушения молекулярных связей по поверхности S . Следовательно, жидкость при движении обладает свойством оказывать сопротивление относительному движению своих частиц, т. е. обладает свойством вязкости.

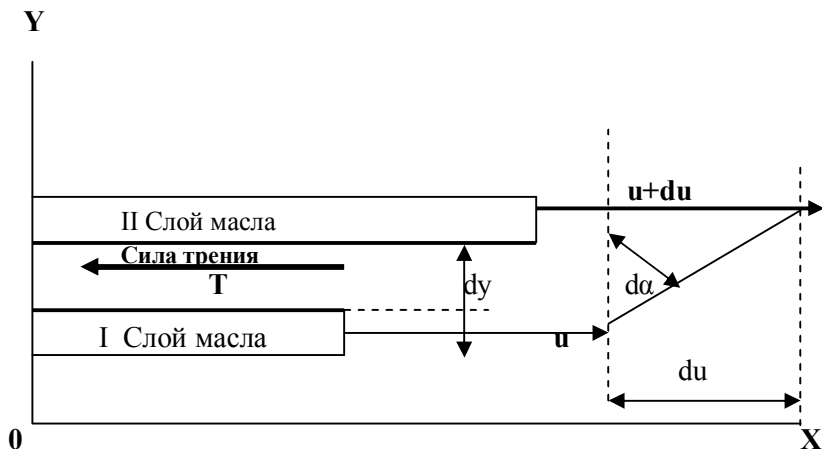


Рис. 1.1. Относительное движение слоев жидкости

Согласно гипотезе И. Ньютона, если представить поток, состоящий из отдельных слоев (в нашем случае это слой I и II) бесконечно малой толщины, то скорости этих слоев будут изменяться по некоторому закону от нуля (у стенки канала или тру-

бопровода) до максимума (в центре потока).

Пусть скорости *соседних слоев* будут *u* и *u + du* (рис. 1.1). При *прямолинейном* движении *du* можно рассматривать как *скорость деформации*, а градиент скорости du / dy как *угловую скорость деформации*:

$$\frac{du}{dy} = \operatorname{tg} d\alpha ,$$

где *dα* – бесконечно малый угол деформации.

Профессор Н.П. Петров, теоретически обосновав [3] гипотезу И. Ньютона о жидкостном трении, установил, что сила внутреннего трения *T*, возникающая между двумя слоями жидкости, прямо пропорциональна градиенту скорости и поверхности соприкасающихся слоев *S*, зависит от рода жидкости и, строго говоря, от температуры и давления:

$$T = \pm \mu \frac{du}{dy} S , \quad (1.11)$$

где *μ* – динамический коэффициент вязкости.

Единицей динамической вязкости в Международной системе единиц измерения "СИ" является **паскаль-секунда (Па·с)**, а в системе "СГС" — **пуаз (Π = дин·с / см²)**.

С **физической точки зрения** размерность 1 Па·с динамической вязкости можно рассматривать как величину, которая для сдвига одного слоя жидкости относительно другого при градиенте скорости 1 м/с на расстоянии 1 м и площади 1 м² требует усилия силой в 1Н.

В настоящее время довольно часто при технических расчетах оперируют величиной, называемой *коэффициентом кинематической вязкости ν*, представляющей собой отношение динамической вязкости жидкости к ее плотности:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (1.12)$$

Единицей кинематической вязкости в системе "СИ" является метр в квадрате, поделенный на секунду ($\text{м}^2/\text{с}$). Кроме того, широко применяется также единица ν в системе "СГС" – антиметр в квадрате, поделенный на секунду ($\text{см}^2/\text{с}$), называемый **Стokesом** (Ст), а также ее производная – **сантистокс**

$$(\text{сСт}): \nu = 1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}} = 10^4 \text{Ст} = 10^6 \text{сСт}.$$

Разделив обе части уравнения (1.11) на площадь S , получим *касательное напряжение*, которое будет определять плотность распределения силы жидкостного трения по поверхности S (напряжение силы трения):

$$\tau = \frac{T}{S} = \pm \mu \frac{du}{dy} = \pm \rho \nu \frac{du}{dy}, (\text{Па}). \quad (1.13)$$

Эта зависимость называется *законом вязкостного трения Ньютона*, а подчиняющиеся этому закону жидкости – *ньютоновскими*. К ним относятся вода и другие жидкости с высокой текучестью, а также газы. Однако есть жидкости (некоторые типы нефти, коллоидные растворы, масляные краски, смолы, смазочные масла при низких температурах, буровые растворы, клей и др.), которые этому закону не подчиняются. Такие жидкости называются *неньютоновскими*. Их изучением занимается наука реология – общее учение о текучести и пластичности веществ.

Как известно, с *увеличением* температуры вязкость капле-ных жидкостей *падает*, газообразных *увеличивается*.

Для определения вязкости жидкости используются приборы, называемые *вискозиметрами*. Наиболее распространены *капиллярные вискозиметры*, принцип действия которых сводится к определению *времени истечения* определенного объема

жидкости через капиллярное отверстие. К таким типам вискозиметров можно отнести вискозиметры *Освальда-Пинкевича* и *Энглера*.

Нефтяники для быстрой оценки вязкости буровых растворов применяют стандартные полевые вискозиметры (СПВ-5), представляющие собой металлическую воронку, заканчивающуюся трубкой диаметром 5 мм. Условную вязкость раствора определяют как время истечения 500 см^3 этого раствора из залитых в воронку 700 см^3 жидкости.

Вопросы для самопроверки:

1. Какова взаимосвязь между плотностью и удельным весом жидкости?
Укажите их размерности в единицах "СИ" и в единицах других систем.
2. Что называется коэффициентом объемного сжатия жидкости и какова его связь с модулем упругости?
3. Как зависит плотность жидкости от коэффициента температурного расширения?
4. Что называется вязкостью жидкости и в чем состоит закон вязкого трения ?
5. Какова связь между динамическим и кинематическим коэффициентами вязкости и укажите их размерности в единицах "СИ" и в других системах измерения?

Примеры:

Пример 1.1. Определите значение динамического коэффициента вязкости **ИН-12** масла для температуры 45°C ($\mu_{45} = ? \text{ П}$). Если плотность этого масла при температуре 50°C

равна $\rho_{50} = 0,883 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, а значения кинематических коэффици-

ентов вязкости для температур 40 и 60°C соответственно равны

$$\nu_{40} = 0,19 \text{ См} \text{ и } \nu_{60} = 0,098 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Дано: Масло ИИ-12 ; $\rho_{50} = 0,883 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 883 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$,

$$v_{40} = 0,19 \text{ см}^2/\text{с}, \quad v_{60} = 0,098 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}} = 0,098 \text{ см}^2/\text{с}.$$

Определить: $\mu_{45} = ? \text{ П(пуаз) }.$

Решение:

Вначале определим значение плотности масла для температуры $T = 45^\circ\text{C}$

$$\rho_{45} = \frac{\rho_{50}}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{\rho_{50}}{1 + \alpha(45 - 50)} = \frac{0,883}{1 - 0,0007 \cdot 5} = 0,886 \frac{\text{г}}{\text{см}^3},$$

где $\alpha = 0,0007^\circ\text{C}^{-1}$ – коэффициент температурного расширения для минеральных масел (прилож. 1).

Затем в интервале температур $40 - 60^\circ\text{C}$ определяем значение кинематического коэффициента вязкости масла для температуры $T = 45^\circ\text{C}$ методом интерполяции:

$$v_{45} = v_{40} + \frac{v_{60} - v_{40}}{60 - 40} (45 - 40) = 0,19 + \frac{0,098 - 0,19}{20} \cdot 5 = 0,167 \text{ см}^2/\text{с} = 0,167 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

И, наконец, подсчитаем динамический коэффициент вязкости ИИ-12 масла для заданной температуры

$$\mu_{45} = \rho_{45} \cdot v_{45} = 0,886 \cdot 0,167 = 0,148 \text{ П(пуаз)}.$$

Ответ: $\mu_{45} = 0,148 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}} = 0,148 \text{ П(пуаз)}.$

Пример 1.2. Определите значение кинематического коэффициента вязкости $\Delta T = 11^\circ\text{C}$ ИИ-20 масла для температуры 15°C ($v_{15} = ? \text{ см}^2/\text{с}$). Если относительная плотность этого масла

при температуре 50 °С равна $\delta_{50} = 0,891$, а значения динамических коэффициентов вязкости для температур 20 и 40 °С соответственно равны $\mu_{20} = 0,774 \text{ П}$ и $\mu_{40} = 0,0246 \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Дано: Масло ИИ-20: $\delta_{50} = 0,891 \Rightarrow \rho_{50} = 891 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 0,891 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$,

$\mu_{20} = 0,774 \text{ П}$ $\mu_{40} = 0,0246 \text{ Па} \cdot \text{с} = 0,246 \text{ П}$.

Определить: $v_{15} = ? \text{ (Ст)}$.

Решение:

Начинаем с определения значения плотности масла для температуры $T = 15^\circ \text{C}$:

$$\rho_{15} = \frac{\rho_{50}}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{891}{1 + \alpha(15 - 50)} = \frac{891}{1 - 0,0007 \cdot 35} = 913 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 0,913 \frac{\text{г}}{\text{см}^3},$$

где $\alpha = 0,0007^\circ \text{C}^{-1}$ – коэффициент температурного расширения для минеральных масел.

Затем, учитывая скорость изменения динамического коэффициента вязкости в интервале температур 20 – 40 °С, определяем значение динамического коэффициента вязкости масла для температуры $T = 15^\circ \text{C}$ методом экстраполяции:

$$\mu_{15} = \mu_{20} - \frac{\mu_{40} - \mu_{20}}{40^\circ - 20^\circ} (20^\circ - 15^\circ) = 0,774 - \frac{0,246 - 0,774}{20^\circ} \cdot 5$$

$$= 0,906 \text{ П} = 0,0906 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Теперь можем подсчитать значение кинематического коэффициента вязкости **ИИ-20** масла для заданной температуры по нижеследующей формуле:

$$v_{15} = \frac{\mu_{15}}{\rho_{15}} = \frac{0,906}{0,913} = 0,99 \text{ См} = 0,99 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Ответ: $v_{15} = 0,99 \text{ См}$.

Пример 1.3. Начальное положение гидравлической системы дистанционного управления представлено на рис. 1.2 (рабочая жидкость между поршнями не сжата). При перемещении ведущего поршня (его диаметр D) вправо жидкость постепенно сжимается и давление в ней повышается. Когда манометрическое давление достигает величины $p_m = 17,6$ МПа сила давления на ведомый поршень (его диаметр $d = 0,028$ м) становится больше силы сопротивления F . С этого момента приходит в движение вправо и ведомый поршень. Диаметр соединительной части цилиндров $\delta = 14$ мм, длина $l = 2,35$ м. Определить диаметр ведущего поршня $D = ?$ (мм), необходимый для того, чтобы ход $L = 36$ мм обоих поршней был один и тот же. Коэффициент объемного сжатия масла этой гидросистемы $\beta_p = 0,59 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$.

Дано: $p_m = 17,6$ МПа ;

$d = 0,028$ м ;

$\delta = 14$ мм ;

$l = 2,35$ м ;

$L = 36$ мм ;

$\beta_p = 0,59 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$.

Определить: $D = ?$ (мм) .

Решение:

Искомым уравнением для определения диаметра ведущего поршня этой гидравлической системы является формула коэффициента объемного сжатия рабочей жидкости, которую преобразовываем следующим образом:

$$\beta_p = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p} = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{V - V_0}{p_m}, \text{ или } V_0 = \frac{V}{1 - \beta_p p_m}, \quad (1.14)$$

где V_0 – начальный объем жидкости в системе, который определяется из выражения (рис. 1.2.)

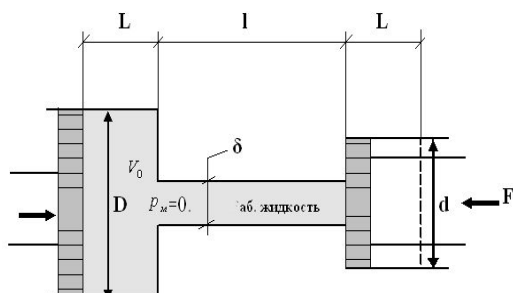


Рис. 1.2. Исходное положение гидравлической системы

$$V_0 = \frac{\pi}{4}(D^2L + \delta^2l), \quad (1.15)$$

V – конечное значение объема жидкости в системе, который определяется из выражения (рис. 1.3)

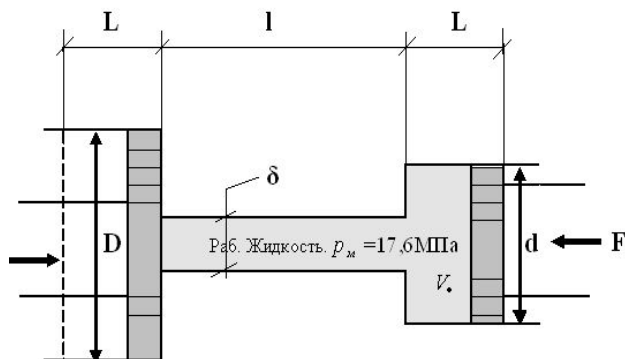


Рис. 1.3. Рабочее положение гидравлической системы

$$V = \frac{\pi}{4}(d^2L + \delta^2l). \quad (1.16)$$

Теперь, подставляя значения объемов V_0 и V из выражений

соответственно (1.15) и (1.16) в формулу (1.14) и решив ее относительно диаметра ведущего поршня, окончательно получим:

$$D = \sqrt{\frac{d^2 L + \beta_P p_M l \delta^2}{L - \beta_P p_M L}} = \sqrt{\frac{0,028^2 \cdot 0,036 + 0,59 \cdot 10^{-9} \cdot 17,6 \cdot 10^6 \cdot 2,35 \cdot 0,014^2}{0,036 - 0,59 \cdot 10^{-9} \cdot 17,6 \cdot 10^6 \cdot 0,036}} = 0,0305 \text{ м} = 31 \text{ мм}.$$

Ответ: $D = 31 \text{ мм}.$

Пример 1.4. Зазор между валом и втулкой (рис. 1.4) заполнен маслом (ИН-30: $\rho = 901 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; $\nu = 0,38 \text{ Ст.}$), толщина слоя которого равна $\delta = 2,2 \text{ мм}$. Диаметр вала $D = 180 \text{ мм}$, длина втулки $L = 700 \text{ мм}$. Вал вращается равномерно под воздействием вращающегося момента $M = 9,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Определить частоту вращения вала $n = ?$ (об/мин).

При решении примера применяем формулу [1] Ньютона о жидкостном трении. Поскольку толщина δ слоя масла мала, можно считать, что скорости в нем изменяются по прямолинейному закону. Эпюра касательных напряжений в слое масла принимается прямоугольной; сила жидкостного трения проходит через центр тяжести этой эпюры.

Дано: Масло ИН-30

$$\rho = 901 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \nu = 0,38 \text{ Ст.};$$

$$\delta = 2,2 \text{ мм};$$

$$D = 180 \text{ мм};$$

$$L = 700 \text{ мм};$$

$$M = 9,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определить: $n = ?$ (об/мин).

Решение:

При равномерном вращении вала зависимость между моментом на этом валу и силой жидкостного трения возникающего в слое масла будет выражаться уравнением (рис. 1.5)

$$M = T \cdot \frac{1}{2} (D + \delta), \quad (1.17)$$

где T – сила трения, которая определяется из формулы Ньютона и тогда формула (1,17) примет следующий вид:

$$M = \frac{1}{2} \rho \nu \frac{\vartheta}{\delta} \cdot (D + \delta)^2 \Pi \cdot L \quad (1.18)$$

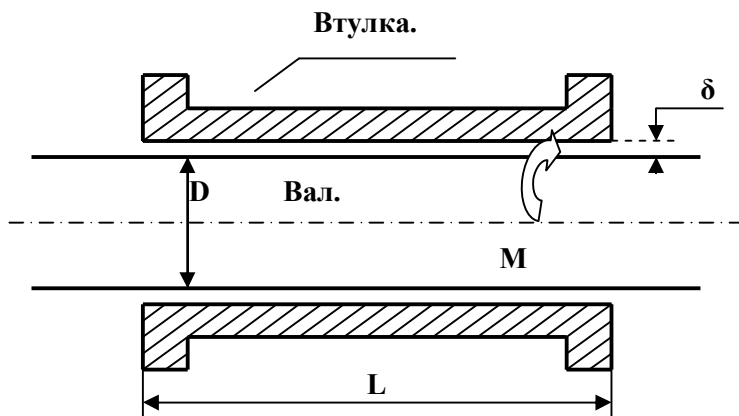


Рис. 1.4. К примеру 1.4

здесь ϑ – линейная скорость точки на расстоянии от оси вала до центра слоя масла, а ее зависимость от частоты вращения вала n (об/мин) выражается следующим образом:

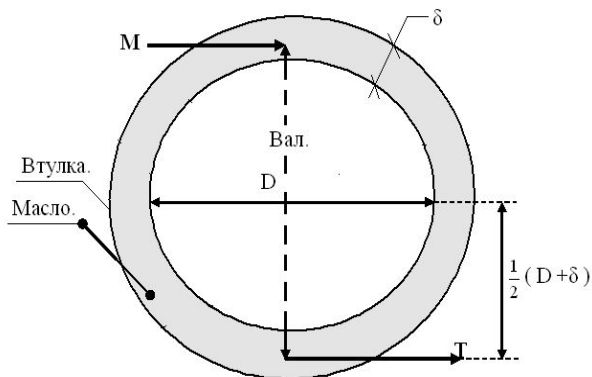


Рис. 1.5. К примеру 1.4

$$g = \frac{\pi n}{60} \cdot (D + \delta) , \quad (1.19)$$

$S = \pi(D + \delta) \cdot L$ – площадь действия по касательной силы трения, которая представляет собой площадь боковой поверхности цилиндра длиной L и диаметром $(D + \delta)$;

$\frac{1}{2}(D + \delta)$ – плечо силы трения, которая из условия примера приложена по центру прямоугольной эпюры скоростей в слое масла (рис. 1.4).

Теперь, подставляя значение скорости g из выражения (1.19) в формулу (1.18), с учетом которой, решая уравнение (1.17) относительно частоты вращения вала, получаем расчетную формулу:

$$\begin{aligned} n &= \frac{120 \cdot \delta \cdot M}{\rho \cdot v \cdot \pi^2 \cdot (D + \delta)^3 \cdot L} = \\ &= \frac{120 \cdot 9,2 \cdot 2,2 \cdot 10^{-3}}{901 \cdot 0,38 \cdot 10^{-4} \cdot 3,14^2 \cdot (0,18 + 0,0022)^3 \cdot 0,7} = 1762 \text{ об/мин} \end{aligned}$$

Ответ: $n = 1762 \text{ об/мин}$

Пример 1.5. Автоклав объемом 25,0 л наполнен турбинным маслом и закрыт герметически. Коэффициент температурного расширения $\beta_t = 832 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ жидкости, ее модуль упругости $E = 1,96 \cdot 10^9 \text{ Па}$. Определить повышение давления в автоклаве при увеличении температуры жидкости на величину $\Delta T = 11 \text{ } ^\circ\text{C}$. Объемной деформацией автоклава пренебречь.

Дано: Масло ИН-30

$$\beta_t = 832 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1};$$

$$E = 1,96 \cdot 10^9 \text{ Па};$$

$$V_0 = 25,0 \text{ л};$$

$$\Delta T = 11 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Определить: $\Delta p = ? \text{ (кПа)}.$

Решение:

Из формулы коэффициента температурного расширения определяем на сколько увеличился начальный объем V_0 жидкости в автоклаве в случае его негерметичности при повышении температуры жидкости на $\Delta T = 11 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$\beta_t = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} \quad \text{или} \quad \Delta V = \beta_t \cdot V_0 \cdot \Delta T = 832 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 11 = 0,2288 \text{ л}.$$

Теперь для автоклава при ее герметичности начальным объемом жидкости будет $V_0 = 25 + 0,2288 = 25,2288 \text{ л}$ и конечным $V = 25 \text{ л}$.

Тогда давление условно сжимающее жидкость до объема автоклава и есть повышение давления в автоклаве, которое рассчитываем по формуле коэффициента объемного сжатия после некоторых преобразований:

$$\beta_p = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p} = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{V - V_0}{\Delta p} = \frac{V_0 - V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta p} = \left(1 - \frac{V}{V_0}\right) \cdot \frac{1}{\Delta p}$$

$$\text{и с учетом } \beta_p = \frac{1}{E} \text{ имеем } \Delta p = \left(1 - \frac{V}{V_0}\right) \cdot E = \left(1 - \frac{25}{25,2288}\right) \cdot 1,96 \cdot 10^9 = 17640 \text{ кПа}.$$

Ответ: $\Delta p = 17640 \text{ кПа}$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.1. Определите значение динамического коэффициента вязкости масла АМГ-10 для температуры 85°C ($\mu_{85} = ? \text{ П}$). Если плотность этого масла при температуре 50°C равна $\rho_{50} = 0,850 \frac{\text{Т}}{\text{м}^3}$, а значения кинематических коэффициентов вязкости для температур 60 и 80°C соответственно равны $\nu_{60} = 8,5 \text{ сСт}$ и $\nu_{80} = 0,065 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Ответ: $\mu_{85} = 49,8 \cdot 10^{-3} \text{ П}$

Задача 1.2. Определите значение кинематического коэффициента вязкости *ТУРБИННЕГО* масла для температуры 25°C ($\nu_{25} = ? \text{ Ст}$). Если удельный вес этого масла при температуре 50°C равен $\gamma_{50} = 882,9 \frac{\text{дин}}{\text{см}^3}$, а значения динамических коэффициентов вязкости для температур 20 и 40°C соответственно равны $\mu_{20} = 0,892 \text{ П}$ и $\mu_{40} = 0,0344 \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Ответ: $\nu_{25} = 0,74 \text{ Ст}$.

Задача 1.3. Определить скорость $\mathcal{G}$ равномерного скольжения прямоугольной пластины $[(a \times b \times c)$, $a = 850 \text{ мм}$, $b = 740 \text{ мм}$, $c = 7 \text{ мм}]$ по наклонной плоскости под углом $\alpha = 12^\circ$, если между пластиной и плоскостью находится слой *ВЕРЕТЕННОГО АУ* масла толщиной $\delta = 0,6 \text{ мм}$. Температура масла 35°C , плотность материала пластины $\rho = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Ответ: $\mathcal{G} = 0,879 \text{ м/с}$.

Задача 1.4. Трубопровод диаметром $d = 300 \text{ мм}$, длиной

$l = 100$ м, подготовленный к гидравлическому испытанию, заполнен водой при атмосферном давлении.

Какое количество воды необходимо дополнительно подать в трубопровод, чтобы давление в нем поднялось до 5 МПа по манометру? Коэффициент объемного сжатия воды принять равным $\beta_p = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$. Деформацией трубопровода пренебречь.

Ответ: $\Delta V = 1,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.

Задача 1.5. Найти кинематический коэффициент вязкости нефти, если известно, что при температуре $T = 40^\circ \text{C}$ ее динамический коэффициент вязкости $\mu = 0,5 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$. Плотность нефти при

той же температуре равна $\rho = 920 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Ответ: $\nu = 0,543 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

2. ГИДРОСТАТИКА

Давление в любой точке покоящейся жидкости называется гидростатическим и обладает следующими двумя свойствами:

– всегда направлено по нормали к той площадке, на которую действует;

– в любой точке внутри жидкости по всем направлениям одинаково, т. е. не зависит от ориентации этой площадки в пространстве.

Распределение давления в покоящейся жидкости находится из уравнения равновесия **Эйлера**:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz), \quad (2.1)$$

в которой вектор $\vec{F}$ с компонентами (X, Y, Z) называется плотностью массовых сил или напряжением массовых сил (массовая сила, рассчитанная на единицу массы; размерность – ускорение).

Поверхность раздела между жидкой и газообразной средой называется **свободной поверхностью**.

В однородной несжимаемой жидкости ($\rho = const$), находящейся в равновесии под действием сил тяжести ($X=0, Y=0, Z=-g$, ось Z направлена вверх), распределение давления определяется из уравнения, выражающее гидростатическое давление p в любой точке покоящейся жидкости в том случае, когда из числа массовых сил на нее действует лишь одна сила тяжести, называется [4] **основным уравнением гидростатики**:

$$p = p_0 + \rho gh = p_0 + \gamma h, \quad (2.2)$$

где p_0 – давление на какой-либо поверхности уровня жидкости, например на свободной поверхности; h – глубина расположения рассматриваемой точки, отсчитанная от поверхности с давлением p_0 .

Во многих случаях давление p_0 в этой формуле обычно равно атмосферному p_{am} . Тогда будем иметь:

$$p = p_{am} + \rho gh, \text{ или } \rho gh = p - p_{am},$$

где выражение ρgh в одном случае может быть **избыточным** давлением, в другом – **вакуумметрическим**.

Если абсолютное давление p в жидкости больше атмосферного p_{am} , то их разница дает нам *избыточное* давление или, как часто его называют, *манометрическое* давление.

Манометрическое давление представляет собой превышение давления в данной точке над атмосферным:

$$p_m = \rho gh = p - p_{am}.$$

Из этого уравнения видно, что значение манометрического давления может изменяться от 0 до ∞ .

Если абсолютное давление в данной точке жидкости меньше атмосферного, т. е. $p < p_{am}$, то их разница в этом случае дает нам отрицательное манометрическое давление или просто вакуум, представляющий собой недостаток давления в данной точке до атмосферного: $-p_m = p - p_{am}$ или $p_v = -p_m$, $p_v = p_{am} - p$.

Значение вакуума может изменяться от 0 до p_{am} .

В тех случаях, когда рассматриваемая точка расположена выше поверхности с давлением p_0 , второй член в формуле (2.2) отрицателен.

Другая форма записи того же уравнения (2.2) имеет вид

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g},$$

где z и z_0 – вертикальные координаты произвольной точки и свободной поверхности относительно горизонтальной плоскости отсчета;

$\frac{p}{\rho g}$ – **пьезометрическая высота**.

Дифференциальное уравнение поверхности равного давления (изобарической поверхности), частным случаем которой является свободная поверхность жидкости, имеет вид

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 . \quad (2.3)$$

Рассмотрим несколько конкретных примеров и установим, какой вид будет иметь поверхность равного давления (в т. ч. и свободная поверхность) в этих случаях.

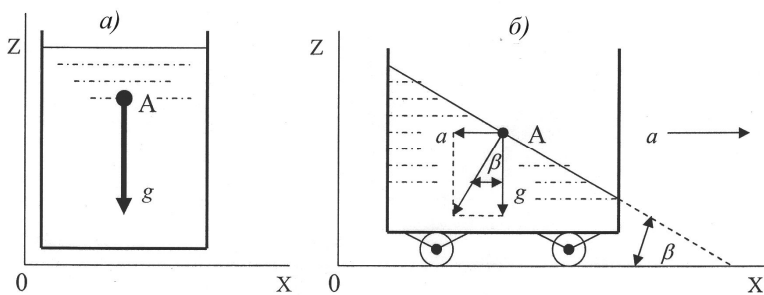


Рис. 2.1. Поверхности равного давления

Жидкость находится в равновесии в резервуаре в поле действия только сил тяжести (рис. 2.1, а).

В этом случае проекции результирующей единичных массовых сил будут: ($X = 0, Y = 0, Z = -g$). Подставляя эти значения в (2.3), получим $-gdz = 0$ или после интегрирования

$$gz = const .$$

Это – уравнение горизонтальной плоскости. Следовательно, в покоящейся однородной жидкости ($\rho = idem$) любая горизонтальная плоскость является плоскостью равного давления.

Жидкость находится в равновесии в резервуаре, движущемся горизонтально с некоторым ускорением a (рис. 2.1, б).

В этом случае любая частица жидкости находится под действием ускорений a и g , следовательно, проекции результирующей единичных массовых сил будут: ($X = -a, Y = 0, Z = -g$).

Подставляя эти значения в (2.3), получим $-adx - g dz = 0$ или после интегрирования

$$ax + gz = \text{const.}$$

Это – уравнение наклонной плоскости. Следовательно, в данном случае поверхности равного давления представляют собой плоскости, наклонные к осям Ox и Oz и параллельные оси Oy . Угол наклона плоскости к горизонту может

быть найден из выражения $\beta = \arctg \left[\frac{a}{g} \right]$.

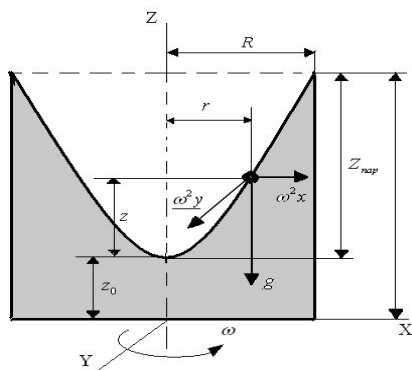


Рис. 2.2. Относительный покой жидкости в равномерно вращающемся цилиндрическом сосуде при условии $H \gg Z_{\text{нар}}$

Жидкость находится в равновесии в цилиндрическом сосуде, вращающемся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω (рис. 2.2).

В этом случае любая частица жидкости находится под действием ускорений силы тяжести g и центробежной силы инерции $\omega^2 r$, следовательно, проекции результирующей единичных массовых сил будут: ($X = \omega^2 x, Y = \omega^2 y, Z = -g$). Подставляя эти зна-

чения в (2.3), получим $\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz = 0$ или после интегрирования:

$$\frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} - g z = \text{const}, \text{ но т. к. } x^2 + y^2 = r^2, \text{ то } \frac{\omega^2 r^2}{2} - g z = \text{const}.$$

Это – уравнение параболоида вращения. Следовательно, в данном случае поверхности равного давления представляют собой семейство параболоидов вращения вокруг вертикальной оси. При сечении их вертикальной плоскостью получится семейство парабол с вершинами на оси Oz , а при сечении горизонтальной плоскостью – семейство концентрических окружностей с центром на оси Oz .

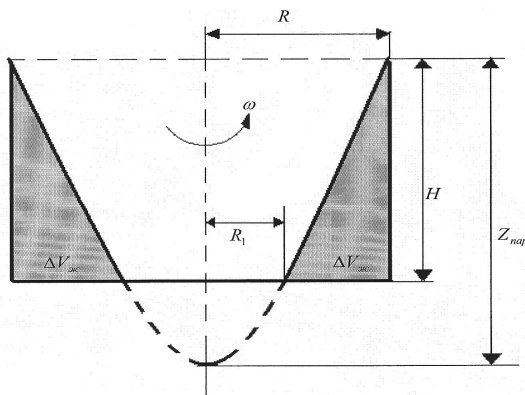


Рис. 2.3. Относительный покой жидкости в равномерно вращающемся цилиндрическом сосуде при условии $H < Z_{нар}$

Поверхности уровня представляют собой конгруэнтные параболоиды вращения, ось которых совпадает с осью вращения сосуда.

Уравнение поверхности уровня (в частности, свободной поверхности жидкости), во вращающихся вместе с цилиндрическим сосудом, в координатах (r, z) имеет вид

$$z - z_0 = \frac{\omega^2 r^2}{2g},$$

где z_0 – вертикальная координата вершины параболоида поверхности уровня; r, z – координаты любой точки поверхности уровня.

Высота параболоида вращения из условия равенства сил тяжести и центробежной равна

$$Z_{\text{нар}} = \frac{\omega^2 R^2}{2g}, \quad (2.4)$$

где R – радиус сосуда.

а) Объем параболоида вращения в случае, когда свободная поверхность жидкости не пересекает дно сосуда (т. е. $Z_{\text{нар}} < H$, где H – высота цилиндрического сосуда), равен половине произведения площади его основания на высоту (рис. 2.2)

$$V_{\text{нар}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot Z_{\text{нар}}. \quad (2.5)$$

б) Объем жидкости во вращающемся цилиндрическом сосуде в случае, когда свободная поверхность жидкости пересекает дно сосуда (т. е. $Z_{\text{нар}} > H$), вычисляется [2] по формуле (рис. 2.3)

$$\Delta V_{\text{жс}} = \pi [R^2 - R_1^2] \cdot \frac{H}{2} = \frac{\pi \cdot g}{\omega^2} \cdot H^2. \quad (2.6)$$

Силовое взаимодействие жидкости, находящейся в покое, с плоскими поверхностями легко определяется с помощью основного уравнения гидростатики. Он позволяет, если использовать основные свойства гидростатического давления, решить инженерные задачи: определить суммарную силу давления на заданную поверхность, найти точку приложения (центра давления) этой силы.

Сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению гидростатического давления p_c в центре тяжести площади стенки на площадь стенки S , т. е.

$$P = \rho g h_c \cdot S = p_c \cdot S, \quad (2.7)$$

где $p_c = \rho g h_c$ – манометрическое давление (в общем случае это гидростатическое давление) жидкости; h_c – расстояние от свободной поверхности жидкости по вертикали до центра тяжести площади стенки.

Если свободная поверхность жидкости испытывает нормальное атмосферное давление, то определяющим силу давления жидкости на плоскую стенку (поверхность) является избыточное давление, $p_c = \rho g h_c$.

Если имеет место превышение давления на величину p_m над атмосферным, то формула (2.7) примет следующий вид:

$$P = (p_m + \rho g h_c) S. \quad (2.8)$$

Если давление на поверхности жидкости меньше атмосферного, т. е. имеет место вакуум, то формула (2.7) примет следующий расчетный вид:

$$P = (\rho g h_c - p_v) S, \quad (2.9)$$

где p_v – вакуум или отрицательное избыточное давление.

Помимо значения силы давления жидкости на плоскую поверхность очень важно при решении инженерных задач знать точку приложения этой силы, т. е. центр давления.

Центр давления (точка приложения силы P) расположена ниже центра тяжести площадки или совпадает с последним в случае горизонтальной стенки.

Расстояние между *центром тяжести* площадки и *центром давления* в направлении нормали к линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью жидкости равно:

$$\Delta y = \frac{J_0}{y_c S}, \text{ или в случае вертикальной стенки}$$

$$\Delta h = \frac{J_0}{h_c S}, \quad (2.10)$$

где J_0 – момент инерции площади стенки относительно оси, проходящей через центр тяжести площади и параллельной линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью; y_c – координата центра тяжести площадки, расположенной под углом $\angle \alpha$, измеренной со стороны стенки смоченной жидкостью, к горизонтальной плоскости. Для вертикальной стенки $h_c = y_c \cdot \sin \alpha$, при $\alpha = 90^\circ$ $h_c = y_c$, тогда координата центра давления будет равна

$$y_d = y_c + \Delta y, \text{ при } \alpha = 90^\circ \quad h_d = h_c + \Delta h. \quad (2.11)$$

Из уравнения (2.11) видно, что центр давления для плоской стенки находится всегда ниже ее центра тяжести: при $\alpha = 90^\circ$, т. е. если стенка расположена вертикально, центр давления будет отстоять от центра тяжести на максимальном расстоянии,

равном $\Delta h = \frac{J_0}{h_c S}$; при $\alpha = 0$, т. е. если стенка горизонтальна

Δh (или Δy) равно нулю. В этом случае говорят, что координаты центра тяжести и давления площадки совпадают и равны высоте жидкости H в сосуде, поэтому сила давления жидкости на дно сосуда:

$$P = \rho g H S.$$

Из этого выражения видно, что различные сосуды, днища которых имеют одинаковые площади, и заполненные одинаковой жидкостью на одну и ту же высоту, будут иметь одинаковую силу давления на дно независимо от формы сосуда и количества находящейся в нем жидкости (гидравлический парадокс).

При криволинейной поверхности определение значения и точки приложения силы давления жидкости в известной мере усложнено тем, что элементарные силы давления, действующие нормально на каждую элементарную площадку поверхности, имеют разные направления. В этом случае, чтобы избежать интегрирования по криволинейной поверхности, приходится определять вначале взаимно перпендикулярные составляющие силы и только потом находить результирующую силу давления жидкости на криволинейную поверхность:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}.$$

В технике преимущественно приходится иметь дело с криволинейными стенками, представляющими собой поверхности вращения (сферу, цилиндр, конус и т. п.) и имеющими ось симметрии, лежащую в плоскости, нормальной к стенке, что значительно упрощает задачу по определению силы давления жидкости. Учитывая то обстоятельство, что сложные криволинейные поверхности, подверженные давлению жидкости, в практике встречаются редко, ограничимся рассмотрением частного случая – определения силы давления и линии ее действия только на цилиндрическую поверхность, имеющую горизонтальные образующие. Тогда результирующая сила давления жидкости на криволинейную стенку цилиндрической формы равна геометрической сумме взаимно перпендикулярных составляющих:

$$P = \sqrt{P_y^2 + P_z^2}. \quad P_x = 0,$$

где P_y – **горизонтальная составляющая** силы давления жидкости на криволинейную поверхность цилиндрической формы;

P_z – **вертикальная составляющая** силы давления жидкости на ту же криволинейную поверхность.

Горизонтальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную поверхность равна

$$P_y = p_c \cdot S_z = \rho g h_c \cdot S_z, \quad (2.12)$$

где S_z – **площадь** вертикальной проекции криволинейной поверхности (стенки) смоченной жидкостью;

p_c – гидростатическое **давление**, действующее в центре тяжести площади S_z ;

h_c – **расстояние** центра тяжести площади S_z до свободной поверхности жидкости.

Таким образом, горизонтальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную поверхность равна силе давления жидкости на плоскую стенку, которая в нашем случае представляет собой проекцию криволинейной поверхности на вертикальную плоскость (сравните уравнения 2.7 и 2.12). Для этой силы также характерны как и для вертикальной стенки точка приложения, называемая центром давления.

Вертикальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную поверхность равна

$$P_z = \rho g \cdot V_{m.д}. \quad (2.13)$$

Из формулы (2.13) видно, что вертикальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную поверхность равна весу жидкости в объеме $V_{m.д}$, называемом **Телом давления**, и приложена в центре тяжести этого объема.

Для построения тела давления будем пользоваться следующим определением: **тело давления** — это объем, ограниченный рассматриваемой криволинейной поверхностью, свободной поверхностью жидкости и вертикальными проектирующими плоскостями, проходящими через контур криволинейной поверхности.

Если тело давления строится со [7] стороны, не смоченной жидкостью, криволинейной поверхности, то тело давления считается условным и вертикальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную поверхность направлена строго вверх.

Для наглядности рассмотрим сосуд (рис. 2.4, а) с жидкостью ($\mathcal{J}$), закрытый сверху, и поверхность жидкости, в которой испытывает избыточное давление p_m .

Подсоединив пьезометрическую трубку к сосуду, мы заметим поднятие уровня жидкости в этой трубке на величину.

Теперь, используя вышеизложенное правило построения тела давления для малой криволинейной поверхности (ab), выделенной на боковой поверхности (AB) сосуда, получим объем тела давления, ограниченный: свободной поверхностью ($a'b'$), проектирующими поверхностями ($a'a$) и ($b'b$) и самой криволинейной поверхностью (ab) (рис. 2.4, а).

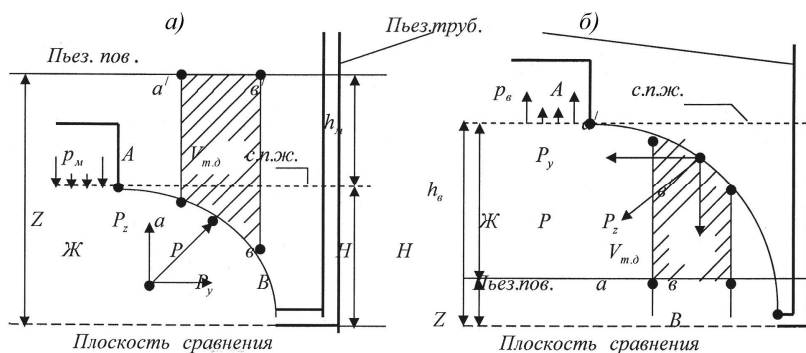


Рис. 2.4. Построение «Тело давления»:
 пьез.труб. – пьезометрическая трубка; с.п.ж. – свободная
 поверхность жидкости; пьез.пов. – пьезометрическая
 поверхность

На рисунке видно, что равнодействующая сила давления P направлена со стороны жидкости, т. е. наружу, согласно $Z > H$, отсюда ее вертикальная составляющая сила P_z направлена вверх.

Если тело давления строится со стороны криволинейной поверхности смоченной жидкостью, то тело давления считается реальным и вертикальная составляющая силы давления жидко-

сти на криволинейную поверхность направлена строго вниз.

Здесь рассмотрим такой же сосуд с жидкостью, но только лишь с той разницей, что абсолютное давление в сосуде над жидкостью меньше атмосферного, т. е. имеет место вакуум,

Тогда уровень в пьезометрической трубке опустится ниже уровня жидкости в сосуде $H > Z$, и тело давления $V_{т.д}$ (рис. 2.4, б) расположится со стороны смоченной криволинейной поверхности, а вертикальная составляющая равнодействующей силы давления жидкости на криволинейную поверхность в этом случае направлена вниз, что хорошо видно на рисунке.

Вопросы для самопроверки:

1. Каково содержание и о чем говорит дифференциальное уравнение равновесия жидкости?
2. Когда **расстояние** между «Центром давления» и «Центром тяжести» площадки будет **максимальным** и когда они совпадут?
3. Когда **вертикальная** составляющая **силы давления** жидкости на *криволинейную* поверхность направлена строго *вниз*, а когда – *вверх*?
4. По каким формулам определяют *силы давления* жидкости на *плоскую стенку* в случае действия *вакуума*, а также *избыточного давления* на свободную поверхность жидкости?
5. По каким формулам определяют *вертикальную* и *горизонтальную* составляющие сил давления жидкости на *криволинейную* поверхность?

Примеры :

Пример 2.1. Определить давление в резервуаре (рис. 2.5) p_0 и высоту подъема уровня воды h_1 в трубе l , если показания ртутного манометра $h_2 = 150$ мм и $h_3 = 80$ см.

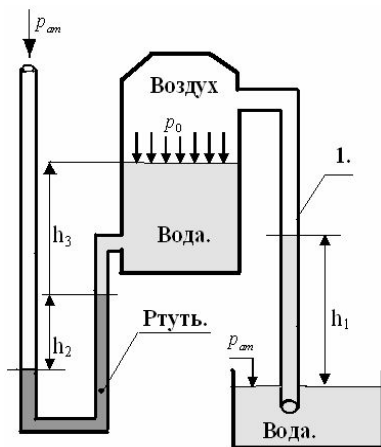


Рис. 2.5. К примеру 2.1

Дано: плотность ртути $\rho_{рт} = 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$,

плотность воды $\rho_в = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

$h_2 = 150 \text{ мм} = 0,15 \text{ м}$, $h_3 = 80 \text{ см} = 0,8 \text{ м}$.

Определить: $p_0 = ? \text{ (Па)}$

$h_1 = ? \text{ (м)}$

Решение:

Условие равновесия для ртутного манометра (слева) можно записать в следующем виде:

$$p_{ат} = \rho_{рт} g \cdot h_2 + \rho_в g \cdot h_3 + p_0.$$

Следовательно,

$$p_0 = p_{at} - g \cdot (\rho_{pT} \cdot h_2 + \rho_B \cdot h_3) = 101300 - \\ - 9,81 \cdot (13600 \cdot 0,15 + 1000 \cdot 0,8) = 73439 \text{ Па}.$$

Таким образом, в резервуаре – вакуум, величина которого

$$p_{\text{вак}} = p_{at} - p_0 = 101300 - 73439 = 27861 \text{ Па}.$$

Условие равновесия трубки 1 — $p_0 + \rho_6 g \cdot h_1 = p_{at}$,

$$\text{откуда } h_1 = \frac{p_{at} - p_0}{\rho_6 \cdot g} = \frac{101300 - 73439}{1000 \cdot 9,81} = 2,84 \text{ м}.$$

Ответ: $p_0 = 73439 \text{ Па};$

$$h_1 = 2,84 \text{ м}$$

Пример 2.2. Цилиндрический сосуд диаметром $D = 30 \text{ см}$ и высотой $H = 42 \text{ см}$ полностью заполнен водой, температура которой 20°C . Диаметр отверстия сверху равен $d = 24 \text{ см}$. Определить с какой предельной частотой $n = ?$ (об/мин) можно вращать сосуд около его вертикальной оси, чтобы в сосуде осталось 75 % первоначального объема воды.

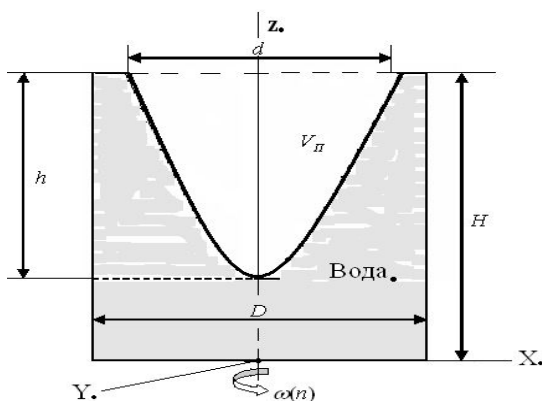


Рис. 2.6. Относительный покой жидкости в равномерно вращающемся цилиндрическом сосуде

Дано: $D = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$, $H = 42 \text{ см} = 0,42 \text{ м}$,
 $d = 24 \text{ см} = 0,24 \text{ м}$;

плотность воды для $T = 20^\circ \text{C}$ $\rho = 998 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Определить: $n = ?$ (об/мин)

Решение:

Объем пустоты в цилиндрическом сосуде при его вращении и есть объем V_{Π} параболоида вращения, который равен 25 % объема цилиндра из условия примера.

Если объем параболоида вращения $V_{\Pi} = 0,5 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$, а 25 % объем цилиндрического сосуда $V_{25} = 0,25 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H$, то приравнявая эти две формулы и решая это равенство относительно высоты h (–) параболоида вращения, имеем

$$h = \frac{0,25 \cdot H \cdot D^2}{0,5 \cdot d^2}. \quad (2.14)$$

Частоту вращения сосуда, с учетом выражения $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$,

где ω – угловая скорость сосуда (с^{-1}), находим из формулы

$$h = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2g} = \frac{\pi^2 \cdot n^2 \cdot D^2}{7200 \cdot g}. \quad (2.15)$$

Теперь, решая систему из двух уравнений (2.14) и (2.15) относительно частоты вращения сосуда, окончательно получаем расчетную формулу:

$$n = \frac{60 \cdot D}{\pi \cdot d^2} \cdot \sqrt{g \cdot H} = \frac{60 \cdot 0,3}{3,14 \cdot 0,24^2} \cdot \sqrt{9,81 \cdot 0,42} = 202 \text{ об/мин.}$$

Ответ: $n = 202$ об/мин.

Пример 2.3. Закрытый резервуар заполнен жидкостью. Вертикальной стенке резервуара имеется прямоугольное отверстие ($D \times e$), закрытое полуцилиндрической крышкой. Она может повернуться вокруг горизонтальной оси А. Мановакуумметр MV показывает вакуум $p_g = 2,85 \text{ кПа}$. Глубина жидкости над крышкой $H = 0,96 \text{ м}$. Размеры прямоугольного отверстия $D = 0,86 \text{ м}$, $e = 1,42 \text{ м}$. Определить усилие F , которое необходимо приложить к нижней части крышки, чтобы она не открылась. Весом крышки пренебречь. Жидкость – дизельное топливо $\rho = 0,846 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

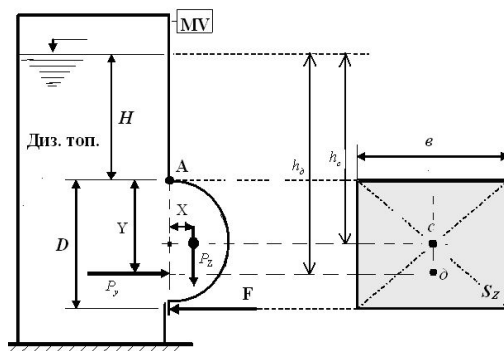


Рис. 2.7. К примеру 2.3

Дано: $H = 0,96 \text{ м. } D = 0,86 \text{ м, } \epsilon = 1,42 \text{ м.}$

$$p_{\epsilon} = 2,85 \text{ кПа} . \rho = 0,846 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} .$$

Определить: $F = ? \text{ (Н)}$

Решение:

1. Определяем горизонтальную составляющую силы давления жидкости на полуцилиндрическую крышку. Она равна

$$P_y = (\rho g h_c - p_{\epsilon}) S_Z , \quad (2.16)$$

где h_c – расстояние по вертикали от свободной поверхности жидкости до центра тяжести вертикальной проекции криволинейной поверхности полуцилиндрической формы, представляющая собой прямоугольник со сторонами (рис. 2.7) D и ϵ , и

тогда $h_c = (H + \frac{D}{2})$;

S_Z – площадь вертикальной проекции полуцилиндрической криволинейной поверхности, которая (рис. 2.7) равна $S_Z = (D \cdot \epsilon)$.

Формула (2.16) с учетом h_c и S_Z примет расчетный вид

$$P_y = \left[\rho g \left(H + \frac{D}{2} \right) - p_{\epsilon} \right] D \cdot \epsilon =$$

$$[846 \cdot 9,81(0,96 + 0,43) - 2860] 0,86 \cdot 1,42 = 10595 \text{ н.}$$

Для определения момента этой силы относительно горизонтальной оси А, рассчитаем момент инерции J_0 площади ($D \times \epsilon$) вертикальной проекции криволинейной поверхности прямоугольной формы по формуле

$$J_0 = \frac{1}{12} \cdot \epsilon \cdot D^3 = \frac{1}{12} \cdot 1,42 \cdot 0,86^3 = 0,075 \text{ м}^4 .$$

Тогда плечо силы P_y будет равно (рис. 2.7)

$$Y = \frac{D}{2} + \frac{J_0}{\left(H + \frac{D}{2} - \frac{p_0}{\rho g}\right) \cdot D \cdot \sigma} = \frac{0,86}{2} + \frac{0,75}{\left(0,96 + \frac{0,86}{2} - \frac{2860}{846 \cdot 9,81}\right) \cdot 0,86 \cdot 1,42} = 0,49 \text{ м}$$

2. Определяем вертикальную составляющую силы давления жидкости на нашу полуцилиндрическую криволинейную крышку по следующей формуле:

$$P_Z = \rho g \cdot V_{m.g}, \quad (2.17)$$

где $V_{m.g}$ – объем «Тело давления», в нашем случае это половина объема цилиндра диаметром D и длиной σ , т. е.

$$V_{m.g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \sigma = \frac{\pi D^2 \cdot \sigma}{8}, \quad (2.18)$$

Рассчитаем силу P_Z с учетом выражения (2.18)

$$P_Z = \rho g \cdot \frac{\pi D^2 \cdot \sigma}{8} = 846 \cdot 9,81 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,86^2 \cdot 1,42}{8} = 3421 \text{ Н}.$$

Эта сила приложена в центре тяжести объема «Тело давления», координату, которую находим по формуле как для полуокруга расположенного вертикально (рис. 2.7)

$$X = \frac{2D}{3\pi} = \frac{2 \cdot 0,86}{3 \cdot 3,14} = 0,18 \text{ м}.$$

Она же является плечом этой силы относительно горизонтальной оси А.

3. Теперь, составляя уравнение моментов сил P_y , P_Z , и F относительно оси А, определяем то необходимое усилие F , которое надо приложить к нижней части крышки, чтобы она не открылась.

$$F = \frac{P_y \cdot Y - P_z \cdot X}{D} = \frac{10595 \cdot 0,49 - 3421 \cdot 0,18}{0,86} = 5320 \text{ н.}$$

Ответ: $F = 5320 \text{ н.}$

Пример 2.4. Двухжидкостный микроманометр состоит из U-образной трубки (диаметр $d = 5 \text{ мм}$), соединяющей чашки (диаметр $D = 50 \text{ мм}$). Прибор наполнен несмешивающимися жидкостями с близкими значениями плотности – водным раствором этилового спирта ($\rho_1 = 870 \text{ кг/м}^3$) и керосина ($\rho_2 = 830 \text{ кг/м}^3$).

1. Установить связь между измеряемой микроманометром разность давлений газа $\Delta p = p_1 - p_2$ и смещением h мениска раздела жидкостей от его начального положения, отвечающего $\Delta p = 0$. Определить Δp при $h = 280 \text{ мм}$.

2. Указать, во сколько раз уменьшится показание прибора при данном Δp , если в приборе будут отсутствовать чашки.

$$\text{Дано: } d = 5 \text{ мм}; D = 50 \text{ мм}; \rho_1 = 870 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_2 = 830 \text{ кг/м}^3; h = 280 \text{ мм}.$$

Определить: 1 – зависимость $\Delta p = f(h)$ и

$$\Delta p = ? (\text{Па}) \text{ при; } h = 280 \text{ мм}; 2 - n = \frac{h}{h'}.$$

Решение:

На рис. 2.8 три неизвестные величины, это h_1 , h_2 и Δh . Для того, чтобы определить их необходимо составить систему из трех уравнений:

Первое – уравнение баланса давлений для двух трубок составляем относительно нулевой "0" горизонтальной плоскости, соответствующая условию $p_1 = p_2$, т. е. $\Delta p = 0$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \quad \text{или} \quad h_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} h_2. \quad (2.19)$$

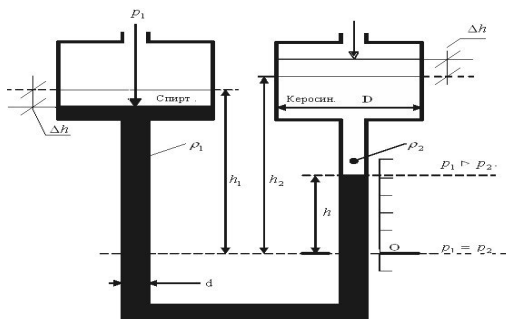


Рис. 2.8. К примеру 2.4

Второе – уравнение баланса давлений при условии $p_1 > p_2$, т. е. $\Delta p > 0$ (это когда уровень в левой чашке понизится на Δh , а в правой чашке повысится на эту же величину) будет выглядеть относительно той же нулевой плоскости следующим образом:

$$p_1 + \rho_1 g(h_1 - \Delta h) = p_2 + \rho_1 g h + \rho_2 g(h_2 - h + \Delta h). \quad (2.20)$$

Третье – уравнение баланса объемов жидкости в правой трубке высотой h и в чашке высотой Δh из условия несжимаемости. Итак,

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \Delta h \quad \text{или} \quad \Delta h = \frac{d^2}{D^2} \cdot h. \quad (2.21)$$

Теперь, решая эту систему уравнений методом последовательного исключения неизвестных величин, получаем аналитическую зависимость $\Delta p = f(h)$ следующего вида:

$$p_1 + \rho_2 g h_2 - \rho_1 g \frac{d^2}{D^2} \cdot h = p_2 + \rho_1 g h + \rho_2 g h_2 - \rho_2 g h + \rho_2 g \frac{d^2}{D^2} \cdot h,$$

затем с учетом $\Delta p = p_1 - p_2$ имеем

$$\Delta p = h \cdot \left[(\rho_1 - \rho_2) \cdot g + \frac{d^2}{D^2} (\rho_1 + \rho_2) \cdot g \right]. \quad (2.22)$$

Определим Δp при $h = 280 \text{ мм}$ по полученной формуле (2.22)

$$\Delta p = 0,28 \cdot \left[(870 - 830) \cdot 9,81 + \frac{0,005^2}{0,05^2} (870 + 830) \cdot 9,81 \right] = 157 \text{ Па}$$

При этой разности давлений $\Delta p = 157 \text{ Па}$ и отсутствия чашек, т. е. $D = d$ показание прибора будет, согласно формулы (2.22), равно

$$\begin{aligned} h' &= \frac{\Delta p}{[(\rho_1 - \rho_2) + (\rho_1 + \rho_2)] \cdot g} = \\ &= \frac{157}{[(870 - 830) + (870 + 830)] \cdot 9,81} = 0,009 \text{ м} \end{aligned}$$

Следовательно, $n = \frac{h}{h'} = \frac{0,28}{0,009} = 31$. Отсюда вывод: показание прибора при данном Δp и отсутствия чашек уменьшится в 31 раз.

$$\text{Ответ: } 1. \Delta p = h \cdot \left[(\rho_1 - \rho_2) \cdot g + \frac{d^2}{D^2} (\rho_1 + \rho_2) \cdot g \right],$$

$$\Delta p = 157 \text{ Па};$$

$$2. n = \frac{h}{h'} = 31.$$

Пример 2.5. Определить силу предварительного поджатия пружины F дифференциального переливного клапана, при которой клапан срабатывает и откроет доступ маслу из системы на слив,

как только давление в системе достигнет величины $p_c = 25,5 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$

(рис. 2.9). Диаметры поршней $D_1 = 100 \text{ мм}$ и $D_2 = 50 \text{ мм}$; диаметр их общего штока $d = 25 \text{ мм}$.

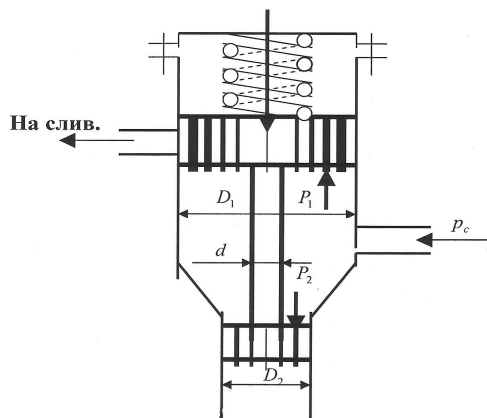


Рис. 2.9. К примеру 2.5

Дано: $d = 25 \text{ мм}$; $D_1 = 100 \text{ мм}$; $D_2 = 50 \text{ мм}$;

$$p_c = 25,5 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 25,5 \cdot 10^4 \text{ Па} .$$

Определить: $F = ? (\text{Н})$.

Решение:

Определяем силу давления жидкости на верхний поршень (рис. 2.9)

$$P_1 = p_c \cdot \frac{\pi}{4} [D_1^2 - d^2] = 25,5 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14}{4} [0,1^2 - 0,025^2] = 1876,6 \text{ Н} .$$

Определяем силу давления жидкости на нижний поршень (рис. 2.9)

$$P_2 = p_c \cdot \frac{\pi}{4} [D_2^2 - d^2] = 25,5 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14}{4} [0,05^2 - 0,025^2] = 375,3 \text{ н} .$$

И, наконец, сила поджатия пружины F равна

$$F = P_1 - P_2 = 1876,6 - 375,3 = 1501,3 \text{ н}$$

Ответ: $F = 1501,3 \text{ н} .$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2.1. Определить силу F , которую нужно приложить к хвостовику клапана распределительного устройства объемного гидропривода для отрыва его от седла, если усилие затяжки пружины $F_{np} = 350 \text{ н}$, давление в полости подвода

жидкости к клапану $p_1 = 70 \frac{\text{н}}{\text{см}^2}$, в полости отвода жидкости

$p_2 = 50 \frac{\text{н}}{\text{см}^2}$ (рис. 2.10). Силы трения покоя и вес клапана не учитывать.

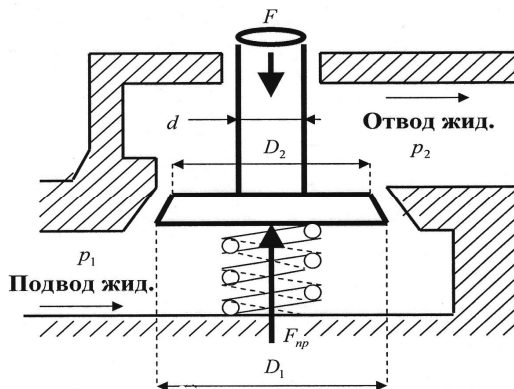


Рис. 2.10. К задаче 2.1

Ответ: $F = 1274 \text{ н} .$

Задача 2.2. Цилиндрический сосуд с размерами $D = 16$ см, $H = 16$ см заполнен до верху жидкостью. Определить объем оставшейся жидкости при вращении этого сосуда вокруг вертикальной оси с частотой $n = 150$ об/мин.

Ответ: $\Delta V = 2,4$ л.

Задача 2.3. Круглое отверстие между двумя резервуарами закрыто конической крышкой (рис. 2.11) с размерами $D = 450$ мм, $L = 410$ мм. Закрытый резервуар заполнен водой ($\rho_в = 998 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$), а открытый – дизельным топливом ($\rho_{жс} = 846 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$). К закрытому резервуару присоединен манометр М, показывающий манометрическое давление $p_m = 16,2$ кПа. Глубины жидкостей $h = 1,48$ м и $H = 1,7$ м. Определить горизонтальную силу P_y , действующую на крышку, и силу P_z , срезающую болты А.

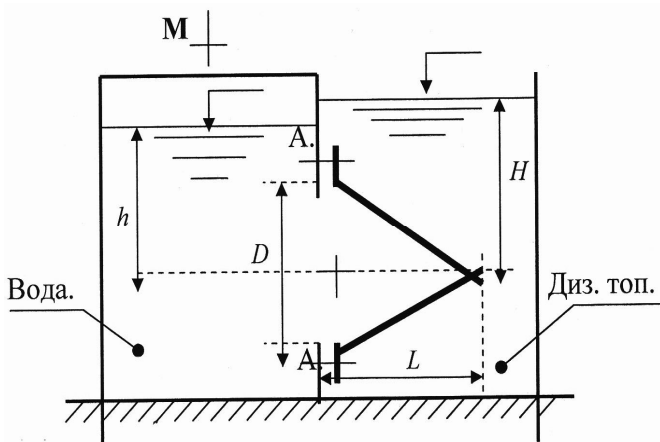


Рис. 2.11. К задаче 2.3

Ответ: $P_y = 2,6$ кН ; $P_z = 32$ н .

Задача 2.4. Вертикальная цилиндрическая цистерна с полусферической крышкой до самого верха заполнена жидкостью (рис. 2.12), плотность которой $\rho = 0,930 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Диаметр цистерны $D = 2,4 \text{ м}$.

Манометр М показывает манометрическое давление $P_m = 18,6 \text{ кПа}$. Определить силу, растягивающую болты А, т. е. $P_Z = ? (\text{кН})$.

Ответ: $P_Z = 25 \text{ кН}$.

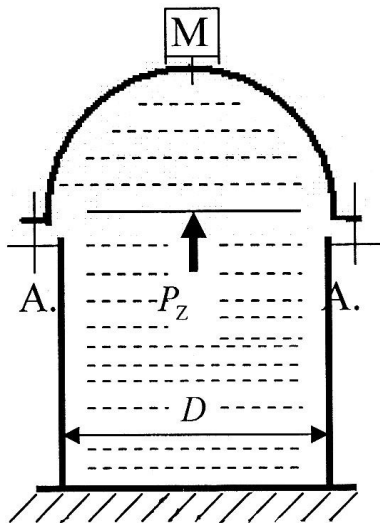


Рис. 2.12. К примеру 2.4

Задача 2.5. Закрытый сверху крышкой цилиндр (рис. 2.13) с диаметром $D = 0,9 \text{ м}$ и высотой $H = 0,8 \text{ м}$ содержит воду в количестве $V = 0,35 \text{ м}^3$ и вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 100 \text{ 1/с}$.

Ответ: $P = 133 \text{ кН}$.

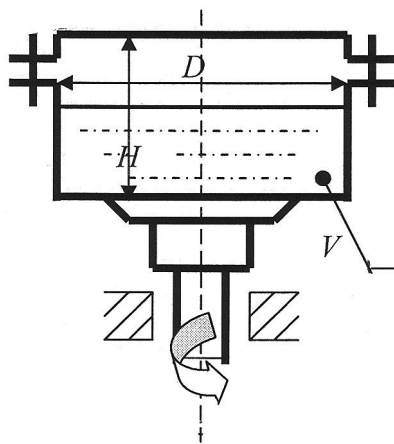


Рис. 2.13. К примеру 2.5

Определить усилия, действующие при этом значении угловой скорости на крышку цилиндра, если давление на поверхности воды атмосферное.

3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ ЖИДКОСТИ

Движущаяся жидкость представляет сплошную среду совокупности частиц, которые перемещаются с различными параметрами, изменяющимися в зависимости от координат и времени.

Частица сплошной среды – это весьма малый элемент объема среды (элементарный объем), который можно считать точечным.

В кинематике жидкости возможны два способа описания движения – **Лагранжа** и **Эйлера**.

По способу *Лагранжа* движение жидкости задается путем указания зависимости координат определенной (намеченной) частицы жидкости от времени. Движущаяся частица жидкости описывает в пространстве траекторию, вдоль которой изменяется скорость. В этом случае, при описании движения переменными являются скорость, ускорение и координаты частицы. Практически для большинства инженерных задач нет необходимости в знании параметров движения отдельных частиц, поэтому способ Лагранжа применяется только в особых случаях: например, для описания переноса жидкостью мельчайших твердых частиц.

Способ Эйлера заключается в том, что движение определяется полем скоростей жидкости в пространстве в каждый момент времени, т. е. описывается движение различных частиц, проходящих через намеченные точки пространства, заполненного жидкостью. При этом переменными являются скорости частиц ускорения, а вот координаты точки пространства, через которые проходят частицы, остаются постоянными, т. е. известными.

Это обстоятельство значительно облегчает проведение теоретических и экспериментальных исследований, т. к. координаты зафиксированных точек в пространстве известны и постоянны.

При решении большинства инженерных задач необходимо знать, с какими скоростями различные частицы жидкости проходят через определенные элементы конструкций или инженерных сооружений, или подходят к ним. Поэтому способ описания движения Эйлера принят основным.

По Эйлеру задано поле скоростей жидкости в пространстве [5] в каждый момент времени в проекциях скорости u на оси неподвижной прямоугольной декартовой системы координат:

$$\begin{aligned}u_x &= u_x[x(t), y(t), z(t), t]; \quad u_y = u_y[x(t), y(t), z(t), t]; \\u_z &= u_z[x(t), y(t), z(t), t].\end{aligned}\tag{3.1}$$

Проекцию ускорения элементарного объема жидкости в этой декартовой системе координат легко получить, для этого необходимо продифференцировать эти уравнения (3.1) как сложную функцию.

По признаку зависимости движения жидкости от времени оно может быть **неустановившимся** или **установившимся**.

Неустановившееся (нестационарное) движение – это движение, при котором поле скоростей изменяется во времени; в этом случае скорость частиц жидкости, проходящих через определенную точку пространства, изменяется во времени: $u = u[x(t), y(t), z(t), t]$. При этом локальные ускорения частицы

жидкости, т. е. частные производные $\frac{\partial u_x}{\partial t}, \frac{\partial u_y}{\partial t}, \frac{\partial u_z}{\partial t}$ не равны нулю. Пример неустановившегося движения – истечение жидкости из резервуара при переменном ее уровне (опорожнение резервуара).

Установившееся (стационарное) движение будет в том случае, если поле скоростей не зависит от времени, т. е. скорости частиц, проходящих через определенные точки пространства, постоянны во времени: $u = u[x(t), y(t), z(t)]$. При этом частные производные по времени

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0.$$

Примером установившегося движения является истечение жидкости из резервуара при постоянном ее уровне – приток равен расходу.

Установившееся движение является основным видом при гидравлических расчетах, поэтому в данном курсе будут изучаться закономерности изменения параметров при этом движении жидкости.

В общем случае движение элементарного объема жидкости является суммой *поступательного, вращательного и деформационного* движений. Последнее обусловлено изменением формы объема жидкости.

Учет всех этих факторов практически невозможен. Поэтому в гидравлике рассматриваются в основном два вида движения – поступательное и вращательное (вихревое).

В поступательном движении, основываясь на принятом способе описания Эйлера, введем следующие понятия: линия и трубка тока, элементарная струйка.

Линия тока – линия в каждой точке которой в данный момент времени вектор скорости частицы жидкости совпадает с касательной к этой линии. В установившемся движении линия тока совпадает с траекторией движения частицы жидкости.

Трубка тока – поверхность, образованная линиями тока, проведенными в данный момент времени через все точки бесконечно малого замкнутого контура, нормального к линиям тока.

Элементарная струйка – часть движущейся жидкости, ограниченная трубкой тока.

Элементарная струйка обладает *тремя важными* свойствами, которые используются в технических выводах имеющейся литературы:

- *частицы жидкости* не выходят из струйки и не входят в нее через боковую поверхность (отсутствует масса обмен между струйками); это объясняется тем, что боковая поверхность струйки образована линиями тока, а следовательно, любой точке векторы скоростей направлены по касательным;

- *скорости частиц* жидкости во всех точках одного и того же поперечного сечения струйки одинаковы (т. е. эпюра скоростей вдоль этого сечения прямоугольной формы), что объясняется малостью поперечного сечения;

- *форма струйки* при установившемся движении остается неизменной во времени.

Поток можно представить как *совокупность элементарных струек*. Такое представление о потоке является струйной моделью потока. Поток можно разделить на **напорные, безнапорные и струи**.

Напорным называется поток, ограниченный со всех сторон твердыми стенками. Примером такого потока является движущаяся жидкость в трубопроводах.

Безнапорным называется поток, ограниченный твердыми стенками не со всех сторон и имеющий по всей длине свободную поверхность. Это движение в открытых реках, каналах и водоемах.

Струя – поток жидкости, который ограничен поверхностями разрыва скорости, т. е. поверхностью в движущейся жидкости, при переходе через которую касательные к этой поверхности векторы скорости скачкообразно изменяют свою величину, иными словами этот поток ограничен атмосферным воздухом. Примером такого потока может служить струя воды из пожарного брандспойта или гидромонитора.

К **основным элементам потока** относятся: *живое сечение, гидравлический радиус, расход и средняя скорость*.

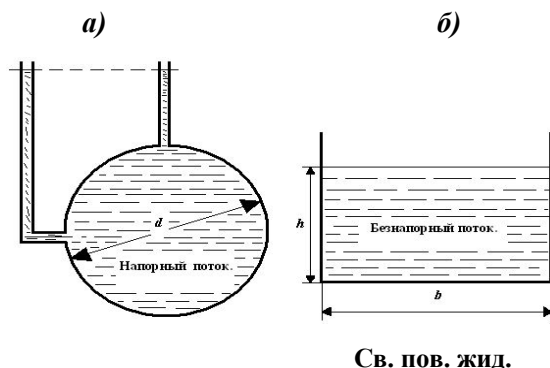


Рис. 3.1. Живое сечение и гидравлический радиус потока

Живое сечение ω – площадь поперечного сечения потока жидкости (рис. 3.1). Размерность $[\omega] = L^2$, единица в системе СИ – m^2 .

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4}; \quad \omega = hb; \quad \chi = \pi d; \quad \chi = b + 2h;$$

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = \frac{d}{4} \quad \text{или} \quad d = 4R.$$

Периметр смачивания X – длина контура живого сечения по твердым стенкам русла, (рис. 3.1) для напорного и безнапорного потоков. Размерность $[X] = L$, единица в системе СИ – m .

Гидравлический радиус R – отношение живого сечения потока к его смоченному периметру (рис. 3.1), для круглого сечения $R = d/4$. Размерность $[X] = L$, единица в системе СИ – m .

Количество жидкости, проходящее через живое сечение потока жидкости в единицу времени, называется *расходом*. Поскольку, количество жидкости может быть измерено в объемных, массовых и весовых единицах, то и расходы жидкости могут быть **объемными, массовыми и весовыми**.

Если перемещается жидкость переменной плотности, т. е. сжимаемая жидкость, то удобней оперировать массовым расходом Q_m . Размерность его в единицах системы СИ – kg/c .

Объемный расход является одним из основных параметров потока и определяет количество жидкости, транспортируемой в единицу времени по трубопроводу или потребляемой различными установками. Поэтому в инженерных расчетах значение расхода обычно является заданным. В большинстве случаев неизвестно изменение скорости по живому сечению, вследствие чего введено понятие *средней скорости*, которая определяется как частное от деления объемного расхода на живое сечение потока:

$$v = \frac{Q}{\omega}, \quad \text{или для круглого сечения} \quad v = \frac{4Q}{\pi d^2}.$$

Объемный расход может быть определен через среднюю скорость $Q = \vartheta \omega$, и для круглого сечения $Q = \vartheta \frac{\pi d^2}{4}$. Размерность его в единицах системы СИ – $\text{м}^3/\text{с}$.

Соответственно массовый и весовой расходы:

$$Q_m = \rho Q = \rho \vartheta \omega \quad \text{и} \quad Q_{mg} = \rho g Q = g Q_m = \rho g \vartheta \omega,$$

где Q_{mg} – весовой расход жидкости, размерность которого в единицах системы СИ – $\text{н}/\text{с}$ (ньютон на секунду).

При решении некоторых простейших задач о движении жидкостей часто в первом приближении делают допущение о том, что движущаяся жидкость является *идеальной*. Главное, чем отличается жидкость идеальная от жидкости реальной, – это отсутствие у нее вязкости, вызывающей способность сопротивление сдвигу, т. е. возникновению касательных напряжений (единичных сил трений в жидкости).

Следовательно, в движущейся идеальной жидкости возможен лишь один вид напряжений – напряжение сжатия (нормальное), т. е. давление p , а касательное напряжение $\tau = 0$.

Основными уравнениями, позволяющими решать простейшие задачи о движении идеальной жидкости, является *уравнение расхода* и *уравнение Бернулли*.

Уравнение расхода представляет собой условие неразрывности (сплошности) потока несжимаемой жидкости, или, что то же самое, равенство объемных расходов в каких-то двух поперечных сечениях одного и того же потока, например $Q_1 = Q_2$ или $\vartheta_1 \omega_1 = \vartheta_2 \omega_2$. Отсюда следует, что

$$\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad (3.2)$$

т. е. скорости обратно пропорциональны живым сечениям потока. При этом предполагается, что скорость частиц жидкости во всех точках данного живого сечения одинакова.

Уравнение Бернулли для потока [8] идеальной жидкости выражает собой закон сохранения удельной энергии жидкости вдоль потока. Под удельной понимают энергию, отнесенную к единице массы, объема и веса жидкости. Обычно удобнее бывает относить энергию к единице веса, называемая напором H (м). В этом случае уравнение Бернулли относительно произвольно принятой горизонтальной плоскости, называемой **плоскостью сравнения** или **отсчета**, записанное для сечений 1 и 2 элементарной струйки или потока идеальной жидкости, имеет вид (**гидравлический и энергетический** смыслы уравнения Бернулли)

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{g_1^2}{2g} = H = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{g_2^2}{2g}, \quad (3.3)$$

где Z_1, Z_2 – вертикальные координаты от плоскости сравнения до центров тяжести рассматриваемых живых сечений (геометрический напор см. рис. 3.2), или удельная потенциальная энергия положения;

$\frac{p_1}{\rho g}, \frac{p_2}{\rho g}$ – расстояние от центров тяжести рассматриваемых

живых сечений до уровня жидкости в пьезометрических трубках (пьезометрический напор см. рис. 3.2), или удельная потенциальная энергия давления;

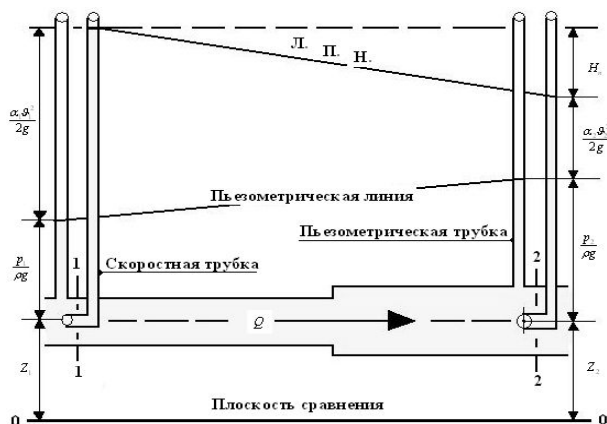
$\frac{g_1^2}{2g}, \frac{g_2^2}{2g}$ – расстояние по вертикали от уровня жидкости в пьезометрической трубке до уровня жидкости в скоростной трубке (скоростной напор см. рис. 3.2), или удельная кинетическая энергия;

H – полный напор, или полная удельная энергия жидкости.

Если энергию жидкости отнести к единице ее объема, то члены уравнения Бернулли будут иметь размерность давления

p (Па), само уравнение (3.3) примет вид, которым также часто пользуются:

$$\rho g Z_1 + p_1 + \frac{\rho g_1^2}{2} = \rho g H = p = \rho g Z_2 + p_2 + \frac{\rho g_2^2}{2}.$$



Л.П.Н. — линия полного напора

Рис. 3.2. Геометрическая иллюстрация уравнения Бернулли

Если же энергию жидкости отнести к единице массы, то можно получить 3-ю формулу записи уравнения Бернулли, члены которого будут иметь размерность квадрата скорости, т. е. удельная энергия e (m^2/c^2):

$$gZ_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{g_1^2}{2} = e = gZ_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{g_2^2}{2}.$$

Для потока реальной (вязкой) каплевой жидкости уравнение (рис. 3.2) Бернулли следует писать в таком виде:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 g_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 g_2^2}{2g} + H_n, \quad (3.4)$$

где α – коэффициент Кориолиса, учитывающий неравномерность распределения скоростей по живому сечению потока жидкости, равен отношению действительного скоростного напора к напору определенного по средней скорости. Для равномерного потока идеальной жидкости $\alpha = 1$;

H_n – потеря полного напора между (рис. 3.2) сечениями 1 и 2.

Для потока капельной жидкости отношение потерь напора к длине потока (трубопровода) называется гидравлическим уклоном:

$$i = \frac{H_n}{l}. \quad (3.5)$$

Гидравлический уклон – величина безразмерная, характеризующая потерю напора на единицу длины. В частности, для горизонтального равномерного потока (трубопровод постоянно-го диаметра) $\vartheta_1 = \vartheta_2$; $\alpha_1 = \alpha_2$; $Z_1 = Z_2$. Тогда, согласно уравнению (3.4) Бернулли, потери напора определяются изменением пьезометрического напора и поэтому гидравлический уклон

$$i = \frac{\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g}}{l}. \quad (3.6)$$

При решении многих инженерных задач необходимо знать мощность потока.

Удельная энергия представляет работу, которую может выполнить единица массы, объема и веса жидкости, а мощность равна работе в единицу времени всей массы, объема или веса. Поэтому для получения мощности N_n потока необходимо полные удельные энергии умножить соответственно на расходы: массовый Q_m , объемный Q или весовой Q_{mg} . В результате этого получим

$$N_n = e \cdot Q_m = p \cdot Q = H \cdot Q_{mg}. \quad (3.7)$$

Определяем скорость истечения и расход жидкости через малое отверстие в тонкой стенке при постоянном уровне жидкости в резервуаре $H = \text{const}$, т. е. когда через отверстие имеет место установившееся движение жидкости, по следующим формулам:

$$v = \varphi \sqrt{2gH} \quad \text{и} \quad Q = \mu \omega_0 \sqrt{2gH}, \quad (3.8)$$

где $\sqrt{\frac{1}{\alpha + \xi}} = \varphi$ – коэффициент скорости, ξ – коэффициент местного сопротивления (отверстия);

$\mu = \varphi \varepsilon$ – коэффициент расхода отверстия, ε – коэффициент стеснения потока;

ω_0 – живое сечение отверстия.

Если пренебречь гидравлическими сопротивлениями и неравномерностью распределения скоростей в струе, т. е. принять $\xi = 0$ и $\alpha = 1$, что характерно для идеальной жидкости, то $\varphi = 1$ и получим известную формулу [1] Торричелли:

$$v = \sqrt{2gH}. \quad (3.9)$$

Тогда расход идеальной жидкости через отверстие

$$Q = \omega_0 \sqrt{2gH}.$$

Вопросы для самопроверки:

1. Что такое установившееся и неустановившееся движение жидкости?
2. Сформулируйте основные свойства элементарной струйки.
3. Перечислите основные элементы потока.
4. Что такое плоскость сравнения или отсчета, и какие к ней предъявляются требования?
5. Чем отличается уравнение Бернулли для элементарной струйки от уравнения для потока?

Примеры:

Пример 3.1. По трубопроводу диаметром $d = 150 \text{ мм}$ перекачивается нефть плотностью $\rho = 0,950 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ в количестве $1500 \frac{\text{т}}{\text{сут}}$.

Определить объемный расход Q и среднюю скорость течения g .

Дано: $d = 150 \text{ мм} = 0,15 \text{ м}$;

$$\rho = 0,950 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 950 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} ;$$

$$Q_m = 1500 \frac{\text{т}}{\text{сут}} = 17,36 \frac{\text{кг}}{\text{с}} .$$

$$\text{Определить: } Q = ? \left[\frac{\text{л}}{\text{с}} \right] ; \quad g = ? \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right] .$$

Решение:

Определяем объемный расход из выражения

$$Q_m = \rho Q \quad \text{или} \quad Q = \frac{Q_m}{\rho} = \frac{17,36}{950} = 18,3 \frac{\text{л}}{\text{с}} .$$

Теперь можем подсчитать среднюю скорость течения, как один из основных элементов потока жидкости

$$g = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,0183}{3,14 \cdot 0,15^2} = 1,04 \frac{\text{м}}{\text{с}} .$$

$$\text{Ответ: } Q = 18,3 \frac{\text{л}}{\text{с}}, \quad g = 1,04 \frac{\text{м}}{\text{с}} .$$

Пример 3.2. Из открытого резервуара с постоянным уровнем (рис. 3.3, а) идеальная жидкость по горизонтальной трубе вытекает в атмосферу, $H = 1,6 \text{ м}$; $d_1 = 150 \text{ мм}$; $d_2 = 75 \text{ мм}$.

Определить уровень жидкости в пьезометре h .

Дано: $d_1 = 150 \text{ мм} = 0,15 \text{ м}$;
 $d_2 = 75 \text{ мм} = 0,075 \text{ м}$;
 $H = 1,6 \text{ м}$.

Определить: $h = ?(\text{м})$

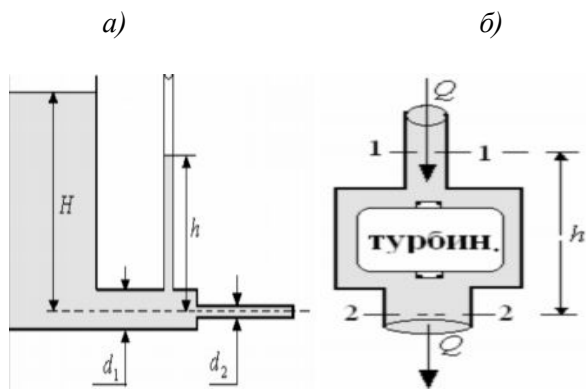


Рис. 3.3. К примерам 3.2 и 3.3

Решение:

Вначале определим объемный расход Q идеальной жидкости при истечении ее в атмосферу через трубу диаметром d_2 :

$$Q = \mu \omega_2 \sqrt{2gH} = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH} = \frac{3,14 \cdot 0,075^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,6} = 24,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}, \left[24,7 \frac{\text{л}}{\text{с}} \right],$$

где μ – коэффициент расхода, для идеальной жидкости $\mu = 1$;

ω_2 – живое сечение потока жидкости в круглой трубе диаметром d_2 .

Теперь составляем уравнение Бернулли относительно плоскости сравнения, проходящую по оси горизонтального трубопровода, для двух сечений, первое из которых проходит по свободной поверхности жидкости в резервуаре, а второе — по живому сечению трубопровода в том месте, где подключен пьезометр. Итак,

$$Z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha g^2}{2g} = Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 g_1^2}{2g}. \quad (3.10)$$

Из условия примера геометрические и пьезометрические напоры соответственно $Z = H$, $Z_1 = h$ и $p = p_1 = p_{at}$, а для идеальной жидкости в трубе диаметром d_1 $\alpha_1 = 1$ (коэффициент Кориолиса), в резервуаре $g = 0$.

Тогда с учетом этих условий уравнение примет вид относительно h :

$$h = H - \frac{g_1^2}{2g} = H - \frac{1}{2g} \left(\frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot d_1^4} \right) = 1,6 - \frac{1}{2 \cdot 9,81} \left[\frac{16 \cdot 24,7^2 \cdot 10^{-6}}{3,14^2 \cdot 15^4 \cdot 10^{-8}} \right] = 1,5 \text{ м},$$

$$\text{где } g_1^2 = \left(\frac{Q}{\omega_1} \right)^2 = \left(\frac{4 \cdot Q}{\pi d^2} \right)^2 = \left(\frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 d^4} \right) - \text{зависимость скорости от расхода.}$$

Ответ: $h = 1,5 \text{ м}$

Пример 3.3. Поток воды у входа в турбину (рис 3.3, б) в сечении 1–1 имеет скорость $g_1 = 3 \text{ м/с}$ и давление $p_1 = 2 \text{ МПа}$. На выходе из турбины сечение 2–2 $g_2 = 1,2 \text{ м/с}$, $p_2 = 0,05 \text{ МПа}$. Расход воды через турбину $Q = 9 \cdot 10^3 \frac{\text{м}^3}{\text{час}}$. Расстояние между сечениями $h = 0,5 \text{ м}$.

Определить мощность N на валу турбины, если к. п. д. турбины $\eta = 0,85$.

Дано: $g_1 = 3 \text{ м/с}$; $p_1 = 2 \text{ МПа} = 2000 \cdot 10^3 \text{ Па}$;

$g_2 = 1,2 \text{ м/с}$; $p_2 = 0,05 \text{ МПа} = 50 \cdot 10^3 \text{ Па}$;

$Q = 9 \cdot 10^3 \frac{\text{м}^3}{\text{час}} = 2,5 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$; $h = 0,5 \text{ м}$;

$\eta = 0,85$.

Определить: $N = ? (\text{кВт})$.

Решение:

Составляем уравнение Бернулли относительно плоскости сравнения, проходящей по сечению 2 – 2, для этих двух сечений (3.3, б)

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 g_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 g_2^2}{2g} + H, \quad (3.11)$$

где геометрические напоры $Z_1 = h$, $Z_2 = 0$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ – поскольку жидкость идеальная; H – напор аккумулируемый в турбине, т. е. удельная энергия жидкости, совершающая механическую работу в турбине, теперь она равна

$$H = h + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{g_1^2 - g_2^2}{2g} = 0,5 + \frac{2000 \cdot 10^3 - 50 \cdot 10^3}{998 \cdot 9,81} + \frac{3^2 - 1,2^2}{2 \cdot 9,81} = 199,88 \text{ м} \cdot$$

Мощность на валу турбины

$$N = N_e \cdot \eta = \rho g H Q \cdot \eta = 998 \cdot 9,81 \cdot 199,88 \cdot 2,5 \cdot 0,85 = 4,16 \cdot 10^6 \text{ Вт} = 4,16 \cdot 10^3 \text{ кВт},$$

где N_e – гидравлическая мощность, т. е. мощность потока воды в турбине.

Ответ: $N = 4,16 \cdot 10^3 \text{ кВт}$

Пример 3.4. Отвод воды из бака A (рис. 3.4) осуществляется при помощи сифона, выполненного из трубы постоянного диаметра.

Определить, пренебрегая потерями напора, диаметр d трубы и вакуум p_v в верхней точке B , если $H = 3$ м, $H_1 = 6$ м, а расход $Q = 100 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}}$.

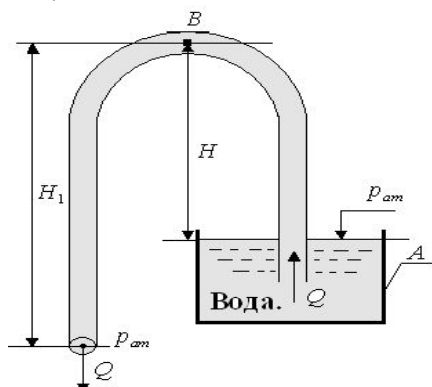


Рис. 3.4. К примеру 3.4

Дано: $H = 3$ м ,
 $H_1 = 6$ м ,
 $Q = 100 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}}$.

Определить: $d = ?$ мм ; $p_v = ?$ кПа .

Решение:

Диаметр трубы сифона определяем по следующей формуле:

$$Q = \omega \sqrt{2g\Delta H} = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g(H_1 - H)} \quad \text{или}$$

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi \sqrt{2g(H_1 - H)}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,028}{3,14 \sqrt{2 \cdot 9,81(6-3)}}} = 0,0682 \text{ м} = 68 \text{ мм}.$$

Для определения вакуума p_v в точке B , составляем уравнение Бернулли для сечения этой точки и для сечения в конце трубы относительно свободной поверхности воды в резервуаре.

$$\text{Тогда} \quad H + \frac{p_{at} - p_v}{\rho g} = (H - H_1) + \frac{p_{at}}{\rho g}. \quad (3.12)$$

Поскольку в трубе постоянного диаметра скоростные напоры в сечениях сократились, решая уравнение (3.12) относительно p_v , определим его значение:

$$p_v = \rho g(H_1 - H + H) = \rho g H_1 = 998 \cdot 9,81 \cdot 6 = 58800 \text{ Па} = 58,8 \text{ кПа}.$$

Ответ: $d = 68 \text{ мм}$; $p_v = 58,8 \text{ кПа}$.

Пример 3.5. Определить диаметр d_1 первого трубопровода, сечение которого расположено ниже второго сечения этого последовательно соединенного сложного трубопровода (рис. 3.5) на $6,2 \text{ м}$. Если давления в сечениях соответственно равны $p_1 = 92,9 \text{ кПа}$, $p_2 = 40,3 \text{ кПа}$, а диаметр второго трубопровода $d_2 = 25 \text{ мм}$. Расход жидкости (бензин: $\delta = 0,745$; $\mu = 54 \cdot 10^{-4} \text{ П}$) $Q_{mg} = 16,8 \text{ н/с}$.

$$\begin{aligned} \text{Дано:} \quad p_1 &= 92,9 \text{ кПа}, \quad Z_2 = 6,2 \text{ м} \\ p_2 &= 40,3 \text{ кПа}, \quad d_2 = 25 \text{ мм}. \\ Q_{mg} &= 16,8 \text{ н/с}. \end{aligned}$$

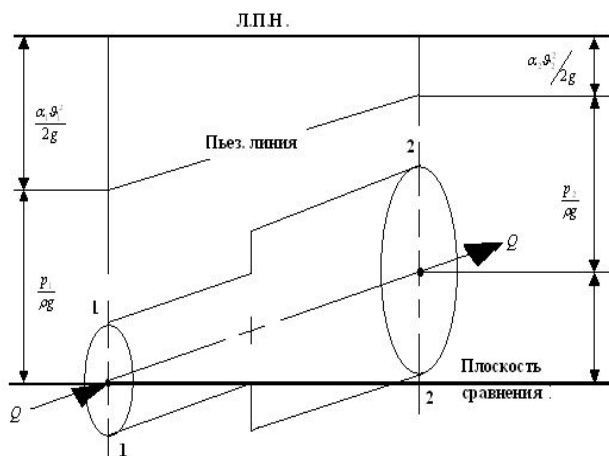
Определить: $d = ? \text{ мм}$;

Решение:

Составляем уравнение Бернулли для сечений 1 и 2 (рис. 3.5) относительно плоскости сравнения, проходящей через центр сечения 1–1:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}. \quad (3.13)$$

Из условия примера для сечений равны геометрические напоры соответственно $Z_1 = 0$, $Z_2 = 6,2$; пьезометрические напоры соответственно $\frac{p_1}{\rho g} = \frac{92,9 \cdot 10^3}{745 \cdot 9,81} = 12,7 \text{ м}$, $\frac{p_2}{\rho g} = \frac{40,3 \cdot 10^3}{745 \cdot 9,81} = 5,52 \text{ м}$.



Л. П. Н. – линия полного напора;

Пьез. линия – пьезометрическая линия

Рис. 3.5. К примеру 3.5

Поскольку жидкость идеальная $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, то скоростной напор в сечении 2–2 будет равен

$$\frac{g_2^2}{2g} = \frac{1}{2g} \cdot \left[\frac{Q}{\omega_2} \right]^2 = \frac{1}{2g} \cdot \left[\frac{Q_{mg}}{\rho g \omega_2} \right]^2 = \frac{1}{2g} \cdot \left[\frac{Q_{mg} \cdot 4}{\rho g \cdot \pi d_2^2} \right]^2 =$$

$$= \frac{Q_{mg}^2 \cdot 8}{g^3 \rho^2 \pi^2 d_2^4} = \frac{16,8 \cdot 8}{9,81^3 \cdot 745^2 \cdot 3,14^2 \cdot 0,025^4} = 1,12 \text{ м},$$

где Q – объемный расход жидкости, который выражен через весовой расход следующим образом: $Q = \frac{Q_{mg}}{\rho g}$; ω_2 – жи-

вое сечение второго трубопровода, он равен $\omega_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$.

Скоростной напор в сечении 1 – 1 определяется аналогично, т. е.

$$\frac{g_1^2}{2g} = \frac{Q_{mg}^2 \cdot 8}{g^3 \rho^2 \pi^2 d_1^4} = \frac{16,8 \cdot 8}{9,81^3 \cdot 745^2 \cdot 3,14^2 \cdot d_1^4} = \frac{43,7 \cdot 10^{-8}}{d_1^4}.$$

Подставляя вычисленные величины в уравнение (3.13), определяем значение диаметра d_1 первого трубопровода:

$$0 + 12,7 + \frac{43,7 \cdot 10^{-8}}{d_1^4} = 6,2 + 5,52 + 1,12$$

$$\text{или } d_1 = \sqrt[4]{\frac{43,7 \cdot 10^{-8}}{0,14}} = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 42 \text{ мм}.$$

Ответ: $d_1 = 42 \text{ мм}$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 3.1. Вычислить гидравлический радиус для живых сечений (рис. 3.6, а – д).

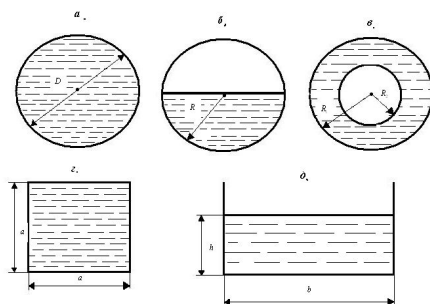


Рис. 3.6. К задаче 3.1

Ответ: а) $\frac{D}{4}$; б) $\frac{R}{2}$; в) $\frac{(R_1 + R_2)}{2}$; г) $\frac{a}{4}$; д) $\frac{bh}{(b + 2h)}$.

Задача 3.2. Нагнетательная линия трубопровода (рис. 3.7, б) состоит из одинаковых по длине и диаметру входящей и нисходящей ветви. Давление в точке А $p_A = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $h = 8 \text{ м}$. Длина трубопровода $l = 100 \text{ м}$, $d = 0,1 \text{ м}$. Расход нефти $Q = 0,01 \text{ м}^3/\text{с}$; плотность $\rho = 910 \text{ кг/м}^3$. Давление на выходе из трубы равно 10^5 Па .

Определить давление насоса.

Ответ: $p_n = 3,43 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

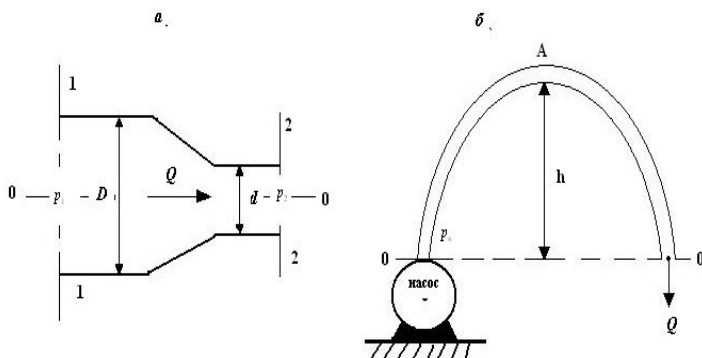


Рис. 3.7. К задачам 3.2 и 3.3

Задача 3.3. Манометрическое давление в сечении 1–1 трубопровода (рис. 3.7, а) $p_1 = 40 \text{ кПа}$. Диаметры трубопровода $D = 0,2 \text{ м}$, $d = 0,1 \text{ м}$. Расход и плотность нефти равны соответственно $Q = 0,1 \text{ м}^3/\text{с}$, $\rho = 920 \text{ кг/м}^3$.

Определить, пренебрегая потерями напора, давление в сечении 2 – 2.

Ответ: вакуум $p_2 = p_v = 29,2 \text{ кПа}$.

Задача 3.4. На входе в насос (рис. 3.8), перекачивающей нефти ($\rho = 900 \text{ кг/м}^3$) из бака А в количестве $Q = 100 \text{ м}^3/\text{ч}$, допустимый вакуум равен $p_1 = 40 \text{ кПа}$. Потери во всасывающей линии $H_n = 2 \text{ м}$, диаметр $d = 0,1 \text{ м}$.

Определить допустимую высоту всасывания $h_{вс}$.

Ответ: $h_{вс} = 1,87 \text{ м}$.

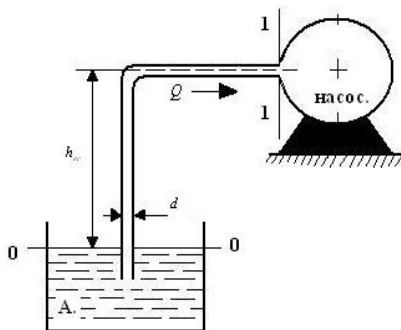


Рис. 3.8. К задаче 3.4

Задача 3.5. Определить объемный расход жидкости в последовательно соединенном сложном трубопроводе, у которого второе сечение расположено выше первого на $5,5 \text{ м}$. Если давления и диаметры в сечениях соответственно равны $p_1 = 82,9 \text{ кПа}$, $p_2 = 30,3 \text{ кПа}$ и $d_1 = 20 \text{ мм}$, $d_2 = 16 \text{ мм}$. Жидкость: бензин – $\rho = 0,745 \text{ г/см}^3$.

Ответ: $Q = 1,5 \text{ л/с}$.

4. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ И ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

При различных условиях движения характер и структура потока жидкости могут быть разные. На это указывал в своих трудах английский физик **О. Рейнольдс**, который теоретически обосновал и на очень простых опытах наглядно показал существование двух принципиально различных *режимов движения жидкости*.

Существуют два режима течения жидкости – **ламинарный** и **турбулентный**.

При *ламинарном режиме* движения частицы жидкости перемещаются по траекториям, направленным вдоль общего течения, в частности, вдоль оси трубы без поперечного перемешивания, т. е. струйчато (слоисто). И поэтому здесь уместно определение *струйчатой модели потока* жидкости.

При *турбулентном режиме* движения частицы жидкости перемещаются по случайным неопределенно искривленным траекториям, имеющим пространственную конфигурацию. Движение имеет беспорядочный хаотический характер. Частицы начинают переходить из одной струйки в другую, что приводит к интенсивному перемешиванию (т. е. массообмену между элементарными струйками, что противоречит третьему свойству элементарной струйки) жидкости, образованию завихрений. В результате наличия вихрей и интенсивного перемешивания частиц жидкости в любой точке турбулентного потока в данный момент времени имеет место своя по значению и направлению мгновенная местная скорость, а траектории частиц, проходящих через эту точку, имеют различный вид (занимают разное положение в пространстве и имеют различную форму). Такое колебание во времени мгновенной местной скорости называется *пульсацией скорости*. То же происходит с давлением. Таким образом, турбулентное движение является неустановившимся и ей несвойственно определение струйчатой модели потока. Эта особенность – наличие поперечных и продольных (относительно направления общего течения) пульсаций скорости и давления – существенно влияет на затраты энергии при перемещении

жидкости.

Рейнольдс установил, что критерием [3] режима движения жидкости является *безразмерная величина*, представляющая собой отношение произведения характерной скорости потока Q на характерный линейный размер l к кинематической вязкости жидкости ν , которая впоследствии была названа **числом Рейнольдса**. Для потоков в трубе круглого сечения ($l = d$) число Рейнольдса может быть вычислено по формуле

$$Re = \frac{Qd}{\nu}, \text{ или через объемный расход } - Re = \frac{4Q}{\pi d \nu}. \quad (4.1)$$

Для потоков в трубах и руслах некруглого сечения число Рейнольдса может быть вычислено по следующей формуле:

$$Re = \frac{94R}{\nu}, \text{ или через объемный расход } - Re = \frac{Q}{\pi R \nu}. \quad (4.2)$$

Значение числа **Рейнольдса**, соответствующее переходу ламинарного режима движения в турбулентный и наоборот называется *критическим*. Экспериментальными исследованиями установлено, что для труб круглого сечения значение $Re_{кр}$ составляет от 1000 до 2320. Общепринятым значением считается $Re_{кр} = 2320$, которым следует пользоваться при расчетах.

Смена режима движения при достижении $Re_{кр}$ обусловлена тем, что один режим движения теряет устойчивость, а другой – приобретает. При $Re < Re_{кр}$ **ламинарное движение** является вполне устойчивым: всякого рода искусственная турбулизация потока и его возмущение (сотрясение трубы, введение в поток колеблющегося тела и др.) погашаются влиянием вязкости и ламинарное движение снова восстанавливается. Турбулентное движение при этом является неустойчивым. При $Re > Re_{кр}$, наоборот, **турбулентное движение** устойчиво, а ламинарное – неустойчиво.

Режим движения жидкости оказывает существенное влия-

ние на гидравлические сопротивления и потери напора, поэтому при решении задач, связанные с движением жидкости, следует вначале установить режим движения жидкости.

Различают два вида гидравлических потерь напора: *местные потери* и *потери на трение по длине*.

Местные потери напора происходят в так называемых местных гидравлических сопротивлениях, т. е. в местах изменения формы и размеров русла, где поток так или иначе деформируется – расширяется, сужается, искривляется – или имеет место более сложная деформация. Местные потери выражают формулой **Вейсбаха**

$$h_{\text{м}} = \xi \frac{g^2}{2g}, \quad (4.3)$$

где ξ – безразмерный коэффициент местного сопротивления.

Можно считать, что при турбулентном режиме коэффициенты местных сопротивлений ξ от числа Рейнольдса не зависят и, следовательно, как видно из формулы (4.3), потеря напора пропорциональна квадрату скорости (квадратичный режим сопротивления). При ламинарном режиме считают, что

$$\xi = \frac{A}{\text{Re}} + \xi_{\text{кв}}, \quad (4.4)$$

где A – число, определяемое формой местного сопротивления;

$\xi_{\text{кв}}$ – коэффициент местного сопротивления при режиме квадратичного сопротивления, т. е. при $\text{Re} \rightarrow \infty$.

При турбулентном режиме в случае **внезапного расширения** трубы происходят вихреобразования и потери напора определяются по формуле **Борда**:

$$h_{\text{расш}} = \frac{(g_1 - g_2)^2}{2g} = \xi_{\text{расш}} \frac{g_1^2}{2g}, \quad (4.5)$$

где g_1 и g_2 – средние скорости потоков жидкости до и после внезапного расширения трубы; $\xi_{расш}$ – коэффициент сопротивления для данного случая

$$\xi_{расш} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2, \quad (4.6)$$

где ω_1 и ω_2 – живые сечения труб до и после внезапного расширения.

При **внезапном сужении** трубы коэффициент сопротивления определяется по формуле **Идельчика**:

$$\xi_{суж} = 0,5 \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right), \quad (4.7)$$

где ω_1 и ω_2 – живые сечения труб до и после внезапного сужения.

Коэффициенты сопротивлений для постепенно расширяющихся (конических) труб – *диффузоров*, постепенно сужающихся труб – *конфузоров*, плавно сужающихся труб – *сопл*, поворотов и других, более сложных местных гидравлических сопротивлений (кранов, фильтров и т.п.) – находят в справочной литературе. В задачах данного сборника коэффициенты местных сопротивлений обычно задаются.

Потери напора на трение по длине определяются общей формулой **Дарси – Вейсбаха**:

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \frac{g^2}{2g}, \quad (4.8)$$

где λ – безразмерный коэффициент сопротивления трения (коэф. Дарси) в общем случае определяется в зависимости от

режима течения и шероховатости Δ или относительной шероховатости Δ/d русла (трубопровода, канала и т. п.).

При *ламинарном режиме* движения коэффициент **Дарси** однозначно определяется числом **Рейнольдса**, т. е.

$$\lambda = \frac{64}{Re} . \quad (4.9)$$

Заменяв в уравнении (4.8) λ его значением из формулы (4.9) и с учетом выражения (4.1) легко получим формулу [6] французского физиолога **Ж. Пуазейля**, исследовавшего законы движения крови в сосудах человеческого тела

$$h_{\partial л} = \frac{32l\nu Q}{gd^2} . \quad (4.10)$$

При *турбулентном режиме* движения, многочисленными исследованиями установлено, что коэффициент **Дарси** помимо числа **Рейнольдса** еще и зависит от относительной шероховатости русла.

Если коэффициент жидкостного трения при турбулентном режиме зависит только от числа **Рейнольдса**, то в этом случае трубопровод будет называться *гидравлически гладким* и этот коэффициент будет определяться формулой **Блазиуса**:

$$\lambda_{г.г} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} . \quad (4.11)$$

Эта формула используется при выполнении следующих условий неравенства вида $\left[Re \cdot \frac{\Delta}{d} \right] < 10$.

Если коэффициент жидкостного трения при турбулентном

режиме перестает зависеть от числа **Рейнольдса** и является функцией только относительной шероховатости. В этом случае трубопровод будет *гидравлически шероховатым*, и, коэффициент **Дарси** может быть вычислен по формуле **Шифринсона**:

$$\lambda_{z.m} = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (4.12)$$

Эта формула используется при выполнении условий неравенства следующего вида: $\left[\text{Re} \cdot \frac{\Delta}{d} \right] > 500$. Область, в которой коэффициент жидкостного трения, а, следовательно, и сопротивление трубы не зависят от числа **Рейнольдса**, носит название [9] *автомодельной*.

Как видно из формул, приведенных выше, при турбулентном режиме движения между зонами гидравлически гладких и гидравлически шероховатых труб существует еще одна переходная зона, в которой коэффициент **Дарси** зависит как от числа **Рейнольдса**, так и от относительной шероховатости.

Долгое время ученым не удавалось получить надежных формул для определения коэффициента жидкостного трения в этой зоне и лишь после исследований, выполненных в 1937 г. **Кальбруком** и **Уайтом**, первый из них предложил такую формулу. Однако более удобной для расчетов является формула, полученная позднее **А. Д. Альтшулем**, которая в последние годы все шире используется для расчета трубопроводов:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{\text{Re}} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}. \quad (4.13)$$

Эта формула используется при выполнении условий неравенства следующего вида: $10 < \left[\text{Re} \cdot \frac{\Delta}{d} \right] < 500$.

Следует отметить, что формула (4.12) справедлива не толь-

ко для переходной зоны, но также и для зон гидравлически гладких и шероховатых труб, т. е. является универсальной для всей области турбулентного течения.

Вопросы для самопроверки:

1. Как вычислить число **Рейнольдса** для некруглой трубы?
2. По каким формулам определяются потери напора в трубах по длине и в местных сопротивлениях?
3. По какой формуле рассчитывают потери напора по длине в трубах при ламинарном режиме движения и чья эта формула?
4. От каких безразмерных величин может зависеть коэффициент жидкостного трения?
5. При каких условиях используются формулы **Блазиуса**, **Шифринсона** и **Альтшуля** для определения коэффициента **Дарси**?

Примеры:

Пример 4.1. Определить коэффициент ξ сопротивления многоступенчатого (рис. 4.1.) дросселя, отнесенный к скорости в трубе диаметром $d = 10 \text{ мм}$, если дроссель состоит из пяти ступеней. Каждая ступень представляет собой отверстие диаметром $d_0 = 2 \text{ мм}$ в тонкой стенке. Принять коэффициент расхода такого отверстия равным $\mu = 0,62$ и считать, что взаимное влияние ступеней дросселя отсутствует (скорость в промежутках между стенками гасится до нуля), а полная потеря напора распределяется между ступенями поровну.

Определить полную потерю давления Δp в дросселе при скорости в трубе $v = 1 \text{ м/с}$, если плотность жидкости $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$.

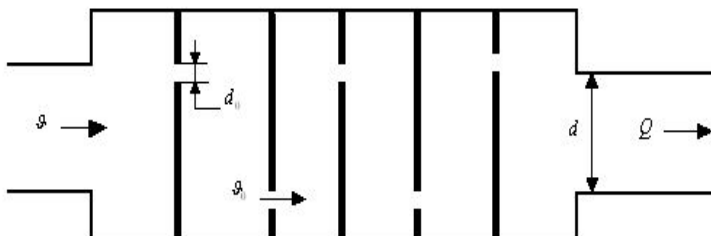


Рис. 4.1. Пятиступенчатый дроссель

Дано: $d = 10 \text{ мм}$; $d_0 = 2 \text{ мм}$;

$\mu = 0,62$; $g = 1 \text{ м/с}$; $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$.

Определить: $\xi = ?$; $\Delta p = ? (\text{МПа})$.

Коэффициент ξ сопротивления дросселя, отнесенный к скорости g в трубе определим из формулы **Вейсбаха**:

$h_m = \xi \frac{g^2}{2g}$, выразим g через объемный расход Q , тогда

$$h_m = \xi \frac{8Q}{\pi^2 g d^4} . \quad (4.14)$$

Движение жидкости установившееся и поэтому $Q = \text{const}$. Исходя из этого, потери напора в отверстиях составляют (истечение через малое отверстие) $Q = \mu \omega_0 \sqrt{2g\Delta h} = \mu \cdot \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{2g\Delta h}$, отсюда

$$\Delta h = \frac{8Q}{\mu^2 \pi^2 g d_0^4}, \text{ а суммарные потери напора в пяти отверстиях равны}$$

полным потерям напора h_m в дросселе, отнесенные к скорости

ϑ в трубе

$$h_m = 5 \cdot \Delta h = \frac{40Q}{\mu^2 \pi^2 g d_0^4} . \quad (4.15)$$

Теперь приравнявая выражения (4.14) и (4.15), проделав преобразования и сокращения, получим

$$\xi = \frac{5 \cdot d^4}{\mu^2 \cdot d_0^4} = \frac{5 \cdot 10^4}{0,62^2 \cdot 2^4} = 8130 .$$

Тогда полная потеря давления в дросселе при заданной скорости течения жидкости

$$\Delta p = \rho g h_m = \rho g \cdot \xi \frac{\vartheta^2}{2g} = \xi \frac{\rho \vartheta^2}{2} = 8130 \frac{850 \cdot 1^2}{2} = 3454825 \text{ Па} = 3,5 \text{ МПа}$$

Ответ: $\xi = 8130$; $\Delta p = 3,5 \text{ МПа}$.

Пример 4.2. По новому стальному горизонтальному ($\Delta = 0,074 \text{ мм}$) трубопроводу диаметром $d = 32 \text{ мм}$ на расстояние $l = 150 \text{ м}$ перекачивается веретенное масло ($\rho = 889 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 0,19 \text{ См}$) в объеме $Q = 0,74 \text{ л/с}$.

Определить потерю давления Δp и мощность N потока масла в этом трубопроводе.

Дано: $d = 32 \text{ мм} = 0,032 \text{ м}$; $\Delta = 0,074 \text{ мм}$;

$l = 150 \text{ м}$; $Q = 0,74 \text{ л/с} = 0,74 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$.

Веретенное масло: $\rho = 889 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 0,19 \text{ См} = 0,19 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

Определить: $\Delta p = ? (\text{кПа})$; $N = ? (\text{Вт})$.

Решение:

Определяем среднюю скорость потока масла в трубопроводе:

$$g = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,74 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,032^2} = 0,92 \text{ м/с}.$$

Теперь вычисляем число **Рейнольдса** по первой формуле выражения (4.1):

$$Re = \frac{gd}{\nu} = \frac{0,92 \cdot 0,032}{0,19 \cdot 10^{-4}} = 1549.$$

Поскольку вычисленное число **Рейнольдса** оказалось меньше критического, т. е. $Re = 1549 < Re_{кр} = 2320$, то имеет место ламинарный режим движения, для которого коэффициент **Дарси** определяется по формуле (4.9). Чтобы избежать промежуточных вычислений, воспользуемся формулой **Пуазейля** (4.10) для расчета потерь напора по длине нашего трубопровода:

$$h_{\text{дл}} = \frac{32\nu g l}{gd^2} = \frac{32 \cdot 150 \cdot 0,19 \cdot 10^{-4} \cdot 0,92}{9,81 \cdot 0,032^2} = 8,4 \text{ м}.$$

Потери давления будут равны

$$\Delta p = \rho g h_{\text{дл}} = 889 \cdot 9,81 \cdot 8,4 = 73257 \text{ Па} = 73,3 \text{ кПа}.$$

И, наконец, мощность потока масла в трубопроводе

$$N = \Delta p \cdot Q = 73300 \cdot 0,74 \cdot 10^{-3} = 54,3 \text{ Вт}.$$

Ответ: $\Delta p = 73,3 \text{ кПа}$; $N = 54,3 \text{ Вт}$.

Пример 4.3. Определить коэффициент сопротивления ξ жиклера (рис. 4.2) с конической входной частью ($d_1 = 2 \text{ мм}$; $l = 6 \text{ мм}$), установленного в трубе ($d_2 = 10 \text{ мм}$), если число **Рейнольдса** потока жидкости в трубе $Re_2 = 100$. Искомый коэффициент рассматри-

вать как отношение потери напора в жиклере к скоростному напору в трубе диаметром d_2 .

Указание. Потерю напора в жиклере выразить как сумму двух потерь: на трение по длине l и на внезапное расширение до нулевой скорости. Поток в жиклере считать стабилизированным.

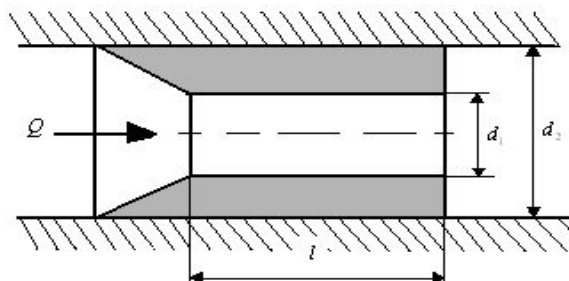


Рис. 4.2. Жиклер с конической входной частью

Дано: $d_1 = 2 \text{ мм}$; $l = 6 \text{ мм}$;
 $d_2 = 10 \text{ мм}$; $\text{Re}_2 = 100$.

Определить: $\xi = ?$

Решение:

Выводим формулы, определяющие скоростные напоры в каналах трубы и жиклера соответственно:

$$\text{трубы} \quad \frac{g_2^2}{2g} = \frac{1}{2g} \cdot \frac{\text{Re}_2^2 \cdot v^2}{d_2^2} = \left[\frac{\text{Re}_2}{d_2^2} \right] \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g}, \quad (4.16)$$

$$\text{жиклера} \quad \frac{g_1^2}{2g} = \frac{1}{2g} \cdot \frac{d_2^2}{d_1^4} v^2 \text{Re}_2^2 = \left[\frac{d_2^2}{d_1^4} \text{Re}_2 \right] \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g}. \quad (4.17)$$

Полные потери напора в жиклере слагаются, из условия

примера

$$\sum h_n = h_{\text{дл}} + h_{\text{расш}}, \quad (4.18)$$

где $h_{\text{дл}}$ – потери напора по длине в канале жиклера, который можем вычислить по формуле Дарси – Вейсбаха:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d_1} \cdot \frac{g_1^2}{2g} = \frac{64}{\text{Re}_1} \cdot \frac{l}{d_1} \cdot \left[\frac{d_2^2}{d_1^4} \text{Re}_2 \right] \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g} = \frac{64d_1}{d_2 \text{Re}_2} \cdot \frac{l}{d_1} \cdot \left[\frac{d_2^2}{d_1^4} \text{Re}_2 \right] \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g}$$

$$\text{и окончательно} \quad h_{\text{дл}} = \left[\frac{64 \cdot l \cdot d_2}{d_1^4} \right] \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g}; \quad (4.19)$$

$h_{\text{расш}}$ – потери напора при внезапном расширении до нулевой скорости (т. е. $g_2 = 0$ при $\omega_2 \rightarrow \infty$, тогда $\xi_{\text{расш}} = 1$) для стабилизированного ламинарного ($\alpha = 2$) потока жидкости в жиклере будут

$$h_{\text{расш}} = \xi_{\text{расш}} \frac{\alpha g_1^2}{2g} = \left[2 \frac{d_2^2}{d_1^4} \text{Re}_2 \right] \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g}. \quad (4.20)$$

Теперь полные потери напора в жиклере согласно (4.18) и с учетом выражений (4.19) и (4.20) будут равны

$$\begin{aligned} \sum h_n &= \left[\frac{64 \cdot l \cdot d_2}{d_1^4} \right] \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g} + \left[2 \frac{d_2^2}{d_1^4} \text{Re}_2 \right] \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g} = \\ &= \left(\frac{64 \cdot l \cdot d_2}{d_1^4} + 2 \frac{d_2^2}{d_1^4} \text{Re}_2 \right) \cdot \frac{v^2 \text{Re}_2}{2g}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Таким образом, коэффициент сопротивления жиклера вычисляем по соотношению указанного в условии примера:

$$\xi = \frac{\sum h_n}{\frac{g_2^2}{2g}} = \left(\frac{64 \cdot l \cdot d_2^3}{d_1^4 \cdot \text{Re}_2} + 2 \frac{d_2^4}{d_1^4} \right) = \left(\frac{64 \cdot 6 \cdot 1000}{16 \cdot 100} + 2 \frac{10000}{16} \right) = 1490 .$$

Ответ: $\xi = 1490 .$

Пример 4.4. В каком интервале объемного расхода жидкости (керосин – $\nu = 0,025 \text{ См}$; $\rho = 0,884 \text{ гп/см}^3$) новый стальной ($\Delta = 0,06 \text{ мм}$) трубопровод диаметром $d = 0,032 \text{ м}$ будет гидравлически гладким и гидравлически шероховатым. Определить потерю давления по длине $\Delta p_{\text{дл}}$ в этом трубопроводе длиной $l = 300 \text{ м}$ для середины переходной области турбулентного режима движения.

Дано: керосин – $\nu = 0,025 \text{ См}$; $\rho = 0,884 \text{ гп/см}^3$; $l = 300 \text{ м}$, $d = 0,032 \text{ м}$, $\Delta = 0,06 \text{ мм}$.

Определить: гидр.глад.тр-д $Q_{c.1} = ? \rightarrow Q_{c.2} = ?$; гидр.шер.тр-д $Q_{ш.1} = ? \rightarrow Q_{ш.2} = ?$; $\Delta p_{\text{дл}} = ? (\text{МПа})$.
--

Решение:

Воспользовавшись неравенством условия $\left[\text{Re} \cdot \frac{\Delta}{d} \right] < 10$ гидравлически гладких труб, определим верхний предел расхода жидкости: $\left[\text{Re} \cdot \frac{\Delta}{d} \right] = 10$, или $\frac{4Q_{c.2}}{\pi l \nu} \cdot \frac{\Delta}{d} = 10$.

Таким образом,

$$Q_{c,2} = \frac{10 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot v}{4 \cdot \Delta} = \frac{10 \cdot 3,14 \cdot 0,032^2 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,06 \cdot 10^{-3}} = 0,00034 \text{ м}^3/\text{с} = 0,34 \text{ л/с}.$$

Для определения нижнего предела расхода жидкости воспользуемся критическим значением числа **Рейнольдса**, т. е.

$$Re_{кр} = 2320, \text{ или } \frac{4Q_{c,1}}{\pi d v} = 2320.$$

Тогда

$$Q_{c,1} = \frac{2320 \pi \cdot d \cdot v}{4} = \frac{2320 \cdot 3,14 \cdot 0,032 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}}{4} = 0,00015 \text{ м}^3/\text{с} = 0,15 \text{ л/с}$$

В интервале объемных расходов $0,15 \text{ л/с} \rightarrow 0,34 \text{ л/с}$ наш трубопровод будет гидравлически гладким, т. е. эта область турбулентного режима движения, где коэффициент жидкостного трения λ зависит только от числа **Рейнольдса** – формула **Блазиуса** (4.11).

Теперь, воспользовавшись неравенством условия $\left[Re \cdot \frac{\Delta}{d} \right] > 500$ гидравлически шероховатых труб, определим нижний предел расхода жидкости:

$$\left[Re \cdot \frac{\Delta}{d} \right] = 500, \text{ или } \frac{4Q_{u,1}}{\pi d v} \cdot \frac{\Delta}{d} = 500.$$

$$Q_{u,1} = \frac{500 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot v}{4 \cdot \Delta} = \frac{500 \cdot 3,14 \cdot 0,032^2 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,06 \cdot 10^{-3}} = 0,017 \text{ м}^3/\text{с} = 17 \text{ л/с}.$$

В интервале объемных расходов $17 \text{ л/с} \rightarrow \infty \text{ л/с}$ наш трубопровод будет гидравлически шероховатым, т. е. эта область турбулентного режима движения, где коэффициент жидкостного трения λ не зависит от числа **Рейнольдса**, а зависит только от шероховатости трубы – формула **Шифринсона** (4.12).

Для определения потери давления по длине в переходной

области турбулентного режима движения жидкости, коэффициент Дарси вычисляем по формуле **Альтшуля** для среднего значения расхода жидкости в интервале, из условия примера, $0,34 \text{ л/с} \rightarrow 17 \text{ л/с}$, т. е. $Q = 8,67 \text{ л/с}$:

$$\text{средняя скорость потока жидкости } g = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 8,67 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,032^2} = 10,8 \text{ м/с};$$

$$\text{число Рейнольдса } Re = \frac{gd}{\nu} = \frac{10,8 \cdot 0,032}{0,025 \cdot 10^{-4}} = 138240;$$

коэффициент Дарси

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,11 \left(\frac{68}{138240} + \frac{0,06}{32} \right)^{0,25} = 0,024;$$

потери давления по длине

$$\Delta p_{\partial l} = \rho g h_{\partial l} = \rho \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{g^2}{2} = 8840,024 \cdot \frac{300}{0,032} \cdot \frac{108^2}{2} = 1159984 \text{ Па} = 11,6 \text{ МПа}$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ: гидр.глад.тр-д } Q_{c,1} = 0,15 \text{ л/с} \rightarrow Q_{c,2} = 0,34 \text{ л/с}; \\ \text{гидр.шер.тр-д } Q_{ш,1} = 17 \text{ л/с} \rightarrow Q_{ш,2} = \infty; \\ \Delta p_{\partial l} = 11,6 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Пример 4.5. Определить потерю давления $\Delta p_{расш}$ и коэффициент местного сопротивления $\xi_{расш}$ на участке внезапного расширения трубопровода, если (рис. 4.3) известны $d_1 = 10 \text{ мм}$, $d_2 = 40 \text{ мм}$, расход веретенного масла ($\rho = 0,892 \text{ г/см}^3$; $\mu = 169 \cdot 10^{-3} \text{ П}$) $Q = 0,8 \text{ л/с}$, а давления в сечениях соответственно $p_1 = 0,12 \text{ МПа}$ и $p_2 = 0,14 \text{ МПа}$.

Дано: $d_1 = 10 \text{ мм}$; $d_2 = 40 \text{ мм}$;
 $\rho = 0,892 \text{ г/см}^3$; $\mu = 169 \cdot 10^{-3} \text{ П}$;
 $p_1 = 0,12 \text{ МПа}$; $p_2 = 0,14 \text{ МПа}$;
 $Q = 0,8 \text{ л/с}$.

Определить: $\Delta p_{расш} = ? (\text{кПа})$, $\xi_{расш} = ?$

Решение:

Составляем уравнение Бернулли относительно плоскости 0–0 сравнения, проходящего по оси трубопровода:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 g_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 g_2^2}{2g} + h_{расш}. \quad (4.22)$$

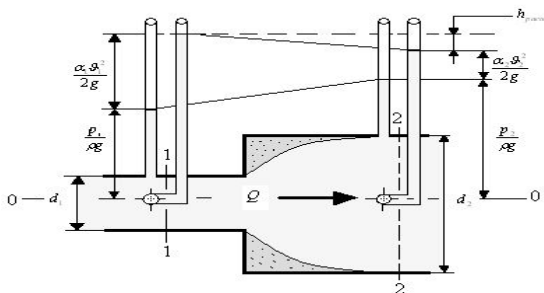


Рис. 4.3. Внезапное расширение русла

Определимся с режимами движения жидкости в сечениях:

1–1 средняя скорость потока жидкости $g_1 = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d_1^2} =$

$$= \frac{4 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,01^2} = 10,19 \text{ м/с} \text{ и число Рейнольдса}$$

$$Re_1 = \frac{g_1 d_1 \rho}{\mu} = \frac{10,19 \cdot 0,01 \cdot 892}{169 \cdot 10^{-4}} = 5378; \text{ режим движения турбу-}$$

лентный, а значит коэффициент Кориолиса $\alpha_1 = 1$.

$$2 - 2 \text{ средняя скорость потока жидкости } g_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \\ = \frac{4 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,04^2} = 0,64 \text{ м/с и число Рейнольдса}$$

$$Re_2 = \frac{g_2 d_2 \rho}{\mu} = \frac{0,64 \cdot 0,04 \cdot 892}{169 \cdot 10^{-4}} = 1351 ; \text{ режим движения лами-}$$

нарный, а значит коэффициент Кориолиса $\alpha_1 = 2$.

Полный напор в первом сечении составляет

$$H_1 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 g_1^2}{2g} = \frac{120000}{892 \cdot 9,81} + \frac{10,19^2}{2 \cdot 9,81} = 19 \text{ м.}$$

Полный напор во втором сечении –

$$H_2 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 g_2^2}{2g} = \frac{140000}{892 \cdot 9,81} + \frac{2 \cdot 0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 16,041 \text{ м.}$$

Тогда потери давления будут равны

$$\Delta p_{расш} = \rho g h_{расш} = \rho g (H_1 - H_2) = 892 \cdot 9,81 (19 - 16,041) = \\ = 25892 \text{ Па} = 25,9 \text{ кПа}$$

И, наконец, коэффициент сопротивления равен

$$\xi_{расш} = \frac{H_1}{H_2} = \frac{19}{16,041} = 1,19 .$$

$$\text{Ответ: } \Delta p_{расш} = 25,9 \text{ кПа} ; \quad \xi_{расш} = 1,19 .$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 4.1. От бака, в котором поддерживается постоянный уровень жидкости, отходит трубопровод (рис. 4.4) диамет-

ром $d = 50 \text{ мм}$. Между баком и краном K на трубопроводе установлен манометр. При закрытом положении крана $p_0 = 0,5 \text{ МПа}$. Найти связь между расходом жидкости в трубопроводе Q и показанием манометра p при различных процентах открытия крана, приняв коэффициент сопротивления входного участка трубопровода (от бака до манометра) равным $\xi = 0,5$. Плотность жидкости $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$.

Подсчитать расход жидкости при полном открытии крана, когда показание манометра равно $p = 0,485 \text{ МПа}$.

Ответ: $Q = 9,8 \text{ л/с}$.

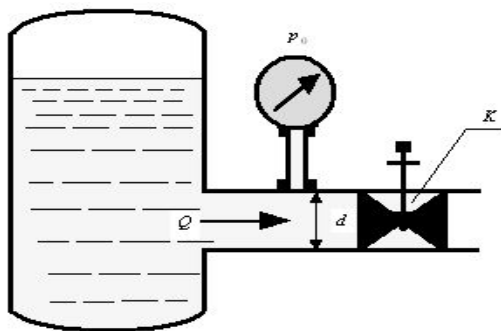


Рис. 4.4. К задаче 4.1.

Пример 4.2. Насос нагнетает жидкость в напорный бак, где установились постоянный (рис. 4.5) уровень на высоте $H = 2 \text{ м}$ и постоянное давление $p_2 = 0,2 \text{ МПа}$. Манометр, установленный на выходе из насоса на трубе диаметром $d_1 = 75 \text{ мм}$, показывает $p_1 = 0,25 \text{ МПа}$. Определить расход жидкости Q , если диаметр искривленной трубы, подводящей жидкость к баку, равен $d_2 = 50 \text{ мм}$; коэффициент сопротивления этой трубы принять равным $\xi = 0,5$. Плотность жидкости $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $Q = 14,6 \text{ л/с}$.

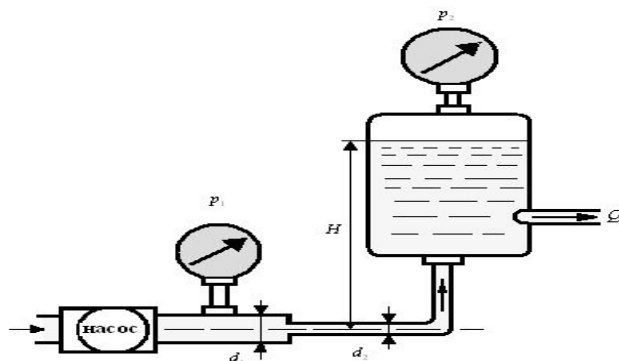


Рис. 4.5. К задаче 4.2

Задача 4.3. Вода перетекает из напорного бака, где избыточное давление воздуха $p = 0,3 \text{ МПа}$, в открытый резервуар по короткой трубе диаметром $d = 50 \text{ мм}$, на которой (рис. 4.6) установлен кран. Чему должен быть равен коэффициент сопротивления крана $\xi_{кр}$ для того, чтобы расход воды составлял $Q = 8,7 \text{ л/с}$? Высоты уровней $H_1 = 1 \text{ м}$ и $H_2 = 3 \text{ м}$. Учесть потерю напора на входе в трубу и на выходе из трубы, т. е. соответственно внезапное сужение и расширение.

Ответ: $\xi_{кр} = 27,1$

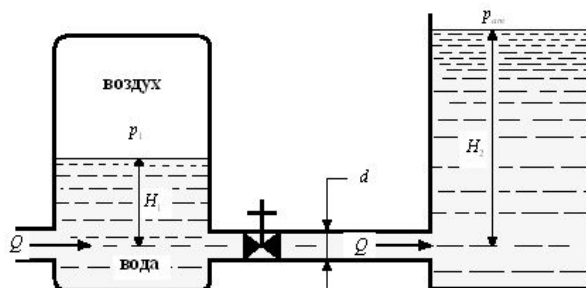


Рис. 4.6. К задаче 4.3

Задача 4.4. Жидкость с плотностью $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ и вязкостью $\nu = 2 \text{ Ст}$ подается на расстояние $l = 20 \text{ м}$ по горизонтальной трубе диаметром $d = 20 \text{ мм}$ в количестве $Q = 1,57 \text{ л/с}$. Определить потерю давления по длине $\Delta p_{\text{дл}}$ и мощность потока N этой жидкости.

Ответ: $\Delta p_{\text{дл}} = 1,38 \text{ МПа}$; $N = 2,16 \text{ кВт}$.

Задача 4.5. Для определения потерь давления на фильтре установлены манометры, как показано на рис. 4.7. При пропускании через фильтр жидкости, расход которой $Q = 1 \text{ л/с}$; давления: $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$, $p_2 = 0,12 \text{ МПа}$. Определить, чему равна потеря давления $\Delta p_{\text{ф}}$ в фильтре, если известно: $d_1 = 10 \text{ мм}$, $d_2 = 20 \text{ мм}$, масло трансформаторное – $\delta = 0,882$, $\mu = 115 \cdot 10^{-3} \text{ П}$.

Указание. Потерей давления на участках от места установки манометров до фильтра пренебречь.

Ответ: $\Delta p_{\text{ф}} = 0,05 \text{ МПа}$.

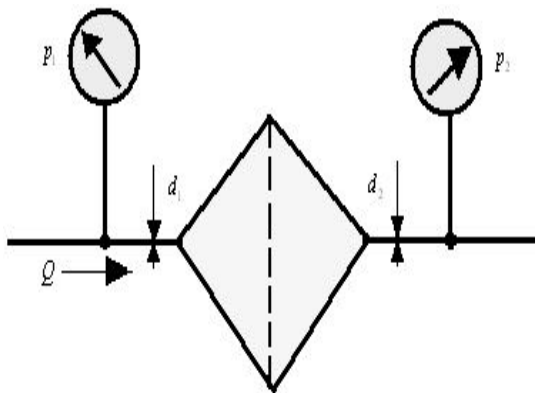


Рис. 4.7. К задаче 4.5

5. РАСЧЕТ ПРОСТЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Все трубопроводы по конструкции можно разделить на **простые и сложные**.

Простым называется трубопровод, последовательно собранный из труб одинакового диаметра и не имеющий по пути ответвлений жидкости.

Сложным – все остальные трубопроводы, состоящие из ряда простых трубопроводов, соединенных тем или иным образом (например, последовательно, параллельно или смешанно).

По принципу гидравлического расчета трубопроводы можно разделить на **короткие и длинные**.

Полные потери напора в трубопроводе определяются путем арифметического суммирования потерь напора по длине и в местных сопротивлениях, т. е. $H_{nom} = \sum H_{dl} + \sum H_m$. Этот метод носит название принципа наложения (сложения) потерь.

Короткими называются трубопроводы, потери напора в местных сопротивлениях которых составляют более 5 – 10 % от потерь напора по длине.

Длинными – трубопроводы, в которых потери напора по длине настолько превышают местные потери напора, что последними без ущерба для точности расчета можно пренебречь, либо принять их ориентировочно равным 5 – 10 % от потерь напора по длине.

В зависимости от рода перемещаемой жидкости трубопроводы подразделяются на водопроводы, нефтепроводы, газопроводы и т. д.

Напорная характеристика [10] простого короткого трубопровода, в которую вошли формулы Дарси – Вейсбаха и Вейсбаха, где средняя скорость потока выражена через объемный расход жидкости, выглядит следующим образом:

$$H_{nom} = \left(\frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} \sum l + \frac{8}{g\pi^2 d^4} \sum \xi \right) Q^2. \quad (5.1)$$

Обозначим выражение, стоящее в скобках, буквой a , то-

гда напорная характеристика будет иметь упрощенный вид

$$H_{nom} = aQ^2. \quad (5.2)$$

Величина a называется *сопротивлением трубопровода* и зависит от его длины, диаметра, местных сопротивлений, а при квадратичном законе сопротивления (т. е. гидравлически шероховатые трубы – автомодельная зона турбулентного режима) и от шероховатости, причем в последнем случае для данного трубопровода $a = const$.

Иногда при расчетах местных сопротивлений заменяют эквивалентной им длиной трубопровода.

Эквивалентной длиной $l_{эк}$ называется такая длина трубопровода, потери напора в котором равны потерям напора в данном местном сопротивлении при одинаковых расходах жидкости. Исходя из определения, можно записать:

$$H_M = H_{\partial l} \quad \text{или} \quad \xi \frac{g^2}{2g} = \lambda \frac{l_{эк}}{d} \cdot \frac{g^2}{2g},$$

$$\text{откуда} \quad l_{эк} = \frac{\xi}{\lambda} d. \quad (5.3)$$

Теперь, заменив в уравнении (5.1) потери напора в местных сопротивлениях потерями по эквивалентной длине, будем иметь

$$H_{nom} = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} [\Sigma l + \Sigma l_{эк}] Q^2 \quad \text{или} \quad H_{nom} = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} L \cdot Q^2, \quad (5.4)$$

где $L = \Sigma l + \Sigma l_{эк}$ – приведенная длина трубопровода, т. е. расчетная длина трубопровода, учитывающая потери напора в местных сопротивлениях.

В формулах (5.1) и (5.4), определяя числовой множитель при $\pi = 3,14$ и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, получим соответственно

$$H_{ном} = 0,0827 \left(\lambda \frac{\Sigma l}{d^5} + \frac{\Sigma \xi}{d^4} \right) Q^2 \quad \text{и} \quad H_{ном} = 0,0827 \cdot \lambda \frac{L}{d^5} Q^2, \quad (5.5)$$

где $\frac{8}{\pi^2 g} = \frac{8}{3,14^2 \cdot 9,81} = 0,0827 \text{ с}^2/\text{м}$ – числовой множитель.

В гидравлике имеются **три** основных **типа задач** расчета простого трубопровода. Особенности и методика решения этих задач приводятся ниже.

Первая задача. Даны: расход жидкости Q , ее свойства (ρ, μ) , размеры трубопровода l, d и шероховатость его стенок Δ .

Найти требуемый напор (полные потери напора) $H_{ном} = ?$

Методика решения задачи:

1. По известным Q, d, μ находится число Рейнольдса и определяется режим движения жидкости.
2. В зависимости от режима движения жидкости по соответствующим формулам, они приведены выше, вычисляется коэффициент Дарси λ .
3. Теперь, рассчитывая эквивалентные длины $l_{эк}$ трубопровода, определяем приведенную ее длину L .
4. И, наконец, по формуле (5.5) определяется требуемый напор $H_{ном}$.

Последовательность решения этого типа задач схематично будет выглядеть

$Q - \text{Re} - \lambda - L - H_{ном}.$

(5.6)

Вторая задача. Даны: располагаемый напор $H_{ном}$ жидкости, ее свойства (ρ, μ) , размеры трубопровода l, d и шероховатость его стенок Δ .

Найти расход жидкости $Q = ?$.

Методика решения задачи:

1. Определяется режим движения жидкости путем сравнения напора $H_{пот}$ с его критическим значением на базе формулы Пуазеля:

$$H_{кр} = \frac{32Lv}{gd^2} \cdot g_{кр} = \frac{32Lv}{gd^2} \cdot \frac{v}{d} Re_{кр} = \frac{32Lv^2}{gd^3} \cdot Re_{кр}. \quad (5.7)$$

Если $H_{пот} < H_{кр}$, режим ламинарный, если $H_{пот} > H_{кр}$ – турбулентный.

2. Задача решается методом последовательных приближений. При ламинарном режиме расход жидкости определяется из формулы

$$H_{пот} = \frac{32Lv}{gd^2} \cdot g = \frac{32Lv}{gd^2} \cdot \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{128Lv}{\pi g d^4} \cdot Q, \quad (5.8)$$

в которой последовательными приближениями уточняются выбранные значения эквивалентных длин местных сопротивлений и приведенной длины трубопровода L .

При турбулентном режиме в качестве первого приближения принимается квадратичная [11] область (гидравлически шероховатые трубы) сопротивления, в которой по известным d и Δ определяются значения λ и ξ , позволяющие найти из формул (5.5) расход Q . Подсчет числа Рейнольдса по найденному расходу жидкости дает возможность уточнить значения коэффициентов сопротивлений и определить расход во втором приближении, что обычно оказывается достаточным.

Для гидравлически гладких труб в качестве первого приближения целесообразно использовать при нахождении расхода формулу **Блазюса**, причем следует предварительно оценить приведенную длину трубопровода с учетом имеющихся местных сопротивлений.

3. Целесообразно графическое решение задачи, основанное

на построении напорной характеристики трубопровода по формулам (5.5). И на этой характеристике отыскивается расход (рис. 5.1), соответствующий напору, заданному по условию задачи.

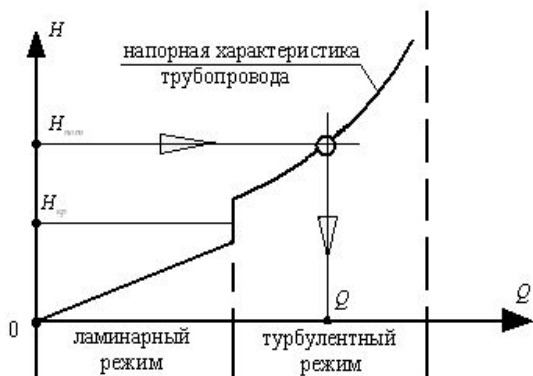


Рис. 5.1. Графическое решение задачи

Заметим, что при автомодельной зоне турбулентного режима движения жидкости значения сопротивления трубопровода a не зависят от числа **Рейнольдса** и в расчетах могут приниматься постоянными.

Третья задача. Даны: располагаемый напор $H_{ном}$, расход жидкости Q , ее свойства (ρ, μ), длина трубопровода l и шероховатость его стенок Δ .

Найти диаметр трубопровода $d = ?$

Методика решения задачи:

1. Определяется режим движения жидкости путем [12] сравнения напора $H_{ном}$ с его критическим значением на базе формулы Пуазейля:

$$H_{кр} = \frac{32Lv^2 Re_{кр}}{g} \cdot \frac{1}{d^3} = \frac{32Lv^2 Re_{кр}}{g} \cdot \frac{\pi^3 v^3 Re_{кр}^3}{64 Q^3} = \frac{Lv^5 \pi^3}{2gQ^3} \cdot Re_{кр}^4. \quad (5.9)$$

Если $H_{ном} < H_{кр}$, то режим ламинарный, если $H_{ном} > H_{кр}$ – турбулентный.

2. Задача решается графически, путем [12] построения зависимости требуемого напора от диаметра трубопровода при заданном расходе жидкости. Задавая значения диаметра, для каждого из которых определяются величины λ , ξ и $l_{эк}$ с учетом области сопротивления, вычисляют соответствующие значения напора из приведенных выше уравнений (5.5).

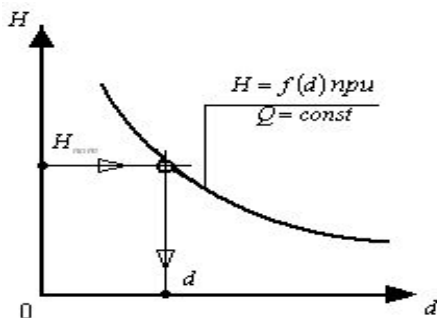


Рис 5.2. Зависимость $H = f(d)$

3. По результатам подсчетов строится график (рис. 5.2) зависимости $H = f(d)$, на которой отыскивается значение диаметра трубопровода, соответствующий заданному значению из условия задачи напору и затем уточняется необходимое значение этого напора при выборе ближайшего большего стандартного диаметра.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие трубопроводы называются простыми и сложными, короткими и длинными?
2. Какова последовательность решения задачи по определению потребного напора трубопровода?
3. Что понимают под напорной характеристикой

трубопровода и от каких параметров зависит сопротивление трубопровода ?

4. Что такое эквивалентная длина трубопровода и по какой формуле ее вычисляют?
5. В чем особенность методики решения второго и третьего типа задач в гидравлике?

Примеры:

Пример 5.1. Из большого открытого резервуара A , в котором поддерживается постоянный уровень жидкости, по горизонтальному трубопроводу длиной $l = 16,4 \text{ м}$, диаметром $d = 70 \text{ мм}$ и эквивалентная шероховатость которого $\Delta_s = 0,06 \text{ мм}$ течет дизельное топливо при температуре 20°C ($\nu = 0,28 \text{ Ст}$) в открытый резервуар B в количестве $Q = 6,24 \text{ л/с}$. Определить разность уровней в резервуарах H , если на трубопроводе установлены фильтр $\xi_\phi = 2,34$ и кран $\xi_{кр} = 1,84$.

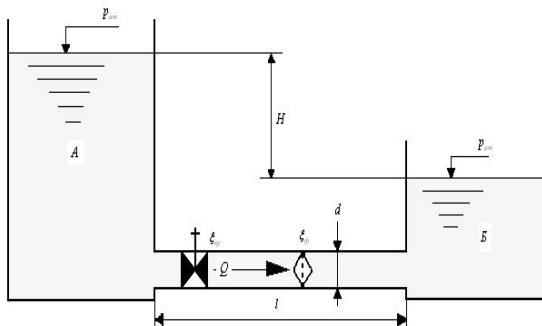


Рис. 5.3. К примеру 5.1

Дано: $l = 16,4 \text{ м}$; $d = 70 \text{ мм}$; $\Delta_s = 0,06 \text{ мм}$.
 $\xi_\phi = 2,34$; $\xi_{кр} = 1,84$;
 $\nu = 0,28 \text{ Ст}$; $Q = 6,24 \text{ л/с}$.

Определить: $H_{ном} = ? (\text{м})$

Решение:

Определяем режим движения жидкости, для этого вычисляем число Рейнольдса:

$$Re = \frac{4Q}{\pi d v} = \frac{4 \cdot 6,24 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,07 \cdot 0,28 \cdot 10^{-4}} = 4055.$$

Режим турбулентный, выясняем область сопротивления:

$$Re \cdot \frac{\Delta}{d} = 4055 \cdot \frac{0,06}{70} = 3,5 < 10. \quad \text{Эта область гидравлически}$$

гладких труб, где используется формула Блазиуса для определения коэффициента Дарси:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} = \frac{0,3164}{4055^{0,25}} = 0,04.$$

Определяем эквивалентные длины местных сопротивлений соответственно:

$$\text{фильтр} - l_{\phi} = \frac{\xi_{\phi}}{\lambda} \cdot d = \frac{2,34}{0,04} \cdot 0,07 = 4,1 \text{ м};$$

$$\text{кран} - l_{кр} = \frac{\xi_{кр}}{\lambda} \cdot d = \frac{1,84}{0,04} \cdot 0,07 = 3,2 \text{ м}.$$

$$\begin{aligned} \text{Отсюда, приведенная длина трубопровода } L &= l + l_{\phi} + l_{кр} = \\ &= 16,4 + 4,1 + 3,2 = 23,7 \text{ м}. \end{aligned}$$

И, наконец, подсчитываем полные потери напора, которые соответствуют разности уровней в резервуарах по формуле (5.5):

$$H = H_{ном} = 0,0827 \lambda \frac{L}{d^5} Q^2 = 0,0827 \cdot 0,04 \frac{23,7}{0,07^5} 6,24^2 \cdot 10^{-6} = 12,7 \text{ м}$$

Ответ: $H_{ном} = 12,7 \text{ м}.$

Пример 5.2. Из большого закрытого резервуара A , в котором поддерживается постоянный уровень жидкости, а давление на поверхности жидкости равно $p_m = 35 \text{ кПа}$, по трубопроводу жидкость (керосин Т-1: $\rho = 808 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 0,025 \text{ См}$) при температуре 20°C течет в открытый резервуар B . Разность уровней жидкости в резервуарах равна $H = 6,2 \text{ м}$. Длина трубопровода $l = 17 \text{ м}$, диаметр $d = 55 \text{ мм}$, а эквивалентная шероховатость $\Delta = 0,05 \text{ мм}$.

Определить расход Q жидкости, протекающей по трубопроводу. В расчетах принять, что местные потери напора составляют 20 % от потерь по длине.

Указание. Рисунок этого примера похож на рис. 5.3 лишь с той разницей, что в ней отсутствуют фильтр и кран, а потери напора в местных сопротивлениях из условия примера учтены 20 %, кроме того резервуар A сверху закрыт и на поверхность жидкости действует не p_{atm} , а p_m .

Дано: $H = 6,2 \text{ м}$; $p_m = 35 \text{ кПа}$;
 $\rho = 808 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 0,025 \text{ См}$;
 $d = 55 \text{ мм}$; $l = 17 \text{ м}$; $\Delta = 0,05 \text{ мм}$;

Определить: $Q = ? (\text{л/с})$

Решение:

1. Определяем режим движения путем сравнения напора H с его критическим значением на базе формулы (5.7):

$$H_{кр} = \frac{32Lv^2}{gd^3} \cdot \text{Re}_{кр} = \frac{32 \cdot 20,4 \cdot 0,025^2 \cdot 10^{-8}}{9,81 \cdot 0,055^3} \cdot 2320 = 0,58 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

где $L = l \cdot 1,2 = 17 \cdot 1,2 = 20,4 \text{ м}$ – приведенная длина трубопро-

вода. Располагаемый напор – $H_0 = H + \frac{p_m}{\rho g} = 6,2 + \frac{35000}{9,81 \cdot 808} = 10,6 \text{ м}$.

2. Турбулентный режим движения здесь очевиден и поэтому определим в первом приближении *расход жидкости* для верхнего предела гидравлически гладких труб, а затем и *потребный напор* этого расхода с тем, чтобы его сравнить с располагаемым напором:

расход жидкости –

$$Q_1 = \frac{10 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot v}{4 \cdot \Delta} = \frac{10 \cdot 3,14 \cdot 0,055^2 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,05 \cdot 10^{-3}} = 0,00118 \text{ м}^3/\text{с} = 1,18 \text{ л/с};$$

потребный напор – предварительно вычислим число Рейнольдса и коэффициент Дарси :

$$Re = \frac{4Q_1}{\pi d v} = \frac{4 \cdot 1,18 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,055 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}} = 10932 \text{ и } \lambda = \frac{0,3164}{Re^{1/4}} = \frac{0,3164}{10932^{1/4}} = 0,031,$$

и тогда

$$H_1 = 0,0827 \cdot \lambda \frac{L}{d^5} Q^2 = 0,0827 \cdot 0,031 \frac{20,4}{0,055^5} 1,18^2 \cdot 10^{-6} = 0,145 \text{ м}.$$

3. Поскольку наши расчеты вышли далеко за пределы гидравлически гладких труб ($H_0 \gg H_1$ или $10,6 \gg 0,145$), во втором приближении также определим расход жидкости для нижнего предела автомодельной зоны турбулентного режима, а также потребный напор этого расхода с тем, чтобы определиться в какой зоне турбулентности вести расчеты:

расход жидкости –

$$Q_2 = \frac{500 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot v}{4 \cdot \Delta} = \frac{500 \cdot 3,14 \cdot 0,055^2 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,05 \cdot 10^{-3}} = 0,059 \text{ м}^3/\text{с} = 59 \text{ л/с};$$

потребный напор – предварительно вычислим коэффициент Дарси по формуле Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{1/4} = 0,11 \left(\frac{0,05}{55} \right)^{1/4} = 0,019$$

$$\text{и тогда } H_2 = 0,0827 \lambda \frac{L}{d^5} Q^2 = 0,0827 \cdot 0,019 \frac{204}{0,05^5} 59^2 \cdot 10^{-6} = 2217 \text{ м.} \quad (5.10)$$

4. Наши расчеты располагаются в переходной зоне турбулентного режима, поскольку выполняются условия неравенств $H_1 \ll H_0 \ll H_2$, т. е. $0,145 \ll 10,6 \ll 221,7$. И поэтому по формуле (5.10), в которой оставляем $\lambda = 0,019$, подставляем вместо H_2 располагаемый напор $H_0 = 10,6$ м, вычисляем расход жидкости Q_0 , на который будет ориентирован наш дальнейший расчет.

Таким образом,

$$Q_0 = \sqrt{\frac{d^5 \cdot H_0}{0,0827 \cdot \lambda \cdot L}} = \sqrt{\frac{0,05^5 \cdot 10,6}{0,0827 \cdot 0,019 \cdot 20,4}} = 0,0129 \text{ м}^3/\text{с} = 12,9 \text{ л/с.} \quad (5.11)$$

5. Уточним потребный напор для этого расхода:

$$\text{вычисляем число Рейнольдса} - Re = \frac{4 \cdot 12,9 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,055 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}} = 11951;$$

коэффициент жидкостного трения –

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{11951} + \frac{0,05}{55} \right)^{1/4} = 0,022;$$

потребный напор –

$$H_0' = 0,0827 \cdot 0,022 \frac{20,4}{0,05^5} 12,9^2 \cdot 10^{-6} = 12,3 \text{ м.}$$

6. Поскольку $H_0 = 10,6 < H_0' = 12,3$, задаемся расходом жидкости в меньшую сторону, т. е. $Q_3 = 10 \text{ л/с}$ и, повторяя расчет пункта 5, имеем следующий результат: $Re = 92645$; $\lambda = 0,022$;

$$H_3 = 7,4 \text{ м.}$$

Здесь видно, что в интервале напоров $H_3 = 7,4 \text{ м} \leftrightarrow H_0' = 12,3 \text{ м}$ значение коэффициента Дарси остается величиной постоянной, т. е. $\lambda = 0,022$, и поэтому нет необходимости в построении напорной характеристики этого трубопровода, а достаточно пересчитать расход жидкости по формуле (5.11), что и будет являться ответом этого примера:

$$Q = \sqrt{\frac{d^5 \cdot H_0}{0,0827 \cdot \lambda \cdot L}} = \sqrt{\frac{0,055^5 \cdot 10,6}{0,0827 \cdot 0,022 \cdot 20,4}} = 0,012 \text{ м}^3/\text{с} = 12 \text{ л/с}.$$

Ответ: $Q = 12 \text{ л/с}$

Пример 5.3. По трубопроводу длиной $l = 12,6 \text{ м}$ жидкость (бензин: $\rho = 0,745 \text{ г/см}^3$; $\mu = 5,43 \cdot 10^{-3} \text{ П}$) при температуре 20°С сбрасывается из отстойника A в резервуар B . Какой должен быть диаметр d трубопровода (его эквивалентная шероховатость $\Delta = 0,05 \text{ мм}$), чтобы обеспечить сбрасывание жидкости в количестве $Q = 2,6 \text{ л/с}$ при напоре $H = 3,8 \text{ м}$? Трубопровод снабжен сетчатым фильтром $\xi_\phi = 6,8$.

Дано: $\rho = 0,745 \text{ г/см}^3$; $\mu = 5,43 \cdot 10^{-3} \text{ П}$; $l = 12,6 \text{ м}$; $\Delta = 0,05 \text{ мм}$; $\xi_\phi = 6,8$; $Q = 2,6 \text{ л/с}$; $H = 3,8 \text{ м}$.

Определить: $d = ? (\text{мм})$
--

Решение:

Поскольку этот тип задачи решается графически, задаемся значением диаметра трубопровода из стандартного ряда, т. е. $d = 32 \text{ мм}$, и вычисляем потребный напор при нашем расходе в алгоритме выражения (5.6):

число Рейнольдса $Re = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{\pi \cdot d \cdot \mu} = \frac{4 \cdot 2,6 \cdot 10^{-3} \cdot 745}{3,14 \cdot 0,032 \cdot 5,43 \cdot 10^{-4}} = 142007$;

коэффициент Дарси, сначала определимся с турбулентной

областью сопротивления: $Re \frac{\Delta}{d} = 142007 \frac{0,05}{32} = 222 < 500$, а это

переходная область, где приемлема формула Альтшуля, т. е.

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{142007} + \frac{0,05}{32} \right)^{0,25} = 0,023;$$

приведенная длина трубопровода, если

$$l_{\text{эк}} = \frac{\xi_{\phi}}{\lambda} d = \frac{6,8}{0,023} \cdot 0,032 = 9,5 \text{ м}$$

равна $L = l + l_{\text{эк}} = 12,6 + 9,5 = 22,1 \text{ м}$;

потребный напор

$$H_{\text{ном}} = 0,0827 \cdot \lambda \frac{L}{d^5} Q^2 = 0,0827 \cdot 0,023 \frac{22,1}{0,032^5} 2,6^2 \cdot 10^{-6} = 8,5 \text{ м}.$$

Результаты расчета следующие:

$$d = 32 \text{ мм}; Re = 142007; \lambda = 0,023; L = 22,1 \text{ м}; H_{\text{ном}} = 8,5 \text{ м}.$$

Поскольку имеем следующее неравенство $H = 3,8 \text{ м} < H_{\text{ном}} = 8,5 \text{ м}$, во втором приближении принимаем значение диаметра ближайший больший из стандартного ряда, т. е. $d = 40 \text{ мм}$, и вычисляем потребный напор аналогично вышеприведенного расчета.

Результаты расчета следующие:

$$d = 40 \text{ мм}; Re = 113605; \lambda = 0,023; L = 24,4 \text{ м};$$

$$H_{\text{ном}} = 3,1 \text{ м}.$$

Анализ результатов вышеприведенных расчетов говорит

о том, что расчетный диаметр трубопровода находится в интервале $32 \text{ мм} < d < 40 \text{ мм}$ и поэтому, чтобы не строить график зависимости $H = f(d)$ для определения значения диаметра трубопровода воспользуемся методом интерполяции. Для чего введем следующие обозначения:

$$d_1 = 32 \text{ мм}; H_1 = 8,5 \text{ м.} \quad d_2 = 40 \text{ мм}; H_2 = 3,1 \text{ м.}$$

$$\text{и тогда} \quad d = d_1 + \frac{d_2 - d_1}{H_2 - H_1} (H - H_1) = 32 + \frac{40 - 32}{3,1 - 8,5} (3,8 - 8,5) = 38 \text{ мм.}$$

Ответ: $d = 38 \text{ мм}$

Пример 5.4. Определить необходимую длину трубопровода из чугунных труб ($\Delta = 1,2 \text{ мм}$) диаметром $d = 150 \text{ мм}$ для подачи воды ($\rho = 998 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 0,01 \text{ См}$) в количестве $Q = 2,1 \text{ Т/мин}$ под напором $H = 9 \text{ м}$. Если потери напора в местных сопротивлениях составляют 25 % от потерь напора по длине.

Дано: $d = 150 \text{ мм}$; $\Delta = 1,2 \text{ мм}$;
 $\rho = 998 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 0,01 \text{ См}$;
 $Q = 2,1 \text{ Т/мин}$; $H = 9 \text{ м}$.

Определить: $l = ? (\text{м})$

Решение:

Определяем режим движения воды, для этого вычисляем число Рейнольдса:

$$Re = \frac{4Q}{\pi d \nu} = \frac{4Q_m}{\pi d \nu \rho} = \frac{4 \cdot 2,1 \cdot 1000}{3,14 \cdot 0,15 \cdot 0,01 \cdot 10^{-4} \cdot 998 \cdot 60} = 297835.$$

Теперь определимся с турбулентной областью сопротивления:

$\text{Re}\left[\frac{\Delta}{d}\right] = 297835 \left[\frac{1,2}{150}\right] = 2382 > 500$, это автомодельная зона турбулентного режима движения, где используется формула Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d}\right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{1,2}{150}\right)^{0,25} = 0,033.$$

Приведенную длину трубопровода определяем из формулы (5.5):

$$H = 0,0827 \cdot \lambda \frac{L}{d^5} Q^2 = 0,0827 \cdot \lambda \frac{L}{d^5} \cdot \left[\frac{Q_m^2 \cdot 10^6}{\rho^2 \cdot 3600} \right].$$

Перепишем эту формулу относительно приведенной длины и вычислим ее:

$$L = \frac{H \cdot d^5 \cdot \rho^2 \cdot 3600}{0,0827 \cdot \lambda \cdot Q_m^2 \cdot 10^6} = \frac{9 \cdot 0,15^5 \cdot 998^2 \cdot 3600}{0,0827 \cdot 0,033 \cdot 2,1^2 \cdot 10^6} = 203,5 \text{ м}$$

Эквивалентная длина трубопровода, учитывающая потери напора в местных сопротивлениях, из условия примера составляет 25 %. Тогда действительная длина трубопровода $l = 0,75 \cdot L = 0,75 \cdot 203,5 = 152,6 \text{ м}$.

Ответ: $l = 152,6 \text{ м}$

Пример 5.5. Определить избыточное давление p_m на входе в шестеренный насос системы смазки (рис. 5.4), подающий $Q = 60 \text{ л/мин}$ масла при температуре 20°C ($\nu = 2 \text{ Ст}$; $\delta = 0,92$). Длина стального всасывающего трубопровода $l = 5 \text{ м}$ и диаметр $d = 30 \text{ мм}$, его шероховатость $\Delta = 0,1 \text{ мм}$. Входное сечение насоса расположено ниже свободной поверхности в масляном баке на $h = 2 \text{ м}$.

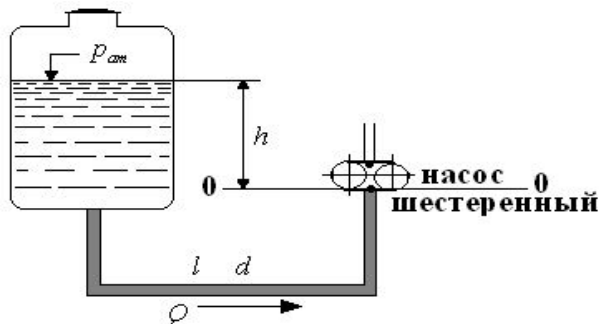


Рис. 5.4. Насос системы смазки

Как изменится давление перед насосом, если масло нагреется до температуры 80°C ($\nu = 0,1 \text{ См}$; $\delta = 0,87$).

Местные потери напора в трубопроводе принять равным 10 % от потерь на трение по длине.

Дано: $\nu = 2 \text{ См}$; $\delta = 0,92$;

$Q = 60 \text{ л/мин}$; $h = 2 \text{ м}$;

$l = 5 \text{ м}$; $d = 30 \text{ мм}$; $\Delta = 0,1 \text{ мм}$.

Определить: $p_m = ? (\text{кПа})$

Решение:

Составляем уравнение Бернулли относительно плоскости, проходящей по входному сечению (рис. 5.4) насоса, 0 – 0

$$\frac{p_{atm}}{\rho g} + h = \frac{p_{atm} - p_m}{\rho g} + \frac{\alpha \vartheta^2}{2g} + \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g}.$$

Заменив в этом уравнении среднюю скорость ϑ объемным расходом Q жидкости, и, решив уравнение относительно избыточного давления p_m будем иметь:

$$p_m = \rho g \cdot 0,0827 \left(\lambda \frac{L}{d^5} + \frac{\alpha}{d^4} \right) \cdot Q^2 - \rho g h, \quad (5.12)$$

где L – приведенная длина трубопровода, по условию примера она равна $L = l \cdot 1,1 = 5 \cdot 1,1 = 5,5$ м;

λ – коэффициент жидкостного трения, для определения которого вычисляем число Рейнольдса $Re = \frac{4Q}{\pi d v} = \frac{4 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,03 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 60} = 212$,

поскольку режим движения, ламинарный коэффициент подсчитывается по следующей формуле: $\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{212} = 0,3$; α – коэффициент

Кориолиса, учитывающий неравномерность распределения скорости по живому сечению потока жидкости на входе в насос, в нашем случае $\alpha = 2$.

И, наконец, подставляя известные значения в формулу (5.12) вычисляем значение избыточного давления на входе в насос:

$$p_m = \rho g \cdot 0,0827 \left(\lambda \frac{L}{d^5} + \frac{\alpha}{d^4} \right) \cdot Q^2 - \rho g h = 9209,81 \cdot 0,0827 \left(0,3 \frac{5,5}{0,03^5} + \frac{2}{0,03^4} \right) \cdot \left(\frac{60 \cdot 10^{-3}}{60} \right)^2 - 9209,81 \cdot 2 = 34569 \text{ Па} = 346 \text{ кПа}$$

Ответ: $p_m = 34,6 \text{ кПа}$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 5.1. Минеральное масло ($\rho = 810 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$) перекачивается из открытого резервуара (рис. 5.5) потребителю с расходом $Q = 7,55 \text{ дм}^3/\text{с}$. Высота всасывания $h = 2 \text{ м}$, показания вакуумметра, установленного в конце всасывающей линии ($l = 10 \text{ м}$, $d = 80 \text{ мм}$, трубы сварные новые), $p_g = 49,1 \text{ кПа}$.

Определить суммарный коэффициент местных сопротив-

лений $\Sigma \xi_{кв}$ на всасывающей линии (при квадратичном законе сопротивления).

Ответ: $\Sigma \xi_{кв} = 3,8$

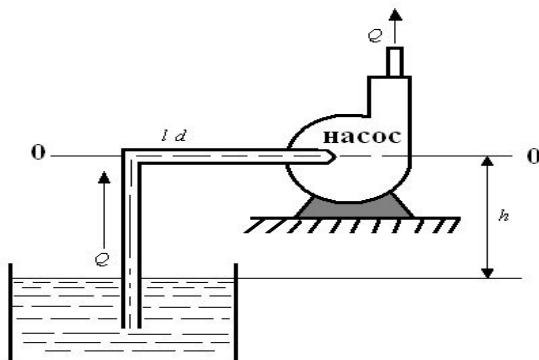


Рис. 5.5. К задаче 5.1

Задача 5.2. Минеральное масло ($\rho = 835 \text{ кг/м}^3, \nu = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$) по трубопроводу ($l = 25 \text{ м}, d = 100 \text{ мм}$, трубы сварные новые) вытекает из открытого резервуара с постоянным уровнем над входом в трубу $H = 3,2 \text{ м}$ в атмосферу. Местными сопротивлениями являются вход в трубу, вдающуюся внутрь резервуара, и открытая задвижка, разность нивелирных отметок начала и конца трубопровода $\Delta Z = 1 \text{ м}$.

Определить расход масла.

Пояснение. Рекомендуются в первом приближении аналитически найти расход без учета местных сопротивлений, а затем повторно решить задачу с учетом режима движения жидкости.

Ответ: $Q = 17,7 \text{ дм}^3/\text{с}$

Задача 5.3. При каком диаметре трубопровода подача насоса составит $Q = 1 \text{ л/с}$, если на выходе из него располагаемый напор $H = 9,6 \text{ м}$; длина трубопровода $l = 10 \text{ м}$; эквивалентная ше-

роховатость $\Delta = 0,05 \text{ мм}$; давление (рис. 5.6) в баке $p_0 = 30 \text{ кПа}$; высота $H_0 = 4 \text{ м}$; вязкость жидкости $\nu = 0,015 \text{ См}$ и ее плотность $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$? Местными гидравлическими сопротивлениями в трубопроводе пренебречь. Учесть потери при входе в бак.

Ответ: $d = 24,1 \text{ мм}$

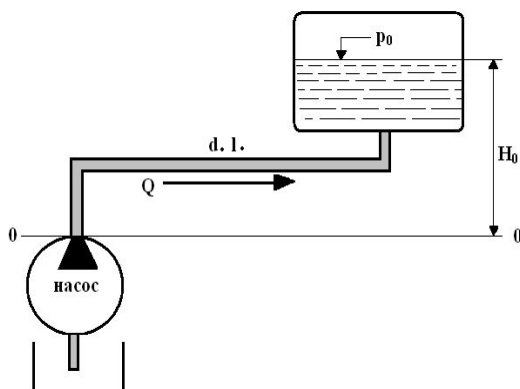


Рис. 5.6. К задаче 5.3

Задача 5.4. Противоточный переохладитель для аммиака выполнен в виде четырех последовательных секций, каждая из которых образована двумя концентрическими трубами. По внутренней трубе, диаметр которой $d_1 = 30 \text{ мм}$ и толщина стенки $2,5 \text{ мм}$, течет вода, по межтрубному пространству — жидкий аммиак (диаметр внешней трубы $d_2 = 50 \text{ мм}$). Общая длина внутренней трубы $L_1 = 22 \text{ м}$, длина каждой секции $L_2 = 4 \text{ м}$, диаметр соединительных патрубков между секциями $d_3 = 35 \text{ мм}$ (рис. 5.7).

Определить потери напора в переохладителе для воды h_1 и аммиака h_2 , если массовый расход воды $Q_{m,1} = 4000 \text{ кг/ч}$ ($\nu = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ См}$) и аммиака $Q_{m,2} = 2200 \text{ кг/ч}$ ($\delta = 0,61$; $\mu = 0,225 \cdot 10^{-2} \text{ П}$).

Трубы принимать гидравлически гладкими, коэффициент

сопротивления входа в соединительный патрубок $\xi_{вх} = 0,5$ и выхода из него $\xi_{вых} = 1$. Потерями на плавных поворотах внутренней трубы пренебречь.

Ответ: $h_1 = 2,1 \text{ м}$, $h_2 = 1,5 \text{ м}$.

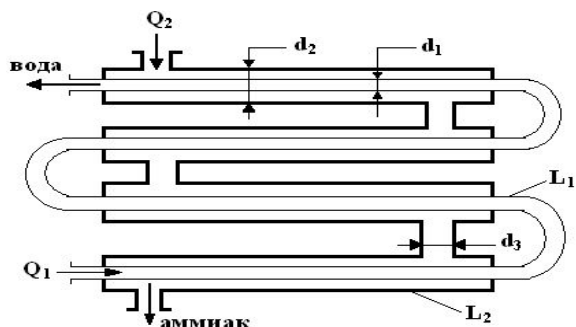


Рис. 5.7. К задаче 5.4.

Задача 5.5. Вода вытекает из бака в атмосферу по горизонтальной трубе, на которой установлены (рис. 5.8) два пьезометра. Диаметр трубы $d = 50 \text{ мм}$, длина каждого из трех ее участков, разделенных пьезометрами, $l = 4 \text{ м}$.

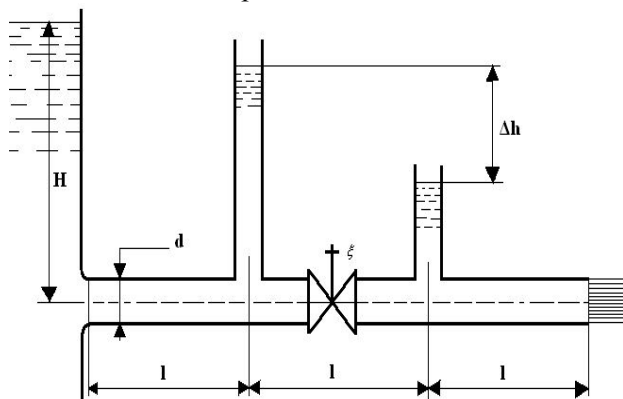


Рис. 5.8. К задаче 5.5.

1. Определить напор H в баке и расход Q воды, если известно, что при полностью открытой задвижке ($\xi = 0$), установленной на участке между пьезометрами, разность их показаний $\Delta h = 3 \text{ м}$.

Шероховатость трубы $\Delta = 0,5 \text{ мм}$, кинематическая вязкость воды $\nu = 1 \text{ см}^2/\text{с}$.

2. Как изменится расход и разность показаний Δp при том же напоре в баке, но частично прикрытой задвижки ($\xi = 30$)?

Потерей напора при входе в трубу пренебречь.

В обоих случаях построить графики напоров по длине трубы.

Ответ: 1. $H = 10 \text{ м}$; $Q = 8,64 \text{ л/с}$.

2. $Q = 4,32 \text{ л/с}$; $\Delta h = 8,25 \text{ м}$.

6. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Сложный трубопровод имеет разветвленные участки, состоящие из нескольких труб (ветвей), между которыми распределяется жидкость, поступающая в трубопровод из питателей.

Сечения трубопровода, в которых смыкаются несколько ветвей, называются узлами.

В зависимости от структуры разветвленных участков различают следующие основные типы сложных трубопроводов: с параллельными и последовательными ветвями, с концевой раздачей жидкости (задача о трех резервуарах), с непрерывной раздачей жидкости, с кольцевыми участками. В практике встречаются также разнообразные сложные трубопроводы комбинированного типа.

Как и при расчете простого трубопровода (гл. 5), можно выделить три основные группы задач расчета сложных трубопроводов.

1. Определение **размеров труб** по заданным в них расходам и перепадам напоров в питателях и приемниках.
2. Определение **перепадов напоров** в питателях и приемниках по заданным расходам в трубах заданных размеров.
3. Определение **расходов** в трубах, заданных размеров по известным перепадам напоров.

Последние две группы задач представляют поверочные расчеты существующего трубопровода, выясняющие условия его работы при различных значениях гидравлических параметров.

Встречаются также задачи смешанного типа, представляющие комбинации из задач основных групп.

Для решения сформулированных задач составляется система уравнений, которые устанавливают функциональные связи между параметрами, характеризующими потоки жидкости в трубах, т. е. между параметрами труб, расходами жидкости и напорами. Эта система состоит из уравнений **баланса расходов**, составляемый для каждого **узла** и уравнений **баланса напоров** (уравнений Бернулли), для каждой **ветви** сложного трубопровода.

Поскольку обычно сложные трубопроводы являются [13] длинными, в уравнениях Бернулли можно пренебрегать скоростными напорами, принимая полный напор потока в каждом расчетном сечении трубопровода практически равным гидростатическому и выражая его высотой пьезометрического уровня над принятой плоскостью сравнения. Кроме того, в сложных трубопроводах можно также пренебрегать относительно малыми местными потерями напора в узлах. Это значительно упрощает расчеты, поскольку позволяет считать одинаковыми напоры потоков в концевых сечениях труб, примыкающих к данному узлу, и оперировать в уравнениях Бернулли понятием напора в данном узле.

Конкретный вид системы расчетных уравнений и способы ее решения определяется типом сложного трубопровода и характером поставленной задачи. Для получения однозначного решения система расчетных уравнений должна быть замкнутой, т. е. число независимых неизвестных в ней должно быть равно числу уравнений.

Рассмотрим сложный трубопровод с последовательно соединенными ветвями, имеющие сопротивления a_1, a_2, a_3 .

На основании уравнения неразрывности потока расход жидкости по каждому из этих участков трубопровода будет одинаков и равен Q , а потери напора в них в соответствии с уравнением (5.2) будут:

$$H_1 = a_1 Q^2, \quad H_2 = a_2 Q^2, \quad H_3 = a_3 Q^2.$$

Потери напора в рассматриваемом трубопроводе в соответствии с принципом наложения потерь могут быть вычислены следующим образом:

$$H = H_1 + H_2 + H_3 = (a_1 + a_2 + a_3) Q^2. \quad (6.1)$$

Таким образом, сопротивление сложного трубопровода при последовательном соединении труб увеличивается и в общем случае составит:

$$a = \sum_1^n a_i. \quad (6.2)$$

Напорная характеристика такого сложного трубопровода может быть построена непосредственно по уравнению трубопровода (5.2), где a подсчитывается по уравнению (6.2), или графически, путем суммирования ординат напорных характеристик отдельных участков трубопровода (рис. 6.1) при одинаковых Q .

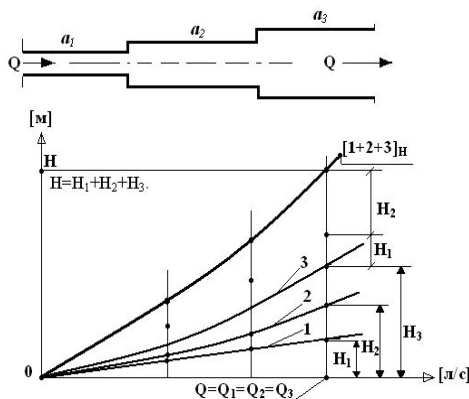


Рис. 6.1. Схема и график напорной характеристики сложного трубопровода с последовательно соединенными ветвями

Рассмотрим сложный трубопровод (рис. 6.2), который состоит из нескольких простых трубопроводов, соединенных *параллельно*. Пусть сопротивления трубопроводов равны a_1, a_2, a_3 , а расходы жидкости по ним Q_1, Q_2, Q_3 .

В соответствии с уравнением неразрывности потока общий расход жидкости по такому трубопроводу будет равен:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \quad (6.3)$$

Поскольку потери напора в каждом из трубопроводов одинаковы и равны, из условия параллельности, общим потерям напора в этом сложном трубопроводе, то эти потери напора подсчитываются по (5.2) следующим образом:

$$H = a_1 Q_1^2, \quad H = a_2 Q_2^2, \quad H = a_3 Q_3^2.$$

Подставляя из этих уравнений значения расходов жидкости каждого простого трубопровода в выражение (6.3), получим

$$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} \right) \sqrt{H}.$$

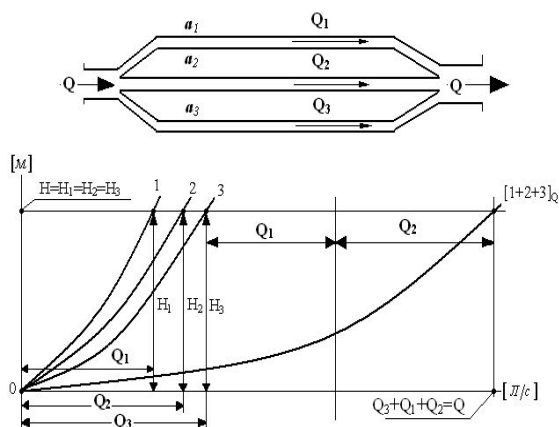


Рис. 6.2. Схема и график напорной характеристики сложного трубопровода с параллельно соединенными ветвями

Отсюда, потери напора в рассматриваемом трубопроводе вычисляется формулой

$$H = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} \right)^2} Q^2. \quad (6.4)$$

Таким образом, сопротивление сложного трубопровода при параллельном соединении уменьшается и составляет

$$a = \frac{1}{\left(\sum_1^n \frac{1}{\sqrt{a_i}} \right)^2}. \quad (6.5)$$

Характеристика такого сложного трубопровода может быть построена непосредственно по уравнению трубопровода (5.2), где a подсчитывается по (6.5), либо графически, путем суммирования абсцисс напорных характеристик отдельных простых трубопроводов (рис. 6.2) при одинаковых H .

В трубопроводах с концевой раздачей [4] жидкость, поступающая к узлам из питателей, распределяется между несколькими ветвями, по которым она направляется к приемникам с различными напорами жидкости. Итак, жидкость подводимая к узлу B , раздается по трубам в приемники с соответствующими напорами (рис. 6.3).

Расчет трубопровода с концевой раздачей жидкости рассмотрим на простейшей схеме трубопровода, *соединяющего три резервуара* и имеющий один узел (рис. 6.3).

Особенностью рассматриваемой схемы является то, что система расчетных уравнений получается различной в зависимости от направления потока в трубе, соединяющей узел со средним резервуаром 2. Верхний резервуар 1 всегда является *питателем*, и жидкость поступает из него к узлу. Нижний резервуар 3 всегда является *приемником*, и жидкость поступает к нему от узла. Резервуар 2 может быть как *приемником*, так и *питателем*.

Направление потока в трубе 2 определяется соотношением между напором y в узле и напором H_2 в среднем резервуаре. В зависимости от этого соотношения возможны *три случая распределения расходов* в трубах и в соответствии с этим три различные системы расчетных уравнений.

1. Если напор y в узле меньше напора H_2 в резервуаре 2 ($y < H_2$), то жидкость из резервуаров 1 и 2 перетекает в резервуар 3, и система уравнений для решения задачи имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} 1. H_1 - y &= 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ 2. H_2 - y &= 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ 3. y - H_3 &= 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2; \\ 4. Q_1 + Q_2 &= Q_3. \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Согласно этой системе уравнений (6.6) суммарная характеристика трубопроводов 1 и 2, которые монотонно убывают (рис. 6.3), строится путем суммирования расходов по оси абсцисс при равных напорах [1+2] и пересечение ее с напорной характеристикой 3-го трубопровода дает нам рабочую точку **В** с координатами (Q_3, y).

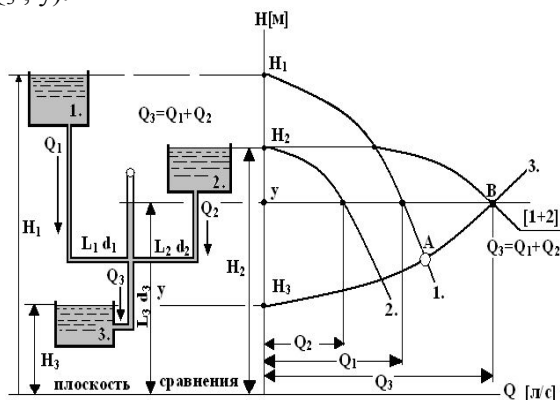


Рис. 6.3. Графическое решение задачи при условии ($y < H_2$).

2. Если $y > H_2$, то жидкость из резервуара 1 перетекает в резервуары 2 и 3, и расчетная система уравнений принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} 1. H_1 - y &= 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ 2. y - H_2 &= 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ 3. y - H_3 &= 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2; \\ 4. Q_1 &= Q_2 + Q_3. \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

При этом балансе расходов системы уравнений (6.7) суммарная характеристика трубопроводов 2 и 3, которые монотонно возрастают (рис. 6.4), строится путем суммирования расходов все по той же оси абсцисс при равных напорах [2+3] и пересечение ее с напорной характеристикой теперь уже 1-го трубопровода дает нам рабочую точку **В** с координатами (Q_1, y) .

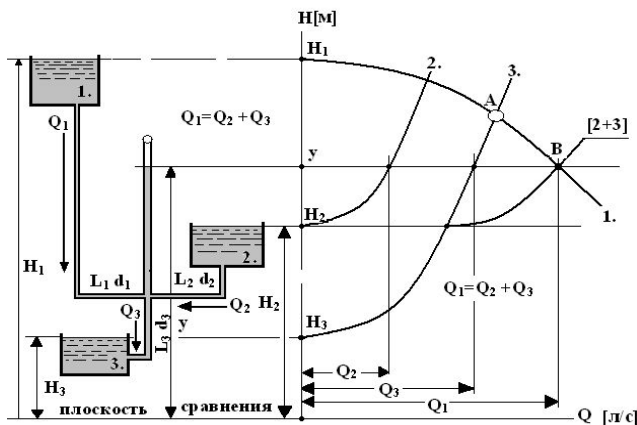


Рис. 6.4. Графическое решение задачи при условии $y > H_2$

3. Если $y = H_2$, расход $Q_2 = 0$, $Q_1 = Q_3 = Q$, и жидкость перетекает из резервуара 1 в резервуар 3. Расчетная система уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} 1. H_1 - y &= 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ 2. y - H_3 &= 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2; \\ 3. Q_1 &= Q_3 \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

Здесь в трубопроводе 2 движение жидкости отсутствует, поскольку напор y в узле равен напору H_2 (рис. 6.5) этого резервуара. А значит, в этот резервуар жидкость не вливается и не выливается, т. е. напорная характеристика трубопровода второго резервуара отсутствует, и, поэтому, совместная точка **А** или **В** характеристик трубопроводов 1 и 3 и есть режимная $Q_1 = Q_3$.

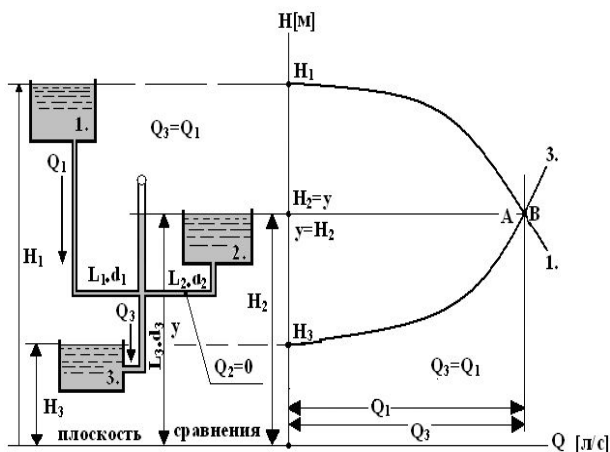


Рис. 6.5. Графическое решение задачи при условии $y = H_2$

Если система включает трубы, которые оканчиваются сходящимися насадками, открытыми в атмосферу, то при составлении балансов напоров для таких труб следует учитывать скоростные напоры на выходе из насадков.

Система расчетных уравнений выбирают в зависимости от поставленной задачи. Направление потока в трубе 2 может быть

наперед задано условиями задачи или же, если оно заранее неизвестно, должно определяться в процессе самого решения.

Так как расходы в трубах являются в этой задаче искомыми неизвестными и, следовательно, значения коэффициентов сопротивлений труб заранее точно определить нельзя, аналитическое решение проводится [2] методом последовательных приближений.

Рассмотренная здесь задача может быть решена и графическим методом. В этом случае, для определения условия баланса расходов, необходимо построить график зависимости $H = f(Q)$ трубопроводов 1 и 3 (рис. 6.3 и 6.4), т. е. напорную характеристику этих трубопроводов, согласно их уравнениям. Затем, найдя точку A их пересечения и сравнивая ее ординату с гидростатической высотой 2-го резервуара, определяем какой из вышерассмотренных трех вариантов условия баланса расходов нам подходит для дальнейшего решения поставленной задачи.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие два типа уравнения входят в замкнутую систему уравнений, составляемых для решения задач расчета сложных трубопроводов?
2. Какова методика графического решения задач расчета сложных трубопроводов с последовательно и параллельно соединенными ветвями?
3. С чего надо начинать при графическом методе решения задачи «о трех резервуарах», если неизвестно направление движения жидкости в трубопроводе второго резервуара?
4. Через какую точку должна пройти напорная характеристика 3-го трубопровода (рис. 6.3 или же рис. 6.4) с тем, чтобы расход во 2-ом трубопроводе был равен нулю, и, что для этого нужно сделать?
5. Что нужно сделать (рис. 6.3) для того, чтобы расходы жидкости в трубопроводах 1 и 2 были равны, т. е. $Q_1 = Q_2$, при неизменных гидростатических высотах соответствующих резервуаров?

Примеры:

Пример 6.1. (Рис. 6.6). Определить расход жидкости, протекающей по трубопроводу 1 и 2, если напор $H = 9,2 \text{ м}$ в резервуаре 3 постоянный. Длина отдельных частей трубопровода $l_1 = 10,5 \text{ м}$, $l_2 = 7,8 \text{ м}$, $l_3 = 8,9 \text{ м}$, а диаметры $d_1 = d_2 = 32 \text{ мм}$, $d_3 = 50 \text{ мм}$. Температура жидкости 20°С . Трубопроводы длинные, изготовленные из меди.

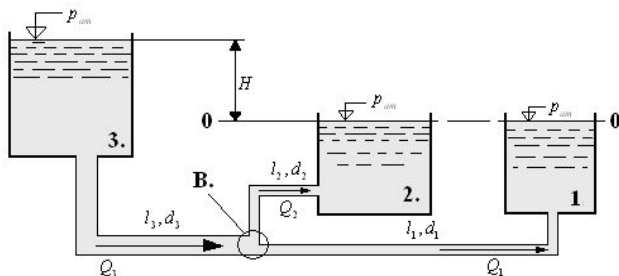


Рис. 6.6. К примеру 6.1

Дано: Жидкость – Керосин Т-1; (прилож. 1)

при $T = 20^\circ \text{С}$ $\nu = 0,025 \text{ см}^2/\text{с} = 0,025 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$;

$l_1 = 10,5 \text{ м}$; $l_2 = 7,8 \text{ м}$; $l_3 = 8,9 \text{ м}$;

$d_1 = d_2 = 32 \text{ мм}$, $d_3 = 50 \text{ мм}$;

$H = 9,2 \text{ м}$ (прилож. 3); Медь - $\Delta = 0,03 \text{ мм}$.

Определить: $Q_1 = ?$, $Q_2 = ?$, $Q_3 = ? (\text{л/с})$

Решение:

Задачу решаем графоаналитическим методом, т. е. задаваясь расходом жидкости, определяем потребный напор для каждого участка трубопровода и по этим данным, строим их напорные характеристики относительно плоскости сравнения 0 – 0, проведенной по свободной поверхности жидкости в резервуарах №1 и №2.

1. Для построения напорной характеристики первого трубопровода число Рейнольдса будем рассчитывать по формуле

$$\text{Re}_1 = \frac{4Q}{\pi d_1 \nu} = \frac{4 \cdot 10^{-3} Q_1}{3,14 \cdot 0,032 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}} = 15923 \cdot Q_1, \quad (6.9)$$

где размерность объемного расхода Q_1 в (л/с).

Коэффициент Дарси будем определять при турбулентном режиме движения по формуле Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}, \quad (6.10)$$

а для автомодельной зоны турбулентного режима движения жидкости в трубопроводе №1 он будет равен

$$\lambda_1 = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d_1} \right)^{1/4} = 0,11 \left(\frac{0,03}{32} \right)^{1/4} = 0,019. \quad (6.11)$$

Напорную характеристику этого трубопровода строим по следующей формуле, в котором учитываем потери напора в местных сопротивлениях, беря 10 % ($L_1 = l_1 \cdot 1,1 = 10,5 \cdot 1,1$) от потерь напора по длине, т. к. трубопроводы по условию примера длинные

$$H_1 = 0,0827 \lambda_1 \frac{L_1 \cdot 10^{-6}}{d_1^5} \cdot Q_1^2 = 0,0827 \lambda_1 \frac{105 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6}}{0,032^5} \cdot Q_1^2 = 285 \cdot \lambda_1 \cdot Q_1^2, \quad (6.12)$$

где размерность объемного расхода Q_1 в (л/с).

Расчеты проводим в следующей последовательности: задаемся расходом $Q_1 = 1$ л/с, рассчитываем число Рейнольдса по формуле (6.9)

$$\text{Re}_1 = 15923 \cdot 1 = 15923,$$

вычисляем коэффициент Дарси по формуле Блазиуса (6.10)

$$\lambda_1 = \frac{0,3164}{15923^{0,25}} = \frac{0,3164}{11,2} = 0,028.$$

И, наконец, определяем потребный напор по формуле (6.12), куда подставляем значение коэффициента, жидкостного трения $\lambda_1 = 0,028$, вычисленного по формуле Блазиуса, т. к. оно больше значения соответствующего для автомодельной области турбулентного режима $\lambda_1 = 0,019$ (и так каждый раз сравниваем с этим значением коэффициента, беря при этом большее),

$$H_1 = 28,5 \cdot 0,028 \cdot 1^2 = 0,8 \text{ м}.$$

В такой последовательности проводим расчеты для расходов 2, 3, 4 и 4, 5 л/с, а полученные результаты заносим в табл. 6.1.

Таблица 6.1
Напорная характеристика трубопровода №1

$Q_1, \text{л/с}$	1	2	3	4	4,5
$Re_1, (6.9)$	15923	31846	47769	63692	71653
$\lambda_1, (6.10)$	0,028	0,024	0,021	0,02	0,019
$H_1, \text{м} (6.12)$	0,8	2,7	5,3	9,1	11

По данным этой таблицы видно, что в зону автомодельной турбулентности этот трубопровод входит уже при расходе $Q_1 = 4,5 \text{ л/с}$.

2. Для построения напорной характеристики второго трубопровода число Рейнольдса будем рассчитывать по той же формуле (6.9), т. к. $d_1 = d_2$, та же последовательность расчетов остается, только потребный напор этого трубопровода будем определять по следующей формуле:

$$H_2 = 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2 \cdot 10^{-6}}{d_2^5} \cdot Q_2^2 = 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{7,8 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6}}{0,032^5} \cdot Q_2^2 = 21,2 \cdot \lambda_2 \cdot Q_2^2. \quad (6.13)$$

Полученные результаты расчетов, проведенных в известной последовательности для расходов 2, 3, 4 и 5 л/с, заносим в табл. 6.2

Таблица 6.2
Напорная характеристика трубопровода №2

$Q_2, \text{л/с}$	2	3	4	5
$Re_2, (6.9)$	31846	47769	63692	—
$\lambda_2, (6.10)$	0,024	0,021	0,02	0,019
$H_2, \text{м} (6.13)$	2,0	4,0	6,8	10

По данным этой таблицы видно, что в зону автомодельной турбулентности этот трубопровод входит уже при расходе $Q_2 = 5 \text{ л/с}$.

3. Для построения напорной характеристики третьего трубопровода число Рейнольдса будем рассчитывать по формуле

$$Re_3 = \frac{4Q_3}{\pi d_3 \nu} = \frac{4 \cdot 10^{-3} Q_3}{3,14 \cdot 0,05 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}} = 10194 Q_3, \quad (6.14)$$

где размерность объемного расхода Q_1 в (л/с).

Коэффициент Дарси будем определять также по формуле Блазиуса, а для автомодельной зоны турбулентного режима движения жидкости в этом трубопроводе он будет равен

$$\lambda_3 = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d_3} \right)^{1/4} = 0,11 \left(\frac{0,03}{50} \right)^{1/4} = 0,017. \quad (6.15)$$

Напорную характеристику этого трубопровода строим по следующей формуле:

$$H_3 = 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{L_3 \cdot 10^{-6}}{d_3^5} \cdot Q_3^2 = 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{8,9 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6}}{0,05^5} \cdot Q_3^2 = 2,6 \cdot \lambda_3 \cdot Q_3^2, \quad (6.16)$$

где размерность объемного расхода Q_3 в (л/с).

Полученные результаты расчетов, проведенных в известной последовательности для расходов 5, 7, 9, 11, 13 и 15 л/с, заносим в табл. 6.3

Таблица 6.3

Напорная характеристика трубопровода №3

$Q_3, \text{л/с}$	5	7	9	11	13	15
$Re_3, (6.14)$	50955	71337	91719	112101	—	—
$\lambda_3, (6.10)$	0,021	0,019	0,018	0,017	0,017	0,017
$H_3, \text{м} (6.16)$	1,4	2,4	3,8	5,4	7,5	10

По данным этой таблицы видно, что в зону автомодельной турбулентности этот трубопровод входит уже при расходе $Q_3 = 13 \text{ л/с}$.

Теперь, построив напорные характеристики по данным табл. 6.1, 6.2 и 6.3 соответствующих трубопроводов, суммируем характеристики трубопроводов №1 и №2 по расходу, поскольку они параллельны, при равных напорах и получаем суммарную характеристику этих трубопроводов $[1+2]_Q$, или характеристику этого участка нашего сложного трубопровода.

Затем, суммируя характеристику этого параллельного участка сложного трубопровода теперь уже по напору при равных расходах с характеристикой трубопровода №3, поскольку они соединены между собой последовательно, окончательно получаем полную напорную характеристику всего этого сложного трубопровода $[1+2]+3_H$. А место пересечения полной напорной характеристики сложного трубопровода с горизонталью, проведенного по высоте заданного по условию примера напора $H = 9,2 \text{ м}$, дает нам рабочую (рис. 6.7) точку **В** с координатами ($H = 9,2 \text{ м}$; $Q_3 = 7,2 \text{ л/с}$).

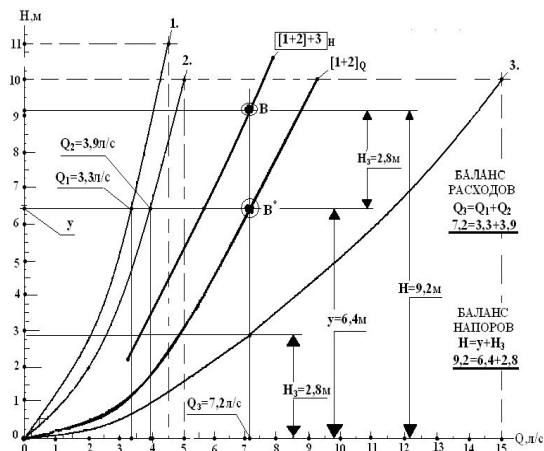


Рис. 6.7. Напорные характеристики трубопроводов

Потом, проводим от этой точки **В** вертикаль (вниз) до пересечения ее с суммарной характеристикой параллельных трубопроводов в точке **В***, что дает нам напор y на этом участке сложного трубопровода. А пересечение уже горизонтали, проведенной от точки **В*** влево, с характеристиками трубопроводов №1 и №2 дает нам распределение расхода Q_3 по этим трубопроводам, т. е. $Q_3 = Q_1 + Q_2$.

Ответ: $Q_1 = 3,3 \text{ л/с}; Q_2 = 3,9 \text{ л/с}; Q_3 = 7,2 \text{ л/с}$

Пример 6.2. (Рис. 6.8). Определить расходы Q_1, Q_2 и Q_3 жидкости в стальных трубах, имеющих приведенные длины L_1, L_2 , и L_3 и диаметры $d_1 = d_3$ и d_2 , если напоры H и h .

При какой приведенной длине L_3^* трубопровода №3 расход Q_2 станет равным нулю и какое избыточное давление P_M установится в узле В?

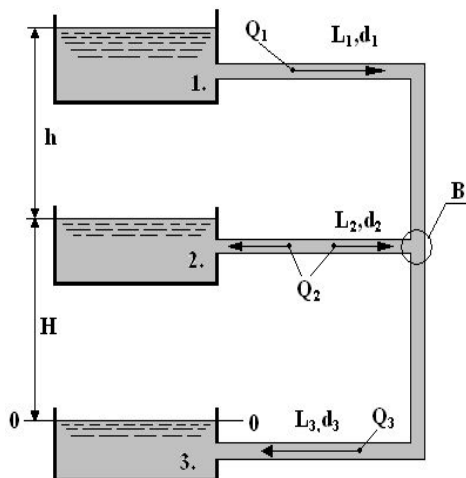


Рис. 6.8. К примеру 6.2

Дано: Жидкость – Дизельное топливо:

$$\rho = 846 \text{ кг/м}^3; \quad \nu = 0,28 \text{ Ст};$$

$$L_1 = 80 \text{ м}; \quad L_2 = 60 \text{ м}; \quad L_3 = 85 \text{ м};$$

$$d_1 = d_3 = 60 \text{ мм}; \quad d_2 = 50 \text{ мм};$$

$$H = 3 \text{ м}; \quad h = 0,5 \text{ м}.$$

Определить: 1. $Q_1 = ?$, $Q_2 = ?$, и $Q_3 = ?$ (л/с);

2. $L_3^* = ?$ м при $Q_2 = 0$ и

$P_M = ?$ (кПа) в узле В.

Решение:

Задачу решаем графоаналитическим методом, т. е. задаваясь расходом жидкости определяем потребный напор для каждого участка трубопровода и по этим данным строим их напорные характе-

ристики относительно плоскости сравнения 0–0, проведенного по свободной поверхности жидкости в резервуаре №3.

1. На рис. 6.8 видно, что жидкость из резервуара 1 явно выливается, и поэтому его напорная характеристика (монотонно убывающая) будет иметь вид

$$y = H_1 - 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2, \quad (6.17)$$

где $H_1 = H + h = 3 + 0,5 = 3,5 \text{ м}$ – это расстояние от плоскости сравнения до уровня жидкости в первом резервуаре.

После предварительно проведенных расчетов оптимальный расход жидкости в этом трубопроводе составил $Q_1 = 3 \text{ л/с}$. Теперь вычисляем число Рейнольдса:

$$Re_1 = \frac{4Q_1}{\pi d_1 \nu} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,06 \cdot 0,28 \cdot 10^{-4}} = 2275.$$

Режим ламинарный и поэтому коэффициент Дарси подсчитываем по следующей формуле: $\lambda_1 = \frac{64}{Re} = \frac{64}{2275} = 0,028$.

И, наконец, определяем потребный напор в этом трубопроводе по формуле (6.17):

$$y = H_1 - 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2 = 3,5 - 0,0827 \cdot 0,028 \frac{80}{0,06^5} (3 \cdot 10^{-3})^2 = 1,4 \text{ м}.$$

Поскольку в трубопроводе I режим ламинарный, напорная характеристика этого трубопровода носит линейный характер (монотонно убывающая) и строится она согласно уравнения (6.17) по двум точкам (рис. 6.9) одна из которых есть ($Q_1 = 0; H_1 = 3,5 \text{ м}$), а вторая нами вычисленная с координатами ($Q_1 = 3 \text{ л/с}; y = 1,4 \text{ м}$).

2. На рис. 6.8 видно, что жидкость в резервуар 3 явно вливается, и поэтому его напорная характеристика (монотонно возрастающая) будет иметь вид

$$y = 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2. \quad (6.18)$$

Задаемся тем же расходом $Q_3 = 3 \text{ л/с}$. Поскольку $d_1 = d_3$ сразу определяем потребный напор по формуле (6.18)

$$y = 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2 = 0,0827 \cdot 0,028 \frac{85}{0,06^5} (3 \cdot 10^{-3})^2 = 2,3 \text{ м}.$$

Поскольку в трубопроводе 3 также режим ламинарный, напорная характеристика этого трубопровода носит линейный характер (монотонно возрастающая) и строится она по двум точкам (рис. 6.9), одна из которых согласно уравнения (6.18) есть начало координат, а вторая нами вычисленная с координатами ($Q_3 = 3 \text{ л/с}$; $y = 2,3 \text{ м}$).

3. Высота точки А (рис. 6.9) пересечения характеристик трубопроводов 1 и 3 оказалась ниже, чем высота расположения уровня жидкости во 2-ом резервуаре. Это отвечает требованиям баланса расходов системы уравнений (6.6) при условии $y < H_2$, т.е. жидкость из резервуара 2 так же, как и из резервуара 1 выливается и напорная характеристика ее выглядит

$$y = H_2 - 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2, \quad (6.19)$$

где $H_2 = h = 3,0 \text{ м}$ – это расстояние от плоскости сравнения до уровня жидкости во втором резервуаре.

Теперь задаемся расходом $Q_2 = 2,5 \text{ л/с}$: вычисляем число

Рейнольдса:
$$Re_2 = \frac{4Q_2}{\pi d_2 v} = \frac{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,05 \cdot 0,28 \cdot 10^{-4}} = 2275,$$

режим ламинарный и поэтому коэффициент Дарси подсчитываем по следующей формуле:
$$\lambda_2 = \frac{64}{Re} = \frac{64}{2275} = 0,028.$$

И, наконец, определяем потребный напор в этом трубопроводе по формуле (6.19)

$$y = H_2 - 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2 = 3,0 - 0,0827 \cdot 0,028 \frac{60}{0,05^5} (2,5 \cdot 10^{-3})^2 = 0,2 \text{ м}$$

Поскольку в трубопроводе 2 режим ламинарный, напорная характеристика этого трубопровода носит линейный характер (монотонно убывающая) и строится она согласно уравнения (6.19) по двум точкам (рис. 6.9), одна из которых есть ($Q_2 = 0; H_2 = 3,0 \text{ м}$), а вторая нами вычисленная с координатами ($Q_2 = 2,5 \text{ л/с}; y = 0,2 \text{ м}$).

Согласно системы уравнений (6.6), суммарная характеристика трубопроводов 1 и 2, которые монотонно убывают (рис. 6.9), строится путем суммирования расходов по оси абсцисс при равных напорах [1+2] и пересечение ее с напорной характеристикой 3-го трубопровода дает нам рабочую точку **В** с координатами ($Q_3 = 2,76 \text{ л/с}, y = 2,1 \text{ м}$).

В точках пересечения горизонтали, проведенной от точки **В** влево, с характеристиками трубопроводов №1 и №2 дает нам распределение расхода Q_3 по этим трубопроводам, т. е. $Q_3 = Q_1 + Q_2$ или $2,76 = 1,96 + 0,8$ (рис. 6.9).

4. Теперь можем определить приведенную длину L_3^* 3-го трубопровода, при которой во втором трубопроводе расход жидкости будет равен нулю, $Q_2 = 0$. Для этого напорная характеристика 3-го трубопровода должна пройти через точку **В**^{*} (рис. 6.9), лежащую на характеристике 1-го трубопровода и находящуюся на уровне жидкости во втором резервуаре, т. е. с координатами ($Q_3^* = 0,7 \text{ л/с}; y = H_2 = 3 \text{ м}$).

Воспользовавшись формулой (6.18), при ($Q_3^* = 0,7 \text{ л/с}; y = 3 \text{ м}$) определим расчетную длину L_3^* 3-го трубопровода:

$$\text{Re}_3^* = \frac{4Q_3^*}{\pi d_3 v} = \frac{4 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,06 \cdot 0,28 \cdot 10^{-4}} = 531; \quad \lambda_3^* = \frac{64}{\text{Re}_3^*} = \frac{64}{531} = 0,12;$$

$$P_M = \rho g \cdot 0,0827 \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2 = 8469,81 \cdot 0,0827 \cdot 0,088 \frac{60}{0,05^5} (0,8 \cdot 10^{-3})^2 =$$

$$= 7423 \text{ Па} = 7,4 \text{ кПа}$$

- Ответ:** 1. $Q_1 = 1,96 \text{ л/с}$, $Q_2 = 0,8 \text{ л/с}$, и $Q_3 = 2,76 \text{ л/с}$;
 2. $L_3^* = 573 \text{ м}$ при $Q_2 = 0$ $P_M = 7,4 \text{ кПа}$ в узле В.

Пример 6.3. (Рис.6.10). Резервуар А с постоянным уровнем жидкости H и избыточным давлением на ее поверхности p_M по трубопроводу диаметром d_1 питает башню В по трубопроводу диаметром d_2 и резервуар С по трубопроводу диаметром d_3 . Все три трубопровода новые чугунные имеют одинаковую приведенную длину L и общий узел y .

Определить расход Q_c , поступающий в резервуар С, и высоту H_2 , на которой установится уровень жидкости в башне В, если из нее отбирается расход Q_B .

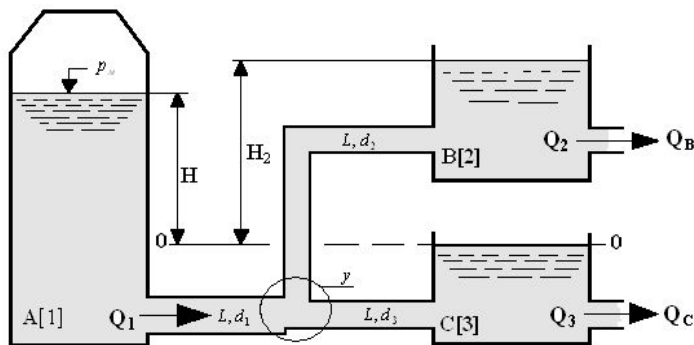


Рис. 6.10. К примеру 6.3

Дано: $H=30$ м; $p_m = 260$ кПа; $L = 40$ м;

$d_1 = 40$ мм; $d_2 = d_3 = 32$ мм

$Q_B = Q_2 = 1,7$ л/с. $\Delta = 0,24$ мм (см. прилож. 3)

Определить: $Q_c = Q_3 = ?$ (л/с) и $H_2 = ?$ (м)

Решение:

1. Для решения этого примера в рис. 6.10 изменим обозначения под задачу «о трех резервуарах», для которой уже известны баланс расходов $Q_1 = Q_2 + Q_3$ (рис. 6.4) и система уравнений (6.7), где $Q_2 = Q_B$ по условию примера, а резервуар **А** есть первый резервуар, из которого жидкость в количестве Q_1 поступает в резервуары **В** и **С** соответственно по условию задачи «о трех резервуарах» второй и третий. Весь пример рассматривается относительно плоскости сравнения 0 – 0, проведенного по уровню жидкости в резервуаре 3 (**С**), тогда гидростатические высоты уровней жидкости в резервуарах относительно плоскости сравнения будут равны: в первом резервуаре $H_1 = H + \frac{p_m}{\rho g} = 30 + \frac{260000}{884 \cdot 9,81} = 60$ м, во втором резервуаре $H_2 = ?$ (ее предстоит определить) и в третьем резервуаре $H_3 = 0$, т. к. плоскость сравнения проходит по ее свободной поверхности жидкости. Тогда система уравнений (6.7) несколько изменится и будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} 1. y &= H_1 - 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ 2. y &= H_2 + 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ 3. y &= 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2; \\ 4. Q_1 &= Q_2 + Q_3. \end{aligned} \right\} \quad (6.20)$$

2. Для построения напорной характеристики третьего трубопровода, которая от начала координат монотонно возрастает, число Рейнольдса будем вычислять по формуле

$$\text{Re}_3 = \frac{4Q_3}{\pi d_3 \nu} = \frac{4 \cdot 10^{-3} Q_3}{3,14 \cdot 0,032 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}} = 1592 \cdot Q_3, \quad (6.21)$$

где размерность объемного расхода Q_1 в (л/с).

Коэффициент Дарси будем определять при турбулентном режиме по формуле Блазиуса, а для автомодельной зоны турбулентного режима движения жидкости в этом трубопроводе он будет равен

$$\lambda_3 = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d_3} \right)^{1/4} = 0,11 \left(\frac{0,24}{32} \right)^{1/4} = 0,032. \quad (6.22)$$

Напорную характеристику этого трубопровода строим по следующей формуле, где уже учтены потери напора в местных сопротивлениях в виде приведенной длины, которая дана из условия примера,

$$\gamma = 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{L_3 \cdot 10^{-6}}{d_3^5} \cdot Q_3^2 = 0,0827 \cdot \lambda_3 \frac{40 \cdot 10^{-6}}{0,032^5} \cdot Q_3^2 = 98,6 \cdot \lambda_3 \cdot Q_3^2, \quad (6.23)$$

где размерность объемного расхода Q_3 в (л/с).

Расчеты проводим в следующей последовательности: задаемся расходом $Q_3 = 1,7$ л/с, рассчитываем число Рейнольдса по формуле (6.21)

$$\text{Re}_3 = 1592 \cdot 1,7 = 2706,$$

вычисляем коэффициент Дарси по формуле Блазиуса (6.10)

$$\lambda_3 = \frac{0,3164}{2706^{0,25}} = \frac{0,3164}{7,2} = 0,044.$$

И, наконец, определяем потребный напор по формуле (6.23), куда подставляем значение коэффициента жидкостного трения $\lambda_1 = 0,044$, вычисленного по формуле Блазиуса, т. к. оно больше значения соответствующего для автомодельной области турбулентного режима $\lambda_3 = 0,032$ (и так каждый раз сравниваем с этим значением коэффициента, беря при этом большее),

$$y = 98,6 \cdot 0,044 \cdot 1,7^2 = 13 \text{ м}.$$

В такой последовательности проводим расчеты и для расходов 2,5; 3,0; 3,5 и 4,0 л/с, а полученные результаты заносим в табл. 6.4

Таблица 6.4
Напорная характеристика трубопровода №3

$Q_3, \text{л/с}$	1,7*	2,5*	3,0	3,5	4,0*
Re_3	2706	3900	4776	5572	6368
λ_3	0,044	0,040	0,038	0,037	0,036
$y, \text{м}$	13*	25*	34	45	57*

По данным этой таблицы видно, что в зону автомодельной турбулентности этот трубопровод не вошел, т. к. последнее значение (0,036) коэффициента Дарси больше значения, вычисленного по формуле (6.22) Шифринсона.

3. Теперь строим напорную характеристику первого трубопровода, а для этого число Рейнольдса будем вычислять по формуле

$$Re_1 = \frac{4Q_1}{\pi d_1 \nu} = \frac{4 \cdot 10^{-3} Q_1}{3,14 \cdot 0,04 \cdot 0,025 \cdot 10^{-4}} = 1274 \cdot Q_1, \quad (6.24)$$

где размерность объемного расхода Q_1 в (л/с).

Коэффициент Дарси будем определять при турбулентном режиме движения также по формуле Блазиуса, а для автомобильной зоны турбулентного режима движения жидкости в трубопроводе №1 он будет равен:

$$\lambda_1 = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d_1} \right)^{1/4} = 0,11 \left(\frac{0,24}{40} \right)^{1/4} = 0,03. \quad (6.25)$$

Напорную характеристику этого трубопровода строим по следующей формуле:

$$y = H_1 - 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1 \cdot 10^{-6}}{d_1^5} \cdot Q_1^2 = 60 - 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{40 \cdot 10^{-6}}{0,04^5} \cdot Q_1^2 = 32 \cdot \lambda_1 \cdot Q_1^2, \quad (6.26)$$

где размерность объемного расхода Q_1 в (л/с).

Полученные результаты расчетов, проведенных в известной последовательности для расходов 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0 и 6,5 л/с, заносим в табл. 6.5

Таблица 6.5

Напорная характеристика трубопровода №1

$Q_1, \text{ л/с}$	2,5	3,0	3,5	4,0*	4,5	5,0*	5,5	6,0	6,5
Re_1	3185	3822	4459	5096	5733	6370	7007	7644	8281
λ_1	0,042	0,040	0,039	0,038	0,036	0,036	0,034	0,034	0,033
$y, \text{ м}$	52	49	45	41*	37	31*	27	21	15

По данным этой таблицы видно, что в зону автомобильной турбулентности и этот трубопровод не вошел, т. к. последнее значение (0,033) коэффициента Дарси больше значения, вычисленного по формуле (6.25) Шифринсона.

Поскольку H_2 неизвестно, а в условии примера дается расход Q_2 , в этом случае приведенную характеристику второго трубопровода (рис. 6.11) 2^* строим путем откладывания $Q_2 = 1,7 \text{ л/с}$ в масштабе по горизонтали справа напорной характеристики, нами построенного, третьего трубопровода. А точка пересечения приведенной характеристики 2-го трубопровода с характеристикой 1-го

трубопровода дает нам режимную точку **В** с координатами ($Q_1 = 4,7 \text{ л/с}$; $y_0 = 34,1 \text{ м}$).

Далее, горизонталь проведенная от точки **В** влево, пересекаясь с напорной характеристикой 3-го трубопровода, дает нам в точке **в** расход жидкости в ней $Q_3 = 3 \text{ л/с}$.

По условию примера напорная характеристика 2-го трубопровода должна пройти через точку **в*** с координатами ($Q_2 = 1,7 \text{ л/с}$; $y_0 = 34,1 \text{ м}$) и, тогда уровень жидкости H_2 в башне (это резервуар 2) определится из выражения напорной характеристики уравнения 2-го трубопровода, входящего в систему уравнений (6.20).

Вычислять H_2 по этой формуле нет необходимости, поскольку потери напора при $Q_3 = 1,7 \text{ л/с}$ мы уже рассчитывали (табл. 6.4, второй столбец) в 3-ем трубопроводе, т. к. по условию примера, приведенные длины и диаметры 2-го и 3-го трубопроводов одинаковы. И тогда высота, на которой установится уровень жидкости в башне **В**, если из нее отбирается расход $0,7 \text{ л/с}$, будет равна

$$H_2 = y_0 - y = 34,1 - 13 = 21,1 \text{ м}.$$

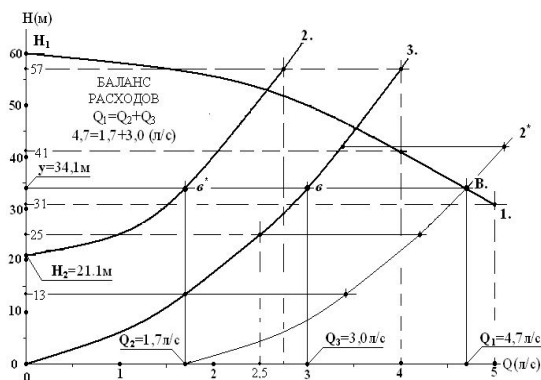


Рис. 6.11. Графическое решение примера 6.3

Ответ: $Q_1 = 4,7 \text{ л/с}$; $Q_2 = 1,7 \text{ л/с}$; $Q_3 = 3 \text{ л/с}$;

$$H_2 = 21,1 \text{ м}$$

Пример 6.4. По двум одинаковым, открытыми в атмосферу стальным трубам, длинами $L_2 = L_3$ и диаметрами $d_2 = d_3$ требуется подавать одинаковые расходы Q жидкости при напорах H и h (рис. 6.12).

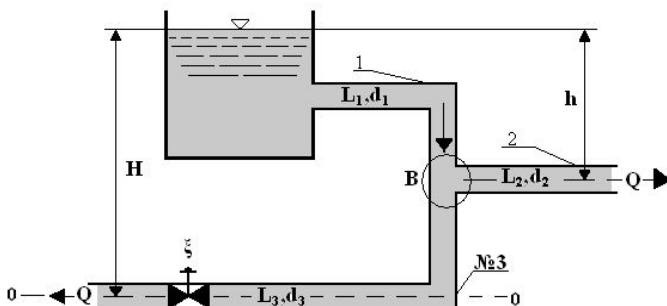


Рис. 6.12. К примеру 6.4

1. Определить необходимое значение коэффициента сопротивления ξ вентиля, установленного на трубе №3 с тем, чтобы подавать одинаковые расходы жидкости по трубопроводам 2 и 3, т. е. $Q = Q_2 = Q_3$, а также необходимый для этого диаметр d_1 , подводящего стального трубопровода №1.

2. Какой расход Q^* пойдет по трубопроводу и какое избыточное давление p_B будет в узле В, если полностью закрыть вентиль на трубе №3.

Дано: Жидкость – Керосин Т-2:

$\nu = 1,8 \text{ сСт}$; $\rho = 0,819 \text{ г/см}^3$ (см. прилож.1);

$L_1 = 40 \text{ м}$; $L_2 = L_3 = 20 \text{ м}$; $d_2 = d_3 = 32 \text{ мм}$;

$H = 11 \text{ м}$; $h = 6 \text{ м}$; $Q = 1,25 \text{ л/с}$.

Определить: 1. $\xi = ?$; $d_1 = ? (\text{мм})$

2. $Q^* = ? (\text{л/с})$; $p_B = ? (\text{кПа})$

Решение:

1. При решении этого примера в рис. 6.12 произведем изменения обозначений, соответствующие задаче «о трех резервуарах», для которой уже известны баланс расходов $Q_1 = Q_2 + Q_3$ (рис.6.4) и система уравнений (6.7), где $Q_2 = Q_3 = Q$ по условию примера, а резервуар на рисунке есть первый резервуар, из которого жидкость в количестве Q_1 поступает в трубопроводы 2 и 3 открытыми в атмосферу. Здесь при истечении жидкости в атмосферу необходимо учитывать скоростные напоры, а т. к. трубопроводы длинные, где значения этих скоростных напоров достаточно малы, без ущерба для расчетов можно ими пренебречь. И поэтому уравнения напорных характеристик 2- и 3-го трубопроводов в системе (6.7) остаются без изменения. Весь пример рассматривается относительно плоскости сравнения 0 – 0, проведенного по оси трубопровода 3, тогда гидростатические высоты уровня жидкости в резервуаре относительно плоскости сравнения равны $H = H_1 = 11 \text{ м}$, во втором трубопроводе $H_2 = H - h = 11 - 6 = 5 \text{ м}$ и в третьем трубопроводе $H_3 = 0$, т. к. плоскость сравнения проходит по его оси. Тогда система уравнений (6.7) несколько изменится и будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} 1. y &= H_1 - 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ 2. y &= H_2 + 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ 3. y &= 0,0827 \cdot \left(\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} + \frac{\xi}{d_3^4} \right) Q_3^2; \\ 4. Q_1 &= Q_2 + Q_3. \end{aligned} \right\} \quad (6.27)$$

2. Поскольку расход жидкости во втором трубопроводе известен $Q_2 = 1,25 \text{ л/с}$, а также известно расстояние от плоскости сравнения до центра конечного живого сечения $H_2 = 5 \text{ м}$ этого трубопровода, тогда по уравнению 2 системы (6.27) можем вы-

числить напор y в узле **В** данного сложного трубопровода. Для этого вычисляем число Рейнольдса:

$$Re_2 = \frac{4Q_2}{\pi d_2 v} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot Q_2}{3,14 \cdot 0,032 \cdot 0,018 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 22116 Q_2 = 22116 \cdot 1,25 = 27645 \quad (6.28)$$

Теперь определим в какой области турбулентного режима движения находится жидкость, проделав следующие расчеты:

$$Re \cdot \left(\frac{\Delta}{d} \right) = 27645 \cdot \left(\frac{0,2}{32} \right) = 173, \text{ т. к. } 10 < 173 < 500, \text{ а это значит,}$$

что находится в переходной области турбулентного режима, где рекомендуется использовать для расчета коэффициента Дарси формулу Альтшуля:

$$\lambda_2 = 0,11 \left(\frac{68}{Re_2} + \frac{\Delta}{d_2} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{27645} + \frac{0,2}{32} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,034.$$

И, наконец, вычисляем напор y в узле **В**

$$y = H_2 + 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2 = 5 + 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{20 \cdot 10^{-6}}{0,032^5} Q_2^2 =$$

$$= 5 + 49,3 \cdot \lambda_2 \cdot Q_2^2 = 5 + 49,3 \cdot 0,034 \cdot 1,25^2 = 7,6 \text{ м.} \quad (6.29)$$

3. Так как расходы жидкости в трубопроводах 2 и 3 одинаковые, тогда, очевидно, напорные характеристики этих трубопроводов должны пересекаться (рис. 6.13) в точке **в** с координатами ($Q = 1,25 \text{ л/с}$; $y = 7,6 \text{ м}$). В таком случае, мы можем определить из формулы 3 системы (6.12) то значение коэффициента ξ сопротивления вентиля, установленного на трубопроводе 3, которое способствует созданию требуемого баланса расходов по условию данного примера.

Решим уравнение 3 системы (6.12) относительно коэффициента ξ и проведем расчеты:

$$\xi = \frac{y \cdot d_3^4}{0,0827 \cdot Q_3^2} - \frac{\lambda_3 \cdot L_3}{d_3} = \frac{7,6 \cdot 0,032^4}{0,0827 \cdot 1,25^2 \cdot 10^{-6}} - \frac{0,034 \cdot 20}{0,032} = 40,5.$$

4. Потребный напор $H_{nom.}$ 1-го трубопровода для режимной точки **В** с координатами ($Q_1 = 2,5 \text{ л/с}$; $y = 7,6 \text{ м}$) определяем по графику рис. 6.13, где $H_{nom} = H_1 - y = 11 - 7,6 = 3,4 \text{ м}$.

Эту часть примера, по определению d_1 диаметра 1-го трубопровода, решаем методом подбора, т. е. задаемся значениями диаметра и по вышеуказанной последовательности вычисляем потери напора, которые сравниваем с потребным напором $H_{nom.} = 3,4 \text{ м}$ каждый раз, максимально приближаясь к ней. Предварительные результаты расчетов указали на то, что оптимальным значением диаметра 1-го трубопровода является $d_1 = 45 \text{ мм}$. Проведем соответствующие расчеты:

вычисляем число Рейнольдса:

$$Re_1 = \frac{4Q_1}{\pi d_1 v} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot Q_1}{3,14 \cdot 0,045 \cdot 0,018 \cdot 10^{-4}} = 15726 \cdot Q_1 = 15726 \cdot 2,5 = 39317, \quad (6.30)$$

определим в какой области турбулентного режима движения находится жидкость, проделав следующие расчеты:

$$Re_1 \cdot \left(\frac{\Delta}{d_1} \right) = 39317 \cdot \left(\frac{0,2}{45} \right) = 174, \text{ т. к. } 10 < 174 < 500, \text{ а это значит,}$$

что находится в переходной области от гидравлически гладких труб к гидравлически шероховатым трубам турбулентного режима, где рекомендуется использовать для расчета коэффициента Дарси формулу Альтшуля:

$$\lambda_1 = 0,1 \left(\frac{68}{Re_1} + \frac{\Delta}{d_1} \right)^{0,25} = 0,1 \left(\frac{68}{39317} + \frac{0,2}{45} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,031.$$

И, наконец, вычисляем потери напора в 1-ом трубопроводе при следующих данных $Q_1 = 2,5 \text{ л/с}$, $d_1 = 45 \text{ мм}$:

$$\begin{aligned} y_{\text{ном.}} &= 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2 = 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{40 \cdot 10^{-6}}{0,045^5} Q_1^2 = \\ &= 17,9 \cdot \lambda_1 \cdot Q_1^2 = 17,9 \cdot 0,031 \cdot 2,5^2 = 3,47 \text{ м} . \end{aligned} \quad (6.31)$$

Отсюда имеем $H_{\text{ном.}} = 3,4 \approx y_{\text{ном.}} = 3,47$, окончательно диаметр $d_1 = 45 \text{ мм}$.

5. При условии $Q_3 = 0$, т. е. (полное закрытие вентиля) отсутствие напорной характеристики 3-го трубопровода, рабочей точкой будет место пересечения характеристик 1-го и 2-го трубопроводов. Для нахождения точки **В**₀ (рис. 6.13) пересечения 1- и 2-го трубопроводов с наименьшими погрешностями ($Q_1 = Q_2$) будем строить эти характеристики, задаваясь приближенными расходами.

По первому трубопроводу, задаваясь расходами 1,0; 1,5 и 2,0 л/с, вычисляем число Рейнольдса по формуле (6.30):

$$\text{Re}_1 = 15726 \cdot Q_1$$

и потребный напор по формуле 1 системы (6.27), с учетом (6.31)

$$y_1 = H_1 - 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2 = 11 - 17,9 \cdot \lambda_1 \cdot Q_1^2 . \quad (6.32)$$

Проведя расчеты по формулам (6.30) и (6.32), в уже известной последовательности, получаем результаты, которые сводим в табл. (6.27).

Таблица. 6.6
Напорная характеристика трубопровода №1

$Q_1, \text{ л/с}$	0,0	1,0	1,5	2,0
Re_1	—	15726	23589	31452
λ_1	—	0.034	0,032	0,031
$y_1, \text{ м}$	11	10.4	9,7	8,8

По второму трубопроводу, задаваясь также расходами 1,0; 1,5 и 2,0 л/с, вычисляем число Рейнольдса по формуле (6.28):

$$Re_2 = 22116 \cdot Q_2$$

и потребный напор по формуле 2 системы (6.27), с учетом (6.29)

$$y_2 = H_2 + 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2 = 5 + 49,3 \cdot \lambda_2 \cdot Q_2^2. \quad (6.33)$$

Проведя расчеты по формулам (6.28) и (6.29), в уже известной последовательности, получаем результаты, которые сводим в табл. (6.7).

Таблица. 6.7

Напорная характеристика трубопровода №2

$Q_2, \text{л/с}$	0,0	1,0	1,5	2,0
Re_2	—	22116	33174	44232
λ_2	—	0.034	0,033	0,033
$y_2, \text{м}$	5	6.7	8,7	11,5

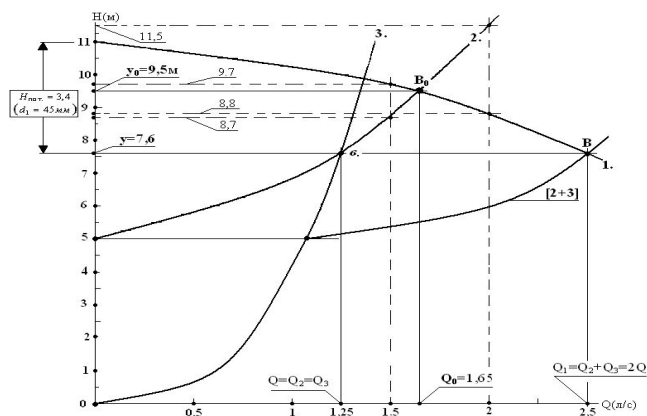


Рис. 6.13. Графическое решение примера 6.4

Построив напорные характеристики 1- и 2-го трубопроводов (рис. 6.13) по данным табл. 6.6 и 6.7, определяемся с координатами ($Q_0 = 1,65 \text{ л/с}$; $y_0 = 9,5 \text{ м}$) точки $\mathbf{B}_0$ их пересечения. Тогда избыточное давление в узле $\mathbf{B}$ будет равен $p_B = \rho g(y_0 - H_2) = 819 \cdot 9,81(9,5 - 5) = 36155 \text{ Па} = 36,2 \text{ кПа}$.

Ответ: 1. $\xi = 40,5$; $d_1 = 45 \text{ мм}$.

2. $Q_0 = 1,65 \text{ л/с}$; $p_B = 36,2 \text{ кПа}$.

Пример 6.5. Баки $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ соединены новыми стальными (см. прилож.3) трубопроводами, имеющими размеры L_1 , d_1 и $L_2 = L_3$, $d_2 = d_3$. Напор H и коэффициент сопротивления задвижки ξ .

Определить: 1. При каком избыточном давлении p_m на поверхности жидкости в баке $\mathbf{A}$ в бак $\mathbf{B}$ будет поступать расход Q_2 при температуре 65°C ?

2. Как нужно изменить давление p_m , чтобы жидкость не поступала в бак $\mathbf{B}$ (жидкость АМГ — 10)?

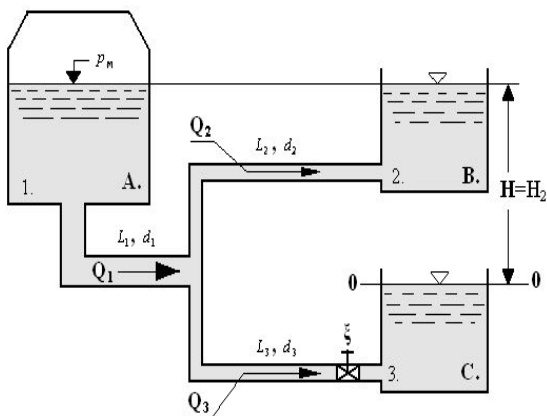


Рис. 6.14. К примеру 6.5

Дано: Жидкость **Масло АМГ – 10** (прилож.1)

$$\nu_{60} = 0,085 \text{ См} - \nu_{80} = 0,065 \text{ См} ;$$

$$\rho_{50} = 850 \text{ кг/м}^3 ; \alpha = \beta_t = 0,0007 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} ;$$

$$\mathbf{H} = 8 \text{ м} ; \mathbf{Q}_2 = 1,2 \text{ л/с} ; \Delta = 0,12 \text{ мм} ; \xi = 20 ;$$

$$\mathbf{L}_1 = 70 \text{ м} ; \mathbf{d}_1 = 40 \text{ мм} ; \mathbf{L}_2 = \mathbf{L}_3 = 80 \text{ м} ; \mathbf{d}_2 = \mathbf{d}_3 = 32 \text{ мм} .$$

Определить: 1. $p_m = ? (\text{кПа})$, $Q_1 = ?$ и $Q_3 = ? (\text{л/с})$;

2. $\Delta p_m = ? (\text{кПа})$ при $Q_3 = 0$.

Решение:

Вначале определим значение плотности масла – **АМГ-10**

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\rho_{50}}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{\rho_{50}}{1 + \alpha(65 - 50)} = \frac{850}{1 + 0,0007 \cdot 5} = \\ \text{для температуры } T &= 65 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ &= 841 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \end{aligned}$$

где $\alpha = 0,0007 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ – коэффициент температурного расширения для минеральных масел (прилож.1).

Затем в интервале температур 60 – 80 $^{\circ}\text{C}$ определяем значение кинематического коэффициента вязкости масла для температуры $T = 65 \text{ }^{\circ}\text{C}$ методом интерполяции

$$\begin{aligned} \nu &= \nu_{60} + \frac{\nu_{80} - \nu_{60}}{80^{\circ} - 60^{\circ}} (65^{\circ} - 60^{\circ}) = 0,085 + \frac{0,065 - 0,085}{20^{\circ}} \cdot 5^{\circ} = \\ &= 0,08 \text{ См} = 0,08 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}. \end{aligned}$$

1. При решении этого примера в рис. 6.14 так же, как и в предыдущем примере, произведем изменения обозначений, соответствующие задаче « о трех резервуарах», для которой уже известны баланс расходов: $Q_1 = Q_2 + Q_3$ (рис. 6.4) и система уравнений (6.7), где Q_2 задано по условию примера, а бак А на рисунке есть первый резервуар, из которого жид-

кость в количестве Q_1 поступает по трубопроводам 2 и 3 соответственно в баки **В** и **С**, т. е. в резервуары 2 и 3. Пример будем рассматривать относительно плоскости сравнения $0 - 0$, проведенного по уровню жидкости в 3-ем резервуаре, тогда гидростатические высоты уровней жидкости в резервуарах относительно плоскости сравнения будут равны во втором $H_2 = H = 8 \text{ м}$, в третьем $H_3 = 0$, т. к. плоскость сравнения проходит по ее свободной поверхности жидкости, а в первом резервуаре эта высота условная, которая определяет избыточное давление на поверхности жидкости. Тогда система уравнений (6.7) будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} 1. y &= H_1 - 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ 2. y &= H_2 + 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ 3. y &= 0,0827 \cdot \left(\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} + \frac{\xi}{d_3^4} \right) Q_3^2; \\ 4. Q_1 &= Q_2 + Q_3. \end{aligned} \right\} \quad (6.34)$$

2. Поскольку расход жидкости во втором трубопроводе известен $Q_2 = 1,2 \text{ л/с}$, а также известно расстояние от плоскости сравнения до уровня жидкости во втором резервуаре $H_2 = 8 \text{ м}$, тогда по уравнению 2 системы (6.34) можем вычислить напор y в узле **В** данного сложного трубопровода. Для этого вычисляем число Рейнольдса:

$$\text{Re}_2 = \frac{4Q_2}{\pi d_2 v} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot Q_2}{3,14 \cdot 0,032 \cdot 0,08 \cdot 10^{-4}} = 4976 \cdot Q_2 = 4976 \cdot 1,2 = 5971 \quad (6.35)$$

Теперь, определим в какой области турбулентного режима движения находится жидкость, проделав следующие расчеты:

$$\text{Re}_2 \cdot \left(\frac{\Delta}{d_2} \right) = 5971 \cdot \left(\frac{0,12}{32} \right) = 22, \text{ т. к. } 10 < 22 < 500, \text{ а это значит,}$$

что находится в переходной области турбулентного режима, где рекомендуется использовать для расчета коэффициента Дарси формулу Альтшуля:

$$\lambda_2 = 0,11 \left(\frac{68}{\text{Re}_2} + \frac{\Delta}{d_2} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{5971} + \frac{0,12}{32} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,039$$

И, наконец, вычисляем напор y в узле **В**

$$\begin{aligned} y &= H_2 + 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2 = 8 + 0,0827 \cdot \lambda_2 \frac{80 \cdot 10^{-6}}{0,032^5} Q_2^2 = \\ &= 8 + 197 \cdot \lambda_2 \cdot Q_2^2 = 8 + 197 \cdot 0,039 \cdot 1,2^2 = 19 \text{ м.} \end{aligned} \quad (6.36)$$

3. Теперь, строим напорную характеристику 3-го трубопровода с тем, чтобы она пересеклась с горизонталью, соответствующая $y = 19 \text{ м}$, т. е. определим расход Q_3 , который соответствовал бы заданному балансу расхода. Для этого выводим расчетные формулы по определению числа Рейнольдса (она идентична формуле 6.35 поскольку $d_3 = d_2$) и необходимого напора по уравнению 3 из системы (6.34)

$$\begin{aligned} y_3 &= \left(0,0827 \frac{L_3 \cdot 10^{-6}}{d_3^5} \lambda_3 + 0,0827 \frac{\xi \cdot 10^{-6}}{d_3^4} \right) \cdot Q_3^2 = \\ &\left(0,0827 \frac{80 \cdot 10^{-6}}{0,032^5} \lambda_3 + 0,0827 \frac{20 \cdot 10^{-6}}{0,032^4} \right) \cdot Q_3^2 = (197 \cdot \lambda_3 + 1,58) \cdot Q_3^2. \end{aligned} \quad (6.37)$$

По анализу графиков рис. 6.15 видно, что для построения напорной характеристики 3-го трубопровода целесообразно начинать с расхода $Q_{3,1} = 1,4 \text{ л/с}$. Итак, вычисляем число Рейнольдса по формуле (6.34):

$$\text{Re}_{3,1} = 4976 \cdot 1,4 = 6966;$$

вычисляем коэффициент жидкостного трения

$$\text{Re}_{3,1} \cdot \left(\frac{\Delta}{d_3} \right) = 6966 \cdot \left(\frac{0,12}{32} \right) = 26, \text{ т. к. } 10 < 26 < 500;$$

$$\lambda_{3,1} = 0,11 \left(\frac{68}{\text{Re}_{3,1}} + \frac{\Delta}{d_3} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{6966} + \frac{0,12}{32} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,038;$$

и, наконец, вычисляем потребный напор по формуле (6.37)

$$y_{3,1} = (197 \cdot 0,038 + 1,58) \cdot 1,4^2 = 17,8 \text{ м}.$$

Для следующего расхода 1,6 л/с, проделав эти расчеты, имеем

$$Q_{3,2} = 1,6 \text{ л/с} \rightarrow \text{Re}_{3,2} = 7962 \rightarrow \lambda_{3,2} = 0,037 \rightarrow \\ y_{3,2} = 22,7 \text{ м}.$$

Участок напорной характеристики 3-го трубопровода, построенный по этим вышевычисленным двум точкам [1(1,4 л/с; 17,8 м), 2 (1,6 л/с; 22,7 м)], пересекает горизонталь $y = 19 \text{ м}$ в точке, соответствующая (рис. 6.15) расходу $Q_3 = 1,45 \text{ л/с}$. И тогда расход жидкости в первом трубопроводе будет равен $Q_1 = Q_2 + Q_3 = 1,2 + 1,45 = 2,65 \text{ л/с}$. Эта на графике режимная точка **В**, через которую будет проходить напорная характеристика 1-го трубопровода.

4. Определяем гидростатическую высоту H_1 уровня жидкости в первом условном резервуаре по уравнению 1 системы (6.34). Для этого вычисляем число Рейнольдса:

$$\text{Re}_1 = \frac{4Q_1}{\pi d_1 \nu} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot Q_1}{3,14 \cdot 0,04 \cdot 0,08 \cdot 10^{-4}} = 3981 \cdot Q_1 = 3981 \cdot 2,65 = 10549,$$

вычисляем коэффициент жидкостного трения

$$Re_1 \cdot \left(\frac{\Delta}{d_1} \right) = 10549 \cdot \left(\frac{0,12}{40} \right) = 32, \quad 10 < 32 < 500;$$

$$\lambda_1 = 0,11 \left(\frac{68}{Re_1} + \frac{\Delta}{d_1} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{68}{10549} + \frac{0,12}{40} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,034;$$

вычисляем гидростатическую высоту H_1 по формуле

$$H_1 = y + 0,0827 \cdot \lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2 = 19 + 0,0827 \frac{70}{0,04^5} \lambda_1 \cdot Q_1^2 =$$

$$= 19 + 56,5 \cdot \lambda_1 \cdot Q_1^2 = 19 + 56,5 \cdot 0,034 \cdot 2,65^2 = 32,5 \text{ м}.$$

Тогда избыточное давление p_m на поверхности жидкости в резервуаре 1 (бака А), обеспечивающий расход $Q_2 = 1,2 \text{ л/с}$ и соответствующий ему баланс расходов, будет равен

$$p_m = \rho g (H_1 - H_2) = 814 \cdot 9,81 \cdot (32,5 - 8) = 202130 \text{ Па} = 202 \text{ кПа}.$$

5. При условии $Q_2 = 0$, т. е. отсутствие напорной характеристики 2-го трубопровода. Это произойдет в том случае, когда совместная режимная точка характеристик 1-го и 3-го трубопроводов расположится на уровне высоты $H_2 = 8 \text{ м}$.

Для того, чтобы точка пересечения напорной характеристики 3-го трубопровода с горизонталью $H_2 = 8 \text{ м}$ была максимально точна, строим этот участок характеристики, задаваясь расходами 0,8 и 1,0 л/с. Расчеты проводим аналогично тем, что проводились выше в пункте 3, а полученные результаты, вместе с предыдущими, сводим в табл. 6.8.

Таблица 6.8
Напорная характеристика трубопровода №3

$Q_3, \text{л/с}$	0	0,8	1,0	1,4	1,6
Re_3	—	3980	4976	6966	7962
λ_3	—	0,042	0,04	0,038	0,037
$y_3, \text{м}$	0	6,3	9,5	17,8	22,7

Участок напорной характеристики 3-го трубопровода, построенный по этим вышевычисленным двум точкам $[1(0,8 \text{ л/с}; 6,3 \text{ м}), 2(1,0 \text{ л/с}; 9,5 \text{ м})]$, пересекает горизонталь $H_2 = 8 \text{ м}$ в точке B_3^0 , соответствующая (рис. 6.15) расходу $Q_3 = 0,91 \text{ л/с}$.

Для выполнения условия отсутствия напорной характеристики 2-го резервуара, характеристика 1-го трубопровода должна опуститься и пройти через эту точку, тогда жидкость будет перетекать из резервуара 1 только в резервуар 3 с расходом $Q_1 = Q_3 = 0,91 \text{ л/с}$.

Тогда избыточное давление p_m^0 на поверхности жидкости в резервуаре 1 (бака А), обеспечивающий расход $Q_1 = Q_3 = 0,91 \text{ л/с}$ при $Q_2 = 0$, будет равно потерям давления в первом трубопроводе при расходе жидкости $Q_1 = 0,91 \text{ л/с}$. Потери напора в 1-ом трубопроводе вычисляем в той же последовательности и по тем же формулам пункта 4 этих расчетов. Полученные результаты следующие:

$$Q_1 = 0,91 \text{ л/с} \rightarrow \text{Re}_1 = 3981 \cdot 0,91 = 3623 \rightarrow \lambda_1 = 0,043 \rightarrow \\ H_{\text{ном.}} = 2 \text{ м}.$$

В этом случае, гидростатическая высота H_1^0 уровня жидкости в первом условном резервуаре будет равен: $H_1^0 = H_2 + H_{\text{ном.}} = 8 + 2 = 10 \text{ м}$.

И, наконец, определяем избыточное давление

$$p_m^0 = \rho g H_{\text{ном.}} = 841 \cdot 9,81 \cdot 2 = 16500 \text{ Па} = 16,5 \text{ кПа}$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 6.1. Определить расход Q_1 , который подается в верхний бак, если система ($L_1 = 150 \text{ м}$, $d_1 = 100 \text{ мм}$, все остальные трубы $L_i = 50 \text{ м}$, $d_i = 60 \text{ мм}$) работает при постоянных напорах $H = 6 \text{ м}$ и $h = 2 \text{ м}$.

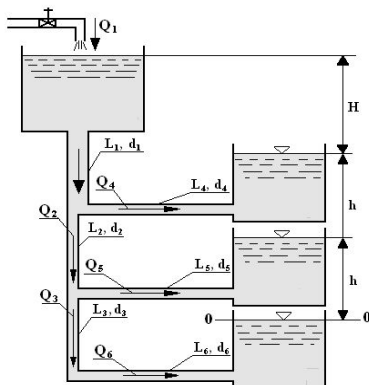


Рис. 6.16. К задаче 6.1

Коэффициент сопротивления трения первой трубы принять равным $\lambda_1 = 0,02$, а всех остальных труб $\lambda = 0,03$, местными потерями напора пренебречь.

Определить расходы, которые установятся при этом во всех трубах системы.

Ответ: $Q_1 = 10,07 \text{ л/с}$; $Q_2 = 5,38 \text{ л/с}$; $Q_3 = 3,02 \text{ л/с}$;
 $Q_4 = 4,69 \text{ л/с}$; $Q_5 = 2,36 \text{ л/с}$; $Q_6 = 3,02 \text{ л/с}$.

Задача 6.2. Центробежный насос, напорная характеристика которого задана, подает жидкость на геометрическую высоту $H_T = 3,5 \text{ м}$. Новые из бесшовной стали трубы всасывания и нагнетания соответственно имеют диаметры $d_B = 40 \text{ мм}$ и $d_H = 32 \text{ мм}$, а длины $l_B = 3 \text{ м}$ и $l_H = 26 \text{ м}$. Температура подаваемой жидкости (керосин Т-1) 35°С .

Найти рабочую точку при работе насоса на эту сеть, т. е. Q_H, H_H .

Определить, как изменится напор ΔH_H и мощность ΔN_H насоса при уменьшении задвижкой, установленной на трубопроводе нагнетания, подачи жидкости на 25 %. (трубопровод **длинный**).

Таблица 6.9

Напорная характеристика центробежного насоса

$Q, \text{л/с}$	0	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9
$H, \text{м}$	12	11,7	11,5	11,2	10,8	10,2	9,3	8,1	6,0	1,8
η	0	34	50	60	65	69	70	68	62	51

Ответ: $Q_H = 1,05 \text{ л/с}$; $H_H = 10,3 \text{ м}$;
 $\Delta H_H = 0,8 \text{ м}$; $\Delta N_H = -14 \text{ Вт}$.

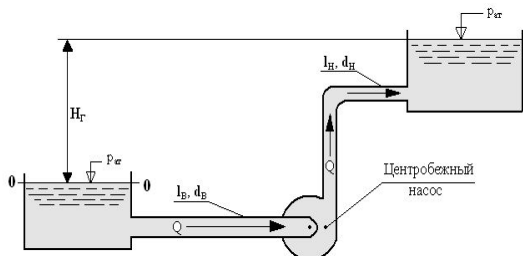


Рис. 6.17. К задаче 6.2

Задача 6.3. Из большого открытого резервуара А, в котором поддерживается постоянный уровень жидкости, по трубопроводу, состоящему из трех труб, длины которых $l_1 = 13,4 \text{ м}$, $l_2 = 6,4 \text{ м}$ и $l_3 = 9,2 \text{ м}$, а диаметры $d_1 = d_2 = 50 \text{ мм}$ и $d_3 = 65 \text{ мм}$, жидкость (масло ИН-20) при температуре 65°С течет в резервуар Б. Разность уровней жидкости в резервуарах равна $H = 9,8 \text{ м}$.

Определить: 1. Расход Q_B жидкости, протекающий в резервуар Б, и избыточное давление p_m в узле В.

2. Распределение расхода жидкости между параллельно соединенными трубами 1 и 2. В расчетах принять, что местные потери напора составляют 10 % от потерь по длине.

Ответ: 1. $Q_B = Q_3 = 16,4 \text{ л/с}$; $p_M = 41,5 \text{ кПа}$.

2. $Q_1 = 6,6 \text{ л/с}$; $Q_2 = 9,8 \text{ л/с}$.

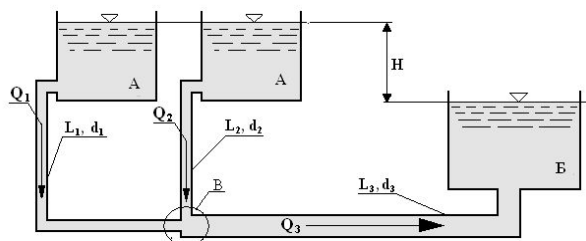


Рис. 6.18. К задаче 6.3

Задача 6.4. Из трех резервуаров с одинаковыми уровнями $H = 10 \text{ м}$ по одинаковым трубам ($L = 50 \text{ м}$, $d = 100 \text{ мм}$, $\lambda = 0,025$) вода поступает в магистральный трубопровод, состоящий из трех одинаковых участков ($L_1 = 80 \text{ м}$, $d_1 = 200 \text{ мм}$, $\lambda_1 = 0,021$).

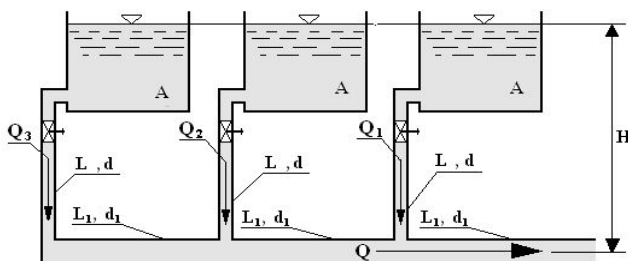


Рис. 6.19. К задаче 6.4

1. Определить расход, вытекающий из магистрального трубопровода в атмосферу при полностью открытых задвижках ($\xi = 0$).

2. Найти расходы Q_1 , Q_2 и Q_3 , поступающий при этом из резервуаров в магистральный трубопровод.

Ответ: $Q = 76,2 \text{ л/с}$; $Q_1 = 26,9 \text{ л/с}$;
 $Q_2 = 24,9 \text{ л/с}$; $Q_3 = 24,4 \text{ л/с}$.

Задача 6.5. Определить, какое давление нагнетания p_H должен создавать насос, перекачивающий воду по горизонтальному трубопроводу, состоящему из трех последовательных участков размерами $L_1 = 400 \text{ м}$; $d_1 = 200 \text{ мм}$; $L_2 = 200 \text{ м}$; $d_2 = 150 \text{ мм}$; $L_3 = 200 \text{ м}$; $d_3 = 100 \text{ мм}$, если в конечных сечениях участков из трубопровода отбираются одинаковые расходы $Q_A = Q_B = Q_C = 10 \text{ л/с}$ и минимальный пьезометрический напор в конце трубопровода должен равняться $H_C = 5 \text{ м}$ столба воды. Все участки трубопровода имеют одинаковую шероховатость $\Delta = 0,5 \text{ мм}$.

Ответ: $p_H = 144,2 \text{ кПа}$.

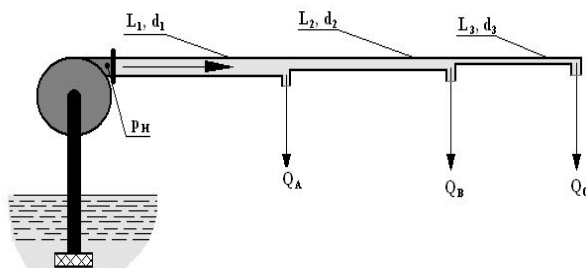


Рис. 6.20. К задаче 6.5

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Башта Т.М. и др.* Гидравлика, гидравлические машины и гидравлические приводы. М: Машиностроение, 1991.
2. *Емцев Б.Т.* Техническая гидромеханика. М.: Машиностроение, 1997. 460 с.
3. *Гейер В.Г., Дулин В.С. и др.* Гидравлика и гидропривод. М.: Недра, 1981. 301 с.
4. *Калмухамбетов Б.Е.* Гидромеханика (электронный учебник) Алматы.: КазНТУ, 2002. 116 с.
5. *Калмухамбетов Б.Е., Муратова С.К.* Общая гидравлика: Конспект лекций. – Алматы: НИЦ КОУ, 2008. 56.
6. *Некрасов Б.Б.* Задачник по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам - М.: Высш. шк., 1998. 245 с.
7. *Калмухамбетов Б.Е.* Гидромеханика в бурении: Методические указания к практическим занятиям. Алматы: НИЦ КОУ, 2008. 40 с.
8. *Калмухамбетов Б.Е., Муратова С.К.* Общая гидравлика: Методические указания к практическим занятиям. Алматы: НИЦ КОУ, 2008. 36.
9. *Канахин А.У., Калмухамбетов Б.Е.* Гидравлика и гидравлические машины: Методические указания к решению задач – Алма-Ата.: КазПТИ, 1989. 28 с.
10. *Канахин А.У., Калмухамбетов Б.Е.* Гидравлика: Методическое руководство к выполнению контрольных работ для студентов дневной формы обучения. – Алма – Ата.: КазПТИ, 1999. 28 с.
11. *Калмухамбетов Б.Е., Ахметова Ш.Д.* Гидравлика: Методические указания к решению задач для студентов дневной и заочной формы обучения машиностроительных и нефтяных специальностей. Алматы.: КазНТУ, 2003. 29 с.
12. *Калмухамбетов Б.Е., Ахметова Ш.Д., Байжұманов К.Д.* Гидравлика: Лабораториялық жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқау. – Алматы.: КазНТУ, 2003. – 35 с.
13. *Канахин А.У., Калмухамбетов Б.Е.* Гидравлика: Методические указания и контрольные задания для студентов дневной формы обучения. Алма-Ата.: КазПТИ, 1992. 29 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. Основные физические свойства жидкости	5
2. Гидростатика	24
3. Основные понятия кинематики и динамики жидкости.....	50
4. Режимы движения жидкости и гидравлические сопротивления.....	70
5. Расчет простых трубопроводов	90
6. Расчет сложных трубопроводов	111
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	155
Приложение 1.....	157
Приложение 2.....	159
Приложение 3.....	160

Приложение 1

Средние значения плотности ρ и кинематической вязкости ν некоторых жидкостей

Жидкость	Плотность, $\text{кг} / \text{м}^3$ при $T, ^\circ\text{C}$		Кинематическая вязкость, Ст при $T, ^\circ\text{C}$			
	20	50	20	40	60	80
Вода пресная	998	-	0,010	0,0065	0,0047	0,0036
Нефть Баку, легкая	884	-	0,25	-	-	-
Нефть Баку, тяжелая	924	-	1,4	-	-	-
Бензин авиационный	745	-	0,0073	0,0059	0,0049	-
Керосин Т-1 (очищенный)	808	-	0,025	0,018	0,012	0,010
Керосин Т-2 (тракторный)	819	-	0,010	-	-	-
Дизельное топливо	846	-	0,28	0,12	-	-
Глицерин	1245	-	9,7	3,3	0,88	0,38
Ртуть	13550	-	0,0016	0,0014	0,0010	-
Масла:						
касторовое	960	-	15	3,5	0,88	0,25
трансформаторное	884	880	0,28	0,13	0,078	0,048
-	-	850	0,17	0,11	0,085	0,065
АМГ-10	-	892	0,48	0,19	0,098	0,099
веретенное АУ	-	883	0,48	0,19	0,098	0,059
индустриальное	-	891	0,85	0,33	0,14	0,080
12	-	901	1,8	0,56	0,21	0,11
- 20	-	910	5,3	1,1	0,38	0,16
- 30	-	900	0,97	0,38	0,16	0,088
- 50						
турбинное						

Указание. Плотность жидкости при другой температуре можно определить по формуле $\rho_m = \rho_0 / (1 + \alpha \Delta T)$, где ρ_m – плотность жидкости при температуре $T = T_0 + \Delta T$; ΔT – изменение температуры; T_0 – температура, при которой плотность жидкости равна ρ_0 , α – коэффициент температурного расширения жидкости (в среднем для минеральных масел можно принять $\alpha = 0,0007/^\circ\text{C}$).

Приложение 2

Средние значения модуля упругости E жидких
и твердых тел

Жидкость	Модуль упругости $E, 10^9 \text{ Па}$	Твердые тела	Модуль упругости $E, 10^9 \text{ Па}$
Вода	2,06	Сталь углеродистая	206
Нефть	1,28	легированная	216
Керосин	1,37	Чугун черный	152
Спирт	0,98	Чугун белый	134
Масло турбинное 30	1,72	Дюралюминий	70
Глицерин	4,08	Латунь, бронза	118
Ртуть	24,6	Алюминий вальцованный	68

Приложение 3

Средние значения эквивалентной шероховатости $\Delta_{\text{э}}$ для труб
из разных материалов

Материал труб, способ изготовления	$\Delta_{\text{э}}$, мм
Новые холодноотянутые и горячекатаные стальные	0,060
- стальные сварные	0,070
- обычные оцинкованные стальные	0,12
Старые стальные сварные	0,75
Сварные из нержавеющей стали	0,075
Новые холодноотянутые алюминиевые и из алюминевого сплава (дюралюминия)	0,030
Новые чугунные	0,60
Бывшие в употреблении, но очищенные чугунные	0,90

Учебное издание

Калмухамбетов Болатжан Естаевич

**СБОРНИК РЕШЕННЫХ ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ
ПО ОБЩЕЙ ГИДРАВЛИКЕ**

Учебное пособие

Нач. РО НТИЦ

З.А. Губайдулина

Редактор

Ш.Т. Касымбекова

Компьютерная верстка

А.А. Науатова

Подписано в печать 02.10.11 г.

Бумага офсетная. Формат 60х84 1/16. Усл. п.л. 9,4. Уч.-изд. л. 10,1.

Тираж 500 экз. Заказ № 303 Цена договорная.

Издание Казахского национального технического университета
имени К.И. Сатпаева

Научно-технический издательский центр КазНТУ

Г. Алматы, ул. Ладыгина, 32

ISBN 978-601-228-306-8



9 786012 283068